บทที่ 2

ทฤษฎีเกี่ยวกับการลดลงของนิวตรอน

นิวตรอนเป็นอนุภาคที่เป็นกลางทางไฟฟ้า มีอำนาจทะลุทะลวงสูงมาก และก่อให้เกิดรังสีทุติยภูมิได้อีกเมื่อผ่านเข้าไปในตัวกลาง จึงจำเป็นต้องศึกษาการสร้างเกราะกำบังรังสี เพื่อลดความแรงรังสีให้อยู่ในระดับที่ปลอดภัย

2.1 <u>แหล่งกำเนิดนิวตรอน</u>

แหล่งกำเนิดนิวตรอน (neutron source) อาจได้มาจาก ปฏิกิริยาหลายแบบ เช่น

2.1.1 ปฏิกิริยา (α,n) เมื่อใช้อนุภาคแอลฟายิงเข้าไปในธาตุเบริลเลียม (Beryllium) ปฏิกิริยาเกิดขึ้นดังสมการ (2.1) ซึ่งจะได้นิวตรอนออกมา

$$^{9}_{4}Be + ^{4}_{2}He \longrightarrow ^{12}_{6}C + ^{1}_{o}n \qquad (2.1)$$

2.1.2 ปฏิกิริยา (γ,n) ซึ่งเป็นแหล่งกำเนิด โฟโตนิวตรอน (photoneutron source) เมื่อใช้รังสีแกมมายิงเข้าไปในนิวเคลียสของดิวเทอเรียม (Deuterium) จะได้นิวตรอนที่มีพลังงานเดียว (monoenergetic neutron) ปฏิกิริยานี้เป็นไปตามสมการ (2.2)

$$^{2}_{1}H + \gamma \longrightarrow ^{1}_{o}n + ^{1}_{1}H \qquad (2.2)$$

2.1.3 การเกิดฟิชชันขึ้นเอง (Spontaneous fission) สารที่ใช้เป็นแหล่งกำเนิดได้ คือ แคลิฟอร์เนียม (Californium-252) ซึ่งมี ครึ่งชีวิต 2.65 ปี

2.1.4 เครื่องกำเนิดนิวตรอน (neutron generator) ให้นิวตรอนที่มีพลังงาน เดียว และมีพลังงานสูง ได้จากปฏิกิริยา (d,n) ของธาตุเบา เช่น D(d,n) , T(d,n) , Li(d,n) และ Be(d,n)

2.1.5 เครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์ (nuclear reactor) ซึ่งจะมีนิวตรอนเกิดขึ้น เนื่องจากปฏิกิริยาแตกตัว (fission) ของธาตุบางชนิด เช่น U-235 , U-233 , Pu-239 ฯลฯ

2.2 ปฏิกิริยาระหว่างนิวตรอนและสสาร

เนื่องจากนิวตรอนเป็นอนุภาคที่ไม่มีประจุ จึงสามารถวิ่งผ่านกลุ่มอิเลคตรอนที่อยู่รอบนิวเคลียสเข้าไปชนและทำปฏิกิริยาโดยตรงกับนิวเคลียสได้ ทำให้เกิดการกระจัดกระจายของนิวตรอน (neutron scattering) และเกิดการดูดจับนิวตรอน (neutron absorption)

ชนิดของปฏิกิริยาระหว่างนิวตรอนและสสาร

2.2.1 การกระจัดกระจายแบบยืดหยุ่น (elastic scattering) นิวตรอนเข้าชนกับนิวเคลียสของสสาร แล้วนิวตรอนกระจัดกระจายออกไป โดยที่ระดับพลังงานของนิวเคลียสไม่เปลี่ยนแปลง พลังงานและโมเมนตัมของระบบคงที่

2.2.2 การกระจัดกระจายแบบไม่ยืดหยุ่น (inelastic scattering) เกิดเมื่อนิวตรอนพลังงานสูงชนกับนิวเคลียสหนักและเสียพลังงานไป นิวเคลียสจะอยู่ในสถานะถูกกระตุ้น (excited state) และสลายตัวให้โฟตอน 1-2 ตัว เพื่อลดระดับพลังงานลงสู่ระดับปกติ

2.2.3 การจับนิวตรอนแล้วให้รังสีแกมมา (radiative capture) โดยนิวเคลียสจะจับนิวตรอนที่วิ่งเข้าชนไว้ และจะคายพลังงานออกมาในรูปของรังสีแกมมา

2.2.4 การจับนิวตรอนแล้วให้อนุภาคที่มีประจุออกมา (capture with charged particle emission) เช่น (n,α) และ (n,p) ปฏิกิริยานี้เกิดกับธาตุเบา

2.2.5 ปฏิกิริยาที่ให้นิวตรอน (neutron producing reaction) เช่น (n,2n) และ (n,3n) ปฏิกิริยานี้พบในเครื่องปฏิกรณ์ที่ประกอบด้วยน้ำชนิดหนัก (heavy water) D_2O หรือเบริลเลียม เนื่องจาก D และ Be มีนิวตรอนยึดเหนี่ยวอยู่อย่างหลวม ๆ ในนิวเคลียส ทำให้นิวตรอนหลุดออกมาจากนิวเคลียสในขณะที่เกิดปฏิกิริยาได้ง่าย

2.2.6 ฟิชชัน (Fission) นิวตรอนที่มีพลังงานเหมาะสม เมื่อถูกอะตอมของเชื้อเพลิงนิวเคลียร์เช่น U-235 , U-233 , Pu-239 และ Pu-241 ดูดกลืนเข้าไป จะทำให้นิวเคลียสของเชื้อเพลิงนิวเคลียร์เกิดแตกตัวให้ fission product และนิวตรอนพลังงานสูง 2-3 ตัวต่อการแตกตัวของเชื้อเพลิงนิวเคลียร์ 1 อะตอม พร้อมกับให้พลังงานจำนวนมาก

2.3 ทฤษฎีการแพร่กระจายของนิวตรอน

เมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงทางนิวเคลียร์ นิวตรอนอิสระที่เกิดขึ้นจะชนกับนิวไคลด์ของตัวกลางจนในที่สุดจะถูกดูดจับไป ในการชนแต่ละครั้งนั้นนิวตรอนจะกระจัดกระจายไปโดยทำมุมต่าง ๆ กันตามพลังงานและลักษณะการชน ดังนั้นเมื่อนิวตรอนผ่านไปในตัวกลางจึงมีทางเดินที่ไม่แน่นอน เพราะฉะนั้นการศึกษาการแพร่กระจายของนิวตรอนจึงต้องพิจารณาเป็นส่วนรวม โดยหาการแพร่กระจายของนิวตรอนเฉลี่ยในหน่วยปริมาตรซึ่งขึ้นกับพลังงานของนิวตรอน ทิศทางการเคลื่อนที่ในแต่ละหน่วยปริมาตรนั้นและเวลา

ในตัวกลางที่เป็นเนื้อเดียวกัน (homogeneous medium) และมีคุณสมบัติในการดูดจับน้อย นิวตรอนจะกระจายไปในทิศทางต่าง ๆ เหมือน ๆ กัน (isotropic diffusion) ซึ่งโอกาสที่นิวตรอนที่จุดใด ๆ ในปริมาตรแพร่กระจายในทิศทางต่าง ๆ มีค่าเท่ากับทุกทิศทุกทาง ส่วนที่ใกล้ ๆ ขอบนอกของตัวกลาง หรือใกล้แหล่งกำเนิดของนิวตรอนและตัวกลางที่มีอำนาจการดูดจับนิวตรอนสูง นิวตรอนจะแพร่กระจายในแต่ละทิศทางไม่เหมือนกัน (nonisotropic diffusion) เนื่องจากนิวตรอนเคลื่อนที่ไปในทิศทางที่เป็นแหล่งกำเนิด และตัวดูดกลืนมากกว่าทิศทางอื่น

เมื่อพิจารณานิวตรอนในตัวกลางขนาดใหญ่ และมีอำนาจการดูดจับน้อย นิวตรอนจะอยู่ในสภาวะสมดุลย์เชิงความร้อนกับตัวกลางนั้นเป็นไปตามสมการของแมกซ์เวล(Maxwell's equation) [6]

$$n(E)\,dE = \frac{2n_{th}}{\sqrt{\pi}\,kT}\sqrt{\frac{E}{kT}}\;e^{-E/kT}\,dE \qquad (2.3)$$

เมื่อ n_{th} เป็นความหนาแน่นของเทอร์มัลไลซ์นิวตรอนทั้งหมด

k เป็นค่าคงที่ของโบลซ์มานน์ (Boltzmann's constant) มีค่าเท่ากับ 1.38×10^{-23} จูลต่อองศาเคลวิน หรือ 8.62×10^{-5} อิเลคตรอนโวลต์ต่อองศาเคลวิน

เมื่อพิจารณาในหน่วยปริมาตรใด ๆ นิวตรอนมีความหนาแน่นไม่คงที่ มีการเคลื่อนที่จากบริเวณที่มีนิวตรอนจำนวนมากไปยังที่ที่มีจำนวนน้อยกว่า ผลต่างของความหนาแน่นของนิวตรอน คือกระแสของการแพร่กระจาย (diffusion current)

ในกรณีของ isotropic diffusion จำนวนนิวตรอนที่กระจายผ่านหนึ่งหน่วยพื้นที่ในหนึ่งหน่วยเวลา เป็นสัดส่วนกับความหนาแน่นของนิวตรอนต่อหน่วยระยะทาง (density gradient) และนิวตรอนที่พิจารณาเป็นนิวตรอนพลังงานเดียว

$$j = D_o \text{ grad } n \qquad (2.4)$$

เมื่อ j เป็นจำนวนนิวตรอนสุทธิที่ผ่านหนึ่งหน่วยพื้นที่ในหนึ่งหน่วยเวลา มีทิศทางตั้งฉากกับพื้นที่นั้น

D_o เป็นค่าสัมประสิทธิ์ของการกระจาย

ถ้าพิจารณาในรูปฟลักซ์ของนิวตรอน

$$j = -D \text{ grad } \phi \qquad (2.5)$$

เมื่อ D เป็นค่าคงที่การกระจายของฟลักซ์ของนิวตรอน

มีค่าเท่ากับ $1/3(\Sigma_t - \Sigma_s \bar{\mu}_o)$

Σ_t เป็นโอกาสที่เกิดอันตรกิริยาทั้งหมดของตัวกลางกับนิวตรอน

Σ_s เป็นโอกาสที่เกิดอันตรกิริยาที่ทำให้นิวตรอนกระจัดกระจายไป

μ_o เป็นค่าโคซายน์เฉลี่ยของมุมที่นิวตรอนเบี่ยงเบนไปต่อการชน 1 ครั้ง

ในหน่วยปริมาตรใด ๆ ถ้าต้องการทราบนิวตรอนในระบบ ต้องพิจารณาจากสมการการสมดุลย์ของนิวตรอน

นั่นคือ

$$\frac{dn}{dt} = \text{production} - \text{leakage} - \text{absorption} \qquad (2.6)$$

เมื่อระบบอยู่ในสภาวะคงที่ (steady state)

$$\frac{dn}{dt} = 0$$

การไหลผ่านของนิวตรอนต่อหน่วยปริมาตรต่อวินาที $= - D\nabla^2 \phi$

ดังนั้น

$$\frac{dn}{dt} = D\nabla^2 \phi - \Sigma_a \phi + S \qquad (2.7)$$

ซึ่งเป็นสมการการกระจายของนิวตรอนที่นำไปเป็นหลักในการคำนวณ

2.4 วิธีการคำนวณแบบหลายพวก

วิธีหนึ่งพวก(one-group method) เป็นวิธีการกะประมาณคุณสมบัติของเครื่องปฏิกรณ์แบบวิกฤต (critical reactor) ที่ให้ผลเพียงหยาบ ๆ เท่านั้น การที่จะได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้อง

แน่นอนกว่าจะต้องใช้การคำนวณแบบหลายพวก(multigroup) ก่อนที่จะตั้งสมการหลายพวกสำหรับเครื่องปฏิกรณ์แบบวิกฤตหนึ่ง ๆจะต้องกำหนดกลุ่มค่าคงที่ (group constants) ใหม่ 3 กลุ่มขึ้นซึ่งได้แก่

Σ_{fg} = ค่าภาคตัดขวางมหภาคเฉลี่ยสำหรับการเกิดฟิชชันของกลุ่มที่ g

ν_g = จำนวนเฉลี่ยของฟิชชันนิวตรอนที่ปล่อยออกมา ซึ่งเป็นผลของปฏิกิริยาฟิชชันจากนิวตรอนในกลุ่มที่ g

χ_g = ค่าสัดส่วนของฟิชชันนิวตรอนซึ่งถูกแผ่ออกไปด้วยพลังงานต่าง ๆ ในกลุ่มที่ g

จำนวนของฟิชชันต่อลูกบาศก์เซนติเมตรต่อวินาที ในกลุ่มที่ h ขณะนี้สามารถเขียนได้เป็น $\Sigma_{fh}\phi_h$ เมื่อ ϕ_h เป็นฟลักซ์ในกลุ่มที่ h ผลของฟิชชันนี้จะทำให้นิวตรอนปริมาณ $\nu_h\Sigma_{fh}\phi_h$ ถูกปล่อยออกมา จำนวนของนิวตรอนทั้งหมดที่แผ่ออกมาทุก ๆ กลุ่มจะมีค่าเป็น $\Sigma\nu_h\Sigma_{fh}\phi_h$ ถ้าสัดส่วน χ_g ของนิวตรอนเหล่านี้ปรากฏขึ้นในกลุ่มที่ g เทอมของพลังงาน (source term) S_g สำหรับสมการหลายพวก กลุ่มที่ g จะเท่ากับ

$$S_g = \chi_g \sum_{h=1} \nu_h \Sigma_{fh} \phi_h \qquad (2.8)$$

โดยการแทนค่าสมการ (2.8) นี้ลงในสมการ steady-state diffusion สำหรับนิวตรอนกลุ่มที่ g จะได้

$$D_g \nabla^2 \phi_g - \Sigma_{ag}\phi_g - \sum_{h=g+1} \Sigma_{g\to h}\phi_g + \sum_{h=1}^{g-1} \Sigma_{h\to g}\phi_h$$

$$+ \chi_g \sum_{h=1} \nu_h \Sigma_{fh}\phi_h = 0 \qquad (2.9)$$

สมการ (2.9) นี้เป็นสมการกลุ่มที่ g ในชุดของสมการหลายพวก N สมการ

สำหรับเครื่องปฏิกรณ์ธรรมดาซึ่งมีหลายบริเวณที่คุณสมบัติของวัสดุแตกต่างกัน จะมีชุดของสมการชุดหนึ่งซึ่งเหมือนกับชุดของสมการที่แทนด้วยสมการ (2.9) สำหรับแต่ละบริเวณ ในกรณีนี้จำเป็นต้องแก้สมการต่าง ๆ ในแต่ละบริเวณและต้องให้เป็นไปตามสภาพเงื่อนไขที่ทุก ๆ ผิวรอยต่อเช่นเดียวกับที่ผิวรอยต่อของเครื่องปฏิกรณ์ ในทางปฏิบัติ ขั้นตอนนี้สามารถใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ในการแก้สมการหลายพวกได้

สำหรับเครื่องปฏิกรณ์แบบอนันต์ (infinite reactor) ค่าฟลักซ์ต่าง ๆ ไม่ขึ้นอยู่กับตำแหน่ง ϕ_g = ค่าคงที่ ,$\nabla^2\phi_g = 0$ และสมการหลายพวกจะลดรูปเป็นชุดของสมาการพีชคณิตเชิงเส้นที่มีสัมประสิทธิ์คงที่ในตัวแปรไม่ทราบค่า ϕ_1 , ϕ_2 ,...., ϕ_N เนื่องจากสมการเหล่านี้เป็นสมการเอกพันธ์ (homogeneous equation) ตามกฎของเครเมอร์ (Cramer's Rule) จะไม่มีค่าตอบอื่นใดนอกเหนือจากค่า $\phi_1 = \phi_2 = ... = \phi_N = 0$ ยกเว้นเมื่อดีเทอร์มิแนนท์ (determinant) ของสัมประสิทธิ์ของฟลักซ์มีค่าเท่ากับศูนย์ ซึ่งเป็นข้อกำหนดสำหรับสภาวะวิกฤตของระบบไม่สิ้นสุด เมื่อมีการเปลี่ยนความเข้มข้นของเชื้อเพลิง ค่าของดีเทอร์มิแนนท์สามารถเปลี่ยนไปด้วยเช่นกัน สำหรับระบบวิกฤตความเข้มข้นที่ค่าดีเทอร์มิแนนท์เป็นศูนย์ คือส่วนผสมที่ทำให้เกิดสภาวะวิกฤตขนาดสัมพันธ์ของฟลักซ์ ϕ_1 , ϕ_2 ,... สามารถหาได้โดยการแก้สมการเชิงเส้นแบบหลายพวกโดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์ที่คำนวณได้ที่องค์ประกอบวิกฤต สำหรับค่าสัมบูรณ์ของฟลักซ์นั้นไม่สามารถจะหาได้ เพราะว่ามีค่าขึ้นอยู่กับระดับกำลังของเครื่องปฏิกรณ์ ส่วนค่าสัมประสิทธิ์ต่าง ๆ ของฟลักซ์ก็เพียงพอต่อการหาการกระจายของพลังงานนิวตรอน หรือสเปคตรัมของนิวตรอนในเครื่องปฏิกรณ์

การคำนวณสเปคตรัมของนิวตรอนในเครื่องปฏิกรณ์แบบอนันต์สามารถใช้ในการออกแบบเครื่องปฏิกรณ์ดังนี้ เนื่องจากสมกรหลายพวกสำหรับเครื่องปฏิกรณ์แบบจำกัดหลายบริเวณมีความซับซ้อนจึงทำให้เวลาที่คอมพิวเตอร์ใช้ในการคำนวณแบบหลายพวกสำหรับกลุ่มต่าง ๆ หลายกลุ่มจึงสิ้นเปลืองมาก โดยเฉพาะอย่างยิ่งในขั้นต้นของการออกแบบเครื่องปฏิกรณ์ เพราะการ

คำนวณเหล่านี้ต้องกระทำซ้ำ ๆ กับตัวแปรของการออกแบบที่เปลี่ยนไป ดังนั้นเพื่อให้ง่ายต่อการปฏิบัติมากขึ้น ในการคำนวณการออกแบบเริ่มแรกสำหรับเครื่องปฏิกรณ์แบบจำกัดกระทำโดยใช้จำนวนกลุ่มน้อย ๆ แต่ใช้ค่าคงที่ที่คำนวณโดยใช้สเปคตรัมของนิวตรอนที่หาได้จากการคำนวณแบบหลายพวกของจำนวนกลุ่มใหญ่ ๆ สำหรับเครื่องปฏิกรณ์แบบอนันต์ เมื่อมีการออกแบบเครื่องปฏิกรณ์ที่เป็นสากลใหญ่ ๆ การคำนวณ space-dependent ของหลายพวกจำเป็นที่จะต้องศึกษาเนื่องจากจะทำให้การหาค่ามวลวิกฤต ฟลักซ์ และการกระจายกำลังรวมทั้งคุณสมบัติอื่น ๆ ของระบบมีความถูกต้อง

2.5 วิธีการคำนวณแบบรีมูฟเวล-ดิฟฟิวชัน

การออกแบบเกราะกำบังที่สมบูรณ์โดยปกติต้องการความรู้เรื่องการกระจายของนิวตรอนทุกกลุ่มในที่ว่างซึ่งรวมทั้งเทอร์มัลนิวตรอนด้วย ทั้งนี้เนื่องจากการกระจายดังกล่าวจะพิจารณาแหล่งกำเนิดของ inelastic and capture γ - rays การกระจายเหล่านี้ได้กำหนดให้มีขึ้นโดยวิธีรีมูฟเวล-ดิฟฟิวชัน ซึ่งเป็นการรวมการคำนวณรีมูฟเวล-แอทเทนูเอชันกับการคำนวณแบบหลายพวกเข้าด้วยกัน

วิธีรีมูฟเวล-ดิฟฟิวชัน ได้พัฒนากันมานานนับเป็นปี ๆ และวิธีเหล่านี้ส่วนมากนิวตรอนในเกราะกำบังจะถูกแบ่งออกเป็น 3 กลุ่มใหญ่ ๆ กลุ่มแรกจะประกอบด้วยนิวตรอนเร็ว (fast neutron ที่มีพลังงานเกิน 6 MeV ขึ้นไป นิวตรอนเหล่านี้สามารถทะลุทะลวงในเกราะกำบังได้ลึกที่สุด และกลุ่มของนิวตรอนนี้เรียกว่า กลุ่มรีมูฟเวลนิวตรอน (removal group neutron) นิวตรอนในกลุ่มที่สองเป็นนิวตรอนที่กระเด็นออกจากกลุ่มรีมูฟเวล เนื่องจากการชนกับใบเกราะกำบังรวมทั้งนิวตรอนซึ่งรั่วไหลออกจากแกนของแหล่งกำเนิดด้วย นิวตรอนในกลุ่มนี้จะมีการแพร่กระจายและเคลื่อนที่ช้าลง ซึ่งเป็นผลมาจากการชนกันมากเกินไปคล้ายกับนิวตรอนในเครื่องปฏิกรณ์ นิวตรอนเหล่านี้เรียกว่า นิวตรอนที่มีพลังงานปานกลาง (intermediate neutrons) กลุ่มที่สามประกอบด้วยนิวตรอนที่มีอุณหภูมิสูงขึ้นและแพร่กระจายเป็นเทอร์มัลนิวตรอน (thermal neutrons)

ในการคำนวณรีมูฟเวล-ดิฟฟิวชัน กลุ่มรีมูฟเวลนิวตรอนจะถูกแบ่งออกเป็น N กลุ่ม และ และ นิวตรอนพลังงานปานกลางจะถูกแบ่งออกเป็น M กลุ่ม พร้อมกับเทอร์มัลนิวตรอนอีกหนึ่งกลุ่ม ดังแสดงในรูป 2.1 คราวนี้พิจารณากลุ่มพลังงานปานกลาง (intermediate group) กลุ่มที่ g ใด ๆ ดังในหัวข้อ 2.3 นิวตรอนที่เกิดขึ้นจากการชนใน intermediate group ที่สูงกว่า และในกลุ่มรีมูฟเวล (removal group) จะหายไปจากกลุ่มนี้ เป็นผลมาจากการดูดกลืน และ ที่ g จากกลุ่มรีมูฟเวลกลุ่มที่ h โดยใช้เครื่องหมายสัญลักษณ์ (notation) ของสมการหลายพวกของหัวข้อ 2.3 สมการดิฟฟิวชัน สำหรับกลุ่มที่ g คือ

$$D_g\nabla^2\phi_g - \Sigma_{ag}\phi_g - \sum_{g'>g}\Sigma_{g\to g'}\phi_g + \sum_{g'<g}\Sigma_{g'\to g}\phi_{g'} + \sum_{h=1}^{N} S_{h\to g} = 0 \qquad (2.10)$$

เทอมที่สองในสมการนี้แสดงการดูดกลืนจริงของนิวตรอนในกลุ่มที่ g เทอมที่สามเป็นจำนวนนิวตรอนทั้งหมดที่กระจัดกระจายออกจากกลุ่มนี้ เทอมที่สี่เป็นนิวตรอนที่กระจัดกระจายเข้าสู่กลุ่มที่ g ซึ่งเป็นผลของการชนกันในกลุ่มพลังงานปานกลางที่พลังงานสูงกว่า และเทอมสุดท้ายเป็นแหล่งกำเนิดนิวตรอนที่กระจัดกระจายเข้าสู่กลุ่มที่ g จากการชนกันของนิวตรอนปฐมภูมิ (primary neutrons) ดังนั้นสมการสำหรับเทอร์มัลนิวตรอน คือ

$$\bar{D}\nabla^2\phi_T - \bar{\Sigma}_a\phi_T + \sum\Sigma_{g\to T}\phi_g = 0 \qquad (2.11)$$

เทอมสุดท้ายในสมการนี้เป็นจำนวนนิวตรอนที่มีพลังงานอยู่ในกลุ่มพลังงานต่ำต่อลูกบาศก์เซนติเมตรต่อวินาที ปริมาณ $S_{h\to g}$ จะคำนวณหาได้ในลักษณะดังต่อไปนี้ เริ่มแรก (removal group transfer cross section $\Sigma_{R,h\to g}$ จะถูกกำหนดขึ้นซึ่งมีค่าเท่ากับโอกาสต่อต่อหนึ่งหน่วยความยาวของทางเดิน (path length) ซึ่งนิวตรอนตัวหนึ่งในกลุ่มรีมูฟเวลกลุ่มที่ h จะเกิดการชนกันแล้วพลังงานลดลงไปเป็นกลุ่มพลังงานปานกลาง กลุ่มที่ g ค่าภาคตัดขวางรีมูฟเวล (removal cross section) ทั้งหมดสำหรับกลุ่มที่ h มีค่าเท่ากับ

$$\Sigma_{Rh} = \sum_{g=1}^{N}\Sigma_{R,h\to g}$$

ซึ่งเป็นโอกาสต่อหนึ่งหน่วยความยาวของทางเดินซึ่งนิวตรอนตัวหนึ่งในกลุ่มที่ h จะมีการชนกันแล้วเปลี่ยนไปอยู่ในกลุ่มพลังงานปานกลางใด ๆ ดังนั้น $S_{h\to g}$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันของตำแหน่ง r จะกำหนดให้ด้วยอินทิกรัล (integral)

$$S_{h\to g}(r) = \frac{1}{4\pi}\int \frac{S(r')\sum_{R,h\to g} e^{-(\Sigma_{Rh}|r-r'|)total}\, dV'}{|r-r'|^2} \qquad (2.12)$$

ในสมการนี้ S(r') เป็นจำนวนฟิชชันนิวตรอนที่แพร่กระจายออกไปต่อลูกบาศก์เซนติเมตรต่อวินาทีที่จุด r' ในแกนของแหล่งกำเนิด และ

$$(\Sigma_{Rh}|r-r'|)_{total}$$

จะมีค่าเท่ากับจำนวนระยะทางเฉลี่ยอิสระ (mean free path) ทั้งหมดจากจุด r' ไปยังจุด r สำหรับ neutron ในกลุ่มที่ h สมการ(2.12) เกือบจะแสดงให้เห็นว่า $S_{h\to g}$ เท่ากับฟลักซ์ของนิวตรอนที่ไม่ถูกชน (uncollided flux) ในกลุ่มที่ h ที่จุด r ใด ๆ คูณกับค่าภาคตัดขวางสำหรับการชนกันครั้งหนึ่งซึ่งลดพลังงานของนิวตรอนไปเป็นกลุ่มที่ g

ดังนั้นในการคำนวณแบบหลายพวกใด ๆ การคำนวณต่าง ๆ ต้องกระทำด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ ขั้นตอนการคำนวณเหล่านี้สรุปได้พอสังเขปดังนี้ ขั้นแรกเป็นการคำนวณปริมาณ $S_{h\to g}$ โดยการหาค่าอินทิกรัล ในสมการที่(2.12) ขั้นต่อไปจะคำนวณจากเทอมแรกของสมการ กลุ่มพลังงานปานกลางซึ่งเกี่ยวข้องกับฟลักซ์กลุ่มที่ 1 (single group flux) เพื่อหาค่า ϕ_1 จากนั้นค่าของ ϕ_1 นี้จะใส่เข้าไปในสมการฟลักซ์กลุ่มที่ 2 (second group flux) ด้วย เพื่อทำการหาค่า ϕ_2 ขั้นตอนนี้จะกระทำซ้ำจนกว่าจะครบกลุ่มฟลักซ์ทั้งหมด (group flux) ซึ่งรวมทั้งเทอร์มัลฟลักซ์ (thermal flux) ด้วย ในการคำนวณต่าง ๆ ข้างต้นนี้ โดยปกติจะโดยปกติจะเริ่มทำการคำนวณที่ผิวรอยต่อ (interface) ระหว่างแกนเครื่องปฏิกรณ์ (reactor core) กับตัวสะท้อนนิวตรอน (neutron reflection) ที่สภาพเงื่อนไขของขอบเขตความ

ต่อเนื่อง (boundary conditions continuity) ของฟลักซ์และกระแสการไหลของนิวตรอน สอดคล้องกับผลของการคำนวณจากสมการหลายพวกที่ใช้พิจารณาความวิกฤติ และฟลักซ์ภายในเครื่องปฏิกรณ์ ในวิธีนี้การรั่วไหลของนิวตรอนพลังงานปานกลาง และเทอร์มัลนิวตรอน จากแกนของแหล่งกำเนิดเข้าไปในเกราะกำบังจะรวมไว้ในการคำนวณด้วย

SABINE แยกพลังงานเป็นกลุ่มรีมูฟเวล และ กลุ่มดิฟฟิวชันแต่ละกลุ่มแยกเป็นกลุ่มย่อยตามระดับพลังงานดังรูปที่ 2.2 ขีดจำกัดพลังงานของกลุ่มรีมูฟเวลต้องอยู่ในขีดจำกัดจำกัดพลังงานของกลุ่มดิฟฟิวชัน ช่วงพลังงานที่ศึกษาอยู่ในช่วงประมาณ 0.5 ถึง 18 เมกกะอิเลคตรอนโวลต์ การพิจารณาจำนวนกลุ่มและช่วงพลังงานแต่ละกลุ่มย่อย มีหลักดังนี้

1. ระยะทางที่พลังงานลดลง (Slowing Down Length) ของแต่ละกลุ่มต้องน้อยกว่าค่า Relaxation Length

2. ความกว้างของช่วงพลังงานของกลุ่มควรแคบพอที่ค่าภาคตัดขวาง โดยเฉลี่ยของกลุ่มที่ขึ้นกับสเปคตรัมไม่มีความสำคัญ

3. ช่วงการลดพลังงานลงแบบลอค (Lethargy or logarithmic energy decrement) ในช่วงของนิวตรอนเร็วควรละเอียดกว่าบริเวณอื่น เนื่องจาก

   ก. เป็นบริเวณสำคัญที่สุดในสเปคตรัม

   ข. มีความสามารถในการทะลุทะลวงสูง

   ค. เกิดการกระจัดกระจายแบบไม่ยืดหยุ่น

4. เวลาที่ใช้คำนวณการกระจายและการช้าลงนิวตรอนกลุ่มต่าง ๆ การคำนวณรีมูฟเวลฟลักซ์ของแหล่งกำเนิดรูปทรงต่าง ๆ ต้องเหมาะสม เพื่อความเหมาะสมอาจลดจำนวนกลุ่มลงได้

รีมูฟเวลฟลักซ์ของกลุ่มย่อย g คำนวณได้เหมือนฟลักซ์ของนิวตรอนที่ไม่ถูกชน และเกิดปฏิกิริยา (uncollided flux) โดยใช้ค่าภาคตัดขวางรีมูฟเวล โดยไม่คิดการเกิด Weak Collision การคำนวณรีมูฟเวลฟลักซ์ คือ การคำนวณฟลักซ์ของนิวตรอนที่เกิดการชนแล้ว

ไม่สูญเสียนิวตรอนในทันที เมื่อพิจารณาแหล่งกำเนิดเป็นจุด (isotropic point source) รีมูฟเวลฟลักซ์ที่จุด P ใด ๆ เนื่องจากนิวตรอนกลุ่ม i ใด ๆ ที่มาจากปริมาตรของแหล่งกำเนิด V, F^r (P) คำนวณได้จาก

$$dF^r(P) = \frac{S(Q).K(P,Q)}{4\pi\, \overline{PQ}^2}\, dV$$

$F^r(P)$ = รีมูฟเวลฟลักซ์ที่จุด P

S(Q) = ความแรงของแหล่งกำเนิดที่เป็นจุดสำหรับกลุ่มของนิวตรอนที่กำลังพิจารณา มีหน่วยเป็น นิวตรอน/ลูกบาศก์เซนติเมตร/วินาที

K(P,Q) = ค่าคงที่ซึ่งมีค่า $= \exp\left| -\int_{\overline{PQ}} \Sigma^r(s).ds \right|$

Σ^r = ค่าภาคตัดขวางมหภาครีมูฟเวล (macroscopic removal cross section) ในช่วงพลังงานที่กำลังพิจารณา คำนวณทีละกลุ่มพลังงานแล้วนำมารวมกันจึงเป็นรีมูฟเวลฟลักซ์ (removal Flux) ที่ต้องการ

สำหรับดิฟฟิวชันฟลักซ์ต้องพิจารณาเทอมแหล่งกำเนิด S(r) ต้องคิดทั้งนิวตรอนที่มาจากกลุ่มพลังงานสูงกว่าที่เสียไปเนื่องจากการกระจายไปอยู่กลุ่มพลังงานต่ำกว่า และที่ถูกดูดกลืนไปในกลุ่มนั้น ดังนั้นดิฟฟิวชันฟลักซ์ เนื่องจากกลุ่มพลังงาน i คำนวณจากสมการดิฟฟิวชันดังนี้

$$D\left[\phi''(r) + \frac{P}{r}\,\phi'(r)\right] - \Sigma\phi(r) + S(r) = 0 \qquad (2.14)$$

เมื่อ D = สัมประสิทธิ์การกระจาย คำนวณจาก $1/_{3\Sigma}$ tr(Σ^{tr} = ค่าภาคตัดขวางมหภาค (macroscopic transport cross section)

P = ดัชนีรูปทรงของแหล่งกำเนิด

ภายใต้เงื่อนไข (boundary condition) ที่เหมาะสม และคำนวณที่ละกลุ่มพลังงานสามารถคำนวณการกระจายของฟลักซ์ ดิฟฟิวชันฟลักซ์ได้ ดังนั้นฟลักซ์ทั้งหมดจึงเกิดจากการรวมรีมูฟเวลฟลักซ์ และ ดิฟฟิวชันฟลักซ์ทุกกลุ่มพลังงาน จากนั้นนำไปคำนวณค่าต่าง ๆ เช่น ปริมาณรังสีที่ได้รับ , ฟลักซ์เนื่องจากนิวตรอนเร็ว เป็นต้น

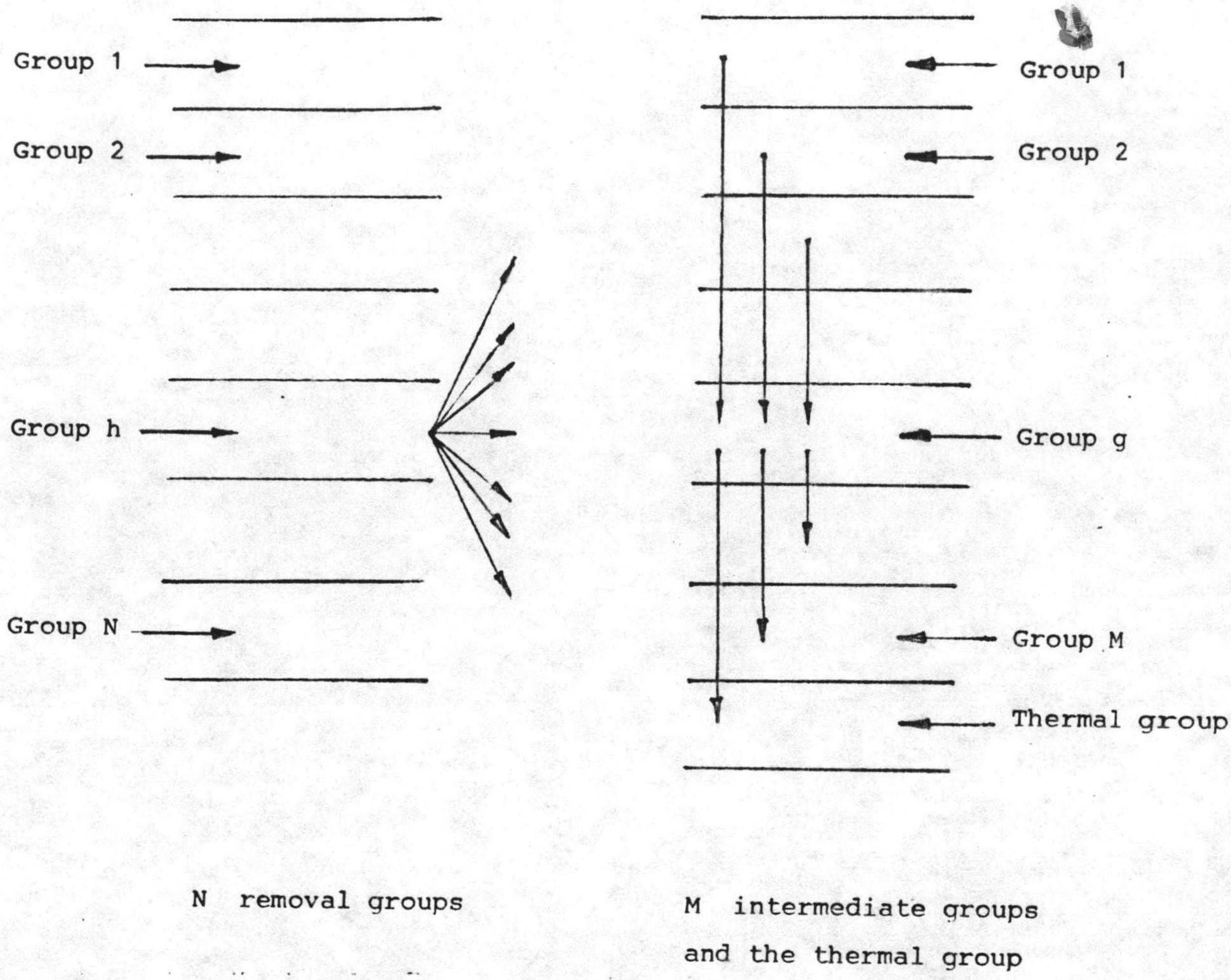
$$R(x) = \sum_{i=1}^{n} \phi_i(x)\, f_i \qquad (2.15)$$

เมื่อ n = จำนวนกลุ่มดิฟฟิวชัน

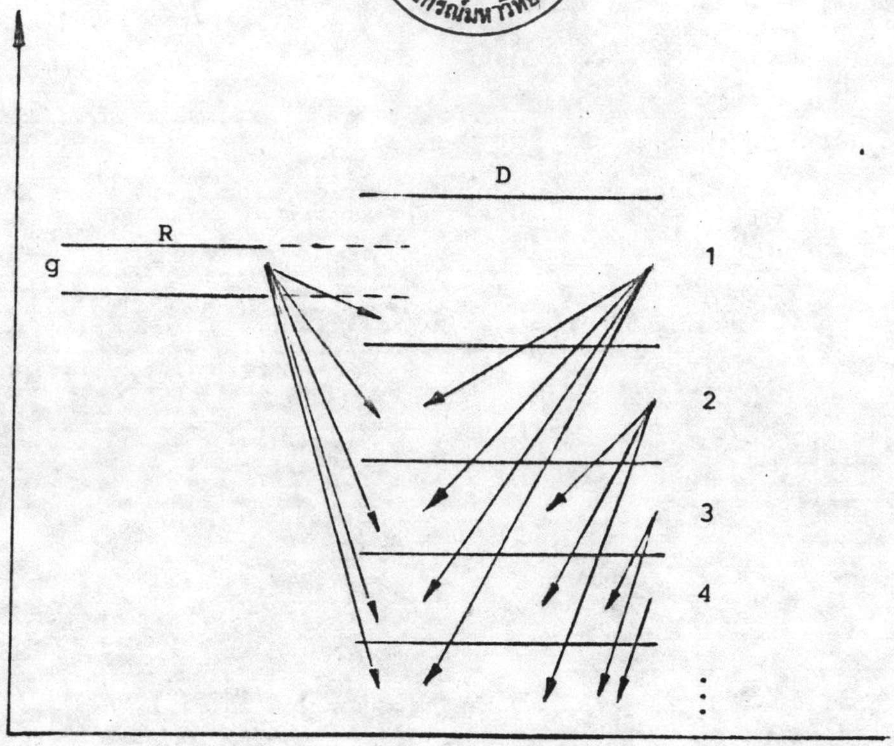
$R(x)$ = ค่าที่ต้องการคำนวณที่จุด x

$\phi_i(x)$ = ฟลักซ์ของนิวตรอนทั้งหมดของกลุ่มที่ i ที่จุด x

$f_i(x)$ = ฟังก์ชันใด ๆ ของพลังงาน (Arbitrary Function of energy)



รูปที่ 2.1 กลุ่มพลังงานสำหรับการคำนวณโดยวิธีรีมูฟเวล-ดิฟฟิวชัน



รูปที่ 2.2 ช่วงพลังงานของกลุ่มรีมูฟเวลกลุ่มที่ g ซึ่งอยู่ในช่วงพลังงานของกลุ่มดิฟฟิวชันกลุ่มที่ i