

บทที่ 4

การเปรียบเทียบผลการคำนวณเป็นค่าตัวเลข

ในบทที่ 2 เราจะได้ค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าอันดับศูนย์และอันดับหนึ่ง ในบริเวณใด ๆ เหนือพื้นโลก (หรือที่ค่ามุมแตกต่าง ๆ กัน) ซึ่งพอเพียงสำหรับการพิจารณาในช่วงความถี่ ULF-ELF⁽³⁾ โดยวิธีวิเคราะห์เทนเซอร์ และในบทที่ 3 เราจะได้ค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าอันดับศูนย์และอันดับหนึ่ง โดยวิธีประมาณใช้พจน์รบกวนทางมุมเท จากค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าอันดับศูนย์และอันดับหนึ่งเมื่อมุมเทมีค่าเท่ากับ 90° หรือที่ขั้วโลก เราจะพิจารณาเปรียบเทียบค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าอันดับศูนย์ และอันดับหนึ่งทั้งสองเป็นแบบตัวเลข

4.1 ค่าต่าง ๆ ที่เราจะนำมาใช้พิจารณา

4.1.1 ค่าของ σ_0 , σ_1 , และ σ_2

จากรูป 1.3 เราจะได้ค่าของ σ_0 , σ_1 , และ σ_2 เมื่อความสูงจากพื้นโลกเป็น 90 กม., 100 กม., 120 กม. ทั้งนี้เพื่อให้สอดคล้องกับงานวิจัยที่ได้กระทำมาแล้ว⁽⁴⁾ , ⁽⁵⁾

ตารางที่ 4.1

ค่าของ σ_0 , σ_1 , และ σ_2

| ความสูง (กม.) | σ_0 (โมห์/เมตร) | σ_1 (โมห์/เมตร) | σ_2 (โมห์/เมตร) |
|---------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| 90 | 3.1×10^{-5} | 1.2×10^{-7} | 1.9×10^{-6} |
| 100 | 1.0×10^{-3} | 4.0×10^{-7} | 1.2×10^{-5} |
| 120 | 5.0×10^{-3} | 1.3×10^{-6} | 1.8×10^{-6} |

4.1.2 หน่วยที่ใช้ในการพิจารณา

หน่วยของ k_x , k_y , และ k_z คือ km^{-1}

หน่วยของสนามไฟฟ้า คือ V/km

หน่วยของ x , y , และ z คือ km

4.1.3 ค่าของ k_x , k_y , และ k_z ซึ่งมีค่าเท่ากับ k_ξ , k_η และ k_ζ ตามลำดับ

เพื่อให้สอดคล้องกับงานวิจัยที่ได้กระทำมาแล้ว (4) . (5) และ เพื่อ

ความสะดวกเราจะให้ $k_x = k_y$ ดังนั้น

เมื่อ $k_z = 1$ เราใช้ $k_x = k_y = 1/\sqrt{2}$

$k_z = 0.1$ เราใช้ $k_x = k_y = 0.1/\sqrt{2}$

$k_z = 0.01$ เราใช้ $k_x = k_y = 0.01/\sqrt{2}$

4.1.4 ค่าของ x , y , และ z

เราจะพิจารณาเมื่อกรณี $x=0$, $y=0$, และ $z=0$ และกรณีที่

$x=1$, $y=1$, และ $z=1$ เพื่อเปรียบเทียบกัน

4.1.5 ค่าคงตัวต่าง ๆ ที่ได้จากการแก้สมการดิฟเฟอเรนเชียลของสนามไฟฟ้าสถิต V

ในบทที่ 2 ผลจากการแก้สมการดิฟเฟอเรนเชียลของศักย์ไฟฟ้าสถิต V ณ บริเวณใด ๆ ของโลก และบริเวณซิวโลกนั้น ถ้าเราได้ค่าเงื่อนไขขอบเขตเมื่อ $x=0$, $y=0$, และ $z=0$ ตรงบริเวณที่มีความสูงจากพื้นโลก 70 กม. หรือตัวกลางที่เราพิจารณาเป็นไอโซทรอปิก แล้ว เราจะได้ค่าคงตัว A_1 , A_2 , B_1 , B_2 , C_1 และ C_2 เพื่อความสะดวกเราจะพิจารณาเปรียบเทียบค่าตัวเลขของค่าสนามไฟฟ้าอันดับศูนย์และค่าสนามไฟฟ้าอันดับหนึ่ง เฉพาะชุดค่าคงตัว $A_1 B_1 C_1$ ซึ่งเราจะให้มีค่าเท่ากับ 1

4.2 การเปลี่ยนแปลงของค่า a , b , และ c เทียบกับค่ามุมแตกต่าง ๆ

ผลการคำนวณซึ่งแสดงถึงการเปลี่ยนแปลงของค่า a , b และ c เทียบกับค่ามุมแตกต่าง ๆ เป็นดังที่แสดงไว้ในรูปที่ 4.2 และ 4.3

4.2.1 ค่า a และ b กับค่ามุมเท

ที่ความสูงใด ๆ ก็ตาม ค่า $a = (\sigma_0/\sigma_1)^{1/2}$ จะเป็นค่าคงตัวที่ไม่

ขึ้นกับมุมเท ส่วนค่า b จะเริ่มต้นตั้งแต่ 1 ที่ค่ามุมเทเป็น 90° และจะมีค่าเพิ่มมากขึ้นไปจนถึงค่า a ซึ่งเป็นเส้นอะซิมป์โทต (asymptote) ของสมการ $b^2 = s^2 + a^2 c^2$

4.2.2 ค่า c กับค่ามุมเท

เมื่อค่ามุมเทมีค่าประมาณ 90° เราจะพบว่าค่า c จะมีค่าสูงมาก คล้ายกับฟังก์ชันเตลตาที่มียอดแหลมสูงชัน เนื่องจากนิพจน์ตัวหารของค่า c นั้นคือค่ายกกำลังสองของค่า b ซึ่งมีค่าน้อยในช่วงมุมเท $\approx 90^\circ$ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ที่ระดับซึ่งอยู่สูงจากพื้นดินมากๆ ค่า c ในช่วงมุมเท $\approx 90^\circ$ ก็จะมีค่าสูงมากขึ้นตามค่าของ b และค่า c เป็นลบเสมอ

3.4.3 ผลของการเปลี่ยนตัวแปรจาก x, y, z เป็นตัวแปร ζ, η, ξ

เมื่อเราได้เปลี่ยนตัวแปรจาก x, y, z เป็นตัวแปร ζ, η, ξ เราจะพบว่า ตัวแปร x และ ζ เป็นตัวแปรตัวเดียวกัน ตัวแปร y กับ η เป็นตัวแปรที่มีการเปลี่ยนสเกล ส่วนตัวแปร z กับตัวแปร ξ เป็นตัวแปรที่มีการหมุนแกนร่วมกันกับตัวแปร y เราจะหามุมระหว่างแกน ζ, η, ξ ได้ดังนี้

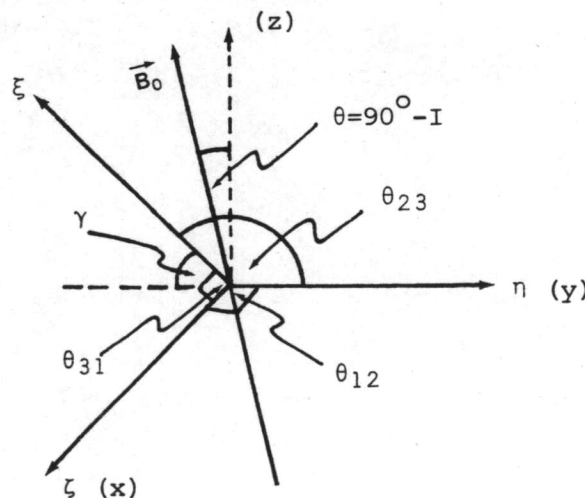
ให้ θ_{12}, θ_{23} , และ θ_{31} เป็นมุมระหว่างแกน ζ กับ η , η กับ ξ และ ξ กับ ζ ตามลำดับ ดังนั้นจาก Spiegel (1959) ⁽⁹⁾ เราจะได้

$$\cos\theta_{12} = g_{12}/\{\sqrt{g_{11}g_{12}}\} = 0 \quad ; \quad \theta_{12} = 90^\circ$$

$$\cos\theta_{23} = g_{23}/\{\sqrt{g_{22}g_{33}}\} = c/\sqrt{1+c^2} \quad ; \quad \theta_{23} = \cos^{-1} c/\sqrt{1+c^2}$$

$$\cos\theta_{31} = g_{31}/\{\sqrt{g_{33}g_{11}}\} = 0 \quad ; \quad \theta_{31} = 90^\circ$$

โดยที่ g_{ij} เป็นเอเลเมนต์ (element) ของเทนเซอร์คอนจูเกตในสมการ (12d) ของบทที่ 2



รูปที่ 4.1 แสดงมุมระหว่างแกน ζ, η , และ ξ

ผลการคำนวณแสดงไว้ในรูปที่ 4.4 เราจะพบว่ามุมระหว่างแกน ζ กับ η และ ζ กับ ξ ยังคงเป็น 90° ตามเดิม ส่วนมุมระหว่างแกน η กับ ξ จะมีผลเปลี่ยนแปลงตามค่า c หรือ จะมีผลเปลี่ยนแปลงตามค่า a หรือความสูง กับค่ามุมเท จากผลของการคำนวณเราจะพบว่าที่ค่ามุมเทประมาณ $90^\circ - 80^\circ$ เราจะไม่สามารถกำหนดเจาะจงค่า θ_{23} ได้ เนื่องจากค่า c ในช่วงนี้เปรียบเสมือนฟังก์ชันเตลตา แต่เมื่อค่ามุมเทมีค่าตั้งแต่ $80^\circ - 0^\circ$ เราจะพบว่าแกน η และ ξ จะทำมุมประมาณ $\theta_{23} \approx 180^\circ - I$ หรือแกน ξ จะทำมุม $\approx I$ กับแกน y ในระนาบ yz นั้นเอง

เราสามารถวิเคราะห์ตามความสูงของชั้นบรรยากาศได้ว่า ถ้าความสูงของชั้นบรรยากาศประมาณ 90 กม. ค่ามุม θ_{23} ในช่วงมุมเทที่มีค่าตั้งแต่ $90^\circ - 80^\circ$ จะมีค่าที่ไม่แน่นอน แต่ในช่วงมุมเทที่มีค่าตั้งแต่ $80^\circ - 0^\circ$ จะมีค่าประมาณ $180^\circ - I$ แต่ถ้าความสูงของชั้นบรรยากาศที่สูงขึ้นไปอีก ค่า θ_{23} ในช่วงมุมเทตั้งแต่ $90^\circ - 80^\circ$ เริ่มจะมีค่าเข้าใกล้ $180^\circ - I$ เรื่อย ๆ และรูปกราฟจะคล้าย ๆ กับกราฟของค่า c ตามรูปที่ 4.3

4.4 การแปรค่าของสนามตามค่า z

เมื่อพิจารณาเฉพาะนิพจน์เอกซ์โพเนนเชียลของสนามซึ่งแปรตามตัวแปร z คือ $\exp(-k_z \frac{b}{a} z)$ และ $\exp(+k_z \frac{b}{a} z)$ เราจะพบว่านิพจน์ดังกล่าวจะขึ้นอยู่กับค่า k_z , b (หรือมุมเท I และระดับความสูง) ซึ่งได้แสดงผลเป็นรูปที่ 4.5 เราจะได้ว่า

4.4.1 เมื่อค่า k_z มีค่าสูง $k_z = 1$ นิพจน์ $\exp(-k_z \frac{b}{a} z)$ และ $\exp(+k_z \frac{b}{a} z)$ จะมีค่าแปรตามมุม เทโดยเฉพาะช่วงท้าย ๆ ของกราฟ (มุม เทตั้งแต่ $40^\circ - 0^\circ$) เส้นโค้งที่แสดงไว้ในรูปที่ 4.5 จะมีลักษณะเข้าใกล้เส้นโค้งเอกซ์โพเนนเชียล เนื่องจากในช่วงดังกล่าวค่า $\frac{b}{a}$ ที่มีผลต่อนิพจน์ดังกล่าว และมีค่าประมาณเข้าใกล้ 1

4.4.2 เมื่อค่า k_z มีค่าน้อย ($k_z = 0.01 - 0.1$) นิพจน์ $\exp(-k_z \frac{b}{a} z)$ และ $\exp(+k_z \frac{b}{a} z)$ จะมีค่าเกือบคงตัวแทบจะไม่แปรตามมุม เท เนื่องจากในช่วงนี้ค่า k_z เริ่มมีผลต่อนิพจน์ดังกล่าว

4.4.3 ที่ระดับความสูงใด ๆ นิพจน์เอกซ์โพเนนเชียลของสนามซึ่งแปรตาม z จะมีค่าประมาณเท่ากันในช่วงมุมเทตั้งแต่ $80^\circ - 0^\circ$ ที่ค่า k_z เดียวกัน เนื่องจากค่า $\frac{b}{a}$ ซึ่งเป็นตัวที่มีผลต่อนิพจน์เอกซ์โพเนนเชียลของสนามซึ่งแปรตาม z มีค่าประมาณเท่ากันในช่วงมุม เทตั้งแต่ $80^\circ - 0^\circ$

3.4.5 ค่าสนามไฟฟ้าอันดับศูนย์ที่ค่ามุมเทใด ๆ จากการคำนวณโดยวิธีวิเคราะห์เทนเซอร์

ค่าสนามไฟฟ้าอันดับศูนย์ที่ค่ามุมเทใด ๆ จากการคำนวณโดยวิธีวิเคราะห์เทนเซอร์

นี้เราจะพิจารณาสนามที่มีค่าคงตัว $A_1 B_1 C_1$ ในสมการ (21) จากบทที่ 2 หัวข้อ 2.2 จะสมมติให้ค่าคงตัวดังกล่าวมีค่าเท่ากับ 1 ทำให้ได้

$$\begin{aligned} e_{x0} &= k_x \sin(k_x x) \cos\left(\frac{k_y y}{b}\right) \exp\left\{-k_z \frac{b}{a} (cy - z)\right\} \\ e_{y0} &= \cos(k_x x) \left\{ \frac{k_y}{b} \sin\left(\frac{k_y y}{b}\right) - k_z \frac{bc}{a} \cos\left(\frac{k_y y}{b}\right) \right\} \exp\left\{-k_z \frac{b}{a} (cy - z)\right\} \\ e_{z0} &= k_z \frac{b}{a} \cos(k_x x) \cos\left(\frac{k_y y}{b}\right) \exp\left\{-k_z \frac{b}{a} (cy - z)\right\} \end{aligned}$$

เราสามารถแยกได้เป็น

4.5.1 ค่าสนามไฟฟ้าอันดับศูนย์ในแนวแกน (e_{x0}) จากผลการคำนวณดัง

แสดงในรูปที่ 4.6 เราพอจะสรุปได้ว่า ค่า e_{x0} จะขึ้นอยู่กับค่า k_z , มุมเท (I , ที่ปรากฏอยู่ในรูปของค่า b และ c), ระดับความสูงของชั้นบรรยากาศ, (ที่ปรากฏอยู่ในรูปของ σ_0 และ σ_1) และค่า x , y , และ z โดยที่ค่า e_{x0} จะมีค่าค่อนข้างคงตัวเมื่อเทียบกับมุมเท โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อค่า k_z มีค่าน้อย ($k_z = 0.1$ และ 0.01) เมื่อพิจารณาจากนิพจน์ในสมการของสนามแล้ว เราจะเห็นว่าส่วนที่สำคัญที่สุดจะอยู่ที่ค่าเอกซ์โพเนนเชียลนั่นเอง ด้วยเหตุที่ว่า ค่าเอกซ์โพเนนเชียลของค่าที่น้อยกว่า 1 มาก ๆ (ในกรณีที่ $k_z = 0.1$ หรือ 0.01) จะมีค่าค่อนข้างคงตัวและมีค่าเข้าใกล้ 1

เมื่อค่า $x=0$, $y=0$, $z=0$ เราจะพบว่าเส้นโค้งของ e_{x0} จะค่อนข้างเรียบ เนื่องจากผลของค่า b ในค่าไซน์และ หรือโคไซน์ของตัวแปร y ไม่มีผลต่อ e_{x0} แต่เมื่อค่า $x=1$, $y=1$, และ $z=1$ เส้นโค้งของ e_{x0} เริ่มมีการเปลี่ยนแปลงมากโดยผลจากค่าไซน์และ หรือโคไซน์ของตัวแปร y ซึ่งมีผลของค่า b มาเกี่ยวข้อง หรืออีกนัยหนึ่ง e_{x0} จะแปรตามมุมเทมากหรือน้อยตามจุดที่กหนดนั่นเอง ในตัวอย่างผลการคำนวณที่แสดงนี้เราจะได้ค่า $e_{x0} = 0$ เมื่อ $x=0$, $y=0$ และ $z=0$

ที่ระดับความสูงต่าง ๆ กัน และที่ค่า k_z เดียวกัน ค่า e_{x_0} จะมีค่าประมาณเท่ากันเนื่องจากค่า b (ซึ่งแปรตามความสูง) ไม่ได้เป็นองค์ประกอบที่สำคัญของสมการ

4.5.2 ค่าสนามไฟฟ้าอันดับศูนย์ในแนวแกน y (e_{y_0}) จากผลการคำนวณดังแสดงในรูปที่ 4.6 เราพอจะสรุปได้ว่า ค่า e_{y_0} จะขึ้นอยู่กับค่า k_z , มุมเท (I , ที่ปรากฏอยู่ในรูปของค่า b และ c), ระดับความสูงของชั้นบรรยากาศ (ที่ปรากฏอยู่ในรูปของ σ_0 และ σ_1) และค่า x , y , และ z โดยที่ค่า e_{y_0} จะมีค่าเปลี่ยนแปลงมากตามมุมเท เมื่อพิจารณาจากรูปของสมการแล้ว ส่วนที่สำคัญที่สุด จะอยู่ที่ค่า b และค่า c ซึ่งค่าดังกล่าวจะมีค่ามากเมื่อเทียบกับฟังก์ชันอื่น ๆ เช่น ไซน์, โคไซน์ และ เอกซ์โพเนนเชียล (รูปที่ 4.2, 4.6) เมื่อค่ามุมเทมีค่า $\approx 0^\circ$ ค่า e_{y_0} จะมีค่าประมาณเท่ากับ 0 เนื่องจากค่า b และ c ดังกล่าวมีค่าเท่ากับ 0 และเมื่อมุมเทมีค่า $\approx 90^\circ$ ค่า e_{y_0} จะมีค่าประมาณเท่ากับ 0 อีกเช่นกัน เนื่องจากค่า c จะมีค่าเท่ากับ 0 และพบว่า เมื่อ k_z มีค่ามาก ($k_z=1$) เส้นโค้ง e_{y_0} เมื่อค่ามุมเทในช่วง ≈ 0 และ $\approx 90^\circ$ จะชันน้อยกว่า เมื่อ k_z มีค่าน้อย ($k_z=0.1, 0.01$) เนื่องจาก k_z เป็นผลคูณของค่า b และ c ซึ่งมีค่าน้อยเช่นกัน ทำให้เมื่อมุมเท ≈ 0 และ $\approx 90^\circ$ ค่า e_{y_0} เมื่อ $k_z=1$ จะมีค่าน้อยกว่าค่า e_{y_0} เมื่อ $k_z=0.1$ และ 0.01 เป็น 10 และ 100 เท่าตามลำดับ

เมื่อค่า $x=0, y=0, z=0$ เราจะพบว่าเส้นโค้ง e_{y_0} จะค่อนข้างเรียบ และที่ค่า $x=1, y=1, z=1$ เส้นโค้ง e_{y_0} ก็จะมีแนวโน้มชันมากขึ้นด้วยเหตุผลเดียวกันกับ e_{x_0} ในหัวข้อ 4.5.1

ที่ระดับความสูงต่าง ๆ กัน ค่า e_{y_0} จะมีค่าเปลี่ยนแปลงต่างกัน เนื่องจากผลของค่า b และ c (ซึ่งแปรตามความสูง) เป็นส่วนประกอบที่สำคัญของสมการ

4.5.3 ค่าสนามไฟฟ้าอันดับศูนย์ในแนวแกน z (e_{z_0}) จากผลการคำนวณดังแสดงในรูปที่ 4.6 เราพอจะสรุปได้ว่า ค่า e_{z_0} จะขึ้นอยู่กับค่า k_z , มุมเท (I , ที่ปรากฏอยู่ในรูปของค่า b , และ c), ระดับความสูงของชั้นบรรยากาศ (ที่ปรากฏอยู่ในรูปของ σ_0 และ σ_1) และค่า x , y , และ z โดยที่ค่า e_{z_0} จะมีค่าเปลี่ยนแปลงตามมุมเทมาก เมื่อพิจารณารูปของสมการแล้ว ส่วนที่สำคัญที่สุดจะขึ้นอยู่กับค่า b ซึ่งเส้นโค้ง e_{z_0} จะมีลักษณะคล้าย ๆ กับค่า b ด้วย

เมื่อค่า $x=0, y=0, z=0$ และค่า $x=1, y=1, z=1$ จะมีผลแบบเดียวกับค่า e_{x_0} และ e_{y_0} ในหัวข้อ 4.5.1 และ 4.5.2

ที่ระดับความสูงต่าง ๆ กัน เมื่อค่า k_z มีค่ามาก ($k_z=1$) เราจะพบว่า e_{z0} จะมีค่าลดลงและเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว ($I \approx 0^\circ$) เมื่อเปรียบเทียบกับตอนที่ k_z มีค่าน้อย ($k_z=0.1$ และ $k_z=0.01$) แล้วเราจะเห็นว่าในกรณี 2 กรณีหลังนี้ เส้นโค้ง e_{z0} จะค่อนข้างเรียบกว่า เนื่องจากผลของผลคูณ $k_z \frac{b}{a}$ เมื่อ $k_z=1$ อิทธิพลส่วนใหญ่จะขึ้นกับค่า $\frac{b}{a}$ และเมื่อ $k_z=0.1$ และ 0.01 อิทธิพลส่วนใหญ่จะขึ้นกับค่า k_z หรืออีกนัยหนึ่ง ค่า e_{z0} จะขึ้นกับระดับความสูงเมื่อค่า k_z มีค่ามากนั่นเอง

4.6 ค่าสนามไฟฟ้าอันดับหนึ่งที่มีความถี่ใด ๆ จากการคำนวณโดยวิธีวิเคราะห์เทนเซอร์

ในการแสดงตัวอย่างการคำนวณค่าสนามไฟฟ้าอันดับหนึ่งใด ๆ ซึ่งหาได้โดยวิธีวิเคราะห์เทนเซอร์ เราจะพิจารณาสนามที่มีค่าคงตัว $A_1 B_1 C_1$ ในสมการ (31) และ (32) จากบทที่ 2 หัวข้อ 2.2 และจะสมมติให้ค่าคงตัวดังกล่าวมีค่าเท่ากับ 1 ดังนี้

$$\begin{aligned}
 e_{x1} &= iw \left\{ \sin(k_x x) \left[\sin\left(\frac{ky}{b}\right) P_1 + \cos\left(\frac{ky}{b}\right) Q_1 \right] \right. \\
 &\quad \left. + \cos(k_x x) \left[\sin\left(\frac{ky}{b}\right) R_1 + \cos\left(\frac{ky}{b}\right) O_1 \right] \right\} \xi \exp\left\{-k_z \frac{b}{a} (cy-z)\right\} \\
 e_{y1} &= iw \left\{ \sin(k_x x) \left[\sin\left(\frac{ky}{b}\right) P_2/b + \cos\left(\frac{ky}{b}\right) Q_2/b \right] \right. \\
 &\quad \left. + \cos(k_x x) \left[\sin\left(\frac{ky}{b}\right) R_2/b + \cos\left(\frac{ky}{b}\right) O_2/b \right] \right\} \xi \exp\left\{-k_z \frac{b}{a} (cy-z)\right\} \\
 e_{z1} &= iw \left\{ \sin(k_x x) \left[\sin\left(\frac{ky}{b}\right) \left(\frac{bc}{a} P_2 + \frac{b}{a} P_3\right) + \cos\left(\frac{ky}{b}\right) \left(-\frac{bc}{a} Q_2 + \frac{b}{a} Q_3\right) \right] \right. \\
 &\quad \left. + \cos(k_x x) \left[\sin\left(\frac{ky}{b}\right) \left(-\frac{bc}{a} R_2 + \frac{b}{a} R_3\right) + \cos\left(\frac{ky}{b}\right) \left(-\frac{bc}{a} O_2 + \frac{b}{a} O_3\right) \right] \right\} \\
 &\quad \xi \exp\left\{-\frac{b}{a} (cy-z)\right\}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างผลการคำนวณที่จะแสดงต่อไปนี้ จะแสดงค่า e_{x1}/iw , e_{y1}/iw , และ e_{z1}/iw โดยที่ ω ในช่วงความถี่ ULF จะมีค่าอยู่ในช่วง $4.4-1.88 \times 10^2$ rad/sec และในช่วงความถี่ ELF จะมีค่าอยู่ในช่วง $1.88 \times 10^2 - 1.88 \times 10^4$ rad/sec เราสามารถแยกได้เป็น

4.6.1 ค่าสนามไฟฟ้าอันดับหนึ่งในแนวแกน x (e_{x1}) จากผลการคำนวณ ดังแสดงในรูปที่ 4.7 เราสรุปได้ว่า ค่า e_{x1} ในช่วงความถี่ ULF-ELF (เมื่อนำผลการคำนวณคูณด้วยค่า ω) จะมิต่ำน้อยกว่าค่า e_{x0} มาก ค่า e_{x1} จะขึ้นอยู่กับค่า k_z , มุมเท (I, ที่ปรากฏอยู่ในรูปของค่า b และ c), ระดับความสูงของชั้นบรรยากาศ (ที่ปรากฏอยู่ในรูปของ σ_0 , σ_1 , และ σ_2) และค่า x, y, และ z โดยที่ค่า e_{x1} จะมีเส้นโค้งค่อนข้างเรียบในช่วงค่ามุมเท มีค่าประมาณ $80^\circ - 0^\circ$ และจะมีเส้นโค้งค่อนข้างชันมาก เมื่อมุมเทมีค่าประมาณ $90^\circ - 80^\circ$ เนื่องจากค่า e_{x1} จะมีค่า ξ เป็นองค์ประกอบอันหนึ่งของสมการ และค่า ξ จะขึ้นอยู่กับค่า b/a กรณีนี้จะคล้าย ๆ กับกรณีของ e_{z0} ในหัวข้อ 4.5.3

เมื่อ $x=0$, $y=0$, $z=0$ เราจะได้ค่า e_{x1} มีค่าเท่ากับ 0 เนื่องจากผลของค่า ξ ซึ่งมีองค์ประกอบเป็นตัวแปร y และ z และเมื่อ $x=1$, $y=1$, $z=1$ ก็จะได้ค่า e_{x1} (ตามรูปที่ 4.7) ซึ่งมีค่าน้อยยิ่งเมื่อเทียบกับ e_{x0}

ที่ระดับความสูงต่าง ๆ กัน ค่าคงตัว P_1 , Q_1 , R_1 , O_1 ที่มี σ_0 , σ_1 , และ σ_2 เป็นองค์ประกอบ จะมีค่าแปรตามความสูงและค่า k_z และค่าคงตัวดังกล่าวนี้เองที่ทำให้ค่า e_{x1} มีค่าน้อยยิ่งเมื่อเทียบกับ e_{x0}

เมื่อมุมเทมีค่า 90° ค่าคงตัวของ e_{x1} จะเป็นค่าเดียวกับค่าคงตัวของสนามไฟฟ้าอันดับหนึ่งในแนวแกน x ในหัวข้อ 2.3.4

ค่าสนามไฟฟ้าอันดับหนึ่งในแนวแกน y (e_{y1}) จากผลการคำนวณ ดังแสดงในรูปที่ 4.7 เราจะสรุปได้ว่า ค่า e_{y1} ในช่วงความถี่ ULF-ELF (เมื่อนำผลการคำนวณคูณด้วยค่า ω) จะมิต่ำน้อยกว่าค่า e_{x0} มาก เราจะพบว่า ค่า e_{y1} จะขึ้นอยู่กับค่า k_z , มุมเท (I, ที่ปรากฏอยู่ในรูปของ b และ c), ระดับความสูงของชั้นบรรยากาศ (ที่ปรากฏอยู่ในรูปของ σ_0 , σ_1 , และ σ_2), และค่า x, y และ z เมื่อพิจารณาจากสมการแล้ว เราจะพบว่า e_{y1} จะขึ้นอยู่กับค่า $\frac{1}{b}$ อีกค่าหนึ่งด้วยซึ่งทำให้เส้นโค้ง e_{y1} จะค่อนข้างชันในช่วงมุมเท $\approx 90^\circ - 80^\circ$

เมื่อค่า $x=0$, $y=0$, $z=0$ และ $x=1$, $y=1$, $z=1$ ก็จะเป็นกรณีคล้าย ๆ กับ e_{x1} ในหัวข้อ 4.6.1

ที่ระดับความสูงต่าง ๆ กัน ค่าคงตัว P_2 , Q_2 , R_2 , O_2 ที่มี

σ_0 , σ_1 , และ σ_2 เป็นองค์ประกอบ จะมีค่าแปรตามความสูง และค่า k_z และค่าคงตัวดังกล่าวนี้เองที่ทำให้ค่า e_{y1} มีค่าน้อยยิ่งเทียบกับ e_{y0}

เมื่อมุมเทมีค่า 90° ค่าคงตัวของ e_{y1} จะเป็นค่าเดียวกับค่าคงตัวของสนามไฟฟ้าอันดับหนึ่งในแนวแกน y ในหัวข้อ 2.3.4

4.6.3 ค่าสนามไฟฟ้าอันดับหนึ่งในแนวแกน z (e_{z1}) จากผลการคำนวณดังแสดงในรูปที่ 4.8 เราสรุปได้ว่า ค่า e_{z1} ในช่วงความถี่ ULF-ELF (เมื่อนำผลการคำนวณคูณด้วยค่า ω) จะมีค่าน้อยกว่าค่า e_{z1} มาก เราจะพบว่าค่า e_{z1} จะขึ้นอยู่กับค่า k_z , มุมเท (I , ที่ปรากฏอยู่ในรูปของค่า b และ c) , ระดับความสูงของชั้นบรรยากาศ (ที่ปรากฏอยู่ในรูปของ σ_0 , σ_1 , และ σ_2) และค่า x , y และ z โดยที่ค่า e_{z1} จะมีเส้นโค้งคล้าย ๆ กับกรณีของค่า e_{x1} เมื่อพิจารณาจากสมการแล้วเราจะพบว่า e_{z1} จะขึ้นอยู่กับค่า a , b , c และค่าคงตัว P_2 , Q_2 , R_2 , O_2 และ P_3 , Q_3 , R_3 , O_3

เมื่อ $x=0$, $y=0$, $z=0$ และ $x=1$, $y=1$, $z=1$ ก็จะเป็นกรณีคล้าย ๆ กับ e_{x1} ในหัวข้อ 4.6.1 ที่ระดับความสูงต่าง ๆ กัน ค่าคงตัว P_2 , Q_2 , R_2 , O_2 และ P_3 , Q_3 , R_3 , O_3 ที่มี σ_0 , σ_1 , และ σ_2 เป็นองค์ประกอบ จะมีค่าแปรตามความสูงและ k_z และค่าคงตัวดังกล่าวนี้เองที่ทำให้ e_{z1} มีค่าน้อยยิ่งเมื่อเทียบกับ e_{z0}

เมื่อมุมเทมีค่า 90° ค่าคงตัวของ e_{z1} จะเป็นค่าเดียวกับค่าคงตัวของสนามไฟฟ้าอันดับหนึ่งในแนวแกน z ในหัวข้อ 2.3.4

4.6.4 ค่าคงตัวต่าง ๆ ที่ปรากฏอยู่ในรูปของสนามไฟฟ้าอันดับหนึ่ง

จากตารางที่ 2.4 เราได้แสดงค่าต่าง ๆ ของค่าคงตัวที่ปรากฏอยู่ในรูปของสนามไฟฟ้าอันดับหนึ่ง จากค่าคงตัว P_1 , Q_3 , R_1 , O_1 ; P_2 , Q_2 , R_2 , O_2 ; และ P_3 , Q_3 , R_3 , O_3 เราจะพบว่าส่วนที่สำคัญที่สุดคือค่า f_0 , f_1 , f_2 , f_3 , f_4 , f_5 และ f_6 ส่วนค่าอื่น ๆ ที่ปรากฏต่อมานั้น จะมีค่าน้อยยิ่งเมื่อเทียบกับค่าคงตัว f_0 , f_1 , f_2 , f_3 , f_4 , f_5 และ f_6 เนื่องจากค่าคงตัว f_1 , f_2 , f_3 , f_4 , f_5 และ f_6 จะมีค่า $\frac{\epsilon_0}{\sigma_1}$ เป็นองค์ประกอบ ส่วนค่าคงตัวอื่น ๆ จะมีค่า $\mu_0 \left\{ \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1} - (\sigma_1 - \sigma_0) \right\}$ เป็นองค์ประกอบ เราพบว่าค่า $\frac{\epsilon_0}{\sigma_1} > \mu_0 \left\{ \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1} - (\sigma_1 - \sigma_0) \right\}$ ที่ค่าความสูงใด ๆ ก็ตาม

4.7 ค่าสนามไฟฟ้าอันดับศูนย์ที่ค่ามุมเทในช่วง $82^\circ-90^\circ$ จากการคำนวณโดยวิธี

พจน์รบกวน

จากนิพจน์ของสนามไฟฟ้าอันดับศูนย์ ที่ค่ามุมเทในช่วง $82^\circ-90^\circ$ ซึ่งคำนวณโดยวิธีพจน์รบกวนหัวข้อ 3.3.2 เราจะพิจารณาสนามที่มีค่าคงตัว $A_1 B_1 C_1$ และจะสมมติค่าคงตัวดังกล่าวมีค่าเท่ากับ 1 ทำให้ได้

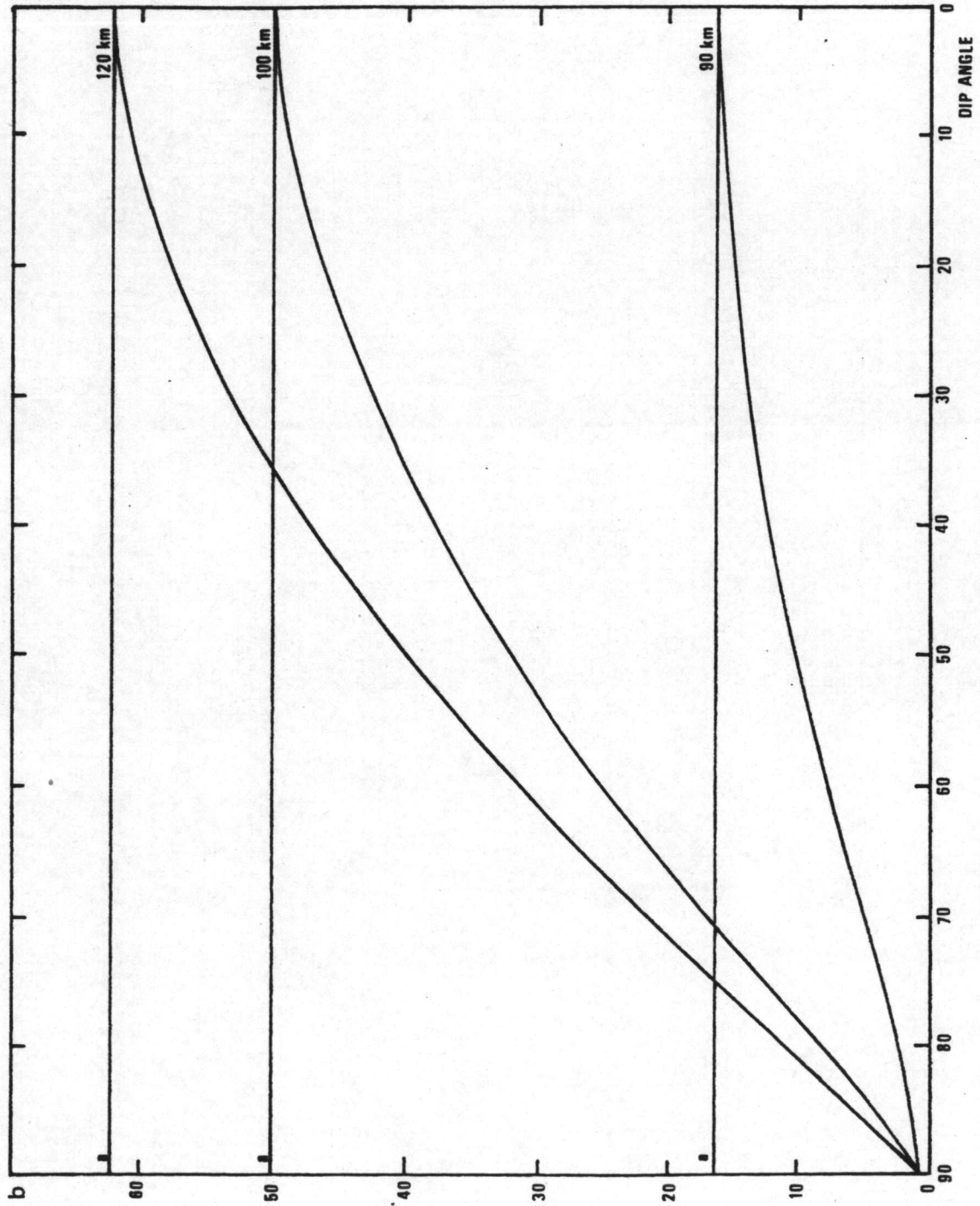
$$\begin{aligned}
 e_{x0} &= k_x \sin(k_x x) \cos(k_y y) \exp\left\{-k_z \frac{b}{a} (cy-z)\right\} \\
 &+ \theta \left\{ k_x \sin(k_x x) \sin(k_y y) (J_1 z) \exp\left\{-k_z \frac{b}{a} (cy-z)\right\} \right\} \\
 &+ \theta^2 \left\{ k_x \sin(k_x x) \cos(k_y y) (R_1 z + S_1 z^2) \exp\left\{k_z \frac{b}{a} (cy-z)\right\} \right\} \\
 e_{y0} &= k_y \cos(k_x x) \sin(k_y y) \exp\left\{-k_z \frac{b}{a} (cy-z)\right\} \\
 &+ \theta \left\{ k_y \cos(k_x x) \cos(k_y y) (J_1 z) \exp\left\{-k_z \frac{b}{a} (cy-z)\right\} \right\} \\
 &+ \theta^2 \left\{ k_y \cos(k_x x) \sin(k_y y) (R_1 z + S_1 z^2) \exp\left\{-k_z \frac{b}{a} (cy-z)\right\} \right\} \\
 e_{z0} &= k_z \beta \cos(k_x x) \cos(k_y y) \exp\left\{-k_z \frac{b}{a} (cy-z)\right\} \\
 &- \theta \left\{ \cos(k_x x) \cos(k_y y) (J_1 - J_1 k_z \beta) \exp\left\{-k_z \frac{b}{a} (cy-z)\right\} \right\} \\
 &- \theta^2 \left\{ \cos(k_x x) \cos(k_y y) \left\{ (R_1 + 2S_1 z) - (R_1 z + S_1 z^2) k_z \beta \right\} \right. \\
 &\left. \exp\left\{-k_z \frac{b}{a} (cy-z)\right\} \right\}
 \end{aligned}$$

จากผลการคำนวณแสดงไว้ในรูป 4.8 ที่แสดงไว้เฉพาะเมื่อความสูง 90 กม. เราจะพบว่า การคำนวณโดยวิธีพจน์รบกวนจะให้ค่าสนามไฟฟ้าในแนวแกน x และแนวแกน z ได้แม่นยำ เมื่อค่ามุมเทมีค่าใกล้เคียง 90° มาก ๆ เท่านั้น แต่สนามไฟฟ้าในแนวแกน y ผิดไปมาก โดยเฉพาะเมื่อค่า k_z มีค่าน้อย ($k_z = 0.1$, $k_z = 0.01$) เนื่องจากเมื่อพิจารณาจากสมการของค่าสนามไฟฟ้าในแนวแกน y จากการคำนวณโดยวิธีเทนเซอร์นั้น จะมีผลของค่า b มาเกี่ยวข้องด้วย การประมาณโดย

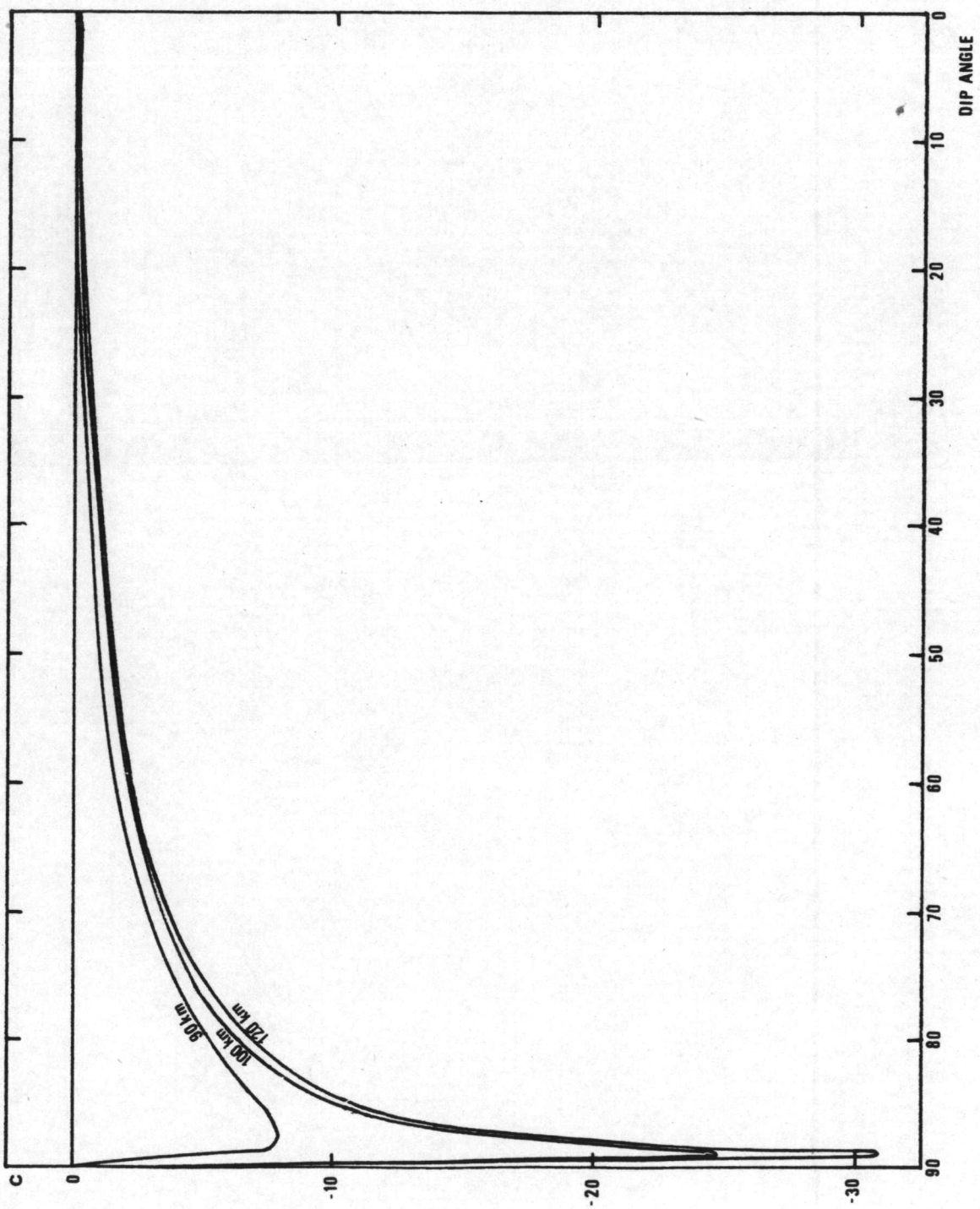
วิธีใช้พจน์รบกวนเฉพาะค่ายกกำลัง 2 ของมุม θ ยังไม่เพียงพอต่อการประมาณค่า ส่วนค่าสนามไฟฟ้าในแนวแกน x และแกน z จะมีค่าค่อนข้างใกล้เคียงในช่วงดังกล่าว

แต่เมื่อค่ามุมเทมิมค่ามากขึ้น การประมาณเริ่มมีค่าแตกต่างจากค่าที่คำนวณโดยวิธีคำนวณเทนเซอร์มาก เพราะจากการประมาณฟังก์ชันไซน์โดยให้ $\sin\theta \approx \theta$ นั้น จะมีผลตึกก็ต่อเมื่อมีค่าน้อย ๆ เท่านั้น

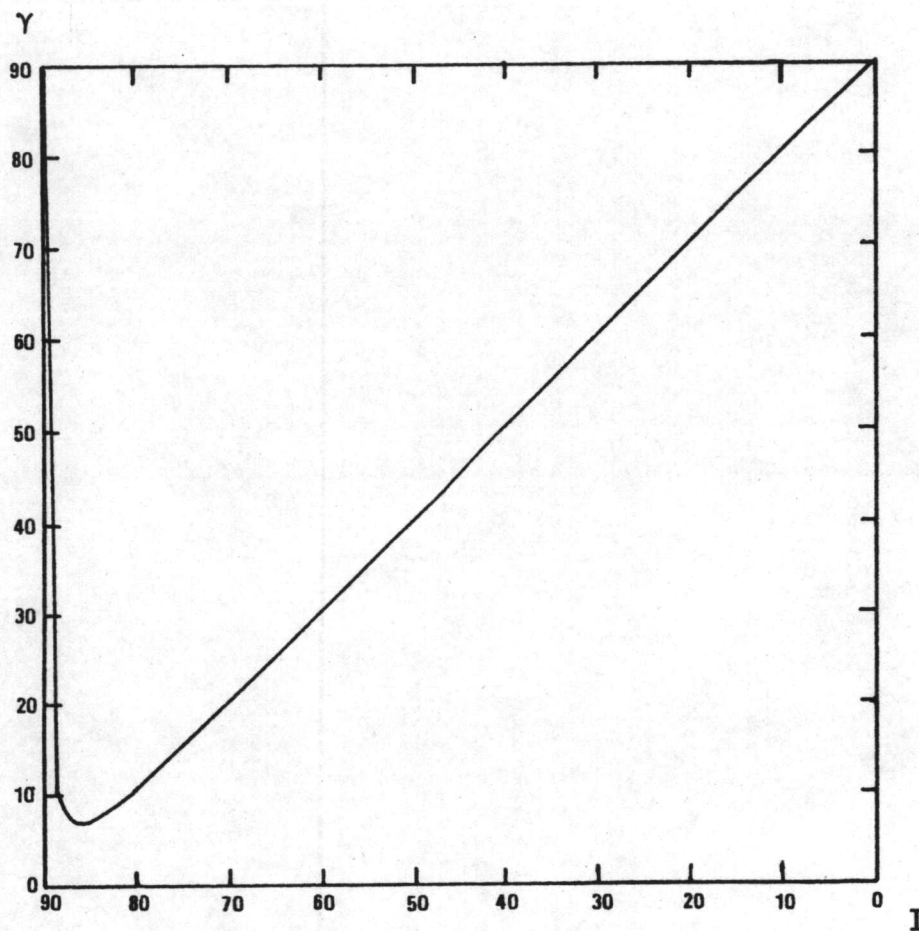
การคำนวณโดยวิธีพจน์รบกวนมีความยุ่งยากมากไม่เหมาะกับการคำนวณค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ค่ามุมเทโต ๆ และผลที่ได้ก็ยังคงแตกต่างกับการคำนวณโดยวิธีวิเคราะห์เทนเซอร์มาก



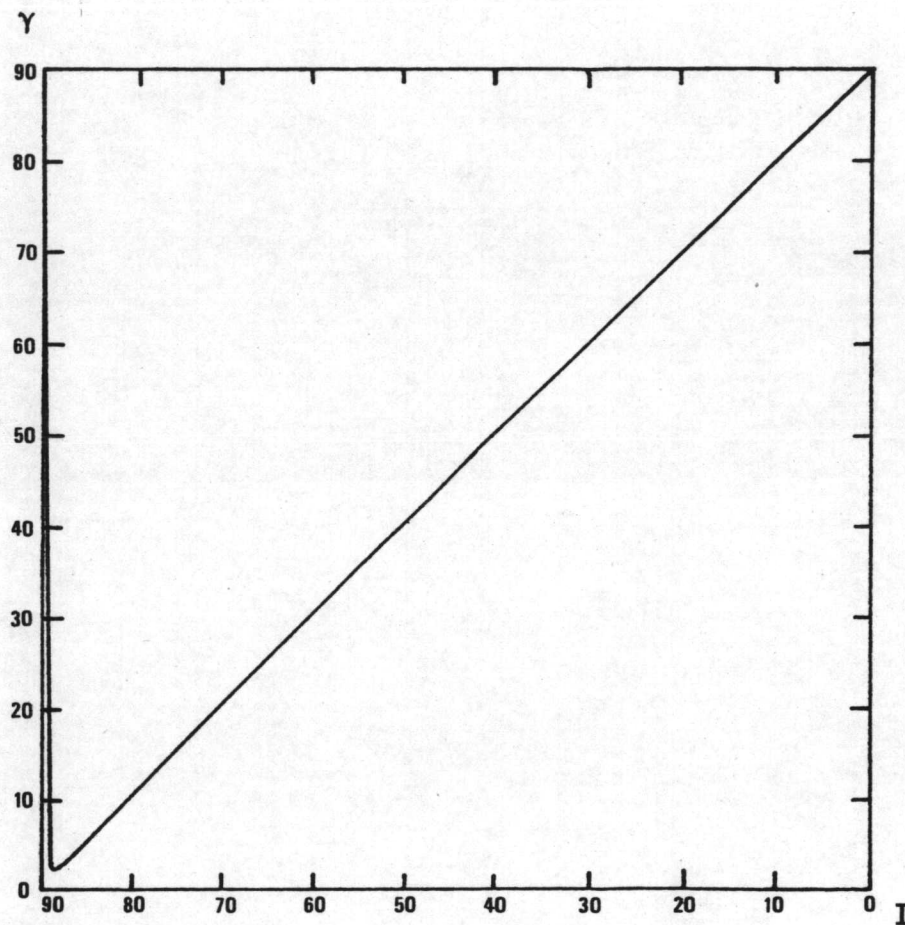
รูปที่ 4.2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า a และ b กับมุมเท I ที่ระดับความสูงต่าง ๆ กัน



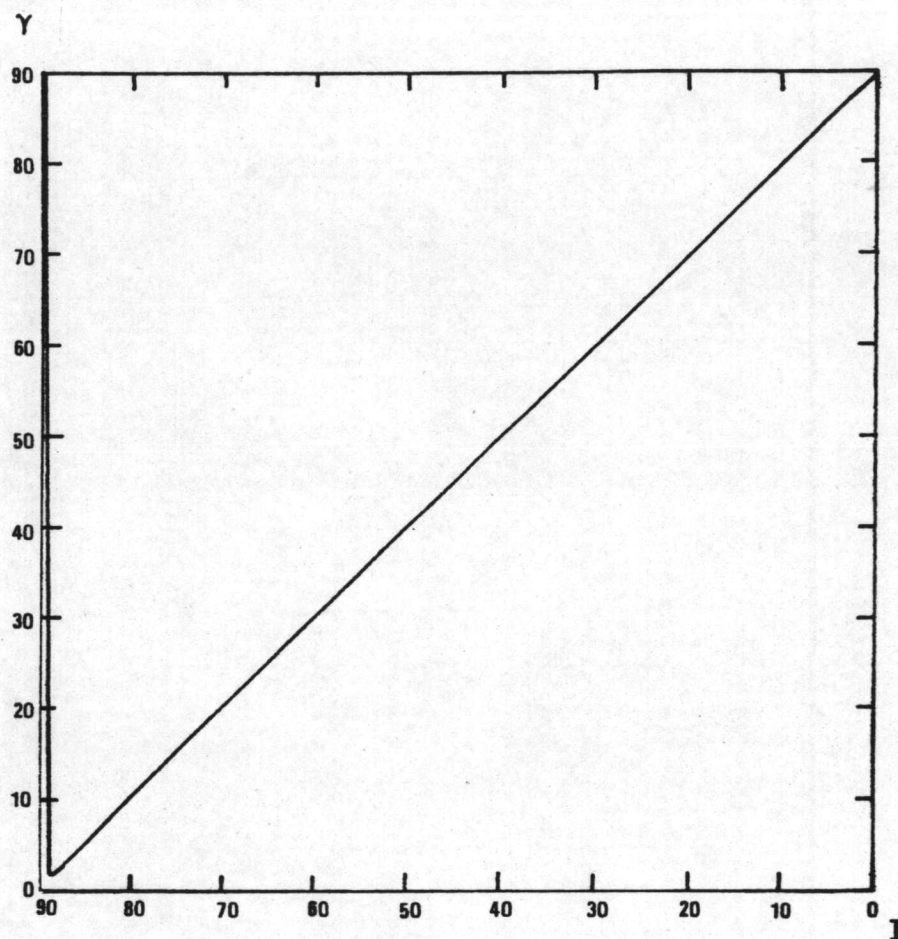
รูปที่ 4.3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า c กับมุมเท I ที่ระดับความสูงต่าง ๆ กัน



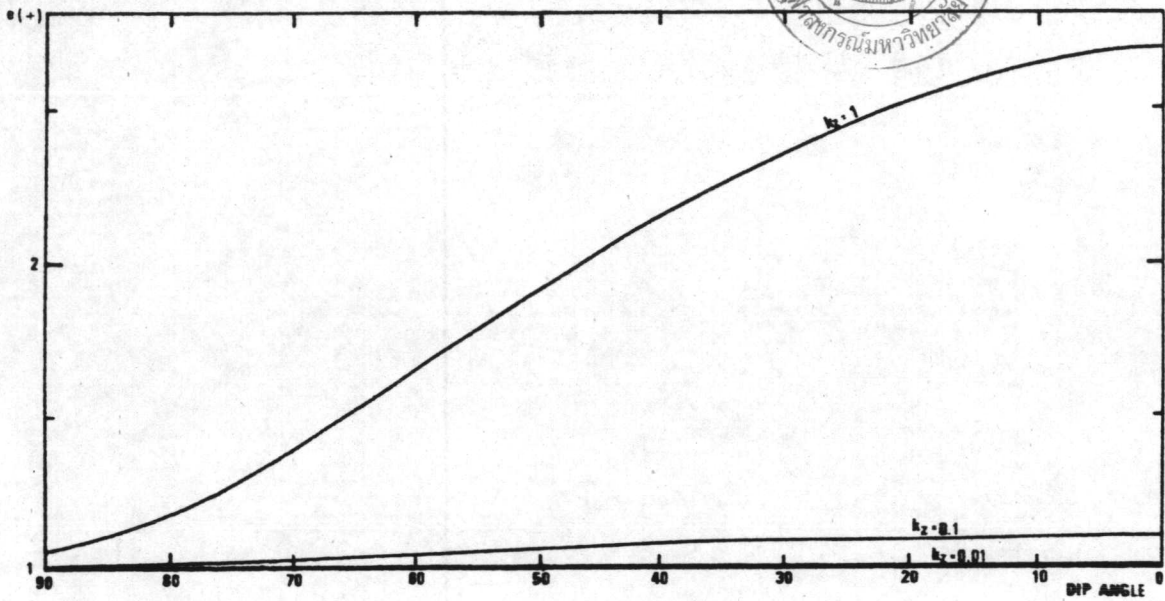
รูปที่ 4.4 (ก) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างมุม I กับมุม γ ที่ระดับความสูง 90 กิโลเมตร



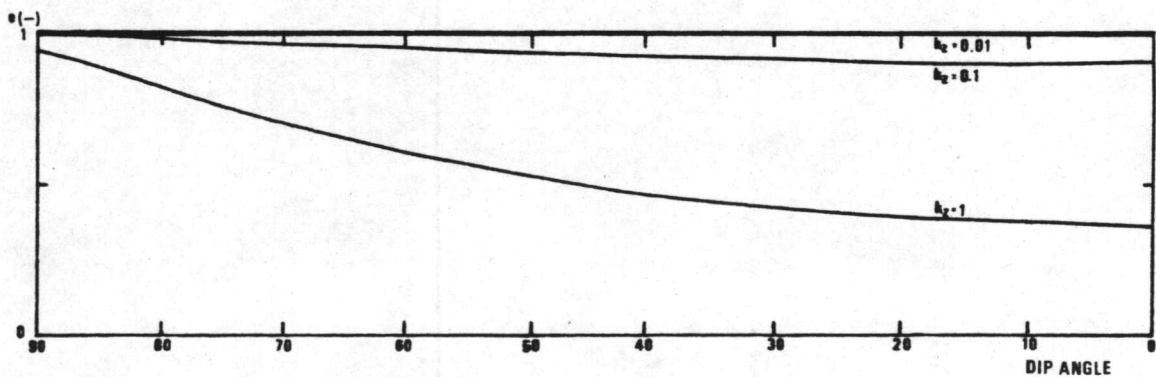
รูปที่ 4.4 (ข) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างมุม I กับมุม γ ที่ระดับความสูง 100 กิโลเมตร



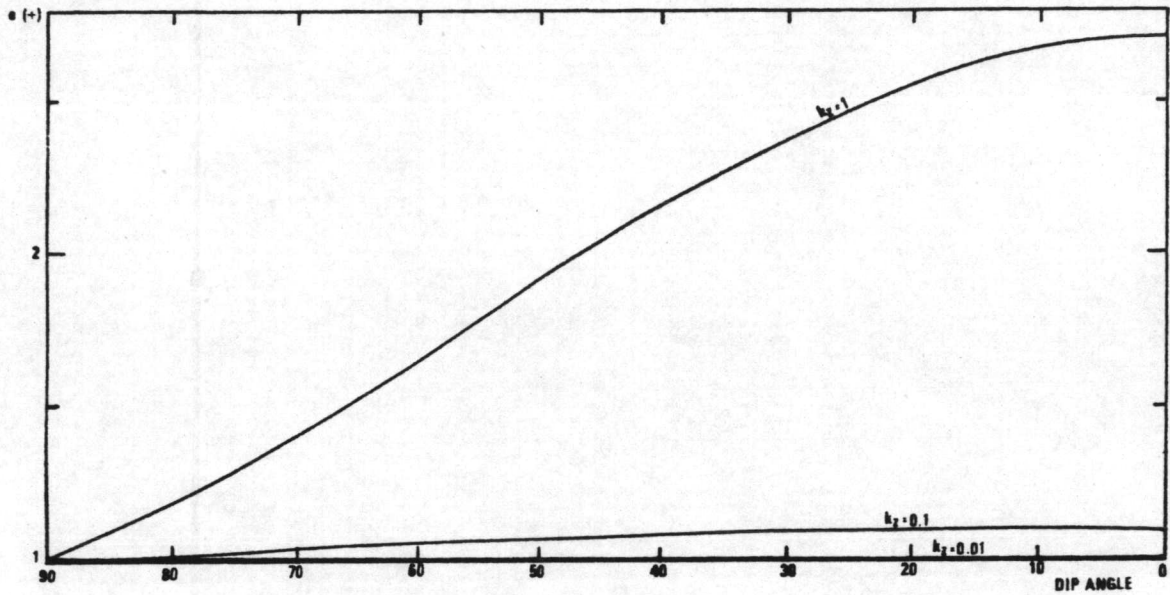
รูปที่ 4.4 (ค) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างมุม I กับมุม γ ที่ระดับความสูง 120 กิโลเมตร



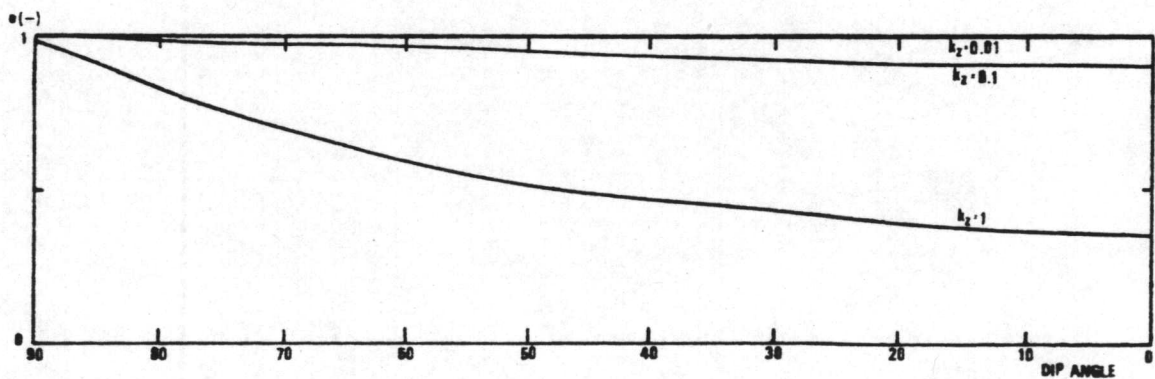
รูปที่ 4.5 (ก) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลของ $(+z)$ กับมุมเท I ที่ระดับความสูง 90 กิโลเมตร



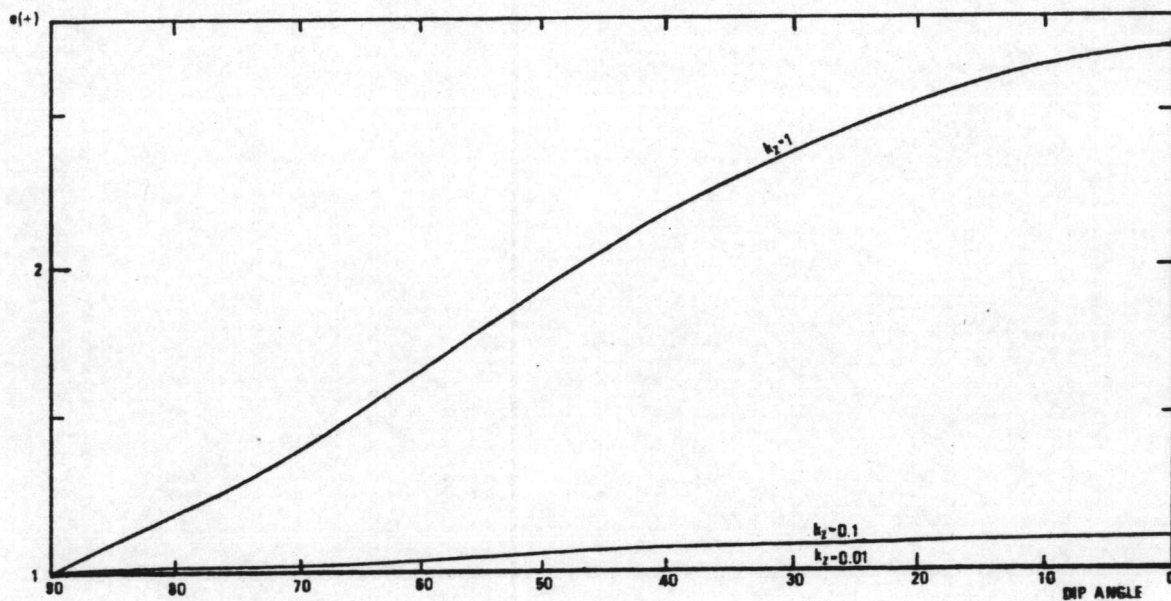
รูปที่ 4.5 (ข) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลของ $(-z)$ กับมุมเท I ที่ระดับความสูง 90 กิโลเมตร



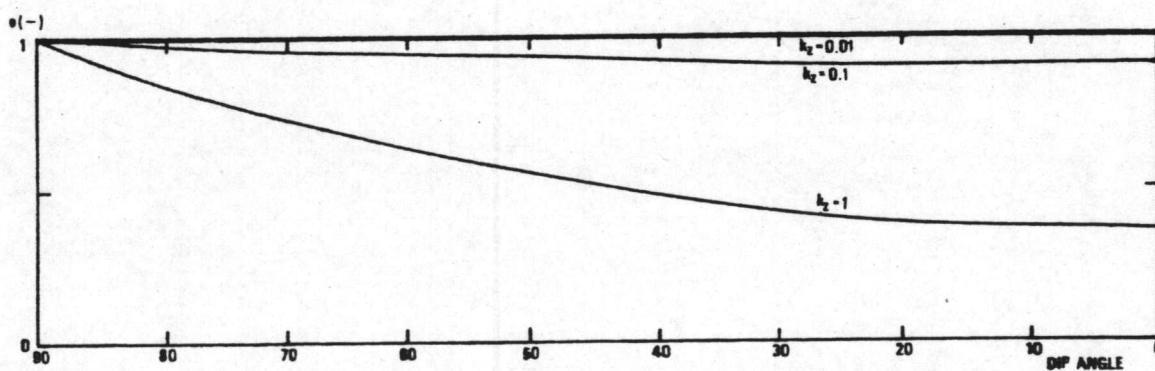
รูปที่ 4.5 (ค) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลของ (+z) กับมุมเท I
ที่ระดับความสูง 100 กิโลเมตร



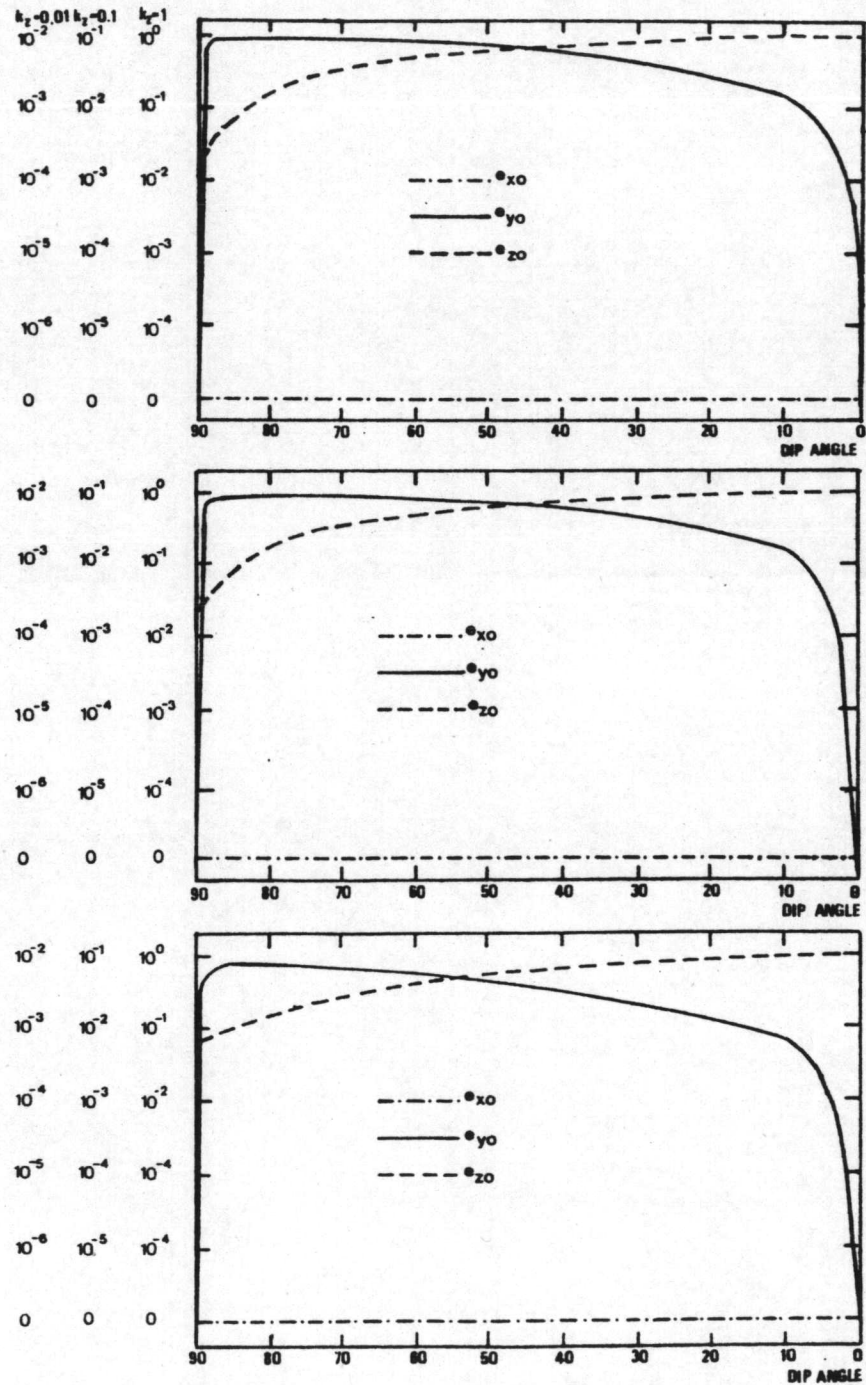
รูปที่ 4.5 (ง) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลของ (-z) กับมุมเท I
ที่ระดับความสูง 100 กิโลเมตร



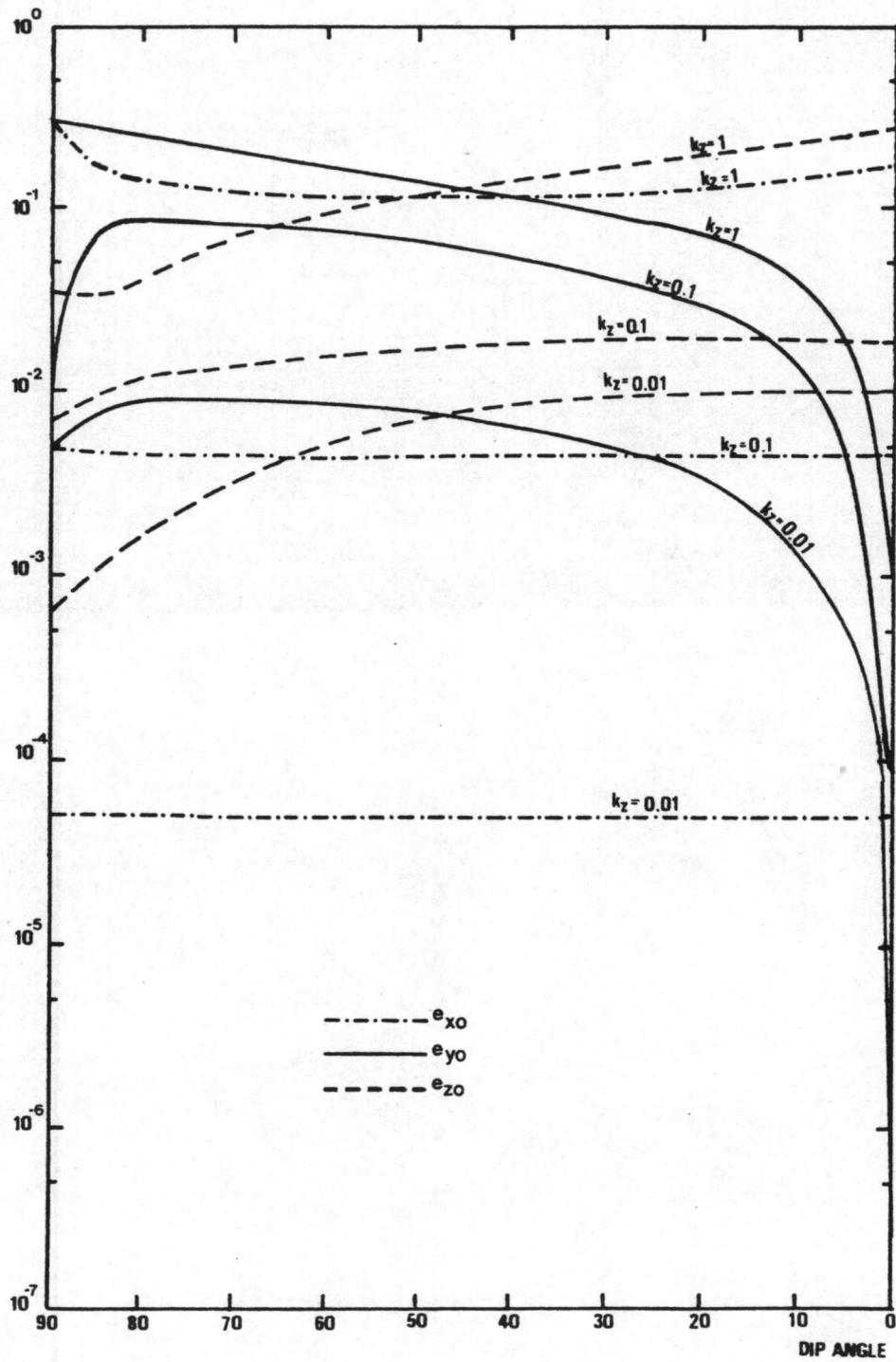
รูปที่ 4.5 (จ) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลของ (+z) กับมุมเท I
ที่ระดับความสูง 120 กิโลเมตร



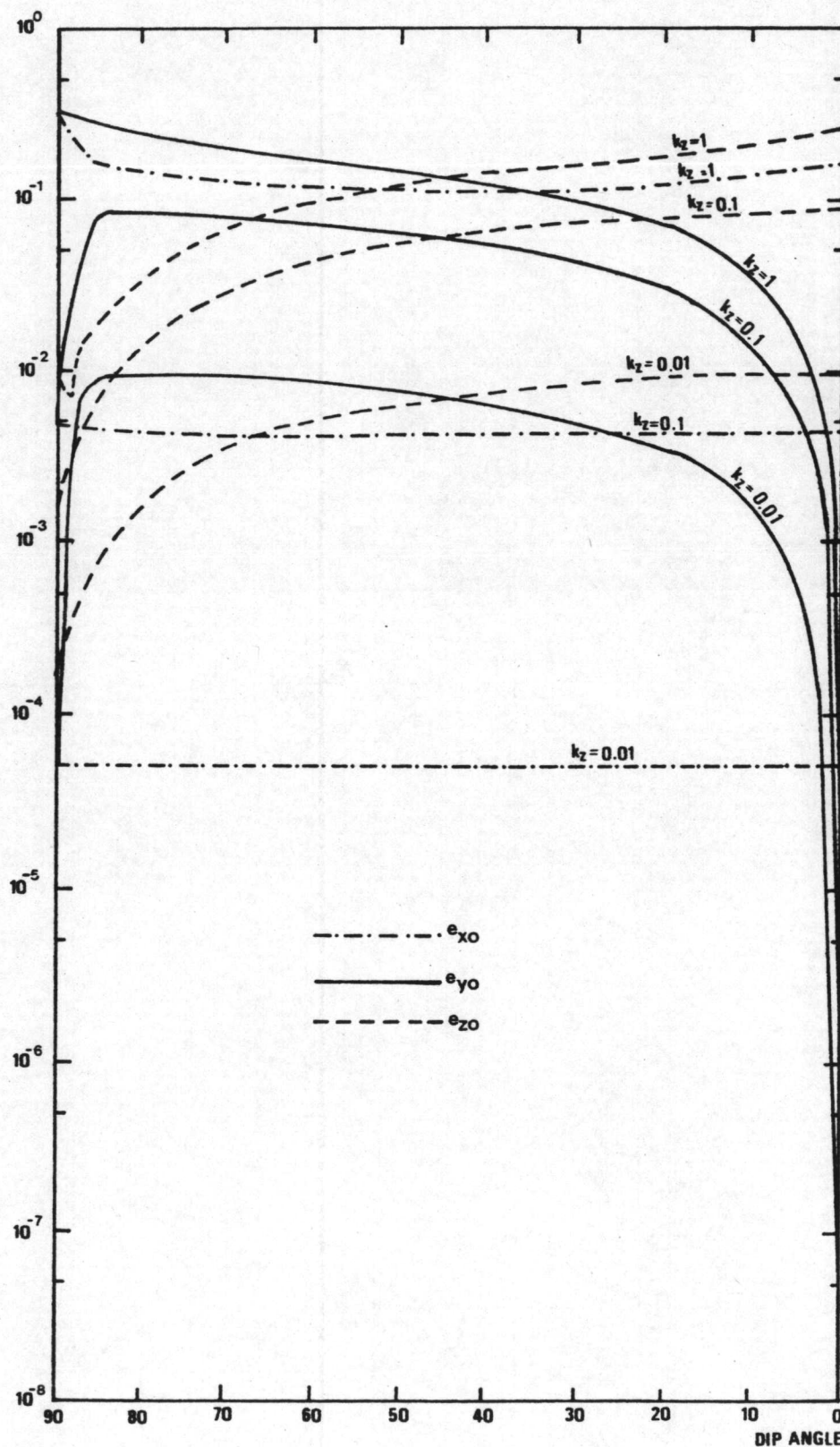
รูปที่ 4.5 (ฉ) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลของ (-z) กับมุมเท I
ที่ระดับความสูง 120 กิโลเมตร



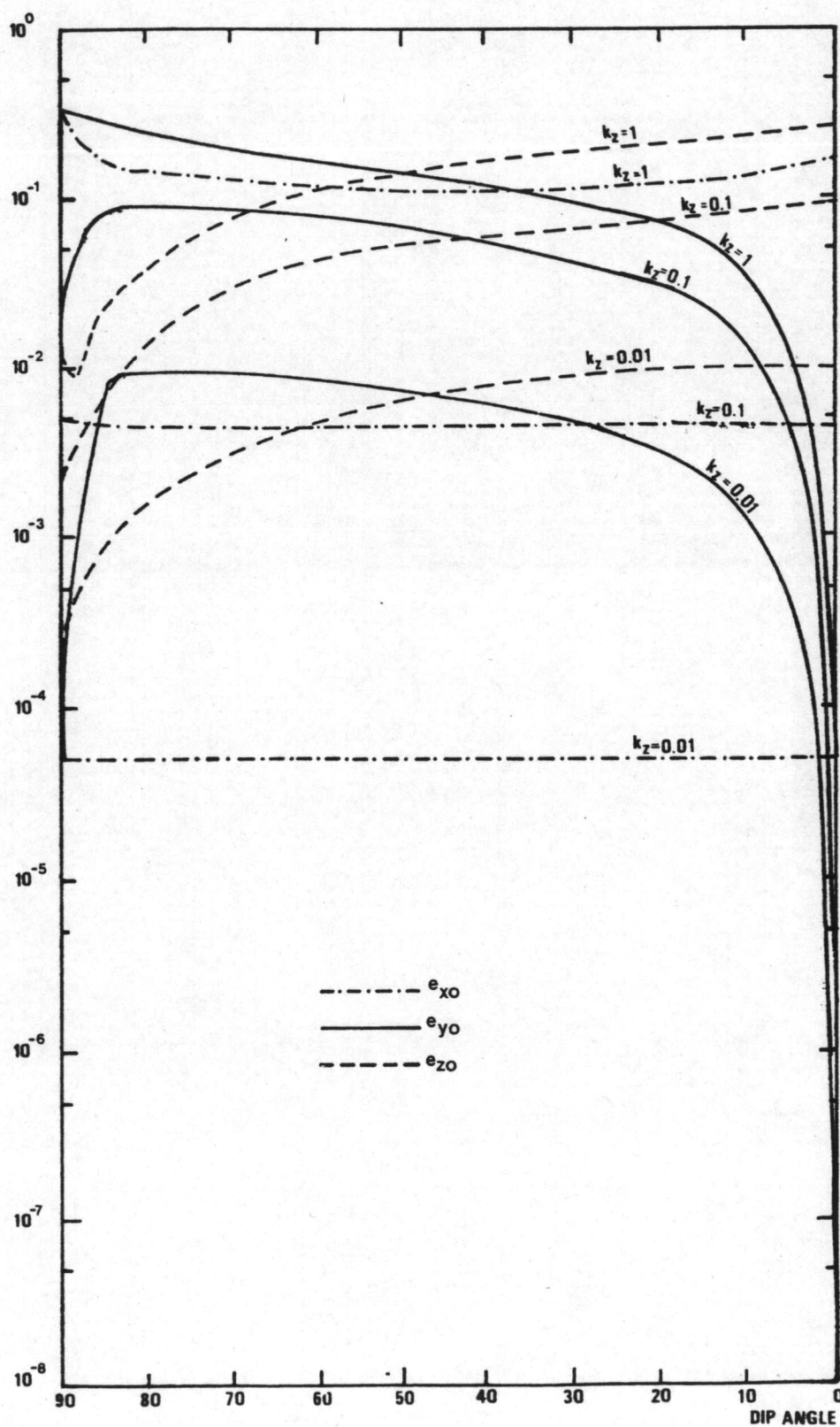
รูปที่ 4.6 (ก) แสดงความสัมพันธ์ของค่าสนามไฟฟ้าอันดับศูนย์ (วิธีวิเคราะห์เทนเซอร์) กับมุมเท I ที่ระดับความสูงต่างๆกัน ณ จุดพิกัด ($x=0, y=0, z=0$)



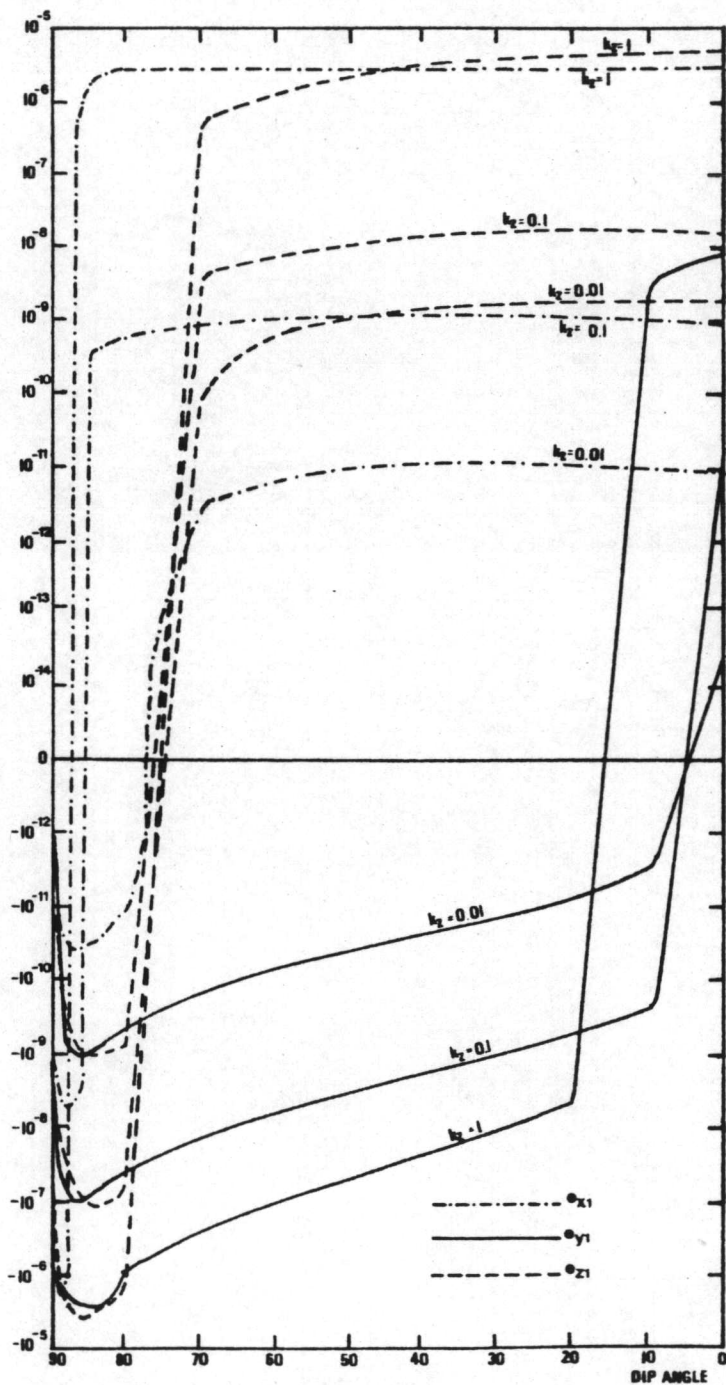
รูปที่ 4.6 (ข) แสดงความสัมพันธ์ของค่าสนามไฟฟ้าอันดับศูนย์ (วิธีวิเคราะห์เทนเซอร์) กับมุมเท I ที่ระดับความสูง 90 กิโลเมตร ณ จุดพิกัด $(x=1, y=1, z=1)$



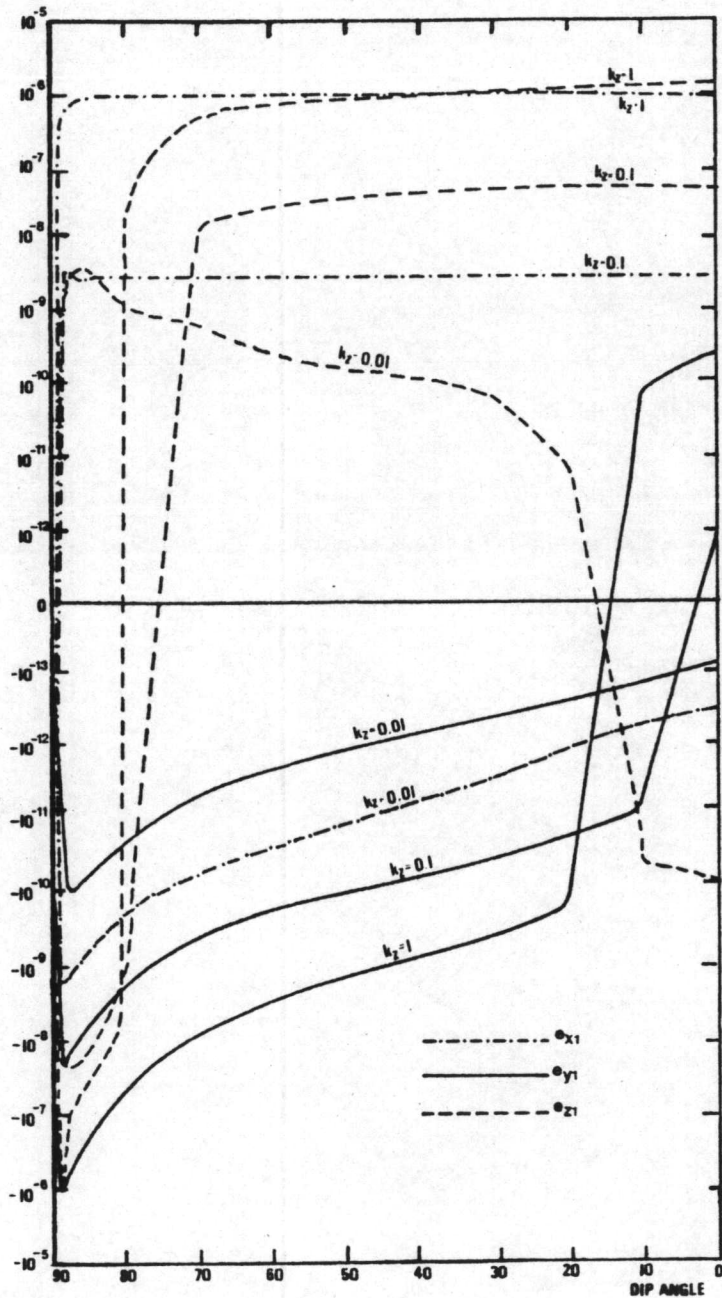
รูปที่ 4.6 (ค) แสดงความสัมพันธ์ของค่าสนามไฟฟ้าอันดับศูนย์ (วิธีวิเคราะห์เทนเซอร์) กับมุมเท I ที่ระดับความสูง 100 กิโลเมตร ณ จุดพิกัด $(x=1, y=1, z=1)$



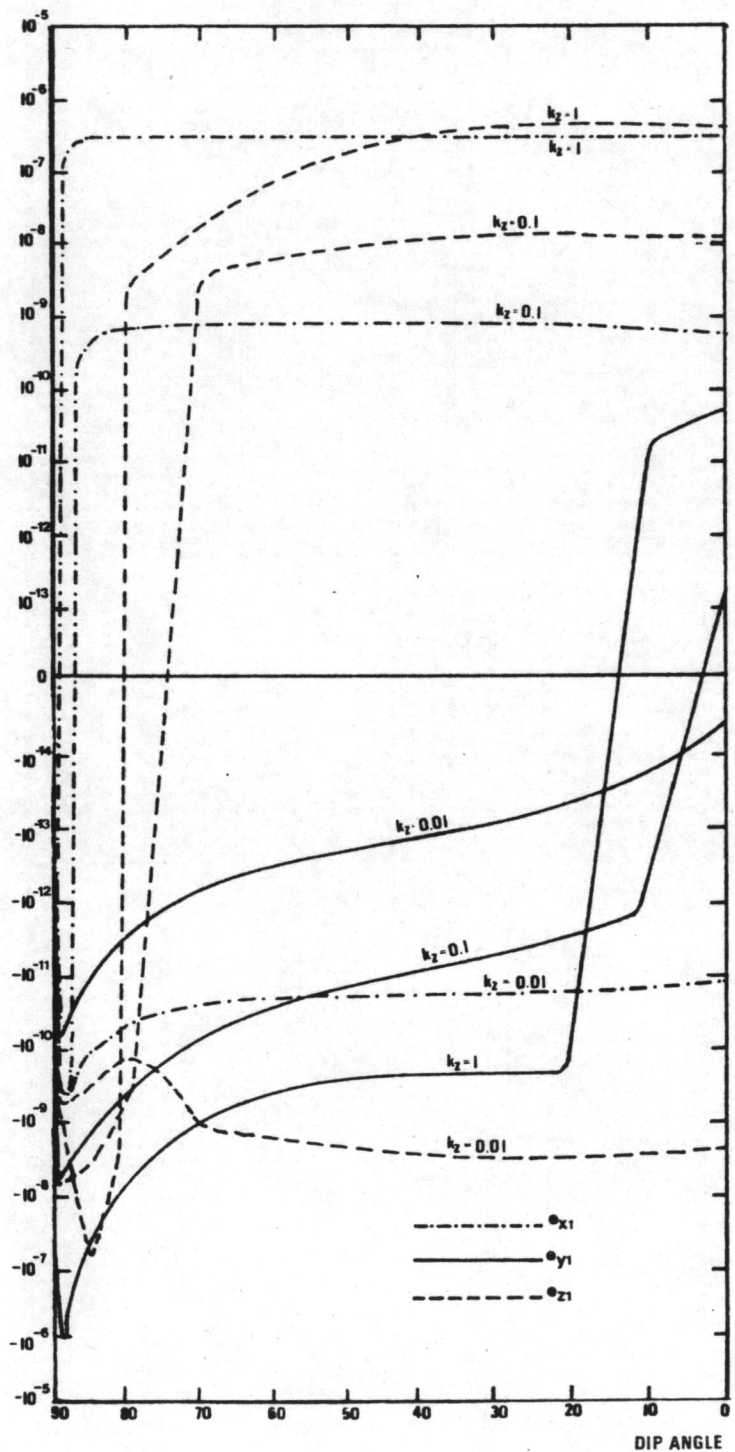
รูปที่ 4.6 (ง) แสดงความสัมพันธ์ของค่าสนามไฟฟ้าอันดับศูนย์ (วิธีวิเคราะห์เทนเซอร์) กับมุมเท I ที่ระดับความสูง 120 กิโลเมตร ณ จุดพิกัด $(x=1, y=1, z=1)$



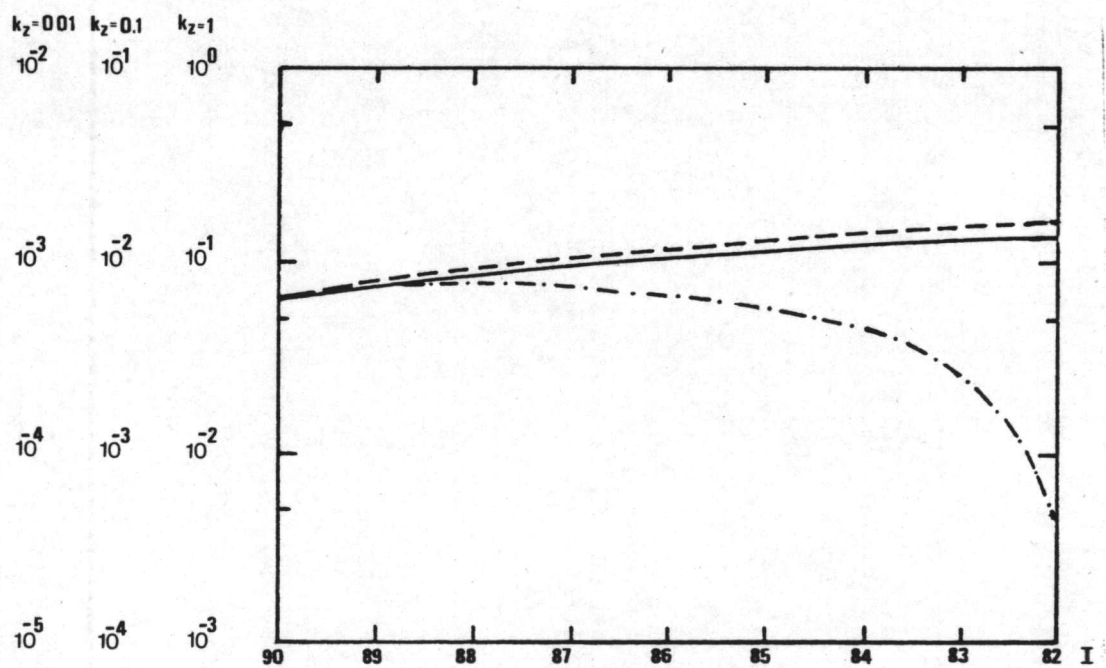
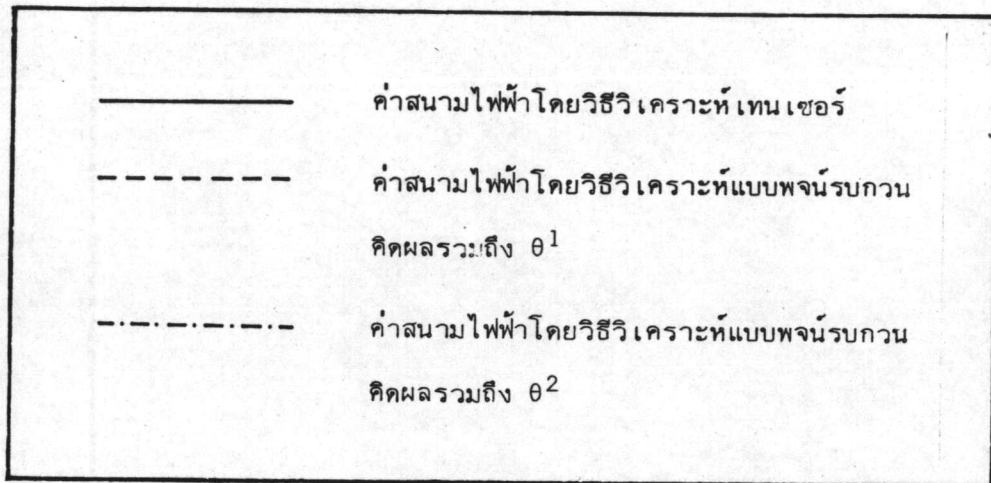
รูปที่ 4.7 (ก) แสดงความสัมพันธ์ของค่าสนามไฟฟ้าอันดับหนึ่ง (วิธีวิเคราะห์เทนเซอร์) กับมุมเท I ที่ระดับความสูง 90 กิโลเมตร ณ จุดพิกัด ($x = 1, y = 1, z = 1$)



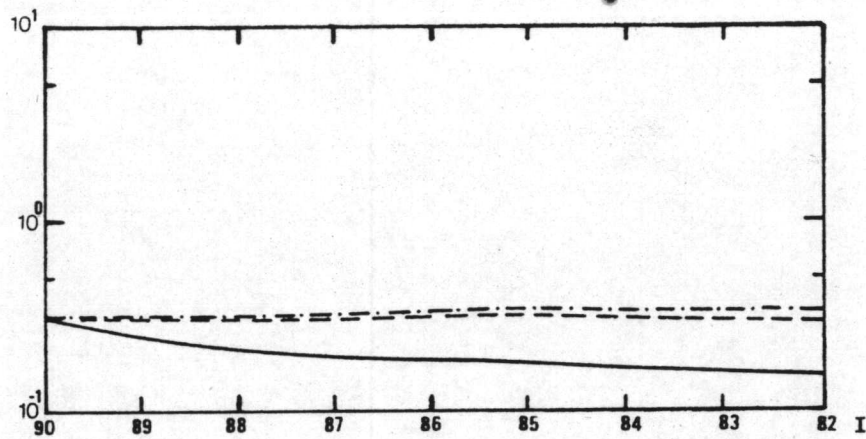
รูปที่ 4.7 (ข) แสดงความสัมพันธ์ของค่าสนามไฟฟ้าอันดับหนึ่ง (วิธีวิเคราะห์เทนเซอร์) กับมุมเท I ที่ระดับความสูง 100 กิโลเมตร ณ จุดกึ่งกลาง ($x = 1, y = 1, z = 1$)



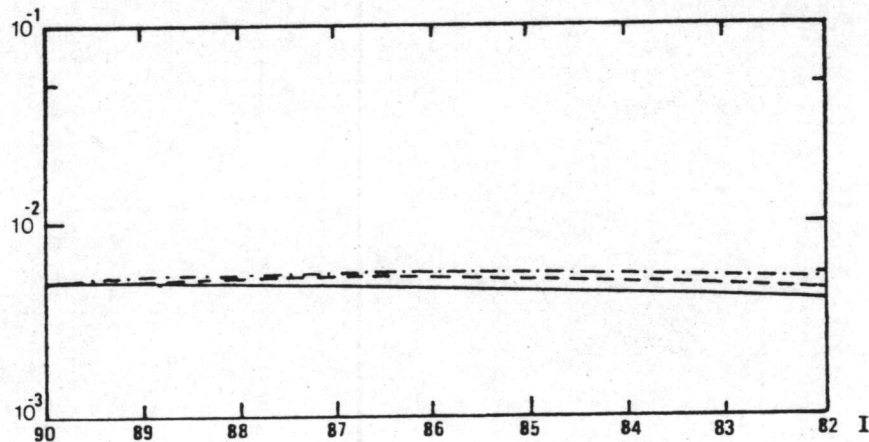
รูปที่ 4.7 (ค) แสดงความสัมพันธ์ของค่าสนามไฟฟ้าอันดับหนึ่ง (วิธีวิเคราะห์เทนเซอร์) กับมุมเท I ที่ระดับความสูง 120 กิโลเมตร ณ จุดพิกัด ($x = 1, y = 1, z = 1$)



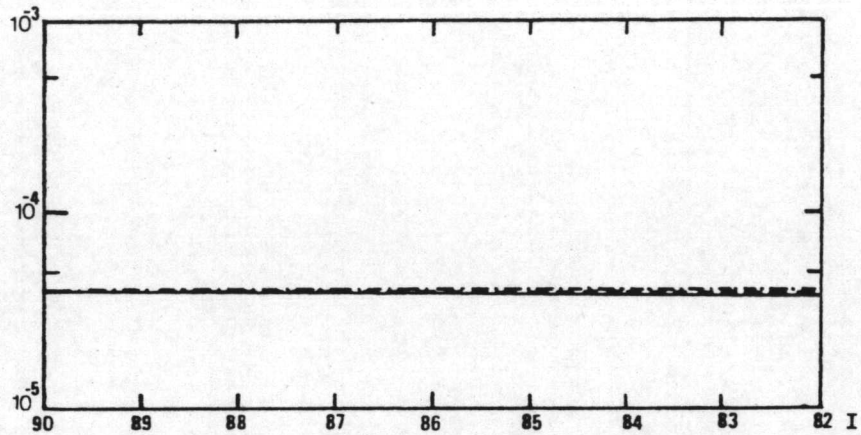
รูปที่ 4.8 (ก) แสดงความสัมพันธ์ของค่าสนามไฟฟ้าอันดับศูนย์ ในแนวแกน z โดยวิธีวิเคราะห์แบบพจน์รบกวน เปรียบเทียบกับวิธีวิเคราะห์เทนเซอร์ ที่ระดับความสูง 90 กิโลเมตร ณ จุดพิกัด $(x=0, y=0, z=0)$



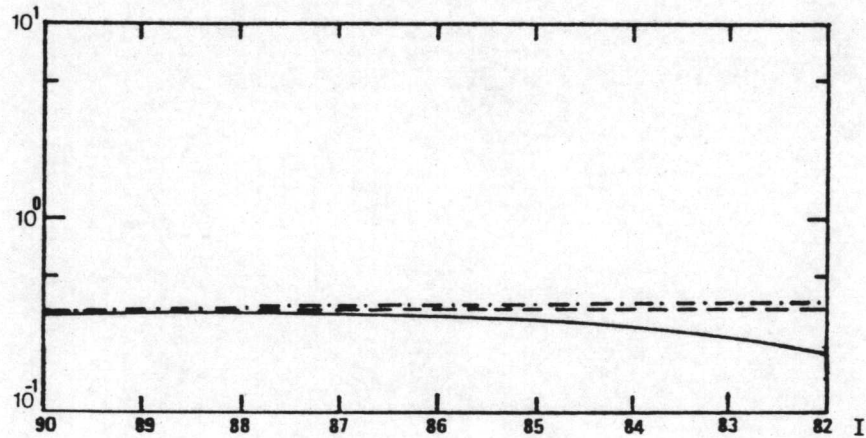
รูปที่ 4.8 (ข) แสดงความสัมพันธ์ของค่าสนามไฟฟ้าอันดับศูนย์ ในแนวแกน x โดยวิธีวิเคราะห์แบบพจน์รบกวน เปรียบเทียบกับวิธีวิเคราะห์เทนเซอร์ เมื่อค่า $k_z = 1$ ที่ระดับความสูง 90 กิโลเมตร ณ จุดพิกัด $(x = 1, y = 1, z = 1)$



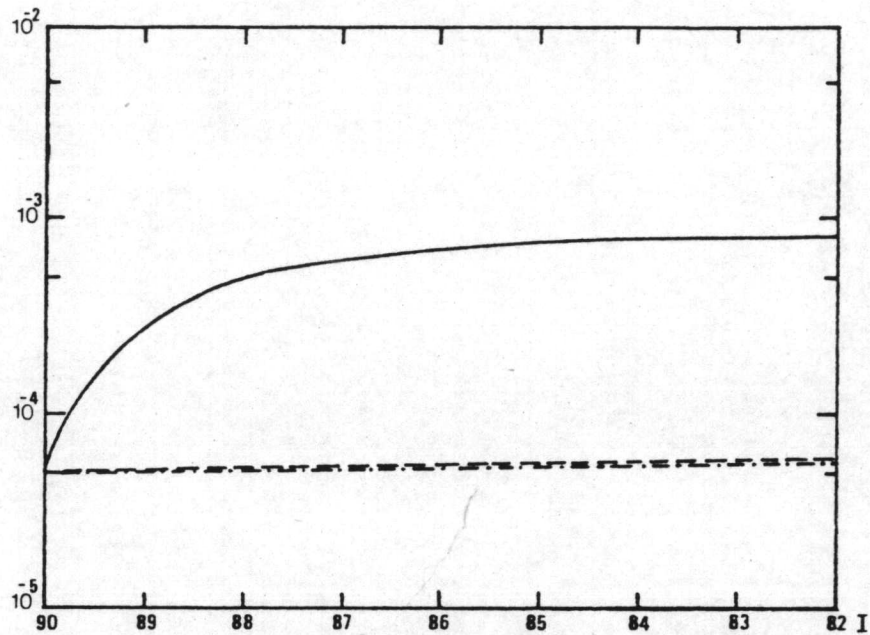
รูปที่ 4.8 (ค) แสดงความสัมพันธ์ของค่าสนามไฟฟ้าอันดับศูนย์ ในแนวแกน x โดยวิธีวิเคราะห์แบบพจน์รบกวน เปรียบเทียบกับวิธีวิเคราะห์เทนเซอร์ เมื่อค่า $k_z = 0.1$ ที่ระดับความสูง 90 กิโลเมตร ณ จุดพิกัด $(x = 1, y = 1, z = 1)$



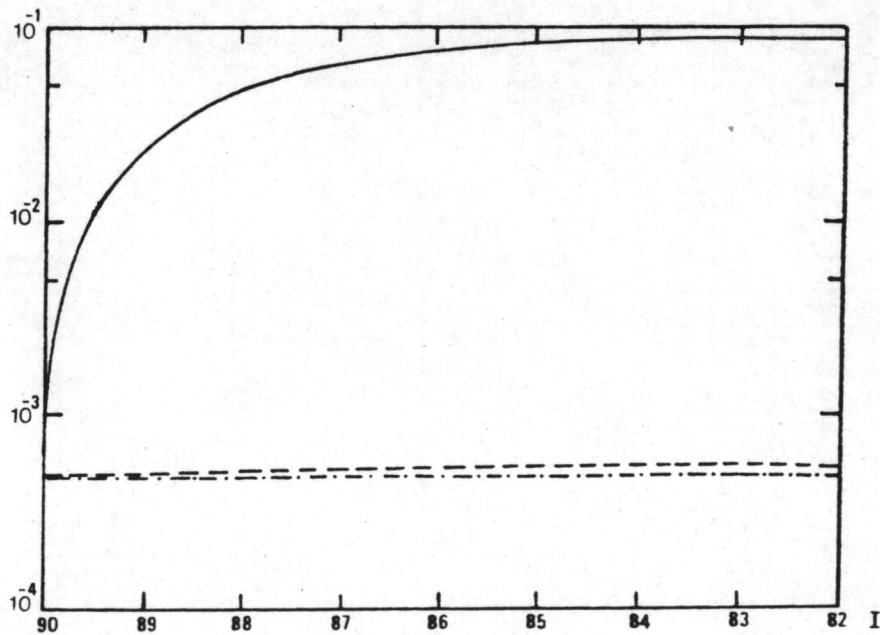
รูปที่ 4.8 (ง) แสดงความสัมพันธ์ของค่าสนามไฟฟ้าอันดับศูนย์ ในแนวแกน x โดยวิธีวิเคราะห์แบบพจนรบกวน เปรียบเทียบกับวิธีวิเคราะห์เทนเซอร์ เมื่อค่า $k_z = 0.01$ ที่ระดับความสูง 90 กิโลเมตร ณ จุดพิกัด $(x = 1, y = 1, z = 1)$



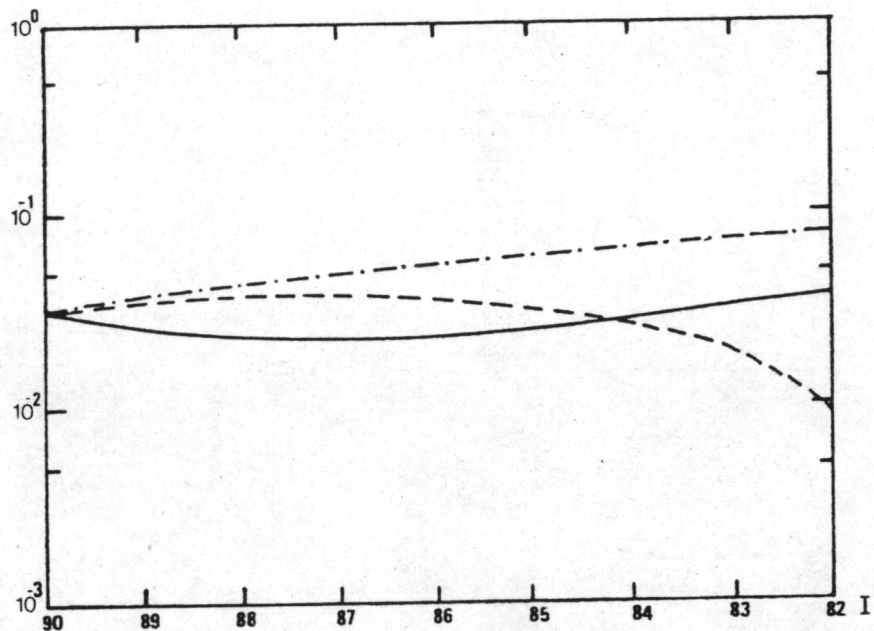
รูปที่ 4.8 (จ) แสดงความสัมพันธ์ของค่าสนามไฟฟ้าอันดับศูนย์ ในแนวแกน y โดยวิธีวิเคราะห์แบบพจนรบกวน เปรียบเทียบกับวิธีวิเคราะห์เทนเซอร์ เมื่อค่า $k_z = 1$ ที่ระดับความสูง 90 กิโลเมตร ณ จุดพิกัด $(x = 1, y = 1, z = 1)$



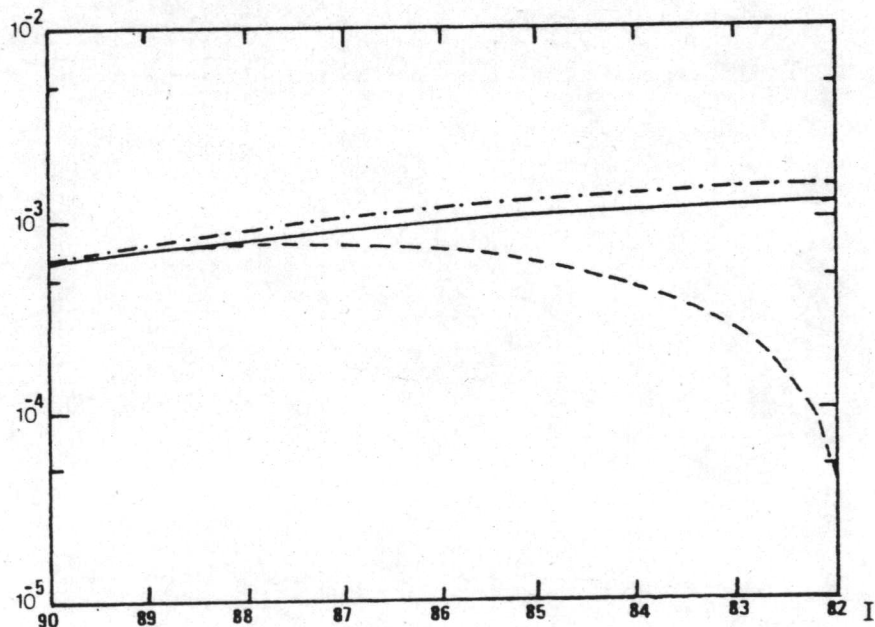
รูปที่ 4.8 (ฉ) แสดงความสัมพันธ์ของค่าสนามไฟฟ้าอันดับศูนย์ ในแนวแกน y โดยวิธีวิเคราะห์แบบพจน์รบกวน เปรียบเทียบกับวิธีวิเคราะห์เทนเซอร์ เมื่อค่า $k_z = 0.1$ ที่ระดับความสูง 90 กิโลเมตร ณ จุดพิกัด $(x = 1, y = 1, z = 1)$



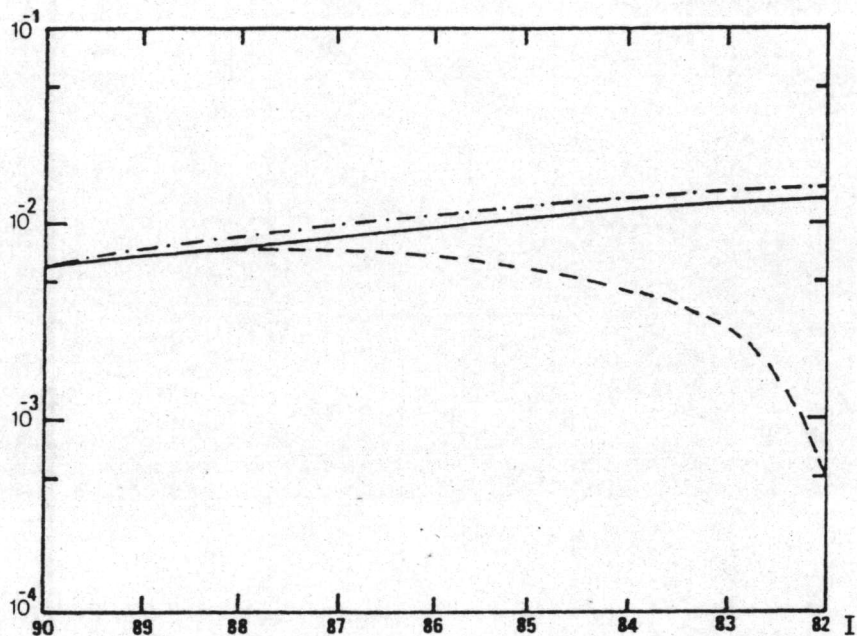
รูปที่ 4.8 (ช) แสดงความสัมพันธ์ของค่าสนามไฟฟ้าอันดับศูนย์ ในแนวแกน y โดยวิธีวิเคราะห์แบบพจน์รบกวน เปรียบเทียบกับวิธีวิเคราะห์เทนเซอร์ เมื่อค่า $k_z = 0.01$ ที่ระดับความสูง 90 กิโลเมตร ณ จุดพิกัด $(x = 1, y = 1, z = 1)$



รูปที่ 4.8 (ข) แสดงความสัมพันธ์ของค่าสนามไฟฟ้าอันดับศูนย์ ในแนวแกน z โดยวิธีวิเคราะห์แบบพจน์รบกวน เปรียบเทียบกับวิธีวิเคราะห์เทนเซอร์ เมื่อค่า $z = 1$ ที่ระดับความสูง 90 กิโลเมตร ณ จุดพิกัด $(x = 1, y = 1, z = 1)$



รูปที่ 4.8 (ค) แสดงความสัมพันธ์ของค่าสนามไฟฟ้าอันดับศูนย์ ในแนวแกน z โดยวิธีวิเคราะห์แบบพจน์รบกวน เปรียบเทียบกับวิธีวิเคราะห์เทนเซอร์ เมื่อค่า $k_z = 0.1$ ที่ระดับความสูง 90 กิโลเมตร ณ จุดพิกัด $(x = 1, y = 1, z = 1)$



รูปที่ 4.8 (ญ) แสดงความสัมพันธ์ของค่าสนามไฟฟ้าอันดับศูนย์ ในแนวแกน z โดยวิธีวิเคราะห์แบบพจนรบกวน เปรียบเทียบกับวิธีวิเคราะห์เทนเซอร์ เมื่อค่า $k_z = 0.01$ ที่ระดับความสูง 90 กิโลเมตร ณ จุดพิกัด $(x = 1, y = 1, z = 1)$