หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 4

ผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบตัวประมาณริดจ์ที่ใช้ในการประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุโดยวิธีริดจ์รีเกรสชัน เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ แบบปกติปลอมปน และแบบลอกนอร์มอล โดยทำการเปรียบเทียบตัวประมาณริดจ์ 4 วิธี และใช้เกณฑ์การเปรียบเทียบของอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ซึ่งมีวิธีการคำนวณดังนี้

$$RDAMSE = \frac{AMSE_{(i)} - AMSE_{(min)}}{AMSE_{(min)}} \times 100$$

เมื่อ RDAMSE คือ อัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

$AMSE_{(i)}$ คือ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีที่ i;i = 1,..,4

$AMSE_{(min)}$ คือ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีที่ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด

ในการวิจัยนี้จะเสนอผลงานวิจัยออกเป็น 3 ตอนคือ

ขั้นตอนที่ 1 เปรียบเทียบตัวประมาณริดจ์ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ

ขั้นตอนที่ 2 เปรียบเทียบตัวประมาณริดจ์ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน

ขั้นตอนที่ 3 เปรียบเทียบตัวประมาณริดจ์ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล

สำหรับการนำเสนอผลการวิจัยจะนำเสนอในรูปตาราง โดยใช้สัญลักษณ์ต่อไปนี้แทนความหมายต่างๆกล่าวคือ

1170628924

P	หมายถึง	จำนวนตัวแปรอิสระ
MEAN	หมายถึง	ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงซึ่งในที่นี้กำหนดให้ = 1
STD	หมายถึง	ค่าเบี่ยงเบนมาตราฐานของการแจกแจง
EIGEN(MIN)	หมายถึง	ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จากค่า eigenvector ซึ่งสอดคล้องกับ eigenvalue ที่มีค่าน้อยที่สุด
EIGEN(MAX)	หมายถึง	ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จากค่า eigenvector ซึ่งสอดคล้องกับ eigenvalue ที่มีค่ามากที่สุด
N	หมายถึง	ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง
R-SQR	หมายถึง	ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์
HKB	หมายถึง	ตัวประมาณริดจ์ที่คำนวณโดยวิธี HKB
TZE	หมายถึง	ตัวประมาณริดจ์ที่คำนวณโดยวิธี TZE-SAN-LEE
HK	หมายถึง	ตัวประมาณริดจ์ที่คำนวณโดยวิธี HK
AVAR	หมายถึง	ค่าเฉลี่ยของความแปรปรวน
ABIAS	หมายถึง	ค่าเฉลี่ยของความเอนเอียงกำลังสอง
AMSE	หมายถึง	ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
SD	หมายถึง	ส่วนเบี่ยงเบนของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
TIMES	หมายถึง	จำนวนครั้งของวิธีการประมาณที่ให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำสุด
k	หมายถึง	ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี
DIFF(RDAMSE)	หมายถึง	อัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
DEGREE CORR	หมายถึง	ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ

4.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณริดจ์ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ

จะศึกษาเมื่อพารามิเตอร์ $\mu = 1$, $\epsilon = 0.05$, 0.10 และ 0.15 โดยมีจำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ระดับความสัมพันธ์ .99,.90 และ .70 และจำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ที่ระดับความสัมพันธ์ (.99,.99),(.90,.90) และ (.70,.30) โดยกำหนดขนาดตัวอย่าง = 30,50 และ 100 และค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุจาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่ต่ำที่สุดและที่มากที่สุด การกำหนด β จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุดและที่น้อยที่สุดของเมตริกซ์ความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ ซึ่งทำให้ $E[(\hat{\beta}_r-\beta)'(\hat{\beta}_r-\beta)]$ มีค่าน้อยที่สุดและมากที่สุดตามลำดับโดย $\hat{\beta}_r$ คือค่าประมาณ ส.ป.ส.การถดถอยพหุโดยวิธีริดจ์รีเกรสชัน ซึ่งผลการวิจัยจะนำเสนอในตารางที่ 4.1.1 - 4.1.24

รายละเอียดของตารางที่ 4.1.1 - 4.1.24

ตารางที่	จำนวนตัวแปรอิสระ	ส.ป.ส. การแปรผัน	ส.ป.ส.การถดถอยพหุจาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue
4.1.1-4.1.2	3	5	น้อยที่สุด
4.1.3-4.1.4	3	5	มากที่สุด
4.1.5-4.1.6	3	10	น้อยที่สุด
4.1.7-4.1.8	3	10	มากที่สุด
4.1.9-4.1.10	3	15	น้อยที่สุด
4.1.11-4.1.12	3	15	มากที่สุด
4.1.13-4.1.14	5	5	น้อยที่สุด
4.1.15-4.1.16	5	5	มากที่สุด
4.1.17-4.1.18	5	10	น้อยที่สุด
4.1.19-4.1.20	5	10	มากที่สุด
4.1.21-4.1.22	5	15	น้อยที่สุด
4.1.23-4.1.24	5	15	มากที่สุด

จากตารางที่ 4.1.1 และ 4.1.2 สรุปผลได้ดังนี้

ระดับความสัมพันธ์ .70

สำหรับขนาดตัวอย่าง = 30 วิธี Binary Search , HKB และ HK จะให้ค่า AMSE น้อยใกล้เคียงกัน แต่ TZE-SAN-LEE จะให้ค่า AMSE ที่มีค่ามาก เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 50 และ 100 จะได้ผลสรุปเหมือนเดิม แต่ค่า AMSE จะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ข้อสังเกต วิธี Binary Search , HKB และ HK ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR แต่วิธี TZE-SAN-LEE ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า ABIAS

สำหรับขนาดตัวอย่าง = 30 วิธี Binary Search , HKB และ HK จะให้ค่า RDAMSE น้อยใกล้เคียงกัน โดยวิธี Binary Search จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด แต่ TZE-SAN-LEE จะให้ค่า RDAMSE ที่มีค่ามาก เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 50 และ 100 จะได้ผลสรุปเหมือนเดิม แต่ค่า RDAMSE ของ HKB และ HK จะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่ค่า RDAMSE ของ TZE-SAN-LEE จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเนื่องจากค่า AMSE ของ TZE-SAN-LEE มีค่าค่อนข้างคงที่ขณะที่ค่า AMSE ของ 3 วิธีที่เหลือมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

จะพบว่าวิธีการประมาณแบบทวิ (Binary Search) จะให้จำนวน Times มากที่สุด ถึงแม้ว่าค่า AMSE ของ HKB และ HK จะมีค่าใกล้เคียงกัน

ค่า k ของวิธี HK , BINARY SEARCH และ HKB จะมีค่าใกล้เคียงกันโดยมีค่าน้อยใกล้ 0 และมีค่าค่อนข้างคงที่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่ค่า k ของ TZE-SAN-LEE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับความสัมพันธ์ .90

ผลสรุปที่ได้มีลักษณะทำนองเดียวกับระดับความสัมพันธ์ .70

ระดับความสัมพันธ์ .99

ผลสรุปที่ได้มีลักษณะทำนองเดียวกับระดับความสัมพันธ์ .70

ข้อสังเกต

ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่กรณี TZE-SAN-LEE กลับมีค่าเพิ่มขึ้นเล็กน้อยเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นในระดับความสัมพันธ์ 0.70 และ 0.90 ที่เป็นเช่นนี้ก็เพราะในระดับความสัมพันธ์ทั้งสองนั้นค่า k ของ TZE-SAN-LEE จะมีค่ามากเกิน 1 และมีค่าเพิ่มสูงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ซึ่งทำให้ค่า ABIAS ที่คำนวณได้มีค่าสูงขึ้น ขณะที่ค่า AVAR มีค่าลดลง แต่การเพิ่มของ ABIAS เมื่อเทียบกับการลดลงของค่า AVAR มีมากกว่า ซึ่งทำให้ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น

ค่า AMSE ของวิธี Binary Search,HKB และ HK ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR แต่วิธี TZE-SAN-LEE ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า ABIAS และค่า AVAR และ ABIAS มีลักษณะการเพิ่มและลดลงทำนองเดียวกับ AMSE สาเหตุที่เป็นเช่นนี้เพราะว่าค่า k ของ Binary Search,HKB และ HK มีค่าน้อยใกล้ 0 ซึ่งทำให้ค่า ABIAS ที่คำนวณได้มีค่าต่ำ แต่กรณีของ TZE-SAN-LEE ค่า k มีค่าสูงทำให้ค่า ABIAS ที่คำนวณได้มีค่าสูง

ค่า RDAMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นแต่ TZE-SAN-LEE มีลักษณะตรงกันข้ามกล่าวคือ มีค่าลดลงเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ค่า k ของวิธี HK,Binary Search และ HKB มีค่าค่อนข้างคงที่ในระดับความสัมพันธ์เดียวกัน และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น แต่โดยทั่วไปมีค่าน้อยใกล้ศูนย์โดย HK มีค่าน้อยที่สุด แต่กรณี TZE-SAN-LEE ค่า k จะมีลักษณะการเพิ่มและลดลงทำนองเดียวกันกับค่า RDAMSE กล่าวคือ มีค่าลดลงเมื่อระดับเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและค่า k จะมีค่าอยู่ในช่วง (0,1) เมื่อระดับความสัมพันธ์เป็น 0.99

โดยทั่วๆไปในตารางนี้วิธี BINARY SEARCH,HKB และ HK ให้ผลดีไม่แตกต่างกันแต่วิธี BINARY SEARCH จะให้ผลดีกว่าเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นและขนาดตัวอย่างเล็กลง แต่วิธี TZE-SAN-LEE จะให้ผลดีขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นและขนาดตัวอย่างเล็กลง

จากข้อสังเกตข้างต้นเมื่อพิจารณาสูตร MSE($\hat{\beta}(k)$)

$$MSE(\hat{\beta}(k)) = Var(\hat{\beta}(k)) + Bias^2(\hat{\beta}(k))$$

$$= [\sigma^2\Sigma\lambda_i/(\lambda_i+k)^2] + [k^2\Sigma\beta_i^2/(\lambda_i+k)^2]$$

พบว่าค่า k ของวิธี HK , Binary Search และ HKB มีค่าเล็ก ต่างจากวิธี Tze-San-Lee ที่มีค่าใหญ่ ดังนั้นค่า AMSE ของ 3 วิธีแรกส่วนใหญ่จึงเกิดจาก AVAR และกรณี Tze-San-Lee ส่วนใหญ่จึงเกิดจาก ABIAS และการที่ AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น กรณีของ HK,Binary Search และ HKB เนื่องจากว่าค่า AVAR มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นตามค่า $\Sigma\lambda_i/(\lambda_i+k)^2$ และมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นตามค่า σ^2

ตารางที่ 4.1.1 การเปรียบเทียบประมาณการจากวิธีความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยที่สุดของการแจกแจง ปกติจำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ $\mu = 1$ และ $\sigma = 0.05$ ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.05 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	0.0012	0.1598	0.0012	0.0012	0.0007	0.1594	0.0007	0.0007	0.0003	0.1720	0.0003	0.0003
	SD	0.0004	0.0440	0.0004	0.0004	0.0002	0.0485	0.0002	0.0002	0.0001	0.0480	0.0001	0.0001
	TIMES	2	0	1	197	1	0	0	199	0	0	1	199
	DIFF	0.035	13549.	0.031	-	0.016	22740.	0.021	-	0.006	52755.	0.008	-
0.90	AMSE	0.0036	0.1565	0.0036	0.0036	0.0022	0.1550	0.0022	0.0022	0.0010	0.1665	0.0010	0.0010
	SD	0.0012	0.0494	0.0012	0.0012	0.0006	0.0533	0.0006	0.0006	0.0002	0.0510	0.0002	0.0002
	TIMES	1	0	1	198	0	0	1	199	1	0	0	199
	DIFF	0.124	4209.3	0.138	-	0.059	7051.1	0.082	-	0.023	16341.	0.034	-
0.99	AMSE	0.0351	0.1684	0.0353	0.0347	0.0214	0.1652	0.0215	0.0213	0.0102	0.1662	0.0102	0.0101
	SD	0.0114	0.0693	0.0115	0.0112	0.0057	0.0703	0.0057	0.0056	0.0018	0.0583	0.0018	0.0018
	TIMES	1	0	2	197	0	0	1	199	1	0	0	199
	DIFF	1.151	385.4	1.625	-	0.597	67.6	0.931	-	0.256	1540.0	0.388	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด

DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.1.2 การเปรียบตัวประมาณค่าในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.05 ค่า ส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.05 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	0.0012	0.0004	0.0012	0.0012	0.0007	0.0002	0.0007	0.0007	0.0003	0.0001	0.0003	0.0003
	ABIAS	0.0000	0.1595	0.0000	0.0000	0.0000	0.1592	0.0000	0.0000	0.0000	0.1719	0.0000	0.0000
	AMSE	0.0012	0.1598	0.0012	0.0012	0.0007	0.1594	0.0007	0.0007	0.0003	0.1720	0.0003	0.0003
	k	0.0074	3.6879	0.0041	0.0066	0.0076	6.6058	0.0041	0.0071	0.0074	14.029	0.0040	0.0067
0.90	AVAR	0.0036	0.0011	0.0036	0.0036	0.0022	0.0006	0.0022	0.0022	0.0010	0.0003	0.0010	0.0010
	ABIAS	0.0000	0.1554	0.0000	0.0000	0.0000	0.1544	0.0000	0.0000	0.0000	0.1662	0.0000	0.0000
	AMSE	0.0036	0.1565	0.0036	0.0036	0.0022	0.1550	0.0022	0.0022	0.0010	0.1665	0.0010	0.0010
	k	0.0073	1.1606	0.0041	0.0070	0.0076	2.0785	0.0041	0.0075	0.0074	4.4099	0.0041	0.0071
0.99	AVAR	0.0325	0.0111	0.0344	0.0325	0.0205	0.0064	0.0212	0.0205	0.0100	0.0029	0.0101	0.0100
	ABIAS	0.0026	0.1573	0.0009	0.0021	0.0009	0.1588	0.0003	0.0008	0.0002	0.1633	0.0001	0.0002
	AMSE	0.0351	0.1684	0.0353	0.0347	0.0214	0.1652	0.0215	0.0213	0.0102	0.1662	0.0102	0.0101
	k	0.0077	0.1134	0.0043	0.0079	0.0077	0.2031	0.0042	0.0080	0.0076	0.4308	0.0042	0.0075

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน

ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.1.3 และ 4.1.4 สรุปผลได้ดังนี้

กล่าวโดยทั่วๆไปผลสรุปที่ได้มีลักษณะเช่นเดียวกับตารางที่4.1.1 และ4.1.2 แต่ค่า AMSE ของตารางนี้มีค่าต่ำกว่าเล็กน้อยเมื่อเทียบกับค่า AMSE ในตารางที่4.1.1 และ4.1.2 และ ค่า k ของวิธี Binary Search , HKB และ HK มีลักษณะแตกต่างจากค่า k ในตารางที่4.1.1 และ4.1.2 กล่าวคือ มีแนวโน้มลดลงเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น แต่โดยทั่วๆไปมีค่าน้อยใกล้ศูนย์และมีค่าค่อนข้างคงที่ในระดับความสัมพันธ์เดียวกันเช่นเดียวกับ ตารางที่4.1.1 และ4.1.2 แต่กรณี TZE-SAN-LEE ค่า k จะมีลักษณะการเพิ่มและลดลงคงเดิมเนื่องจากส.ป.ส.การถดถอยไม่มีผลต่อการคำนวณค่า k ของ TZE-SAN-LEE

ตารางที่ 4.1.3 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ $\mu = 1$ และ $\sigma = 0.05$ ค่าส.ป.ส.การถดถอยพหุที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุด

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.05 (BELTA FROM EIGEN (MAX))

DEGREE OF CORR		N = 30				N = 50				N = 100			
		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	0.0012	0.1248	0.0012	0.0012	0.0007	0.1341	0.0007	0.0007	0.0003	0.1417	0.0003	0.0003
	SD	0.0004	0.0161	0.0004	0.0004	0.0002	0.0134	0.0002	0.0002	0.0001	0.0104	0.0001	0.0001
	TIMES	8	0	0	192	5	0	2	193	7	0	0	193
	DIFF	0.002	10562.	0.012	-	0.000	19124.	0.004	-	0.000	43437.	0.000	-
0.90	AMSE	0.0036	0.1305	0.0036	0.0036	0.0022	0.1377	0.0022	0.0022	0.0010	0.1436	0.0010	0.0010
	SD	0.0012	0.0174	0.0012	0.0012	0.0006	0.0142	0.0006	0.0006	0.0002	0.0110	0.0002	0.0002
	TIMES	5	0	5	190	5	0	3	192	8	0	2	190
	DIFF	0.007	3497.3	0.027	-	0.002	6254.0	0.009	-	0.000	14079.	0.002	-
0.99	AMSE	0.0349	0.1497	0.0350	0.0347	0.0213	0.1491	0.0214	0.0213	0.0101	0.1487	0.0101	0.0101
	SD	0.0111	0.0341	0.0112	0.0110	0.0056	0.0259	0.0056	0.0055	0.0018	0.0187	0.0018	0.0018
	TIMES	3	0	2	195	3	0	1	196	7	0	1	192
	DIFF	0.401	331.2	0.894	-	0.132	600.9	0.357	-	0.023	1367.7	0.086	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด

DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.1.4 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.05 ค่า ส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุด

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.05 (BELTA FROM EIGEN (MAX))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	0.0012	0.0064	0.0012	0.0012	0.0007	0.0002	0.0007	0.0007	0.0003	0.0001	0.0003	0.0003
	ABIAS	0.0000	0.1245	0.0000	0.0000	0.0000	0.1339	0.0000	0.0000	0.0000	0.1416	0.0000	0.0000
	AMSE	0.0012	0.1248	0.0012	0.0012	0.0007	0.1341	0.0007	0.0007	0.0003	0.1417	0.0003	0.0003
	k	0.0074	3.6879	0.0063	0.0080	0.0076	6.6058	0.0067	0.0080	0.0074	14.029	0.0068	0.0077
0.90	AVAR	0.0036	0.0011	0.0036	0.0036	0.0022	0.0006	0.0022	0.0022	0.0010	0.0003	0.0010	0.0010
	ABIAS	0.0000	0.1294	0.0000	0.0000	0.0000	0.1371	0.0000	0.0000	0.0000	0.1433	0.0000	0.0000
	AMSE	0.0036	0.1305	0.0036	0.0036	0.0022	0.1377	0.0022	0.0022	0.0010	0.1436	0.0010	0.0010
	k	0.0073	1.1606	0.0064	0.0076	0.0076	2.0785	0.0068	0.0078	0.0074	4.4099	0.0068	0.0075
0.99	AVAR	0.0328	0.0111	0.0339	0.0326	0.0206	0.0064	0.0209	0.0205	0.0100	0.0029	0.0101	0.0100
	ABIAS	0.0021	0.1386	0.0012	0.0022	0.0007	0.1427	0.0005	0.0008	0.0002	0.1633	0.0001	0.0002
	AMSE	0.0349	0.1497	0.0350	0.0347	0.0213	0.1491	0.0214	0.0213	0.0102	0.1662	0.0102	0.0101
	k	0.0071	0.1134	0.0052	0.0075	0.0074	0.2031	0.0058	0.0077	0.0073	0.4308	0.0060	0.0075

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน

ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.1.5 และ 4.1.6 สรุปผลได้ดังนี้

ระดับความสัมพันธ์ .70

สำหรับขนาดตัวอย่าง = 30 วิธี Binary Search , HKB และ HK จะให้ค่า AMSE น้อยใกล้เคียงกัน แต่ TZE-SAN-LEE จะให้ค่า AMSE ที่มีค่ามาก เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 50 และ 100 จะได้ผลสรุปเหมือนเดิม

ค่า AMSE จะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ข้อสังเกต วิธี Binary Search , HKB และ HK ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR แต่วิธี TZE-SAN-LEE ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า ABIAS และขนาดตัวอย่าง 100 ค่า AMSE ของ TZE-SAN-LEE กับมีค่าเพิ่มขึ้นในระดับความสัมพันธ์ .70 และ .90

สำหรับขนาดตัวอย่าง = 30 วิธี Binary Search , HKB และ HK จะให้ค่า RDAMSE น้อยใกล้เคียงกัน โดยวิธี Binary Search จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด แต่ TZE-SAN-LEE จะให้ค่า RDAMSE ที่มีค่ามาก เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 50 และ 100 จะได้ผลสรุปเหมือนเดิม แต่ค่า RDAMSE ของ HKB และ HK จะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่ค่า RDAMSE ของ TZE-SAN-LEE จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเนื่องจากค่า AMSE ของ TZE-SAN-LEE มีค่าค่อนข้างคงที่ขณะที่ค่า AMSE ของวิธี Binary Search,HKB และ HK มีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

จะพบว่าวิธีการประมาณแบบทวิ (Binary Search) จะให้จำนวน Times มากที่สุด ถึงแม้ว่าค่า AMSE ของ HKB และ HK จะมีค่าใกล้เคียงกัน

ค่า k ของวิธี HK , BINARY SEARCH และ HKB จะมีค่าใกล้เคียงกันโดยมีค่าน้อยใกล้ 0 และมีค่าค่อนข้างคงที่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่ค่า k ของ TZE-SAN-LEE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับความสัมพันธ์ .90

ผลสรุปที่ได้มีลักษณะทำนองเดียวกับระดับความสัมพันธ์ .70

ระดับความสัมพันธ์ .99

ผลสรุปที่ได้มีลักษณะทำนองเดียวกับระดับความสัมพันธ์ .70

ข้อสังเกต

ค่า AMSE จะมีลักษณะแปรผันโดยตรงกับระดับความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรอิสระ แต่จะแปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง ยกเว้น TZE-SAN-LEE ที่จะแปรผันตามขนาดตัวอย่าง เมื่อ ระดับความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรอิสระเป็น 0.70 และ 0.30 ที่เป็นเช่นนี้ก็เพราะในระดับความสัมพันธ์ทั้งสองนั้นค่า k ของ TZE-SAN-LEE จะมีค่ามากเกิน 1 และมีค่าเพิ่มสูงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ซึ่งทำให้ค่า ABIAS ที่คำนวณได้มีค่าสูงขึ้นขณะที่ค่า AVAR มีค่าลดลง แต่การเพิ่มของ ABIAS เมื่อเทียบกับการลดลงของค่า AVAR มีมากกว่า ซึ่งทำให้ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น

ค่า AMSE ของวิธี Binary Search,HKB และ HK ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR แต่วิธี TZE-SAN-LEE ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า ABIAS สาเหตุที่เป็นเช่นนี้เพราะว่าค่า k ของ Binary Search , HKB และ HK มีค่าน้อยใกล้ 0 ซึ่งทำให้ค่า ABIAS ที่คำนวณได้มีค่าต่ำ แต่กรณีของ TZE-SAN-LEE ค่า k มีค่าสูงทำให้ค่า ABIAS ที่คำนวณได้มีค่าสูง

ค่า RDAMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นแต่ TZE-SAN-LEE มีลักษณะตรงกันข้ามกล่าวคือ มีค่าลดลงเมื่อระดับเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ค่า k ของวิธี HK,Binary Search และ HKB มีค่าค่อนข้างคงที่ในระดับความสัมพันธ์เดียวกัน แต่จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น แต่โดยทั่วไปมีค่าน้อยใกล้ศูนย์โดย HK มีค่าน้อยที่สุด แต่กรณี TZE-SAN-LEE ค่า k จะมีลักษณะการเพิ่มและลดลงทำนองเดียวกันกับค่า RDAMSE กล่าวคือ มีค่าลดลงเมื่อระดับเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นและมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและค่า k จะมีค่าอยู่ในช่วง (0,1) เมื่อระดับความสัมพันธ์เป็น 0.99

โดยทั่วๆไปในตารางนี้วิธี BINARY SEARCH,HKB และ HK ให้ผลดีไม่แตกต่างกันแต่วิธี BINARY SEARCH จะให้ผลดีกว่าที่ชัดเจนขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์สูงและขนาดตัวอย่างเล็ก และพบว่ากรณี TZE-SAN-LEE จะให้ค่า AMSE ใกล้เคียงขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์สูง และขนาดตัวอย่างเล็ก

ตารางที่ 4.1.5 การเปรียบเทียบประมาณค่าจุดในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ $\mu = 1$ และ $\sigma = 0.10$ ค่าส.ป.ส.การถดถอยหาได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.10 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE CORR		N = 30				N = 50				N = 100			
		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	0.0047	0.1617	0.0047	0.0047	0.0028	0.1610	0.0028	0.0028	0.0013	0.1718	0.0013	0.0013
	SD	0.0016	0.0469	0.0016	0.0016	0.0007	0.0513	0.0007	0.0007	0.0002	0.0488	0.0002	0.0002
	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	1	0	0	199
	DIFF	0.138	3370.9	0.124	-	0.066	5684.2	0.084	-	0.026	13113.1	0.035	-
0.90	AMSE	0.0143	0.1624	0.0143	0.0143	0.0086	0.1589	0.0086	0.0086	0.0040	0.1668	0.0040	0.0040
	SD	0.0048	0.0561	0.0048	0.0047	0.0023	0.0596	0.0023	0.0023	0.0007	0.0532	0.0007	0.0007
	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	0.463	1038.7	0.536	-	0.232	1752.6	0.332	-	0.094	4036.1	0.137	-
0.99	AMSE	0.1183	0.2204	0.1208	0.1154	0.0773	0.1987	0.0786	0.0760	0.0389	0.1763	0.0391	0.0385
	SD	0.0414	0.1113	0.0410	0.0406	0.0195	0.1045	0.0191	0.0193	0.0066	0.0755	0.0066	0.0066
	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	2.507	90.9	4.629	-	1.772	161.4	3.396	-	0.936	357.3	1.514	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด

DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.1.6 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.10
ค่า ส.ป.ส.การถดถอยพหุที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.10 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	0.0046	0.0015	0.0046	0.0046	0.0028	0.0009	0.0028	0.0028	0.0013	0.0004	0.0013	0.0013
	ABIAS	0.0000	0.1603	0.0000	0.0000	0.0000	0.1601	0.0000	0.0000	0.0000	0.1714	0.0000	0.0000
	AMSE	0.0047	0.1617	0.0047	0.0047	0.0028	0.1610	0.0028	0.0028	0.0013	0.1718	0.0013	0.0013
	k	0.0297	3.6879	0.0165	0.0265	0.0305	6.6058	0.0167	0.0287	0.0299	14.029	0.0164	0.0272
0.90	AVAR	0.0139	0.0045	0.0142	0.0139	0.0085	0.0026	0.0086	0.0085	0.0040	0.0012	0.0040	0.0040
	ABIAS	0.0004	0.1580	0.0001	0.0003	0.0001	0.1564	0.0000	0.0001	0.0000	0.1656	0.0000	0.0000
	AMSE	0.0143	0.1624	0.0143	0.0143	0.0086	0.1589	0.0086	0.0086	0.0040	0.1668	0.0040	0.0040
	k	0.0298	1.1606	0.0166	0.0286	0.0306	2.0785	0.0168	0.0308	0.0301	4.4099	0.0165	0.0290
0.99	AVAR	0.0929	0.0445	0.1107	0.0938	0.0664	0.0256	0.0746	0.0661	0.0359	0.0116	0.0382	0.0361
	ABIAS	0.0254	0.1759	0.0101	0.0216	0.0110	0.1731	0.0040	0.0099	0.0030	0.1647	0.0010	0.0024
	AMSE	0.1183	0.2204	0.1208	0.1154	0.0773	0.1987	0.0786	0.0760	0.0389	0.1763	0.0391	0.0385
	k	0.0443	0.1134	0.0246	0.0473	0.0342	0.2031	0.0187	0.0374	0.0325	0.4308	0.0178	0.0323

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน
ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง
AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.1.7 และ 4.1.8 สรุปผลได้ดังนี้

กล่าวโดยทั่วๆไปผลสรุปที่ได้มีลักษณะเช่นเดียวกับตารางที่4.1.5 และ4.1.6 แต่ค่า AMSE ของตารางนี้มีค่าต่ำกว่าเล็กน้อยเมื่อเทียบกับค่า AMSE ในตารางที่4.1.5 และ4.1.6 และ ค่า k ของวิธี Binary Search , HKB และ HK มีลักษณะแตกต่างจากค่า k ในตารางที่4.1.5 และ4.1.6 กล่าวคือ มีแนวโน้มลดลงเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น แต่โดยทั่วๆไปมีค่าน้อยใกล้ศูนย์และมีค่าค่อนข้างคงที่ในระดับความสัมพันธ์เดียวกันเช่นเดียวกับตารางที่ 4.1.5 และ4.1.6 แต่กรณี TZE-SAN-LEE ค่า k จะมีลักษณะการเพิ่มและลดลงคงเดิม เนื่องจากส.ป.ส.การถดถอยไม่มีผลต่อการคำนวณค่า k ของ TZE-SAN-LEE

ตารางที่ 4.1.7 การเปรียบเทียบประมาณค่าจุดในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ $\mu = 1$ และ $\sigma = 0.10$ ค่าส.ป.ส.การถดถอยหาได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุด

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.10 (BELTA FROM EIGEN (MAX))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	0.0047	0.1268	0.0047	0.0047	0.0028	0.1350	0.0028	0.0028	0.0013	0.1418	0.0013	0.0013
	SD	0.0015	0.0186	0.0015	0.0015	0.0007	0.0156	0.0007	0.0007	0.0002	0.0116	0.0002	0.0002
	TIMES	1	0	1	198	0	0	0	200	1	0	1	198
	DIFF	0.018	2626.7	0.067	-	0.005	4754.2	0.024	-	0.000	10812.	0.004	-
0.90	AMSE	0.0142	0.1365	0.0143	0.0142	0.0086	0.1406	0.0086	0.0086	0.0040	0.1444	0.0040	0.0040
	SD	0.0047	0.0240	0.0047	0.0047	0.0023	0.0192	0.0023	0.0023	0.0007	0.0140	0.0007	0.0007
	TIMES	0	0	0	200	1	0	0	199	1	0	1	198
	DIFF	0.085	859.3	0.240	-	0.026	1539.6	0.091	-	0.004	3484.0	0.020	-
0.99	AMSE	0.1214	0.2015	0.1246	0.1182	0.0778	0.1779	0.0790	0.0767	0.0387	0.1608	0.0389	0.0386
	SD	0.0353	0.0700	0.0365	0.0343	0.0185	0.0492	0.0190	0.0181	0.0065	0.0340	0.0065	0.0065
	TIMES	1	0	0	199	1	0	0	199	2	0	0	198
	DIFF	2.637	70.4	5.362	-	1.331	131.8	2.909	-	0.316	316.4	0.898	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด

DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.1.8 การเปรียบเทียบประมาณค่าจุดในกรณีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.10 ค่าส.ป.ล.การถดถอยพหุได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุด

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.10 (BELTA FROM EIGEN (MAX))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	0.0046	0.0015	0.0046	0.0046	0.0028	0.0009	0.0028	0.0028	0.0013	0.0004	0.0013	0.0013
	ABIAS	0.0000	0.1254	0.0000	0.0000	0.0000	0.1341	0.0000	0.0000	0.0000	0.1414	0.0000	0.0000
	AMSE	0.0047	0.1268	0.0047	0.0047	0.0028	0.1350	0.0028	0.0028	0.0013	0.1418	0.0013	0.0013
	k	0.0295	3.6879	0.0247	0.0321	0.0304	6.6058	0.0263	0.0324	0.0295	14.029	0.0268	0.0310
0.90	AVAR	0.0139	0.0045	0.0140	0.0139	0.0085	0.0026	0.0085	0.0084	0.0040	0.0012	0.0040	0.0040
	ABIAS	0.0003	0.1320	0.0002	0.0004	0.0001	0.1380	0.0001	0.0001	0.0000	0.1433	0.0000	0.0000
	AMSE	0.0142	0.1365	0.0143	0.0142	0.0086	0.1406	0.0086	0.0086	0.0040	0.1444	0.0040	0.0040
	k	0.0291	1.1606	0.0234	0.0307	0.0303	2.0785	0.0253	0.0316	0.0295	4.4099	0.0259	0.0305
0.99	AVAR	0.0995	0.0445	0.1146	0.0961	0.0687	0.0256	0.0746	0.0671	0.0365	0.0116	0.0377	0.0362
	ABIAS	0.0219	0.1570	0.0100	0.0221	0.0091	0.1523	0.0044	0.0096	0.0022	0.1492	0.0012	0.0024
	AMSE	0.1214	0.2015	0.1246	0.1182	0.0778	0.1779	0.0790	0.0767	0.0387	0.1608	0.0389	0.0386
	k	0.0260	0.1134	0.0163	0.0299	0.0282	0.2031	0.0187	0.0317	0.0284	0.4308	0.0204	0.0308

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน

ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่ค่านวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.1.9 และ 4.1.10 สรุปผลได้ดังนี้

ระดับความสัมพันธ์ .70

สำหรับขนาดตัวอย่าง = 30 วิธี Binary Search , HKB และ HK จะให้ค่า AMSE น้อยใกล้เคียงกัน แต่ TZE-SAN-LEE จะให้ค่า AMSE ที่มีค่ามาก เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 50 และ 100 จะได้ผลสรุปเหมือนเดิม

ค่า AMSE จะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ข้อสังเกต วิธี Binary Search , HKB และ HK ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR แต่วิธี TZE-SAN-LEE ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า ABIAS และขนาดตัวอย่าง 100 ค่า AMSE ของ TZE-SAN-LEE กับมีค่าเพิ่มขึ้นในระดับความสัมพันธ์ .70 และ .90

สำหรับขนาดตัวอย่าง = 30 วิธี Binary Search , HKB และ HK จะให้ค่า RDAMSE น้อยใกล้เคียงกัน โดยวิธี Binary Search จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด แต่ TZE-SAN-LEE จะให้ค่า RDAMSE ที่มีค่ามาก เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 50 และ 100 จะได้ผลสรุปเหมือนเดิม แต่ค่า RDAMSE ของ HKB และ HK จะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่ค่า RDAMSE ของ TZE-SAN-LEE จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเนื่องจากค่า AMSE ของ TZE-SAN-LEE มีค่าค่อนข้างคงที่ขณะที่ค่า AMSE ของวิธี Binary Search,HKB และ HK มีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

จะพบว่าวิธีการประมาณแบบทวิ (Binary Search) จะให้จำนวน Times มากที่สุด ถึงแม้ว่าค่า AMSE ของ HKB และ HK จะมีค่าใกล้เคียงกัน

ค่า k ของวิธี HK , BINARY SEARCH และ HKB จะมีค่าใกล้เคียงกันโดยมีค่าน้อยใกล้ 0 และมีค่าค่อนข้างคงที่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่ค่า k ของ TZE-SAN-LEE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับความสัมพันธ์ .90

ผลสรุปที่ได้มีลักษณะทำนองเดียวกับระดับความสัมพันธ์ .70

ระดับความสัมพันธ์ .99

ผลสรุปที่ได้มีลักษณะทำนองเดียวกับระดับความสัมพันธ์ .70

ข้อสังเกต

ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่กรณี TZE-SAN-LEE กลับมีค่าเพิ่มขึ้นเล็กน้อยเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นในระดับความสัมพันธ์ 0.70 และ 0.90 ที่เป็นเช่นนี้ก็เพราะในระดับความสัมพันธ์ทั้งสองนั้น ค่า k ของ TZE-SAN-LEE จะมีค่ามากเกิน 1 และมีค่าเพิ่มสูงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ซึ่งทำให้ค่า ABIAS ที่คำนวณได้มีค่าสูงขึ้น ขณะที่ค่า AVAR มีค่าลดลง แต่การเพิ่มของ ABIAS เมื่อเทียบกับการลดลงของค่า AVAR มีมากกว่า ซึ่งทำให้ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น

ค่า AMSE ของวิธี Binary Search , HKB และ HK ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR แต่วิธี TZE-SAN-LEE ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า ABIAS และค่า AVAR และ ABIAS มีลักษณะการเพิ่มและลดลงทำนองเดียวกับ AMSE สาเหตุที่เป็นเช่นนี้เพราะว่าค่า k ของ Binary Search , HKB และ HK มีค่าน้อยใกล้ 0 ซึ่งทำให้ค่า ABIAS ที่คำนวณได้มีค่าต่ำ แต่กรณีของ TZE-SAN-LEE ค่า k มีค่าสูงทำให้ค่า ABIAS ที่คำนวณได้มีค่าสูง

ค่า RDAMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นแต่ TZE-SAN-LEE มีลักษณะตรงกันข้ามกล่าวคือ มีค่าลดลงเมื่อระดับเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ค่า k ของวิธี HK,Binary Search และ HKB มีค่าค่อนข้างคงที่ในระดับความสัมพันธ์เดียวกัน แต่จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น แต่โดยทั่วไปมีค่าน้อยใกล้ศูนย์โดย HK มีค่าน้อยที่สุด แต่กรณี TZE-SAN-LEE ค่า k จะมีลักษณะการเพิ่มและลดลงทำนองเดียวกันกับค่า RDAMSE กล่าวคือ มีค่าลดลงเมื่อระดับเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและค่า k จะมีค่าอยู่ในช่วง (0,1) เมื่อระดับ ความสัมพันธ์เป็น 0.99

โดยทั่วๆไปในตารางนี้วิธี BINARY SEARCH,HKB และ HK ให้ผลดีไม่แตกต่างกันแต่วิธี BINARY SEARCH จะให้ผลดีกว่าที่ชัดเจนขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์สูงและขนาดตัวอย่างเล็ก และพบว่ากรณี TZE-SAN-LEE จะให้ค่า AMSE ใกล้เคียงขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์สูง และขนาดตัวอย่างเล็ก

ตารางที่ 4.1.9 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.15 ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.15 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	0.0104	0.1648	0.0104	0.0104	0.0062	0.1632	0.0062	0.0062	0.0029	0.1718	0.0029	0.0029
	SD	0.0035	0.0513	0.0035	0.0034	0.0017	0.0550	0.0017	0.0017	0.0005	0.0501	0.0005	0.0005
	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	0.300	1485.2	0.278	-	0.148	2519.5	0.191	-	0.060	5787.6	0.079	-
0.90	AMSE	0.0314	0.1717	0.0315	0.0311	0.0191	0.1648	0.0191	0.0190	0.0090	0.1679	0.0090	0.0090
	SD	0.0102	0.0658	0.0102	0.0101	0.0050	0.0678	0.0050	0.0050	0.0016	0.0567	0.0016	0.0016
	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	1	0	0	199
	DIFF	0.937	451.5	1.166	-	0.501	769.0	0.750	-	0.210	1765.6	0.310	-
0.99	AMSE	0.2203	0.3058	0.2274	0.2144	0.1491	0.2513	0.1539	0.1453	0.0810	0.1953	0.0821	0.0796
	SD	0.0916	0.1658	0.0924	0.0888	0.0463	0.1463	0.0442	0.0459	0.0145	0.0988	0.0140	0.0144
	TIMES	5	0	1	194	2	0	0	198	0	0	0	200
	DIFF	2.786	42.7	6.092	-	2.606	72.9	5.901	-	1.703	145.3	3.068	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด

DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.1.10 การเปรียบเทียบประมาณการจากวิธีความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยการแจกแจงปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.15 ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.15 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	0.0102	0.0033	0.0103	0.0102	0.0062	0.0019	0.0062	0.0062	0.0029	0.0009	0.0029	0.0029
	ABIAS	0.0002	0.1614	0.0001	0.0002	0.0001	0.1612	0.0000	0.0001	0.0000	0.1709	0.0000	0.0000
	AMSE	0.0104	0.1648	0.0104	0.0104	0.0062	0.1632	0.0062	0.0062	0.0029	0.1718	0.0029	0.0029
	k	0.0675	3.6879	0.0375	0.0602	0.0688	6.6058	0.0378	0.0652	0.0678	14.029	0.0372	0.0618
0.90	AVAR	0.0293	0.0100	0.0308	0.0295	0.0183	0.0058	0.0189	0.0184	0.0089	0.0026	0.0090	0.0089
	ABIAS	0.0021	0.1616	0.0007	0.0016	0.0007	0.1590	0.0002	0.0006	0.0002	0.1653	0.0000	0.0001
	AMSE	0.0314	0.1717	0.0315	0.0311	0.0191	0.1648	0.0191	0.0190	0.0090	0.1679	0.0090	0.0090
	k	0.0688	1.1606	0.0383	0.0665	0.0699	2.0785	0.0383	0.0709	0.0688	4.4099	0.0377	0.0662
0.99	AVAR	0.1489	0.1001	0.1950	0.1525	0.1135	0.0576	0.1393	0.1126	0.0681	0.0260	0.0774	0.0689
	ABIAS	0.0714	0.2057	0.0324	0.0618	0.0356	0.1937	0.0146	0.0327	0.0128	0.1693	0.0047	0.0107
	AMSE	0.2203	0.3058	0.2274	0.2144	0.1491	0.2513	0.1539	0.1453	0.0810	0.1953	0.0821	0.0796
	k	0.2374	0.1134	0.1353	0.1140	0.1059	0.2031	0.0579	0.1091	0.0812	0.4308	0.0447	0.0816

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน

ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.1.11 และ 4.1.12 สรุปผลได้ดังนี้

กล่าวโดยทั่วๆไปผลสรุปที่ได้มีลักษณะเช่นเดียวกับตารางที่4.1.9 และ4.1.10 แต่ค่า AMSE ของตารางนี้มีค่าต่ำกว่าเล็กน้อยเมื่อเทียบกับค่า AMSE ในตารางที่4.1.9 และ4.1.10 และ ค่า k ของวิธี Binary Search , HKB และ HK มีลักษณะแตกต่างจากค่า k ในตารางที่ 4.1.9 และ4.1.10 กล่าวคือ มีแนวโน้มลดลงเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น แต่โดยทั่วๆไปมีค่าน้อยใกล้ศูนย์และมีค่าค่อนข้างคงที่ในระดับความสัมพันธ์เดียวกันเช่นเดียวกับตารางที่4.1.9 และ4.1.10 แต่กรณี TZE-SAN-LEE ค่า k จะมีลักษณะการเพิ่มและลดลงคงเดิมเนื่องจากส.ป.ส.การถดถอยไม่มีผลต่อการคำนวณค่า k ของ TZE-SAN-LEE

ตารางที่ 4.1.11 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.15 ค่า ส.ป.ส.การลดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุด

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.15 (BELTA FROM EIGEN (MAX))

DEGREE			N = 30				N = 50				N = 100			
CORR			HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70		AMSE	0.0104	0.1300	0.0104	0.0104	0.0062	0.1365	0.0062	0.0062	0.0029	0.1423	0.0029	0.0029
		SD	0.0034	0.0220	0.0034	0.0034	0.0017	0.0186	0.0017	0.0017	0.0005	0.0132	0.0005	0.0005
		TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	2	0	0	198
		DIFF	0.065	1155.3	0.203	-	0.020	2094.3	0.076	-	0.003	4777.3	0.016	-
0.90		AMSE	0.0311	0.1458	0.0313	0.0310	0.0190	0.1453	0.0190	0.0189	0.0090	0.1462	0.0090	0.0090
		SD	0.0099	0.0325	0.0100	0.0098	0.0050	0.0254	0.0050	0.0049	0.0016	0.0180	0.0016	0.0016
		TIMES	0	0	0	200	1	0	1	198	1	0	0	199
		DIFF	0.334	370.2	0.809	-	0.118	667.4	0.340	-	0.020	1525.6	0.081	-
0.99		AMSE	0.2342	0.2868	0.2471	0.2218	0.1558	0.2258	0.1617	0.1502	0.0815	0.1817	0.0829	0.0805
		SD	0.0698	0.1202	0.0700	0.0707	0.0354	0.0777	0.0366	0.0360	0.0131	0.0514	0.0133	0.0132
		TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
		DIFF	5.583	29.3	11.411	-	3.714	50.3	7.627	-	1.204	125.7	3.009	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด

DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.1.12 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.15 ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุด

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.15 (BELTA FROM EIGEN (MAX))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	0.0102	0.0033	0.0103	0.0102	0.0062	0.0019	0.0062	0.0062	0.0029	0.0009	0.0029	0.0029
	ABIAS	0.0002	0.1266	0.0001	0.0002	0.0001	0.1346	0.0000	0.0001	0.0000	0.1414	0.0000	0.0000
	AMSE	0.0104	0.1300	0.0104	0.0104	0.0062	0.1365	0.0062	0.0062	0.0029	0.1423	0.0029	0.0029
	k	0.0660	3.6879	0.0532	0.0724	0.0684	6.6058	0.0572	0.0734	0.0664	14.029	0.0587	0.0700
0.90	AVAR	0.0295	0.0100	0.0303	0.0293	0.0184	0.0058	0.0186	0.0183	0.0089	0.0026	0.0089	0.0089
	ABIAS	0.0016	0.1358	0.0009	0.0017	0.0006	0.1395	0.0004	0.0006	0.0001	0.1436	0.0001	0.0001
	AMSE	0.0311	0.1458	0.0313	0.0310	0.0190	0.1453	0.0190	0.0189	0.0090	0.1462	0.0090	0.0090
	k	0.0644	1.1606	0.0482	0.0691	0.0675	2.0785	0.0528	0.0717	0.0660	4.4099	0.0550	0.0690
0.99	AVAR	0.1657	0.1001	0.2178	0.1565	0.1229	0.0576	0.1474	0.1167	0.0722	0.0260	0.0786	0.0702
	ABIAS	0.0685	0.1866	0.0292	0.0653	0.0329	0.1682	0.0142	0.0335	0.0092	0.1557	0.0043	0.0103
	AMSE	0.2342	0.2868	0.2471	0.2218	0.1558	0.2258	0.1617	0.1502	0.0815	0.1817	0.0829	0.0805
	k	0.0522	0.1134	0.0297	0.0691	0.0587	0.2031	0.0352	0.0731	0.0611	0.4308	0.0395	0.0705

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน

ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

ข้อสรุปจากตารางที่ 4.1.1 ถึง 4.1.12 สำหรับความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงปกติโดยมีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3

ก. ค่า AMSE

พบว่าการเปลี่ยนแปลงค่า AMSE ของทั้ง 4 วิธีจะมีลักษณะ

1. แปรผันโดยตรงกับระดับสัมประสิทธิ์ความแปรผัน
2. แปรผันโดยตรงกับขนาดของความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรอิสระ
3. แปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง

ค่า AMSE ของวิธี Binary Search , HKB และ HK ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR แต่วิธี TZE-SAN-LEE ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า ABIAS

สาเหตุที่เป็นเช่นนี้เพราะว่าค่า k ของ Binary Search , HKB และ HK มีค่าน้อยใกล้ 0 ซึ่งทำให้ค่า ABIAS ที่คำนวณได้มีค่าต่ำ แต่กรณีของ TZE-SAN-LEE ค่า k มีค่าสูงทำให้ค่า ABIAS ที่คำนวณได้มีค่าสูง

ข. ค่า RDAMSE (DIFF)

สำหรับค่า RDAMSE (DIFF) และ AMSE ของวิธี BINARY SEARCH,HKB และ HK โดยทั่วๆไปจะมีค่าใกล้เคียงกัน แต่ BINARY SEARCH จะให้ผลดีกว่าที่ชัดเจนขึ้นเมื่อ

1. ขนาดตัวอย่างเล็ก
2. ระดับความสัมพันธ์สูง

และ 3. ระดับสัมประสิทธิ์ความแปรผันของการแจกแจงที่สูงขึ้น

โดยที่วิธี TZE-SAN-LEE จะให้ค่า AMSE ใกล้เคียงขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก,ระดับความสัมพันธ์สูง และ ระดับสัมประสิทธิ์ความแปรผันของการแจกแจงที่สูงขึ้น

ค. ค่า Times

สำหรับจำนวน Times พบว่าวิธีการประมาณแบบทวิ (Binary Search) จะให้จำนวน Times มากที่สุด ถึงแม้ว่าค่า AMSE ของ HKB และ HK จะมีค่าใกล้เคียงกัน

ง. ค่า k

ค่า k ของวิธี Binary Search , HKB และ HK พบว่าจะมีค่าใกล้เคียงกันเมื่อค่า k มีค่าต่ำใกล้ศูนย์ แต่จะมีค่าแตกต่างกันมากขึ้นเมื่อค่า k ใหญ่ขึ้น โดยปกติค่า k ที่คำนวณได้จากวิธี HK จะมีค่าต่ำที่สุด และรองลงมาคือ Binary Search , HKB ตามลำดับโดยค่า k ที่ได้จาก TZE-SAN-LEE จะมีค่าสูงแตกต่างมากแต่จะมีค่าใกล้เคียงขึ้นเมื่อ

1. ขนาดตัวอย่างเล็ก
2. ระดับความสัมพันธ์สูง
3. ระดับสัมประสิทธิ์ความแปรผันของการแจกแจงที่สูงขึ้น

และ 4. ค่าส.ป.ส.การถดถอยพหุที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

<u>ลักษณะการเปลี่ยนแปลงของค่า k โดยวิธี Binary Search,HKB และ HK พอสรุปได้ดังนี้</u>

1. กรณีค่าส.ป.ส.การถดถอยพหุที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด
   จะมีค่าอยู่ในช่วง (0,1) และจะมีค่าแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อ
   1.1 ระดับความสัมพันธ์สูงขึ้น
   1.2 ระดับสัมประสิทธิ์ความแปรผันของการแจกแจงที่สูงขึ้น

   และ 1.3 ขนาดตัวอย่างที่เล็ก ในระดับความสัมพันธ์ที่สูง
2. กรณีค่าส.ป.ส.การถดถอยพหุที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุด
   จะมีค่าอยู่ในช่วง (0,1) และจะมีค่าแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อ
   1.1 ระดับความสัมพันธ์ที่ต่ำลง
   1.2 ระดับสัมระสิทธิ์ความแปรผันของการแจกแจงที่สูงขึ้น

จากตารางที่ 4.1.13 และ 4.1.14 สรุปผลได้ดังนี้

ระดับความสัมพันธ์ .70

สำหรับขนาดตัวอย่าง = 30 วิธี Binary Search , HKB และ HK จะให้ค่า AMSE น้อยใกล้เคียงกัน แต่ TZE-SAN-LEE จะให้ค่า AMSE สูงแตกต่างมาก เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 50 และ 100 จะได้ผลสรุปเหมือนเดิม

ค่า AMSE จะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ข้อสังเกต วิธี Binary Search , HKB และ HK ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR แต่วิธี TZE-SAN-LEE ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า ABIAS และขนาดตัวอย่าง 100 ค่า AMSE ของ TZE-SAN-LEE กับมีค่าเพิ่มขึ้นในระดับความสัมพันธ์ .70 และ .90

สำหรับขนาดตัวอย่าง = 30 วิธี Binary Search , HKB และ HK จะให้ค่า RDAMSE น้อยใกล้เคียงกัน โดยวิธี Binary Search จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด แต่ TZE-SAN-LEE จะให้ค่า RDAMSE สูงแตกต่างมาก เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 50 และ 100 จะได้ผลสรุปเหมือนเดิม แต่ค่า RDAMSE ของ HKB และ HK จะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่ค่า RDAMSE ของ TZE-SAN-LEE จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเนื่องจากค่า AMSE ของ TZE-SAN-LEE มีค่าค่อนข้างคงที่ขณะที่ค่า AMSE ของวิธี Binary Search,HKB และ HK มีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

จะพบว่าวิธีการประมาณแบบทวิ (Binary Search) จะให้จำนวน Times มากที่สุด ถึงแม้ว่าค่า AMSE ของ HKB และ HK จะมีค่าใกล้เคียงกัน

ค่า k ของวิธี HK , BINARY SEARCH และ HKB จะมีค่าใกล้เคียงกันโดยมีค่าน้อยใกล้ 0 และมีค่าค่อนข้างคงที่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่ค่า k ของ TZE-SAN-LEE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับความสัมพันธ์ .90

ผลสรุปที่ได้มีลักษณะทำนองเดียวกับระดับความสัมพันธ์ .70

ระดับความสัมพันธ์ .99

ผลสรุปที่ได้มีลักษณะทำนองเดียวกับระดับความสัมพันธ์ .70

ข้อสังเกต

ค่า AMSE จะมีลักษณะแปรผันโดยตรงกับระดับความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรอิสระแต่จะแปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง ยกเว้น TZE-SAN-LEE ที่จะแปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง เมื่อระดับความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรอิสระเป็น 0.99

ค่า AMSE ของวิธี Binary Search ,HKB และ HK ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR แต่วิธี TZE-SAN-LEE ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า ABIAS

ค่า RDAMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นแต่ TZE-SAN-LEE มีลักษณะตรงกันข้ามกล่าวคือ มีค่าลดลงเมื่อระดับเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ค่า k ของวิธี HK,Binary Search และ HKB มีค่าค่อนข้างคงที่ในระดับความสัมพันธ์เดียวกัน แต่จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น แต่โดยทั่วไปมีค่าน้อยใกล้ศูนย์โดย HK มีค่าน้อยที่สุด แต่กรณี TZE-SAN-LEE ค่า k จะมีลักษณะการเพิ่มและลดลงทำนองเดียวกันกับค่า RDAMSE กล่าวคือ มีค่าลดลงเมื่อระดับเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและค่า k จะมีค่าอยู่ในช่วง (0,1) เมื่อระดับความสัมพันธ์เป็น 0.99 โดยทั่วๆไปในตารางนี้วิธี BINARY SEARCH,HKB และ HK ให้ผลดีไม่แตกต่างกันแต่วิธี BINARY SEARCH จะให้ผลดีกว่าที่ชัดเจนขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์สูงและขนาดตัวอย่างเล็ก และพบว่ากรณี TZE-SAN-LEE จะให้ค่า AMSE ใกล้เคียงขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์สูง และขนาดตัวอย่างเล็ก

ตารางที่ 4.1.13 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ $\mu = 1$ และ $\sigma = 0.05$ ค่า ส.ป.ส.การถดถอยพหุได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.05 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	0.0016	0.1580	0.0016	0.0016	0.0009	0.1638	0.0009	0.0009	0.0004	0.1593	0.0004	0.0004
	SD	0.0005	0.0453	0.0005	0.0005	0.0002	0.0459	0.0002	0.0002	0.0001	0.0484	0.0001	0.0001
0.30	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	0.194	9978.0	0.033	-	0.087	18892.	0.017	-	0.030	38328.	0.012	-
	AMSE	0.0060	0.1346	0.0060	0.0060	0.0033	0.1408	0.0033	0.0033	0.0016	0.1389	0.0016	0.0016
0.90	SD	0.0020	0.0411	0.0020	0.0020	0.0008	0.0389	0.0008	0.0008	0.0003	0.0382	0.0003	0.0003
0.90	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	0.293	2141.7	0.177	-	0.122	4175.1	0.100	-	0.034	8664.7	0.063	-
	AMSE	0.0563	0.1541	0.0564	0.0553	0.0321	0.1550	0.0322	0.0318	0.0157	0.1427	0.0157	0.0156
0.99	SD	0.0177	0.0623	0.0176	0.0173	0.0076	0.0550	0.0074	0.0073	0.0028	0.0441	0.0028	0.0027
0.99	TIMES	0	0	0	200	2	0	0	198	1	0	0	199
	DIFF	1.864	178.7	1.977	-	0.993	387.6	1.200	-	0.332	812.3	0.695	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด

DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.1.14 การเปรียบเทียบประมาณการที่ดีจากความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของการแจกแจงปกติ จำนวนตัวแปรอธิบาย = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.05 ค่าส.ป.ส.การคาดออกที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.05 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE OF CORR		N = 30				N = 50				N = 100			
		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	0.0016	0.0006	0.0016	0.0016	0.0009	0.0003	0.0009	0.0009	0.0004	0.0001	0.0004	0.0004
	ABIAS	0.0000	0.1574	0.0000	0.0000	0.0000	0.1634	0.0000	0.0000	0.0000	0.1592	0.0000	0.0000
0.30	AMSE	0.0016	0.1580	0.0016	0.0016	0.0009	0.1638	0.0009	0.0009	0.0004	0.1593	0.0004	0.0004
	k	0.0124	3.3617	0.0043	0.0070	0.0121	6.0918	0.0040	0.0068	0.0124	13.659	3.0042	0.0080
0.90	AVAR	0.0059	0.0021	0.0060	0.0059	0.0033	0.0011	0.0033	0.0033	0.0016	0.0005	0.0016	0.0016
	ABIAS	0.0001	0.1325	0.0000	0.0001	0.0000	0.1397	0.0000	0.0000	0.0000	0.1384	0.0000	0.0000
0.90	AMSE	0.0060	0.1346	0.0060	0.0060	0.0033	0.1408	0.0033	0.0033	0.0016	0.1389	0.0016	0.0016
	k	0.0125	0.9187	0.0057	0.0096	0.0120	1.7263	0.0053	0.0095	0.0124	3.9807	0.0056	0.0110
0.99	AVAR	0.0480	0.0203	0.0542	0.0501	0.0297	0.0106	0.0316	0.0303	0.0152	0.0048	0.0156	0.0152
	ABIAS	0.0083	0.1338	0.0022	0.0052	0.0024	0.1443	0.0005	0.0015	0.0005	0.1379	0.0001	0.0004
0.99	AMSE	0.0563	0.1541	0.0564	0.0553	0.0321	0.1550	0.0322	0.0318	0.0157	0.1427	0.0157	0.0156
	k	0.0133	0.0899	0.0061	0.0110	0.0119	0.1688	0.0053	0.0100	0.0124	0.3890	0.0056	0.0114

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน

ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.1.15 และ 4.1.16 สรุปผลได้ดังนี้

โดยทั่วๆไปผลสรุปที่ได้มีลักษณะเช่นเดียวกับตารางที่ 4.1.13 และ 4.1.14 แต่ค่า AMSE ของตารางนี้มีค่าต่ำกว่าเล็กน้อยเมื่อเทียบกับค่า AMSE ในตารางที่ 4.1.13 และ 4.1.14 และค่า k ของวิธี Binary Search , HKB และ HK มีลักษณะแตกต่างจากค่าk ในตารางที่ 4.1.13 และ 4.1.14 กล่าวคือ มีแนวโน้มลดลงเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น แต่โดยทั่วๆไปมีค่าน้อยใกล้ศูนย์และมีค่าค่อนข้างคงที่ในระดับความสัมพันธ์เดียวกันเช่นเดียวกับตารางที่ 4.1.13 และ 4.1.14 แต่กรณี TZE-SAN-LEE ค่า k จะมีลักษณะการเพิ่มและลดลงคงเดิมเนื่องจากส.ป.ส.การถดถอยไม่มีผลต่อการคำนวณค่า k ของ TZE-SAN-LEE

ตารางที่ 4.1.15 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ $\mu = 1$ และ $\sigma = 0.05$ ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุด

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.05 (BELTA FROM EIGEN (MAX))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	0.0016	0.1097	0.0016	0.0016	0.0009	0.1241	0.0009	0.0009	0.0004	0.1383	0.0004	0.0004
	SD	0.0005	0.0261	0.0005	0.0005	0.0002	0.0204	0.0002	0.0002	0.0001	0.0125	0.0001	0.0001
0.30	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	0.091	6909.9	0.095	-	0.029	14300.	0.016	-	0.010	33250.	0.001	-
0.90	AMSE	0.0060	0.1057	0.0060	0.0060	0.0033	0.1157	0.0033	0.0033	0.0016	0.1314	0.0016	0.0016
	SD	0.0020	0.0253	0.0020	0.0020	0.0008	0.0223	0.0008	0.0008	0.0003	0.0181	0.0003	0.0003
0.90	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	1	0	0	199
	DIFF	0.178	1669.0	0.405	-	0.043	3419.3	0.131	-	0.010	8195.4	0.040	-
0.99	AMSE	0.0551	0.1349	0.0564	0.0543	0.0316	0.1331	0.0320	0.0315	0.0156	0.1413	0.0157	0.0156
	SD	0.0170	0.0370	0.0177	0.0166	0.0073	0.0319	0.0074	0.0072	0.0027	0.0253	0.0027	0.0027
0.99	TIMES	1	0	0	199	2	0	0	198	1	0	0	199
	DIFF	1.371	148.3	3.828	-	0.510	323.0	1.598	-	0.142	804.3	0.529	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด

DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.1.16 การเปรียบตัวประมาณค่าในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.05 ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุด

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.05 (BELTA FROM EIGEN (MAX))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
	AVAR	0.0016	0.0006	0.0016	0.0016	0.0009	0.0003	0.0009	0.0009	0.0004	0.0001	0.0004	0.0004
0.70	ABIAS	0.0000	0.1091	0.0000	0.0000	0.0000	0.1238	0.0000	0.0000	0.0000	0.1381	0.0000	0.0000
0.30	AMSE	0.0016	0.1097	0.0016	0.0016	0.0009	0.1241	0.0009	0.0009	0.0004	0.1383	0.0004	0.0004
	k	0.0125	3.3617	0.0072	0.0124	0.0121	6.0918	0.0070	0.0096	0.0125	13.659	0.0071	0.0087
	AVAR	0.0059	0.0021	0.0060	0.0059	0.0033	0.0011	0.0033	0.0033	0.0016	0.0005	0.0016	0.0016
0.90	ABIAS	0.0001	0.1037	0.0000	0.0001	0.0000	0.1146	0.0000	0.0000	0.0000	0.1309	0.0000	0.0000
0.90	AMSE	0.0060	0.1057	0.0060	0.0060	0.0033	0.1157	0.0033	0.0033	0.0016	0.1314	0.0016	0.0016
	k	0.0124	0.9187	0.0071	0.0139	0.0121	1.7263	0.0072	0.0125	0.0125	3.9807	0.0075	0.0119
	AVAR	0.0490	0.0203	0.0548	0.0486	0.0297	0.0106	0.0314	0.0297	0.0152	0.0048	0.0156	0.0152
0.99	ABIAS	0.0060	0.1145	0.0016	0.0057	0.0019	0.1225	0.0005	0.0018	0.0005	0.1365	0.0001	0.0004
0.99	AMSE	0.0551	0.1349	0.0564	0.0543	0.0316	0.1331	0.0320	0.0315	0.0156	0.1413	0.0157	0.0156
	k	0.0118	0.0899	0.0057	0.0127	0.0117	0.1688	0.0060	0.0118	0.0123	0.3890	0.0065	0.0115

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน

ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.1.17 และ 4.1.18 สรุปผลได้ดังนี้

ระดับความสัมพันธ์ .70

สำหรับขนาดตัวอย่าง = 30 วิธี Binary Search , HKB และ HK จะให้ค่า AMSE น้อยใกล้เคียงกัน แต่ TZE-SAN-LEE จะให้ค่า AMSE สูงแตกต่างมาก เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 50 และ 100 จะได้ผลสรุปเหมือนเดิม

ค่า AMSE จะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ข้อสังเกต วิธี Binary Search , HKB และ HK ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR แต่วิธี TZE-SAN-LEE ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า ABIAS และขนาดตัวอย่าง 100 ค่า AMSE ของ TZE-SAN-LEE กับมีค่าเพิ่มขึ้นในระดับความสัมพันธ์ .70 และ .90

สำหรับขนาดตัวอย่าง = 30 วิธี Binary Search , HKB และ HK จะให้ค่า RDAMSE น้อยใกล้เคียงกัน โดยวิธี Binary Search จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด แต่ TZE-SAN-LEE จะให้ค่า RDAMSE สูงแตกต่างมาก เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 50 และ 100 จะได้ผลสรุปเหมือนเดิม แต่ค่า RDAMSE ของ HKB และ HK จะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่ค่า RDAMSE ของ TZE-SAN-LEE จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเนื่องจากค่า AMSE ของ TZE-SAN-LEE มีค่าค่อนข้างคงที่ขณะที่ค่า AMSE ของวิธี Binary Search,HKB และ HK มีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

จะพบว่าวิธีการประมาณแบบทวิ (Binary Search) จะให้จำนวน Times มากที่สุด ถึงแม้ว่าค่า AMSE ของ HKB และ HK จะมีค่าใกล้เคียงกัน

ค่า k ของวิธี HK , BINARY SEARCH และ HKB จะมีค่าใกล้เคียงกันโดยมีค่าน้อยใกล้ 0 และมีค่าค่อนข้างคงที่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่ค่า k ของ TZE-SAN-LEE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับความสัมพันธ์ .90

ผลสรุปที่ได้มีลักษณะทำนองเดียวกับระดับความสัมพันธ์ .70

ระดับความสัมพันธ์ .99

ผลสรุปที่ได้มีลักษณะทำนองเดียวกับระดับความสัมพันธ์ .70

ข้อสังเกต

ค่า AMSE จะมีลักษณะแปรผันโดยตรงกับระดับความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรอิสระ แต่จะแปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง ยกเว้น TZE-SAN-LEE ที่จะแปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง เมื่อระดับความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรอิสระเป็น 0.99

ค่า AMSE ของวิธี Binary Search , HKB และ HK ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR แต่วิธี TZE-SAN-LEE ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า ABIAS

ค่า RDAMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นแต่ TZE-SAN-LEE มีลักษณะตรงกันข้ามกล่าวคือ มีค่าลดลงเมื่อระดับเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ค่า k ของวิธี HK,Binary Search และ HKB มีค่าค่อนข้างคงที่ในระดับความสัมพันธ์เดียวกัน แต่จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น แต่โดยทั่วไปมีค่าน้อยใกล้ศูนย์โดย HK มีค่าน้อยที่สุด แต่กรณี TZE-SAN-LEE ค่า k จะมีลักษณะการเพิ่มและลดลงทำนองเดียวกันกับค่า RDAMSE กล่าวคือ มีค่าลดลงเมื่อระดับเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและค่า k จะมีค่าอยู่ในช่วง (0,1) เมื่อระดับความสัมพันธ์เป็น 0.99

โดยทั่วๆไปในตารางนี้วิธี BINARY SEARCH,HKB และ HK ให้ผลดีไม่แตกต่างกัน แต่วิธี BINARY SEARCH จะให้ผลดีกว่าที่ชัดเจนขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์สูงและขนาดตัวอย่างเล็ก และพบว่ากรณี TZE-SAN-LEE จะให้ค่า AMSE ใกล้เคียงขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์สูงและขนาดตัวอย่างเล็ก

ตารางที่ 4.1.17 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ $\mu = 1$ และ $\sigma = 0.10$ ค่า ส.ป.ส. การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.10 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	0.0063	0.1604	0.0062	0.0062	0.0035	0.1661	0.0034	0.0034	0.0017	0.1603	0.0017	0.0017
	SD	0.0021	0.0481	0.0021	0.0021	0.0008	0.0479	0.0008	0.0008	0.0003	0.0493	0.0003	0.0003
	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	0.753	2472.1	0.132	-	0.343	4730.1	0.071	-	0.122	9577.7	0.048	-
0.90	AMSE	0.0236	0.1425	0.0235	0.0233	0.0130	0.1470	0.0130	0.0130	0.0063	0.1413	0.0063	0.0063
	SD	0.0077	0.0495	0.0077	0.0076	0.0031	0.0438	0.0031	0.0030	0.0011	0.0403	0.0011	0.0011
	TIMES	0	0	0	200	1	0	0	199	0	0	0	200
	DIFF	1.017	510.7	0.708	-	0.458	1031.5	0.400	-	0.135	2146.1	0.251	-
0.99	AMSE	0.1741	0.2330	0.1809	0.1701	0.1138	0.2054	0.1162	0.1113	0.0588	0.1648	0.0598	0.0582
	SD	0.0614	0.1112	0.0605	0.0594	0.0282	0.0887	0.0269	0.0268	0.0101	0.0578	0.0101	0.0100
	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	1	0	0	199
	DIFF	2.331	36.9	6.323	-	2.204	84.5	4.367	-	0.999	183.0	2.637	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด

DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.1.18 การเปรียบเทียบประมาณการค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของการแจกแจงปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.10 ค่าส.ป.ส.การกลายพันธุ์ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.10 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	0.0061	0.0023	0.0062	0.0062	0.0034	0.0013	0.0034	0.0034	0.0016	0.0006	0.0017	0.0017
	ABIAS	0.0002	0.1581	0.0000	0.0000	0.0000	0.1649	0.0000	0.0000	0.0000	0.1597	0.0000	0.0000
0.30	AMSE	0.0063	0.1604	0.0062	0.0062	0.0035	0.1661	0.0034	0.0034	0.0017	0.1603	0.0017	0.0017
	k	0.0500	3.3617	0.0173	0.0284	0.0483	6.0918	0.0160	0.0274	0.0499	13.659	0.0167	0.0321
0.90	AVAR	0.0220	0.0082	0.0231	0.0225	0.0126	0.0043	0.0130	0.0128	0.0062	0.0020	0.0063	0.0062
	ABIAS	0.0016	0.1343	0.0004	0.0009	0.0004	0.1427	0.0001	0.0002	0.0001	0.1394	0.0000	0.0001
0.90	AMSE	0.0236	0.1425	0.0235	0.0233	0.0130	0.1470	0.0130	0.0130	0.0063	0.1413	0.0063	0.0063
	k	0.0509	0.9187	0.0233	0.0398	0.0479	1.7263	0.0211	0.0382	0.0498	3.9807	0.0226	0.0444
0.99	AVAR	0.1158	0.0813	0.1610	0.1243	0.0890	0.0426	0.1097	0.0936	0.0520	0.0193	0.0582	0.0529
	ABIAS	0.0583	0.1517	0.0199	0.0458	0.0248	0.1628	0.0065	0.0177	0.0068	0.1455	0.0016	0.0053
0.99	AMSE	0.1741	0.2330	0.1809	0.1701	0.1138	0.2054	0.1162	0.1113	0.0588	0.1648	0.0598	0.0582
	k	0.0658	0.0899	0.0298	0.0620	0.0488	0.1688	0.0215	0.0438	0.0500	0.3890	0.0223	0.0467

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน

ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.1.19 และ 4.1.20 สรุปผลได้ดังนี้

กล่าวโดยทั่วๆไปผลสรุปที่ได้มีลักษณะเช่นเดียวกับตารางที่ 4.1.17 และ 4.1.18 แต่ค่า AMSE ของตารางนี้มีค่าต่ำกว่าเล็กน้อยเมื่อเทียบกับค่า AMSE ในตารางที่ 4.1.17 และ 4.1.18 และ ค่า k ของวิธี Binary Search , HKB และ HK มีลักษณะแตกต่างจากค่า k ในตารางที่ 4.1.17 และ 4.1.18 กล่าวคือ มีแนวโน้มลดลงเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น แต่โดยทั่วๆไปมีค่าน้อยใกล้ศูนย์ และมีค่าค่อนข้างคงที่ในระดับความสัมพันธ์เดียวกันเช่นเดียวกับตารางที่ 4.1.17 และ 4.1.18 แต่กรณี TZE-SAN-LEE ค่า k จะมีลักษณะการเพิ่มและลดลงคงเดิมเนื่องจากส.ป.ส.การถดถอยไม่มีผลต่อการคำนวณค่า k ของ TZE-SAN-LEE

ตารางที่ 4.1.19 การเปรียบเทียบประมาณค่าจุดในการทดสอบความคลาดเคลื่อนการแจกแจงปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ $\mu = 1$ และ $\sigma = 0.10$ ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุด

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.10 (BELTA FROM EIGEN (MAX))

DEGREE CORR		N = 30				N = 50				N = 100			
		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	0.0062	0.1123	0.0062	0.0062	0.0034	0.1260	0.0034	0.0034	0.0017	0.1393	0.0017	0.0017
	SD	0.0021	0.0277	0.0021	0.0021	0.0008	0.0218	0.0008	0.0008	0.0003	0.0144	0.0003	0.0003
0.30	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	0.302	1710.9	0.330	-	0.115	3569.5	0.067	-	0.043	8315.0	0.008	-
0.90	AMSE	0.0231	0.1143	0.0234	0.0230	0.0129	0.1211	0.0130	0.0129	0.0063	0.1342	0.0063	0.0063
	SD	0.0075	0.0291	0.0076	0.0074	0.0030	0.0258	0.0030	0.0030	0.0011	0.0209	0.0011	0.0011
0.90	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	0.613	397.0	1.643	-	0.183	837.8	0.596	-	0.046	2034.3	0.187	-
0.99	AMSE	0.1795	0.2180	0.1941	0.1725	0.1117	0.1800	0.1167	0.1092	0.0586	0.1641	0.0598	0.0582
	SD	0.0537	0.0717	0.0557	0.0510	0.0256	0.0557	0.0256	0.0243	0.0096	0.0412	0.0099	0.0095
0.99	TIMES	0	0	0	200	1	0	0	199	0	0	0	200
	DIFF	4.084	26.4	12.529	-	2.308	64.8	6.891	-	0.774	182.0	2.706	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด

DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.1.20 การเปรียบเทียบประมาณค่าโดยวิธีความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยการแจกแจงปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.10
ค่าส.ป.ส.การถดถอยพหุได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุด

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.10 (BELTA FROM EIGEN (MAX))

DEGREE			N = 30				N = 50				N = 100			
			HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
CORR														
		AVAR	0.0061	0.0023	0.0062	0.0061	0.0034	0.0013	0.0034	0.0034	0.0016	0.0006	0.0017	0.0017
0.70		ABIAS	0.0001	0.1100	0.0000	0.0001	0.0000	0.1248	0.0000	0.0000	0.0000	0.1387	0.0000	0.0000
		AMSE	0.0062	0.1123	0.0062	0.0062	0.0034	0.1260	0.0034	0.0034	0.0017	0.1393	0.0017	0.0017
0.30		k	0.0498	3.3617	0.0280	0.0484	0.0484	6.0918	0.0272	0.0382	0.0500	13.659	0.0281	0.0347
		AVAR	0.0221	0.0082	0.0231	0.0219	0.0126	0.0043	0.0129	0.0126	0.0062	0.0020	0.0063	0.0062
0.90		ABIAS	0.0011	0.1061	0.0003	0.0011	0.0003	0.1168	0.0001	0.0003	0.0001	0.1322	0.0000	0.0001
		AMSE	0.0231	0.1143	0.0234	0.0230	0.0129	0.1211	0.0130	0.0129	0.0063	0.1342	0.0063	0.0063
0.90		k	0.0489	0.9187	0.0258	0.0543	0.0479	1.7263	0.0265	0.0495	0.0497	3.9807	0.0283	0.0474
		AVAR	0.1287	0.0813	0.1806	0.1274	0.0907	0.0426	0.1116	0.0906	0.0524	0.0193	0.0582	0.0529
0.99		ABIAS	0.0508	0.1367	0.0135	0.0450	0.0210	0.1374	0.0051	0.0186	0.0062	0.1448	0.0016	0.0053
		AMSE	0.1795	0.2180	0.1941	0.1725	0.1117	0.1800	0.1167	0.1092	0.0586	0.1641	0.0598	0.0582
0.99		k	0.0410	0.0899	0.0175	0.0471	0.0428	0.1688	0.0189	0.0452	0.0470	0.3890	0.0220	0.0455

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน
ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง
AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.1.21 และ 4.1.22 สรุปผลได้ดังนี้

ระดับความสัมพันธ์ .70

สำหรับขนาดตัวอย่าง = 30 วิธี Binary Search , HKB และ HK จะให้ค่า AMSE น้อยใกล้เคียงกัน แต่ TZE-SAN-LEE จะให้ค่า AMSE สูงแตกต่างมาก เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 50 และ 100 จะได้ผลสรุปเหมือนเดิม

ค่า AMSE จะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ข้อสังเกต วิธี Binary Search , HKB และ HK ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR แต่วิธี TZE-SAN-LEE ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า ABIAS และขนาดตัวอย่าง 100 ค่า AMSE ของ TZE-SAN-LEE กับมีค่าเพิ่มขึ้นในระดับความสัมพันธ์ .70 และ .90

สำหรับขนาดตัวอย่าง = 30 วิธี Binary Search , HKB และ HK จะให้ค่า RDAMSE น้อยใกล้เคียงกัน โดยวิธี Binary Search จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด แต่ TZE-SAN-LEE จะให้ค่า RDAMSE สูงแตกต่างมาก เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 50 และ 100 จะได้ผลสรุปเหมือนเดิม แต่ค่า RDAMSE ของ HKB และ HK จะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่ค่า RDAMSE ของ TZE-SAN-LEE จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเนื่องจากค่า AMSE ของ TZE-SAN-LEE มีค่าค่อนข้างคงที่ขณะที่ค่า AMSE ของวิธี Binary Search,HKB และ HK มีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

จะพบว่าวิธีการประมาณแบบทวิ (Binary Search) จะให้จำนวน Times มากที่สุด ถึงแม้ว่าค่า AMSE ของ HKB และ HK จะมีค่าใกล้เคียงกัน

ค่า k ของวิธี HK , BINARY SEARCH และ HKB จะมีค่าใกล้เคียงกันโดยมีค่าน้อยใกล้ 0 และมีค่าค่อนข้างคงที่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่ค่า k ของ TZE-SAN-LEE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับความสัมพันธ์ .90

ผลสรุปที่ได้มีลักษณะทำนองเดียวกับระดับความสัมพันธ์ .70

ระดับความสัมพันธ์ .99

ผลสรุปที่ได้มีลักษณะทำนองเดียวกับระดับความสัมพันธ์ .70

ข้อสังเกต

ค่า AMSE จะมีลักษณะแปรผันโดยตรงกับระดับความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรอิสระ แต่จะแปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง ยกเว้น TZE-SAN-LEE ที่จะแปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง เมื่อระดับความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรอิสระเป็น 0.99

ค่า AMSE ของวิธี Binary Search , HKB และ HK ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR แต่วิธี TZE-SAN-LEE ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า ABIAS

ค่า RDAMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นแต่ TZE-SAN-LEE มีลักษณะตรงกันข้ามกล่าวคือ มีค่าลดลงเมื่อระดับเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ค่า k ของวิธี HK ,Binary Search และ HKB มีค่าค่อนข้างคงที่ในระดับความสัมพันธ์เดียวกัน แต่จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น แต่โดยทั่วไปมีค่าน้อยใกล้ศูนย์โดย HK มีค่าน้อยที่สุด แต่กรณี TZE-SAN-LEE ค่า k จะมีลักษณะการเพิ่มและลดลงทำนองเดียวกันกับค่า RDAMSE กล่าวคือ มีค่าลดลงเมื่อระดับเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและค่า k จะมีค่าอยู่ในช่วง (0,1) เมื่อระดับความสัมพันธ์เป็น 0.99

โดยทั่วๆไปในตารางนี้วิธี BINARY SEARCH,HKB และ HK ให้ผลดีไม่แตกต่างกัน แต่วิธี BINARY SEARCH จะให้ผลดีกว่าที่ชัดเจนขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์สูงและขนาดตัวอย่างเล็ก และพบว่ากรณี TZE-SAN-LEE จะให้ค่า AMSE ใกล้เคียงขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์สูง และขนาดตัวอย่างเล็ก

ตารางที่ 4.1.21 การเปรียบเทียบประมาณค่าโดยวิธีความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยที่สุดของการแจกแจงปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ $\mu = 1$ และ $\sigma = 0.15$ ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.15 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	0.0141	0.1643	0.0139	0.0139	0.0078	0.1694	0.0077	0.0077	0.0037	0.1616	0.0037	0.0037
	SD	0.0048	0.0524	0.0046	0.0046	0.0019	0.0510	0.0019	0.0019	0.0007	0.0505	0.0007	0.0007
0.30	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	1.608	1081.9	0.297	-	0.751	2098.5	0.162	-	0.270	4247.8	0.108	-
0.90	AMSE	0.0510	0.1559	0.0509	0.0501	0.0288	0.1562	0.0288	0.0286	0.0140	0.1452	0.0141	0.0140
	SD	0.0161	0.0608	0.0160	0.0157	0.0068	0.0511	0.0067	0.0066	0.0025	0.0434	0.0025	0.0025
0.90	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	1.804	211.2	1.575	-	0.921	446.6	0.898	-	0.291	937.7	0.564	-
0.99	AMSE	0.3012	0.3656	0.3234	0.2946	0.2166	0.2853	0.2277	0.2112	0.1196	0.2005	0.1240	0.1178
	SD	0.1437	0.1760	0.1448	0.1393	0.0682	0.1324	0.0633	0.0650	0.0220	0.0764	0.0213	0.0216
0.99	TIMES	1	0	0	199	1	0	0	199	0	0	0	200
	DIFF	2.225	24.1	9.763	-	2.569	35.1	7.810	-	1.508	70.2	5.281	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด

DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.1.22 การเปรียบเทียบประมาณการค่าความคลาดเคลื่อนเมื่อการแจกแจงปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.15 ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.15 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
	AVAR	0.0133	0.0053	0.0138	0.0137	0.0075	0.0029	0.0077	0.0076	0.0037	0.0013	0.0037	0.0037
0.70	ABIAS	0.0008	0.1591	0.0001	0.0002	0.0002	0.1665	0.0000	0.0001	0.0000	0.1603	0.0000	0.0000
0.30	AMSE	0.0141	0.1643	0.0139	0.0139	0.0078	0.1694	0.0077	0.0077	0.0037	0.1616	0.0037	0.0037
	k	0.1134	3.3617	0.0393	0.0648	0.1085	6.0918	0.0360	0.0619	0.1121	13.659	0.0377	0.0724
	AVAR	0.0441	0.0185	0.0492	0.0461	0.0268	0.0097	0.0284	0.0274	0.0136	0.0044	0.0140	0.0137
0.90	ABIAS	0.0068	0.1373	0.0017	0.0040	0.0020	0.1465	0.0004	0.0011	0.0004	0.1408	0.0001	0.0003
0.90	AMSE	0.0510	0.1559	0.0509	0.0501	0.0288	0.1562	0.0288	0.0286	0.0140	0.1452	0.0141	0.0140
	k	0.1180	0.9187	0.0536	0.0936	0.1075	1.7263	0.0473	0.0866	0.1122	3.9807	0.0508	0.1005
	AVAR	0.1734	0.1828	0.2725	0.1831	0.1456	0.0958	0.2053	0.1550	0.0942	0.0434	0.1172	0.0967
0.99	ABIAS	0.1278	0.1828	0.0509	0.1115	0.0710	0.1895	0.0224	0.0561	0.0253	0.1571	0.0068	0.0211
0.99	AMSE	0.3012	0.3656	0.3234	0.2946	0.2166	0.2853	0.2277	0.2112	0.1196	0.2005	0.1240	0.1178
	k	0.1875	0.0899	0.0809	0.1737	0.1228	0.1688	0.0550	0.1147	0.1142	0.3890	0.0510	0.1098

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน

ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.1.23 และ 4.1.24 สรุปผลได้ดังนี้

กล่าวโดยทั่วๆไปผลสรุปที่ได้มีลักษณะเช่นเดียวกับตารางที่ 4.1.21 และ 4.1.22 แต่ค่า AMSE ของตารางนี้มีค่าต่ำกว่าเล็กน้อยเมื่อเทียบกับค่า AMSE ในตารางที่ 4.1.21 และ 4.1.22 และค่า k ของวิธี Binary Search , HKB และ HK มีลักษณะแตกต่างจากค่า k ในตารางที่ 4.1.21 และ 4.1.22 กล่าวคือ มีแนวโน้มลดลงเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น แต่โดยทั่วๆไปมีค่าน้อยใกล้ศูนย์และมีค่าค่อนข้างคงที่ในระดับความสัมพันธ์เดียวกัน เช่นเดียวกับตารางที่ 4.1.21 และ 4.1.22 แต่กรณี TZE-SAN-LEE ค่า k จะมีลักษณะการเพิ่มและลดลงคงเดิมเนื่องจากส.ป.ส.การถดถอยไม่มีผลต่อการคำนวณค่า k ของ TZE-SAN-LEE

ตารางที่ 4.1.23 การเปรียบเทียบตัวประมาณเริ่มจากกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.15 ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุด

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.15 (BELTA FROM EIGEN (MAX))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	0.0138	0.1164	0.0138	0.0138	0.0062	0.1365	0.0062	0.0062	0.0037	0.1408	0.0037	0.0037
	SD	0.0045	0.0302	0.0045	0.0045	0.0017	0.0186	0.0017	0.0017	0.0007	0.0167	0.0007	0.0007
0.30	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	0.573	746.4	0.671	-	0.020	2094.3	0.076	-	0.100	3689.4	0.025	-
	AMSE	0.0495	0.1283	0.0507	0.0489	0.0190	0.1453	0.0190	0.0189	0.0140	0.1384	0.0140	0.0140
0.90	SD	0.0152	0.0350	0.0159	0.0149	0.0050	0.0254	0.0050	0.0049	0.0024	0.0245	0.0025	0.0024
0.90	TIMES	0	0	0	200	1	0	1	198	0	0	0	200
	DIFF	1.248	162.6	3.649	-	0.118	667.4	0.340	-	0.118	890.6	0.478	-
	AMSE	0.3337	0.3548	0.3783	0.3151	0.1558	0.2258	0.1617	0.1502	0.1207	0.2005	0.1261	0.1182
0.99	SD	0.1121	0.1252	0.1075	0.1093	0.0354	0.0777	0.0366	0.0360	0.0196	0.0605	0.0197	0.0193
0.99	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	5.894	12.6	20.050	-	3.714	50.3	7.627	-	2.073	69.592	6.638	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด

DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.1.24 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ จำนวนตัวแปรอธิบาย = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.15 ค่าส.ป.ส.การถดถอยพหุได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุด

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.15 (BELTA FROM EIGEN (MAX))

DEGREE			N = 30				N = 50				N = 100			
CORR			HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70		AVAR	0.0134	0.0053	0.0137	0.0134	0.0062	0.0019	0.0062	0.0062	0.0037	0.0013	0.0037	0.0037
		ABIAS	0.0005	0.1111	0.0001	0.0003	0.0001	0.1346	0.0000	0.0001	0.0000	0.1395	0.0000	0.0000
0.30		AMSE	0.0138	0.1164	0.0138	0.0138	0.0062	0.1365	0.0062	0.0062	0.0037	0.1408	0.0037	0.0037
		k	0.1116	3.3617	0.0605	0.1046	0.0684	6.6058	0.0572	0.0734	0.1123	13.659	0.0615	0.0780
0.90		AVAR	0.0448	0.0185	0.0494	0.0441	0.0184	0.0058	0.0186	0.0183	0.0136	0.0044	0.0139	0.0137
		ABIAS	0.0047	0.1098	0.0013	0.0048	0.0006	0.1395	0.0004	0.0006	0.0004	0.1340	0.0001	0.0003
0.90		AMSE	0.0495	0.1283	0.0507	0.0489	0.0190	0.1453	0.0190	0.0189	0.0140	0.1384	0.0140	0.0140
		k	0.1074	0.9187	0.0531	0.1192	0.0675	2.0785	0.0528	0.0717	0.1110	3.9807	0.0600	0.1062
0.99		AVAR	0.1984	0.1828	0.3391	0.1997	0.1229	0.0576	0.1474	0.1167	0.0970	0.0434	0.1204	0.0977
		ABIAS	0.1353	0.1720	0.0392	0.1155	0.0329	0.1682	0.0142	0.0335	0.0237	0.1571	0.0056	0.0205
0.99		AMSE	0.3337	0.3548	0.3783	0.3151	0.1558	0.2258	0.1617	0.1502	0.1207	0.2005	0.1261	0.1182
		k	0.0776	0.0899	0.0309	0.1013	0.0587	0.2031	0.0352	0.0731	0.0987	0.3890	0.0423	0.1013

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน

ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่ค่านวณได้จากแต่ละวิธี

ข้อสรุปจากตารางที่ 4.1.13 ถึง 4.1.24 สำหรับความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงปกติโดยมีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5

ก. ค่า AMSE

พบว่าการเปลี่ยนแปลงค่า AMSE ของทั้ง 4 วิธีจะมีลักษณะ

1. แปรผันโดยตรงกับระดับสัมประสิทธิ์ความแปรผัน
2. แปรผันโดยตรงกับขนาดของความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรอิสระ
3. แปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง

ค่า AMSE ของวิธี Binary Search ,HKB และ HK ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR แต่วิธี TZE-SAN-LEE ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า ABIAS

ข. ค่า RDAMSE (DIFF)

สำหรับค่า RDAMSE (DIFF) และ AMSE ของวิธี BINARY SEARCH, HKB และ HK โดยทั่วๆไปจะมีค่าใกล้เคียงกัน แต่ BINARY SEARCH จะให้ผลดีกว่าที่ชัดเจนขึ้นเมื่อ

1. ขนาดตัวอย่างเล็ก
2. ระดับความสัมพันธ์สูง

และ 3. ระดับสัมประสิทธิ์ความแปรผันของการแจกแจงที่สูงขึ้น

โดยกรณี TZE-SAN-LEE จะให้ค่า AMSE ใกล้เคียงขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก, ระดับความสัมพันธ์สูง และ ระดับสัมประสิทธิ์ความแปรผันของการแจกแจงที่สูงขึ้น

ค. ค่า Times

สำหรับจำนวน Times พบว่าวิธีการประมาณแบบทวิ (Binary Search) จะให้จำนวน Times มากที่สุด ถึงแม้ว่าค่า AMSE ของ HKB และ HK จะมีค่าใกล้เคียงกัน

ง. ค่า k

ค่า k ของวิธี Binary Search , HKB และ HK พบว่าจะมีค่าใกล้เคียงกันเมื่อค่า k มีค่าต่ำใกล้ศูนย์ แต่จะมีค่าแตกต่างกันมากขึ้นเมื่อค่า k ใหญ่ขึ้นโดย

ปกติค่า k ที่คำนวณได้จากวิธี HK จะมีค่าต่ำที่สุด และรองลงมาคือ Binary Search , HKB ตามลำดับโดยค่า k ที่ได้จาก TZE-SAN-LEE จะมีค่าสูงแตกต่างมากแต่จะมีค่าใกล้เคียงขึ้นเมื่อ

1. ขนาดตัวอย่างเล็ก
2. ระดับความสัมพันธ์สูง
3. ระดับสัมประสิทธิ์ความแปรผันของการแจกแจงที่สูงขึ้น

และ 4. ค่าส.ป.ส.การถดถอยพหุที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

<u>ลักษณะการเปลี่ยนแปลงของค่า k โดยวิธี Binary Search,HkB และ Hk พอสรุปได้ดังนี้</u>

1. กรณีค่าส.ป.ส.การถดถอยพหุที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

   จะมีค่าอยู่ในช่วง (0,1) และจะมีค่าแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อ

   1.1 ระดับความสัมพันธ์สูงขึ้น

   1.2 ระดับสัมระสิทธิ์ความแปรผันของการแจกแจงที่สูงขึ้น

   และ 1.3 ขนาดตัวอย่างที่เล็ก ในระดับความสัมพันธ์ที่สูง

2. กรณีค่าส.ป.ส.การถดถอยพหุที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุด

   จะมีค่าอยู่ในช่วง (0,1) และจะมีค่าแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อ

   1.1 ระดับความสัมพันธ์ที่ต่ำลง

   1.2 ระดับสัมระสิทธิ์ความแปรผันของการแจกแจงที่สูงขึ้น

ลักษณะการเปลี่ยนแปลงของค่า k โดยวิธี TZE-SAN-LEE พอสรุปได้ดังนี้

จะมีค่าอยู่ในช่วง (0,1) ในระดับความสัมพันธ์ 0.99 และมีค่าคงเดิมในระดับต่างๆของส.ป.ส.การถดถอยพหุที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุดและน้อยที่สุด และระดับต่างๆของสัมระสิทธิ์ความแปรผันของการแจกแจง แต่จะมีแนวโน้มลดลงเมื่อ

1. ระดับความสัมพันธ์ที่สูงขึ้น
2. ขนาดตัวอย่างที่เล็กลง

หมายเหตุ

จากตารางที่ 4.1.1 ถึง 4.1.24 พบว่าเมื่อเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจาก 3 เป็น 5 จะให้ค่า AMSE และ ค่า k เพิ่มขึ้นสำหรับวิธี Binary Search ,HKB และ HK และส่วนวิธี TZE-SAN-LEE ให้ผลตรงกันข้าม

4.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณริดจ์ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน

จะศึกษาเมื่อพารามิเตอร์ μ = 1 , ϵ= 0.05 ,0.10 และ 0.15 ,เปอร์เซนต์ การปลอมปนเป็น 5 และ 10 และสเกลแฟกเตอร์เป็น 3 และ 10 โดยมีจำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ระดับความสัมพันธ์ .99,.90 และ .70 และจำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ที่ระดับความสัมพันธ์ (.99,.99),(.90,.90) และ (.70,.30) โดยกำหนดขนาดตัวอย่าง = 30,50 และ 100 และค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่ต่ำที่สุด ซึ่งผลการวิจัยจะนำเสนอในตารางที่ 4.2.1 - 4.2.32

รายละเอียดของตารางที่ 4.2.1 - 4.2.32

ตารางที่	จำนวนตัวแปรอิสระ	ส.ป.ส. การแปรผัน	สเกลแฟคเตอร์	เปอร์เซนต์การปลอมปน
4.2.1-4.2.2	3	5	3	5
4.2.3-4.2.4	3	15	3	5
4.2.5-4.2.6	3	5	3	10
4.2.7-4.2.8	3	15	3	10
4.2.9-4.2.10	3	5	10	5
4.2.11-4.2.12	3	15	10	5
4.2.13-4.2.14	3	5	10	10
4.2.15-4.2.16	3	15	10	10
4.2.17-4.2.18	5	5	3	5
4.2.19-4.2.20	5	15	3	5
4.2.21-4.2.22	5	5	3	10
4.2.23-4.2.24	5	15	3	10
4.2.25-4.2.26	5	5	10	5
4.2.27-4.2.28	5	15	10	5
4.2.29-4.2.30	5	5	10	10
4.2.31-4.2.32	5	15	10	10

จากตารางที่ 4.2.1 และ 4.2.2 สรุปผลได้ดังนี้

ระดับความสัมพันธ์ .70

สำหรับขนาดตัวอย่าง = 30 วิธี Binary Search, HKB และ HK จะให้ค่า AMSE น้อยใกล้เคียงกัน แต่ TZE-SAN-LEE จะให้ค่า AMSE ที่มีค่ามาก เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 100 จะได้ผลสรุปเหมือนเดิม แต่ค่า AMSE จะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่ม ข้อสังเกต วิธี Binary Search, HKB และ HK ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR แต่วิธี TZE-SAN-LEE ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า ABIAS

สำหรับขนาดตัวอย่าง = 30 วิธี Binary Search , HKB และ HK จะให้ค่า RDAMSE น้อยใกล้เคียงกัน โดยวิธี Binary Search จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด แต่ TZE-SAN-LEE จะให้ค่า RDAMSE ที่มีค่ามาก เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 100 จะได้ผลสรุปเหมือนเดิม แต่ค่า RDAMSE ของ HKB และ HK จะมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่ค่า RDAMSE ของ TZE-SAN-LEE จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเนื่องจากค่า AMSE ของ TZE-SAN-LEE มีค่าค่อนข้างคงที่ขณะที่ค่า AMSE ของ Binary Search , HKB และ HK มีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

จะพบว่าวิธีการประมาณแบบทวิ (Binary Search) จะให้จำนวน Times มากที่สุด ถึงแม้ว่าค่า AMSE ของ HKB และ HK จะมีค่าใกล้เคียงกัน

ค่า k ของวิธี HK , BINARY SEARCH และ HKB จะมีค่าใกล้เคียงกันโดยมีค่าน้อยใกล้ 0 และมีค่าเพิ่มขึ้นเล็กน้อยเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่ค่า k ของ TZE-SAN-LEE มีค่าเพิ่มขึ้นมากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับความสัมพันธ์ .99

ผลสรุปที่ได้มีลักษณะทำนองเดียวกับระดับความสัมพันธ์ .70

ข้อสังเกต

ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นยกเว้น TZE-SAN-LEE ที่มีค่าค่อนข้างคงที่

ค่า AMSE ของวิธี Binary Search, HKB และ HK ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR แต่วิธี TZE-SAN-LEE ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า ABIAS และค่า AVAR และ ABIAS มีลักษณะการเพิ่มและลดลงทำนองเดียวกับ AMSE

ค่า RDAMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นแต่ TZE-SAN-LEE มีลักษณะตรงกันข้ามกล่าวคือ มีค่าลดลงเมื่อระดับเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ค่า k ของวิธี HK,Binary Search และ HKB มีค่าเพิ่มขึ้นเล็กน้อยเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นหรือระดับความสัมพันธ์ที่สูงขึ้น แต่โดยทั่วไปมีค่าน้อยใกล้ศูนย์โดย ค่า k ของ HK มีค่าน้อยที่สุด แต่กรณี TZE-SAN-LEE ค่า k จะมีลักษณะการเพิ่มและลดลงทำนองเดียวกันกับค่า RDAMSE กล่าวคือ มีค่าลดลงเมื่อระดับเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและค่า k จะมีค่าอยู่ในช่วง (0,1) เมื่อระดับความสัมพันธ์เป็น 0.99

โดยทั่วๆไปในตารางนี้วิธี BINARY SEARCH,HKB และ HK ให้ผลดีไม่แตกต่างกัน แต่วิธี BINARY SEARCH จะให้ผลดีกว่าเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นและขนาดตัวอย่างเล็กลงแต่วิธี TZE-SAN-LEE จะให้ผลดีขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นและขนาดตัวอย่างเล็กลง

ตารางที่ 4.2.1 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.05
สเกลแฟคเตอร์ = 3 , เปอร์เซนต์การปลอมปน = 5 % และ
ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 3.0

PERCENT CONTAMINATE = 5.00

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.05 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	.00147	.16030	.00147	.00147	.00046	.17202	.00046	.00046
	SD	.00062	.04480	.00062	.00062	.00012	.04813	.00012	.00012
	TIMES	1	0	2	197	0	0	0	200
	DIFF	.045	10825	.037	-	.010	37405	.013	-
0.99	AMSE	.04317	.17568	.04338	.04259	.01423	.16756	.01426	.01418
	SD	.01733	.07980	.01720	.01702	.00369	.06087	.00370	.00367
	TIMES	1	0	2	197	0	0	0	200
	DIFF	1.345	312.4	1.846	-	.376	1081.	.563	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด
DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.2.2 การเปรียบเทียบประมาณค่าจุดกึ่งกลางความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.05
สเกลแฟคเตอร์ = 3 , เปอร์เซนต์การปลอมปน = 5 % และ
ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 3.0

PERCENT CONTAMINATE = 5.00

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.05 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	.00146	.00046	.00147	.00146	.00046	.00014	.00046	.00046
	ABIAS	.00001	.15984	.00000	.00000	.00000	.17188	.00000	.00000
	AMSE	.00147	.16030	.00147	.00147	.00046	.17202	.00046	.00046
	k	.0092	3.6879	.0051	.0081	.0104	14.029	.0057	.0095
0.99	AVAR	.03914	.01392	.04199	.03940	.01332	.00407	.01413	.01384
	ABIAS	.00403	.16176	.00140	.00319	.00041	.16348	.00013	.00033
	AMSE	004317	.17568	.04338	.04260	.01423	.16756	.01426	.01418
	k	.0102	.1134	.0057	.0108	.0109	.4308	.0060	.0107

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน
ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง
AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.2.3 และ 4.2.4 สรุปผลได้ดังนี้

โดยทั่วๆไปผลสรุปที่ได้มีลักษณะเช่นเดียวกับตารางที่ 4.2.1 และ 4.2.2 แต่เมื่อเพิ่มค่าส.ป.ส.การแปรผันเป็น 15% พบว่าค่า AMSE ของตารางนี้มีค่าสูงขึ้น,ค่า RDAMSE ของวิธี HKB และ HK มีค่าสูงขึ้น แต่ RDAMSE กรณี TZE-SAN-LEE เมื่อเทียบกับ BINARY SEARCH กลับมีค่าลดลง และค่า k ของ HKB,HK และ BINARY SEARCH มีค่าเพิ่มขึ้น แต่กรณี TZE-SAN-LEE มีค่าคงเดิม เนื่องจากค่า k ของ TZE-SAN-LEE คิดจากค่า EIGENVALUE ที่ต่ำที่สุดของเมตริกซ์ตัวแปรอิสระ X'X ดังนั้นการเพิ่มค่าส.ป.ส. การแปรผันของความคลาดเคลื่อนจึงไม่มีผลต่อการคำนวณค่า k ของ TZE-SAN-LEE

ตารางที่ 4.2.3 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.15
สเกลแฟคเตอร์ = 3 , เปอร์เซนต์การปลอมปน = 5 % และ
ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 3.0

PERCENT CONTAMINATE = 5.00

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.15 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	.01301	.16697	.01301	.01296	.00411	.17223	.00411	.00411
	SD	.00542	.05533	.00541	.00538	.00108	.05119	.00108	.00108
	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	0.376	1187.	0.341	-	.091	4094.	.119	-
0.99	AMSE	.26619	.35389	.27454	.25856	.10676	.21041	.10864	.10458
	SD	.13694	.23031	.13665	.13249	.02731	.11256	.02676	.02678
	TIMES	1	0	0	199	1	0	0	199
	DIFF	2.949	36.87	6.180	-	2.084	101.1	3.881	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด
DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.2.4 การเปรียบตัวประมาณแรงโน้มความคลาดเคลื่อนการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.15
สเกลแฟคเตอร์ = 3 , เปอร์เซนต์การปลอมปน = 5 % และ
ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 3.0

PERCENT CONTAMINATE = 5.00

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.15 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	.01262	.00418	.01288	.01270	.00408	.00123	.00410	.00408
	ABIAS	.00039	.16279	.00012	.00026	.00003	.17100	.00001	.00002
	AMSE	.01301	.16697	.01301	.01296	.00411	.17223	.00411	.00411
	k	.0849	3.6879	.0471	.0751	.0959	14.029	.0526	.0879
0.99	AVAR	.17267	.12526	.23032	.17880	.08443	.03667	.09980	.08585
	ABIAS	.09352	.22863	.04372	.07977	.02233	.17374	.00884	.01873
	AMSE	.26619	.35389	.27454	.25856	.10676	.21041	.10864	.10458
	k	.1450	.1134	.0794	.1461	.1710	.4308	.0954	.1322

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน
ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง
AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.2.5 และ 4.2.6 สรุปผลได้ดังนี้

โดยทั่วๆไปผลสรุปที่ได้มีลักษณะเช่นเดียวกับตารางที่ 4.2.1-4.2.4 แต่เมื่อเพิ่มค่าเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 10 พบว่า AMSE มีค่าสูงขึ้น และค่า RDAMSE ของ HKB และ HK เมื่อเทียบกับ BINARY SEARCH มีค่าสูงขึ้น แต่ RDAMSE กรณี TZE-SAN-LEE กลับมีค่าลดลง และค่า k ของ HKB , HK และ BINARY SEARCH มีค่าเพิ่มขึ้น แต่กรณี TZE-SAN-LEE มีค่าคงเดิม เมื่อเทียบกับเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 5 ในตารางที่ 4.2.1 -4.2.2 แต่ค่าที่เพิ่มหรือลดลงนี้มีค่าน้อยกว่าเมื่อเทียบกับเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 5 และ ส.ป.ส.การแปรผันเป็น 15% ในตารางที่ 4.2.3-4.2.4

ตารางที่ 4.2.5 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติปลอม
จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.05
สเกลแฟคเตอร์ = 3 , เปอร์เซนต์การปลอมปน = 10 % และ
ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 3.0

PERCENT CONTAMINATE = 10.0

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.05 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	.00206	.16099	.00206	.00206	.00058	.17215	.00058	.00058
	SD	.00101	.04541	.00101	.00100	.00015	.04810	.00015	.00015
	TIMES	1	0	0	199	0	0	1	199
	DIFF	2.949	36.86	6.18	-	.012	29348	.016	-
0.99	AMSE	.05840	.18596	.05891	.05741	.00523	.17298	.00523	.00522
	SD	.02676	.09098	.02663	.02614	.03526	.12685	.03581	.03578
	TIMES	1	0	0	199	1	0	0	199
	DIFF	1.720	223.9	2.60	-	.465	845.8	.709	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด
DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.2.6 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีความคลาดเคลื่อนการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.05
สเกลแฟคเตอร์ = 3 , เปอร์เซนต์การปลอมปน = 10 % และ
ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 3.0

PERCENT CONTAMINATE = 10.0

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.05 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	.00205	.00065	.00205	.00204	.00058	.00017	.00058	.00058
	ABIAS	.00001	.16034	.00000	.00001	.00000	.17197	.00000	.00000
	AMSE	.00206	.16099	.00206	.00205	.00058	.17215	.00058	.00058
	k	.0129	3.6879	.0071	.0111	.0133	14.029	.0073	.0122
0.99	AVAR	.05088	.01958	.05613	.05137	.01739	.00520	.01738	.01742
	ABIAS	.00752	.16638	.00278	.00604	.00065	.16463	.00020	.00053
	AMSE	.05840	.18596	.05891	.05741	.01804	.16982	.01808	.01796
	k	.0145	.1134	.0080	.0152	.0139	.4308	.0076	.0137

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน
ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง
AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.2.7 และ 4.2.8 สรุปผลได้ดังนี้

โดยทั่วๆไปผลสรุปที่ได้มีลักษณะเช่นเดียวกับตารางที่ 4.2.1-4.2.6 แต่เมื่อเพิ่มค่าเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 10 และส.ป.ส.การแปรผันเป็น 15% พบว่า AMSE มีค่าสูงขึ้น และค่า RDAMSE ของวิธี HKB และ HK เมื่อเทียบกับ BINARY SEARCH มีค่าสูงขึ้น แต่ RDAMSE กรณี TZE-SAN-LEE กลับมีค่าลดลง และค่า k ของ HKB,HK และ BINARY SEARCH มีค่าเพิ่มขึ้น แต่กรณี TZE-SAN-LEE มีค่าคงเดิม เมื่อเทียบกับตารางที่ 4.2.1-4.2.6

สรุป กรณีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติปลอมปน จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 สเกลแฟคเตอร์ = 3 พบว่า ขนาดของส.ป.ส.การแปรผันและเปอร์เซนต์การปลอมปนมีผลต่อการเพิ่มหรือลดของค่า AMSE,RDAMSE และ k ของตัวประมาณริดจ์ทั้ง 4 วิธี และพบว่าเมื่อเพิ่มส.ป.ส.การแปรผันจาก 5% เป็น 15% จะมีผลต่อการเพิ่มหรือลดของค่า AMSE ,RDAMSE และ k มากกว่าเมื่อเพิ่มเปอร์เซนต์การปลอมปนจาก 5% เป็น 10%

ตารางที่ 4.2.7 การเปรียบเทียบประมาณการจากวิธีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.15
สเกลแฟคเตอร์ = 3 , เปอร์เซนต์การปลอมปน = 10 % และ
ค่าส.ป.ส.การคูณที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 3.0

PERCENT CONTAMINATE = 10.0

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.15 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	.01812	.17085	.01810	.01802	.00523	.17297	.00523	.00522
	SD	.00869	.05989	.00865	.00860	.00136	.05174	.00137	.00137
	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	0.547	848.1	0.439	-	.115	3210.	.151	-
0.99	AMSE	.34271	.43969	.35504	.33258	.13002	.22775	.13282	.12717
	SD	.19506	.30163	.19444	.18820	.03526	.12684	.03581	.03578
	TIMES	0	0	0	200	1	0	0	199
	DIFF	3.043	32.20	6.753	-	2.242	79.09	4.443	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด
DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.2.8 การเปรียบเทียบประมาณค่าในการหาความคลาดเคลื่อนเมื่อการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.15
สเกลแฟคเตอร์ = 3 , เปอร์เซนต์การปลอมปน = 10 % และ
ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 3.0

PERCENT CONTAMINATE = 10.0

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.15 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	.01730	.00588	.01784	.01750	.00518	.00157	.00522	.00519
	ABIAS	.00081	.16497	.00026	.00052	.00005	.17141	.00002	.00004
	AMSE	.01812	.17085	.01810	.01802	.00523	.17298	.00523	.00523
	k	.1189	3.6879	.0659	.1032	.1223	14.029	.0671	.1120
0.99	AVAR	.21005	.17626	.29020	.21816	.09904	.04676	.12008	.10082
	ABIAS	.13266	.26343	.06484	.11443	.03098	.18099	.01275	.02535
	AMSE	.34271	.43969	.35504	.33258	.13002	.22775	.13282	.12717
	k	.1637	.1134	.0880	.1658	.1987	.4308	.1074	.1751

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน
ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง
AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.2.9 และ 4.2.10 สรุปผลได้ดังนี้

ระดับความสัมพันธ์ .70

สำหรับขนาดตัวอย่าง = 30 วิธี Binary Search , HKB และ HK จะให้ค่า AMSE น้อยใกล้เคียงกัน แต่ TZE-SAN-LEE จะให้ค่า AMSE ที่มีค่ามาก เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 100 จะได้ผลสรุปเหมือนเดิมแต่ค่า AMSE จะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ข้อสังเกต วิธี Binary Search , HKB และ HK ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR แต่วิธี TZE-SAN-LEE ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า ABIAS

สำหรับขนาดตัวอย่าง = 30 วิธี Binary Search , HKB และ HK จะให้ค่า RDAMSE น้อยใกล้เคียงกัน โดยวิธี Binary Search จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด แต่ TZE-SAN-LEE จะให้ค่า RDAMSE ที่มีค่ามาก เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 100 จะได้ผลสรุปเหมือนเดิม แต่ค่า RDAMSE ของ HKB และ HK จะมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่ค่า RDAMSE ของ TZE-SAN-LEE จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเนื่องจากค่า AMSE ของ TZE-SAN-LEE มีค่าค่อนข้างคงที่ขณะที่ค่า AMSE ของ Binary Search , HKB และ HK มีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

จะพบว่าวิธีการประมาณแบบทวิ (Binary Search) จะให้จำนวน Times มากที่สุด ถึงแม้ว่าค่า AMSE ของ HKB และ HK จะมีค่าใกล้เคียงกัน

ค่า k ของวิธี HK , BINARY SEARCH และ HKB จะมีค่าใกล้เคียงกันโดยมีค่าน้อยใกล้ 0 และมีค่าเพิ่มขึ้นเล็กน้อยเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่ค่า k ของ TZE-SAN-LEE มีค่าเพิ่มขึ้นมากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับความสัมพันธ์ .90

ผลสรุปที่ได้มีลักษณะทำนองเดียวกับระดับความสัมพันธ์ .70

ระดับความสัมพันธ์ .99

ผลสรุปที่ได้มีลักษณะทำนองเดียวกับระดับความสัมพันธ์ .70

ข้อสังเกต

ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นยกเว้น TZE-SAN-LEE ที่มีค่าค่อนข้างคงที่

ค่า AMSE ของวิธี Binary Search,HKB และ HK ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR แต่วิธี TZE-SAN-LEE ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า ABIAS และค่า AVAR และ ABIAS มีลักษณะการเพิ่มและลดลงทำนองเดียวกับ AMSE

ค่า RDAMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นแต่ TZE-SAN-LEE มีลักษณะตรงกันข้ามกล่าวคือ มีค่าลดลงเมื่อระดับเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ค่า K ของวิธี HK,Binary Search และ HKB มีค่าเพิ่มขึ้นเล็กน้อยเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นหรือระดับความสัมพันธ์ที่สูงขึ้น แต่โดยทั่วไปมีค่าน้อยใกล้ศูนย์โดย ค่า k ของ HK มีค่าน้อยที่สุด แต่กรณี TZE-SAN-LEE ค่า k จะมีลักษณะการเพิ่มและลดลงทำนองเดียวกันกับค่า RDAMSE กล่าวคือ มีค่าลดลงเมื่อระดับเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและค่า k จะมีค่าอยู่ในช่วง (0,1) เมื่อระดับความสัมพันธ์เป็น 0.99

โดยทั่วๆไปในตารางนี้วิธี BINARY SEARCH,HKB และ HK ให้ผลดีไม่แตกต่างกันแต่วิธี BINARY SEARCH จะให้ผลดีกว่าเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นและขนาดตัวอย่างเล็กลง แต่วิธี TZE-SAN-LEE จะให้ผลดีขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นและขนาดตัวอย่างเล็กลง

ตารางที่ 4.2.9 การเปรียบเทียบประมาณเริ่มจากเมทริกซ์ความคลาดเคลื่อนการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.05
สเกลแฟคเตอร์ = 10 , เปอร์เซ็นต์การปลอมปน = 5 % และ
ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 10.0

PERCENT CONTAMINATE = 5.00

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.05 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	.00475	.16296	.00475	.00474	.00197	.17255	.00197	.00196
	SD	.00515	.05012	.00515	.00513	.00109	.04948	.00109	.00109
	TIMES	1	0	0	199	0	0	0	200
	DIFF	.230	3335.	.194	-	.054	8673.	.069	-
0.99	AMSE	.11374	.23371	.11508	.11105	.05568	.18681	.05619	.05487
	SD	.11048	.17915	.11018	.10715	.02793	.08502	.02802	.02729
	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	2.428	110.5	3.63	-	1.483	240.5	2.416	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด
DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.2.10 การเปรียบเทียบประมาณค่าจากการแก้ความคลาดเคลื่อนการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.05
สเกลแฟคเตอร์ = 10 , เปอร์เซ็นต์การปลอมปน = 5 % และ
ค่า ส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 10.0

PERCENT CONTAMINATE = 5.00

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.05 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	.00466	.00151	.00472	.00468	.00196	.00059	.00197	.00196
	ABIAS	.00010	.16145	.00003	.00006	.00001	.17197	.00000	.00001
	AMSE	.00475	.16296	.00475	.00474	.00197	.17256	.00197	.00197
	k	.0303	3.6879	.0166	.0256	.0452	14.029	.0248	.0417
0.99	AVAR	.08529	.04528	.10286	.08906	.04826	.01750	.05336	.04876
	ABIAS	.02846	.18843	.01221	.02199	.00742	.16931	.00283	.00610
	AMSE	.11374	.23371	.11508	.11105	.05568	.18681	.05619	.05487
	k	.0410	.1134	.0224	.0409	.0551	.4308	.0308	.0547

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน
ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง
AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.2.11 และ 4.2.12 สรุปผลได้ดังนี้

โดยทั่วๆไปผลสรุปที่ได้มีลักษณะเช่นเดียวกับตารางที่ 4.2.9 และ 4.2.10 แต่เมื่อเพิ่มค่าส.ป.ส.การแปรผันเป็น 15% พบว่าค่า AMSE ของตารางนี้มีค่าสูงขึ้น,ค่า RDAMSE ของวิธี HKB และ HK มีค่าสูงขึ้น แต่ RDAMSE กรณี TZE-SAN-LEE เมื่อเทียบกับ BINARY SEARCH กลับมีค่าลดลง และค่า k ของ HKB,HK และ BINARY SEARCH มีค่าเพิ่มขึ้น แต่กรณี TZE-SAN-LEE มีค่าคงเดิม เนื่องจากค่า k ของ TZE-SAN-LEE คิดจากค่า EIGENVALUE ที่ต่ำที่สุดของเมตริกซ์ตัวแปรอิสระ X'X ดังนั้นการเพิ่มค่าส.ป.ส.การแปรผันของความคลาดเคลื่อนจึงไม่มีผลต่อการคำนวณค่า k ของ TZE-SAN-LEE

ตารางที่ 4.2.11 การเปรียบเทียบประมาณค่าโดยวิธีความคลาดเคลื่อนกำลังสองการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.15
สเกลแฟคเตอร์ = 10 , เปอร์เซนต์การปลอมปน = 5 % และ
ค่าส.ป.ส.การกดถอยพหุที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 10.0

PERCENT CONTAMINATE = 5.00

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.15 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	.03874	.18449	.03873	.03874	.01728	.17802	.01731	.01719
	SD	.03827	.09033	.03311	.03816	.00936	.06091	.00937	.00927
	TIMES	1	0	0	199	0	0	0	200
	DIFF	0.001	376.2	.023	-	.484	935.4	.646	-
0.99	AMSE	.65843	.81608	.68635	.63895	.31360	.39353	.32741	.30492
	SD	.82219	1.0004	.84292	.79728	.19476	.25783	.19748	.18813
	TIMES	3	0	0	197	9	0	1	190
	DIFF	3.049	27.72	7.417	-	2.848	29.06	7.376	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด
DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.2.12 การเปรียบเทียบประมาณค่าจุดในกรณีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.15
สเกลแฟคเตอร์ = 10 , เปอร์เซ็นต์การปลอมปน = 5 % และ
ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 10.0

PERCENT CONTAMINATE = 5.00

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.15 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	.03382	.01362	.03695	.03559	.01654	.00529	.01708	.01666
	ABIAS	.00491	.17087	.00178	.00314	.00074	.17273	.00023	.00054
	AMSE	.03874	.18449	.03873	.03873	.01728	.17802	.01731	.01719
	k	.3705	3.6879	.2029	.2407	.4322	14.029	.2353	.3986
0.99	AVAR	.35910	.40749	.52545	.37427	.18902	.15748	.26534	.19466
	ABIAS	.29934	.40859	.16089	.26468	.12458	.23606	.06158	.11026
	AMSE	.65843	.81608	.68635	.63895	.31360	.39353	.32741	.30492
	k	.2993	.1134	.1656	.2502	.7669	.4308	.4083	.5042

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน
ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง
AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.2.13 และ 4.2.14 สรุปผลได้ดังนี้

โดยทั่วๆไปผลสรุปที่ได้มีลักษณะเช่นเดียวกับตารางที่ 4.2.9-4.2.12 แต่เมื่อเพิ่มค่าเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 10 พบว่า AMSE มีค่าสูงขึ้น และค่า RDAMSE ของ HKB และ HK เมื่อเทียบกับ BINARY SEARCH มีค่าสูงขึ้น แต่ RDAMSE กรณี TZE-SAN-LEE กลับมีค่าลดลง และค่า k ของ HKB , HK และ BINARY SEARCH มีค่าเพิ่มขึ้น แต่กรณี TZE-SAN-LEE มีค่าคงเดิม เมื่อเทียบกับเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 5 ในตารางที่ 4.2.9 -4.2.10 แต่ค่าที่เพิ่มหรือลดลงนี้มีค่าน้อยกว่าเมื่อเทียบกับเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 5 และ ส.ป.ส.การแปรผันเป็น 15% ในตารางที่ 4.2.11-4.2.12

ตารางที่ 4.2.13 การเปรียบเทียบประมาณค่าจุดโดยวิธีความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.05
สเกลแฟคเตอร์ = 10 , เปอร์เซ็นต์การปลอมปน = 10 % และ
ค่าส.ป.ส.การคูณออฟเซ็ตได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 10.0

PERCENT CONTAMINATE = 10.0

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.05 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	.01193	.16844	.01191	.01188	.00352	.17359	.00352	.00352
	SD	.00955	.05675	.00949	.00946	.00147	.05023	.00147	.00147
	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	.485	1318.	.293	-	.085	4836.	.112	-
0.99	AMSE	.24014	.35079	.24686	.23333	.09363	.21059	.09510	.09188
	SD	.19241	.26816	.19396	.18582	.03642	.10743	.03683	.03569
	TIMES	3	0	0	197	2	0	0	198
	DIFF	2.918	50.34	5.797	-	1.894	129.1	3.495	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด
DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.2.14 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีความคลาดเคลื่อนการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.05
สเกลแฟคเตอร์ = 10 , เปอร์เซ็นต์การปลอมปน = 10 % และ
ค่าส.ป.ส.การคูณที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 10.0

PERCENT CONTAMINATE = 10.0

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.05 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	.01145	.00386	.01176	.01159	.00349	.00106	.00351	.00350
	ABIAS	.00049	.16458	.00015	.00028	.00003	.17254	.00001	.00002
	AMSE	.01193	.16844	.01191	.01188	.00352	.17360	.00352	.00352
	k	.0766	3.6879	.0422	.0637	.0812	14.029	.0447	.0746
0.99	AVAR	.15841	.11586	.20843	.16489	.07635	.03139	.08822	.07728
	ABIAS	.08174	.23493	.03843	.06845	.01728	.17921	.00688	.01461
	AMSE	.24014	.35079	.24686	.23334	.09363	.21060	.09510	.09189
	k	1.1236	.1134	.7422	.1253	.1172	.4308	.0645	.1051

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน
ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง
AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.2.15 และ 4.2.16 สรุปผลได้ดังนี้

โดยทั่วๆไปผลสรุปที่ได้มีลักษณะเช่นเดียวกับตารางที่ 4.2.9-4.2.14 แต่เมื่อเพิ่มค่าเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 10 และส.ป.ส.การแปรผันเป็น 15% พบว่า AMSE มีค่าสูงขึ้น และค่า RDAMSE ของวิธี HKB และ HK เมื่อเทียบกับ BINARY SEARCH มีค่าสูงขึ้น แต่ RDAMSE กรณี TZE-SAN-LEE กลับมีค่าลดลง และค่า k ของ HKB,HK และ BINARY SEARCH มีค่าเพิ่มขึ้น แต่กรณี TZE-SAN-LEE มีค่าคงเดิม เมื่อเทียบกับตารางที่ 4.2.9 -4.2.14

สรุป กรณีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติปลอมปน จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 สเกลแฟคเตอร์ = 10 พบว่า ขนาดของส.ป.ส.การแปรผันและเปอร์เซนต์การปลอมปนมีผลต่อการเพิ่มหรือลดของค่า AMSE,RDAMSE และ k ของตัวประมาณริดจ์ทั้ง 4 วิธี และพบว่าเมื่อเพิ่มส.ป.ส.การแปรผันจาก 5% เป็น 15% จะมีผลต่อการเพิ่ม หรือ ลดของค่า AMSE,RDAMSE และ k มากกว่าเมื่อเพิ่มเปอร์เซนต์การปลอมปนจาก 5% เป็น 10%

ตารางที่ 4.2.15 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีความคลาดเคลื่อนการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.15
สเกลแฟคเตอร์ = 10 , เปอร์เซ็นต์การปลอมปน = 10 % และ
ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 10.0

PERCENT CONTAMINATE = 10.0

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.15 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	.08972	.22325	.09057	.08972	.03044	.18543	.03054	.03024
	SD	.06719	.12809	.06724	.06577	.01230	.06909	.01235	.01216
	TIMES	9	1	0	190	0	0	0	200
	DIFF	.008	148.8	.94	-	.665	513.1	.967	-
0.99	AMSE	1.5262	1.8395	1.6018	1.4753	.48898	.59378	.51516	.47642
	SD	1.4884	1.7292	1.5121	1.4345	.29408	.37202	.29941	.28483
	TIMES	6	-	-	194	21	0	0	179
	DIFF	3.447	24.68	8.57	-	2.637	24.63	8.132	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด
DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.2.16 การเปรียบเทียบประมาณค่าโดยวิธีความคลาดเคลื่อนกำลังสองของการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.15
สเกลแฟคเตอร์ = 10 , เปอร์เซ็นต์การปลอมปน = 10 % และ
ค่าส.ป.ส.การถดถอยพหุได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 10.0

PERCENT CONTAMINATE = 10.0

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.15 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	.07170	.03475	.08353	.07784	.02847	.00950	.02990	.02884
	ABIAS	.01802	.18850	.00704	.01188	.00198	.17593	.00063	.00141
	AMSE	.08972	.22325	.09057	.08972	.03044	.18543	.03054	.03024
	k	1.0611	3.6879	.5389	.5916	.7798	14.029	.4262	.6942
0.99	AVAR	.74507	1.0427	1.1744	.78929	.26881	.28251	.40013	.27819
	ABIAS	.78110	.79677	.42747	.68602	.22017	.31128	.11503	.19823
	AMSE	1.5262	1.8395	1.6018	1.4753	.48899	.59378	.51517	.47642
	k	.5102	.1134	.2931	.3245	1.2914	.4308	.7249	.7293

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน
ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง
AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

ข้อสรุปจากตารางที่ 4.2.1 ถึง 4.2.16 สำหรับความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงปกติปลอมปน โดยมีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3

ก. ค่า AMSE

พบว่าการเปลี่ยนแปลงค่า AMSE ของทั้ง 4 วิธีจะมีลักษณะ

1. แปรผันโดยตรงกับระดับสัมประสิทธิ์ความแปรผัน
2. แปรผันโดยตรงกับขนาดของความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรอิสระ
3. แปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง
4. แปรผันโดยตรงกับเปอร์เซนต์การปลอมปน
5. แปรผันโดยตรงกับสเกลแฟคเตอร์

ค่า AMSE ของวิธี Binary Search , HKB และ HK ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR แต่วิธี TZE-SAN-LEE ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า ABIAS

ข. ค่า RDAMSE (DIFF)

สำหรับค่า RDAMSE (DIFF) และ AMSE ของวิธี BINARY SEARCH ,HKB และ HK โดยทั่วๆไปจะมีค่าใกล้เคียงกัน แต่ BINARY SEARCH จะให้ผลดีกว่าที่ชัดเจนขึ้นเมื่อ

1. ขนาดตัวอย่างเล็ก
2. ระดับความสัมพันธ์สูง
3. ระดับสัมประสิทธิ์ความแปรผันของการแจกแจงที่สูงขึ้น
4. เปอร์เซนต์การปลอมปนที่เพิ่มขึ้น
5. สเกลแฟคเตอร์ที่เพิ่มขึ้น

โดยกรณี TZE-SAN-LEE จะให้ค่า AMSE ใกล้เคียงขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก , ระดับความสัมพันธ์สูง ,ระดับสัมประสิทธิ์ความแปรผันของการแจกแจงที่สูง ,เปอร์เซนต์การปลอมปนที่สูง และ สเกลแฟคเตอร์ที่สูง

ค. ค่า Times

สำหรับจำนวน Times พบว่าวิธีการประมาณแบบทวิ (Binary Search) จะให้จำนวน Times มากที่สุด ถึงแม้ว่าค่า AMSE ของ HKB และ HK จะมีค่าใกล้เคียงกัน

ง. ค่า K

ค่า K ของวิธี Binary Search , HKB และ HK พบว่าจะมีค่าใกล้เคียงกันเมื่อค่า K มีค่าต่ำใกล้ศูนย์ แต่จะมีค่าแตกต่างกันมากขึ้นเมื่อค่า k ใหญ่ขึ้นโดยปกติค่า k ที่คำนวณได้จากวิธี HK จะมีค่าต่ำที่สุด และรองลงมาคือ Binary Search , HKB ตามลำดับโดยค่า k ที่ได้จาก TZE-SAN-LEE จะมีค่าที่มีค่ามากแต่จะมีค่าใกล้เคียงขึ้นเมื่อ

1. ขนาดตัวอย่างเล็ก
2. ระดับความสัมพันธ์สูง
   และจะมีค่าในช่วง (0,1) เมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปลอิสระเป็น 0.99
3. ระดับสัมประสิทธิ์ความแปรผันของการแจกแจงที่สูงขึ้น
4. เปอร์เซนต์การปลอมปนที่สูง
5. สเกลแฟคเตอร์ที่สูง

ลักษณะการเปลี่ยนแปลงของค่า k โดยวิธี Binary Search,HKB และ HK พอสรุปได้ดังนี้

จะมีค่าอยู่ในช่วง (0,1) ยกเว้นกรณี HKB 2 กรณี คือ

เปอร์เซนต์การปลอมปน = 10 ,สเกลแฟคเตอร์ = 10 และ ขนาดตัวอย่าง=30

1. ส.ป.ส.การแปรผัน 5%,ระดับความสัมพันธ์ 0.99
2. ส.ป.ส.การแปรผัน 15%,ระดับความสัมพันธ์ 0.70

สรุปจะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อ

1. เมื่อสเกลแฟคเตอร์เพิ่มขึ้น
2. เปอร์เซนต์การปลอมปนเพิ่มขึ้น
3. สัมประสิทธิ์การแปรผันเพิ่มขึ้น
4. เมื่อขนาดตัวอย่างที่ใหญ่ขึ้น
5. ระดับความสัมพันธ์ที่สูง และ ระดับส.ป.ส.การแปรผันที่ต่ำ
6. ระดับความสัมพันธ์ที่ต่ำ และ ระดับส.ป.ส.การแปรผันที่สูง

ลักษณะการเปลี่ยนแปลงของค่า k โดยวิธี TZE-SAN-LEE พอสรุปได้ดังนี้

จะมีค่าอยู่ในช่วง (0,1) ในระดับความสัมพันธ์ 0.99 และมีค่าคงเดิมในระดับต่างๆของสัมระสิทธิ์ความแปรผัน , เปอร์เซนต์การปลอมปน และ สเกลแฟคเตอร์ โดยจะมีค่าลดลงเมื่อ

1. ระดับความสัมพันธ์ที่สูงขึ้น
2. ขนาดตัวอย่างที่เล็กลง

จากตารางที่ 4.2.17 และ 4.2.18 สรุปผลได้ดังนี้

ระดับความสัมพันธ์ .70

สำหรับขนาดตัวอย่าง = 30 วิธี Binary Search , HKB และ HK จะให้ค่า AMSE น้อยใกล้เคียงกัน แต่ TZE-SAN-LEE จะให้ค่า AMSE ที่มีค่ามาก เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 100 จะได้ผลสรุปเหมือนเดิม แต่ค่า AMSE จะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ข้อสังเกต วิธี Binary Search,HKB และ HK ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR แต่วิธี TZE-SAN-LEE ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า ABIAS

สำหรับขนาดตัวอย่าง = 30 วิธี Binary Search , HKB และ HK จะให้ค่า RDAMSE น้อยใกล้เคียงกัน โดยวิธี Binary Search จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด แต่ TZE-SAN-LEE จะให้ค่า RDAMSE ที่มีค่ามาก เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 100 จะได้ผลสรุปเหมือนเดิม แต่ค่า RDAMSE ของ HKB และ HK จะมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่ค่า RDAMSE ของ TZE-SAN-LEE จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเนื่องจากค่า AMSE ของ TZE-SAN-LEE มีค่าค่อนข้างคงที่ขณะที่ค่า AMSE ของ Binary Search , HKB และ HK มีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

จะพบว่าวิธีการประมาณแบบทวิ (Binary Search) จะให้จำนวน Times มากที่สุด ถึงแม้ว่าค่า AMSE ของ HKB และ HK จะมีค่าใกล้เคียงกัน

ค่า k ของวิธี HK , BINARY SEARCH และ HKB จะมีค่าใกล้เคียงกันโดยมีค่าน้อยใกล้ 0 และมีค่าเพิ่มขึ้นเล็กน้อยเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่ค่า k ของ TZE-SAN-LEE มีค่าเพิ่มขึ้นมากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับความสัมพันธ์ .90

ผลสรุปที่ได้มีลักษณะทำนองเดียวกับระดับความสัมพันธ์ .70

ระดับความสัมพันธ์ .99

ผลสรุปที่ได้มีลักษณะทำนองเดียวกับระดับความสัมพันธ์ .70

ข้อสังเกต

ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นยกเว้น TZE-SAN-LEE ที่มีค่าค่อนข้างคงที่

า AMSE ของวิธี Binary Search, HKB และ HK ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR แต่วิธี TZE-SAN-LEE ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า ABIAS และค่า AVAR และ ABIAS มีลักษณะการเพิ่มและลดลงทำนองเดียวกับ AMSE

ค่า RDAMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นแต่ TZE-SAN-LEE มีลักษณะตรงกันข้ามกล่าวคือ มีค่าลดลงเมื่อระดับเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ค่า K ของวิธี HK,Binary Search และ HKB มีค่าเพิ่มขึ้นเล็กน้อยเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นหรือระดับความสัมพันธ์ที่สูงขึ้นแต่โดยทั่วไปมีค่าน้อยใกล้ศูนย์โดย ค่า k ของ HK มีค่าน้อยที่สุด แต่กรณี TZE-SAN-LEE ค่า k จะมีลักษณะการเพิ่มและลดลงทำนองเดียวกันกับค่า RDAMSE กล่าวคือ มีค่าลดลงเมื่อระดับเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและค่า k จะมีค่าอยู่ในช่วง (0,1) เมื่อระดับความสัมพันธ์เป็น 0.99 โดยทั่วๆไปในตารางนี้วิธี BINARY SEARCH,HKB และ HK ให้ผลดีไม่แตกต่างกันแต่วิธี BINARY SEARCH จะให้ผลดีกว่าเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นและขนาดตัวอย่างเล็กลงแต่วิธี TZE-SAN-LEE จะให้ผลดีขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นและขนาดตัวอย่างเล็กลง

ตารางที่ 4.2.17 การเปรียบเทียบประมาณค่าจุดในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.05
สเกลแฟคเตอร์ = 3 , เปอร์เซนต์การปลอมปน = 5 % และ
ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 3.0

PERCENT CONTAMINATE = 5.00

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.05 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	.00201	.15819	.00200	.00200	.00057	.15935	.00057	.00057
	SD	.00085	.04561	.00084	.00084	.00014	.04838	.00014	.00014
0.30	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	.268	7806	.043	-	.043	27916	.017	-
0.99	AMSE	.06986	.16327	.07014	.06834	.02132	.14458	.02144	.02123
	SD	.02642	.06811	.02646	.02554	.00500	.04522	.00505	.00496
0.99	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	2.211	138.9	2.618	-	.444	581.1	1.002	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด
DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.2.18 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.05
สเกลแฟคเตอร์ = 3 , เปอร์เซนต์การปลอมปน = 5 % และ
ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 3.0

PERCENT CONTAMINATE = 5.00

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.05 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
	AVAR	.00199	.00075	.00200	.00199	.00057	.00020	.00057	.00057
0.70	ABIAS	.00002	.15744	.00000	.00000	.00000	.15914	.00000	.00000
	AMSE	.00201	.15819	.00200	.00200	.00057	.15935	.00057	.00057
	k	.0159	3.3617	.0055	.0089	.0171	13.659	.0057	.0110
	AVAR	.05731	.02596	.06676	.06027	.02035	.00651	.02123	.02049
0.99	ABIAS	.01255	.13731	.00338	.00808	.00097	.13797	.00022	.00074
	AMSE	.06986	.16327	.07014	.06835	.02132	.14458	.02144	.02123
	k	.0173	.0899	.0080	.0145	.0171	.3890	.0077	.0158

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน
ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง
AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.2.19 และ 4.2.20 สรุปผลได้ดังนี้

โดยทั่วๆไปผลสรุปที่ได้มีลักษณะเช่นเดียวกับตารางที่ 4.2.17 และ 4.2.18 แต่เมื่อเพิ่มค่าส.ป.ส.การแปรผันเป็น 15% พบว่าค่า AMSE ของตารางนี้มีค่าสูงขึ้น ,ค่า RDAMSE ของวิธี HKB และ HK มีค่าสูงขึ้น แต่ RDAMSE กรณี TZE-SAN-LEE เมื่อเทียบกับ BINARY SEARCH กลับมีค่าลดลง และค่า k ของ HKB,HK และ BINARY SEARCH มีค่าเพิ่มขึ้น แต่กรณี TZE-SAN-LEE มีค่าคงเดิม เนื่องจากค่า k ของ TZE-SAN-LEE คิดจากค่า EIGENVALUE ที่ต่ำที่สุดของเมทริกซ์ตัวแปรอิสระ X′X ดังนั้นการเพิ่มค่าส.ป.ส.การแปรผันของความคลาดเคลื่อนจึงไม่มีผลต่อการคำนวณค่า k ของ TZE-SAN-LEE

ตารางที่ 4.2.19 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีความคลาดเคลื่อนการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.15
สเกลแฟคเตอร์ = 3 , เปอร์เซ็นต์การปลอมปน = 5 % และ
ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 3.0

PERCENT CONTAMINATE = 5.0

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.15 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	.01803	.16628	.01772	.01765	.00511	.16214	.00510	.00509
	SD	.00763	.05431	.00734	.00729	.00124	.05085	.00123	.00123
0.30	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	2.137	841.8	.393	-	.377	3084.	.153	-
0.99	AMSE	.36407	.43950	.39402	.35562	.15274	.22113	.16059	.15026
	SD	.19836	.22129	.20286	.19187	.03628	.08672	.03676	.03582
0.99	TIMES	2	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	2.375	23.59	10.79	-	1.646	47.16	6.87	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด
DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.2.20 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.15
สเกลแฟคเตอร์ = 3 , เปอร์เซนต์การปลอมปน = 5 % และ
ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 3.0

PERCENT CONTAMINATE = 5.00

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.15 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	.01669	.00675	.01755	.01727	.00503	.00183	.00509	.00506
	ABIAS	.00134	.15953	.00017	.00038	.00008	.16031	.00001	.00003
0.30	AMSE	.01803	.16628	.01772	.01765	.00511	.16214	.00510	.00509
	k	.1458	3.3617	.0506	.0836	.1541	13.659	.0518	.0995
0.99	AVAR	.20075	.23365	.32889	.21381	.11315	.05945	.14881	.11592
	ABIAS	.16332	.20585	.06512	.14181	.03959	.16168	.01177	.03434
0.99	AMSE	.36407	.43950	.39402	.35562	.15274	.22113	.16059	.15026
	k	.2193	.0899	.0999	.2046	.1623	.3890	.0725	.1614

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน
ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง
AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.2.21 และ 4.2.22 สรุปผลได้ดังนี้

โดยทั่วๆไปผลสรุปที่ได้มีลักษณะเช่นเดียวกับตารางที่ 4.2.17-4.2.20 แต่เมื่อเพิ่มค่าเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 10 พบว่า AMSE มีค่าสูงขึ้น และค่า RDAMSE ของ HKB และ HK เมื่อเทียบกับ BINARY SEARCH มีค่าสูงขึ้น แต่ RDAMSE กรณี TZE-SAN-LEE กลับมีค่าลดลง และค่า k ของ HKB,HK และ BINARY SEARCH มีค่าเพิ่มขึ้น แต่กรณี TZE-SAN-LEE มีค่าคงเดิม เมื่อเทียบกับเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 5 ในตารางที่ 4.2.17-4.2.18 แต่ค่าที่เพิ่มหรือลดลงนี้มีค่าน้อยกว่าเมื่อเทียบกับเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 5 และ ส.ป.ส.การแปรผันเป็น 15% ในตารางที่ 4.2.19-4.2.20

ตารางที่ 4.2.21 การเปรียบเทียบประมาณค่าจากการหาความคลาดเคลื่อนกำลังสองของการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.05
สเกลแฟคเตอร์ = 3 , เปอร์เซนต์การปลอมปน = 10 % และ
ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 3.0

PERCENT CONTAMINATE = 10.0

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.05 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	.00288	.15827	.00287	.00286	.00074	.15935	.00074	.00074
	SD	.00138	.04576	.00137	.00136	.00019	.04840	.00019	.00019
0.30	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	.413	5427.	.066	-	.055	21549	.022	-
0.99	AMSE	.09486	.17515	.09617	.09263	.02737	.14857	.02756	.02722
	SD	.03985	.07556	.04062	.03866	.00686	.04782	.00694	.00682
0.99	TIMES	1	-	-	199	1	0	0	199
	DIFF	2.399	89.07	3.815	-	.521	445.7	1.236	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด
DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.2.22 การเปรียบเทียบประมาณค่าโดยวิธีความคลาดเคลื่อนกำลังสองการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.05
สเกลแฟคเตอร์ = 3 , เปอร์เซนต์การปลอมปน = 10 % และ
ค่าส.ป.ส.การถดถอยพหุได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 3.0

PERCENT CONTAMINATE = 10.0

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.05 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	.00284	.00107	.00286	.00285	.00073	.00026	.00074	.00074
	ABIAS	.00004	.15720	.00000	.00001	.00000	.15909	.00000	.00000
0.30	AMSE	.00288	.15827	.00287	.00286	.00074	.15935	.00074	.00074
	k	.0228	3.3617	.0078	.0128	.0222	13.659	.0074	.0143
0.99	AVAR	.07309	.03715	.09016	.07776	.02578	.00854	.02720	.02601
	ABIAS	.02177	.13800	.00601	.01488	.00158	.14003	.00037	.00121
0.99	AMSE	.09486	.17515	.09617	.09264	.02737	.14857	.02756	.02723
	k	.0249	.0899	.0112	.0211	.0221	.3890	.0100	.0204

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน
ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง
AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.2.23 และ 4.2.24 สรุปผลได้ดังนี้

โดยทั่วๆไปผลสรุปที่ได้มีลักษณะเช่นเดียวกับตารางที่ 4.2.17-4.2.22 แต่เมื่อเพิ่มค่าเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 10 และส.ป.ส.การแปรผันเป็น 15% พบว่า AMSE มีค่าสูงขึ้น และค่า RDAMSE ของวิธี HKB และ HK เมื่อเทียบกับ BINARY SEARCH มีค่าสูงขึ้น แต่ RDAMSE กรณี TZE-SAN-LEE กลับมีค่าลดลง และค่า k ของ HKB,HK และ BINARY SEARCH มีค่าเพิ่มขึ้น แต่กรณี TZE-SAN-LEE มีค่าคงเดิม เมื่อเทียบกับตารางที่ 4.2.17-4.2.22

สรุป กรณีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติปลอมปน จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 สเกลแฟคเตอร์ = 3 พบว่า ขนาดของส.ป.ส.การแปรผันและเปอร์เซนต์การปลอมปนมีผลต่อการเพิ่มหรือลดของค่า AMSE,RDAMSE และ k ของตัวประมาณริดจ์ทั้ง 4 วิธี และพบว่าเมื่อเพิ่มส.ป.ส.การแปรผันจาก 5% เป็น 15% จะมีผลต่อการเพิ่มหรือลดของค่า AMSE ,RDAMSE และ k มากกว่าเมื่อเพิ่มเปอร์เซนต์การปลอมปนจาก 5% เป็น 10%

ตารางที่ 4.2.23 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.15
สเกลแฟคเตอร์ = 3 , เปอร์เซนต์การปลอมปน = 10 % และ
ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 3.0

PERCENT CONTAMINATE = 10.0

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.15 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	.02577	.16909	.02516	.02501	.00661	.16267	.00659	.00658
	SD	.01241	.05680	.01171	.01158	.00170	.05139	.00169	.00168
0.30	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	3.025	575.9	.591	-	.473	2372.	.208	-
0.99	AMSE	.46884	.56516	.51480	.45857	.18719	.24932	.19862	.18419
	SD	.28258	.29247	.29867	.27608	.04977	.10143	.05065	.04917
0.99	TIMES	5	0	0	195	1	0	0	199
	DIFF	2.238	23.24	12.26	-	1.628	35.36	7.831	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด
DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.2.24 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.15
สเกลแฟคเตอร์ = 3 , เปอร์เซ็นต์การปลอมปน = 10 % และ
ค่าส.ป.ส.การคูณที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 3.0

PERCENT CONTAMINATE = 10.0

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.15 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	.02303	.00966	.02479	.02421	.00647	.00237	.00658	.00653
	ABIAS	.00274	.15943	.00037	.00081	.00014	.16030	.00002	.00005
0.30	AMSE	.02577	.16909	.02516	.02501	.00661	.16267	.00659	.00658
	k	.2123	3.3617	.0740	.1219	.2000	13.659	.0675	.1303
0.99	AVAR	.24576	.33435	.41906	.25555	.13225	.07689	.18129	.13550
	ABIAS	.22308	.23081	.09574	.20303	.05494	.17243	.01732	.04869
0.99	AMSE	.46884	.56516	.51480	.45857	.18719	.24932	.19862	.18419
	k	.4048	.0899	.2010	.2578	.2081	.3890	.0934	.2076

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน
ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง
AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.2.25 และ 4.2.26 สรุปผลได้ดังนี้

ระดับความสัมพันธ์ .70

สำหรับขนาดตัวอย่าง = 30 วิธี Binary Search , HKB และ HK จะให้ค่า AMSE น้อยใกล้เคียงกัน แต่ TZE-SAN-LEE จะให้ค่า AMSE ที่มีค่ามาก เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 100 จะได้ผลสรุปเหมือนเดิม แต่ค่า AMSE จะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ข้อสังเกต วิธี Binary Search , HKB และ HK ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR แต่วิธี TZE-SAN-LEE ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า ABIAS

สำหรับขนาดตัวอย่าง = 30 วิธี Binary Search , HKB และ HK จะให้ค่า RDAMSE น้อยใกล้เคียงกัน โดยวิธี Binary Search จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด แต่ TZE-SAN-LEE จะให้ค่า RDAMSE ที่มีค่ามาก เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 100 จะได้ผลสรุปเหมือนเดิม แต่ค่า RDAMSE ของ HKB และ HK จะมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่ค่า RDAMSE ของ TZE-SAN-LEE จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า AMSE ของ TZE-SAN-LEE มีค่าค่อนข้างคงที่ขณะที่ค่า AMSE ของ Binary Search , HKB และ HK มีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

จะพบว่าวิธีการประมาณแบบทวิ (Binary Search) จะให้จำนวน Times มากที่สุด ถึงแม้ว่าค่า AMSE ของ HKB และ HK จะมีค่าใกล้เคียงกัน

ค่า k ของวิธี HK , BINARY SEARCH และ HKB จะมีค่าใกล้เคียงกันโดยมีค่าน้อยใกล้ 0 และมีค่าเพิ่มขึ้นเล็กน้อยเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่ค่า k ของ TZE-SAN-LEE มีค่าเพิ่มขึ้นมากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับความสัมพันธ์ .90

ผลสรุปที่ได้มีลักษณะทำนองเดียวกับระดับความสัมพันธ์ .70

ระดับความสัมพันธ์ .99

ผลสรุปที่ได้มีลักษณะทำนองเดียวกับระดับความสัมพันธ์ .70

ข้อสังเกต

ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นยกเว้น TZE-SAN-LEE ที่มีค่าค่อนข้างคงที่

ค่า AMSE ของวิธี Binary Search , HKB และ HK ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR แต่วิธี TZE-SAN-LEE ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า ABIAS และค่า AVAR และ ABIAS มีลักษณะการเพิ่มและลดลงทำนองเดียวกับ AMSE

ค่า RDAMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นแต่ TZE-SAN-LEE มีลักษณะตรงกันข้ามกล่าวคือ มีค่าลดลงเมื่อระดับเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ค่า k ของวิธี HK,Binary Search และ HKB มีค่าเพิ่มขึ้นเล็กน้อยเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นหรือระดับความสัมพันธ์ที่สูงขึ้น แต่โดยทั่วไปมีค่าน้อยใกล้ศูนย์โดย ค่า k ของ HK มีค่าน้อยที่สุด แต่กรณี TZE-SAN-LEE ค่า k จะมีลักษณะการเพิ่มและลดลงทำนองเดียวกันกับค่า RDAMSE กล่าวคือ มีค่าลดลงเมื่อระดับเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและค่า k จะมีค่าอยู่ในช่วง (0,1) เมื่อระดับความสัมพันธ์เป็น 0.99

โดยทั่วๆไปในตารางนี้วิธี BINARY SEARCH,HKB และ HK ให้ผลดีไม่แตกต่างกันแต่วิธี BINARY SEARCH จะให้ผลดีกว่าเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นและขนาดตัวอย่างเล็กลง แต่วิธี TZE-SAN-LEE จะให้ผลดีขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นและขนาดตัวอย่างเล็กลง

ตารางที่ 4.2.25 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.05
สเกลแฟคเตอร์ = 10 , เปอร์เซ็นต์การปลอมปน = 5 % และ
ค่าส.ป.ส.การคูณออร์โธกอนัลที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 10.0

PERCENT CONTAMINATE = 5.00

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.05 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	.00691	.16062	.00683	.00681	.00232	.16002	.00232	.00232
	SD	.00677	.04868	.00666	.06626	.00118	.04886	.00118	.00118
	TIMES	2	0	0	198	0	0	0	200
	DIFF	1.378	2257.	0.261	-	.207	6808.	.085	-
0.99	AMSE	.17745	.25454	.18419	.17242	.07709	.17121	.07951	.07612
	SD	.15535	.16778	.16157	.14922	.03417	.06459	.03637	.03365
	TIMES	0	0	0	200	1	0	0	199
	DIFF	2.92	47.63	6.825	-	1.278	124.9	4.454	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด
DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.2.26 การเปรียบเทียบประมาณการจากเทคนิคความคลาดเคลื่อนในการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.05
สเกลแฟคเตอร์ = 10 , เปอร์เซ็นต์การปลอมปน = 5 % และ
ค่าส.ป.ส.การถดถอยพหุที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 10.0

PERCENT CONTAMINATE = 5.00

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.05 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	.00658	.00259	.00679	.00672	.00230	.00083	.00232	.00231
	ABIAS	.00033	.15803	.00004	.00009	.00002	.15919	.00000	.00001
0.30	AMSE	.00691	.16062	.00683	.00681	.00232	.16002	.00232	.00232
	k	.0550	3.3617	.0191	.0313	.0702	13.659	.0235	.0452
0.99	AVAR	.11268	.08907	.16083	.12343	.06398	.02693	.07606	.06513
	ABIAS	.06477	.16547	.02336	.04899	.01311	.14429	.00345	.01099
0.99	AMSE	.17745	.25454	.18419	.17242	.07709	.17122	.07951	.07612
	k	.0638	.0899	.0299	.0615	.0743	.3890	.0331	.0714

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน
ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง
AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.2.27 และ 4.2.28 สรุปผลได้ดังนี้

โดยทั่วๆไปผลสรุปที่ได้มีลักษณะเช่นเดียวกับตารางที่ 4.2.25 และ 4.2.26 แต่เมื่อเพิ่มค่าส.ป.ส.การแปรผันเป็น 15% พบว่าค่า AMSE ของตารางนี้มีค่าสูงขึ้น ,ค่า RDAMSE ของวิธี HKB และ HK มีค่าสูงขึ้น แต่ RDAMSE กรณี TZE-SAN-LEE เมื่อเทียบกับ BINARY SEARCH กลับมีค่าลดลง และค่า k ของ HKB,HK และ BINARY SEARCH มีค่าเพิ่มขึ้น แต่กรณี TZE-SAN-LEE มีค่าคงเดิม เนื่องจากค่า k ของ TZE-SAN-LEE คิดจากค่า EIGENVALUE ที่ต่ำที่สุดของเมทริกซ์ตัวแปรอิสระ X′X ดังนั้นการเพิ่มค่าส.ป.ส.การแปรผันของความคลาดเคลื่อนจึงไม่มีผลต่อการคำนวณค่า k ของ TZE-SAN-LEE

ตารางที่ 4.2.27 การเปรียบเทียบประมาณการจากวิธีความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยที่สุดของการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.15
สเกลแฟคเตอร์ = 10 , เปอร์เซ็นต์การปลอมปน = 5 % และ
ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 10.0

PERCENT CONTAMINATE = 5.00

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.15 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	.05763	.18824	.05589	.05497	.02065	.16924	.02047	.02032
	SD	.05371	.07860	.05138	.04999	.01043	.05737	.01025	.01011
0.30	TIMES	5	0	0	195	0	0	0	200
	DIFF	4.842	242.4	1.678	-	1.619	732.7	.732	-
0.99	AMSE	1.0028	1.2294	1.0964	.97923	.40429	.47316	.45121	.39779
	SD	1.1083	1.1562	1.1756	1.0739	.22232	.24242	.24263	.21802
0.99	TIMES	4	0	0	196	9	0	0	191
	DIFF	2.406	25.55	11.96	-	1.635	18.94	13.43	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด
DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.2.28 การเปรียบเทียบประมาณค่าโดยวิธีความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.15
สเกลแฟคเตอร์ = 10 , เปอร์เซ็นต์การปลอมปน = 5 % และ
ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 10.0

PERCENT CONTAMINATE = 5.0

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.15 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	.04362	.02330	.05327	.04974	.01916	.00746	.02029	.01976
	ABIAS	.01402	.16494	.00262	.00523	.00149	.16178	.00019	.00057
0.30	AMSE	.05763	.18824	.05589	.05497	.02065	.16924	.02047	.02032
	k	.5808	3.3617	.2089	.3201	.6375	13.659	.2150	.4140
0.99	AVAR	.45782	.80157	.85509	.50597	.22733	.24237	.38025	.22990
	ABIAS	.54498	.42779	.24133	.47326	.17697	.23079	.07096	.16790
0.99	AMSE	1.0028	1.2295	1.0964	.97923	.40430	.47316	.45121	.39779
	k	.3708	.0899	.1564	.3010	.8570	.3890	.3531	.5739

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน
ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง
AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.2.29 และ 4.2.30 สรุปผลได้ดังนี้

โดยทั่วๆไปผลสรุปที่ได้มีลักษณะเช่นเดียวกับตารางที่ 4.2.25-4.2.28 แต่เมื่อเพิ่มค่าเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 10 พบว่า AMSE มีค่าสูงขึ้น และค่า RDAMSE ของ HKB และ HK เมื่อเทียบกับ BINARY SEARCH มีค่าสูงขึ้น แต่ RDAMSE กรณี TZE-SAN-LEE กลับมีค่าลดลง และค่า k ของ HKB,HK และ BINARY SEARCH มีค่าเพิ่มขึ้น แต่กรณี TZE-SAN-LEE มีค่าคงเดิม เมื่อเทียบกับเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 5 ในตารางที่ 1.25-4.2.26 แต่ค่าที่เพิ่มหรือลดลงนี้มีค่าน้อยกว่าเมื่อเทียบกับเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 5 และ ส.ป.ส.การแปรผันเป็น 15% ในตารางที่ 4.2.27-4.2.28

ตารางที่ 4.2.29 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการประมาณค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.05
สเกลแฟคเตอร์ = 10 , เปอร์เซ็นต์การปลอมปน = 10 % และ
ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 10.0

PERCENT CONTAMINATE = 10.0

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.05 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	.01769	.16442	.01731	.01721	.00439	.16071	.00439	.00438
	SD	.01389	.05273	.01329	.01313	.00189	.04982	.00188	.00188
0.30	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	2.78	855.3	.578	-	.346	3569.	.160	-
0.99	AMSE	.35221	.42899	.37948	.34377	.13343	.21053	.13959	.13157
	SD	.26349	.28518	.28126	.25831	.04933	.09103	.05241	.04879
0.99	TIMES	2	0	0	198	0	0	0	200
	DIFF	2.457	24.78	10.39	-	1.411	60.02	6.102	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด
DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.2.30 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.05
สเกลแฟคเตอร์ = 10 , เปอร์เซ็นต์การปลอมปน = 10 % และ
ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 10.0

PERCENT CONTAMINATE = 10.0

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.05 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	.01597	.00663	.01708	.01670	.00433	.00157	.00438	.00435
	ABIAS	.00172	.15779	.00023	.00051	.00007	.15914	.00001	.00003
0.30	AMSE	.01769	.16442	.01731	.01721	.00440	.16071	.00439	.00438
	k	.1462	3.3617	.0507	.0836	.1335	13.659	.0449	.0872
0.99	AVAR	.19393	.22924	.31202	.20604	.10059	.05101	.12938	.10315
	ABIAS	.15828	.19974	.06746	.13773	.03284	.15952	.01022	.02842
0.99	AMSE	.35221	.42899	.37948	.34377	.13343	.21053	.13960	.13157
	k	.1771	.0899	.0807	.1802	.1369	.3890	.0633	.1316

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน
ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง
AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.2.31 และ 4.2.32 สรุปผลได้ดังนี้

โดยทั่วๆไปผลสรุปที่ได้มีลักษณะเช่นเดียวกับตารางที่ 4.2.25-4.2.30 แต่เมื่อเพิ่มค่าเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 10 และส.ป.ส.การแปรผันเป็น 15% พบว่า AMSE มีค่าสูงขึ้น และค่า RDAMSE ของวิธี HKB และ HK เมื่อเทียบกับ BINARY SEARCH มีค่าสูงขึ้น แต่ RDAMSE กรณี TZE-SAN-LEE กลับมีค่าลดลง และค่า k ของ HKB ,HK และ BINARY SEARCH มีค่าเพิ่มขึ้น แต่กรณี TZE-SAN-LEE มีค่าคงเดิม เมื่อเทียบกับตารางที่ 4.2.9-4.2.14

สรุป กรณีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติปลอมปน จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 สเกลแฟคเตอร์ = 10 พบว่า ขนาดของส.ป.ส.การแปรผันและเปอร์เซนต์การปลอมปนมีผลต่อการเพิ่มหรือลดของค่า AMSE,RDAMSE และ k ของตัวประมาณริดจ์ทั้ง 4 วิธี และพบว่าเมื่อเพิ่มส.ป.ส.การแปรผันจาก 5% เป็น 15% จะมีผลต่อการเพิ่มหรือลดของค่า AMSE ,RDAMSE และ k มากกว่าเมื่อเพิ่มเปอร์เซนต์การปลอมปนจาก 5% เป็น 10%

ตารางที่ 4.2.31 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.15
สเกลแฟคเตอร์ = 10 , เปอร์เซนต์การปลอมปน = 10 % และ
ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 10.0

PERCENT CONTAMINATE = 10.0

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.15 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	.12987	.23168	.12808	.12617	.03852	.17751	.03816	.03767
	SD	.08929	.10912	.08694	.08484	.01599	.06647	.01586	.01548
	TIMES	8	2	10	180	2	0	5	193
	DIFF	2.927	83.62	1.511	-	2.236	371.2	1.282	-
0.99	AMSE	2.2149	2.8837	2.4969	2.1706	.66666	.79224	.75406	.65691
	SD	2.1600	2.2931	2.2982	2.1172	.39869	.39407	.44056	.38731
	TIMES	5	0	0	195	23	0	0	177
	DIFF	2.042	32.85	15.03	-	1.484	20.60	14.79	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด
DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.2.32 การเปรียบเทียบประมาณการค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองของการแจกแจงปกติปลอมปน
จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.15
สเกลแฟคเตอร์ = 10 , เปอร์เซนต์การปลอมปน = 10 % และ
ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

SCALE FACTOR = 10.0

PERCENT CONTAMINATE = 10.0

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.15 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	.08596	.05964	.11741	.10757	.03409	.01415	.03756	.03601
	ABIAS	.04391	.17204	.01067	.01861	.00443	.16336	.00060	.00166
0.30	AMSE	.12987	.23168	.12808	.12617	.03852	.17751	.03816	.03767
	k	1.9828	3.3617	.7217	.7617	1.2285	13.659	.4172	.7707
0.99	AVAR	.97819	2.0632	1.9185	1.0372	.34761	.45910	.62101	.35282
	ABIAS	1.2368	.82054	.57847	1.1334	.31905	.33314	.13305	.30409
0.99	AMSE	2.2150	2.8837	2.4970	2.1706	.66666	.79224	.75406	.65691
	k	.4764	.0899	.2222	.3861	1.8560	.3890	.7883	.7914

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน
ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง
AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

ข้อสรุปจากตารางที่ 4.2.17 ถึง 4.2.32 สำหรับความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงปกติปลอมปน โดยมีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5

ก. ค่า AMSE

พบว่าการเปลี่ยนแปลงค่า AMSE ของทั้ง 4 วิธีจะมีลักษณะ

1. แปรผันโดยตรงกับระดับสัมประสิทธิ์ความแปรผัน
2. แปรผันโดยตรงกับขนาดของความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรอิสระ
3. แปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง
4. แปรผันโดยตรงกับเปอร์เซนต์การปลอมปน
5. แปรผันโดยตรงกับสเกลแฟคเตอร์

ค่า AMSE ของวิธี Binary Search , HKB และ HK ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR แต่วิธี TZE-SAN-LEE ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า ABIAS

ข. ค่า RDAMSE (DIFF)

สำหรับค่า RDAMSE (DIFF) และ AMSE ของวิธี BINARY SEARCH,HKB และ HK โดยทั่วๆไปจะมีค่าใกล้เคียงกัน แต่ BINARY SEARCH จะให้ผลดีกว่าที่ชัดเจนขึ้น เมื่อ

1. ขนาดตัวอย่างเล็ก
2. ระดับความสัมพันธ์สูง
3. ระดับสัมประสิทธิ์ความแปรผันของการแจกแจงที่สูงขึ้น
4. เปอร์เซนต์การปลอมปนที่เพิ่มขึ้น
5. สเกลแฟคเตอร์ที่เพิ่มขึ้น

โดยกรณี TZE-SAN-LEE จะให้ค่า AMSE ใกล้เคียงขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก , ระดับความสัมพันธ์สูง ,ระดับสัมประสิทธิ์ความแปรผันของการแจกแจงที่สูง , เปอร์เซนต์การปลอมปนที่สูง และ สเกลแฟคเตอร์ที่สูง

ค. ค่า Times

สำหรับจำนวน Times พบว่าวิธีการประมาณแบบทวิ (Binary Search) จะให้จำนวน Times มากที่สุด ถึงแม้ว่าค่า AMSE ของ HKB และ HK จะมีค่าใกล้เคียงกัน

ง. ค่า k

ค่า k ของวิธี Binary Search , HKB และ HK พบว่าจะมีค่าใกล้เคียงกันเมื่อค่า k มีค่าต่ำใกล้ศูนย์ แต่จะมีค่าแตกต่างกันมากขึ้นเมื่อค่า k ใหญ่ขึ้นโดยปกติค่า k ที่คำนวณได้จากวิธี HK จะมีค่าต่ำที่สุด และรองลงมาคือ Binary Search , HKB ตามลำดับโดยค่า k ที่ได้จาก TZE-SAN-LEE จะมีค่าที่มีค่ามากแต่จะมีค่าใกล้เคียงขึ้นเมื่อ

1. ขนาดตัวอย่างเล็ก
2. ระดับความสัมพันธ์สูง
   และ จะมีค่าในช่วง (0,1) เมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปลอิสระเป็น 0.99
3. ระดับสัมประสิทธิ์ความแปรผันของการแจกแจงที่สูงขึ้น
4. เปอร์เซนต์การปลอมปนที่สูง
5. สเกลแฟคเตอร์ที่สูง

ลักษณะการเปลี่ยนแปลงของค่า k โดยวิธี Binary Search,HKB และ HK พอสรุปได้ดังนี้

จะมีค่าอยู่ในช่วง (0,1) ยกเว้นกรณี HKB 2 กรณี คือ

เปอร์เซนต์การปลอมปน = 10 ,สเกลแฟคเตอร์ = 10 และ ขนาดตัวอย่าง=30

1. ส.ป.ส.การแปรผัน 5%,ระดับความสัมพันธ์ 0.99
2. ส.ป.ส.การแปรผัน 15%,ระดับความสัมพันธ์ 0.70

สรุปจะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อ

1. เมื่อสเกลแฟคเตอร์เพิ่มขึ้น
2. เปอร์เซนต์การปลอมปนเพิ่มขึ้น
3. สัมประสิทธิ์การแปรผันเพิ่มขึ้น
4. เมื่อขนาดตัวอย่างที่สูงขึ้น
5. ระดับความสัมพันธ์ที่สูง และ ระดับส.ป.ส.การแปรผันที่ต่ำ
6. ระดับความสัมพันธ์ที่ต่ำ และ ระดับส.ป.ส.การแปรผันที่สูง

ลักษณะการเปลี่ยนแปลงของค่า k โดยวิธี TZE-SAN-LEE พอสรุปได้ดังนี้

จะมีค่าอยู่ในช่วง (0,1) ในระดับความสัมพันธ์ 0.99 และมีค่าคงเดิมในระดับต่างๆของสัมระสิทธิ์ความแปรผัน , เปอร์เซนต์การปลอมปน และ สเกลแฟคเตอร์ โดยจะมีค่าลดลงเมื่อ

1. ระดับความสัมพันธ์ที่สูงขึ้น
2. ขนาดตัวอย่างที่เล็กลง

หมายเหตุ

จากตารางที่ 4.2.1 ถึง 4.2.32 พบว่าเมื่อเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระเป็น 5 จะทำให้ค่า AMSE,RDAMSE และ k เพิ่มขึ้นเมื่อเทียบกับจำนวนตัวแปรอิสระ = 3 สำหรับวิธี BINARY SEARCH ,HKB และ HK แต่มีค่าลดลงสำหรับกรณี TZE-SAN-LEE

4.3 การเปรียบเทียบตัวประมาณริดจ์ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล

จะศึกษาเมื่อพารามิเตอร์ $\mu = 1$, $\epsilon = 0.22, 0.59$ และ 1.00 เปอร์เซนต์ โดยมีจำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ระดับความสัมพันธ์ .99,.90 และ .70 และจำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ที่ระดับความสัมพันธ์ (.99,.99),(.90,.90) และ (.70,.30) โดยกำหนดขนาดตัวอย่าง = 30,50 และ 100 และค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุที่ได้จาก eigenvector ซึ่งสอดคล้องกับ eigenvalue ที่ต่ำที่สุดและมากที่สุด ผลการวิจัยจะนำเสนอในตารางที่ 4.3.1 - 4.3.24

รายละเอียดของตารางที่ 4.3.1 - 4.3.24

ตารางที่	จำนวนตัวแปรอิสระ	ส.ป.ส. การแปรผัน	ค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue
4.3.1-4.3.2	3	22%	น้อยที่สุด
4.3.3-4.3.4	3	22%	มากที่สุด
4.3.5-4.3.6	3	59%	น้อยที่สุด
4.3.7-4.3.8	3	59%	มากที่สุด
4.3.9-4.3.10	3	100%	น้อยที่สุด
4.3.11-4.3.12	3	100%	มากที่สุด
4.3.13-4.3.14	5	22%	น้อยที่สุด
4.3.15-4.3.16	5	22%	มากที่สุด
4.3.17-4.3.18	5	59%	น้อยที่สุด
4.3.19-4.3.20	5	59%	มากที่สุด
4.3.21-4.3.22	5	100%	น้อยที่สุด
4.3.23-4.3.24	5	100%	มากที่สุด

จากตารางที่ 4.3.1 และ 4.3.2 สรุปผลได้ดังนี้

ระดับความสัมพันธ์ .70

สำหรับขนาดตัวอย่าง=30 วิธี Binary Search จะให้ค่า AMSE ที่ต่ำที่สุด รองลงมาคือ HK,HKB และ TZE-SAN-LEE ตามลำดับ เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 50 และ 100 จะได้ผลสรุปเหมือนเดิม แต่ค่า AMSE จะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ข้อสังเกต ค่า AMSE ส่วนใหญ่ของวิธี Binary Search,HKB และ HK เกิดจากค่า AVAR แต่ค่า AMSE ส่วนใหญ่ของวิธี TZE-SAN-LEE เกิดจากค่า ABIAS แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์มากขึ้นค่า AVAR และ ABIAS จะมีค่าใกล้เคียงกันเพิ่มขึ้นยกเว้นกรณีของ HK ซึ่งค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR

สำหรับขนาดตัวอย่าง = 30 ค่า AMSE ของวิธี HKB และ HK จะให้ค่า RDAMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อเทียบกับ AMSE ที่ต่ำที่สุดโดยวิธี Binary Search แต่ TZE-SAN-LEE จะให้ค่า RDAMSE สูงแตกต่าง เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 50 และ 100 จะได้ผลสรุปเหมือนเดิมแต่ค่า RDAMSE ของ HKB และ HK จะมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่ค่า RDAMSE ของ TZE-SAN-LEE จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเนื่องจากค่า AMSE ของ TZE-SAN-LEE มีค่าลดลงไม่มากเมื่อเทียบกับ Binary Search , HKB และ HK ขณะที่ขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

จะพบว่าวิธีการประมาณแบบทวิ (Binary Search) จะให้จำนวน Times มากที่สุด ถึงแม้ว่าค่า AMSE ของ HKB และ HK จะมีค่าใกล้เคียงกัน

ค่า k จะเรียงลำดับ(มากไปน้อย) จาก TZE-SAN-LEE ,HKB ,BINARY SEARCH และ HK ตามลำดับในขนาดตัวอย่างขนาด 30 50 และ 100 กรณี TZE-SAN-LEE จะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่กรณี HKB,BINARY SEARCH และ HK จะมีค่าลดลง

ระดับความสัมพันธ์ .90

ผลสรุปที่ได้มีลักษณะทำนองเดียวกับระดับความสัมพันธ์ .70

ระดับความสัมพันธ์ .99

ผลสรุปที่ได้มีลักษณะทำนองเดียวกับระดับความสัมพันธ์ .70

แต่ในระดับความสัมพันธ์นี้ค่า AVAR และ ABIAS จะมีค่าใกล้เคียงกันยกเว้นกรณี HK ที่ค่า AMSE ที่ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR

ข้อสังเกต

ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ค่า AMSE ของวิธี Binary Search , HKB และ HK ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR แต่วิธี TZE-SAN-LEE ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า ABIAS และค่า AVAR และ ABIAS มีลักษณะการเพิ่มและลดลงทำนองเดียวกับ AMSE แต่ในระดับความสัมพันธ์สูงขึ้นค่า AVAR และ ABIAS จะมีค่าใกล้เคียงกันยกเว้นกรณี HK ที่ค่า AMSE ที่ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR

ค่า RDAMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นแต่ TZE-SAN-LEE มีลักษณะตรงกันข้ามกล่าวคือ มีค่าลดลงเมื่อระดับเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น นั่นคือวิธี TZE-SAN-LEE จะให้ค่า RDAMSE ที่เล็กลงเมื่อเทียบกับ AMSE ของวิธี BINARY เมื่อขนาดตัวอย่างเล็กและระดับความสัมพันธ์ที่สูง

ในระดับความสัมพันธ์ .7 และ .9 ค่า k ของวิธี HK,Binary Search และ HKB มีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นแต่เมื่อระดับความสัมพันธ์เป็น 0.99 ค่า k จะมีลักษณะตรงข้ามคือ มีค่าลดลงเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าเพิ่มเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่กรณี TZE-SAN-LEE ค่า k จะมีลักษณะการเพิ่มและลดลงทำนองเดียวกันกับค่า RDAMSE กล่าวคือ มีค่าลดลงเมื่อระดับเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและค่า k ทั้ง 4 วิธีจะมีค่าอยู่ในช่วง (0,1) เมื่อระดับความสัมพันธ์เป็น 0.99 และขนาดตัวอย่าง เป็น 30

โดยทั่วๆไปในตารางนี้วิธี BINARY SEARCH,HKB และ HK ให้ผลดีไม่แตกต่างกันแต่วิธี BINARY SEARCH จะให้ผลดีกว่าเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นและขนาดตัวอย่างเล็กลง ทำนองเดียวกับ TZE-SAN-LEE จะให้ผลดีขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นและขนาดตัวอย่างที่เล็กลง

ตารางที่ 4.3.1 การเปรียบเทียบประมาณค่าโดยวิธี ความคลาดเคลื่อนจากการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.22 ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.22 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE			N = 30				N = 50				N = 100			
CORR			HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70		AMSE	0.1412	0.2474	0.1430	0.1381	0.0919	0.2138	0.0934	0.0904	0.0467	0.1861	0.0469	0.0462
		SD	0.0507	0.1211	0.0506	0.0495	0.0250	0.1133	0.0247	0.0248	0.0086	0.0795	0.0086	0.0085
		TIMES	1	0	0	199	0	0	0	200	0	0	0	200
		DIFF	2.179	79.09	3.512	-	1.719	136.58	3.360	-	0.964	302.79	1.472	-
0.90		AMSE	0.3314	0.4228	0.3425	0.3226	0.2178	0.3115	0.2270	0.2115	0.1224	0.2218	0.1249	0.1199
		SD	0.1556	0.2254	0.1587	0.1507	0.0857	0.1928	0.0832	0.0845	0.0278	0.1240	0.0269	0.0275
		TIMES	1	0	0	199	0	0	0	200	0	0	0	200
		DIFF	2.738	31.08	6.182	-	2.970	47.32	7.330	-	2.065	84.93	4.129	-
0.99		AMSE	2.1242	2.7578	2.2570	2.0626	1.2997	1.6713	1.3833	1.2609	0.6437	0.8143	0.6827	0.6250
		SD	1.4861	1.5626	1.5289	1.4378	0.8576	0.9173	0.8679	0.8335	0.3932	0.4548	0.3994	0.3828
		TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	2	0	0	198
		DIFF	2.989	33.71	9.424	-	3.075	32.55	9.706	-	2.994	30.28	9.229	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด

DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.3.2 การเปรียบเทียบประมาณการจากเทคนิคความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ λ = 1 และ σ = 0.22 ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.22 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	0.1071	0.0569	0.1290	0.1114	0.0772	0.0329	0.0879	0.0776	0.0424	0.0149	0.0455	0.0429
	ABIAS	0.0340	0.1905	0.0140	0.0267	0.0148	0.1809	0.0055	0.0128	0.0043	0.1712	0.0014	0.0033
	AMSE	0.1412	0.2474	0.1430	0.1381	0.0919	0.2138	0.0934	0.0904	0.0467	0.1861	0.0469	0.0462
	k	2.01	3.69	1.08	1.82	1.39	6.61	0.78	1.49	1.30	14.03	0.71	1.22
0.90	AVAR	0.2055	0.1710	0.2813	0.2138	0.1508	0.0985	0.1968	0.1496	0.0938	0.0445	0.1132	0.0958
	ABIAS	0.1259	0.2518	0.0613	0.1088	0.0670	0.2130	0.0302	0.0619	0.0286	0.1773	0.0117	0.0241
	AMSE	0.3314	0.4228	0.3425	0.3226	0.2178	0.3115	0.2270	0.2115	0.1224	0.2218	0.1249	0.1199
	k	2.65	1.16	1.53	2.41	2.25	2.08	1.20	2.41	1.78	4.41	1.02	1.79
0.99	AVAR	1.0263	1.7079	1.6211	1.0392	0.6376	0.9822	1.0085	0.6460	0.3361	0.4430	0.5105	0.3374
	ABIAS	1.0979	1.0499	0.6359	1.0234	0.6621	0.6892	0.3748	0.6149	0.3077	0.3713	0.1722	0.2876
	AMSE	2.1242	2.7578	2.2570	2.0626	1.2997	1.6713	1.3833	1.2609	0.6437	0.8143	0.6827	0.6250
	k	0.77	0.11	0.44	0.78	1.51	0.20	0.87	1.90	2.78	0.43	1.46	2.70

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน

ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.3.3 และ 4.3.4 สรุปผลได้ดังนี้

กล่าวโดยทั่วๆไปผลสรุปที่ได้และค่าต่างๆที่คำนวณได้มีลักษณะเช่นเดียวกับตารางที่ 4.3.1 และ 4.3.2 แต่ค่า k ของ HKB,HK และ BINARY มีค่าเล็กกว่าเมื่อเทียบกับค่า k ในตารางที่ 4.3.1 - 4.3.2 แต่กรณี TZE-SAN-LEE มีค่าคงเดิม เนื่องจากค่า k ของ TZE-SAN-LEE คิดจากค่า EIGENVALUE ที่ต่ำที่สุดของเมตริกซ์ตัวแปรอิสระ X′X ดังนั้น การเปลี่ยนแปลงค่าส.ป.ส.การถดถอยพหุที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุดและที่ต่ำที่สุดจึงไม่มีผลต่อการคำนวณค่า k ของวิธี TZE-SAN-LEE และค่า k ทั้ง 4 วิธีจะมีค่าเล็กลงเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นแต่จะมีค่าใหญ่ขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.3.3 การเปรียบเทียบประมาณค่าความคลาดเคลื่อนการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.22 ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุด

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.22 (BELTA FROM EIGEN (MAX))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	0.1434	0.2149	0.1486	0.1388	0.0921	0.1808	0.0944	0.0903	0.0463	0.1612	0.0467	0.0461
	SD	0.0436	0.0803	0.0457	0.0426	0.0235	0.0585	0.0246	0.0230	0.0085	0.0383	0.0087	0.0085
	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	3.315	54.80	7.024	-	1.998	100.14	4.479	-	0.484	249.59	1.386	-
0.90	AMSE	0.3527	0.3986	0.3791	0.3296	0.2343	0.2818	0.2495	0.2209	0.1274	0.2071	0.1318	0.1242
	SD	0.1254	0.1873	0.1219	0.1303	0.0622	0.1124	0.0632	0.0661	0.0227	0.0684	0.0230	0.0235
	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	7.009	20.94	15.037	-	6.066	27.56	12.911	-	2.588	66.78	6.166	-
0.99	AMSE	2.1647	2.7415	2.4221	2.0483	1.3798	1.6048	1.5594	1.2816	0.7647	0.8219	0.8773	0.6974
	SD	1.4003	1.5782	1.3590	1.4166	0.7465	0.7512	0.7255	0.7584	0.2935	0.3475	0.2503	0.3386
	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	5.685	33.84	18.249	-	7.665	25.22	21.678	-	9.647	17.86	25.796	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด

DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.3.4 การเปรียบเทียบประมาณค่าในการหาความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.22 ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุด

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.22 (BELTA FROM EIGEN (MAX))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	0.1160	0.0569	0.1365	0.1103	0.0806	0.0329	0.0891	0.0770	0.0435	0.0149	0.0452	0.0427
	ABIAS	0.0274	0.1580	0.0120	0.0286	0.0115	0.1479	0.0053	0.0134	0.0029	0.1463	0.0015	0.0034
	AMSE	0.1434	0.2149	0.1486	0.1388	0.0921	0.1808	0.0944	0.0903	0.0463	0.1612	0.0467	0.0461
	k	0.98	3.69	0.60	1.21	1.09	6.61	0.69	1.33	1.08	14.03	0.76	1.24
0.90	AVAR	0.2248	0.1710	0.3252	0.2149	0.1690	0.0985	0.2226	0.1555	0.1067	0.0445	0.1230	0.1007
	ABIAS	0.1279	0.2276	0.0540	0.1147	0.0654	0.1833	0.0269	0.0654	0.0207	0.1627	0.0088	0.0235
	AMSE	0.3527	0.3986	0.3791	0.3296	0.2343	0.2818	0.2495	0.2209	0.1274	0.2071	0.1318	0.1242
	k	0.79	1.16	0.43	1.11	0.93	2.08	0.52	1.30	0.99	4.41	0.59	1.24
0.99	AVAR	1.0149	1.7079	1.8027	1.0182	0.6380	0.9822	1.2096	0.6284	0.4109	0.4430	0.7270	0.3757
	ABIAS	1.1498	1.0336	0.6194	1.0300	0.7417	0.6227	0.3497	0.6531	0.3538	0.3789	0.1503	0.3217
	AMSE	2.1647	2.7415	2.4221	2.0483	1.3798	1.6048	1.5594	1.2816	0.7647	0.8219	0.8773	0.6974
	k	0.32	0.11	0.15	0.59	0.44	0.20	0.21	0.77	0.54	0.43	0.26	1.19

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน

ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.3.5 และ 4.3.6 สรุปผลได้ดังนี้

กล่าวโดยทั่วๆไปผลสรุปที่ได้มีลักษณะเช่นเดียวกับตารางที่ 4.3.1-4.3.2 แต่เมื่อเพิ่มค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเป็น 0.59 พบว่า

1. AMSE มีค่าสูงขึ้นโดยเฉพาะในระดับความสัมพันธ์เป็น 0.99
2. ค่า AVAR ของวิธี HK,HKB และ BINARY SEARCH จะมีค่าน้อยกว่า ABIAS เมื่อระดับความสัมพันธ์เป็น 0.90 และ 0.99 ตรงข้ามกับกรณี TZE-SAN-LEE ที่ AVAR จะมีค่ามากกว่า ABIAS เมื่อระดับความสัมพันธ์เป็น 0.99
3. ค่า RDAMSE ของ HKB และ HK เมื่อเทียบกับค่า AMSE ของ BINARY SEARCH มีค่าใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากตาราง 4.3.1-4.3.2 แต่ RDAMSE กรณี TZE-SAN-LEE มีค่าลดลง
4. ค่า k ของ HKB,HK และ BINARY SEARCH มีค่าเพิ่มขึ้น แต่กรณี TZE-SAN-LEE มีค่าคงเดิม เนื่องจากค่า k ของ TZE-SAN-LEE คิดจากค่า EIGENVALUE ที่ต่ำที่สุดของเมตริกซ์ตัวแปรอิสระ X′X ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงระดับ ส.ป.ส.ความแปรผันจาก 0.22 เป็น 0.59 จึงไม่มีผลต่อการคำนวณ โดยการเพิ่มขึ้นของค่า k โดยวิธี TZE-SAN-LEE จะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่จะเล็กลงเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.3.5 การเปรียบเทียบประมาณค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยจากการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.59 ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.59 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	0.8681	1.0696	0.9114	0.8486	0.5516	0.7020	0.5841	0.5373	0.2971	0.3926	0.3101	0.2904
	SD	0.5843	0.6648	0.5962	0.5682	0.3611	0.4968	0.3671	0.3499	0.1548	0.2458	0.1551	0.1492
	TIMES	6	0	0	194	12	0	0	188	5	0	0	195
	DIFF	2.294	26.04	7.397	-	2.659	30.64	8.696	-	2.321	35.17	6.796	-
0.90	AMSE	2.2617	2.9034	2.3975	2.2016	1.3733	1.7745	1.4574	1.3349	0.7121	0.8798	0.7536	0.6937
	SD	1.8110	1.9845	1.8631	1.7589	1.0962	1.2853	1.1234	1.0621	0.4639	0.5418	0.4672	0.4550
	TIMES	2	0	1	197	5	0	0	195	3	0	0	197
	DIFF	2.730	31.88	8.898	-	2.872	32.93	9.173	-	2.650	26.82	8.625	-
0.99	AMSE	20.414	27.538	21.793	19.851	12.113	16.175	12.943	11.786	6.2307	7.6382	6.6371	6.0695
	SD	18.514	20.469	19.056	17.992	10.901	11.482	11.376	10.575	4.6923	4.3357	4.8047	4.5689
	TIMES	4	0	0	196	0	0	0	200	2	0	0	198
	DIFF	2.834	38.72	9.780	-	2.779	37.24	9.822	-	2.656	25.84	9.351	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด

DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.3.6 การเปรียบเทียบประมาณค่าพารามิเตอร์ในกรณีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.59 ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.59 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE			N = 30				N = 50				N = 100			
CORR			HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70		AVAR	0.4650	0.5989	0.6959	0.4921	0.3138	0.3538	0.4609	0.3239	0.1856	0.1594	0.2562	0.1935
		ABIAS	0.4031	0.4707	0.2154	0.3565	0.2378	0.3482	0.1231	0.2134	0.1116	0.2331	0.0539	0.0969
		AMSE	0.8681	1.0696	0.9114	0.8486	0.5516	0.7020	0.5841	0.5373	0.2971	0.3926	0.3101	0.2904
		k	12.20	3.69	6.37	9.82	21.40	6.61	10.50	13.66	77.23	14.03	33.10	27.38
0.90		AVAR	1.1247	1.7992	1.7542	1.1439	0.6760	1.0586	1.0580	0.6926	0.3701	0.4765	0.5624	0.3819
		ABIAS	1.1370	1.1042	0.6433	1.0577	0.6973	0.7159	0.3993	0.6423	0.3420	0.4033	0.1912	0.3118
		AMSE	2.2617	2.9034	2.3975	2.2016	1.3733	1.7745	1.4574	1.3349	0.7121	0.8798	0.7536	0.6937
		k	7.27	1.16	3.94	6.80	11.33	2.08	6.09	8.89	29.32	4.41	15.01	18.71
0.99		AVAR	9.5593	17.9664	15.4378	9.6026	5.4755	10.5524	9.0192	5.5246	2.8629	4.7483	4.7260	2.9196
		ABIAS	10.855	9.5722	6.3555	10.249	6.6383	5.6234	3.9247	6.2616	3.3678	2.8899	1.9111	3.1499
		AMSE	20.414	27.538	21.793	19.8517	12.1138	16.175	12.943	11.7862	6.2307	7.6382	6.6371	6.0695
		k	2.21	0.11	1.12	2.07	1.77	0.20	0.95	1.94	5.21	0.43	2.29	3.09

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน

ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละรอบ

จากตารางที่ 4.3.7 และ 4.3.8 สรุปผลได้ดังนี้

กล่าวโดยทั่วๆไปผลสรุปที่ได้และค่าต่างๆที่คำนวณได้มีลักษณะเช่นเดียวกับตารางที่ 4.3.5 และ 4.3.6 แต่ค่า k ของ HKB,HK และ BINARY มีค่าเล็กกว่าเมื่อเทียบกับค่า k ในตารางที่ 4.3.5-4.3.6 แต่กรณี TZE-SAN-LEE มีค่าคงเดิม เนื่องจากค่า k ของ TZE-SAN-LEE คิดจากค่า EIGENVALUE ที่ต่ำที่สุดของเมตริกซ์ตัวแปรอิสระ X'X ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงค่าส.ป.ส.การถดถอยหุ่นที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุดและที่ต่ำที่สุดจึงไม่มีผลต่อการคำนวณค่า k ของวิธี TZE-SAN-LEE

ตารางที่ 4.3.7 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการประมาณค่าความคลาดเคลื่อนมาตรการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.59 ค่าส.ป.ส.การกลอยน์ที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุด

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.59 (BELTA FROM EIGEN (MAX))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	0.9114	1.0505	1.0080	0.8624	0.5945	0.6528	0.6655	0.5545	0.3464	0.3841	0.3777	0.3256
	SD	0.5577	0.7011	0.5573	0.5534	0.3223	0.3917	0.3295	0.3232	0.1275	0.1789	0.1278	0.1343
	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	5.685	21.81	16.887	-	7.211	17.72	20.022	-	6.387	17.94	15.980	-
0.90	AMSE	2.3134	2.8946	2.5618	2.2101	1.4559	1.7164	1.6407	1.3614	0.8303	0.8882	0.9382	0.7675
	SD	1.7706	2.0770	1.7728	1.7592	1.0359	1.1420	1.0351	1.0309	0.4214	0.4670	0.4055	0.4431
	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	4.671	30.97	15.910	-	6.936	26.07	20.511	-	8.186	15.73	22.246	-
0.99	AMSE	20.334	27.561	21.955	19.766	12.160	16.008	13.207	11.740	6.4344	7.7098	7.0688	6.1836
	SD	18.449	20.847	18.897	18.051	10.768	11.146	11.140	10.487	4.6956	4.2763	4.6932	4.6353
	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	2.877	39.44	11.076	-	3.574	36.35	12.497	-	4.056	24.68	14.316	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด

DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.3.8 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.59 ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุด

p = 3 MEAN = 1 STD = 0.59 (BELTA FROM EIGEN (MAX))

DEGREE CORR		N = 30				N = 50				N = 100			
		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	0.4907	0.5989	0.8101	0.4959	0.3446	0.3538	0.5589	0.3258	0.2377	0.1594	0.3349	0.2176
	ABIAS	0.4208	0.4516	0.1979	0.3665	0.2499	0.2990	0.1066	0.2287	0.1087	0.2246	0.0428	0.1081
	AMSE	0.9114	1.0505	1.0080	0.8624	0.5945	0.6528	0.6655	0.5545	0.3464	0.3841	0.3777	0.3256
	k	5.83	3.69	2.89	6.87	7.67	6.61	3.79	9.78	8.28	14.03	4.36	11.53
0.90	AVAR	1.1133	1.7992	1.9194	1.1398	0.7019	1.0586	1.2782	0.6920	0.4529	0.4765	0.7743	0.4248
	ABIAS	1.2001	1.0954	0.6424	1.0703	0.7540	0.6578	0.3625	0.6695	0.3774	0.4117	0.1639	0.3427
	AMSE	2.3134	2.8946	2.5618	2.2101	1.4559	1.7164	1.6407	1.3614	0.8303	0.8882	0.9382	0.7675
	k	3.31	1.16	1.63	4.16	4.71	2.08	2.22	6.13	5.52	4.41	2.74	8.48
0.99	AVAR	9.4834	17.966	15.615	9.5275	5.4334	10.552	9.3307	5.4358	3.0153	4.7483	5.1737	2.9930
	ABIAS	10.851	9.5950	6.3395	10.2385	6.7266	5.4561	3.8769	6.3046	3.4191	2.9615	1.8951	3.1906
	AMSE	20.334	27.561	21.955	19.7660	12.1600	16.008	13.207	11.7403	6.4344	7.7098	7.0688	6.1836
	k	0.75	0.11	0.37	1.17	1.15	0.20	0.54	1.42	1.57	0.43	0.78	2.21

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน

ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่ค่านวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.3.9 และ 4.3.10 สรุปผลได้ดังนี้

กล่าวโดยทั่วๆไปผลสรุปที่ได้มีลักษณะเช่นเดียวกับตารางที่ 4.3.5-4.3.6 แต่เมื่อเพิ่มค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเป็น 1.00 พบว่า

1. AMSE มีค่าสูงขึ้นโดยเฉพาะในระดับความสัมพันธ์เป็น 0.99
2. ค่า AVAR ของวิธี HK,HKB และ BINARY SEARCH จะมีค่าน้อยกว่า ABIAS ในทุกระดับความสัมพันธ์ ตรงข้ามกับกรณี TZE-SAN-LEE ที่ AVAR จะมีค่ามากกว่า ABIAS ในทุกระดับความสัมพันธ์
3. ค่า RDAMSE ของ HKB และ HK เมื่อเทียบกับค่า AMSE ของ BINARY SEARCH มีค่าใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากตาราง 4.3.1-4.3.2 และ 4.3.5-4.3.6 แต่ RDAMSE กรณี TZE-SAN-LEE มีค่าใกล้เคียงกับค่าในตาราง 4.3.5-4.3.6
4. ค่า k ของ HKB,HK และ BINARY SEARCH มีค่าเพิ่มขึ้น แต่กรณี TZE-SAN-LEE มีค่าคงเดิม เนื่องจากค่า k ของ TZE-SAN-LEE คิดจากค่า EIGENVALUE ที่ต่ำที่สุดของเมตริกซ์ตัวแปรอิสระ $X'X$ ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงค่าส.ป.ส.ความแปรผันจาก 0.22 เป็น 0.59 , 1.00 จึงไม่มีผลต่อการคำนวณค่า k ของวิธี TZE-SAN-LEE

ตารางที่ 4.3.9 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 1.00 ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

p = 3 MEAN = 1 STD = 1.00 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	5.3377	7.0695	5.6537	5.2369	3.6605	4.6766	3.8715	3.5978	1.9165	2.2769	2.0394	1.8729
	SD	6.1712	7.8946	6.3199	6.0394	5.5977	6.2951	5.7888	5.4573	2.2721	2.4257	2.3161	2.2204
	TIMES	18	0	0	182	25	0	0	175	12	0	0	188
	DIFF	1.925	34.99	7.960	-	1.742	29.98	7.605	-	2.327	21.57	8.888	-
0.90	AMSE	15.363	20.922	16.359	14.995	10.560	13.761	11.174	10.290	5.5337	6.6533	5.8683	5.3925
	SD	19.117	24.365	19.659	18.694	17.193	18.994	17.705	16.729	7.1589	7.3462	7.2226	6.9617
	TIMES	6	0	1	193	13	0	0	187	3	0	1	196
	DIFF	2.449	39.52	9.090	-	2.627	33.73	8.596	-	2.617	23.38	8.822	-
0.99	AMSE	151.19	208.12	161.16	147.27	100.01	134.18	107.21	97.259	54.302	65.870	57.583	52.7938
	SD	196.89	248.62	202.13	192.21	158.97	180.80	169.45	154.58	73.715	73.330	74.168	71.4235
	TIMES	0	0	0	200	1	0	0	199	3	0	0	197
	DIFF	2.659	41.31	9.424	-	2.837	37.96	10.236	-	2.857	24.77	9.072	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด

DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.3.10 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 1.00 ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

p = 3 MEAN = 1 STD = 1.00 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	2.5978	4.5982	4.1197	2.7724	1.7892	2.9509	2.8218	1.9245	0.9630	1.3398	1.5140	1.0129
	ABIAS	2.7399	2.4713	1.5340	2.4645	1.8714	1.7257	1.0497	1.6733	0.9535	0.9371	0.5253	0.8600
	AMSE	5.3377	7.0695	5.6537	5.2369	3.6605	4.6766	3.8715	3.5978	1.9165	2.2769	2.0394	1.8729
	k	28.73	3.69	14.12	14.96	35.09	6.61	18.44	19.47	103.12	14.03	57.06	47.53
0.90	AVAR	7.3335	13.8055	11.7235	7.4584	4.9108	8.8204	7.9361	5.1626	2.6461	4.0042	4.2215	2.7527
	ABIAS	8.0297	7.1169	4.6356	7.5375	5.6498	4.9407	3.2387	5.1277	2.8876	2.6491	1.6467	2.6399
	AMSE	15.3632	20.922	16.359	14.995	10.5606	13.761	11.174	10.2902	5.5337	6.6533	5.8683	5.3925
	k	10.62	1.16	5.35	8.64	18.16	2.08	9.05	10.36	26.66	4.41	14.18	25.37
0.99	AVAR	69.877	137.79	113.40	70.552	46.9455	87.881	76.220	46.6026	25.6519	39.900	41.212	26.2734
	ABIAS	81.319	70.330	47.755	76.727	53.0737	46.303	30.995	50.6568	28.6503	25.970	16.371	26.5204
	AMSE	151.19	208.12	161.16	147.279	100.019	134.18	107.21	97.2595	54.3022	65.870	57.583	52.7938
	k	1.35	0.11	0.75	1.88	2.28	0.20	1.13	1.92	8.60	0.43	5.02	3.77

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน

ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่ค่านวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.3.11 และ 4.3.12 สรุปผลได้ดังนี้

กล่าวโดยทั่วๆไปผลสรุปที่ได้และค่าต่างๆที่คำนวณได้มีลักษณะเช่นเดียวกับตารางที่ 4.3.9 และ 4.3.10 แต่ค่า k ของ HKB,HK และ BINARY มีค่าเล็กกว่าเมื่อเทียบกับค่า k ในตารางที่ 4.3.9-4.3.10 แต่กรณี TZE-SAN-LEE มีค่าคงเดิม เนื่องจากค่า k ของ TZE-SAN-LEE คิดจากค่า EIGENVALUE ที่ต่ำที่สุดของเมตริกซ์ตัวแปรอิสระ X'X ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงค่าส.ป.ส.การถดถอยพหุที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุดและที่ต่ำที่สุดจึงไม่มีผลต่อการคำนวณค่า k ของวิธี TZE-SAN-LEE

ตารางที่ 4.3.11 การเปรียบเทียบประมาณค่าจากเกณฑ์ความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 1.00 ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุด

p = 3 MEAN = 1 STD = 1.00 (BELTA FROM EIGEN (MAX))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	5.3984	7.1028	5.8313	5.2750	3.7395	4.5955	4.0564	3.6047	2.0656	2.3097	2.2705	1.9779
	SD	6.2208	8.1948	6.3813	6.1161	5.6597	6.1784	5.7578	5.5238	2.3403	2.3893	2.3462	2.2863
	TIMES	10	0	0	190	1	0	0	199	1	0	0	199
	DIFF	2.339	34.65	10.546	-	3.737	27.49	12.528	-	4.434	16.78	14.795	-
0.90	AMSE	15.424	20.986	16.552	15.057	10.650	13.644	11.426	10.290	5.7144	6.7115	6.2130	5.4954
	SD	19.218	24.873	19.723	18.856	17.345	18.821	17.698	16.882	7.2944	7.3388	7.2770	7.0965
	TIMES	5	0	0	195	1	0	0	199	1	0	0	199
	DIFF	2.434	39.37	9.930	-	3.492	32.60	11.034	-	3.986	22.13	13.058	-
0.99	AMSE	151.00	208.34	161.20	147.248	99.942	133.81	107.36	97.080	54.488	66.067	58.033	52.8766
	SD	197.21	250.21	202.60	192.73	158.95	179.96	168.51	154.70	74.212	73.419	74.395	71.9163
	TIMES	1	0	0	199	1	0	0	199	0	0	0	200
	DIFF	2.548	41.49	9.480	-	2.947	37.84	10.590	-	3.047	24.95	9.752	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด

DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.3.12 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอการิทึมปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 1.00 ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุด

p = 3 MEAN = 1 STD = 1.00 (BELTA FROM EIGEN (MAX))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	2.6230	4.5982	4.3161	2.7843	1.8207	2.9509	3.0440	1.8927	1.0803	1.3398	1.7777	1.0906
	ABIAS	2.7754	2.5046	1.5152	2.4906	1.9188	1.6447	1.0124	1.7121	0.9853	0.9699	0.4929	0.8874
	AMSE	5.3984	7.1028	5.8313	5.2750	3.7395	4.5955	4.0564	3.6047	2.0656	2.3097	2.2705	1.9779
	k	17.08	3.69	8.52	13.17	26.61	6.61	12.17	22.39	29.22	14.03	14.63	32.79
0.90	AVAR	7.2846	13.805	11.852	7.4692	4.9338	8.8204	8.2153	5.1220	2.7952	4.0042	4.6002	2.8320
	ABIAS	8.1397	7.1808	4.7007	7.5885	5.7162	4.8245	3.2107	5.1686	2.9192	2.7073	1.6127	2.6633
	AMSE	15.424	20.986	16.552	15.057	10.650	13.644	11.426	10.290	5.7144	6.7115	6.2130	5.4954
	k	7.46	1.16	4.00	7.12	14.54	2.08	6.33	12.02	15.14	4.41	7.58	17.75
0.99	AVAR	69.787	137.79	113.33	70.482	46.790	87.88	76.340	46.3595	25.9764	39.900	41.661	26.4187
	ABIAS	81.214	70.557	47.876	76.766	53.151	45.932	31.021	50.7213	28.5118	26.167	16.371	26.4579
	AMSE	151.00	208.34	161.20	147.24	99.942	133.81	107.36	97.0808	54.4882	66.067	58.033	52.8766
	k	1.17	0.11	0.62	1.73	2.46	0.20	1.22	2.89	3.20	0.43	1.64	4.02

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน

ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

ข้อสรุปจากตารางที่ 4.3.1 ถึง 4.3.12 สำหรับความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงลอกนอร์มอล โดยมีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3

ก. ค่า AMSE

พบว่าการเปลี่ยนแปลงค่า AMSE ของทั้ง 4 วิธีจะมีลักษณะ

1. แปรผันโดยตรงกับระดับสัมประสิทธิ์ความแปรผัน
2. แปรผันโดยตรงกับขนาดของความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรอิสระ
3. แปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง

ค่า AMSE ของวิธี Binary Search , HKB และ HK ค่า AVAR มีค่ามากกว่า ABIAS เฉพาะกรณีระดับส.ป.ส.ความแปรผัน 0.22 และระดับความสัมพันธ์ต่ำ แต่ใน กรณีที่ระดับส.ป.ส.ความแปรผันเป็น 0.59 และ 1.00 พบว่าค่า ABIAS มีค่ามากกว่า AVAR ซึ่งตรงข้ามกับกรณี TZE-SAN-LEE ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า ABIAS ในระดับส.ป.ส.ความแปรผัน 0.22 แต่ในระดับ 0.59 และ 1.00 ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR

ข. ค่า RDAMSE (DIFF)

สำหรับค่า RDAMSE และ AMSE ของวิธี BINARY SEARCH,HKB และ HK โดยทั่วๆไปจะมีค่าใกล้เคียงกัน แต่ BINARY SEARCH จะให้ผลดีกว่าที่ชัดเจนขึ้นเมื่อ

1. ขนาดตัวอย่างเล็ก
2. ระดับความสัมพันธ์สูง
3. ระดับสัมประสิทธิ์ความแปรผันของการแจกแจงที่สูงขึ้น

โดยกรณี TZE-SAN-LEE จะให้ค่า AMSE ใกล้เคียงขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก , ระดับความสัมพันธ์สูง ,ระดับสัมประสิทธิ์ความแปรผันของการแจกแจงที่สูง

ค. ค่า Times

พบว่าจำนวน Times ของวิธีการประมาณแบบทวิ (Binary Search) จะให้จำนวน Times มากที่สุด ถึงแม้ว่าค่า AMSE ของ HKB และ HK จะมีค่าไม่ต่างกันมากนัก

ง. ค่า k

ค่า k ของวิธี HK , Binary Search และ HKB พบว่าจะมีค่าสูงโดยค่าที่คำนวณได้จากวิธี HK จะมีค่าต่ำที่สุด และรองลงมาคือ Binary Search , HKB ตามลำดับโดยค่า k ที่ได้จาก TZE-SAN-LEE จะมีค่าคงที่ตลอดทุกๆขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ โดยค่า k ของ 4 วิธีข้างต้นจะมีลักษณะ

1. แปรผันตามระดับสัมประสิทธิ์การแปรผัน
2. แปรผันตามขนาดตัวอย่าง
3. แปรผกผันกับระดับความสัมพันธ์
4. แปรผันตามค่าส.ป.ส.การถดถอยพหุที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่ต่ำที่สุด

จากตารางที่ 4.3.13 และ 4.3.14 สรุปผลได้ดังนี้

ระดับความสัมพันธ์ .70 และ .30

สำหรับขนาดตัวอย่าง = 30 วิธี Binary Search จะให้ค่า AMSE ที่ต่ำที่สุด รองลงมาคือ HK ,HKB และ TZE-SAN-LEE ตามลำดับ เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 50 และ 100 จะได้ผลสรุปเหมือนเดิม แต่ค่า AMSE จะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ข้อสังเกต ค่า AMSE ส่วนใหญ่ของวิธี Binary Search,HKB และ HK เกิดจากค่า AVAR แต่ค่า AMSE ส่วนใหญ่ของวิธี TZE-SAN-LEE เกิดจากค่า ABIAS แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์มากขึ้นค่า AVAR และ ABIAS จะมีค่าใกล้เคียงกันเพิ่มขึ้น ยกเว้นกรณีของ HK ซึ่งค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR

สำหรับขนาดตัวอย่าง = 30 ค่า AMSE ของวิธี HKB และ HK จะให้ค่า RDAMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อเทียบกับ AMSE ที่ต่ำที่สุดโดยวิธี Binary Search แต่ TZESAN-LEE จะให้ค่า RDAMSE สูงแตกต่าง เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 50 และ 100 จะได้ผลสรุปเหมือนเดิมแต่ค่า RDAMSE ของ HKB และ HK จะมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่ค่า RDAMSE ของ TZE-SAN-LEE จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเนื่องจากค่า AMSE ของ TZE-SAN-LEE มีค่าลดลงไม่มากเมื่อเทียบกับ Binary Search , HKB และ HK ขณะที่ขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

จะพบว่าวิธีการประมาณแบบทวิ (Binary Search) จะให้จำนวน Times มากที่สุด ถึงแม้ว่าค่า AMSE ของ HKB และ HK จะมีค่าใกล้เคียงกัน

ค่า k จะเรียงลำดับ(มากไปน้อย)จาก TZE-SAN-LEE , HKB , BINARY EARCH และ HK ตามลำดับในขนาดตัวอย่างขนาด 30 50 และ 100 กรณี TZE-SAN-LEE จะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่กรณี HKB,BINARY SEARCH และ HK จะมีค่าลดลง

ระดับความสัมพันธ์ .90 และ .90

ผลสรุปที่ได้มีลักษณะทำนองเดียวกับระดับความสัมพันธ์ (.70 , .30) แต่ค่า k จะเรียงลำดับ(มากไปน้อย) ดังนี้

BINARY SEARCH,HKB,HK,TZE-SAN-LEE เมื่อขนาดตัวอย่าง = 30

BINARY SEARCH,HKB,TZE-SAN-LEE,HK เมื่อขนาดตัวอย่าง = 50

TZE-SAN-LEE,HKB,BINARY SEARCH,HK เมื่อขนาดตัวอย่าง = 100

ระดับความสัมพันธ์ .99 และ .99

ผลสรุปที่ได้มีลักษณะทำนองเดียวกับระดับความสัมพันธ์ .70

แต่ในระดับความสัมพันธ์นี้ค่า AVAR และ ABIAS จะมีค่าใกล้เคียงกันยกเว้นกรณี HK ที่ค่า AMSE ที่ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR

และค่า k จะเรียงลำดับ(มากไปน้อย) จาก BINARY SEARCH , HKB ,HK , TZE-SAN-LEE เมื่อขนาดตัวอย่าง = 30,50 และ 100

ข้อสังเกต

ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ค่า AMSE ของวิธี Binary Search,HKB และ HK ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR แต่วิธี TZE-SAN-LEE ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า ABIAS และค่า AVAR และ ABIAS มีลักษณะการเพิ่มและลดลงทำนองเดียวกับ AMSE แต่ในระดับความสัมพันธ์สูงขึ้นค่า AVAR และ ABIAS จะมีค่าใกล้เคียงกันยกเว้นกรณี HK ที่ค่า AMSE ที่ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR

ค่า RDAMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นแต่ TZE-SAN-LEE มีลักษณะตรงกันข้ามกล่าวคือ มีค่าลดลงเมื่อระดับเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น นั่นคือวิธี TZE-SAN-LEE จะให้ค่า RDAMSE ที่เล็กลงเมื่อเทียบกับ AMSE ของวิธี BINARY เมื่อขนาดตัวอย่างเล็กและระดับความสัมพันธ์ที่สูง

ในระดับความสัมพันธ์ 0.7 และ 0.9 ค่า k ของวิธี HK,Binary Search และ HKB มีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์เป็น 0.99 ค่า k จะมีลักษณะตรงข้ามคือ มีค่าลดลงเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นและมีค่าเพิ่มเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่กรณี TZE-SAN-LEE ค่า k จะมีลักษณะการเพิ่มและลดลงทำนองเดียวกันกับค่า RDAMSE กล่าวคือ มีค่าลดลงเมื่อระดับเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและค่า k ทั้ง 4 วิธี จะมีค่าอยู่ในช่วง (0,1) เมื่อระดับความสัมพันธ์เป็น 0.99 และขนาดตัวอย่าง เป็น 30 และ 50

โดยทั่วๆไปในตารางนี้วิธี BINARY SEARCH,HKB และ HK ให้ผลดีใกล้เคียงกัน แต่วิธี BINARY SEARCH จะให้ผลดีกว่าเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นแต่ขนาดตัวอย่างเล็กลง ในทำนองเดียวกับวิธี TZE-SAN-LEE จะให้ผลดีขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นแต่ขนาดตัวอย่างที่เล็กลง

ตารางที่ 4.3.13 การเปรียบเทียบประมาณค่าโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดของความคลาดเคลื่อนการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.22 ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.22 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	0.1953	0.2756	0.1918	0.1843	0.1221	0.2422	0.1187	0.1153	0.0611	0.1937	0.0603	0.0592
	SD	0.0752	0.1294	0.0685	0.0682	0.0337	0.1096	0.0297	0.0299	0.0121	0.0775	0.0113	0.0112
0.30	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	5.973	49.53	4.082	-	5.892	110.16	2.973	-	3.156	227.15	1.793	-
0.90	AMSE	0.4469	0.5464	0.4893	0.4367	0.3225	0.3860	0.3448	0.3145	0.1823	0.2486	0.1927	0.1794
	SD	0.2537	0.2639	0.2585	0.2470	0.1197	0.1739	0.1139	0.1149	0.0407	0.0995	0.0396	0.0399
0.90	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	2.330	25.11	12.056	-	2.568	22.76	9.664	-	1.650	38.62	7.467	-
0.99	AMSE	3.0898	4.2322	3.5133	3.0254	2.0314	2.4622	2.2808	1.9882	1.0092	1.1999	1.1594	0.9892
	SD	2.0756	1.8402	2.2287	2.0229	1.1323	0.9821	1.1742	1.0888	0.5027	0.4156	0.5313	0.4910
0.99	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	2.129	39.89	16.126	-	2.174	23.84	14.716	-	2.018	21.30	17.204	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด

DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.3.14 การเปรียบเทียบประมาณการค่าในกรณีความคลาดเคลื่อนการแจกแจงแบบลอการ์ทมอล จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.22 ค่าส.บ.ส.การกดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.22 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE			N = 30				N = 50				N = 100			
CORR			HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70		AVAR	0.1221	0.0903	0.1735	0.1463	0.0884	0.0488	0.1130	0.1010	0.0515	0.0228	0.0589	0.0551
		ABIAS	0.0733	0.1853	0.0183	0.0380	0.0337	0.1935	0.0057	0.0143	0.0096	0.1709	0.0014	0.0041
	0.30	AMSE	0.1953	0.2756	0.1918	0.1843	0.1221	0.2422	0.1187	0.1153	0.0611	0.1937	0.0603	0.0592
		k	2.45	3.36	0.93	1.86	1.98	6.09	0.68	1.33	2.00	13.66	0.69	1.36
0.90		AVAR	0.2450	0.3173	0.4070	0.2568	0.1974	0.1662	0.3027	0.2122	0.1305	0.0754	0.1774	0.1348
		ABIAS	0.2018	0.2291	0.0823	0.1799	0.1251	0.2198	0.0421	0.1022	0.0518	0.1732	0.0154	0.0445
	0.90	AMSE	0.4469	0.5464	0.4893	0.4367	0.3225	0.3860	0.3448	0.3145	0.1823	0.2486	0.1927	0.1794
		k	2.92	0.92	1.24	3.10	2.10	1.73	0.92	2.13	2.01	3.98	0.89	1.96
0.99		AVAR	1.3299	3.1288	2.6094	1.3139	0.9106	1.6366	1.7657	0.9596	0.5099	0.7409	0.9481	0.4976
		ABIAS	1.7599	1.1034	0.9038	1.7115	1.1208	0.8256	0.5151	1.0286	0.4993	0.4591	0.2114	0.4917
	0.99	AMSE	3.0898	4.2322	3.5133	3.0254	2.0314	2.4622	2.2808	1.9882	1.0092	1.1999	1.1594	0.9892
		k	0.47	0.09	0.21	0.54	0.67	0.17	0.31	0.66	1.48	0.39	0.60	1.61

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน

ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.3.15 และ 4.3.16 สรุปผลได้ดังนี้

กล่าวโดยทั่วๆไปผลสรุปที่ได้และค่าต่างๆที่คำนวณได้มีลักษณะเช่นเดียวกับตารางที่ 4.3.13 และ 4.3.14 แต่ค่า k ของ HKB,HK และ BINARY มีค่าเล็กกว่าเมื่อเทียบกับค่า k ในตารางที่ 4.3.13-4.3.14 แต่กรณี TZE-SAN-LEE มีค่าคงเดิม เนื่องจากค่า k ของ TZE-SAN-LEE คิดจากค่า EIGENVALUE ที่ต่ำที่สุดของเมตริกซ์ตัวแปรอิสระ X'X ดังนั้น การเปลี่ยนแปลงค่าส.ป.ส.การถดถอยพหุที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุดและที่ต่ำที่สุดจึงไม่มีผลต่อการคำนวณค่า k ของวิธี TZE-SAN-LEE และค่า k ทั้ง 4 วิธีจะมีค่าเล็กลงเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นแต่จะมีค่าใหญ่ขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.3.15 การเปรียบเทียบประมาณค่าจุดตัดของความคลาดเคลื่อนจากการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.22 ค่าส.บ.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุด

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.22 (BELTA FROM EIGEN (MAX))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	0.1862	0.2290	0.1948	0.1762	0.1170	0.1965	0.1179	0.1126	0.0602	0.1742	0.0599	0.0590
	SD	0.0604	0.0809	0.0609	0.0554	0.0306	0.0652	0.0284	0.0274	0.0114	0.0455	0.0112	0.0109
0.30	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	5.685	29.97	10.563	-	3.898	74.55	4.736	-	1.878	195.08	1.498	-
0.90	AMSE	0.4888	0.5232	0.5753	0.4602	0.3310	0.3525	0.3708	0.3129	0.1871	0.2451	0.2010	0.1809
	SD	0.1889	0.1922	0.1869	0.1870	0.0952	0.1241	0.0901	0.0969	0.0344	0.0782	0.0341	0.0352
0.90	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	6.213	13.67	25.008	-	5.799	12.65	18.517	-	3.455	35.52	11.118	-
0.99	AMSE	3.2938	4.2654	3.9007	3.1932	2.0738	2.4008	2.4523	1.9803	1.0943	1.2068	1.3388	1.0259
	SD	1.9805	1.7394	2.0093	1.9563	1.0405	0.8803	1.0401	1.0214	0.4114	0.3955	0.3766	0.4408
0.99	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	3.150	33.57	22.156	-	4.720	21.23	23.833	-	6.667	17.64	30.509	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด

DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.3.16 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.22 ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุด

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.22 (BELTA FROM EIGEN (MAX))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	0.1296	0.0903	0.1803	0.1357	0.0909	0.0488	0.1121	0.0966	0.0521	0.0228	0.0581	0.0548
	ABIAS	0.0566	0.1387	0.0145	0.0405	0.0260	0.1477	0.0058	0.0159	0.0080	0.1515	0.0018	0.0042
0.30	AMSE	0.1862	0.2290	0.1948	0.1762	0.1170	0.1965	0.1179	0.1126	0.0602	0.1742	0.0599	0.0590
	k	1.63	3.36	0.67	1.69	1.66	6.09	0.69	1.45	1.82	13.66	0.80	1.36
0.90	AVAR	0.2671	0.3173	0.5051	0.2678	0.2057	0.1662	0.3380	0.2079	0.1374	0.0754	0.1892	0.1376
	ABIAS	0.2217	0.2059	0.0703	0.1924	0.1253	0.1863	0.0328	0.1050	0.0497	0.1697	0.0118	0.0433
0.90	AMSE	0.4888	0.5232	0.5753	0.4602	0.3310	0.3525	0.3708	0.3129	0.1871	0.2451	0.2010	0.1809
	k	1.15	0.92	0.44	1.49	1.29	1.73	0.50	1.54	1.57	3.98	0.63	1.74
0.99	AVAR	1.3689	3.1288	3.0326	1.4228	0.8735	1.6366	1.9867	0.9367	0.5040	0.7409	1.1426	0.5144
	ABIAS	1.9249	1.1366	0.8681	1.7705	1.2003	0.7642	0.4656	1.0436	0.5902	0.4659	0.1963	0.5114
0.99	AMSE	3.2938	4.2654	3.9007	3.1932	2.0738	2.4008	2.4523	1.9803	1.0943	1.2068	1.3388	1.0259
	k	0.34	0.09	0.13	0.46	0.44	0.17	0.17	0.59	0.70	0.39	0.25	1.09

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน

ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.3.17 และ 4.3.18 สรุปผลได้ดังนี้

กล่าวโดยทั่วๆไปผลสรุปที่ได้มีลักษณะเช่นเดียวกับตารางที่ 4.3.13-4.3.14 แต่เมื่อเพิ่มค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเป็น 0.59 พบว่า

1. AMSE มีค่าสูงขึ้นโดยเฉพาะในระดับความสัมพันธ์เป็น 0.99

2. ค่า AVAR ของวิธี HK,HKB และ BINARY SEARCH จะมีค่าน้อยกว่า ABIAS ในทุกระดับความสัมพันธ์ ตรงข้ามกับกรณี TZE-SAN-LEE ในทุกระดับความสัมพันธ์

3. ค่า RDAME ของ HKB และ HK เมื่อเทียบกับค่า AMSE ของ BINARY SEARCH มีค่าใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากตาราง 4.3.13-4.3.14 แต่ RDAMSE กรณี TZE-SAN-LEE มีค่าลดลง

4. ค่า k ของ HKB,HK และ BINARY SEARCH มีค่าเพิ่มขึ้น แต่กรณี TZE-SAN-LEE มีค่าคงเดิม เนื่องจากค่า k ของ TZE-SAN-LEE คิดจากค่า EIGENVALUE ที่ต่ำที่สุดของเมตริกซ์ตัวแปรอิสระ $X'X$ ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงค่าส.ป.ส.ความแปรผันจาก 0.22 เป็น 0.59 จึงไม่มีผลต่อการคำนวณ ค่า k ของวิธี TZE-SAN-LEE และค่า k จะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตย. เพิ่มขึ้นแต่จะเล็กลงเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.3.17 การเปรียบเทียบประมาณค่าโดยวิธีหาความคลาดเคลื่อนกำลังสองแบบลอกนอร์มอล จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.59 ค่าส.ป.ส.การถดถอยหาได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.59 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	1.1662	1.4109	1.2617	1.1292	0.7782	0.9070	0.8133	0.7402	0.4230	0.5058	0.4463	0.4045
	SD	0.8629	0.8466	0.8724	0.8309	0.4503	0.4665	0.4117	0.4073	0.1976	0.2477	0.1810	0.1822
0.30	TIMES	11	0	0	189	13	0	0	187	2	0	0	198
	DIFF	3.267	24.94	11.732	-	5.134	22.53	9.873	-	4.557	25.02	10.327	-
0.90	AMSE	3.4011	4.5850	3.8643	3.3349	2.1733	2.6026	2.4454	2.1272	1.1188	1.3060	1.2751	1.0977
	SD	3.1395	3.1520	3.3288	3.0971	1.2857	1.2070	1.3419	1.2396	0.5897	0.5297	0.6184	0.5788
0.90	TIMES	0	0	0	200	1	0	0	199	1	0	0	199
	DIFF	1.985	37.49	15.875	-	2.167	22.35	14.959	-	1.920	18.97	16.160	-
0.99	AMSE	31.947	44.244	36.358	31.376	19.041	24.100	21.583	18.658	9.2225	11.524	10.685	9.0483
	SD	30.208	29.716	32.478	29.844	12.302	11.001	13.181	11.933	5.6022	4.6406	6.1000	5.4789
0.99	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	1.820	41.01	15.878	-	2.052	29.16	15.67	-	1.924	27.37	18.08	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด

DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.3.18 การเปรียบเทียบประมาณการที่ดีในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.59 ค่าส.ป.ส.การถดถอยนี้ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.59 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE			N = 30				N = 50				N = 100			
CORR			HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70		AVAR	0.5512	0.9586	1.0190	0.6397	0.3821	0.5176	0.6861	0.4734	0.2390	0.2452	0.3924	0.2752
		ABIAS	0.6150	0.4523	0.2427	0.4895	0.3961	0.3894	0.1272	0.2668	0.1839	0.2606	0.0539	0.1294
		AMSE	1.1662	1.4109	1.2617	1.1292	0.7782	0.9070	0.8133	0.7402	0.4230	0.5058	0.4463	0.4045
		k	14.23	3.36	5.64	11.42	16.87	6.09	6.41	13.05	26.36	13.66	9.92	22.42
0.90		AVAR	1.5700	3.3641	2.9779	1.5737	0.9759	1.7631	1.9037	1.0346	0.5599	0.8120	1.0436	0.5689
		ABIAS	1.8311	1.2209	0.8864	1.7612	1.1974	0.8395	0.5417	1.0925	0.5589	0.4939	0.2315	0.5288
		AMSE	3.4011	4.5850	3.8643	3.3349	2.1733	2.6026	2.4454	2.1272	1.1188	1.3060	1.2751	1.0977
		k	4.64	0.92	1.96	5.33	5.52	1.73	2.54	5.67	16.10	3.98	5.95	13.38
0.99		AVAR	13.603	33.183	27.002	13.471	7.7389	17.354	16.042	8.1265	4.0869	7.9777	8.2710	3.9915
		ABIAS	18.344	11.060	9.3569	17.905	11.3027	6.7460	5.5402	10.532	5.1356	3.5473	2.4140	5.0567
		AMSE	31.947	44.244	36.358	31.376	19.0416	24.100	21.583	18.658	9.2225	11.524	10.685	9.0483
		k	0.69	0.09	0.30	0.71	0.82	0.17	0.35	0.86	2.15	0.39	0.95	2.28

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน

ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.3.19 และ 4.3.20 สรุปผลได้ดังนี้

โดยทั่วๆไปผลสรุปที่ได้และค่าต่างๆที่คำนวณได้มีลักษณะเช่นเดียวกับตารางที่ 4.3.17 และ 4.3.18 แต่ค่า k ของ HKB,HK และ BINARY มีค่าเล็กกว่าเมื่อเทียบกับค่า k ในตารางที่ 4.3.17-4.3.18 แต่กรณีของ TZE-SAN-LEE ค่า k มีค่าคงเดิม เนื่องจากค่า k ของ TZE-SAN-LEE คิดจากค่า EIGENVALUE ที่ต่ำที่สุดของเมตริกซ์ตัวแปรอิสระ X'X ดังนั้น การค่าส.ป.ส.การถดถอยพหุที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุดและที่ต่ำที่สุดจึงไม่มีผลต่อการคำนวณค่า k ของวิธี TZE-SAN-LEE

ตารางที่ 4.3.19 การเปรียบเทียบประมาณค่าจากฟังก์ชันความคลาดเคลื่อนการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.59 ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุด

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.59 (BELTA FROM EIGEN (MAX))

DEGREE			N = 30				N = 50				N = 100			
CORR			HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70		AMSE	1.1968	1.3647	1.3577	1.1394	0.7986	0.8437	0.8794	0.7387	0.4601	0.4905	0.4926	0.4251
		SD	0.7766	0.7775	0.7840	0.7460	0.3979	0.3889	0.3487	0.3595	0.1648	0.1903	0.1499	0.1541
		TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
		DIFF	5.037	19.77	19.155	-	8.114	14.22	19.049	-	8.233	15.38	15.888	-
0.90		AMSE	3.5249	4.558	4.1730	3.4295	2.2240	2.5537	2.5987	2.1301	1.1909	1.3100	1.4364	1.1248
		SD	2.9096	2.9028	3.0921	2.8775	1.2419	1.1526	1.2812	1.2189	0.5303	0.5092	0.5346	0.5423
		TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
		DIFF	2.781	32.91	21.677	-	4.410	19.88	22.000	-	5.878	16.46	27.699	-
0.99		AMSE	32.417	44.427	37.069	31.834	19.017	23.960	21.763	18.567	9.3495	11.542	11.108	9.1041
		SD	30.312	29.722	32.472	29.991	12.246	10.932	13.131	11.907	5.4634	4.6391	5.8936	5.3817
		TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
		DIFF	1.831	39.56	16.442	-	2.423	29.04	17.212	-	2.694	26.78	22.018	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด

DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.3.20 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 0.59 ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุด

p = 5 MEAN = 1 STD = 0.59 (BELTA FROM EIGEN (MAX))

DEGREE			N = 30				N = 50				N = 100			
CORR			HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70		AVAR	0.5624	0.9586	1.1304	0.6430	0.3856	0.5176	0.7617	0.4538	0.2514	0.2452	0.4414	0.2889
		ABIAS	0.6344	0.4061	0.2273	0.4964	0.4129	0.3261	0.1176	0.2848	0.2087	0.2453	0.0512	0.1362
0.30		AMSE	1.1968	1.3647	1.3577	1.1394	0.7986	0.8437	0.8794	0.7387	0.4601	0.4905	0.4926	0.4251
		k	7.93	3.36	2.96	8.12	9.77	6.09	3.44	10.14	13.58	13.66	4.63	13.58
0.90		AVAR	1.5806	3.3641	3.3115	1.6107	0.9531	1.7631	2.0948	1.0316	0.5608	0.8120	1.2268	0.5843
		ABIAS	1.9443	1.1940	0.8615	1.8188	1.2710	0.7906	0.5039	1.0985	0.6301	0.4980	0.2096	0.5405
0.90		AMSE	3.5249	4.5581	4.1730	3.4295	2.2240	2.5537	2.5987	2.1301	1.1909	1.3100	1.4364	1.1248
		k	3.57	0.92	1.35	4.06	4.46	1.73	1.74	4.91	7.32	3.98	2.53	9.03
0.99		AVAR	13.723	33.183	27.768	13.824	7.6163	17.354	16.322	8.0336	4.0135	7.9777	8.6912	3.9958
		ABIAS	18.693	11.244	9.3003	18.010	11.401	6.6051	5.4409	10.534	5.3359	3.5646	2.4175	5.1083
0.99		AMSE	32.417	44.427	37.069	31.834	19.017	23.960	21.763	18.567	9.3495	11.542	11.108	9.1041
		k	0.60	0.09	0.24	0.70	0.72	0.17	0.32	0.81	1.45	0.39	0.54	1.78

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน

ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.3.21 และ 4.3.22 สรุปผลได้ดังนี้

กล่าวโดยทั่วๆไปผลสรุปที่ได้มีลักษณะเช่นเดียวกับตารางที่ 4.3.17-4.3.18 แต่เมื่อเพิ่มค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเป็น 1.00 พบว่า

1. AMSE มีค่าสูงขึ้นโดยเฉพาะในระดับความสัมพันธ์เป็น 0.99
2. ค่า AVAR ของวิธี HK,HKB และ BINARY SEARCH จะมีค่าน้อยกว่า ABIAS ในทุกระดับความสัมพันธ์ ตรงข้ามกับกรณี TZE-SAN-LEE ที่ AVAR จะมีค่ามากกว่า ABIAS ในทุกระดับความสัมพันธ์
3. ค่า RDAMSE ของ HKB และ HK เมื่อเทียบกับค่า AMSE ของ BINARY SEARCH มีค่าใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากตาราง 4.3.13-4.3.14 และ 4.3.17-4.3.18 แต่ RDAMSE กรณี TZE-SAN-LEE มีค่าใกล้เคียงกับค่าในตาราง4.3.17-4.3.18
4. ค่า k ของ HKB,HK และ BINARY SEARCH มีค่าเพิ่มขึ้น แต่กรณี TZE-SAN-LEE มีค่าคงเดิม เนื่องจากค่า k ของ TZE-SAN-LEE คิดจากค่า EIGENVALUE ที่ต่ำที่สุดของเมตริกซ์ตัวแปรอิสระ $X'X$ ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงค่าส.ป.ส. ความแปรผันจาก 0.22 เป็น 0.59 , 1.00 จึงไม่มีผลต่อการคำนวณค่า k ของวิธี TZE-SAN-LEE

ตารางที่ 4.3.21 การเปรียบเทียบประมาณค่าโดยวิธีความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยที่สุดของการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ λ = 1 และ σ = 1.00 ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

p = 5 MEAN = 1 STD = 1.00 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE OF CORR		N = 30				N = 50				N = 100			
		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	8.2657	10.295	9.1665	8.0675	4.7208	5.7003	5.1125	4.5592	2.5931	3.0304	2.8375	2.5094
	SD	15.305	16.115	15.664	14.834	4.1991	4.1811	4.2349	3.9507	2.6229	2.5576	2.6600	2.5092
0.30	TIMES	3	0	0	197	21	0	0	179	7	0	0	193
	DIFF	2.456	27.62	13.622	-	3.543	25.03	12.135	-	3.338	20.76	13.076	-
0.90	AMSE	27.482	36.379	31.259	27.085	15.092	18.916	17.238	14.818	8.1952	9.9348	9.3408	8.0468
	SD	56.159	60.685	59.190	55.971	13.001	13.792	14.285	12.749	8.2917	8.6160	8.9517	8.1091
0.90	TIMES	1	0	0	199	2	0	0	198	1	0	0	199
	DIFF	1.463	34.31	15.406	-	1.851	27.65	16.333	-	1.844	23.46	16.081	-
0.99	AMSE	268.76	359.67	303.87	264.79	143.01	184.07	163.65	140.33	76.949	96.191	88.095	75.571
	SD	557.38	597.50	583.91	5548.6	124.07	133.56	137.95	121.83	83.000	85.938	89.559	81.104
0.99	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	1.501	35.83	14.759	-	1.906	31.16	16.616	-	1.825	27.29	16.573	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด

DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.3.22 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 1.00 ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่น้อยที่สุด

p = 5 MEAN = 1 STD = 1.00 (BELTA FROM EIGEN (MIN))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	3.7851	7.4433	7.2956	4.2799	2.0040	4.0297	4.0424	2.4868	1.1823	2.0530	2.2825	1.3808
	ABIAS	4.4806	2.8525	1.8709	3.7876	2.7167	1.6706	1.0701	2.0724	1.4109	0.9774	0.5550	1.1286
0.30	AMSE	8.2657	10.295	89.166	8.0675	4.7208	5.7003	5.1125	4.5592	2.5931	3.0304	2.8375	2.5094
	k	14.61	3.36	5.74	13.71	24.97	6.09	9.97	19.40	53.54	13.66	21.43	45.04
0.90	AVAR	12.956	26.045	24.156	12.951	6.2964	13.708	813.11	636.6768	3.6548	6.8096	7.2896	3.7648
	ABIAS	14.526	10.334	17.102	14.134	8.7965	5.2079	4.1226	8.1417	4.5403	3.1252	2.0511	4.2819
0.90	AMSE	27.482	36.379	31.259	27.085	15.092	18.916	17.238	14.818	8.1952	9.9348	9.3408	8.0468
	k	5.31	0.92	2.17	5.18	7.11	1.73	3.06	7.12	17.45	3.98	6.97	17.39
0.99	AVAR	120.95	256.89	228.59	120.75	57.125	134.90	121.63	59.366	32.943	66.914	67.110	33.0936
	ABIAS	147.81	102.78	75.282	144.03	85.889	49.164	42.019	80.971	44.006	29.277	20.984	42.4769
0.99	AMSE	268.76	359.67	303.87	264.79	143.01	184.07	163.65	140.33	76.949	96.191	88.095	75.5706
	k	0.62	0.09	0.26	0.67	0.74	0.17	0.34	0.82	1.81	0.39	0.79	2.03

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน

ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

จากตารางที่ 4.3.23 และ 4.3.24 สรุปผลได้ดังนี้

กล่าวโดยทั่วๆไปผลสรุปที่ได้และค่าต่างๆที่คำนวณได้มีลักษณะเช่นเดียวกับตารางที่ 4.3.21 และ 4.3.22 แต่ค่า k ของ HKB,HK และ BINARY มีค่าเล็กกว่าเมื่อเทียบกับค่า k ในตารางที่ 4.3.21-4.3.22 แต่กรณี TZE-SAN-LEE มีค่าคงเดิม เนื่องจากค่า k ของ TZE-SAN-LEE คิดจากค่า EIGENVALUE ที่ต่ำที่สุดของเมตริกซ์ตัวแปรอิสระ X'X ดังนั้น การเปลี่ยนแปลงค่าส.ป.ส.การถดถอยพหุที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุดและที่ต่ำที่สุดจึงไม่มีผลต่อการคำนวณค่า k ของวิธี TZE-SAN-LEE

ตารางที่ 4.3.23 การเปรียบเทียบประมาณค่าในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 1.00 ค่าส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุด

p = 5 MEAN = 1 STD = 1.00 (BELTA FROM EIGEN (MAX))

DEGREE		N = 30				N = 50				N = 100			
CORR		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AMSE	8.2730	10.2386	9.2142	8.0622	4.7188	5.5965	5.2157	4.5220	2.6571	3.0239	2.9864	2.5408
	SD	15.255	16.292	15.570	14.791	4.1350	4.1231	4.1699	3.9197	2.4606	2.5219	2.5310	2.3870
0.30	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	1	0	0	199
	DIFF	2.614	26.99	14.289	-	4.353	23.76	15.341	-	4.579	19.01	17.537	-
0.90	AMSE	27.642	36.259	31.654	27.241	15.114	18.847	17.369	14.784	8.2479	9.9390	9.6023	8.0343
	SD	55.280	59.255	58.300	55.126	13.048	13.818	14.352	12.804	8.3066	8.6342	8.8915	8.1288
0.90	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	1.469	33.10	16.198	-	2.231	27.48	17.482	-	2.658	23.71	19.517	-
0.99	AMSE	269.87	360.29	305.11	265.90	142.79	183.81	163.63	140.07	76.960	96.167	88.501	75.530
	SD	558.41	599.30	584.29	555.99	124.37	133.75	138.53	122.13	82.987	85.990	89.418	81.097
0.99	TIMES	0	0	0	200	0	0	0	200	0	0	0	200
	DIFF	1.491	35.50	14.747	-	1.942	31.22	16.819	-	1.893	27.32	17.173	-

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

SD = ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

TIMES = จำนวนครั้งที่แต่ละวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด

DIFF = อัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ย (RDAMSE)

ตารางที่ 4.3.24 การเปรียบเทียบประมาณการค่าในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 พารามิเตอร์ μ = 1 และ σ = 1.00 ค่า ส.ป.ส.การถดถอยที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่มากที่สุด

p = 5 MEAN = 1 STD = 1.00 (BELTA FROM EIGEN (MAX))

DEGREE OF CORR		N = 30				N = 50				N = 100			
		HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY	HKB	TZE	HK	BINARY
0.70	AVAR	3.7813	7.4433	7.3431	4.2849	1.9488	4.0297	4.1406	2.3881	1.1665	2.0530	2.4499	1.3841
	ABIAS	4.4917	2.7953	1.8711	3.7772	2.7700	1.5668	1.0751	2.1338	1.4906	0.9709	0.5365	1.1567
	AMSE	8.2730	10.2386	9.2142	8.0622	4.7188	5.5965	5.2157	4.5220	2.6571	3.0239	2.9864	2.5408
	k	13.28	3.36	5.16	13.44	21.38	6.09	7.99	21.55	37.52	13.66	12.79	37.74
0.90	AVAR	12.941	26.045	24.573	12.944	6.2359	13.708	13.278	6.6790	3.6105	6.8096	7.5536	3.7661
	ABIAS	14.701	10.214	7.0814	14.297	8.8787	5.1389	4.0907	8.1057	4.6374	3.1294	2.0488	4.2681
	AMSE	27.642	36.259	31.654	27.241	15.114	18.847	17.369	14.784	8.2479	9.9390	9.6023	8.0343
	k	4.48	0.92	1.84	4.75	6.63	1.73	2.63	6.95	13.90	3.98	5.24	14.68
0.99	AVAR	121.41	256.89	229.76	121.63	56.956	134.90	121.75	59.216	32.720	66.914	67.481	33.006
	ABIAS	148.45	103.40	75.352	144.26	85.837	48.904	41.873	80.857	44.240	29.253	21.019	42.523
	AMSE	269.87	360.29	305.11	265.90	142.79	183.81	163.63	140.07	76.960	96.167	88.501	75.530
	k	0.58	0.09	0.24	0.64	0.75	0.17	0.32	0.83	1.80	0.39	0.73	1.91

AVAR = ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน

ABIAS = ค่าเฉลี่ยความเอนเอียงกำลังสอง

AMSE = ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

k = ค่าเฉลี่ยของค่า k ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

ข้อสรุปจากตารางที่ 4.3.13 ถึง 4.3.24 สำหรับความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงลอกนอร์มอล โดยมีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5

ก. ค่า AMSE

พบว่าการเปลี่ยนแปลงค่า AMSE ของทั้ง 4 วิธีจะมีลักษณะ

1. แปรผันโดยตรงกับระดับสัมประสิทธิ์ความแปรผัน
2. แปรผันโดยตรงกับขนาดของความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรอิสระ
3. แปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง

ค่า AMSE ของวิธี Binary Search , HKB และ HK พบว่าค่า AVAR มีค่ามากกว่า ABIAS เฉพาะกรณีระดับส.ป.ส.ความแปรผัน 0.22 และระดับความสัมพันธ์ต่ำ แต่ในกรณีที่ระดับส.ป.ส.ความแปรผันเป็น 0.59 และ 1.00 พบว่าค่า ABIAS มีค่ามากกว่า AVAR ซึ่งตรงข้ามกับกรณี TZE-SAN-LEE ค่า AMSE ส่วนใหญ่เกิดจากค่า ABIAS ในระดับส.ป.ส.ความแปรผัน 0.22 แต่ในระดับ 0.59 และ 1.00 ส่วนใหญ่เกิดจากค่า AVAR

ข. ค่า RDAMSE (DIFF)

สำหรับค่า RDAMSE และ AMSE ของวิธี BINARY SEARCH,HKB และ HK โดยทั่วๆไปจะมีค่าใกล้เคียงกัน แต่ BINARY SEARCH จะให้ผลดีกว่าที่ชัดเจนขึ้นเมื่อ

1. ขนาดตัวอย่างเล็ก
2. ระดับความสัมพันธ์สูง
3. ระดับสัมประสิทธิ์ความแปรผันของการแจกแจงที่สูงขึ้น

โดยกรณี TZE-SAN-LEE จะให้ค่า AMSE ใกล้เคียงขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก , ระดับความสัมพันธ์สูง ,ระดับสัมประสิทธิ์ความแปรผันของการแจกแจงที่สูง

ค. ค่า Times

พบว่าจำนวน Times ของวิธีการประมาณแบบทวิ (Binary Search) จะให้จำนวน Times มากที่สุด แม้ว่าค่า AMSE ของ HKB และ HK จะมีค่าไม่ต่างกันมากนัก

ง. ค่า k

ค่า k ของวิธี HK , Binary Search และ HKB พบว่าจะมีค่าสูงโดยค่าที่คำนวณได้จากวิธี HK จะมีค่าต่ำที่สุด และรองลงมาคือ Binary Search , HKB ตามลำดับโดยค่า k ที่ได้จาก TZE-SAN-LEE จะมีค่าคงที่ตลอดทุกๆขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ โดยค่า k ของ 4 วิธีข้างต้นจะมีลักษณะ

1. แปรผันตามระดับสัมประสิทธิ์การแปรผัน
2. แปรผันตามขนาดตัวอย่าง
3. แปรผกผันกับระดับความสัมพันธ์
4. แปรผันตามค่าส.ป.ส.การถดถอยพหุที่ได้จาก eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่ต่ำที่สุด

สรุปรวมสำหรับกรณีขนาดตัวอย่าง = 3 และ 5

สำหรับวิธี BINARY SEARCH,HKB ,TZE-SAN-LEE และ HK พบว่าเมื่อเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระเป็น 5 จะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้นเมื่อเทียบกับจำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ในระดับความสัมพันธ์ 0.70 และ 0.90 ค่า k ของวิธี BINARY SEARCH , HKB และ HK จะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น แต่ในระดับความสัมพันธ์ 0.99 พบว่า ค่า k มีค่าลดลงเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น แต่ค่า k วิธี TZE-SAN-LEE จะมีค่าลดลงในทุกระดับความสัมพันธ์เมื่อขนาดตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น