บทที่ 5

วิจารณ์ ข้อเสนอแนะ และสรุป

5.1 วิจารณ์

เราได้หานิพจน์ของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าขนาดความถี่ ULF-ELF ในชั้นบรรยากาศไอโอโนสเฟียร์ ซึ่งเป็นตัวอย่างอันหนึ่งของตัวกลางแอนไอโซโทรปิก โดยวิธีวิเคราะห์แบบ เทนเซอร์ วิธีนี้ให้นิพจน์ของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า ที่ค่ามุมเทต่าง ๆ กัน และผลที่ได้ก็เป็นผลที่แน่นอนเทียบกับมุมเท เนื่องจากเราคำนวณจากสมการที่เราตั้งขึ้นโดยตรง นอกจากนี้เราได้หานิพจน์โดยวิธีวิเคราะห์อีกวิธีหนึ่งคือวิธีใช้พจน์รบกวนทางมุมเท กับค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ค่ามุมเท = 90° นิพจน์ของค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ได้จากการคำนวณทั้งสองแบบนี้ มีรูปแบบของค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าแตกต่างจากรูปแบบของค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ได้จากผู้วิจัยอื่น เช่น Dejnakarintara[(3),(4),(5)] และ Einaudi and Wait[(5)] กล่าวคือ ในวิทยานิพนธ์นี้เราใช้ฟังก์ชันอย่างง่ายในตรีโกณมิติ แทนที่จะใช้ฟังก์ชันเบสเซล (Bessel function) ดังที่ปรากฏอยู่ในงานของผู้วิจัยดังกล่าว เนื่องจากงานต่าง ๆ ของผู้วิจัยเหล่านี้กล่าวถึงเฉพาะค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในบริเวณที่มุมเทมีค่า 90° ในกรณีของสนามไฟฟ้าสถิต เราจะได้สมการที่ตั้งขึ้นเป็นแบบสมการลาปลาซในระบบแกนพิกัดที่ดัดแปลงแล้ว [ดูสมการ (16) ในบทที่ 2 หัวข้อ 2.2] ในกรณีของงานวิจัยอื่น ๆ [(3),(4),(5)] จะมีการเปลี่ยนตัวแปร x และตัวแปร y ในระบบแกนประสานคาร์ทีเซียนเป็นตัวแปร r และตัวแปร ϕ ในระบบแกนประสานทรงกระบอก เมื่อค่ามุมเท $=90^{\circ}$ จะเกิดสภาพสมมาตรรอบแกนตามมุม (azimutual symmetry) ขึ้น ทำให้ค่า $\partial/\partial\phi=0$ นั่นคือ ฟังก์ชันของ ϕ เป็นค่าคงตัว หรือลดตัวแปร ϕ ออกจากสมการนั่นเอง การพิจารณาหาคำเฉลยของสมการต่าง ๆ จึงมีความสะดวกขึ้น และสามารถหาคำเฉลยของสมการโดยวิธีแก้สมการดิฟเฟอเรนเชียลแบบเชิงเส้น แต่ในวิทยานิพนธ์นี้ เมื่อพิจารณาสมการที่ตั้งขึ้น [สมการ (8) และ (9) ในบทที่ 2] เราจะพบว่าจะมีพจน์หนึ่งซึ่งเป็นอนุพันธ์บางส่วนเทียบกับ y และ z สมการที่ได้ก็เป็นสมการดิฟเฟอเรนเชียลบางส่วนอันดับสอง แบบวงรี และไม่เกิดสภาพสมมาตรรอบแกนตามมุม ทำให้ไม่เกิดประโยชน์ที่จะแปลงระบบพิกัดจากระบบแกนประสานคาร์ทีเซียนเป็น

ระบบแกนประสานทรงกระบอก เพื่อที่จะใช้ฟังก์ชันเบสเซลมาลดตัวแปรลง นอกจากนี้ ถ้าเราใช้ฟังก์ชันเบสเซลต่อไปแล้ว ก็จะเกิดความยุ่งยากอย่างมากในการพิจารณาหานิพจน์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าอันดับอื่น ๆ

วิธีการหาคำเฉลยของสมการในวิทยานิพนธ์นี้ก็แตกต่างจากวิธีการหาคำเฉลยในงานวิจัยอื่น ๆ กล่าวคือ ในวิทยานิพนธ์นี้ สมการต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นเมื่อประยุกต์สมการแมกซ์เวลล์แล้ว มีความซับซ้อนค่อนข้างมากเพราะเป็นสมการดิฟเฟอเรนเชียลบางส่วนเทียบกับตัวแปร x , y ,และ z ดังนั้นเราจึงต้องอาศัยวิธีสมมติคำตอบที่เป็นไปได้ แล้วหาอนุพันธ์บางส่วนเทียบกับตัวแปรที่สอดคล้องกัน และอาศัยวิธีเทียบสัมประสิทธิ์ (undetermined coefficient method) หาค่าคงตัวที่สมมติขึ้น จึงได้คำตอบที่แท้จริงออกมา วิธีดังกล่าวนี้ต้องอาศัยความละเอียดและพิถีพิถันในการหาอนุพันธ์บางส่วนของตัวแปรต่าง ๆ และผลที่ได้ก็ค่อนข้างซับซ้อนกว่า ส่วนผลการคำนวณแบบตัวเลขที่ปรากฏออกมานั้นผลที่ได้เพื่อสมมติค่าคงตัวและค่าตัวแปรบางตัวก็มีผลใกล้เคียงกัน ดังในหัวข้อ 3.5

ข้อดีของวิธีที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ คือ เราสามารถประยุกต์วิธีวิเคราะห์เทนเซอร์ในการหาคำตอบของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าขนาดความถี่ ULF-ELF ในตัวกลางแอนไอโซโทรปิก ซึ่งในที่นี้คือไอโอโนสเฟียร์ ณ บริเวณใด ๆ ของโลก หรือที่ค่ามุมเทใด ๆ ก็ได้ วิธีการหาคำตอบก็ไม่ยุ่งยากไม่จำเป็นต้องอาศัยวิธีอินทิเกรต คงใช้วิธีที่ได้กล่าวไว้แต่ต้น ส่วนการใช้พจน์รบกวนทางมุมเทหาคำตอบของสมการดังกล่าว ก็สามารถหาคำตอบโดยประมาณได้ ถ้าค่ามุมเทมีค่าน้อย ๆ เราก็สามารถใช้ผลรวมของพจน์ยกกำลังของมุม θ จำนวนน้อยลง และถ้าค่ามุมเทมีค่ามากขึ้น ผลรวมของพจน์ยกกำลังของมุม θ ก็มีจำนวนมากขึ้นทำให้เราสามารถที่จะคำนวณค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าต่าง ๆ ทั้งหมดได้ ไม่ว่าจะเป็นกรณีใด ๆ ก็ตาม

อย่างไรก็ตาม ทั้งวิธีวิเคราะห์เทนเซอร์ และวิธีวิเคราะห์แบบพจน์รบกวนทางมุมเท ก็มีความยุ่งยากในการหาค่าคงตัวต่างๆ

เราสามารถที่จะตรวจสอบความถูกต้องของคำเฉลยที่ได้มา โดยเปรียบเทียบ คำเฉลยจากสมการที่ได้จากวิธีวิเคราะห์เทนเซอร์ และให้ค่ามุมเท I-90° เราจะพบว่าคำเฉลยจากสมการที่ได้จากการวิเคราะห์เทนเซอร์ (ในหัวข้อ 2.2) จะมีค่าเท่ากับคำเฉลยจากสมการที่ได้จากการคำนวณเมื่อสนามแม่เหล็กโลกทำมุม 90° กับพื้นโลก (ในหัวข้อ 2.3)

จากการเปรียบเทียบผลการคำนวณ เราจะได้ผลเป็นค่าตัวเลขใกล้เคียงกับเอกสารอ้างอิง (5) ในกรณีสนามแม่เหล็กไฟฟ้าขนาดผ่านความถี่ ULF-ELF เราพบว่าสนามไฟฟ้าอันดับหนึ่งมีค่าน้อยกว่าค่าสนามไฟฟ้าอันดับศูนย์มาก

การคำนวณโดยวิธีใช้พจน์รบกวนที่ได้จากวิทยานิพนธ์ ยังไม่เพียงพอที่จะคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าค่าใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากวิธีวิเคราะห์เทนเซอร์ เพราะวิธีรบกวนทางมุมเทนี้ใช้ได้ในช่วงมุมเทแคบ ๆ ในการใช้งานจริง ๆ เราไม่จำเป็นต้องอาศัยวิธีนี้ เนื่องจากวิธีวิเคราะห์เทนเซอร์มีผลดีกว่า แต่ที่ได้นำวิธีรบกวนทางมุมเทมาพิจารณาด้วยก็เพราะ เราจะเลียนแบบวิธีรบกวนทางความถี่ โดยหวังว่าจะมีความสะดวกในการหาค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ค่ามุมเทใด ๆ กว่าวิธีคำนวณโดยตรง (วิธีวิเคราะห์เทนเซอร์) และมีค่าใกล้เคียงกับวิธีคำนวณโดยตรง แต่ก็ไม่อาจจะกระทำได้ เนื่องจากวิธีรบกวนทางมุมเทก็ไม่ได้สะดวกอย่างที่ตั้งใจไว้

5.2 <u>ข้อเสนอแนะ</u>

วิธีการหาคำเฉลยของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าขนาดความถี่ ULF-ELF ในตัวกลางแอนไอโซโทรปิกที่ได้กล่าวในวิทยานิพนธ์นี้ มีอยู่ 2 แบบ คือ

5.2.1 การใช้วิธีวิเคราะห์เทนเซอร์ เพื่อหาค่าสนามไฟฟ้าอันดับศูนย์และค่าสนามไฟฟ้าอันดับหนึ่ง ณ บริเวณใดๆในบรรยากาศของโลก

และ 5.2.2 การใช้พจน์รบกวนทางมุมเท เพื่อหาค่าสนามไฟฟ้าอันดับศูนย์และค่าสนามไฟฟ้าอันดับหนึ่ง ณ บริเวณใด ๆ ในบรรยากาศของโลก

จากวิธีการใช้วิธีวิเคราะห์เทนเซอร์ในบทที่ 2 เราใช้เฉพาะการใช้พจน์รบกวนทางความถี่หาค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าอันดับศูนย์และอันดับหนึ่งที่ค่ามุมเทใด ๆ ซึ่งวิธีดังกล่าวให้ผลได้ใกล้เคียงกับงานวิจัยอื่นๆ [(3),(4),(5)] ส่วนวิธีการใช้พจน์รบกวนทางมุมเท สลับกับการใช้พจน์รบกวนทางความถี่เพื่อหาค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าอันดับศูนย์และอันดับหนึ่ง ที่ค่ามุมเทใดๆก็จะได้ค่าประมาณของค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าอันดับศูนย์และหนึ่ง ซึ่งแตกต่างจากวิธีแรก

งานวิจัยที่ขอเสนอแนะไว้เพื่อเป็นการศึกษาในขั้นต่อไปทางทฤษฎี ก็คือ การคำนวณหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าขนาดความถี่ ULF-ELF จากแหล่งกำเนิดคลื่นบางชนิดในบรรยากาศของโลก ตัวอย่างหนึ่ง ได้แก่ การคำนวณค่าสนามของคลื่นที่ถูกส่งออกจากสายอากาศดาวเทียม [(13)] เป็นต้น

ส่วนงานวิจัยขั้นต่อไปทางปฏิบัติ ได้แก่ การวิจัยเรื่องสายอากาศต่างๆ ที่ใช้ในงานสื่อสารโดยอาศัยความถี่ ULF-ELF และมีการพัฒนาในด้านการสื่อสารทางด้านนี้มากยิ่งขึ้น สำหรับตัวอย่างในเบื้องต้น ก็คือ เอกสารอ้างอิง (2) ซึ่งกล่าวถึงเรื่องราวของการประยุกต์คลื่นสนามแม่เหล็กไฟฟ้าขนาดความถี่ ULF-ELF โดยเฉพาะ และการวิจัยเกี่ยวกับเรื่องประจุไฟฟ้าในเมฆฝน ซึ่งจะมีผลต่อการสื่อสารในด้านความถี่ ULF-ELF[3]

5.3 สรุป

วิทยานิพนธ์นี้ได้แสดงถึงวิธีการหาคำตอบของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าขนาดความถี่ ULF-ELF ในตัวกลางแอนไอโซโทรปิกโดยวิธีวิเคราะห์เทนเซอร์ และวิธีการหาคำตอบโดยวิธีประมาณโดยวิธีใช้พจน์รบกวนทางมุมเท วิธีการทั้งสองแบบนี้มีวิธีคำนวณแบบเดียวกันและมีความยุ่งยากพอๆกัน วิธีวิเคราะห์เทนเซอร์มีประโยชน์มากกว่าวิธีหาคำตอบโดยประมาณโดยวิธีใช้พจน์รบกวนทางมุมเท เพราะวิธีหลังนี้จะให้คำตอบได้ค่อนข้างแม่นยำเฉพาะเมื่อมุมเทมีค่าใกล้เคียง 90° เท่านั้น หากมุมเทมีค่าอื่นๆแล้ว การคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าอันดับสูงๆขึ้นไปจะมีความยุ่งยากมากกว่าวิธีวิเคราะห์เทนเซอร์

สรุปว่า ในการหาคำตอบของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าขนาดความถี่ULF-ELF ในตัวกลางแอนไอโซโทรปิก ที่ค่ามุมเทใดๆ เราควรจะอาศัยวิธีวิเคราะห์เทนเซอร์ แทนวิธีอาศัยการใช้พจน์รบกวนทางมุมเท เนื่องจาก วิธีวิเคราะห์เทนเซอร์สามารถให้คำตอบได้ทันทีไม่ว่ามุมเทจะมีค่าใดๆก็ตาม แต่วิธีใช้พจน์รบกวนทางมุมเทให้คำตอบที่แม่นยำเมื่อมุมเทมีค่าประมาณ 90° เท่านั้น หากต้องการคำตอบที่มุมเทมีค่าอื่นๆก็จำเป็นต้องแก้สมการอีกหลายๆครั้ง จึงจะได้คำตอบออกมา ดังนั้น วิธีวิเคราะห์เทนเซอร์จึงสะดวกกว่าวิธีใช้พจน์รบกวนทางมุมเท ในการหาค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าขนาดความถี่ ULF-ELF ที่ค่ามุมเทใดๆ ในตัวกลางแอนไอโซโทรปิก