บทที่ 3

ระบบควบคุมไม่ต่อเนื่องเชิงเวลาแบบปรับเปลี่ยนโครงสร้างของตัวควบคุมได้

งานวิจัยที่แล้วมาและงานวิจัยที่จะทำ

ระบบควบคุมไม่ต่อเนื่องเชิงเวลาแบบปรับเปลี่ยนโครงสร้างของตัวควบคุมได้คือระบบที่นำตัวควบคุมแบบดิจิทัลเข้ามาใช้แทนตัวควบคุมแบบแอนะล็อก ถึงแม้ว่าจากทฤษฎีของระบบควบคุมแบบปรับเปลี่ยนโครงสร้างของตัวควบคุมได้จะมีพื้นฐานอยู่บนระบบที่มีการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุมเป็นขั้นๆก็ตาม แต่ในระบบควบคุมต่อเนื่องเชิงเวลาแบบปรับเปลี่ยนโครงสร้างของตัวควบคุมได้นั้น สัญญาณควบคุมสามารถเปลี่ยนแปลงได้ในทันทีที่ต้องการ ซึ่งไม่เหมือนกับในกรณีของระบบควบคุมไม่ต่อเนื่องเชิงเวลาแบบปรับเปลี่ยนโครงสร้างของตัวควบคุมได้ที่สัญญาณควบคุมจะเปลี่ยนแปลงได้เมื่อถึงจังหวะการชักตัวอย่างเท่านั้น ตรงจุดนี้เองที่ทำให้เกิดการแกว่งที่มีชื่อเรียกเฉพาะว่าแชตเตอริง (Chattering) ซึ่งเป็นการแกว่งไปมาของสเตทรอบพื้นผิวสวิตชิงอันเนื่องมาจากสัญญาณควบคุมไม่สามารถเปลี่ยนแปลงได้ในทันทีและการเกิดสไลด์ดิงโหมดในระบบควบคุมไม่ต่อเนื่องเชิงเวลาปรับเปลี่ยนโครงสร้างของตัวควบคุมได้ถูกเรียกว่า ปรากฏการณ์กึ่งสไลด์ดิงโหมด (Quasi-sliding Mode)

ประเด็นที่เป็นความสนใจในการศึกษาในเรื่องของระบบควบคุมไม่ต่อเนื่องเชิงเวลาแบบปรับเปลี่ยนโครงสร้างของตัวควบคุมได้ แบ่งเป็น 2 ประเด็นใหญ่ๆ คือ

1. ศึกษาเกี่ยวกับเงื่อนไขที่จำเป็นและเงื่อนไขที่เพียงพอของการเกิดปรากฏการณ์กึ่งสไลด์ดิงโหมดในโดเมนเวลาไม่ต่อเนื่อง (Discrete-time Domain)
2. การศึกษาเกี่ยวกับการแกว่งในระบบควบคุมไม่ต่อเนื่องเชิงเวลาแบบปรับเปลี่ยนโครงสร้างของตัวควบคุมได้

ประเด็นที่เป็นที่สนใจในช่วงแรกๆ เป็นประเด็นที่ศึกษาเกี่ยวกับเงื่อนไขที่จำเป็นและเงื่อนไขที่เพียงพอของการเกิดปรากฏการณ์กึ่งสไลด์ดิงโหมด ซึ่งได้แก่ Milosavljevic (1985) และ Sarpturk et al. (1987) ซึ่งทำการแปลงวิธีการสวิตชิงฟังก์ชันตรงที่ใช้ในระบบควบคุมต่อเนื่องเชิงเวลาแบบปรับเปลี่ยนโครงสร้างของตัวควบคุมได้ เพื่อหาเงื่อนไขการเข้าถึงของระบบควบคุมไม่ต่อเนื่องเชิงเวลาแบบปรับเปลี่ยนโครงสร้างของตัวควบคุมได้

Furuta (1990) ใช้ทฤษฎีของเลียปูโนฟที่ประยุกต์ใช้กับระบบควบคุมไม่ต่อเนื่องเชิงเวลาเพื่อหาเงื่อนไขที่จำเป็นและเงื่อนไขที่เพียงพอในการเกิดสไลด์ดิงโหมดในโดเมนเวลาไม่ต่อเนื่องและเสนอรูปแบบของสัญญาณควบคุมแบบสวิตชิงในรูปของรีเลย์ที่มีแถบไร้ผลสนอง (relay with dead band) เพื่อลดการแกว่ง

จากตัวอย่างเอกสารที่กล่าวมา เห็นได้ว่างานวิจัยเหล่านั้นมุ่งเน้นที่จะศึกษาเงื่อนไขที่จำเป็นและเงื่อนไขที่เพียงพอของการเกิดสไลด์ดิงโหมดโดยตรงในโดเมนเวลาไม่ต่อเนื่อง แต่ก็มีงานวิจัยดังจะกล่าวต่อไปนี้ทำการออกแบบระบบควบคุมในโดเมนเวลาต่อเนื่องเสียก่อน แล้วจึงทำการแปลงระบบทั้งหมดมาเป็นระบบในโดเมนเวลาไม่ต่อเนื่องภายหลัง เช่น Drakunov and Utkin (1989) ซึ่งทำการควบคุมระบบที่อยู่ในโดเมนเวลาต่อเนื่องด้วยตัวควบคุมแบบปรับเปลี่ยนโครงสร้างของตัวควบคุมได้ โดยมีตัวควบคุมในรูปของ

$u(kT) = m$ เมื่อ $v(kT) > m$ และ

$u(kT) = v(k)$ เมื่อ $|v(kT)| \le m$ และ

$u(kT) = -m$ เมื่อ $v(kT) < m$

โดยที่ $v(kT)$ คือ สัญญาณควบคุมแบบสมมูลและ m คือสัญญาณควบคุมแบบสวิตชิง นอกจากนั้นเอกสารฉบับนี้ยังกล่าวถึงการทำการจำลองแบบของ

ระบบควบคุมต่อเนื่องเชิงเวลาแบบปรับเปลี่ยนโครงสร้างของตัวควบคุมได้ด้วยดิจิทัลคอมพิวเตอร์อีกด้วย

ในงานวิจัยของ Yu and Potts (1992) และของ Yu (1993) ซึ่งเป็นงานวิจัยที่ต่อเนื่องกัน ได้ทำการแปลงระบบควบคุมต่อเนื่องเชิงเวลาแบบปรับเปลี่ยนโครงสร้างของตัวควบคุมได้ซึ่งถูกออกแบบไว้เรียบร้อยแล้วในโดเมนเวลาต่อเนื่อง ไปอยู่ในโดเมนเวลาไม่ต่อเนื่องแล้วศึกษาว่าที่พื้นผิวสวิตชิงหนึ่งๆ เวลาชักตัวอย่างจะมีค่าได้ไม่เกินเท่าไร ระบบถึงจะเกิดปรากฏการณ์กึ่งสไลด์ดิงโหมด ซึ่งผู้เขียนเอกสารนี้เรียกกรณีที่เวลาชักตัวอย่างน้อยกว่าค่าที่กำหนดว่าเป็นเงื่อนไขที่เพียงพอของการเกิดปรากฏการณ์กึ่งสไลด์ดิงโหมด

จากงานวิจัยที่ผ่านมาจะสังเกตเห็นได้ว่า งานที่ศึกษาเกี่ยวกับระบบควบคุมไม่ต่อเนื่องเชิงเวลาแบบปรับเปลี่ยนโครงสร้างของตัวควบคุมได้ยังมีอยู่ค่อนข้างน้อยและยังไม่มีการศึกษาความสัมพันธ์ของเวลาชักตัวอย่างกับการแกว่งอย่างจริงจัง นอกจากในบางเอกสารที่กล่าวว่าเมื่อเวลาชักตัวอย่างลดลง การแกว่งจะลดลงตาม และเมื่อเวลาชักตัวอย่างลดลงจนเป็นศูนย์ ระบบควบคุมไม่ต่อเนื่องเชิงเวลาแบบปรับเปลี่ยนโครงสร้างของตัวควบคุมได้ จะกลายเป็นระบบควบคุมต่อเนื่องเชิงเวลาแบบปรับเปลี่ยนโครงสร้างของตัวควบคุมได้เท่านั้น

ดังนั้นในงานวิจัยที่สามารถทำได้คือ การหาวิธีลดขนาดของการแกว่งและหาขอบเขตของการแกว่งที่อาจจะสัมพันธ์กับพารามิเตอร์บางตัว ซึ่งในกรณีนี้จะพิจารณาการแกว่งจากสมการ (2-2) หรือ $s = c'.x$ เป็นหลัก เนื่องจากสมการนี้มีสเตททุกสเตทแฝงอยู่ภายในอยู่แล้ว และใช้วิธีการออกแบบระบบควบคุมแบบปรับเปลี่ยนโครงสร้างของตัวควบคุมได้ ในโดเมนเวลาต่อเนื่องให้เรียบร้อยก่อนแล้วจึงมาทำการแปลงให้ไปอยู่ในโดเมนเวลาไม่ต่อเนื่องต่อไป

การแกว่งของระบบควบคุมไม่ต่อเนื่องเชิงเวลาแบบปรับเปลี่ยนโครงสร้างของตัวควบคุมได้

จากงานวิจัยที่มีการทำมาในอดีตพบว่าขนาดของการแกว่งในระบบควบคุมไม่ต่อเนื่องเชิงเวลาแบบปรับเปลี่ยนโครงสร้างของตัวควบคุมได้ มีความสัมพันธ์กับเวลาชักตัวอย่างคือ เมื่อลดเวลาชักตัวอย่างลงขนาดของการแกว่งจะลดลงตามและเมื่อเวลาชักตัวอย่างลดลงจนเป็นศูนย์ ระบบควบคุมไม่ต่อเนื่องเชิงเวลาแบบปรับเปลี่ยนโครงสร้างของตัวควบคุมได้จะเปลี่ยนเป็นระบบควบคุมต่อเนื่องเชิงเวลาแบบปรับเปลี่ยนโครงสร้างของตัวควบคุมได้

เนื่องจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ใช้วิธีการออกแบบระบบควบคุมแบบปรับเปลี่ยนโครงสร้างของตัวควบคุมได้ในโดเมนเวลาต่อเนื่องก่อน แล้วจึงทำการแปลงระบบไปอยู่ในโดเมนเวลาไม่ต่อเนื่อง ดังนั้นจากสมการที่ (2-8) ถึง (2-13) เขียนสมการสเตทในโดเมนเวลาต่อเนื่องได้ว่า

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{L}.\mathbf{x} \qquad (3\text{-}1)$$

เมื่อเมตริกซ์ **L** ซึ่งมีมิติเท่ากับ n*n คือเมตริกซ์ที่เกิดจากการป้อนกลับระบบดังสมการที่ (2-8) ด้วยสัญญาณควบคุมดังสมการที่ (2-12) แล้วจึงทำการแปลงระบบไปอยู่ในโดเมนเวลาไม่ต่อเนื่องตามวิธีดังภาคผนวกที่ ก ได้ว่า

$$\mathbf{x}(k+1) = e^{\mathbf{L}.T}.\mathbf{x}(k) \qquad (3\text{-}2)$$

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{M}(T).\mathbf{x}(k) \qquad (3\text{-}3)$$

เมื่อ **M** คือเมตริกซ์ที่มีมิติเท่ากับ n*n และ T คือเวลาชักตัวอย่าง สังเกตได้ว่าเมตริกซ์ **M** ขึ้นกับเวลาชักตัวอย่าง และจากสวิตชิงฟังก์ชันในโดเมนเวลาต่อเนื่อง

$$\mathbf{s} = \mathbf{c}'.\mathbf{x}$$

ซึ่งสามารถเขียนในโดเมนเวลาไม่ต่อเนื่องได้ว่า

$$\mathbf{s}(k) = \mathbf{c}'.\mathbf{x}(k) \qquad (3\text{-}4)$$

เนื่องจากการแกว่งในระบบควบคุมไม่ต่อเนื่องเชิงเวลาแบบปรับเปลี่ยนโครงสร้างของตัวควบคุมได้ส่วนใหญ่มีผลมาจากการที่ระบบไม่สามารถเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุมได้จนกว่าจะถึงจังหวะการชักตัวอย่างจังหวะต่อไป เมื่อพิจารณา

รอบๆและใกล้ๆพื้นผิวสวิตชิงจะเห็นได้ว่า ถ้าสเตทเดินทางมาจากส่วนที่ค่าของสวิตชิงฟังก์ชันมีค่าเป็นบวก การเกิดการแกว่งคือการที่สเตทเดินทางมาถึงพื้นผิวสวิตชิงแล้วเดินทางเลยไปยังส่วนที่สวิตชิงฟังก์ชันมีค่าเป็นลบ โดยที่สัญญาณควบคุมไม่สามารถเปลี่ยนแปลงได้ทันทีเพื่อบังคับให้สเตทเดินทางอยู่บนพื้นผิวสวิตชิง ดังนั้นในกรณีที่เกิดการแกว่งสูงสุดคือการที่สเตทอยู่บนพื้นผิวสวิตชิงแล้ว สัญญาณควบคุมไม่สามารถเปลี่ยนแปลงไปอยู่ในรูปแบบที่เหมาะสมได้ ต้องรอให้ถึงจังหวะการชักตัวอย่างถัดไปเสียก่อนและสเตทเดินทางออกไปในทิศทางตั้งฉากกับพื้นผิวสวิตชิง

สมมุติให้ที่เวลา k เป็นเวลาที่สเตทอยู่บนพื้นผิวสวิตชิง ดังนั้น

$$\mathbf{s}(k) = \mathbf{c}'.\mathbf{x}(k) = 0 \tag{3-5}$$

ดังนั้นที่เวลาถัดไปคือเวลาที่ k+1 สเตทของระบบจะเดินทางออกจากพื้นผิวสวิตชิงโดยมีทางเดินของสเตทเป็นแบบใดๆขึ้นกับคุณสมบัติของระบบ ดังนั้นจากสมการที่ (3-3) เราสามารถทราบได้ว่าสเตทจะเดินทางไปยังจุด $\mathbf{x}(k+1)$ ในปริภูมิสเตทโดยมีทิศทางซึ่งหาได้จากสมการ

$$\mathbf{d} = \mathbf{x}(k+1) - \mathbf{x}(k) \tag{3-6}$$

$$= \mathbf{M}(T).\mathbf{x}(k) - \mathbf{x}(k)$$

$$\mathbf{d} = [\mathbf{M}(T) - \mathbf{I}].\mathbf{x}(k) \tag{3-7}$$

และขนาดของเวกเตอร์ $\mathbf{d}$ คือระยะทางที่วัดจากจุด $\mathbf{x}(k)$ ไปยังจุด $\mathbf{x}(k+1)$ สมมุติให้ $\|\mathbf{d}\|$ เป็นขนาดของเวกเตอร์ $\mathbf{d}$ ดังนั้นขอบเขตการแกว่งสูงสุดคือค่าสวิตชิงฟังก์ชันของสเตท $\mathbf{x}$ ที่เกิดจากการที่สเตท $\mathbf{x}$ เดินทางในทิศทางตั้งฉากกับพื้นผิวสวิตชิงด้วยระยะทางเท่ากับ $\|\mathbf{d}\|$ ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\mathbf{x}_{max}(k+1) = \|\mathbf{d}\|.\mathbf{u}_{\perp} + \mathbf{x}(k) \tag{3-8}$$

เมื่อ $\mathbf{u}_{\perp}$ เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางตั้งฉากกับพื้นผิวสวิตชิง และจะได้ว่า

$$\mathbf{s}_{max}(k+1) = \mathbf{c}'.\mathbf{x}_{max}(k+1)$$

$$= \mathbf{c}'.[\|\mathbf{d}\|.\mathbf{u}_{\perp} + \mathbf{x}(k)] \tag{3-9}$$

เห็นได้ว่าขอบเขตของการแกว่งของระบบควบคุมไม่ต่อเนื่องเชิงเวลาแบบปรับเปลี่ยนโครงสร้างของตัวควบคุมได้จะสัมพันธ์กับค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของระบบในโดเมนเวลาต่อเนื่องและเวลาชักตัวอย่างรวมทั้งค่าสเตทบนพื้นผิวสวิตชิงด้วย

นอกจากวิธีดังการดังกล่าวแล้ว ถ้าผู้ออกแบบไม่ต้องการที่จะคำนวณหาค่าของเมตริกซ์ **M**(T) ก็สามารถเขียนสมการขอบเขตในรูปแบบอื่นๆได้อีกเช่น

สมมุติให้สเตทที่เวลา k-1 และ k นั้นอยู่ก่อนถึงพื้นผิวสวิตชิงที่พิจารณาหาขอบเขตและให้เวกเตอร์ **dd** เป็นเวกเตอร์ที่เกิดจาก

$$\mathbf{dd} = \mathbf{x}(k) - \mathbf{x}(k-1) \tag{3-10}$$

สมมุติให้ $\mathbf{x}_p$ เป็นสเตทที่อยู่บนเส้นทางเดินของระบบจาก $\mathbf{x}(k)$ ไปยัง $\mathbf{x}(k+1)$ และอยู่บนพื้นผิวสวิตชิง ดังนั้น

$$\mathbf{x}_{max}(k+1) = \|\mathbf{dd}\|.\mathbf{u}_{\perp} + \mathbf{x}_p \tag{3-11}$$

และ

$$\begin{aligned} s_{max}(k+1) &= \mathbf{c}'.\mathbf{x}_{max}(k+1) \\ &= \mathbf{c}'.\left[\|\mathbf{dd}\|.\mathbf{u}_{\perp} + \mathbf{x}_p\right] \end{aligned} \tag{3-12}$$

ในกรณีนี้ขอบเขตการแกว่งของระบบควบคุมไม่ต่อเนื่องเชิงเวลาแบบปรับเปลี่ยนโครงสร้างของตัวควบคุมได้จะสัมพันธ์กับการขจัดระหว่างสเตทที่เวลา k-1 และที่เวลา k ประกอบกับสเตทบนพื้นผิวสวิตชิง ซึ่งค่าต่างๆเหล่านี้ มีความสัมพันธ์กับพารามิเตอร์ของระบบในโดเมนเวลาต่อเนื่องและเวลาชักตัวอย่าง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย