# บทที่ 5

# การออปติไมซ์ระบบผลิตพลังงานร่วม

ในบทนี้จะกล่าวถึงเทคนิคการออปติไมซ์ และการวิเคราะห์ระบบผลิตพลังงานร่วม เพื่อให้ระบบทำงานให้ผลแบบออปติมั่ม

เนื่องจากระบบผลิตพลังงานร่วมเป็นระบบที่เน้นการประหยัดเป็นหลัก ไม่ว่าจะเป็นการประหยัดพลังงานหรือเงิน เราจะใช้เทคนิคการออปติไมซ์เพื่อหาจุดทำงานที่เหมาะสม และในการสร้างแบบจำลองของระบบผลิตพลังงานร่วมจำเป็นจะต้องหาความสัมพันธ์ของตัวแปรของระบบย่อย ๆ ในระบบใหญ่นี้ เช่น ความสัมพันธ์ของตัวแปรในระบบการผลิตไอน้ำหรือไฟฟ้า เป็นต้น ความสัมพันธ์ของตัวแปรในระบบย่อยอาจหาได้จากเอกสารหรือการวิเคราะห์สมการของระบบย่อยนั้น ๆ ซึ่งในกรณีนี้เอกสารอาจมีการสูญหายและความซับซ้อนในการหาสมการ หรืออาจมีความไม่ถูกต้องเนื่องจากการเสื่อมประสิทธิภาพตามอายุการใช้งาน ดังนั้นเราอาจใช้เทคนิคการสร้างฟังก์ชั่นช่วยในการแก้ไขปัญหา โดยรายละเอียดได้กล่าวไว้ในภาคผนวก

## 5.1 <u>เทคนิคการออปติไมซ์</u> (Optimization method)

กล่าวโดยทั่วไปแล้วการแก้ปัญหาโดยเทคนิคการออปติไมซ์เป็นวิธีการแบ่งสรรทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัดอย่างดีที่สุด เพื่อให้ผลลัพธ์เป็นไปตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้ เช่น การจัดคน วัสดุเครื่องจักร เงินทุนและอื่น ๆ เพื่อผลิตสินค้าให้ได้กำไรสูงสุดหรือค่าใช้จ่ายต่ำสุดเนื่องจากทรัพยากรมีจำกัด วิธีการจัดสรรเพื่อให้ได้คำตอบบรรลุเป้าหมายมีอยู่หลายวิธี แต่วิธีการจัดสรรที่ให้คำตอบเป็นไปตามข้อกำหนดเกี่ยวกับการใช้ทรัพยากร และให้ผลตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้ โดยคำตอบที่ได้เรียกว่า คำตอบเหมาะที่สุด (Optimum solution)

เทคนิคการออปติไมซ์ เป็นวิธีการที่ทำให้ค่าตัวแปรวิ่งเข้าสู่ค่าเหมาะสมที่สุด โดยค่าของตัวแปรที่เหมาะสมนั้นจะทำให้ค่าของฟังก์ชั่นหนึ่ง ๆ มีค่าเหมาะสมที่สุด(โดยมีค่าสูงสุดหรือต่ำสุด) ฟังก์ชั่นนั้นเราเรียกว่า Objective function ฟังก์ชั่นที่ต้องการหาค่าเหมาะสมจะเป็นฟังก์ชั่นแบบมีข้อจำกัด(With Constraints) หรือไม่มีข้อจำกัด(Without Constraints)ก็ได้ กรณีมีข้อจำกัดเราจะแยกข้อจำกัดออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ข้อจำกัดที่เป็นสมการ(Equality Constraints)
2. ข้อจำกัดที่เป็นอสมการ(Inequality Constraints)

การทำออปติไมซ์จะมีรูปแบบของปัญหาเป็นภาษาคณิตศาสตร์ดังนี้

ในกรณีที่ไม่มีข้อจำกัด

Min Objective Function : $\min M(x)$

ในกรณีที่มีข้อจำกัด

Min Objective Function : $\min M(x)$ (5.1)

Subject to Constraint Functions ;

$$\begin{aligned} g_i(x) &< 0 \quad ; i = 1,2,\dots,m_1 \\ g_i(x) &= 0 \quad ; i = m_1+1,m_1+2,\dots,m_2 \\ l_i(x) &< 0 \quad ; i = m_2+1,m_2+2,\dots,m_3 \\ l_i(x) &= 0 \quad ; i = m_3+1,m_3+2,\dots,m \end{aligned} \tag{5.2}$$

โดยที่

$M(x)$ คือ ฟังก์ชั่นเป้าหมาย(Objective function)

$g_i(x)$ คือ ข้อจำกัดไม่เชิงเส้น(Nonlinear constraint in x)

$l_i(x)$ คือ ข้อจำกัดเชิงเส้น(Linear constraint in x)

วิธีการแก้ไขปัญหากรณีที่ฟังก์ชั่นและเงื่อนไขเป็นแบบไม่เชิงเส้น จะประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ

1. Nonlinear programming: One-dimensional minimization method
2. Nonlinear programming: Unconstrained optimization techniques
3. Nonlinear programming: Constrained optimization techniques

NONLINEAR PROGRAMING : ONE DIMENSIONAL MINIMIZATION METHOD

เป็นวิธีการที่ทำให้ค่าตัวแปรวิ่งเข้าสู่ค่าที่เหมาะสม ซึ่งมีขั้นตอนในการหาดังนี้

1. เริ่มต้นด้วยค่าเริ่มต้น $X_1$ ใด ๆ
2. หาทิศทางที่เหมาะสม $S_i$ ซึ่งเป็นทิศทางที่นำไปสู่ค่าต่ำสุด
3. หาค่าของช่วงก้าวที่เหมาะสม $\lambda_i^*$ สำหรับการเคลื่อนที่ไปตามทิศทาง $S_i$
4. จะได้รับค่าประมาณของ $X_{i+1}$ ใหม่ คือ

$$X_{i+1} = X_i + \lambda_i^* S_i \tag{5.3}$$

5. ทดสอบว่า $X_{i+1}$ ที่ได้เป็นค่าที่ให้ค่าของฟังก์ชั่นออปติมั่มหรือยัง ถ้า $X_{i+1}$ เป็นจุดซึ่งทำให้ค่าของฟังก์ชั่นออปติมั่มแล้วก็จะหยุดการคำนวณ โดยค่า $X_{i+1}$ ที่ได้นี้คือคำตอบ แต่ถ้าค่าของฟังก์ชั่นไม่ใช่ค่าออปติมั่ม ก็จะกำหนดให้ i=i+1 และค่าเริ่มต้นคือ $X_i = X_{i+1}$ แล้วเริ่มทำการคำนวณซ้ำอีกครั้งโดยกลับไปทำในขั้นตอนที่ 2-5 จนกว่าจะค่าของ $X_{i+1}$ ที่ทำให้ค่าของฟังก์ชั่นออปติมั่มในรอบการคำนวณใด ๆ

วิธีการที่จะทำให้ค่าของตัวแปรวิ่งเข้าสู่ค่าที่เหมาะสมที่สุดมีหลายวิธี แต่ในที่นี้จะกล่าวเพียงวิธีเดียว คือ cubic interpolation method

## CUBIC INTERPOLATION METHOD

เป็นวิธีการที่ใช้สมการฟังก์ชั่นยกกำลังสาม ประมาณแทนสมการของฟังก์ชั่นใด ๆ ในขอบเขตที่กำหนด วิธีนี้จะสร้างขอบเขตโดยที่ค่าต่ำสุดของฟังก์ชั่นจะอยู่ภายในขอบเขตนี้ หลังจากนั้นจะทำการบีบขอบเขตให้มีขนาดเล็กลงโดยที่ค่าต่ำสุดของฟังก์ชั่นยังคงอยู่ในขอบเขตนี้ เมื่อขอบเขตมีขนาดแคบลงจนกระทั่งสามารถประมาณสมการฟังก์ชั่นยกกำลังสามแทนสมการฟังก์ชั่นที่กำลังหาภายในขอบเขตนี้ได้ จากนั้นก็จะหาค่าของตัวแปรที่ทำให้อนุพันธ์ของฟังก์ชั่นมีค่าเท่ากับศูนย์ ค่าตัวแปรที่ได้คือตัวแปรที่ทำให้ฟังก์ชั่นมีค่าต่ำสุด

$$
\begin{aligned}
F(\lambda) &= dF/d\lambda \\
&= d(F(x+\lambda x))/d\lambda \qquad (5.4) \\
&= S^T \nabla F(x+\lambda x)
\end{aligned}
$$

ซึ่งมีขั้นตอนในการหา 4 ขั้นตอนด้วยกัน คือ

1. normalize เวคเตอร์ S โดย

$$S = ( s_1^2 + s_2^2 + \ldots + s_n^2 )^{1/2} \qquad (5.5)$$

หรือ $$S = \frac{( s_1 , s_2 , \ldots , s_n )}{\Delta} \qquad (5.6)$$

โดยที่ $$\Delta = \max_i S_i \qquad (5.7)$$

2. สร้างขอบเขตบนและขอบเขตล่างให้กับช่วงก้าว ซึ่งกำหนดอยู่ในรูปของจุด A และจุด B โดยที่จุดทั้ง 2 มีเครื่องหมายหน้าความชันต่างกัน วิธีการทำเริ่มต้นจากจุด A (= λ) มีค่าเป็นศูนย์ และค่าของอนุพันธ์ณ.จุดนี้มีค่าน้อยกว่าศูนย์

$$dF/d\lambda\big|_{\lambda=A} = S^T \nabla F(x) < 0 \qquad (5.8)$$

กำหนดจุด B ($=\lambda$) มีค่าเป็น $2(0.2F_a)/F'_a$ และค่าของอนุพันธ์ณ.จุดนี้มีค่ามากกว่าศูนย์

$$dF/d\lambda\Big|_{\lambda=B} = S^T\nabla F(x) > 0 \tag{5.9}$$

แต่ถ้าค่าอนุพันธ์ณ.จุดนี้มีค่าน้อยกว่าศูนย์ เราก็จะเพิ่มขนาดของ $\lambda$ เป็น 2 เท่า แล้วหาอนุพันธ์ใหม่ ถ้าอนุพันธ์ใหม่ที่ได้ยังน้อยกว่าศูนย์ ก็ให้เพิ่มขนาดของ $\lambda$ อีกจนกว่าจะได้ค่าอนุพันธ์มากกว่าศูนย์ เราก็จะได้ขอบเขตบนและขอบเขตล่างที่ช่วงก้าวที่เหมาะสม $\lambda^*$ อยู่ในขอบเขตนั้นนั่นคือ

$$A < \lambda^* < B \tag{5.10}$$

3. ในขั้นตอนนี้จะใช้สมการฟังก์ชั่นยกกำลังสาม คือ

$$h(\lambda) = a+b\lambda+c\lambda^2+d\lambda^3 \tag{5.11}$$

ซึ่งใช้ในการประมาณว่าฟังก์ชั่นในช่วงของขอบเขตนี้ความสัมพันธ์ของฟังก์ชั่นอยู่ในรูปของสมการฟังก์ชั่นยกกำลังสาม และค่าของ $\lambda$ ที่ทำให้ฟังก์ชั่นยกกำลังสามเท่ากับศูนย์เป็นค่าของช่วงก้าวที่เหมาะสม

$$dh(\lambda)/d\lambda = b+2c\lambda+3d\lambda^2 = 0$$

$$= (-c+(c^2-3bd)^{1/2})/3d \tag{5.12}$$

โดยอาศัยเงื่อนไขขอบเขตบนและขอบเขตล่าง จะแก้สมการหา $\lambda$ เหมาะสมได้

$$\lambda = A + \left[\frac{(F'_A+Z-Q)\ (B-A)}{(F'_A+F'_B+2Z)}\right] \tag{5.13}$$

$$Q = (Z^2 - F'_A F'_B)^{1/2} > 0 \qquad (5.14)$$

$$Z = \left[\frac{3(F_A - F_b)}{B}\right] + F'_A + F'_B \qquad (5.15)$$

4. ในขั้นตอนนี้จะทดสอบว่าค่า λ เป็นค่าที่ทำให้ฟังก์ชั่นต่ำสุดหรือยัง ทดสอบโดย

$$(h(\lambda) - F(\lambda))/F(\lambda) < \epsilon \qquad (5.16)$$

ถ้าค่า λ สอดคล้องกับสมการเงื่อนไขข้างต้นนี้ ค่า λ ที่ได้จะเป็นค่าของช่วงก้าวที่เหมาะสมที่สุด λ* ถ้าไม่สอดคล้องจะทำการพิจารณาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชั่นว่ามีค่าน้อยกว่าหรือมากกว่าศูนย์เพื่อเป็นการกำหนดขอบเขตขึ้นใหม่ ถ้าค่าของอนุพันธ์น้อยกว่าศูนย์ก็จะกำหนดให้จุด A = λ และจุด B เป็นจุดเดิม แต่ถ้าค่าของอนุพันธ์มากกว่าศูนย์ก็จะกำหนดจุด B = λ และจุด A เป็นจุดเดิม จากนั้นก็กลับไปทำการคำนวณซ้ำในขั้นตอนที่ 3-4 จนกว่าจะได้ค่าของช่วงก้าวที่เหมาะสมที่สุด และมีบล็อคไดอะแกรมแสดงการคำนวณดังในรูปที่5.1.1

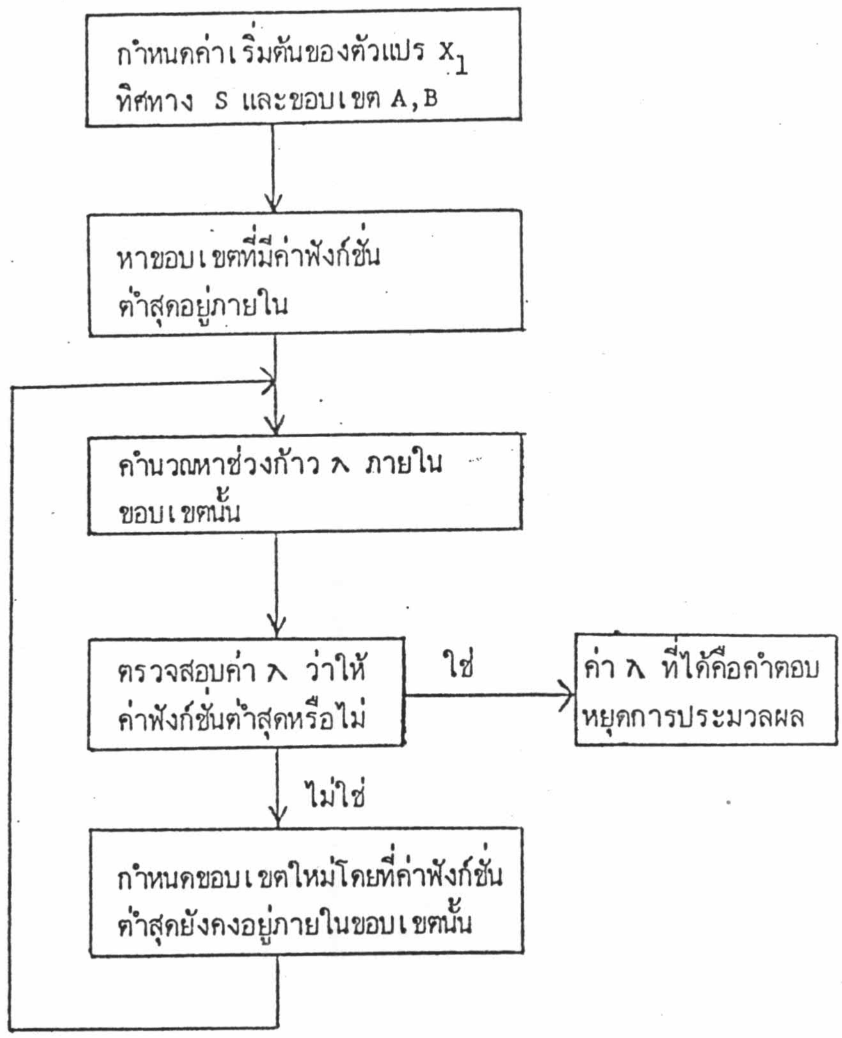
NONLINEAR PROGRAMING : UNCONSTRAINED OPTIMIZATION TECHNIQUES

โดยวิธีการนี้เป็นการแก้ไขปัญหาหาค่าของตัวแปรที่ทำให้ฟังก์ชั่นที่ไม่มีข้อจำกัดมีค่าต่ำสุด ในกรณีนี้ตัวแปรที่ต้องการหาค่าเป็นตัวแปรชุด วิธีการที่ใช้มีหลายวิธีด้วยกัน แต่ในที่นี้จะกล่าวเพียงวิธีเดียว คือ davidon-fletcher-powell method

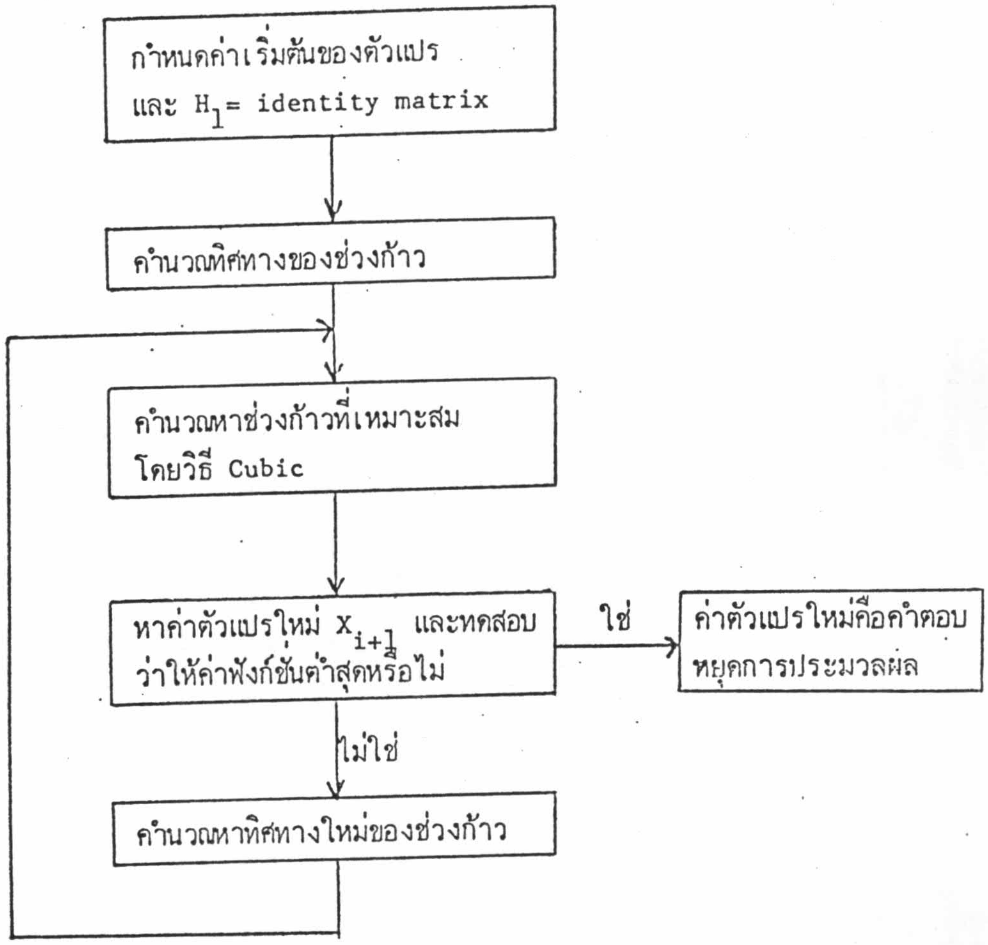
DAVIDON-FLETCHER-POWELL METHOD

วิธีนี้เป็นการหาค่าตัวแปรที่เหมาะสมที่สุดที่ทำให้ฟังก์ชั่นที่ไม่มีข้อจำกัดมีค่าต่ำสุด มีบล็อคไดอะแกรมแสดงการคำนวณดังในรูปที่5.1.2 และมีขั้นตอนในการหาดังนี้

1. กำหนดค่าเริ่มต้น $X_1$ จุด ๆ $H_1$ เป็นเมตทริกซ์หนึ่งหน่วย (Identity matrix) และ index ของรอบการคำนวณ i = 1




รูปที่ 5.1.1 บล็อคไดอะแกรมแสดงการคำนวณโดยวิธี Cubic




รูปที่ 5.1.2 บล็อคไดอะแกรมแสดงการคำนวณโดยวิธี Davidon-Fletcher-Powell

2. คำนวณหาค่าเกรเดียนท์ของฟังก์ชั่น ($\nabla F_i$) ที่จุด $X_i$ และให้

$$S_i = -H_i \nabla F_i \tag{5.17}$$

3. หาช่วงก้าวที่เหมาะสมที่สุด $\lambda^*$ ในทิศทาง $S_i$ โดยวิธี cubic และให้

$$X_{i+1} = X_i + \lambda_i^* S_i \tag{5.18}$$

4. ทดสอบว่าค่า $X_{i+1}$ เป็นค่าที่ทำให้ฟังก์ชั่นมีค่าต่ำสุดหรือยัง ถ้าค่าฟังก์ชั่นมีค่าต่ำสุดแล้ว ค่า $X_{i+1}$ ก็จะเป็นคำตอบของค่าตัวแปรที่ต้องการ แต่ถ้าค่าของฟังก์ชั่นไม่ใช่ค่าต่ำสุดก็จะไปทำในขั้นตอนต่อไป

5. สร้างเมตทริกซ์ H ใหม่ โดย

$$H_{i+1} = H_i + M_i + N_i \tag{5.19}$$

โดยที่

$$M_i = \frac{\lambda_i^* S_i S_i^T}{S_i^T Q_i} \tag{5.20}$$

$$N_i = \frac{-(H_i Q_i)(H_i Q_i)^T}{Q_i^T H_i Q_i} \tag{5.21}$$

$$Q_i = \nabla F(x_{i+1}) - \nabla F(x_i) = \nabla F_{i+1} - \nabla F_i \tag{5.22}$$

<u>NONLINEAR PROGRAMMING : CONSTRAINED OPTIMIZATION TECHNIQUES</u>

เป็นวิธีการที่ใช้หาค่าต่ำสุดของฟังก์ชั่น โดยฟังก์ชั่นเป็นฟังก์ชั่นแบบมีเงื่อนไขซึ่งจะใช้วิธี penalty fuction method

## PENALTY FUNCTION METHOD

เป็นวิธีการหาค่าตัวแปรที่ทำให้ค่าของฟังก์ชั่นมีค่าต่ำสุด โดยที่ค่าของตัวแปรยังสอดคล้องข้อจำกัดของฟังก์ชั่น วิธีการคำนวณจะทำได้โดยการเปลี่ยนฟังก์ชั่นที่มีข้อจำกัดให้เป็นฟังก์ชั่นที่ไม่มีข้อจำกัด ซึ่งจะได้รูปแบบของฟังก์ชั่นดังนี้

$$\min P(x,r_k) = M(x)+r_k\sum_{j=1}^{m} [g_j(x)]^{-1} \quad ; g_j(x) < 0 \tag{5.23}$$

หรือ

$$\min P(x,r_k) = M(x)+r_k^{-1}\sum_{j=1}^{m} [g_j(x)]^{2} \quad ; g_j(x) > 0 \tag{5.24}$$

โดยที่ $r_k$ คือ พีเนาวตี้พารามิเตอร์

จากนั้นหาทิศทาง และช่วงก้าวเหมาะสม ที่ทำให้ค่าของฟังก์ชั่นเป้าหมายเคลื่อนที่เข้าหาค่าของฟังก์ชั่นที่เหมาะสมที่สุด(คือ มีค่าสูงสุดหรือต่ำสุด) ซึ่งมีบล็อคไดอะแกรมแสดงการคำนวณดังในรูปที่5.1.3 และมีขั้นตอนการหาดังนี้

1. กำหนดค่าเริ่มต้น $X_1$ ใด ๆ , $r_1 = 1$ , $c = 0.1$ และ index ของรอบการคำนวณ $k = 1$

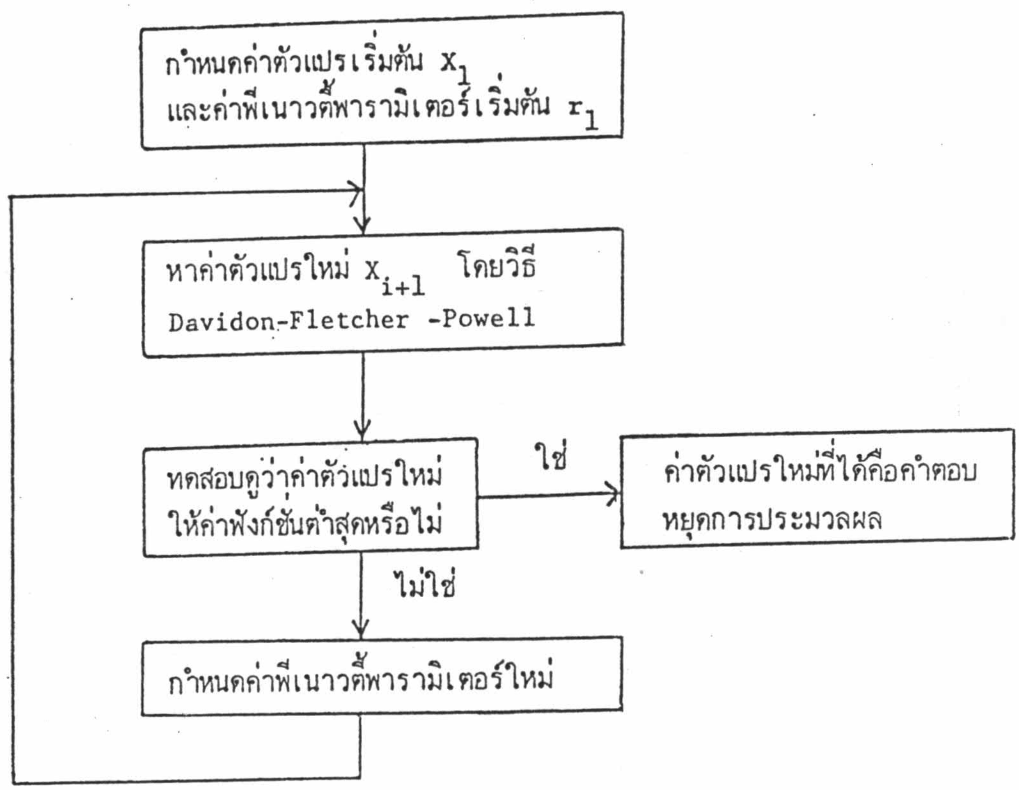
2. หาค่าต่ำสุดของฟังก์ชั่น $P(x,r_k)$ ด้วยวิธีการแก้ไขปัญหาหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชั่นแบบไม่มีข้อจำกัด (Unconstrained minimization method) จนกระทั่งได้ค่าของตัวแปรที่เหมาะสม $X_k^*$

3. ทดสอบดูว่าค่า $X_k^*$ ที่สอดคล้องกับข้อจำกัดของฟังก์ชั่น เป็นค่าของตัวแปรที่ทำให้ค่าฟังก์ชั่นมีค่าต่ำสุดหรือยัง ถ้าค่าฟังก์ชั่นมีค่าต่ำสุดก็จะได้ว่าค่า $X_k^*$ เป็นค่าของตัวแปรที่เหมาะสมที่สุด แต่ถ้าค่าของฟังก์ชั่นไม่ใช่ค่าต่ำสุดก็จะทำการคำนวณในขั้นต่อไป

4. กำหนดค่าพีเนาวตี้พารามิเตอร์ใหม่โดย

$$r_{k+1} = cr_k \tag{5.25}$$

5. กำหนดให้ $k = k+1$ และ $X_1 = X_k^*$ แล้วเริ่มทำการคำนวณซ้ำในขั้นตอนที่ 2-5 จนกว่าจะได้ค่าฟังก์ชั่นต่ำสุด




รูปที่ 5.1.3 บล็อคไดอะแกรมแสดงการคำนวณโดยวิธี Penalty

## 5.2 การจำลองโมเดลทางคณิตศาสตร์

ในการที่จะวิเคราะห์ระบบผลิตพลังงานร่วมของโรงงานอุตสาหกรรม จำเป็นจะต้องมีการจำลองโมเดล(หรือสมการ)ทางคณิตศาสตร์ของระบบก่อนที่จะทำการวิเคราะห์ระบบ เพื่อใช้สมการทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์หาค่าออปติมั่ม การสร้างสมการทางคณิตศาสตร์จำเป็นต้องอาศัยแบบจำลองกระบวนการผลิตของโรงงานอุตสาหกรรม เพื่อนำไปสร้างบล็อคไดอะแกรมการไหลของพลังงาน จากบล็อคไดอะแกรมเราสามารถสร้างความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ของระบบโดยอาศัยความสัมพันธ์ของระบบภายในบล็อคไดอะแกรม เช่น ระบบผลิตพลังงานร่วมแบบ Topping Cycle ซึ่งมีรายละเอียดของระบบดังแสดงในรูปที่ 5.2.1 จากบล็อคไดอะแกรมของระบบ เราสามารถสร้างสมการทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

- ระบบการผลิตไอน้ำ(Boiler System) การผลิตไอน้ำอาศัยหลักการถ่ายเทความร้อนโดยถ่ายเทความร้อนจากก๊าซร้อนไปสู่น้ำเลี้ยงในหม้อต้มไอน้ำ ปริมาณพลังงานความร้อนที่ใช้ในการถ่ายเทจะขึ้นอยู่กับปริมาณไอน้ำที่ต้องการผลิตและเอนธาลปีสุทธิที่ไอน้ำได้รับและค่าใช้จ่ายก็ขึ้นอยู่กับปริมาณเชื้อเพลิง ดังนั้นค่าใช้จ่ายที่ใช้ในการผลิตไอน้ำขึ้นอยู่กับปริมาณไอน้ำที่ต้องการผลิตและราคาต่อหน่วยของการผลิตไอน้ำ จะได้ความสัมพันธ์ดังต่อไปนี้

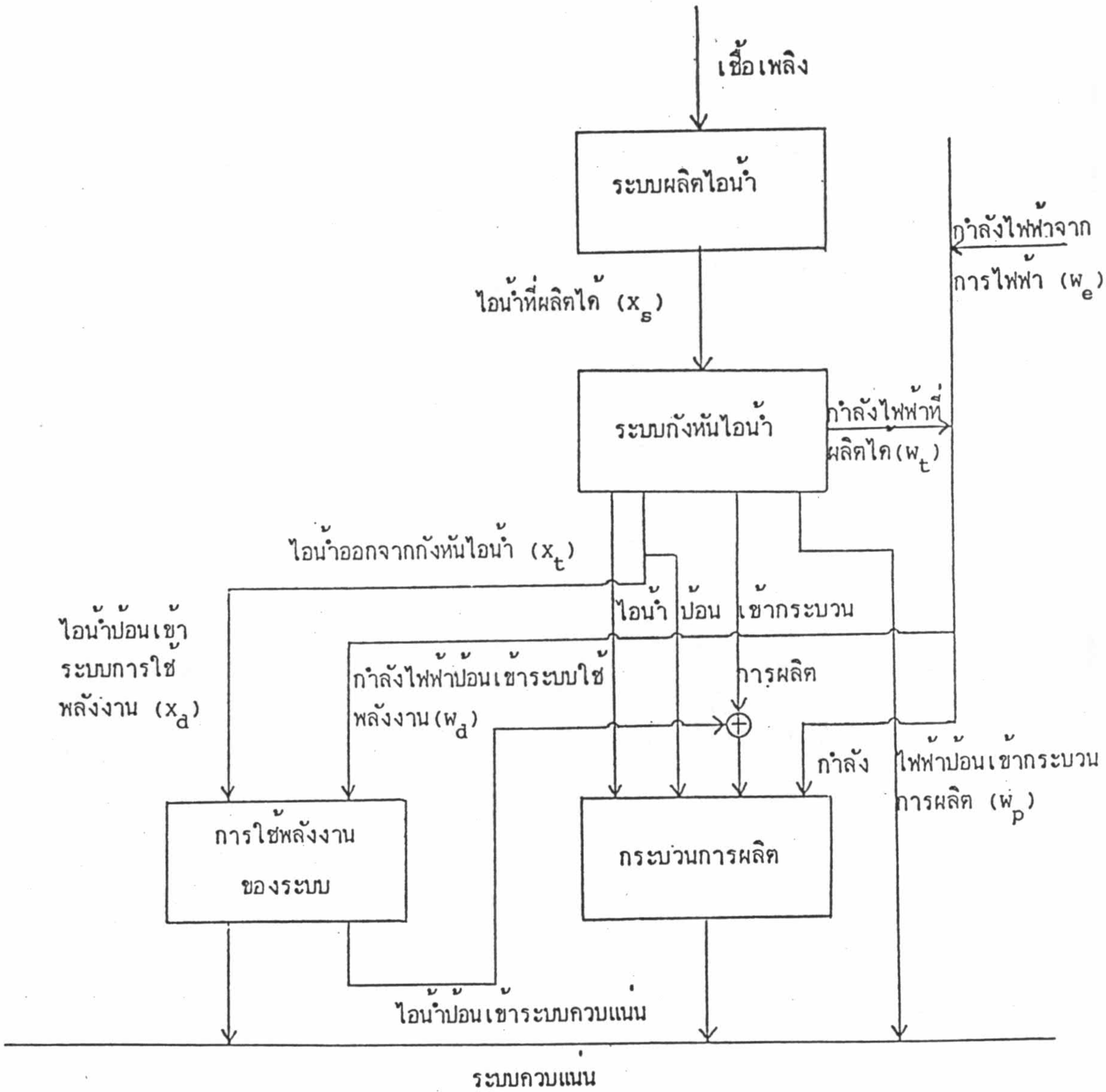
$$C_b = F_b(x_s) \qquad (5.26)$$

โดยที่

$C_b$ คือ ค่าใช้จ่ายของการผลิตไอน้ำ

$x_s$ คือ ปริมาณไอน้ำที่ได้จากหม้อต้มไอน้ำ

- ระบบผลิตกำลังไฟฟ้า เราจะใช้ไอน้ำหรือก๊าซร้อนเป็นตัวขับเคลื่อนเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเพื่อผลิตกำลังไฟฟ้า ในกรณีที่ใช้ไอน้ำเป็นตัวขับเคลื่อนเครื่องกำเนิดไฟฟ้าหรือระบบกังหันไอน้ำ(SteamTurbine System) แกนของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าจะต่อร่วมกับกังหันไอน้ำ การขับเครื่องกำเนิดไฟฟ้าอาศัยแรงเนื่องจากการหมุนของกังหันไอน้ำ และในการทำออปติไมซ์จะต้องคำนึงถึง




รูปที่ 5.2.1 บล็อคไดอะแกรมแสดงรายละเอียดของระบบผลิตพลังงานร่วมแบบ Topping Cycle เพื่อใช้ในการจำลองโมเดลสมการทางคณิตศาสตร์

1. Electrical demand - base optimization : จะต้องใช้ไอน้ำให้น้อยที่สุด โดยสามารถผลิตไฟฟ้าได้ตามปริมาณที่ต้องการ
2. Steam demand - base optimization : จะต้องผลิตไฟฟ้าให้ได้มากที่สุดในปริมาณไอน้ำที่ป้อนเข้า

ความสัมพันธ์ระหว่างกำลังไฟฟ้าที่ผลิตได้กับปริมาณไอน้ำมีดังนี้

$$W_t = F_t(x_t) \tag{5.27}$$

โดยที่

$W_t$ คือ กำลังผลิตไฟฟ้าจริง

$x_t$ คือ อัตราการไหลของไอน้ำที่คายพลังงานบางส่วนให้กับกังหันไอน้ำ

- การใช้พลังงานของระบบ(Dual Drive and Process) ในกระบวนการผลิตอาจจะต้องใช้พลังงานในการขับโหลด อาทิเช่น ปั๊ม เครื่องอัดลม พัดลม เป็นต้น พลังงานที่ใช้ในการขับโหลดอาจได้มาจากมอเตอร์ไฟฟ้าหรือกังหันไอน้ำ ความสัมพันธ์ระหว่างโหลดกับพลังงานที่ใช้มีดังนี้

$$x_d = F_{ds}(P_{ds}) \tag{5.28}$$

$$W_d = F_{de}(P_{de}) \tag{5.29}$$

โดยที่

$x_d$ คือ อัตราการไหลของไอน้ำที่ใช้ในการขับโหลด

$W_d$ คือ กำลังไฟฟ้าที่ใช้ในการขับโหลด

$P$ คือ โหลดของกำลังขับและโหลดในกระบวนการผลิต

ความสัมพันธ์ของโหลด

$$P = P_{ds} + P_{de} \tag{5.30}$$

โดยที่

$P_{ds}$ คือ โหลดที่ใช้กำลังขับจากไอน้ำ

$P_{de}$ คือ โหลดที่ใช้กำลังขับจากไฟฟ้า

- ค่ากำลังไฟฟ้า(Electric Purchase Rate Schedule) เป็นจำนวนเงินที่ต้องจ่ายหรือรับ สำหรับกำลังไฟฟ้าที่ซื้อ-ขายกับการไฟฟ้าตามอัตราการซื้อ-ขายที่กำหนด จะได้ความสัมพันธ์ดังต่อไปนี้

ในกรณีที่ไม่มีการจ่ายไฟฟ้าออกจากระบบ

$$C_e = F_{eb}(W_{eb},VAR_{eb}) \quad (5.31)$$

ในกรณีที่มีการจ่ายไฟฟ้าออกจากระบบ

$$C_e = F_{eb}(W_{eb},VAR_{eb}) - F_{es}(W_{es},VAR_{es}) \quad (5.32)$$

โดยที่

$C_e$ คือ ค่าใช้จ่ายของพลังงานไฟฟ้า

$W_{eb}$ คือ กำลังไฟฟ้าจริงที่ซื้อจากการไฟฟ้า

$VAR_{eb}$ คือ กำลังไฟฟ้าปรากฏที่ซื้อจากการไฟฟ้า

$W_{es}$ คือ กำลังไฟฟ้าจริงที่ขายให้กับการไฟฟ้า

$VAR_{es}$ คือ กำลังไฟฟ้าปรากฏที่ขายให้กับการไฟฟ้า

เมื่อได้ความสัมพันธ์ของฟังก์ชั่นที่จำเป็นแล้ว ก็จะจำลองโมเดลทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

ในการทำออปติไมซ์ราคา(Optimization cost)

- เป้าหมาย คือ การหาค่าใช้จ่ายด้านพลังงานให้มีค่าต่ำสุด

ค่าใช้จ่ายต่ำสุด = ค่าใช้จ่ายของเชื้อเพลิง + ค่าใช้จ่ายของพลังงานไฟฟ้า

- เงื่อนไขของระบบ คือ

* ดุลพลังงานรวมของระบบ

พลังงานไฟฟ้าที่ซื้อมาใช้ + พลังงานไฟฟ้าที่ได้รับจากระบบกังหันไอน้ำ (หรือกังหันก๊าซ) = พลังงานไฟฟ้าที่จ่ายให้กับต้นหน่วยที่ใช้กำลังไฟฟ้า + พลังงานไฟฟ้าที่จ่ายให้กับส่วนที่ต้องการไฟฟ้า

* ดุลความเป็นไปของโหลดในระบบ

กำลังของโหลดที่ใช้ในกำลังขับและโหลดในกระบวนการผลิต = กำลังของโหลดที่ได้จากกังหันไอน้ำ (หรือกังหันก๊าซ) + กำลังของโหลดที่ได้จากกำลังไฟฟ้า

* ดุลของมวลของไอน้ำ

ดุลของไอน้ำที่ระบบการใช้พลังงาน

ดุลของมวลของไอน้ำทั้งระบบ

ดุลของมวลของไอน้ำในท่อ

* กำลังผลิตของมวล และ/หรือพลังงานไม่เกินค่าพิกัด

* มวล และ/หรือพลังงานไม่ไหลย้อนกลับ

ในการออปติไมซ์ราคา จะได้รูปแบบของความสัมพันธ์ทั่ว ๆ ไปดังนี้

Objective :

$$\min C = C_f + C_e \tag{5.33}$$

Constrains :

$$\begin{aligned}
W_t - f_t(x_t, h_t) &= 0 \\
W_e + W_t - W_d - W_p &= 0 \\
P_p + P_d - P &= 0 \\
x_d - f_{ds}(P_{ds}) &= 0 \\
W_d - f_{de}(P_{de}) &= 0 \\
X_{input} - X_{output} &= 0 \\
X_t - X_{t(max)} &< 0
\end{aligned} \tag{5.34}$$

$$W_t - W_{t(max)} \leq 0$$

$$X_i \geq 0$$

$$W_i \geq 0$$

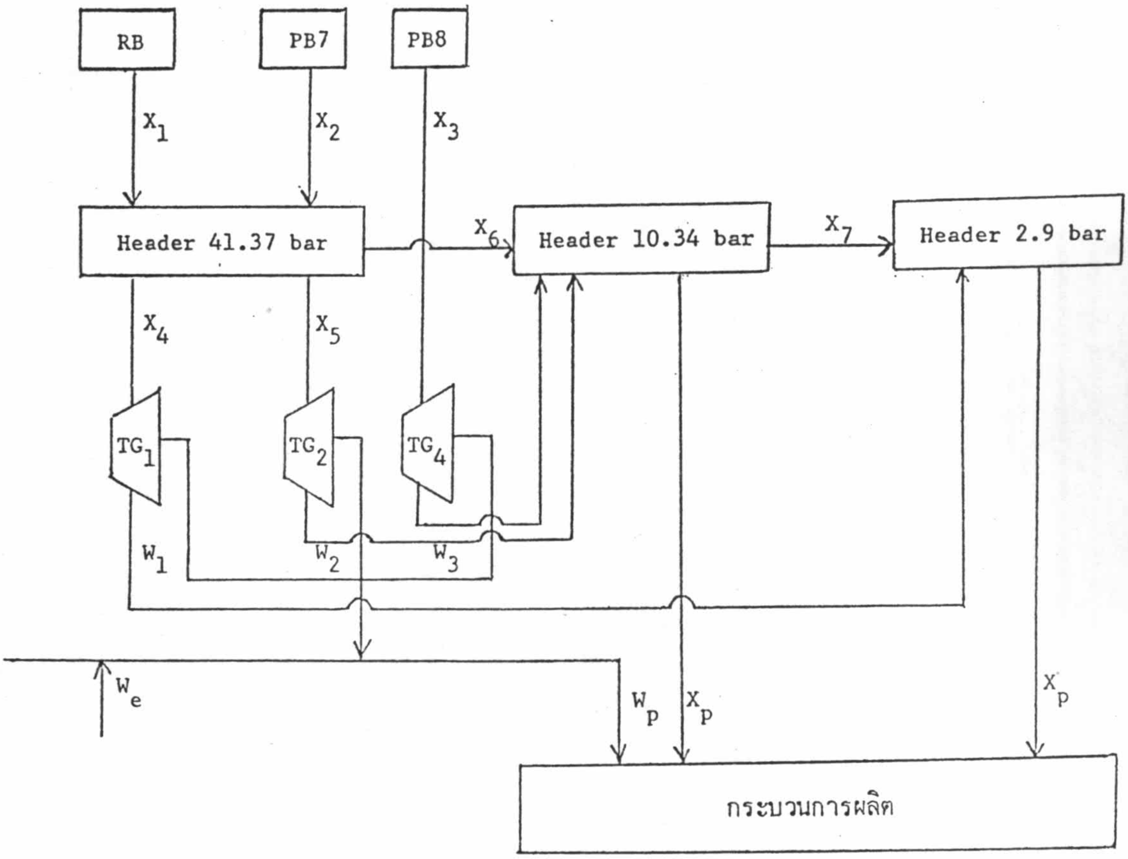
ในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบจะต้องพิจารณาถึงหน่วยในสมการต่าง ๆ ของแบบจำลองด้วยว่าสามารถนำค่าของตัวแปรไปคำนวณในสมการที่มีตัวแปรนั้นอยู่โดยที่หน่วยจะต้องสอดคล้องกับสมการนั้น ๆ ด้วย

## 5.3 CASE STUDY

เมื่อเจ้าของกิจการมีการลงทุนในการสร้างระบบผลิตพลังงานร่วม สาเหตุเพื่อต้องการประหยัดค่าใช้จ่ายโดยเมื่อมีเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในโรงงานแล้วมีผลทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายในส่วนของค่าไฟฟ้าสูงจนทำให้คุ้มค่ากับการติดตั้งเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในโรงงาน เมื่อมีการใช้ระบบผลิตพลังงานร่วมในโรงงาน ปัญหาที่ควรคำนึงต่อไปคือ จะใช้งานระบบผลิตพลังงานร่วมอย่างไรเพื่อให้เกิดประโยชน์สูงสุด(ค่าใช้จ่ายต่ำสุด) ซึ่งมีผลให้ประหยัดทั้งค่าใช้จ่ายและพลังงานโดยจะผลิตไอน้ำและไฟฟ้าให้พอดีกับความต้องการของโรงงาน ดังนั้นปัญหาที่โรงงานจะต้องทำการวิเคราะห์คือ การหาจุดทำงานที่เหมาะสมของระบบผลิตพลังงานร่วมที่ให้ค่าใช้จ่ายต่ำสุด ในการวิเคราะห์ระบบจะใช้เทคนิคการออปติไมซ์เพื่อหาจุดทำงานของระบบที่ให้ค่าใช้จ่ายต่ำสุดโดยที่ยังสอดคล้องเงื่อนไขของระบบ

ในหัวข้อนี้จะแสดงให้เห็นวิธีการวิเคราะห์หาจุดทำงานที่เหมาะสมของระบบผลิตพลังงานร่วม โดยจะวิเคราะห์จากระบบผลิตพลังงานร่วมของโรงงานตัวอย่างซึ่งเป็นโรงงานกระดาษที่ผู้เขียนไม่สามารถเปิดเผยชื่อได้

จากข้อมูลของโรงงานตัวอย่างที่มีการใช้ระบบผลิตพลังงานร่วมภายในโรงงาน โดยมีบล็อคไดอะแกรมดังแสดงในรูปที่ 5.3.1 จากบล็อคไดอะแกรมจะเห็นว่าระบบของโรงงานตัวอย่างจัดได้ว่าเป็นระบบผลิตพลังงานร่วมแบบ Topping Cycle ที่ใช้กังหันไอน้ำเพื่อผลิตไฟฟ้า ในระบบจะประกอบด้วยระบบผลิตไอน้ำซึ่งใช้หม้อต้มไอน้ำ 3 ใบด้วยกันคือ หม้อต้มไอน้ำ




$X_1$, $X_2$ คือ ไอน้ำที่ผลิตได้และไหลเข้าถังพักไอน้ำ

$X_3$, $X_4$, $X_5$ คือ ไอน้ำไหลเข้าเทอร์ไบเยเนอเรเตอร์

$X_6$, $X_7$ คือ ไอน้ำที่ไหลระหว่างถังพักไอน้ำ (Heder)

$X_p$ คือ ไอน้ำที่ใช้ในกระบวนการผลิต

$W_1$, $W_2$, $W_3$ คือ กำลังไฟฟ้าที่ผลิตได้

$W_e$ คือ กำลังไฟฟ้าจากการไฟฟ้า

$W_p$ คือ กำลังไฟฟ้าที่ใช้ในกระบวนการผลิต

TG1, TG2 TG3 คือ เทอร์ไบเยเนอเรเตอร์

RB, PB7, PB8 คือ หม้อต้มไอน้ำ

รูปที่ 5.3.1 บล็อคไดอะแกรมระบบผลิตพลังงานร่วมของโรงงานตัวอย่าง

RB, PB7 และ PB8 โดยหม้อต้มไอน้ำทั้ง 3 ใบจะทำหน้าที่ผลิตไอน้ำเพื่อป้อนเข้าระบบกังหันไอน้ำ ในระบบกังหันไอน้ำจะประกอบด้วยเทอร์โบเยเนอเรเตอร์ 3 ตัวด้วยกันคือ เทอร์โบเยเนอเรเตอร์TG1, TG2 และ TG4 ซึ่งประกอบด้วยเทอร์ไบน์ต่อกับเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเพื่ออาศัยกำลังกลจากเทอร์ไบน์ในการขับเคลื่อนเครื่องกำเนิดไฟฟ้า และในระบบยังมีถังพักไอน้ำ (Header)เพื่อใช้รวบรวมไอน้ำก่อนที่มีการส่งจ่ายไอน้ำไปตามส่วนต่าง ๆ ของระบบ ถังพักไอน้ำจะมีอยู่ 3 ใบตามระดับความดันของไอน้ำที่ใช้ในระบบ 3 ระดับด้วยกันคือ ที่ระดับความดัน 41.37 bar, 10.34 bar และ 2.9 bar โดยที่ถังพักไอน้ำที่ระดับความดัน 41.37 bar จะเป็นถังพักไอน้ำที่รวบรวมไอน้ำที่ผลิตได้จากหม้อต้มไอน้ำRB และ PB7 แล้วแบ่งจ่ายไอน้ำให้กับเทอร์โบเยเนอเรเตอร์TG1 และTG2 ส่วนถังพักไอน้ำที่ระดับความดัน 10.34 bar และ 2.9 bar จะทำหน้าที่รวบรวมไอน้ำที่ออกจากระบบกังหันไอน้ำแล้วแบ่งจ่ายให้กับอุปกรณ์ต่าง ๆ ในกระบวนการผลิต ซึ่งในกระบวนการผลิตจะมีการใช้ไอน้ำอยู่ 2 ระดับคือ ระดับความดัน 10.34 bar และ 2.9 bar และการใช้กำลังไฟฟ้าในกระบวนการผลิต กำลังไฟฟ้าที่ใช้ได้มาจากการผลิตกำลังไฟฟ้าของระบบกังหันไอน้ำและกำลังไฟฟ้าจากการไฟฟ้า และสัญลักษณ์ของตัวแปรต่าง ๆ ที่ใช้ในรูปที่ 5.3.1 อธิบายได้ดังนี้

$X_i$ คือ ไอน้ำที่ไหลตามส่วนต่าง ๆ ของระบบ $(i = 1,2,...,7)$

$X_p$ คือ ไอน้ำที่ใช้ในกระบวนการผลิต

$W_i$ คือ กำลังไฟฟ้าที่ผลิตได้ $(i = 1,2,3)$

$W_e$ คือ กำลังไฟฟ้าจากการไฟฟ้า

$W_p$ คือ กำลังไฟฟ้าที่ใช้ในกระบวนการผลิต

หมายเหตุ การตั้งชื่อหม้อต้มไอน้ำและเทอร์โบเยเนอเรเตอร์เป็นการตั้งชื่อตามข้อมูลที่ได้จากโรงงานตัวอย่าง

ในการวิเคราะห์หาจุดทำงานที่ให้ค่าใช้จ่ายต่ำสุด เราจะใช้วิธีการของการออปติไมซ์ ดังนั้นจึงจำเป็นที่จะต้องหาสมการคณิตศาสตร์ของระบบให้อยู่ในรูปแบบสมการของการออปติไมซ์ การสร้างสมการสามารถทำได้ดังนี้

- การหาสมการจากความสัมพันธ์ของระบบผลิตไอน้ำ โดยเราจะหาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเงินที่ต้องจ่ายไปในรูปของเชื้อเพลิงเพื่อผลิตไอน้ำ ดังนั้นรูปแบบของสมการจึงเป็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเงินที่ต้องจ่ายกับปริมาณไอน้ำที่ต้องการผลิต จะได้สมการดังนี้

$$C_f = F(X) \tag{5.35}$$

โดยที่

$C_f$ คือ ค่าใช้จ่ายเนื่องจากเชื้อเพลิง (หน่วย บาท/ชั่วโมง)

$X$ คือ มวลของไอน้ำที่ผลิตได้ (หน่วย ตัน/ชั่วโมง)

ระบบประกอบด้วยหม้อต้มไอน้ำ 3 ใบ โดยอาศัยข้อมูลจากโรงงานเราสามารถสร้างสมการของหม้อต้มไอน้ำแต่ละใบ (รายละเอียดโปรดดูในภาคผนวก ค) ได้ดังนี้

หม้อต้มไอน้ำ RB สมการที่ได้ คือ

$$C_{RB} = -0.29102\text{x}10^{-4}X_1^2+0.60853\text{x}10^3X_1+0.20037\text{x}10^{-2} \tag{5.36}$$

หม้อต้มไอน้ำ PB7 สมการที่ได้ คือ

$$C_{PB7} = -0.1819\text{x}10^{-11}X_2^2+0.14097\text{x}10^3X_2+0.80036\text{x}10^{-8} \tag{5.37}$$

หม้อต้มไอน้ำ PB8 สมการที่ได้ คือ

$$C_{PB8} = -0.43656\text{x}10^{-10}X_3^2+0.14284\text{x}10^3X_3+0.65658\text{x}10^{-7} \tag{5.38}$$

เนื่องจากระบบประกอบด้วยหม้อต้มไอน้ำ 3 ใบ ดังนั้นค่าใช้จ่ายของเชื้อเพลิงทั้งหมดจึงประกอบด้วยค่าใช้จ่ายเชื้อเพลิงของหม้อน้ำทั้ง 3 ใบ จะได้สมการของค่าใช้จ่ายเนื่องจากเชื้อเพลิงทั้งหมดคือ

$$COST = C_{RB}+C_{PB7}+C_{PB8} \tag{5.39}$$

$$\begin{aligned} COST = [&-0.29102\text{x}10^{-4}X_1^2+0.60853\text{x}10^3X_1+0.20037\text{x}10^{-2} \\ &-0.1819\text{x}10^{-11}X_2^2+0.14097\text{x}10^3X_2+0.80036\text{x}10^{-8} \\ &-0.43656\text{x}10^{-10}X_3^2+0.14284\text{x}10^3X_3+0.65658\text{x}10^{-7}] \end{aligned} \tag{5.40}$$

- การหาสมการจากความสัมพันธ์ของระบบกังหันไอน้ำ เนื่องจากกังหันไอน้ำส่งแรงไปขับเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ดังนั้นในระบบนี้เป็นการเปลี่ยนรูปพลังงานโดยเปลี่ยนจากพลังงานความร้อนเป็นพลังงานไฟฟ้า และปริมาณพลังงานไฟฟ้าที่ได้จากการเปลี่ยนรูปพลังงานขึ้นอยู่กับปริมาณความร้อน (ประสิทธิภาพของการเปลี่ยนรูปพลังงานเป็นเพียงแฟคเตอร์ตัวคูณเนื่องจากพลังงานความร้อนไม่สามารถเปลี่ยนรูปเป็นพลังงานไฟฟ้าได้ทั้งหมด) ดังนั้นจะได้รูปแบบของสมการจึงเป็นความสัมพันธ์ระหว่างกำลังไฟฟ้าที่ผลิตได้กับมวลไอน้ำที่ผ่านเทอร์โบเยเนอเรเตอร์ ได้สมการดังนี้

$$W = F(X) \tag{5.41}$$

โดยที่

W คือ พลังงานไฟฟ้าที่ผลิตได้ (หน่วย MW)

X คือ มวลของไอน้ำที่ไหลผ่านกังหันไอน้ำ (หน่วย ตัน/ชั่วโมง)

ในระบบกังหันไอน้ำประกอบด้วยเทอร์โบเยเนอเรเตอร์ 3 ตัว โดยอาศัยข้อมูลจากโรงงานเราสามารถสร้างสมการของเทอร์โบเยเนอเรเตอร์แต่ละตัว (โปรดดูรายละเอียดในภาคผนวก) ได้ดังนี้

เทอร์โบเยเนอเรเตอร์ TG1 สมการที่ได้ คือ

$$W_1 = 0.1547x10^{-2}X_4{}^2+0.19986x10^{-1}X_4+0.11373 \tag{5.42}$$

เทอร์โบเยเนอเรเตอร์ TG2 สมการที่ได้ คือ

$$W_2 = 0.15432x10^{-3}X_5{}^2+0.40566x10^{-1}X_5-0.97696x10^{-2} \tag{5.43}$$

เทอร์โบเยเนอเรเตอร์ TG4 สมการที่ได้ คือ

$$W_3 = -0.15954x10^{-2}X_3{}^2+0.34501X_3-0.80832x10 \tag{5.44}$$

- ความสัมพันธ์ของการซื้อพลังงานไฟฟ้า ซึ่งอยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานไฟฟ้าที่ใช้กับจำนวนเงินที่ต้องจ่าย มีความสัมพันธ์ดังนี้

$$C_e = F_e(W_e) \tag{5.45}$$

โดยที่

$C_e$ คือ ค่าใช้จ่ายเนื่องจากซื้อไฟฟ้า (หน่วย บาท/MW)

$W_e$ คือ กำลังไฟฟ้าที่ซื้อ (หน่วย MW)

โดยอาศัยข้อมูลจากโรงงานและการไฟฟ้า เราสามารถสร้างสมการ (โปรดดูรายละเอียดใน ภาคผนวก) ได้ดังนี้

$$C_e = 0.98455\times10^2 W_e + 0.72082\times10^3 W_e + 0.14863\times10^4 \qquad (5.46)$$

- ดุลของมวล เนื่องจากไอน้ำจากหม้อต้มขนาดต่าง ๆ มีการไหลไปรวมที่ Header หนึ่งก่อนที่จะทำการแยกไหลไปใช้ในส่วนต่าง ๆ

$$X_i = X_o \qquad (5.47)$$

โดยที่

$X_i$ คือ มวลของไอน้ำที่ไหลเข้า Header (หน่วย ตัน/ชั่วโมง)

$X_o$ คือ มวลของไอน้ำที่ไหลออกจาก Header (หน่วย ตัน/ชั่วโมง)

จากบล็อคไดอะแกรมสามารถหาสมการแสดงความสัมพันธ์ของดุลของมวลที่ Header ต่าง ๆ ได้ ดังนี้

ที่ Header 41.37 bar

$$X_1+X_2 = X_4+X_5+X_6 \qquad (5.48)$$

ที่ Header 10.34 bar และกระบวนการผลิตใช้ไอน้ำที่ความดันนี้ $X_p = 0.1035\times10^3$ ตัน/ชั่วโมง

$$X_3+X_5+X_6 = X_7-0.1035\times10^3 \qquad (5.49)$$

ที่ Header 2.9 bar และกระบวนการผลิตใช้ไอน้ำที่ความดันนี้ $X_p = 0.263\times10^2$ ตัน/ชั่วโมง

$$X_4+X_7 \quad = \quad 0.263\text{x}10^2 \tag{5.50}$$

- ดุลของพลังงานไฟฟ้า พลังงานไฟฟ้าที่ผลิตได้กับพลังงานไฟฟ้าที่ซื้อจะเท่ากับพลังงานไฟฟ้าที่ใช้ในโรงงานอุตสาหกรรม จะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$W_1+W_2+W_3+W_e \quad = \quad W_p \tag{5.51}$$

โดยที่

$W_i$ คือ พลังงานไฟฟ้าที่ผลิตได้ (หน่วย MW) ; $i = 1,2,3$

$W_e$ คือ พลังงานไฟฟ้าที่ซื้อ (หน่วย MW)

$W_p$ คือ พลังงานไฟฟ้าที่ใช้ในโรงงาน (หน่วย MW)

เนื่องจากพลังงานที่ใช้ภายในโรงงาน $W_p = 0.2494032738\text{x}10^2$ MW จะได้สมการคือ

$$W_1+W_2+W_3+W_e \quad = \quad 0.2494032738\text{x}10^2 \tag{5.52}$$

- ค่าพิกัดของหม้อต้มไอน้ำ และเครื่องกำเนิดไฟฟ้า เนื่องจากอุปกรณ์เหล่านี้มีข้อจำกัดในการผลิตที่ไม่สามารถผลิตเกินค่าพิกัดได้ในระยะเวลานาน ๆ เพราะคุณสมบัติทางกายภาพของวัสดุที่นำมาทำเป็นอุปกรณ์ มีสมการดังนี้

$$X_i \quad \leqslant \quad M_i \tag{5.53}$$

$$W_i \quad \leqslant \quad N_i \tag{5.54}$$

โดยที่

$X_i$ คือ มวลของไอน้ำที่หม้อน้ำผลิตได้ (หน่วย ตัน/ชั่วโมง)

$M_i$ คือ ค่าพิกัดของหม้อน้ำ (หน่วย ตัน/ชั่วโมง)

$W_i$ คือ กำลังไฟฟ้าที่ผลิตได้ (หน่วย MW)

$N_i$ คือ ค่าพิกัดของการผลิตไฟฟ้า (หน่วย MW)

ค่าพิกัดของหม้อต้มไอน้ำRB, PB7 และ PB8 คือ $0.14\times10^2$ , $0.38\times10^2$ และ $0.8\times10^2$ ตัน/ชั่วโมงตามลำดับ และค่าพิกัดการผลิตไฟฟ้าของเทอร์ไบเยเนอเรเตอร์TG1, TG2 และ TG4 คือ $0.125\times10$, $0.15\times10$ และ $0.1026\times10^2$ MWตามลำดับ ดังนั้นจะได้สมการดังนี้คือ

$$X_1 \leqslant 0.14\times10^2 \tag{5.55}$$

$$X_2 \leqslant 0.38\times10^2 \tag{5.56}$$

$$X_3 \leqslant 0.8\times10^2 \tag{5.57}$$

$$W_1 \leqslant 0.125\times10 \tag{5.58}$$

$$W_2 \leqslant 0.15\times10 \tag{5.59}$$

$$W_3 \leqslant 0.1026\times10^2 \tag{5.60}$$

- มวลของไอน้ำไม่ไหลย้อนกลับ นั่นคือมวลของไอน้ำมีทิศทางการไหลที่แน่นอนไม่มีความสับสนในเรื่องของทิศทางซึ่งความสับสนในเรื่องของทิศทางอาจก่อให้เกิดปัญหาในเรื่องของแรงดันในอุปกรณ์จนอุปกรณ์ไม่สามารถทนแรงดันที่เกิดจากการสับสนของทิศทางได้

$$X_i \geqslant 0 \qquad ; i = 1,2,\ldots,7 \tag{5.61}$$

โดยที่

$X_i$ คือ มวลของไอน้ำ (หน่วย ตัน/ชั่วโมง)

- พลังงานไฟฟ้าไม่ไหลย้อนกลับ เนื่องจากพลังงานที่ผลิตได้จะต้องไม่ไหลย้อนกลับเข้าเครื่องกำเนิดไฟฟ้า การไฟฟ้ายังไม่ได้มีการรับซื้อพลังงานไฟฟ้าจากเอกชน ดังนั้นพลังงานไฟฟ้าจึงไม่มีโอกาสไหลย้อนกลับคืนสู่ระบบไฟฟ้าของการไฟฟ้า จะได้สมการดังนี้

$$W_i \geqslant 0 \qquad ; i = 1,2,3,e \tag{5.62}$$

โดยที่

$W_i$ คือ พลังงานไฟฟ้า (หน่วย MW)

เนื่องจากสมการที่ใช้ในการออปติไมซ์จะต้องอยู่ในรูปแบบ ดังนี้

Min Objective Function : $\min \; M(x)$

Subject to Constraint Functions ;

$$g_i(x) < 0 \quad ; \; i = 1,2,\ldots,m_1$$

$$g_i(x) = 0 \quad ; \; i = m_1+1,m_1+2,\ldots,m_2$$

$$l_i(x) < 0 \quad ; \; i = m_2+1,m_2+2,\ldots,m_3$$

$$l_i(x) = 0 \quad ; \; i = m_3+1,m_3+2,\ldots,m$$

ดังนั้นเราสามารถสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบได้ดังนี้คือ

เป้าหมายของของระบบคือ ค่าใช้จ่ายต่ำสุด โดยค่าใช้จ่ายจะประกอบด้วยค่าใช้จ่ายเนื่องจากเชื้อเพลิงและค่าใช้จ่ายเนื่องจากการซื้อไฟฟ้า

OBJECTIVE FUNCTION :

$$COST = C_{RB}+C_{PB7}+C_{PB6}+C_e$$

$$\begin{aligned} COST = \; [&-0.29102\text{x}10^{-4}X_1{}^2+0.60853\text{x}10^3X_1+0.20037\text{x}10^{-2} \\ &-0.1819\text{x}10^{-11}X_2{}^2+0.14097\text{x}10^3X_2+0.80036\text{x}10^{-8} \\ &-0.43656\text{x}10^{-10}X_3{}^2+0.14284\text{x}10^3X_3+0.65658\text{x}10^{-7} \\ &+0.98455\text{x}10^2W_e+0.72082\text{x}10^3W_e+0.14863\text{x}10^4] \end{aligned} \quad (5.63)$$

และที่จุดทำงานที่ให้ค่าใช้จ่ายต่ำสุดจะต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขต่าง ๆ ดังนี้คือ

CONSTRAINS :

* ความสัมพันธ์ของไฟฟ้าที่ผลิตได้กับไอน้ำที่ไหลเข้าเทอร์โบเยเนอเรเตอร์

$$W_1 = 0.1547\text{x}10^{-2}X_4{}^2+0.19986\text{x}10^{-1}X_4+0.11373$$

$$W_2 = 0.15432\times10^{-3}X_5^2+0.40566\times10^{-1}X_5-0.97696\times10^{-2} \quad (5.64)$$

$$W_3 = -0.15954\times10^{-2}X_3^2+0.34501X_3-0.80832\times10$$

* ดุลพลังงานรวมของระบบ

$$W_1+W_2+W_3+W_e = 0.2494032738\times10^2 \quad (5.65)$$

* ดุลของมวลของไอน้ำ

$$\begin{aligned} X_1+X_2 &= X_4+X_5+X_6 \\ X_3+X_5+X_6 &= X_7-0.1035\times10^3 \quad (5.66) \\ X_4+X_7 &= 0.263\times10^2 \end{aligned}$$

* กำลังผลิตของมวล และ/หรือพลังงานไม่เกินค่าพิกัด

$$\begin{aligned} X_1 &\leqslant 0.14\times10^2 \\ X_2 &\leqslant 0.38\times10^2 \\ X_3 &\leqslant 0.8\times10^2 \\ W_1 &\leqslant 0.125\times10 \quad (5.67) \\ W_2 &\leqslant 0.15\times10 \\ W_3 &\leqslant 0.1026\times10^2 \end{aligned}$$

* มวล และ/หรือพลังงานไม่ไหลย้อนกลับ

$$X_i \geqslant 0 \quad (i = 1,2,3,\ldots,7) \quad (5.68)$$

$$W_i \geqslant 0 \quad (i = 1,2,3,e)$$

โดยที่ให้

| | | |
|---|---|---|
| $Y_1 = X_1$ | $Y_2 = X_2$ | $Y_3 = X_3$ |
| $Y_4 = X_4$ | $Y_5 = X_5$ | $Y_6 = X_6$ |
| $Y_7 = X_7$ | $Y_8 = W_1$ | $Y_9 = W_2$ |
| $Y_{10} = W_3$ | $Y_{11} = W_e$ | |

ดังนั้นจะได้สมการดังนี้

OBJECTIVE FUNCTION :

$$\text{Min Cost} = \min [-0.43656\text{x}10^{-10}Y_3^2+0.14284\text{x}10^3Y_3+0.65658\text{x}10^{-7}$$
$$-0.1819\text{x}10^{-11}Y_2^2+0.14097\text{x}10^3Y_2+0.80036\text{x}10^{-8}$$
$$-0.29102\text{x}10^{-4}Y_1^2+0.60853\text{x}10^3Y_1+0.20037\text{x}10^{-2}$$
$$+0.98455\text{x}10^2Y_{11}+0.72082\text{x}10^3Y_{11}+0.14863\text{x}10^4]$$

CONSTRAINS :

$$Y_8 = 0.1547\text{x}10^{-2}Y_4^2+0.19986\text{x}10^{-1}Y_4+0.11373$$
$$Y_9 = 0.15432\text{x}10^{-3}Y_5^2+0.40566\text{x}10^{-1}Y_5-0.97696\text{x}10^{-2}$$
$$Y_{10} = -0.15954\text{x}10^{-2}Y_3^2+0.34501Y_3-0.80832\text{x}10$$
$$Y_8+Y_9+Y_{10}+Y_{11} = 0.2494032738\text{x}10^2$$
$$Y_1+Y_2 = Y_4+Y_5+Y_6$$
$$Y_3+Y_5+Y_6 = Y_7-0.1035\text{x}10^3$$
$$Y_4+Y_7 = 0.263\text{x}10^2$$
$$Y_1 \leqslant 0.14\text{x}10^2$$
$$Y_2 \leqslant 0.38\text{x}10^2$$
$$Y_3 \leqslant 0.8\text{x}10^2$$
$$Y_8 \leqslant 0.125\text{x}10$$
$$Y_9 \leqslant 0.15\text{x}10$$
$$Y_{10} \leqslant 0.1026\text{x}10^2$$
$$Y_i \geqslant 0 \qquad (i = 1,2,3,\ldots,11)$$

โดยกำหนดจุดเริ่มต้นดังนี้ คือ

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Y_1$ | = | 13 | $Y_2$ | = | 37 | $Y_3$ | = | 79 |
| $Y_4$ | = | 20 | $Y_5$ | = | 15 | $Y_6$ | = | 16.1 |
| $Y_7$ | = | 6.6 | $Y_8$ | = | 0.625375 | $Y_9$ | = | 0.317333 |
| $Y_{10}$ | = | 8.705952381 | $Y_{11}$ | = | 15.29166667 | | | |

เมื่อทำการคำนวณหาจุดเหมาะสมโดยใช้โปรแกรมออปติไมซ์ จะได้ผลลัพธ์ดังนี้ คือ

VALUE OF FUNCTION = 0.5184415606D+05

VALUE OF X =

| | |
|---|---|
| 0.1179999252D+02 | 0.3800000000D+02 |
| 0.8000000000D+02 | 0.2140111401D+02 |
| 0.2839888154D+02 | 0.7671974292D-09 |
| 0.4898883767D+01 | 0.1250000000D+01 |
| 0.1266734465D+01 | 0.9307056500D+01 |
| 0.1311651988D+02 | |

VALUE OF CONSTRAINS =

| | |
|---|---|
| 0.9453113734D-05 | 0.1650120847D-04 |
| 0.1650061336D-04 | -0.1653039180D-04 |
| -0.3033167598D-05 | -0.2229870006D-05 |
| -0.2223120646D-05 | -0.2200007483D+01 |
| -0.7325979823D-09 | -0.2783963282D-08 |
| -0.2057731763D-10 | -0.2332655346D+00 |
| -0.9529434996D+00 | -0.1179999252D+02 |
| -0.3800000000D+02 | -0.8000000000D+02 |
| -0.2140111401D+02 | -0.2839888154D+02 |
| -0.7671974292D-09 | -0.4898883767D+01 |
| -0.1250000000D+01 | -0.1266734465D+01 |
| -0.9307056500D+01 | -0.1311651988D+02 |

โดยกำหนดจุดเริ่มต้นดังนี้ คือ

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Y_1$ | = | 10 | $Y_2$ | = | 10 | $Y_3$ | = | 10 |
| $Y_4$ | = | 10 | $Y_5$ | = | 10 | $Y_6$ | = | 10 |
| $Y_7$ | = | 3 | $Y_8$ | = | 0.2 | $Y_9$ | = | 0.3 |
| $Y_{10}$ | = | 8 | $Y_{11}$ | = | 5 | | | |

เมื่อทำการคำนวณหาจุดเหมาะสมโดยใช้โปรแกรมออปติไมซ์ จะได้ผลลัพธ์ดังนี้ คือ

VALUE OF FUNCTION = 0.5184432282D+05

VALUE OF X =

| | |
|---|---|
| 0.1179999925D+02 | 0.3800000000D+02 |
| 0.8000000000D+02 | 0.2140121253D+02 |
| 0.2839878703D+02 | 0.2872089748D-08 |
| 0.4898787251D+01 | 0.1250000000D+01 |
| 0.1266714952D+01 | 0.9307041649D+01 |
| 0.1311656912D+02 | |

VALUE OF CONSTRAINS =

| | |
|---|---|
| 0.9608080234D-06 | 0.1649864844D-05 |
| 0.1649698788D-05 | -0.1657130952D-05 |
| -0.3055805756D-06 | -0.2228443918D-06 |
| -0.2221759132D-06 | -0.2200000746D+01 |
| -0.1464286470D-08 | -0.2687556844D-08 |
| -0.2458477866D-10 | -0.2332850483D+00 |
| -0.9529583505D+00 | -0.1179999925D+02 |
| -0.3800000000D+02 | -0.8000000000D+02 |
| -0.2140121253D+02 | -0.2839878703D+02 |
| -0.2872089748D-08 | -0.4898787251D+01 |
| -0.1250000000D+01 | -0.1266714952D+01 |
| -0.9307041649D+01 | -0.1311656912D+02 |

โดยกำหนดจุดเริ่มต้นดังนี้ คือ

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Y_1$ | = | 1000 | $Y_2$ | = | 1500 | $Y_3$ | = | 2000 |
| $Y_4$ | = | 100 | $Y_5$ | = | 50 | $Y_6$ | = | 200 |
| $Y_7$ | = | 100 | $Y_8$ | = | 50.2 | $Y_9$ | = | 30.3 |
| $Y_{10}$ | = | 500 | $Y_{11}$ | = | 250 | | | |

เมื่อทำการคำนวณหาจุดเหมาะสมโดยใช้โปรแกรมออปติไมซ์ จะได้ผลลัพธ์ดังนี้ คือ

```
VALUE OF FUNCTION =     0.5184428295D+05

VALUE OF X =      0.1179999764D+02      0.3800000000D+02
                  0.7999999999D+02      0.2140118900D+02
                  0.2839880960D+02      0.8878418652D-09
                  0.4898810301D+01      0.1250000000D+01
                  0.1266719632D+01      0.9307045216D+01
                  0.1311655735D+02

VALUE OF CONSTRAINS =     0.2989212906D-05      0.5216218612D-05
                          0.5216179261D-05     -0.5183122084D-05
                         -0.9549216361D-06     -0.7031731002D-06
                         -0.7036042007D-06     -0.2200002356D+01
                         -0.5634319677D-09     -0.5138645065D-08
                         -0.7517542144D-11     -0.2332803684D+00
                         -0.9529547843D+00     -0.1179999764D+02
                         -0.3800000000D+02     -0.7999999999D+02
                         -0.2140118900D+02     -0.2839880960D+02
                         -0.8878418652D-09     -0.4898810301D+01
                         -0.1250000000D+01     -0.1266719632D+01
                         -0.9307045216D+01     -0.1311655735D+02
```

ดังนั้นเห็นได้ว่าเมื่อเราให้จุดเริ่มต้นของตัวแปรที่ค่าต่าง ๆ กัน ค่าต่ำสุดของฟังก์ชั่นจะวิ่งเข้าสู่ค่า ๆ เดียวคือ ค่าใช้จ่ายต่ำสุดมีค่าประมาณ 51844 บาท/ชั่วโมง จะต่างกันก็ที่จำนวนสตางค์เท่านั้น แสดงว่าระบบนี้ให้ค่าต่ำสุดของฟังก์ชั่นเพียงค่าเดียว และค่านั้นเป็นค่าต่ำสุดสมบูรณ์(absolute minimum)