

ลิมิตของการแจกแจงของผลบวกของบางชุดของตัวแปรสุ่มซึ่งขึ้นต่อกัน

น.ส. พรพรรณ ไ้ยมกสิน



001876

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
แผนกวิชาคณิตศาสตร์

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. ๒๕๑๗

I16606795

LIMIT DISTRIBUTIONS OF SUMS OF CERTAIN FAMILIES OF
DEPENDENT RANDOM VARIABLES



Miss Phornphun Yamklin

A Thesis Submitted in Partial Fulfilment of the Requirement

for the Degree of Master of Science

Department of Mathematics

Graduate School

Chulalongkorn University

1974

Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University
in partial fulfilment of the requirements for the Degree of Master
of Science.

B. Tamthae.....

Dean of Graduate School



Thesis Committee

Susawit Kongsasna..... Chairman

Subha Sutchritpongsa.....

Virool Boonyasombat.....
—————→

Thesis Supervisor

Dr. Virool Boonyasombat

หัวข้อวิทยานิพนธ์ : ภูมิภาคของการแจกแจงของผลบวกของบางชุดของตัวแปรสุ่มซึ่งขึ้นต่อกัน
 ชื่อ : น.ส. พรพรรณ แยมกลิ่น
 แผนกวิชา : คณิตศาสตร์
 ปีการศึกษา : ๒๕๑๖



บทคัดย่อ

ให้ f เป็นฟังก์ชันของตัวแปรจริงตัวหนึ่ง โดยที่ f เป็นฟังก์ชันที่ถูกล้อมและอินทิเกรตได้ ให้ (x_{ji}) , $i = 1, \dots, n_j$, $j = 1, \dots, l$ เป็นระบบของตัวแปรสุ่มซึ่งไม่ขึ้นต่อกัน โดยที่ x_{ji} , $i = 1, \dots, n_j$ มีการกระจายแบบเดียวกัน ให้

$$U = \sum_{i_1=1}^{n_1} \dots \sum_{i_l=1}^{n_l} f(x_{1i_1}, \dots, x_{li_1})$$

ในวิทยานิพนธ์นี้เราศึกษาหาภูมิภาคของการกระจาย

รวมของตัวแปรสุ่ม $\frac{U - E(U)}{\sqrt{\text{Var}(U)}}$ ผลลัพธ์ที่สำคัญได้แก่ทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท ให้ U เป็นตัวแปรสุ่มดังกล่าวข้างต้น ให้ n_i , $i = 1, \dots, l$ มีค่าอยู่ในรูป $n_i = a_i n$ โดยที่ a_i , $i = 1, \dots, l$ เป็นจำนวนคงที่บวก และ n แปลค่าเป็นจำนวนเต็มบวก ให้ χ_q แทน covariance ของ $f(x_{1i_1}, \dots, x_{li_1})$ กับ

$f(x_{1j_1}, \dots, x_{lj_1})$ โดยที่ $i_k = j_k$ ก็ต่อเมื่อ $k = q$ เท่านั้น ถ้า

$$\sum_{q=1}^l \frac{\chi_q}{a_q} \neq 0$$

แล้วจะได้ว่า การกระจายของ $\frac{U - E(U)}{\sqrt{\text{Var}(U)}}$ จะเข้าสู่การแจกแจงปกติ

มาตรฐาน เมื่อ n มีค่ามาก

Thesis Title : Limit Distributions of Sums of Certain Families of Dependent Random Variables

Name : Miss Phornphun Yanklin

Department : Mathematics

Academic Year : 1973



ABSTRACT

Let f be a bounded integrable function of a real variable. Let (X_{ji}), i = 1, ..., n_j, j = 1, ..., l be a system of independent

random variables such that for each j, X_{ji}, i = 1, ..., n_j, are identically distributed. Let $U = \sum_{i_1=1}^{n_1} \dots \sum_{i_l=1}^{n_l} f(X_{1i_1}, \dots, X_{li_l})$.

In this thesis we study the asymptotic distribution of $\frac{U - E(U)}{\sqrt{Var(U)}}$.

Our main result is the following theorem.

THEOREM Let U be defined as above with n_i = a_in, where a_i's are positive constants and n varies among the positive integers.

Let δ_q denote the covariance of f(X_{1i₁}, ..., X_{li₁}) and f(X_{1j₁}, ..., X_{lj₁}) where i_k = j_k if and only if k = q. If $\sum_{q=1}^l \frac{\delta_q}{a_q} \neq 0$,

then the distribution of $\frac{U - E(U)}{\sqrt{Var(U)}}$ converges to the standard

normal distribution.

ACKNOWLEDGEMENT

The author wishes to express her deep appreciation to Dr. Virool Boonyasombat, her thesis supervisor, for his valuable advice and suggestions.



TABLE OF CONTENTS

	Page
ABSTRACT IN THAI	iv
ABSTRACT IN ENGLISH	v
ACKNOWLEDGEMENT	vi
CHAPTER	
I. INTRODUCTION	1
II. PRELIMARIES	4
III. THE LIMIT DISTRIBUTION OF U	18
IV. APPLICATIONS	38
BIBLIOGRAPHY	43
VITA	44