

แรม เซย์นัม เบอร์



นางสาว นฤมล หนูดี

001154

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

แผนกวิชาคณิตศาสตร์

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. 2517

115918981

ON RAMSEY NUMBERS



Miss Narumon Hundee

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science

Department of Mathematics

Graduate School

Chulalongkorn University

1974

Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University
in partial fulfillment of the requirements for the Degree of
Master of Science.

B. Tamthas

.....

Dean of the Graduate School



Thesis Committee

Subha Sutchitpongsa Chairman

Sawai Nualtaranee

Virool Boonyasombat

This Supervisor Dr. Virool Boonyasombat.

หัวข้อวิทยานิพนธ์ : แรม เซย์นัม เบอร์
 ชื่อ : นางสาว นฤมล หนึ่
 แผนกวิชา : คณิตศาสตร์
 ปีการศึกษา : 2517



บทคัดย่อ

เราจะเรียกเซต S ใด ๆ ที่มีสมาชิก n ตัวว่า n -set และเรียกเซตส่วนย่อยใด ๆ ที่มีสมาชิก r ตัวว่า r -subset ของ S เราจะใช้สัญลักษณ์ $P_r(S)$ เขียนแทนเซตของบรรดา r -subset ทั้งหมดของ S .

จำนวนแรมเซย์ $N(q_1, q_2, \dots, q_l; r)$ คือจำนวนเต็ม N ที่มีค่าน้อยที่สุด ซึ่งถ้าเรานำ $P_r(S)$ ของ n -set S ใด ๆ ที่ $n \geq N$ มาแบ่งเป็น l พวก $C_i, i = 1, 2, \dots, l$ แล้ว ย่อมมีบาง q_i -subset ของ S ซึ่งทุก ๆ r -subset ของมันอยู่ในพวก C_i .

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้แสดง การพิสูจน์ว่าจำนวนแรมเซย์ $N(q_1, q_2, \dots, q_l; r)$ นั้นมีอยู่เสมอ ถ้า $q_i \geq r \geq 1$ ทุกค่าของ $i = 1, 2, \dots, l$ และกล่าวถึง เทคนิคบางประการในการหาค่าของจำนวนแรมเซย์ $N(q_1, q_2, \dots, q_l; r)$ และแสดงการใช้เทคนิคเหล่านี้หาค่าของจำนวนแรมเซย์ต่าง ๆ บางค่าได้ดังนี้

$$N(2, q; 2) = N(q, 2; 2) = q \quad \text{ทุกค่าของ } q \geq 2,$$

$$N(3, 4; 2) = N(4, 3; 2) = 9,$$

$$N(3, 5; 2) = N(5, 3; 2) = 14,$$

$$N(4, 4; 2) = 18,$$

$$N(3, 3, 3; 2) = 17,$$

$$41 < N(3, 3, 3, 3; 2) \leq 66 \quad \text{และ}$$

$$12 \leq N(4, 4; 3) \leq 18.$$

Thesis Title : On Ramsey Numbers
 Name : Miss Narumon Hundee
 Department : Mathematics.
 Academic Year : 1974



ABSTRACT

A set S containing n elements will be called an n -set. Any of its subsets containing r elements will be called an r -subset of S . The family of all r -subsets of a set S will be denoted by $P_r(S)$.

The Ramsey number $N(q_1, q_2, \dots, q_\ell; r)$ is the smallest integer N such that if S is an n -set with $n \geq N$, then any partition of the family $P_r(S)$ into ℓ classes C_i , $i = 1, 2, \dots, \ell$, there must exist some q_i -subset of S with all its r -subsets in C_i .

In this thesis it is proved that Ramsey numbers $N(q_1, q_2, \dots, q_\ell; r)$ always exist if $q_i \geq r \geq 1$ for each $i = 1, 2, \dots, \ell$. Certain techniques for determination of the values of some Ramsey numbers $N(q_1, q_2, \dots, q_\ell; r)$ are derived and applied to determine the values of certain Ramsey numbers. The results obtained are $N(2, q; 2) = N(q, 2; 2) = q$ for all $q \geq 2$,

$$N(3, 3; 2) = 6,$$

$$N(3, 4; 2) = N(4, 3; 2) = 9,$$

$$N(3, 5; 2) = N(5, 3; 2) = 14,$$

$$N(4, 4; 2) = 18,$$

$$N(3, 3, 3; 2) = 17,$$

$$41 \leq N(3, 3, 3, 3; 2) \leq 66, \text{ and}$$

$$12 \leq N(4, 4; 3) \leq 18.$$

ACKNOWLEDGMENT

The author wishes to express her deep appreciation to Dr. Virool Boonyasombat, her thesis supervisor, for his valuable advice and suggestions.



TABLE OF CONTENTS

	Page
ABSTRACT IN THAI	iv
ABSTRACT IN ENGLISH	v
ACKNOWLEDGMENT	vii
CHAPTER	
I INTRODUCTION	1
II DEFINITIONS AND EXISTENCE THEOREM FOR RAMSEY NUMBERS	4
III ON THE RAMSEY NUMBERS $N(q_1, q_2, \dots, q_f; 2)$..	15
IV ON $(p, q; 2)$ -COLORING OF K_n	35
V ON THE RAMSEY NUMBER $N(4, 4; 3)$	53
APPENDIX	64
REFERENCES	66
VITA	67