

เซมิกรุปของการแปลงที่แยกแฟคเตอร์ได้



นางสาว จิระสุข อัฐรัตน์

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
ภาควิชาคณิตศาสตร์
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. 2523

000417

I 15383271

TRANSFORMATION SEMIGROUPS WHICH ARE FACTORIZABLE

MISS JIRASOOK ITHARATTANA

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science

Department of Mathematics

Graduate School

Chulalongkorn University

1980

Thesis Title Transformation Semigroups which are Factorizable
By Miss Jirasook Itharattana
Department Mathematics
Thesis Advisor Associate Professor Yupaporn Kemprasit, Ph.D.

Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University in
partial fulfillment of the requirements for the Master's degree.

... *S. Bunnag* Dean of Graduate School
(Associate Professor Supradit Bunnag, Ph.D.)

Thesis Committee

... *Thavee Srisangthong* Chairman
(Assistant Professor Thavee Srisangthong, M.A.)

... *Sidney S. Mitchell* Member
(Dr. Sidney S. Mitchell, Ph.D.)

... *Yupaporn Kemprasit* Member
(Associate Professor Yupaporn Kemprasit, Ph.D.)

หัวข้อวิทยานิพนธ์	เซมิกรุปของการแปลงที่แยกแฟคเตอร์ได้
ชื่อนิสิต	นางสาว จิระสุข อธิรัตน์
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร.ยุพาภรณ์ เข้มประสิทธิ์
ภาควิชา	คณิตศาสตร์
ปีการศึกษา	๒๕๒๒



บทคัดย่อ

เราเรียกเซมิกรุป S ว่าเป็น เซมิกรุปที่แยกแฟคเตอร์ได้ ถ้ามีกรุปย่อย G ของ S และเซตของไอเดมโพเทนต์ E ของ S เซตหนึ่งซึ่งทำให้ $S = GE$ และเรียกเซมิกรุป S ว่าเป็น เซมิกรุปที่แยกแฟคเตอร์ได้อย่างอ่อน ถ้ามีเซมิกรุปย่อย T ซึ่งเป็นยูเนียนของกรุปย่อยของ S และเซตของไอเดมโพเทนต์ E ของ S เซตหนึ่งซึ่งทำให้ $S = TE$

สำหรับเซต X ใด ๆ ให้ T_X , \mathcal{J}_X และ I_X แทนเซมิกรุปของการแปลงบางส่วน เซมิกรุปของการแปลงเต็ม และเซมิกรุปของการแปลงบางส่วน ซึ่งเป็นหนึ่งต่อหนึ่ง (เซมิกรุปผกผันสมมาตร) บนเซต X ตามลำดับ เราเรียกการแปลงบางส่วน α บนเซต X ว่า เกือบเป็นเอกลักษณ์ ถ้ามี x ในโดเมนของ α อย่างมากเป็นจำนวนจำกัดที่ทำให้ $x\alpha \neq x$ ถ้า S เป็นเซมิกรุปของการแปลงและ $\theta \in S$ แล้วเราเรียกเซมิกรุป S ภายใต้การดำเนินการ $*$ ซึ่งกำหนดโดย $\alpha * \beta = \alpha\theta\beta$ ว่า เซมิกรุปของการแปลงในกรณีทั่วไป บนเซต X และเขียนแทนเซมิกรุปนี้ด้วย (S, θ)

ในวิทยานิพนธ์นี้ เราพิสูจน์สิ่งต่อไปนี้ สำหรับเซต X ใด ๆ เซมิกรุปของการแปลงบางส่วนที่เกือบเป็นเอกลักษณ์, เซมิกรุปของการแปลงเต็มที่เกือบเป็นเอกลักษณ์ และเซมิกรุปของการแปลงบางส่วนซึ่งเป็นหนึ่งต่อหนึ่งที่เกือบเป็นเอกลักษณ์บนเซต X สามารถแยกแฟคเตอร์ได้ สำหรับเซต X ใด ๆ ถ้า S คือ T_X , \mathcal{J}_X หรือ I_X และถ้า $\theta \in S$ แล้วเซมิกรุปของการแปลงในกรณีทั่วไป

(S, θ) สามารถแยกแฟคเตอร์ได้ก็ต่อเมื่อ θ เป็นวิธีเรียงลำดับบน X และ X เป็นเซตจำกัด
สำหรับเซต X ใด ๆ T_X เป็นเซมิกรุปที่แยกแฟคเตอร์ได้อย่างอ่อนก็ต่อเมื่อ X เป็นเซตจำกัด
และ \mathcal{P}_X เป็นเซมิกรุปที่แยกแฟคเตอร์ได้อย่างอ่อนก็ต่อเมื่อ X เป็นเซตจำกัด

Thesis Title Transformation Semigroups which are Factorizable

Name Miss Jirasook Itharattana

Thesis Advisor Associate Professor Yupaporn Kemprasit, Ph.D.

Department Mathematics

Academic Year 1979



ABSTRACT

A semigroup S is factorizable if there exist a subgroup G of S and a set E of idempotents of S such that $S = GE$. A semigroup S is weakly factorizable if there exist a subsemigroup T which is a union of subgroups of S and a set E of idempotents of S such that $S = TE$.

Let X be a set, and T_X , \mathcal{J}_X and I_X denote the partial transformation semigroup, the full transformation semigroup and the 1-1 partial transformation semigroup (the symmetric inverse semigroup) on the set X , respectively. A partial transformation α on a set is almost identical if $x\alpha \neq x$ for at most a finite number of x in the domain of α . If S is a transformation semigroup and $\theta \in S$, then the semigroup S under the operation $*$ defined by $\alpha*\beta = \alpha\theta\beta$ is a generalized transformation semigroup on X which will be denoted by (S, θ) .

The following are proved. For any set X , the semigroup of almost identical partial transformations on X , the semigroup of

almost identical full transformations on X and the semigroup of almost identical 1-1 partial transformations on X are factorizable. For any set X , if S is T_X , \mathcal{J}_X or I_X , and $\theta \in S$, then the generalized transformation semigroup (S, θ) is factorizable if and only if θ is a permutation on X and X is finite. For any set X , T_X is weakly factorizable if and only if X is finite, and \mathcal{J}_X is weakly factorizable if and only if X is finite.

ACKNOWLEDGEMENT

I would like to express my sincere gratitude to Assoc. Prof. Dr. Yupaporn Kemprasit, for introducing me to this subject and for her valuable assistance in preparing this thesis. Also I would like to express my deep gratitude to my father and mother for their encouragement throughout my graduate study.



CONTENTS

	Page
ABSTRACT IN THAI	iv
ABSTRACT IN ENGLISH	vi
ACKNOWLEDGEMENT	viii
INTRODUCTION	1
 CHAPTER	
I FACTORIZABLE TRANSFORMATION SEMIGROUPS	8
II FACTORIZABLE GENERALIZED TRANSFORMATION SEMIGROUPS	15
III WEAKLY FACTORIZABLE TRANSFORMATION SEMIGROUPS	26
REFERENCES	31
VITA	32

