

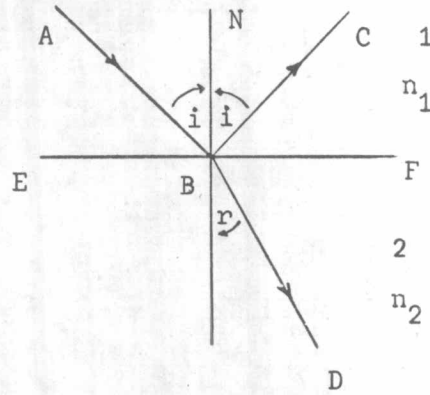


1. ทฤษฎีการสะท้อนและการหักเหของทางเดินแสง ⁽³⁾

แสงในทัศนศาสตร์เชิงเรขาคณิต มีคุณสมบัติที่สำคัญ คือ "แสงจะเดินทางเป็นเส้นตรง" สามารถแทนแนวทางการเดินทางด้วยพู่กันรังสี (rays) หรือเส้นตรง เมื่อแสงเดินทางผ่านตัวกลางต่างชนิดกัน จะทำให้เกิดการบ่ายเบนเปลี่ยนแนวทางการเดินได้ กล่าวคือ เมื่อมีแสงมาตกกระทบบรอยต่อของตัวกลางส่วนหนึ่งจะสะท้อนกลับ และอีกส่วนหนึ่ง จะมีการหักเหผ่านรอยต่อไปยังอีกตัวกลางหนึ่ง ถ้าแทนทางการเดินทางด้วยรังสี ส่วนของแสงที่เข้ามาเรียกว่า รังสีตกกระทบ ส่วนของแสงที่เกิดการสะท้อน ก็คือรังสีสะท้อนและส่วนที่หักเหผ่านไป ก็คือ รังสีหักเห การสะท้อนและการหักเหที่เกิดขึ้นนี้ จะต้องเป็นไปตามกฎเกณฑ์ทางธรรมชาติ ที่เรียกว่า "กฎของการสะท้อน และกฎของการหักเห " ซึ่งมีความสำคัญ คือ

- รังสีตกกระทบ, รังสีสะท้อน, รังสีหักเห และเส้นปกติต้องอยู่ในระนาบเดียวกัน
- มุมตกกระทบ ต้องมีค่าเท่ากับมุมสะท้อน โดยที่
 - มุมตกกระทบ คือมุมที่รังสีตกกระทบทำกับเส้นปกติ
 - มุมสะท้อน คือมุมที่รังสีสะท้อน ทำกับเส้นปกติ
 - มุมหักเห คือมุมที่รังสีหักเห ทำกับเส้นปกติ
- ค่าอัตราส่วน ระหว่างไซน์ (sine) ของมุมตกกระทบกับไซน์ของมุมหักเห จะมีค่า

คงที่สำหรับตัวกลางคู่หนึ่ง



ภาพ 2-1 แสดงทางเดินแสงในตัวกลาง 2 ชนิด

- ตามภาพ
- AB คือ รังสีตกกระทบ
 - BC คือ รังสีสะท้อน
 - BD คือ รังสีหักเห
 - EF คือ รอยต่อระหว่างสองตัวกลาง
 - BN คือ เส้นปกติ (normal line) ซึ่งตั้งได้ฉากกับรอยต่อ.

ตามกฎการสะท้อนและการหักเห

ดังนั้น $\hat{ABN} = \hat{NBC}$

และ $\frac{\sin i}{\sin r} = \text{ค่าคงที่}$

สำหรับ ค่าคงที่นี้สามารถหาได้จากค่าอัตราส่วนระหว่างค่าดัชนีหักเหของตัวกลางที่ส่องกับตัวกลางที่หนึ่ง

ถ้าให้ n_1, n_2 เป็นดัชนีหักเหของตัวกลางที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

ตามกฎของสเนล (snell's law) จะได้

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r \dots\dots\dots 2.1$$

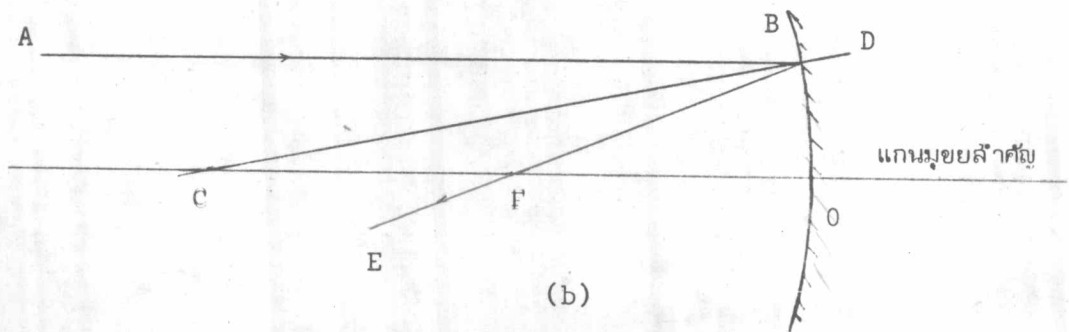
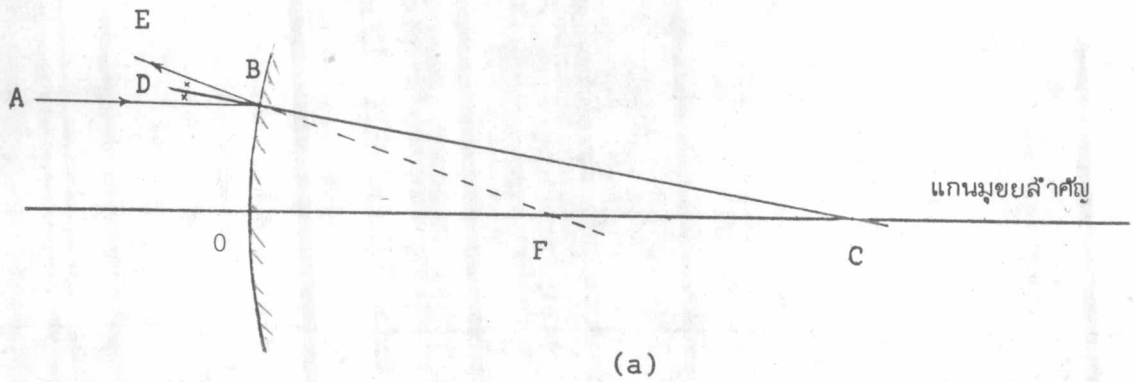
กรณีที่ i และ r เป็นมุมเล็ก $\sin i \approx i$ และ $\sin r \approx r$

$$n_1 i = n_2 r \dots\dots\dots 2.2$$

1.1 การสะท้อนและการหักเหที่ผิวโค้ง

แกนทัศน (optical axis) หรือ แกนमुखยสำคัญ (principal axis) เป็นแนวแกนที่ผ่านจุดศูนย์กลางของความโค้งหรือระบบทัศน และจุดกลางของช่องแสงเข้า

เริ่มต้นพิจารณาถึงการสะท้อนที่ผิวโค้ง เมื่อมีรังสีมาตกกระทบในแนวที่ขนานกับแกนमुखยสำคัญ



ภาพ 2-2 แสดงการสะท้อนของรังสีที่ผิวโค้งนูน (a) และผิวโค้งเว้า (b)

จากภาพ 2-2 AB เป็นรังสีตกกระทบที่ขนานกับแนวแกนमुखยสำคัญ มาตกกระทบผิวโค้งที่จุด B, CD คือเส้นปกติ โดย C เป็นจุดศูนย์กลางของความโค้ง จากภาพ (b) ตามกฎของการสะท้อน

$$\hat{CBE} = \hat{ABC}$$

แต่ $\hat{BCF} = \hat{ABC}$

ดังนั้น $\hat{CBE} = \hat{BCF}$

สามเหลี่ยม BFC เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มีด้าน BF เท่ากับด้าน CF

ถ้า $OB \ll OF$

$$BF = OF$$

ดังนั้น $OF = CF$

แต่ $OF + CF = OC = R$

นั่นคือ $OF = \frac{R}{2}$

เมื่อ R คือ รัศมีมีความโค้งของผิวโค้ง

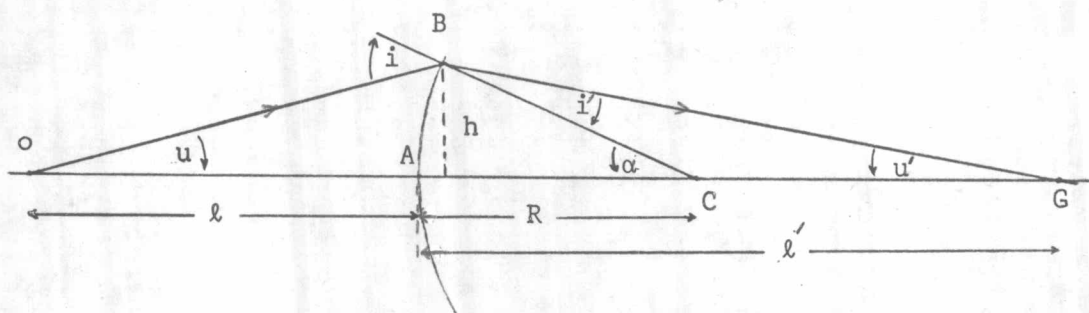
ดังนั้น สำหรับรังสีใด ๆ ที่ขนานกับแนวแกนमुखยสำคัญ เมื่อตกกระทบผิวโค้งจะสะท้อนหรือเลี้ยวสะท้อนไปรวมกัน ณ จุด ๆ หนึ่งบนแนวแกน ซึ่งอยู่ที่ตำแหน่งครึ่งหนึ่งของรัศมีมีความโค้ง เรียกว่า จุดโฟกัส (focal point) ของผิวโค้ง และระยะจากจุดโฟกัสถึงผิวโค้ง เรียกว่า ทางยาวโฟกัส (focal length)

กรณีของการหักเห จะเป็นเช่นเดียวกัน รังสีตกกระทบที่ขนานกับแนวแกนमुखยสำคัญ จะหักเหไปรวมกัน ณ ตำแหน่ง โฟกัสเหมือนการสะท้อน แต่ค่าทางยาวโฟกัส ในกรณีของการหักเห จะแตกต่างไปจากกรณีของการสะท้อน จะเริ่มต้นพิจารณาการหักเหที่ผิวโค้งเดี่ยว โดยจะต้องกำหนดเครื่องหมายของค่าต่าง ๆ เสียก่อน เพื่อสะดวกในการคำนวณ

การกำหนดเครื่องหมาย

- ทางเดินแสง จะแสดงทางเดินจากซ้ายไปขวาเสมอ ด้านซ้ายของผิวโค้งเป็นส่วนด้านวัตถุ (object zone) ตรงกลางเป็นผิวโค้งหรือระบบทัศน และด้านขวาของผิวโค้งเป็นส่วนด้านภาพ (image zone)

- ระยะทางต่าง ๆ มีค่าเป็นบวก เมื่อวัดจากผิวโค้งไปทางขวาและมีค่าเป็นลบ เมื่อวัดจากผิวโค้งไปทางซ้าย
- มุมชนของรังสีตกกระทบ (u) และมุมชนของรังสีหักเห (u') ซึ่งเป็นมุมที่รังสีทั้งสองทำกับแกนमुखยสำคัญ จะมีค่าเป็นบวก เมื่อวัดจากรังสีเข้าหาแกนमुखยสำคัญ ในทิศทวนเข็มนาฬิกา และมีค่าเป็นลบ เมื่อวัดในทิศตามเข็มนาฬิกา
- ค่ามุมตกกระทบ (i) และมุมหักเห (i') มีค่าเป็นบวก เมื่อวัดจากรังสีเข้าหาเส้นปกติในทิศตามเข็มนาฬิกา และมีค่าเป็นลบ เมื่อวัดในทิศทวนเข็มนาฬิกา
- ความสูง (h) ที่วัดจากแกนमुखยสำคัญ มีค่าเป็นบวก เมื่อวัดขึ้นข้างบนของแนวแกน และเป็นลบ เมื่อวัดลงข้างล่างของแนวแกน



ภาพ 2-3 แสดงการหักเหที่ผิวโค้งเดียว

ตามข้อกำหนดของเครื่องหมาย สำหรับภาพ 2-3

u เป็นลบ	u' เป็นบวก
α เป็นบวก	R เป็นบวก
l เป็นลบ	l' เป็นบวก
i เป็นบวก	i' เป็นบวก
h เป็นบวก	

ตามภาพ ΔOBC

$$i = \alpha + u$$

เมื่อค่าฝังถึงเครื่องหมาย $i = \alpha - u$ 2.3

ทำนองเดียวกัน ใน ΔBCG

$$i' = \alpha - u' \quad \dots\dots\dots 2.4$$

จากสมการ 2.2 $ni = n'i'$

$$n(\alpha - u) = n'(\alpha - u')$$

ดังนั้น $n'u' - nu = (n' - n)\alpha$ 2.5

สมการเหล่านี้ใช้ได้ในกรณี i, i', u, u' และ α เป็นมุมแคบ หรือ h มีค่าน้อย เมื่อเทียบกับ R, l และ l' เงื่อนไขเช่นนี้จะเป็นไปได้ เมื่ออยู่ในช่วงใกล้แกน (paraxial zone) ซึ่งทัศนศาสตร์แบบนี้ เรียกว่า ทัศนศาสตร์ใกล้แกน หรือ ทัศนศาสตร์เกาส์เซียน (Gaussian Optics)

ถ้า u, u', α เป็นมุมแคบ จะได้

$$u = \frac{h}{l}, \quad u' = \frac{h}{l'}, \quad \text{และ} \quad \alpha = \frac{h}{R}$$

แทนในสมการ 2.5 จะได้

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{R} \quad \dots\dots\dots 2.6$$

ถ้าแสงเข้ามาขนานกับแนวแกน ($u = 0$) จะได้

$$n'u' = (n' - n)\alpha$$

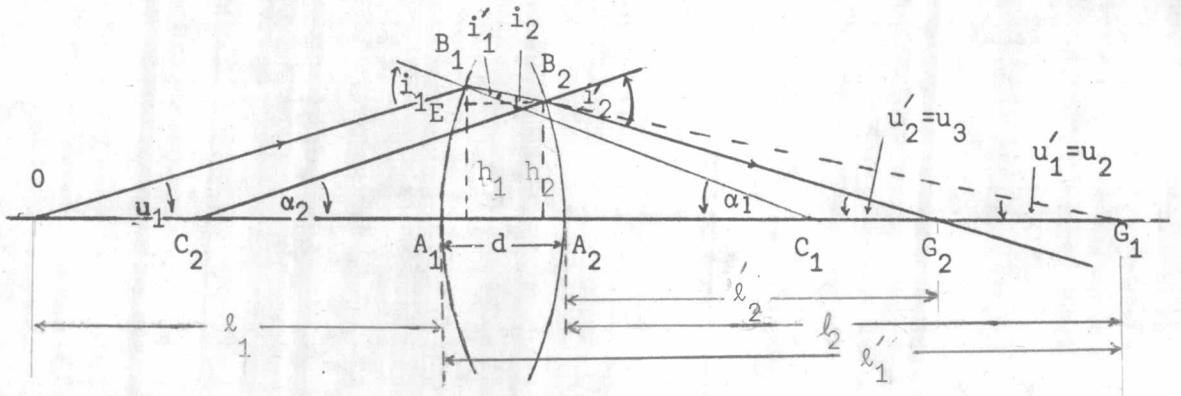
$$\frac{n'}{l'} = \frac{(n' - n)}{R}$$

โดยระยะ l' คือทางยาวโฟกัสของผิวโค้งเดี่ยวใช้สัญลักษณ์ f'

$$\frac{n'}{f'} = \frac{(n' - n)}{R}$$

1.2 การหักเหแสงโดยเลนส์

การหักเหแสงด้วยเลนส์ เป็นการหักเหที่ผิวโค้ง 2 ผิว เป็นส่วนใหญ่ ดังนั้นจะพิจารณาการหักเหที่ผิวโค้ง 2 ผิว ดังภาพ



ภาพ 2-4 แสดงการหักเหทางเดินแสงที่ผิวโค้ง 2 ผิว

จากการหักเหที่ผิวโค้งเดียว ผิวที่ 1 จะได้

$$n_2 u_2 - n_1 u_1 = (n_2 - n_1) \alpha_1 \dots\dots\dots 2.7$$

พิจารณาการหักเหที่ผิวโค้งที่ 2 จาก $\Delta C_2 B_2 G_1$

$$-i_2 = u_2 - \alpha_2$$

$$i_2 = \alpha_2 - u_2$$

จาก $\Delta C_2 B_2 G_1$ $-i'_2 = u'_2 - \alpha_2$

$$i'_2 = \alpha_2 - u'_2$$

จากกฎของการหักเห $n_2(\alpha_2 - u_2) = n_3(\alpha_2 - u'_2)$

$$n_3 u_3 - n_2 u_2 = (n_3 - n_2) \alpha_2 \dots\dots\dots 2.8$$

จะเห็นได้ว่า สมการ 2.7 และ 2.8 มีลักษณะคล้ายกัน ดังนั้นสำหรับผิวโค้งทุกผิว ความสัมพันธ์ระหว่าง u , u' และ α จะเป็นไปตามสมการ 2.5 เล่ม

$$n' u' - nu = (n' - n)\alpha$$

เรียกว่า สมการการหักเหของผิวโค้ง (refraction equation)

จาก $\Delta B_1 B_2 E$

$$h_1 - h_2 = d \tan u'_1$$

$$h_2 = h_1 - d \tan u'_1$$

เมื่อ d คือ ระยะห่างระหว่างผิวโค้งทั้งสอง

ถ้า u'_1 เป็นมุมแคบ

$$h_2 = h_1 - d u'_1 \quad \dots\dots\dots 2.9$$

เรียกว่า สมการส่งผ่าน (transfer equation)

สมการ 2.5 และ 2.9 เป็นสมการที่นำไปใช้ในการคำนวณการแกะรอยรังสีในลู่

ใกล้แกน (paraxial ray tracing)

จากสมการ 2.7 และ 2.8

$$n_2 \cdot \frac{h_1}{l'_1} - \frac{n_1 h_1}{l_1} = (n_2 - n_1) \frac{h_1}{R_1}$$

$$\frac{n_2}{l'_1} - \frac{n_1}{l_1} = \frac{(n_2 - n_1)}{R_1} \quad \dots\dots\dots 2.10$$

ในทำนองเดียวกัน

$$\frac{n_3}{l'_2} - \frac{n_2}{l_2} = \frac{(n_3 - n_2)}{R_2}$$

แต่ $l_2 = l'_1 - d$

$$\frac{n_3}{l'_2} - \frac{n_2}{l'_1 - d} = \frac{n_3 - n_2}{R_2} \quad \dots\dots\dots 2.11$$

กรณีเลนส์บางอยู่ในอากาศ $n_3 = n_1 = 1.00$ และให้ $n_2 = n$

และมี $d \ll \ell'_1$ จะได้

จากสมการ 2.10
$$\frac{n}{\ell'_1} - \frac{1}{\ell_1} = \left(\frac{n-1}{R_1}\right)$$

จากสมการ 2.11
$$\frac{1}{\ell'_2} - \frac{n}{\ell_1} = \left(\frac{1-n}{R_2}\right)$$

จะได้
$$\frac{1}{\ell'_2} - \frac{1}{\ell_1} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \dots\dots\dots 2.12$$

เรียกว่า สมการเกาส์เซียนสำหรับเลนส์บาง (Gaussian equation for thin lens)

กรณีที่ ℓ_1 มีค่ามาก รังสีจากวัตถุจะเป็นรังสีขนาน เมื่อหักเหผ่านเลนส์ ก็จะมารวมกันที่จุด G_2 ซึ่งจะเป็นตำแหน่งโฟกัสของเลนส์ และ $\ell'_2 = f'$

$$\ell_1 = \infty \quad \frac{1}{\ell'_2} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

ดังนั้น
$$\frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \dots\dots\dots 2.13$$

สมการ 2.13 เป็นสมการเบื้องต้นที่ใช้ในการคำนวณหาค่าของรัศมีความโค้ง เพื่อให้ได้ทางยาวโฟกัสของเลนส์ที่ต้องการ ในการออกแบบสร้างเลนส์ เรียกว่า สมการของช่างทำเลนส์ (Lens maker's equation)

1.3 กำลังของเลนส์บาง (power of thin lens) ในอากาศ

กำลังของเลนส์ คือความสามารถในการหักเหรังสีแสง กำหนดให้เป็นส่วนกลับของทางยาวโฟกัส จากสมการ 2.13 จะได้

$$K = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

โดย K คือกำลังของเลนส์ในอากาศ

$$K = (n-1)(c_1 - c_2)$$



เมื่อ c_1, c_2 คือ ค่าความโค้งของผิวที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

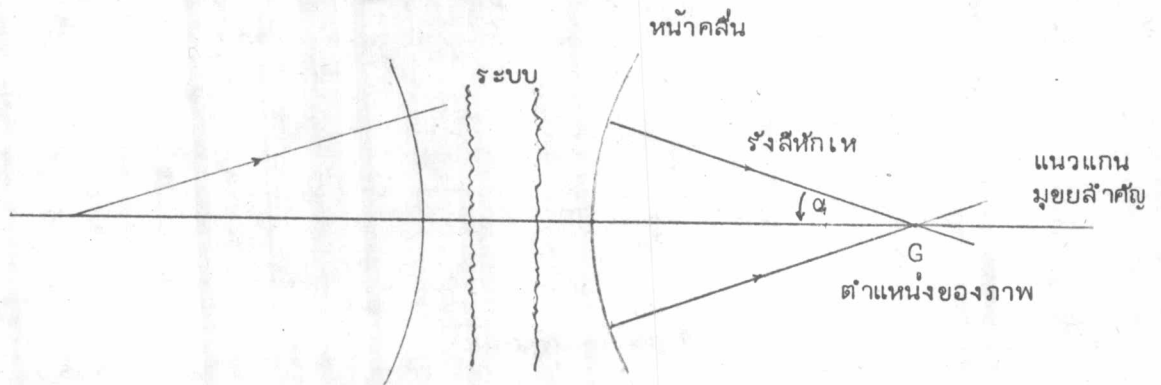
$$c_1 = \frac{1}{R_1} \quad \text{และ} \quad c_2 = \frac{1}{R_2}$$

2. ทฤษฎีความคลาด (aberration theory)

ในระบบที่คั่นใด ๆ ก็ตาม สิ่งที่ได้พบอยู่เสมอ คือ ความคลาดเคลื่อนของภาพ ซึ่งเกิดขึ้นจากการที่รังสีแสงเดินทางผ่านระบบ อันเป็นผลสืบเนื่องมาจากลำเหตุสำคัญ 2 ประการ คือ การเลี้ยวเบน (diffraction) ของแสง และ ความคลาดของระบบ (aberration of system) ผลของการเลี้ยวเบน ในที่นี้จะกล่าวถึงอย่างสั้น ๆ เท่านั้น

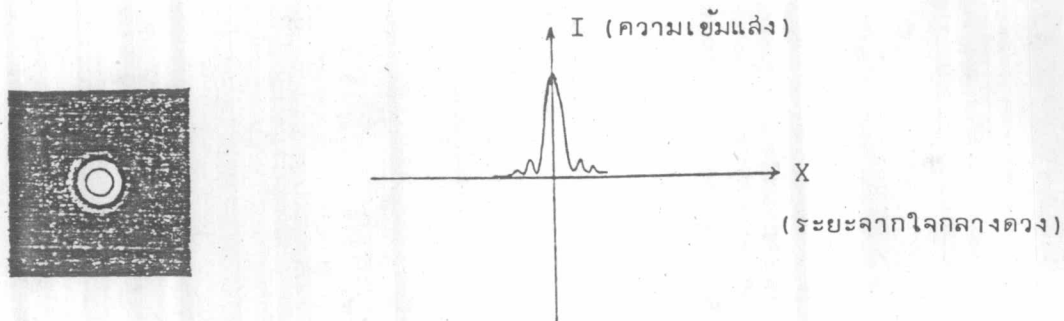
เมื่อพิจารณาถึงจุดกำเนิดแสงที่ให้รังสีแสงผ่านระบบที่คั่น ถ้าระบบไม่มีความคลาดใด ๆ หลังจากผ่านระบบ หน้าคลื่น (wave-front) ของแสง จะเป็นทรงกลม เดินทางไปรวมกันตรงจุดหรือตำแหน่งที่เกิดภาพ ดังภาพ 2-5

หน้าคลื่น หมายถึงพื้นผิวซึ่งแสดงถึงตำแหน่งที่คลื่นมีเฟสค่าเดียวกัน



ภาพ 2-5 แสดงหน้าคลื่น และรังสีหักเห เมื่อหักเหผ่านระบบ

ตรงกลางตำแหน่งของภาพ (G) ซึ่งเป็นจุดศูนย์กลางของหน้าคลื่น คลื่นจากทุกจุดบนหน้าคลื่น จะมาถึงพร้อมกันด้วยเฟสเดียวกัน ทำให้ตรงจุดนี้มีความเข้มสูงสุด แต่บริเวณอื่นโดยรอบจุด G ความเข้มจะลดลง และมีการกระจายความเข้มแตกต่างกันไป ทำให้บริเวณตำแหน่งภาพ จะพบลักษณะของภาพเป็นดวงกลม ตรงกลางดวงเป็นจุดที่มีความเข้มสูงสุด เรียกว่า "ดวงกลมแอร์" (Airy's disk) ซึ่งเกิดจากการเลี้ยวเบนของแสง



ภาพ 2-6 ดวงกลมแอรี่ และการกระจายความเข้มบนดวงกลม

จากวัตถุซึ่งเป็นจุดกำเนิดแสง ภาพของวัตถุที่ได้จะไม่เป็นจุด แต่จะปรากฏเป็นดวงกลมแทน ซึ่งเป็นผลผิดพลาด เนื่องจากการเลี้ยวเบน ดังกล่าว

ผลของความคลาด

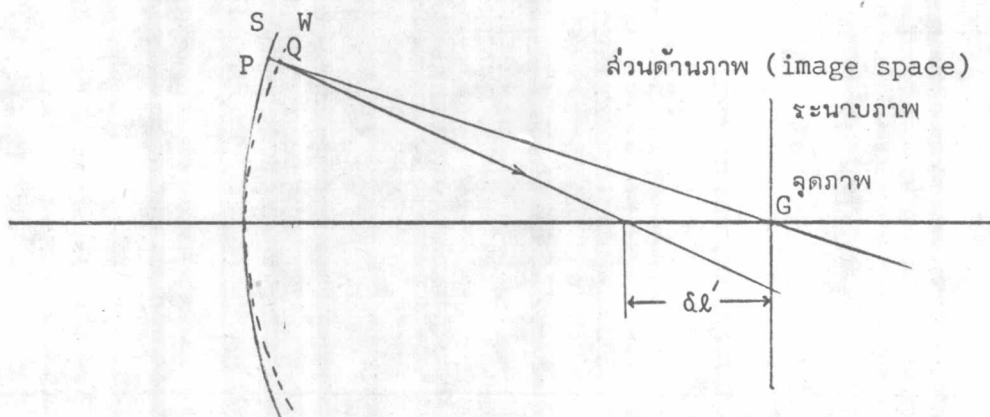
ความไม่สมบูรณ์ของภาพ นอกจากผลของการเลี้ยวเบนที่กล่าวมาแล้ว ยังมีสาเหตุเนื่องจากระบบทัศนนั้นมี ความคลาดอยู่ ความคลาดที่จะทำให้หน้าคลื่นที่ออกจากระบบในส่วนด้านภาพ (image space) มีความคลาดเคลื่อนไปจากทรงกลมเต็ม แนวรังสีจากหน้าคลื่นแต่ละจุด จะไม่ไปรวมกันที่จุดเดียว อาจจะพิจารณาลักษณะของความคลาดได้เป็น 2 แบบ คือ

- ความคลาดหน้าคลื่น (wavefront aberration)
- ความคลาดรังสี (ray aberration)

2.1 ความคลาดหน้าคลื่น (2), (5), (6)

หลังจากคลื่นหักเหผ่านระบบ ถ้าระบบไม่มีความคลาด หน้าคลื่นที่ออกมา จะมีลักษณะเป็นทรงกลม มีศูนย์กลางอยู่ที่ตำแหน่งภาพ (G) ได้กำหนดให้ทรงกลมดังกล่าวแทนลักษณะของหน้าคลื่นที่ไม่มี ความคลาด เรียกว่า "ทรงกลมอ้างอิง" (reference sphere) สืบเนื่องมาจากระบบมีความคลาด หน้าคลื่นจริงย่อมแตกต่างไปจากทรงกลมอ้างอิง ทำให้ความเข้มแสงตรงตำแหน่งภาพต้องผิดพลาดไป ความคลาดนี้จะแปรผันโดยตรงกับระยะทางทัศน (optical path length) ระหว่างทรงกลมอ้างอิงกับหน้าคลื่นจริง ซึ่งเรียกว่า ความคลาดหน้าคลื่น (W)

2.2 ความคลาดรังสี โดยเหตุที่ ทิศทางของรังสี จะต้องอยู่ในแนวตั้งฉากกับหน้าคลื่น
 เล่มอ ดังนั้น เมื่อแนวหน้าคลื่นผิดไป แนวนรังสีก็จะมีกาเบี่ยงเบนไปจากแนวเดิม ทำให้จุดตัด
 ของรังสีบนแนวแกนจะแตกต่างกัน ระยะความคลาดตามแนวแกน เรียกว่า ความคลาดรังสีตามแนว
 แกน (longitudinal ray aberration) และระยะความคลาด จากจุดภาพ (G) บน
 ระนาบภาพ จะเป็นความคลาดรังสีตามขวาง (transverse ray aberration)



ภาพ 2-7 แสดงความคลาดหน้าคลื่นและความคลาดรังสี

S แทน ผิวทรงกลมอ้างอิง

W แทน ผิวหน้าคลื่นจริง

$W' = n(PQ)$ เมื่อ n คือ ดรรชนีหักเหในส่วนด้านภาพ

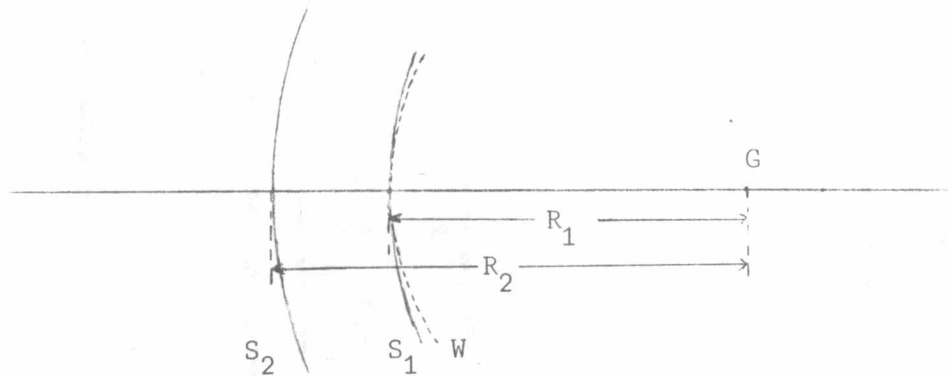
W' คือ ความคลาดหน้าคลื่นของระบบ มีค่าเป็นบวกเมื่อ W อยู่ด้านหน้า S

$\delta l'$ คือ ความคลาดรังสีตามแนวแกนของระบบ

ความคลาดรังสี แสดงลักษณะที่เข้าใจง่ายและเห็นได้ชัดเจน แต่จะใช้ได้ดี ในกรณีระบบ
 มีความคลาดมาก และระยะภาพไม่ไกลนัก สำหรับกรณีที่ระบบมีความคลาดน้อย หรือระยะภาพอยู่ไกล
 มากมักนิยมใช้ความคลาดหน้าคลื่น นอกจากนั้นในการคำนวณทางทฤษฎีความคลาด ถ้ามีการหักเหผ่านผิว
 โค้งหลายผิว ความคลาดหน้าคลื่นของแต่ละผิว สามารถรวมกันได้ตามผลบวกทางพีชคณิต ซึ่งความคลาด
 รังสีทำไม่ได้ จึงเป็นการสะดวกกว่าที่จะใช้ความคลาดหน้าคลื่นในการอธิบายถึงค่าความคลาด

2.3 ผลของการเปลี่ยนทรงกลมอ้างอิง ต่อการเปลี่ยนของความคลาดหน้าคลื่น

2.3.1 การเปลี่ยนรัศมีของทรงกลมอ้างอิงโดยไม่เปลี่ยนจุดศูนย์กลาง

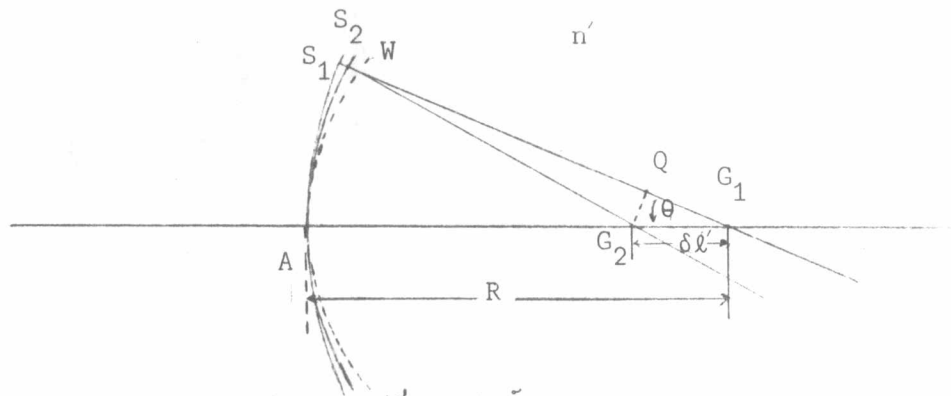


ภาพ 2-8 แสดงการเปลี่ยนรัศมีของทรงกลมอ้างอิง

จากภาพ 2-8 แม้ว่าจะมีการเปลี่ยน รัศมี R_1 เป็น R_2 ของทรงกลมอ้างอิง ค่าความคลาดหน้าคลื่น จะไม่มีการเปลี่ยนแปลงแต่อย่างใด

2.3.2 การเปลี่ยนจุดศูนย์กลางของทรงกลมอ้างอิง การเปลี่ยนแบบนี้ จะทำให้ค่าของความคลาดหน้าคลื่นมีการเปลี่ยนแปลงไป ซึ่งการเปลี่ยนจุดศูนย์กลางนี้สามารถแบ่งได้เป็น 2 สภาวะ คือ การเปลี่ยนไปตามแนวแกน (longitudinal focal shift) และการเปลี่ยนไปตามแนวขวาง (transverse focal shift)

การเปลี่ยนไปตามแนวแกน



ภาพ 2-9 แสดงการเปลี่ยนจุดศูนย์กลางตามแนวแกน

เส้นตรง S_1G_1 และ S_2G_2 จะตัดหน้าคลื่น ที่จุด W_1 และ W_2 ซึ่งจุดทั้งสองอยู่ใกล้เคียงกัน พอจะถือได้ว่าเป็นจุดเดียวกัน โดยให้เป็นจุด W

กำหนดให้ $\Delta W'_L$ เป็นความคลาดที่เปลี่ยนไป เมื่อเลือกทรงกลมอ้างอิง S_2 แทน S_1
 S_1 เป็นทรงกลมอ้างอิงเดิม มีจุดศูนย์กลางที่ G_1
 S_2 เป็นทรงกลมอ้างอิงใหม่ มีจุดศูนย์กลางที่ G_2

$$\text{ความคลาดจากทรงกลมอ้างอิง } S_1 \quad W' = [S_1 W]$$

$$\text{ความคลาดจากทรงกลมอ้างอิง } S_2 \quad W' + \Delta W'_L = [S_2 W]$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \Delta W'_L = - [S_1 S_2]$$

$[S_1 W]$, $[S_2 W]$ และ $[S_1 S_2]$ เป็นทางทศนิยม ซึ่งจะมีค่าเป็น $n \cdot S_1 W$,
 $n \cdot S_2 W$ และ $n \cdot S_1 S_2$ ตามลำดับ

$$\text{ถ้า } \theta \text{ เป็นมุมแคบ} \quad S_1 G_2 \approx S_1 Q$$

$$\text{แต่} \quad S_1 Q = R - \delta l' \cos \theta$$

$$S_1 G_2 = R - \delta l' \cos \theta$$

$$S_2 G_2 = AG_2$$

$$S_2 G_2 = R - \delta l'$$

$$S_1 S_2 = S_1 G_2 - S_2 G_2$$

$$S_1 S_2 = \delta l' - \delta l' \cos \theta$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \Delta W'_L = -n \cdot \delta l' (1 - \cos \theta)$$

กระจาย $\cos \theta$ ให้อยู่ในรูปอนุกรม

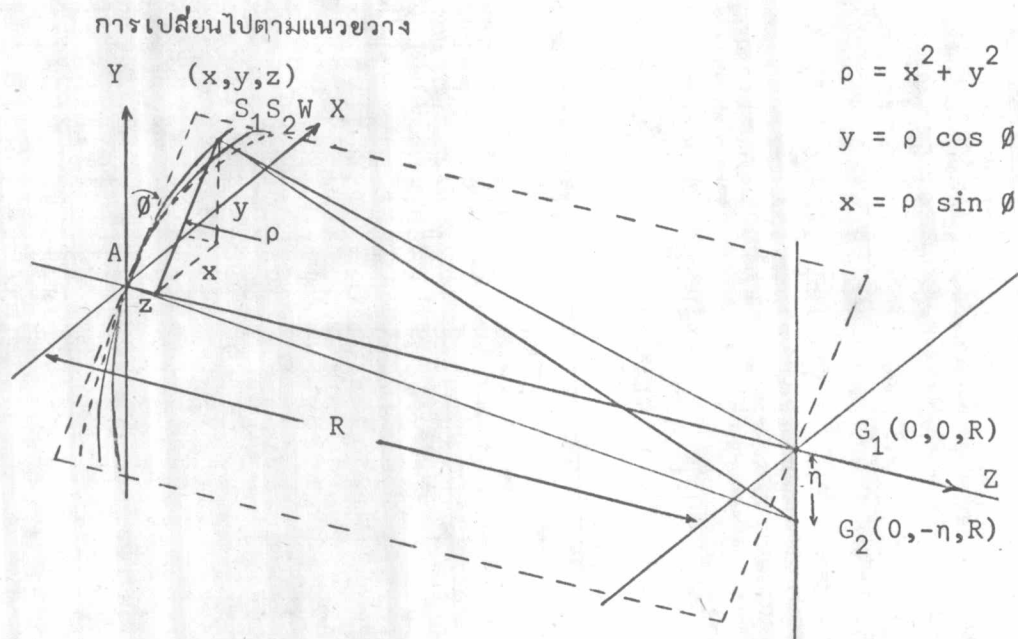
$$\text{จะได้} \quad \Delta W'_L = -n \cdot \delta l' [1 - (1 - \frac{\theta^2}{2!} + \dots)]$$

$$\Delta W'_L = -\frac{1}{2} n \cdot \theta^2 \cdot \delta l' \quad \dots \dots \dots 2.15$$

ค่ามุม θ จะแปรผันโดยตรงกับขนาดความสูงของทรงกลมอ้างอิงจากแนวแกน (ρ) ซึ่งจะขึ้นโดยตรงต่อขนาดช่องรับแสง (aperture)

$$\Delta W'_L \propto \rho^2$$

เมื่อ ρ คือรัศมีของช่องรับแสง



ภาพ 2-10 แสดงการเปลี่ยนไปของจุดศูนย์กลางทรงกลมอ้างอิงตามแนวขวาง

กำหนดให้ $\Delta W'_T$ เป็นความคลาดที่เปลี่ยนไป เมื่อเปลี่ยนจุดศูนย์กลางจาก G_1 เป็น G_2

$$\begin{aligned}
 W' &= [S_1 W] \\
 W' + \Delta W'_T &= [S_2 W] \\
 \Delta W'_T &= - [S_1 S_2] \\
 \Delta W'_T &= -n \cdot S_1 S_2 \\
 (S_1 G_2)^2 &= (x-0)^2 + (y+n)^2 + (z-R)^2 \\
 (S_1 G_2)^2 &= x^2 + y^2 + 2yn + n^2 + (z-R)^2 \\
 S_2 G_2 &= AG_2
 \end{aligned}$$

$$(S_2 G_2)^2 = (AG_2)^2 = R^2 + \eta^2$$

$$(S_1 G_1)^2 = x^2 + y^2 + (z-R)^2 = R^2$$

$$(S_1 G_2)^2 = R^2 + 2yn + \eta^2$$

$$(S_1 G_2)^2 - (S_2 G_2)^2 = 2yn$$

$$(S_1 G_2 - S_2 G_2)(S_1 G_2 + S_2 G_2) = 2yn$$

$$(S_1 S_2) = \frac{2yn}{(S_1 G_2 + S_2 G_2)}$$

$$S_1 G_2 + S_2 G_2 \approx 2S_1 G_1 \approx 2R$$

$$S_1 S_2 = \frac{2yn}{2R}$$

$$S_1 S_2 = \frac{yn}{R}$$

$$\Delta W'_T = -\frac{n\eta\eta}{R}$$

$$\text{แต่ } y = \rho \cos \emptyset$$

$$\Delta W'_T = \frac{-n\eta\rho \cos \emptyset}{R} \dots\dots\dots 2.16$$

ρ คือ รัศมีของช่องรับแสง

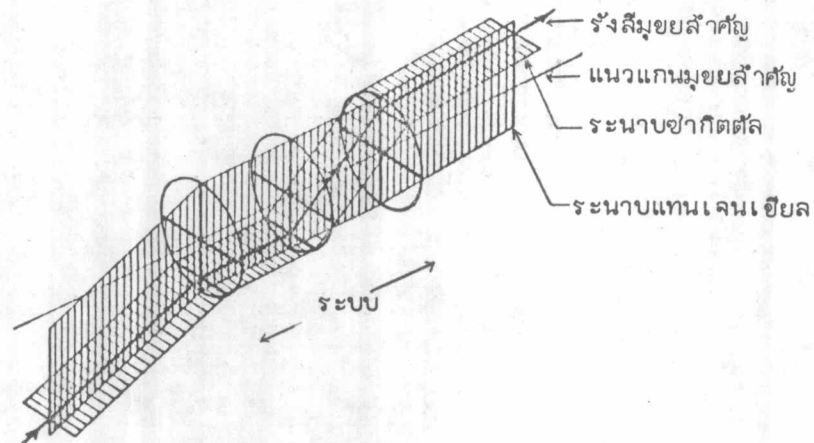
η คือ ความสูงของภาพจากแนวแกน

\emptyset คือ มุมอซิมุต (azimuth angle) ของส่วนหน้าคลื่น

จากสมการ 2.16 ค่าการเปลี่ยนแปลงของความคลาด จะขึ้นอยู่กับตัวแปร 3 ตัว คือ η , ρ และ \emptyset ถ้าวัตถุอยู่บนแนวแกน ความคลาดเนื่องจากระบบจะขึ้นอยู่กับขนาดของช่องรับแสงเพียงอย่างเดียว แต่ถ้าวัตถุอยู่นอกแนวแกน ความคลาดจะสืบเนื่องมาจากความไม่สม่ำเสมอของแนวรังสีमुखยสำคัญ จากวัตถุ โดย จะขึ้นกับตัวแปรทั้งสาม (η , ρ , \emptyset) ดังกล่าว

ในกรณีที่ วัตถุอยู่นอกแนวแกน จำเป็นจะต้องทำการเลือกกระนาบที่เหมาะสม ในการแสดงลักษณะทางเดินแสง เพื่อสะดวกในการพิจารณาถึงความคลาด และผลของความคลาดทั้งแบบหน้าคลื่น

และแบบรังสี



ภาพ 2-11 แสดงระนาบแทนเจนเชียลและระนาบซำกิตตล์

ระนาบแทนเจนเชียล (tangential plane) เป็นระนาบที่พาดผ่านแกนมุกขยล้าศัญ และรังสีมุกขยล้าศัญ ซึ่งเป็นรังสีที่ผ่านจุดกึ่งกลางของช่องรับแสง

ระนาบซำกิตตล์ (sagittal plane) เป็นระนาบที่พาดไปตามแนวรังสีมุกขยล้าศัญ และตั้งฉากกับระนาบแทนเจนเชียลเสมอ

ตามภาพ 2-11 เส้นขีดในแนวตั้ง แสดงถึงระนาบแทนเจนเชียล และเส้นขีดในแนวราบ แสดงถึงระนาบซำกิตตล์

2.4 ความคลาดเอกรงค์ (monochromatic aberration)

ในตัวกลางกระจายแสง (dispersive medium) ค่าดัชนีหักเหของตัวกลางสำหรับแสงแต่ละสี จะมีค่าที่แตกต่างกันไป จากสมการ 2.15 และ 2.16 พบว่าการเปลี่ยนแปลงของความคลาด จะขึ้นอยู่กับค่าดัชนีหักเห ในกรณีที่มีแสงหลายสีผ่านระบบ ความคลาดของแสงแต่ละสีย่อมแตกต่างกันไปตามค่าดัชนีหักเห ซึ่งผลของความคลาดจากกรณีมีแสงหลายสีเช่นนี้ เรียกว่า "ความคลาดรงค์" (chromatic aberration) ในขั้นต้น จะพิจารณากรณี ที่ดัชนีหักเหมีค่าเดียว ซึ่งหมายถึงให้แสงสีเดียวเดินทางผ่านระบบ ค่าดัชนีหักเหมีค่าคงที่ ความคลาดที่เกิดขึ้นสืบเนื่องจากแสงสีเดี่ยวนี้นี้เรียกว่า "ความคลาดเอกรงค์" สำหรับกรณีของความคลาดรงค์ จะกล่าวถึงในหัวข้อถัดไป

2.4.1 ฟังก์ชันของความคลาด(aberration function) ค่าตัวแปร ρ , η และ θ สำหรับความคลาดเอกรงค์นั้น ในทฤษฎีของความคลาด นิยมใช้ตัวแปร γ , σ และ θ แทนโดยที่ตัวแปร " γ " เรียกว่า "ช่องรับแสงสัมพัทธ์ (relative aperture) และตัวแปร " σ " เรียกว่า ความสูงภาพเศษส่วน (fractional image height)

$$\gamma = \frac{\rho}{\rho_{\max}}$$

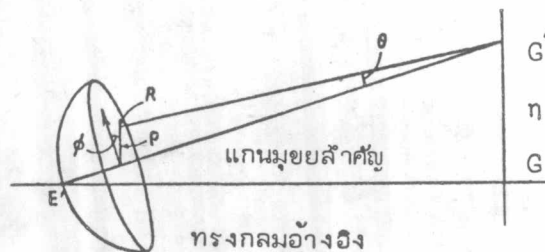
$$\sigma = \frac{\eta}{\eta_{\max}}$$

เมื่อ	ρ_{\max}	คือรัศมีของช่องรับแสงค่าสูงสุด
	ρ	คือ รัศมีของช่องรับแสงใด ๆ
	η_{\max}	คือ ขนาดความสูงมากที่สุดของภาพบนระนาบภาพ
	η	คือ ขนาดความสูงของภาพใด ๆ บนระนาบภาพ

การที่เลือกใช้ ตัวแปร γ และ σ เพื่อความสะดวกในการพิจารณา เนื่องจาก สำหรับรังสีใดรังสีหนึ่ง ค่า γ จะมีค่าคงที่เสมอ ขณะที่ ρ สามารถเปลี่ยนแปลงได้ เมื่อผ่านไปในระบบ σ ก็เช่นกัน จะมีค่าคงที่สำหรับวัตถุนอกแกนตำแหน่งหนึ่ง ไม่ว่าจะพิจารณา ณ ตำแหน่งใดของส่วนด้านภาพ ซึ่งต่างกับ η ที่เปลี่ยนแปลงไปตามตำแหน่ง

ถ้าให้ W' เป็นความคลาดหน้าคลื่น

W' จะเป็นฟังก์ชันของ γ , σ และ θ เขียนได้เป็น $W'(\gamma, \sigma, \theta)$



ภาพ 2-12 ทรงกลมอ้างอิงในส่วนด้านภาพ

ในกรณีที่ผิวหักเหในระบบที่คั่น มีความสมมาตรรอบแนวแกนमुखยสำคัญ

เมื่อพิจารณาทรงกลมอ้างอิงในล่วนด้านภาพ จากความสมมาตรรอบรั้งสมุขยสำคัญของ W' เทอมที่ขึ้นกับตัวแปร γ (หรือ ρ) จะต้องเป็นฟังก์ชันคู่ (even function) เพื่อให้ W' มีค่าคงเดิม เมื่อ ρ ถูกแทนด้วยค่า $-\rho$ นั่นคือ เทอมที่ขึ้นกับ γ ต้องอยู่ในรูป $\gamma^2, \gamma^4 \dots$ ในทำนองเดียวกัน จากความสมมาตรรอบแกนमुखยสำคัญของ W' เทอมที่ขึ้นกับตัวแปร σ (หรือ η) ก็ต้องอยู่ในรูป $\sigma^2, \sigma^4 \dots$ และสำหรับเทอมที่ขึ้นกับ $\sigma \times \gamma$ จำเป็นจะต้องอยู่ในรูปที่กำลังของ σ และ γ ทั้งสองเป็นเลขคู่ เช่น $\sigma^2 \cdot \gamma^2, \sigma^2 \gamma^4 \dots$ เป็นต้น ต่อมาจะพิจารณาถึงตัวแปร θ จากความสมมาตรของ W' รอบระนาบแทนเจนเซียล แสดงว่าเมื่อแทน θ ด้วย $-\theta$ จะต้องให้ค่า W' คงเดิม ดังนั้น ตัวแปร θ จึงควรจะเป็นรูปตัวแปร $\cos \theta$ แต่เมื่อแทนมุม θ ด้วยมุม $\pi \pm \theta$ จะทำให้ $\cos \theta$ มีการเปลี่ยนเครื่องหมาย ดังนั้นเทอมที่ขึ้นกับ $\cos \theta$ จะขึ้นกับตัวแปร $\cos \theta$ ตัวแปรเดียวไม่ได้ แต่จำเป็นจะต้องอยู่ในรูป $\sigma \cdot \gamma \cos \theta$ เมื่อ $\cos \theta$ มีการเปลี่ยนเครื่องหมาย ตัวแปร γ หรือ σ จะเปลี่ยนเครื่องหมาย ทำให้ W' ยังคงมีค่าเช่นเดิมต่อไป

จากการพิจารณาดังกล่าว ทำให้สามารถกระจายฟังก์ชันของความคลาดในเทอมของตัวแปร γ, σ และ θ ได้ดังสมการ

$$\begin{aligned}
 W'(\gamma, \sigma, \theta) = & \quad {}_0W_{00} + {}_0W_{20}\gamma^2 + {}_2W_{00}\sigma^2 + {}_1W_{11}\sigma \cdot \gamma \cdot \cos \theta \\
 & + {}_0W_{40}\gamma^4 + {}_4W_{00}\sigma^4 + {}_2W_{20}\sigma^2 \cdot \gamma^2 + {}_2W_{22}\sigma^2 \cdot \gamma^2 \cdot \cos^2 \theta \\
 & + {}_3W_{11}\sigma^3 \cdot \gamma \cdot \cos \theta + {}_1W_{31}\sigma \cdot \gamma^3 \cdot \cos \theta + \dots \quad \dots\dots 2.17
 \end{aligned}$$

ในที่นี้ จะพิจารณาเฉพาะเทอมที่กำลังของ σ และ γ รวมกันไม่เกิน 4 ซึ่งเรียกเทอมของความคลาดเหล่านี้ว่า " ความคลาดปฐมภูมิ "

${}_0W_{00}, {}_2W_{00}, {}_0W_{20} \dots$ คือ สัมประสิทธิ์ของเทอมต่างๆโดยตัวเลขที่กำกับไว้แสดงถึงตัวเลขกำลังของตัวแปร σ, γ และ $\cos \theta$ ตามลำดับ

ในกรณีที่ $\gamma = 0$ ความคลาดเป็นลู่ เนื่องจากบริเวณใกล้แกน จะไม่มีความคลาด ดังนั้น

$$W'(0, \sigma, \theta) = {}_0W_{00} + {}_2W_{00}\sigma^2 + {}_4W_{00}\sigma^4 + \dots = 0$$

เมื่อพิจารณาในกรณี ที่วัดอยู่บนแนวแกน ทรงกลมอ้างอิงจะมีจุดศูนย์กลางอยู่บนแนวแกน

$$\sigma = 0$$

$$W'(Y, 0, \emptyset) = {}_0W_{20}Y^2 + {}_0W_{40}Y^4 + \dots$$

จากสมการ 2.15 $\Delta W'_L \propto \rho^2$

แต่ $Y = \frac{\rho}{\rho_{max}}$

$$Y \propto \rho$$

ดังนั้น $\Delta W'_L \propto Y^2$

แสดงว่า ${}_0W_{20}Y^2$ ก็คือ $\Delta W'_L$ นั้นเอง ดังนั้นถ้าเลือกจุดศูนย์กลางของทรงกลมอ้างอิงใหม่ให้เหมาะสม จะตัดเทอม ${}_0W_{20}Y^2$ ออกไปได้ และเช่นกัน

จากสมการ 2.16

$$\Delta W'_T \propto \rho \eta \cos \emptyset$$

$$\Delta W'_T \propto Y \sigma \cos \emptyset$$

ซึ่งจะตรงกับเทอม ${}_1W_{11}\sigma Y \cos \emptyset$ ถ้าเลือกรังสีมุมยศาสตร์ที่เหมาะสมเทอม

${}_1W_{11}\sigma Y \cos \emptyset$ จะตัดออกไปได้เช่นกัน

ดังนั้น สำหรับฟังก์ชันความคลาดปรุมภูมิ จากสมการ 2.17 เขียนได้เป็น

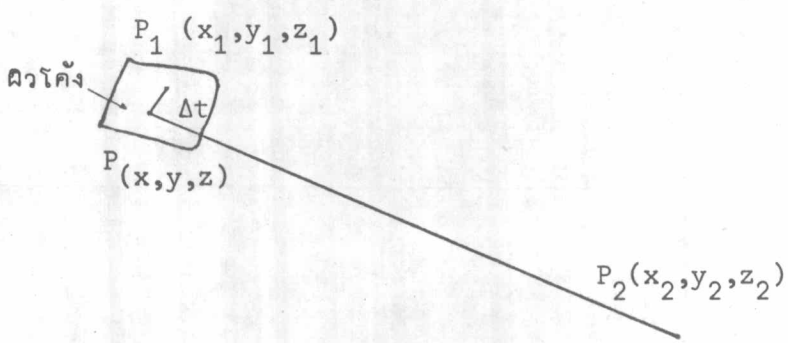
$$W(Y, \sigma, \emptyset) = {}_0W_{40}Y^4 + {}_1W_{31}\sigma Y^3 \cos \emptyset + {}_2W_{22}\sigma^2 Y^2 \cos^2 \emptyset + {}_2W_{20}\sigma^2 Y^2 + {}_3W_{11}\sigma^3 Y \cos \emptyset \dots \dots \dots 2.18$$

เทอมต่าง ๆ เหล่านี้ แสดงถึงความคลาดปรุมภูมิแบบต่าง ๆ คือ

- $0W_{40}Y^4$ - ความคลาดทรงกลมปฐมภูมิ (primary spherical aberration)
- $1W_{31}Y\sigma^3 \cos \theta$ - โคมาปฐมภูมิ (Primary coma)
- $2W_{22}\sigma^2 Y^2 \cos^2 \theta$ - ความคลาดเฉียงปฐมภูมิ (primary astigmatism)
- $2W_{20}\sigma^2 Y^2$ - ความคลาดโค้งของสนาม (field curvature)
- $3W_{11}\sigma^3 Y \cos \theta$ - ความบิดเบี้ยว (distortion)

2.4.2 ความสัมพันธ์ระหว่างความคลาดหน้าคลื่นและความคลาดรังสี

พิจารณาผิวโค้งใด ๆ มีจุด P และ P₁ อยู่ใกล้กัน Δt เป็นระยะระหว่าง PP₁ และมีเส้นตรง PP₂ ตั้งฉากกับผิวโค้ง ดังภาพ 2-13



ภาพ 2-13 แสดงผิวโค้ง และเส้นตั้งฉากของผิวโค้ง

ค่าโคเรชันโคไซน์ของ PP₁ คือ $\frac{\Delta x}{\Delta t}$, $\frac{\Delta y}{\Delta t}$, $\frac{\Delta z}{\Delta t}$

โดยที่ $\Delta x = x_1 - x$, $\Delta y = y_1 - y$, $\Delta z = z_1 - z$

ถ้า P₁ เข้าใกล้ P จนทำให้ $\Delta t \rightarrow 0$ ค่าโคเรชันโคไซน์ของ PP₁ ก็คือ

$$\left(\frac{dx}{dt} , \frac{dy}{dt} , \frac{dz}{dt} \right)$$

สำหรับ PP₂ จะมีโคเรชันโคไซน์เป็น (l, m, n) โดยที่

$$l = \frac{x_2 - x_1}{PP_2}, \quad m = \frac{y_2 - y_1}{PP_2}, \quad n = \frac{z_2 - z_1}{PP_2}$$

ถ้า θ คือมุมระหว่าง PP_1 และ PP_2 สามารถหาค่ามุม θ ได้จากค่าไดเรคชันโคไซน์ของเส้นตรงทั้งสอง โดยความสัมพันธ์

$$\cos \theta = l \cdot \frac{dx}{dt} + m \cdot \frac{dy}{dt} + n \cdot \frac{dz}{dt}$$

เนื่องจาก $PP_1 \perp PP_2$ ทำให้ $\cos \theta = 0$ ดังนั้น

$$l \cdot \frac{dx}{dt} + m \cdot \frac{dy}{dt} + n \cdot \frac{dz}{dt} = 0 \quad \dots\dots\dots 2.19$$

ถ้าให้ $F(x,y,z) = 0$ เป็นสมการของผิวโค้ง

$$\frac{dF}{dt}(x,y,z) = 0$$

แต่

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{\partial F}{\partial z} \cdot \frac{dz}{dt} = 0$$

ดังนั้น

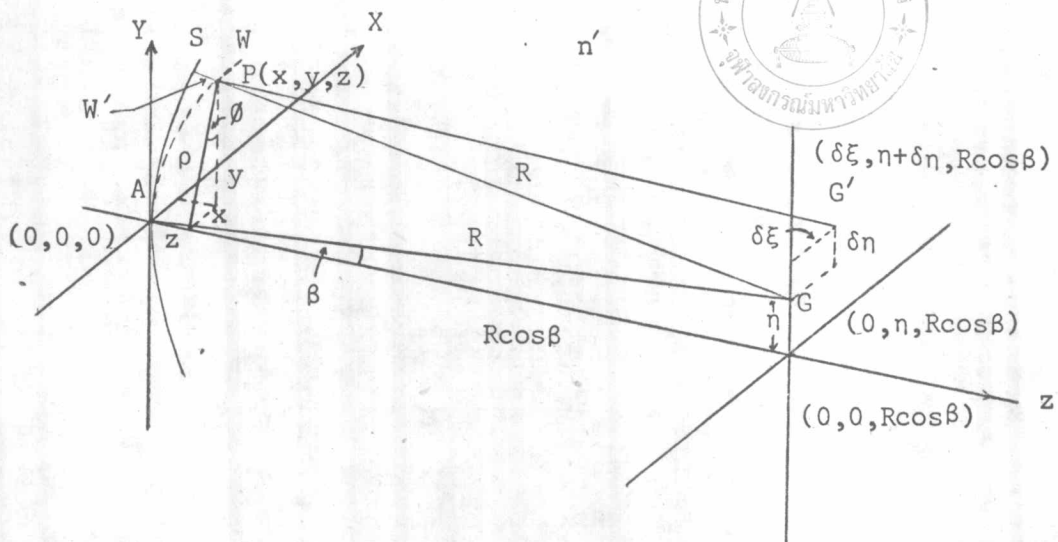
$$\frac{\partial F}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{\partial F}{\partial z} \cdot \frac{dz}{dt} = 0 \quad \dots\dots\dots 2.20$$

เทียบสมการ 2.19 และ 2.20 จะได้ว่า

$$l : m : n = \frac{\partial F}{\partial x} : \frac{\partial F}{\partial y} : \frac{\partial F}{\partial z}$$

$$\frac{l}{\frac{\partial F}{\partial x}} = \frac{m}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \frac{n}{\frac{\partial F}{\partial z}} \quad \dots\dots\dots 2.21$$

จากสมการ 2.21 จะนำไปใช้หาความสัมพันธ์ระหว่างความคลาดหน้าคลื่นกับความคลาดรังสี



ภาพ 2-14 แสดงความคลาดหน้าคลื่นกับความคลาดรังสีตามขวาง

ถ้าให้ W' เป็นความคลาดหน้าคลื่น ซึ่งจะขึ้นกับตัวแปร x และ y เท่านั้น

$$n' \cdot (SP) = W'(x,y)$$

$$SP = \frac{W'(x,y)}{n'}$$

$$SG = R$$

$$PG = SG - SP = R - \frac{W'(x,y)}{n'}$$

แต่ $(PG)^2 = (x-0)^2 + (y-\eta)^2 + (z-R \cos\beta)^2$

นั่นคือ $\left[R - \frac{W'(x,y)}{n'}\right]^2 = x^2 + (y-\eta)^2 + (z-R \cos\beta)^2$

$$x^2 + (y-\eta)^2 + (z-R \cos\beta)^2 - R^2 + \frac{2R}{n'} W'(x,y) - \frac{W'^2(x,y)}{n'^2} = 0$$

$W'^2(x,y)$ มีค่าน้อยมาก

ดังนั้น $x^2 + (y-\eta)^2 + (z-R \cos\beta)^2 - R^2 + \frac{2R}{n'} W'(x,y) = 0$

จะเป็นสมการของผิวโค้งของหน้าคลื่น (W) กำหนดให้เป็น $F(x,y,z)$

ถ้า G' คือจุดรวมของรังสีแสงจากหน้าคลื่นที่มีสมการเป็น $F(x,y,z) = 0$ ให้โคเรชันโคไซน์ของ PG' เป็น l, m, n โดยที่

$$l = \frac{\delta\xi - x}{PG'}, \quad m = \frac{\eta + \delta\eta - y}{PG'}, \quad n = \frac{R \cos \beta - z}{PG'}$$

จากสมการ 2.21 จะได้

$$\frac{\delta\xi - x}{PG' \cdot \frac{\partial F}{\partial x}} = \frac{\eta + \delta\eta - y}{PG' \cdot \frac{\partial F}{\partial y}} = \frac{R \cos \beta - z}{PG' \cdot \frac{\partial F}{\partial z}}$$

จาก $F(x,y,z) = x^2 + (y-\eta)^2 + (z - R \cos \beta)^2 - R^2 + \frac{2R}{n} W'(x,y)$

ดังนั้น $\frac{\partial F}{\partial x} = 2x + \frac{2R}{n'} \cdot \frac{\partial W'}{\partial x}(x,y)$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = 2(y - \eta) + \frac{2R}{n'} \cdot \frac{\partial W'}{\partial y}(x, y)$$

และ $\frac{\partial F}{\partial z} = 2(z - R \cos \beta)$

แทนค่าได้

$$\frac{\delta\xi - x}{PG' \times 2 \left(x + \frac{R}{n'} \cdot \frac{\partial W'}{\partial x} \right)} = \frac{\eta + \delta\eta - y}{PG' \times 2 \left(y - \eta + \frac{R}{n'} \cdot \frac{\partial W'}{\partial y} \right)} = \frac{R \cos \beta - z}{PG' \times 2(z - R \cos \beta)}$$

หรือ $\frac{\delta\xi - x}{x + \frac{R}{n'} \cdot \frac{\partial W'}{\partial x}} = \frac{\eta + \delta\eta - y}{y - \eta + \frac{R}{n'} \cdot \frac{\partial W'}{\partial y}} = \frac{R \cos \beta - z}{z - R \cos \beta}$

$$\frac{\delta\xi - x}{x + \frac{R}{n'} \cdot \frac{\partial W'}{\partial x}} = \frac{\eta + \delta\eta - y}{y - \eta + \frac{R}{n'} \cdot \frac{\partial W'}{\partial y}} = -1$$

ดังนั้น

$$\frac{\delta\xi - x}{x + \frac{R}{n'} \cdot \frac{\partial W'}{\partial x}} = -1$$

$$\delta\xi - x = -x - \frac{R}{n'} \cdot \frac{\partial W'}{\partial x}$$

หรือ

$$\delta\xi = -\frac{R}{n'} \cdot \frac{\partial W'}{\partial x} \dots\dots\dots 2.22$$

เช่นเดียวกัน

$$\frac{\eta + \delta\eta - y}{y - \eta + \frac{R}{n'} \cdot \frac{\partial W'}{\partial y}} = -1$$

$$\eta + \delta\eta - y = -y + \eta - \frac{R}{n'} \cdot \frac{\partial W'}{\partial y}$$

$$\delta\eta = -\frac{R}{n'} \cdot \frac{\partial W'}{\partial y} \dots\dots\dots 2.23$$

$\delta\xi$, $\delta\eta$ คือ ความคลาดรังสีตามขวางในแนว x และ y ตามลำดับบนระนาบของภาพ (image plane)

สมการ 2.22 และ 2.23 เป็นสมการที่แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างความคลาดหน้าคลื่น (W') กับความคลาดรังสี ($\delta\xi$, $\delta\eta$)

2.4.3 ความคลาดทรงกลมและผลของความคลาด

ความคลาดทรงกลม เป็นความคลาดชนิดเดียวที่ยังปรากฏอยู่ เมื่อวัตถุอยู่บนแนวแกน โดยเขียนในรูปของความคลาดหน้าคลื่นได้เป็น

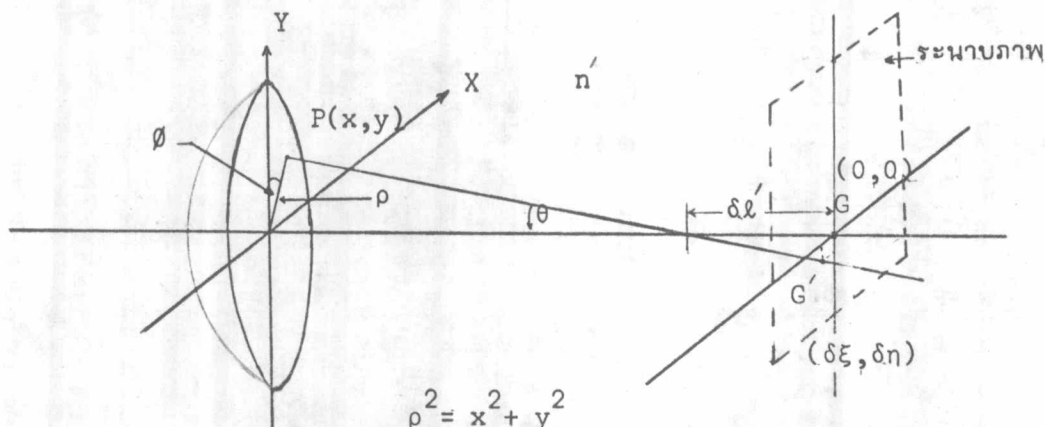
$$W'(\gamma, \sigma, \rho) = \frac{1}{4} W_{40} \gamma^4$$

$$W' = \frac{1}{4} \frac{W_{40}}{\rho_{\max}^4} \cdot \rho^4$$

W_{40} และ ρ_{\max} เป็นค่าคงที่ ดังนั้นจะเขียน W' ได้เป็น

$$W' = C_{40} \rho^4$$

$$W' = C_{40} (x^2 + y^2)^2$$



ภาพ 2-15 แสดงความคลาดรังสีของความคลาดทรงกลม

จากสมการ 2.22
$$\delta \xi = -\frac{R}{n'} \cdot \frac{\partial W'}{\partial x}$$

ดังนั้น
$$\delta \xi = -\frac{R}{n'} \cdot C_{40} \cdot 4x(x^2 + y^2)$$

$$\delta \xi = -\frac{4R}{n'} \cdot C_{40} \cdot \rho^3 \sin \theta$$

จากสมการ 2.23
$$\delta \eta = -\frac{R}{n'} \cdot \frac{\partial W'}{\partial y}$$

$$= -\frac{R}{n'} \cdot C_{40} \cdot 4y(x^2 + y^2)$$

$$\delta \eta = -\frac{4R}{n'} \cdot C_{40} \rho^3 \cos \theta$$

ดังนั้น $\delta\xi^2 + \delta\eta^2 = \left(-\frac{4R}{n'} C_{40}\right)^2 (\rho^3)^2$ ซึ่งเป็นลំการวงกลม

สำหรับ ρ ค่าหนึ่ง จะให้ความคลาดของรังสีตามขวางเป็นวงกลมรอบจุด G โดยมีรัศมีวงกลมแปรผันกับ ρ^3

สำหรับในระนาบแทนเจนเชียล $\emptyset = 0, y = \rho, x = 0$

$$W = C_{40} \cdot y^4$$

$$\delta\xi = -\frac{R}{n'} \frac{\partial W'}{\partial x} = 0$$

$$\delta\eta = -\frac{R}{n'} \frac{\partial W'}{\partial y} = -\frac{4R}{n'} \cdot C_{40} \rho^3$$

ในระนาบฉากกัตดัล $\emptyset = \frac{\pi}{2}, x = \rho, y = 0$

$$\delta\xi = -\frac{4R}{n'} \cdot C_{40} \rho^3$$

$$\delta\eta = 0$$

ค่า $-\frac{4R}{n'} \cdot C_{40} \rho^3$ จะเป็นค่ารัศมี ซึ่งหมายถึงความคลาดรังสีตามขวางนั่นเอง และ

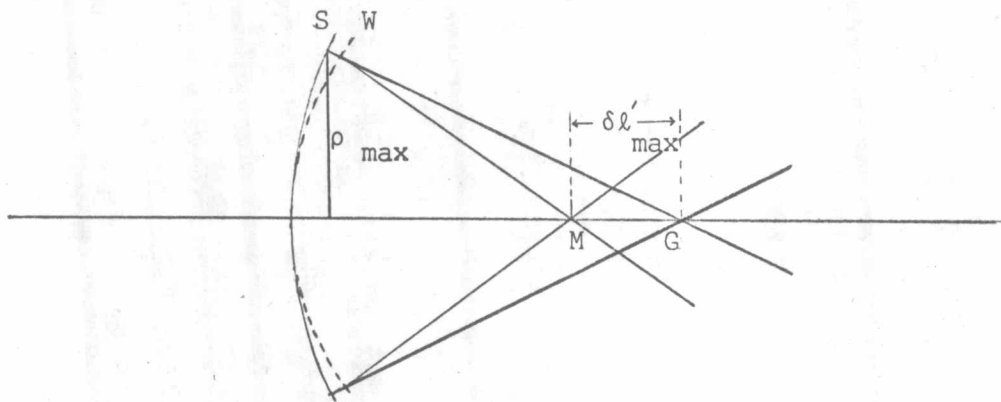
จากภาพ 2-15 ค่าความคลาดรังสีตามยาว ($\delta\xi'$) จะหาได้จากความคลาดรังสีตามขวาง ($\delta\xi$) โดยความสัมพันธ์

$$\frac{\rho}{R - \delta\xi'} = \frac{\delta\eta}{\delta\xi}$$

$$\delta\xi' \ll R \quad \delta\eta = \frac{\rho}{R} \delta\xi'$$

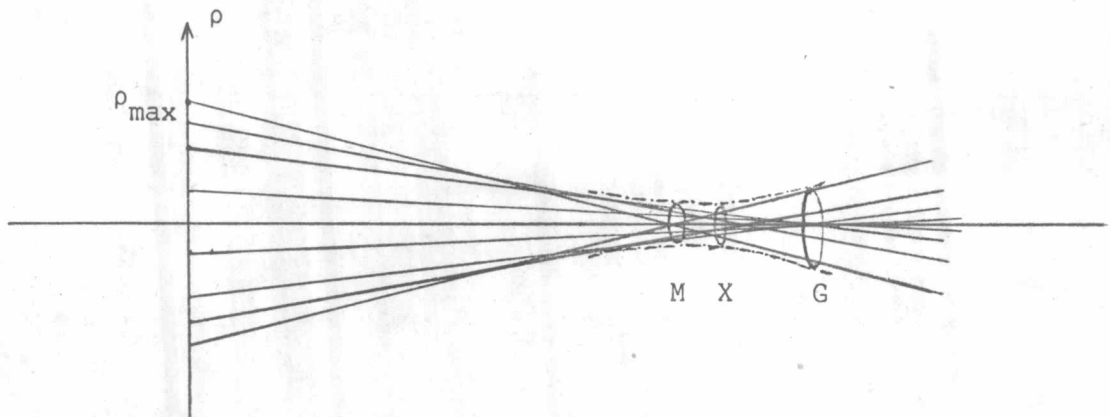
$$\delta\xi' = \frac{R}{\rho} \delta\eta$$

แต่ $\delta\eta \propto \rho^3$ ดังนั้น $\delta\xi' \propto \rho^2$



ภาพ 2-16 แสดงความคลาดรังสีและหน้าคลื่นของความคลาดทรงกลม

จาก $\delta l' \propto p^2$ เมื่อเปิดช่องรับแสงเต็มที่ $\delta l'$ จะมีความมากที่สุด และจะลดลงเมื่อลดขนาดของช่องรับแสงลง แนวรังสีจากแต่ละจุดบนหน้าคลื่นที่มีค่า p แตกต่างกัน จะมาตัดเรียงรายบนแนวแกนในช่วง MG จึงทำให้เกิดการกระจายความเข้มแสงในบริเวณส่วนนี้ ถ้านำฉากมาวางรับแสง จะได้ภาพที่มีลักษณะเป็นดวงกลมขนาดต่าง ๆ นี้คือผลที่สืบเนื่องมาจากความคลาดทรงกลมของระบบ



ภาพ 2-17 แสดงผลของความคลาดทรงกลมที่เกิดขึ้น

ถ้าระยะ $MX : MG = 1:3$ ภาพบนฉากที่ตำแหน่ง X จะเป็นดวงกลมที่มีขนาดเล็กที่สุด ซึ่งเรียกว่า ดวงกลมที่มีความสับสนน้อยที่สุด (least confusion disc)

เลนส์ที่มีความคลาดรังสีตามยาว ไปทางด้านซ้ายของจุดภาพ จะเป็นเลนส์ที่มีความคลาดทรงกลมแบบแก้ขาด (under - corrected spherical aberration) แต่ถ้ามีความคลาดรังสีตามยาวไปทางด้านขวา จะเป็นเลนส์ที่มีความคลาดทรงกลมแบบแก้เกิน (over - corrected spherical aberration) สำหรับเลนส์ที่มีความคลาดรังสีตามยาว ไม่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน จะมีความคลาดทรงกลมแบบเชิงโซน (zonal spherical aberration)

2.4.4 โคม่าและผลของความคลาด

เมื่อวัตถุเริ่มออกจากแนวแกน ความคลาดที่จะปรากฏให้เห็นก่อนก็คือ โคม่า ซึ่งความคลาดหน้าคลื่น แสดงได้ด้วย เทอม $1W_{31}\sigma^3 \cos \theta$ โคม่าจะแปรผันตรงกับ σ ดังนั้น สำหรับรังสีมุมสำคัญแนวหนึ่ง จะได้ σ คงที่ค่าหนึ่งซึ่งสามารถเขียนได้ว่า

$$W' = C_{31}\rho^3 \cos \theta$$

$$W' = C_{31}(x^2 + y^2)y$$

$$\delta\xi = -\frac{R}{n'} C_{31} 2xy$$

$$\delta\xi = -\frac{2R}{n'} \rho^2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\delta\eta = -\frac{R}{n'} C_{31}(x^2 + 3y^2)$$

$$\delta\eta = -\frac{R}{n'} C_{31}(\rho^2 \sin^2 \theta + 3\rho^2 \cos^2 \theta)$$

$$\delta\eta = -\frac{R}{n'} C_{31} \rho^2 (2 + \cos 2\theta)$$

$$\text{และ} \quad \delta\xi = -\frac{R}{n'} C_{31} \rho^2 \sin 2\theta$$

$$\delta\eta + \frac{2R}{n'} C_{31} \rho^2 = -\frac{R}{n'} C_{31} \rho^2 \cos 2\theta$$

กำหนดให้ $\frac{R}{h} \rho^2 C_{31} = c$ สำหรับค่า ρ ใด ๆ ค่าหนึ่ง

$$\delta \xi = c \sin 2\theta$$

$$\delta \eta - 2c = c \cos 2\theta$$

$$\delta \xi^2 + (\delta \eta - 2c)^2 = c^2 \quad \text{ซึ่งเป็นสมการวงกลม}$$

ดังนั้น ความคลาดรังสีตามขวาง สำหรับขนาดช่องรับแสงค่าหนึ่ง จะมีลักษณะเป็นวงกลม มีรัศมี c และมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(0, 2c)$ บนระนาบภาพ และเนื่องจาก $c \propto \rho^2$ ดังนั้นค่ารัศมีและจุดศูนย์กลางของวงกลม จะแปรผันกับ ρ^2 เช่นเดียวกัน

พิจารณาในระนาบแทนเจนเชียล $\theta = 0$

$$\delta \xi = c \sin 2\theta = 0$$

$$\delta \eta - 2c = c \cos 2\theta = c$$

$$\delta \eta = 3c$$

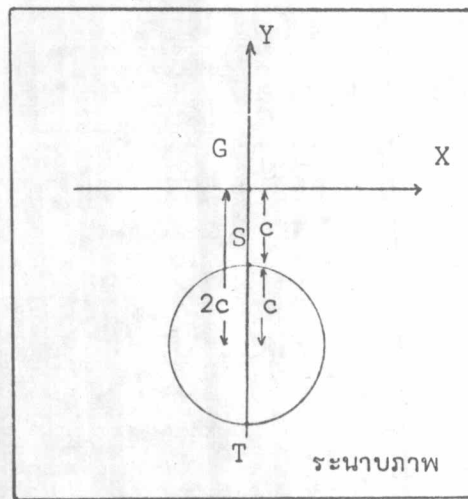
ในระนาบฉากตัด $\theta = \frac{\pi}{2}$

$$\delta \xi = c \sin 2\theta = 0$$

$$\delta \eta - 2c = c \cos 2\theta = -c$$

ดังนั้น $\delta \eta = c$

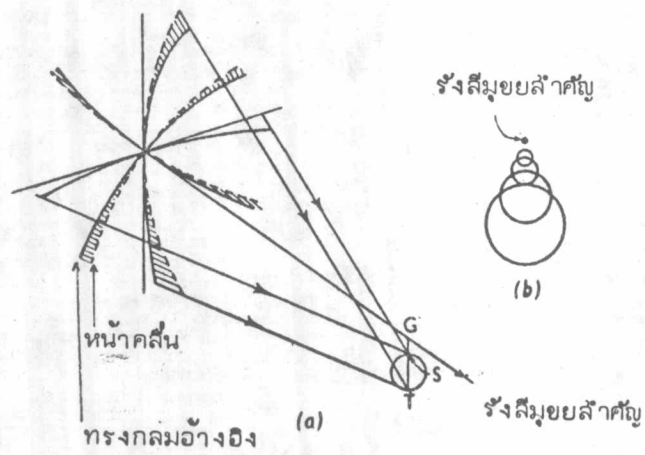
ลักษณะความคลาดรังสีตามขวางในกรณีของโคมา แสดงได้ดังภาพ 2-18



ภาพ2-18 แสดงความคลาดรังสีตามขวางจากหน้าคลื่นที่มีขนาดช่องรับแสงค่าหนึ่ง

- S คือ จุดที่รังสีแสงจากหน้าคลื่นในระนาบเข้ากีดตัดกันบนระนาบภาพ
- GS คือ ความคลาดตามขวางของส่วนหน้าคลื่นในระนาบเข้ากีดตัด
- T คือ จุดที่รังสีแสงจากส่วนหน้าคลื่นในระนาบแทนเจนเชียลมาตัดกันบนระนาบภาพ
- GT คือ ความคลาดตามขวางของส่วนหน้าคลื่นในระนาบแทนเจนเชียล

จะได้ $GT = 3GS$



ภาพ 2-19 แสดงความคลาดหน้าคลื่น กับความคลาดตามขวางบนระนาบภาพ (a) และความคลาดตามขวาง เมื่อรัศมีของช่องรับแสงมีค่าต่าง ๆ กัน (b)

2.4.5 ความคลาดเอียงและผลของความคลาด

เมื่อวัตถุเคลื่อนห่างจากแนวแกนออกไปไกลยิ่งขึ้น ความคลาดที่ปรากฏให้เห็นในอันดับต่อมา ก็คือ ความคลาดเอียงและความคลาดโค้งของลำนามเทอมที่แสดงถึงความคลาดเอียง คือ $2W_{22} \sigma^2 \gamma^2 \cos^2 \theta$ และความคลาดโค้ง คือ $2W_{20} \sigma^2 \gamma^2$ ซึ่งความคลาดทั้งสองนี้มักปรากฏควบคู่กันเสมอ พิจารณาถึงกรณี ที่ระบบมีความคลาดเอียงเพียงอย่างเดียวโดยพิจารณาในระนาบแทนเจนเชียล และระนาบซีกิตตัล

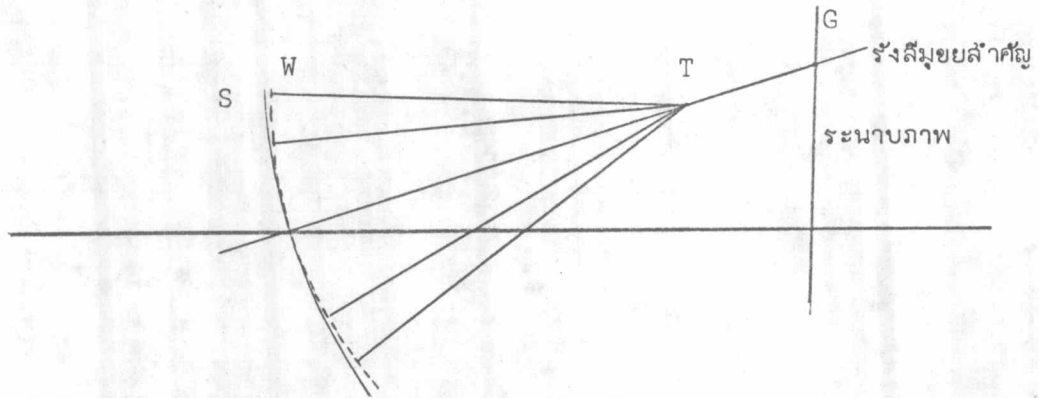
$$W' = 2W_{22} \sigma^2 \gamma^2 \cos^2 \theta$$

ในระนาบซีกิตตัล $\theta = \frac{\pi}{2}$; $\cos \theta = 0$ ทำให้ $W' = 0$

ดังนั้นสำหรับหน้าคลื่นในระนาบซีกิตตัล จะไม่มีความคลาดหน้าคลื่น รังสีจะไปรวมที่จุด G

ในระนาบแทนเจนเชียล $\theta = 0$ $W' = 2W_{22} \sigma^2 \gamma^2$ ถ้าเลือกรังสีमुखยสำคัญ

ค่าหนึ่ง ความคลาดแปรผันกับ γ^2 ซึ่งหมายถึงลักษณะการเคลื่อนของจุดโฟกัสตามแนวยาว รังสีตามระนาบแทนเจนเชียลจะไปตัดกันที่จุด T ซึ่งเลื่อนไปจากจุด G ดังภาพ 2-20



ภาพ 2-20 แสดงความคลาดรังสี เมื่อระบบมีความคลาดเอียงอย่างเดี่ยว

เมื่อความคลาดเอียงและความคลาดโค้งปรากฏขึ้นควบคู่กัน เนื่องจากสัมประสิทธิ์ของความคลาดเอียงและความคลาดโค้งมีความสัมพันธ์ต่อกัน ความคลาดโค้ง $\frac{1}{2}W_{20}\sigma^2\gamma^2$ เป็นเทอมที่ไม่ขึ้นกับ $\cos \theta$ ผลจากความคลาดโค้งจะมีส่วนทำให้รังสีในแนวฉากตัดลไม้ไปตัดกันที่จุด G แต่จะเกิดการเคลื่อนตามแนวยาวเช่นเดียวกับจุด T

$$\text{จาก} \quad W' = \frac{1}{2}W_{22}\sigma^2\gamma^2 \cos^2\theta + \frac{1}{2}W_{20}\sigma^2\gamma^2$$

สำหรับ รังสีมุขยสำคัญแนวหนึ่ง σ เป็นค่าคงที่ จะเขียนความคลาดได้เป็น

$$W' = C_{22}\rho^2 \cos^2\theta + C_{20}\rho^2$$

$$W' = C_{22}y^2 + C_{20}(x^2 + y^2)$$

$$\delta\xi = -\frac{R}{n'} C_{20} \cdot 2x$$

$$= -\frac{2R}{n'} C_{20} \rho \sin \theta$$

$$\delta\eta = -\frac{R}{n'} (C_{22} + C_{20}) 2y$$

$$= -\frac{2R}{n'} (C_{22} + C_{20}) \rho \cos \theta$$

ถ้าให้ $-\frac{2R}{n} C_{20} = a$ และ $-\frac{2R}{n} (C_{22} + C_{20}) = b$

ดังนั้น $\delta\xi = a \rho \sin \theta$

$$\frac{\delta\xi}{a} = \rho \sin \theta$$

$\delta\eta = b \rho \cos \theta$

$$\frac{\delta\eta}{b} = \rho \cos \theta$$

ดังนั้น $\frac{\delta\xi^2}{a^2} + \frac{\delta\eta^2}{b^2} = \rho^2$ ซึ่งเป็นสมการวงรี

ในระนาบแทนเจนเชียล $\theta = 0$

$$\delta\xi = 0$$

$$\delta\eta = b\rho$$

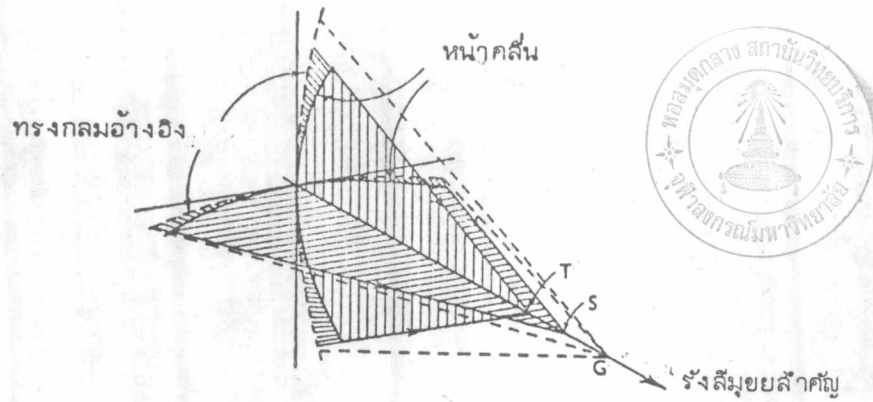
จาก $\delta l' \propto \frac{\delta\eta}{\rho}$ ดังนั้น $\delta l'$ จะเป็นค่าคงที่ ไม่ขึ้นกับรัศมีของช่องเปิด ซึ่งแสดงถึงการรวมกันของรังสีแสง จากแต่ละส่วนของหน้าคลื่น ที่จุดเดียวกัน คือ จุด T ดังภาพ 2-20

เช่นเดียวกัน ในระนาบฉากตัด $\theta = \frac{\pi}{2}$

$$\delta\eta = 0$$

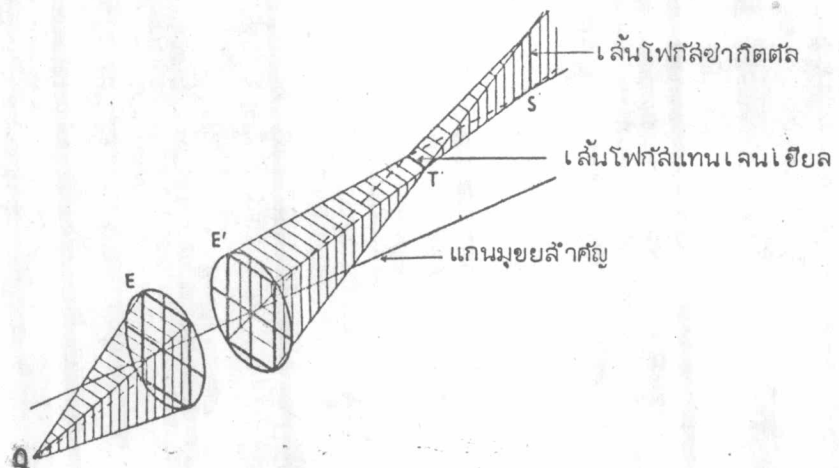
$$\delta\xi = a\rho$$

รังสีแสงในระนาบฉากตัด จากทุกส่วนของหน้าคลื่นก็จะไปรวมกันที่จุด ๆ หนึ่งคือจุด S ระยะ GS และ GT มีค่าแตกต่างกัน เนื่องจาก $a \neq b$ ลักษณะของทางเดินแสง เมื่อมีความคลาดโค้ง และความคลาดเชิงปรากฏพร้อมกัน แสดงได้ดังภาพ 2-21



ภาพ 2-21 แสดงผลของความคลาดเวียง เมื่อมีความคลาดโค้งอยู่ควบคู่กัน

จากลักษณะทางเดินแสงดังภาพ 2-21 การรวมกันของรังสีแสงที่จุด T และ S จะไม่เป็นจุด แต่จะมีลักษณะเป็นเส้นตรงแทน เรียกว่า เส้นโฟกัส (focal line) สำหรับที่จุด S เส้นโฟกัสจะเป็นเส้นตรงในระนาบแทนเจนเชียล เรียกว่า เส้นโฟกัสซาคิตตัล (sagittal focal line) และที่จุด T เส้นโฟกัสจะเป็นแนวเส้นตรงตั้งอยู่ในระนาบซาคิตตัล เรียกว่า เส้นโฟกัสแทนเจนเชียล (tangential focal line)

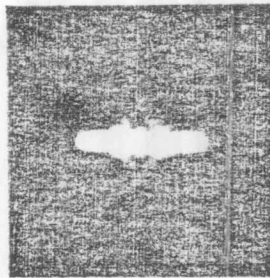


ภาพ 2-22 แสดงเส้นโฟกัสแทนเจนเชียล และเส้นโฟกัสซาคิตตัล

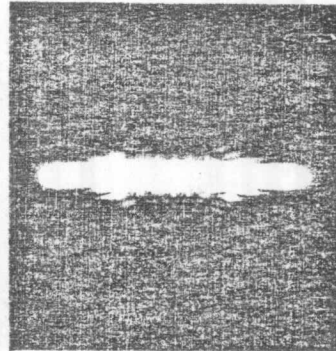
0 เป็น จุดวัตถุอยู่นอกแกนमुखยล้าคัย

E, E' เป็น ช่องแสงเข้า (entrance pupil) และช่องแสงออก (exit pupil) ของระบบทัศน

ถ้านำฉากมาวางรับภาพตามแนวรังสีमुखยล้าคัย ที่ตำแหน่งต่าง ๆ ภาพที่ตำแหน่งจุด T จะเป็นเส้นตรงตามแนวระนาบฉากที่ตั้ง และที่ตำแหน่งจุด S จะได้ภาพเส้นตรงตามแนวระนาบแทนเจนเซียมล สำหรับภาพในช่วงระหว่างจุด T กับ S จะได้ลักษณะภาพเป็นวงรี โดยเฉพาะที่ตำแหน่งกึ่งกลางระหว่างจุด T กับ S จะได้ภาพเป็นวงกลม ซึ่งนับเป็นจุดที่ให้ภาพที่มีความสับสนน้อยที่สุด และถือว่าตำแหน่งนี้เป็นตำแหน่งโฟกัสที่ดีที่สุด (best focus)



(a)

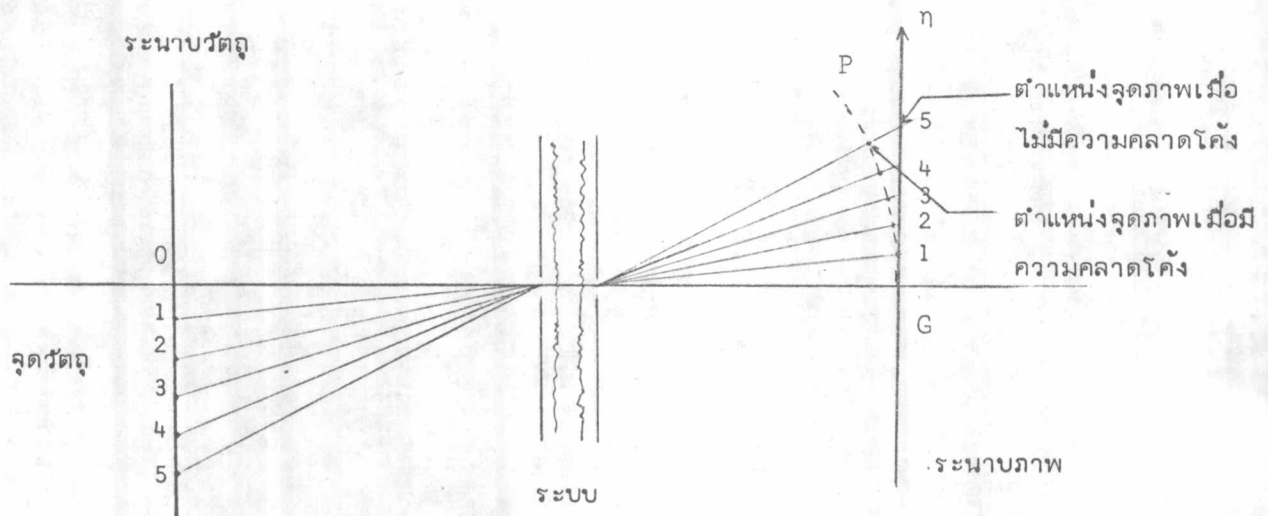


(b)

ภาพ 2-23 แสดง เส้นโฟกัสจากความคลาดเอียง เมื่อความคลาดมีขนาด 1λ (a) และ 2.5λ (b)

2.4.6 ความคลาดโค้งของล้นาม

เทอมที่แสดงถึงความคลาดโค้ง คือ $\frac{W}{20} \sigma^2 Y^2$ ดังนั้น สำหรับแนวรังสีमुखยล้าคัยค่าหนึ่ง ค่าของความคลาดโค้ง จะแปรผันกับกำลังสองของรัศมีของช่องรับแสง ผลของความคลาดทำให้เกิดการเคลื่อนของจุดโฟกัสตามยาว หน้าคลื่นที่ช่องแสงออก จะเป็นทรงกลม แต่มีจุดศูนย์กลาง อยู่ที่ตำแหน่งที่แตกต่างไปจากจุดศูนย์กลางของทรงกลมอ้างอิง และเนื่องจากความคลาดโค้งแปรผันอยู่กับ σ^2 หรือ η^2 ภาพของจุดวัตถุซึ่งอยู่นอกแกนเป็นระยะต่าง ๆ กัน มีการเคลื่อนมาตามแนวรังสีแตกต่างกันเป็นแนวโค้ง ดังภาพ 2-24

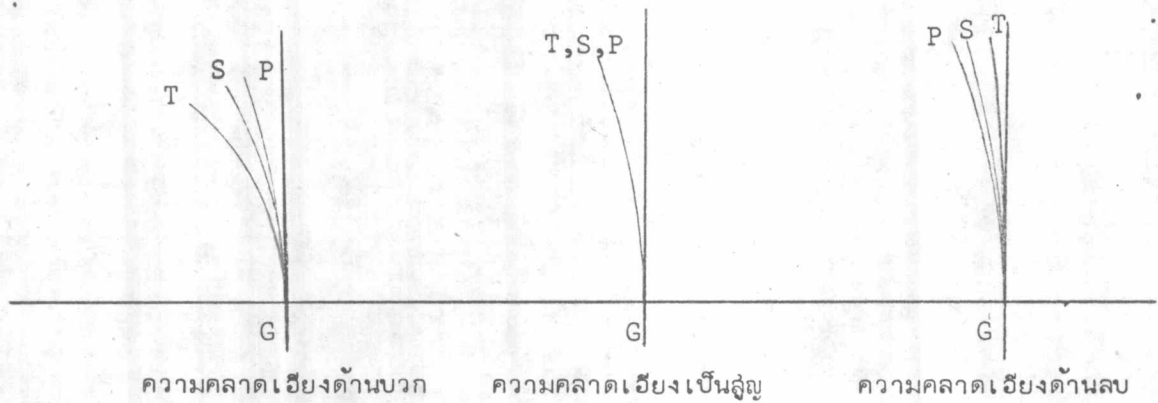


ภาพ 2-24 แสดงผลของความคลาดโค้ง

การเคลื่อนของจุดภาพตามแนวแกน ซึ่งแปรผันกับกำลังสองของความสูงของภาพ จะเรียกว่าเป็นแนวโค้ง ซึ่งเรียกแนวโค้งของจุดภาพนี้ว่า ผิวโค้งเพชชีวอล (Petzval field curvature)

สำหรับในกรณีที่ระบบไม่มีความคลาดเอียง (${}^2W_{22} = 0$) จุด T, S และ P จะอยู่ที่ตำแหน่งเดียวกัน บนผิวโค้งเพชชีวอล แต่ถ้าระบบนั้นมีความคลาดเอียงอยู่ จุด T และ S ก็จะมีตำแหน่งเลื่อนไปจากจุด P ตามแนวรังสี เนื่องจากค่า ${}^2W_{20}$ และ ${}^2W_{22}$ จะมีการเปลี่ยนแปลง โดยจะมีค่า $PT = 3PS$ เสมอ ตำแหน่งจุด P บนผิวเพชชีวอล สามารถหาได้จากเทอม ${}^2W_{20}$ เมื่อคิดให้ ${}^2W_{22}$ เป็นศูนย์

ในกรณี ที่เป็นความคลาดเอียงด้านบวก จุด T และ S จะอยู่ด้านหน้าของจุด P สำหรับความคลาดเอียงด้านลบ จุด T และ S จะอยู่ด้านหลังของจุด P ดังภาพ 2-25

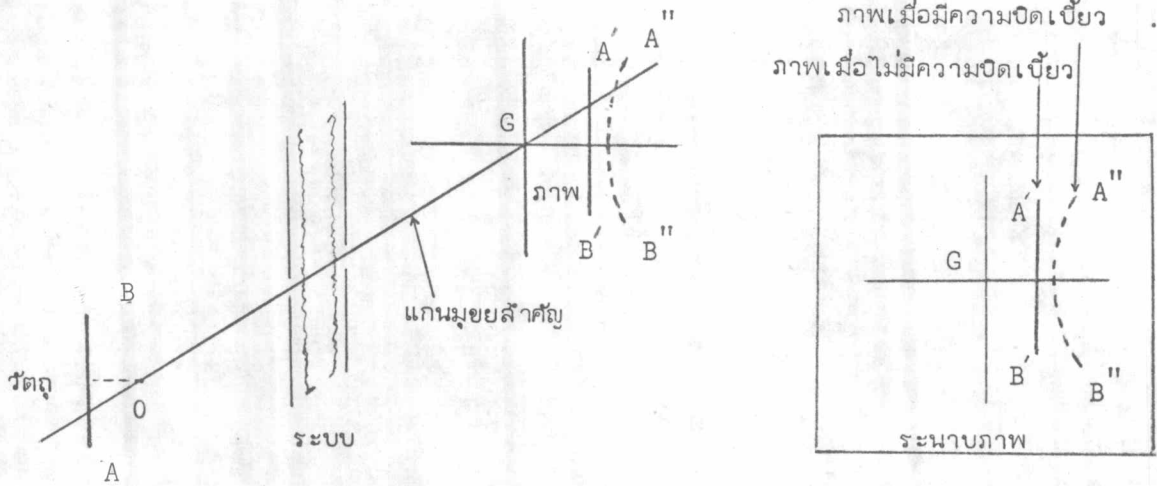


ภาพ 2-25 แสดงผลของความคลาดโค้ง และความคลาดเวียง

ความคลาดปฐมภูมิทั้งสี่ที่กล่าวมา เป็นความคลาดที่พิจารณาในกรณีวัตถุเป็นจุด สำหรับความคลาดทรงกลม โคมา และความคลาดเวียง จะมีผลต่อคุณภาพของจุดภาพ และความคลาดโค้ง จะมีผลต่อการเลื่อนตำแหน่งของจุดภาพ หรือจะถือว่าความคลาดทั้งสี่ มีผลต่อคุณภาพของจุดภาพที่ตำแหน่งบนระนาบภาพ สำหรับความคลาดปฐมภูมิอันดับสุดท้าย คือ ความบิดเบี้ยว เป็นความคลาดที่ไม่มีผลต่อคุณภาพของจุดภาพบนระนาบภาพ แต่จะมีผลต่อการเปลี่ยนตำแหน่งตามแนวขวาง ผลของความบิดเบี้ยวจะเห็นได้ชัด ในกรณีวัตถุมีขนาด ซึ่งจะกล่าวถึงในหัวข้อต่อไป

2.4.7 ความบิดเบี้ยว

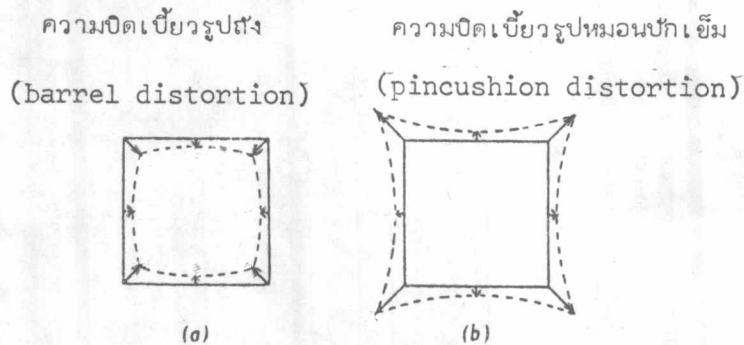
เทอมที่แสดงถึงความบิดเบี้ยว คือ ${}^3W_{11} \sigma^3 \gamma \cos \theta$ เมื่อเลือก σ ค่าหนึ่ง จะพบว่าความคลาดขึ้นกับเทอม $\gamma \cos \theta$ ซึ่งแสดงถึงการเคลื่อนของจุดภาพตามขวาง จุดภาพจะยังคงอยู่บนระนาบภาพ แต่จะมีการย้ายตำแหน่งไป โดยการเลื่อนตำแหน่งนี้จะขึ้นกับ σ^3 ผลของการบิดเบี้ยวจะเห็นได้ชัดในกรณีวัตถุเป็นเส้นตรง หรือรูปสี่เหลี่ยม



ภาพ 2-26 แสดงความบิดเบี้ยวเมื่อวัตถุเป็นเส้นตรง

จากภาพ 2-26 AB เป็นวัตถุวางอยู่นอกแนวแกนमुखยล้าศัญ แสงจากวัตถุหักเหผ่านระบบไปรวมกันเกิดภาพขึ้นบนระนาบภาพ ถ้าระบบไม่มีความบิดเบี้ยว จะได้ภาพเป็นเส้นตรง A'B' แต่ถ้าระบบมีความบิดเบี้ยวอยู่ ผลของความบิดเบี้ยว ทำให้แต่ละจุดบนเส้นตรง A'B' มีการเลื่อนตำแหน่งไปบนระนาบภาพ โดยระยะการเลื่อนจะแปรผันโดยตรงกับกำลังสามของความสูงของภาพจากแนวแกน จะทำให้เกิดเป็นภาพเส้นโค้ง A''B'' แทนภาพเส้นตรง A'B'

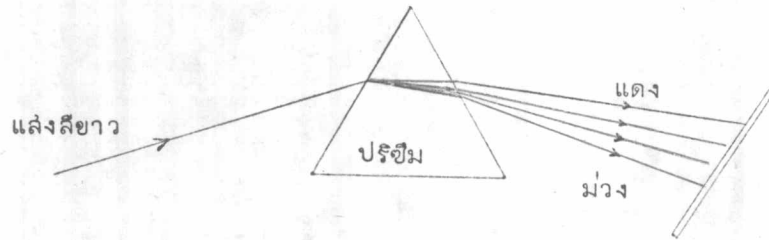
สำหรับกรณี ที่วัตถุเป็นรูปสี่เหลี่ยม ผลของความบิดเบี้ยวแสดงได้ดังภาพ 2-27



ภาพ 2-27 แสดงความบิดเบี้ยวเมื่อวัตถุเป็นรูปสี่เหลี่ยม

2.5 ความคลาดรงค์ (chromatic aberration)

ในหัวข้อที่ผ่านมา เป็นการกล่าวถึงรายละเอียดของความคลาดเอกรงค์ซึ่งเป็นความคลาดในกรณีของแสงสีเดียว มีค่าดรรชนีหักเหในระบบเพียงค่าเดียว แต่ตามปกติ แสงในทางทัศนศาสตร์จะเป็นแสงสีขาว ซึ่งประกอบด้วยแสงหลายสี มีความยาวคลื่น อยู่ในช่วง 4000 - 7000 อังสตรอม (\AA) ในตัวกลางเดียวกัน ดรรชนีหักเหสำหรับแสงแต่ละสีจะมีค่าแตกต่างกัน ดังนั้นเมื่อแสงมีการหักเหผ่านตัวกลางในระบบย่อมจะให้ทางเดินรังสีที่แตกต่างกัน ตัวอย่างที่เห็นได้ชัดเจน ก็คือ การกระจายของแสงสีขาวโดยปริซึม



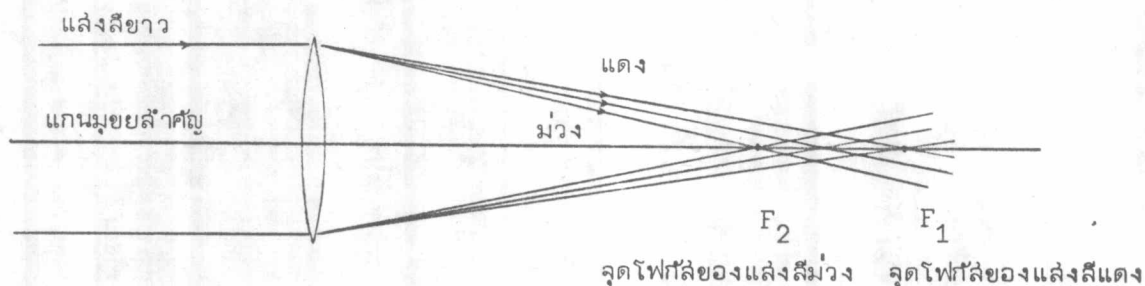
ภาพ 2-28 แสดงการกระจายของแสงสีขาวเมื่อหักเหผ่านปริซึม

ดังนั้น เมื่อมีแสงสีขาวเดินทางผ่านระบบ ผลของการกระจายในตัวกลางภายในระบบ จะทำให้เกิดความคลาดเกิดขึ้นในส่วนของภาพ เรียกว่า ความคลาดรงค์

2.5.1 การหักเหของแสงสีขาวในเลนส์บาง พิจารณาเมื่อแสงสีขาวมาตกกระทบผิวหน้าเลนส์ โดยมีแนวรังสีขนานกับแกนมุขยสำคัญ แสงแต่ละสีจะหักเหไปรวมกันที่จุดโฟกัส โดยระยะโฟกัสของเลนส์บาง สามารถหาได้จากสมการ 2.13 คือ

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

เนื่องจากดรรชนีหักเหสำหรับแสงแต่ละสี จะมีค่าแตกต่างกันไป ดังนั้นค่าของทางยาวโฟกัสสำหรับแสงแต่ละสี ย่อมมีค่าแตกต่างกัน ลักษณะทางเดินของแสงดังกล่าว สามารถแสดงได้ดังภาพ



ภาพ 2-29 แสดงทางเดินของแสงสีต่าง ๆ เมื่อหักเหผ่านเลนซ์บาง

จากภาพ ตำแหน่งจุดโฟกัสของแสงแต่ละสี จะแตกต่างกันเรียงรายอยู่บนแนวแกน ในช่วง F_1F_2

การเคลื่อนของจุดโฟกัสของแสงสีต่าง ๆ ตามแนวแกนนี้เรียกว่า ความคลาดตรงคัตามแนวแกน (longitudinal chromatic aberration) ถ้านำฉากมารับแสงในบริเวณช่วงโฟกัสจะได้ภาพสีหนึ่งเป็นจุด และมีรุ้งสีของแสงสีอื่นประกอบเป็นวงล้อมรอบอยู่เสมอ นับเป็นผลจากความคลาดตรงคัตามแนวขวาง (transverse chromatic aberration)

สำหรับแสงที่ตามองเห็น (visible light) ประกอบด้วยแสงสีต่าง ๆ เริ่มตั้งแต่ สีแดง ความยาวคลื่นประมาณ 7000 อังสตรอม จนถึง แสงสีม่วง ความยาวคลื่นประมาณ 4000 อังสตรอม ตัวอย่าง ของค่าดัชนีหักเหของตัวกลางสำหรับแสงที่มีความยาวคลื่นต่างกัน แสดงไว้ในตาราง 2.1

ตาราง 2.1 แสดงค่าดัชนีหักเหของตัวกลางสำหรับแสงสีต่าง ๆ

เส้นแสง	สี	แหล่งกำเนิด	ความยาวคลื่น ($^{\circ}A$)	ค่าดัชนีหักเห		
				ไลทไฟลีนท์ light flint	เดนซไฟลีนท์ dense flint	เอกซตราเดนซไฟลีนท์ (extra dense flint)
C-line	แดง	H-atom	6563	1.57208	1.66650	1.71303
D-line	เหลือง	Na-atom	5893	1.57600	1.67050	1.72000
F-line	น้ำเงิน	H-atom	4861	1.58606	1.68059	1.73780
G-line	ม่วง	H-atom	4340	1.501441	1.68882	1.75324

ในทางทัศนศาสตร์ มีเส้น แสงที่สำคัญ 3 เส้นคือ เส้นแสง C, เส้นแสง D และ เส้น แสง F เส้นแสง C จะแทนส่วนแสงในช่วงสีแดง ซึ่งเป็นตอนต้นของสเปกตรัม เส้นแสง F จะ แทนส่วนแสงในช่วงแสงสีม่วง ซึ่งเป็นตอนปลายและเส้นแสง D จะแทนส่วนแสงในช่วงแสงสีเหลือง ซึ่งเป็นตอนกลางของสเปกตรัมและเป็นแสงที่ไวต่อสายตาของคนมากที่สุด

2.5.2 กำลังการกระจายของแก้ว (dispersive power of glasses)

เป็นปริมาณที่บอกถึงความสามารถในการกระจายแสงสีขาวของแก้ว ใช้สัญลักษณ์เป็น P โดยกำหนด ให้

$$P = \frac{n_C - n_F}{(n_D - 1)}$$

โดยที่ n_C คือ ดรรชนีหักเหสำหรับแสงสีแดง
 n_F คือ ดรรชนีหักเหสำหรับแสงสีน้ำเงิน
 n_D คือ ดรรชนีหักเหสำหรับแสงสีเหลือง

2.5.3 ค่าวี (V - value) เป็นค่าคงที่ค่าหนึ่งสำหรับแก้วทางทัศนศาสตร์ โดย

กำหนดให้เป็นส่วนกลับของกำลังการกระจาย

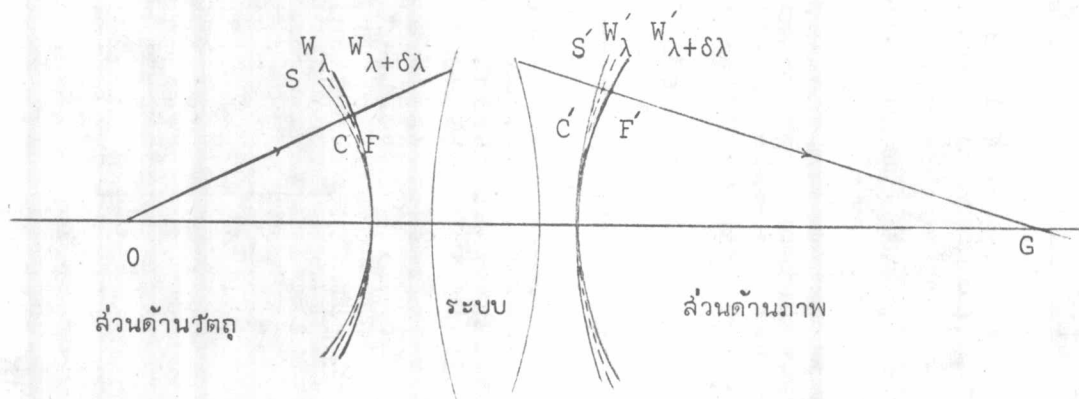
$$V = \frac{n_D - 1}{n_C - n_F}$$

$$V = \frac{n_D - 1}{\delta n} \dots \dots \dots 2.24$$

โดย $\delta n = n_C - n_F$ ซึ่งหมายถึงผลต่างระหว่างค่าดรรชนีหักเหสำหรับแสงในช่วงต้น และท้ายของสเปกตรัมนั่นเอง

สำหรับในตัวกลางที่ไม่มีมีการกระจาย (non - dispersive medium) จะได้ว่า δn มี ค่าเป็นศูนย์

2.5.4 ความคลาดหน้าคลื่นของความคลาดตรงค้ ใช้สัญลักษณ์ว่า δW



ภาพ 2-30 แสดงทรงกลมอ้างอิง หน้าคลื่นของแสงความยาวคลื่น λ และ $\lambda + \delta\lambda$

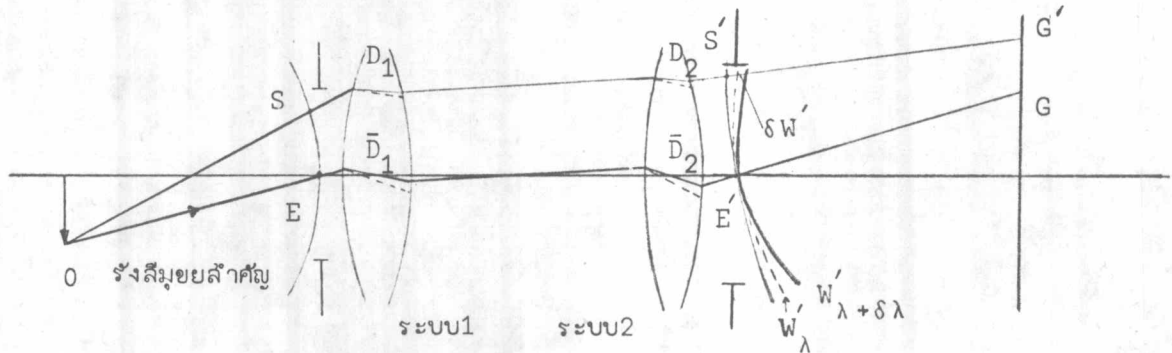
$$\delta W = W_{\lambda + \delta\lambda} - W_{\lambda} = [CF]$$

$$\delta W' = W'_{\lambda + \delta\lambda} - W'_{\lambda} = [C'F']$$

$$\delta W = [C'F'] - [CF]$$

สำหรับอากาศี เป็นตัวกลางที่ไม่มีการกระจาย ($\delta n = 0$) การกระจายของแสงจะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อแสงผ่านเข้าไปในระบบ ดังนั้นผลของความคลาดตรงค้หน้าคลื่น จะปรากฏจากผลของความแตกต่างของทางที่ค้ัน ตอนผ่านระบบเท่านั้น

- พิจารณาสัญณะทางเดินของแสงผ่านระบบที่ค้ัน ดังภาพ 2-31



ภาพ 2-31 แสดงความคลาดตรงคั่นหน้าคลื่น หลังจากผ่านระบบที่คั่น

ในด้านวัตถุ จะไม่มีความคลาดหน้าคลื่น หลังจากผ่านระบบออกมาทางด้านภาพ จะมีความคลาดหน้าคลื่นเกิดขึ้น เมื่อพิจารณาถึงทางเดินรังสีแสงตามแนวเส้น $OE \dots E'G$ และ $OS \dots S'G$ ซึ่งเป็นทางเดินรังสีของแสงที่มีความยาวคลื่น λ และสำหรับเส้นประ แสดงถึงทางเดินรังสีของแสงความยาวคลื่น $\lambda + \delta\lambda$ และกำหนดให้ n เป็นดรรชนีหักเหของแสงความยาวคลื่น λ และ $n + \delta n$ เป็นดรรชนีหักเหของแสงความยาวคลื่น $\lambda + \delta\lambda$ จะได้

$$W'_\lambda = [OE \dots E'G] - [OS \dots S'G]$$

$[OS] = [OE]$, $[S'G] = [E'G]$ เพราะเป็นรังสีข้างเคียงกัน (neighboring ray) ซึ่งทำให้ ทางที่คั่นมีค่าเท่ากัน จึงพิจารณาล้วนความคลาดตอนแสงผ่านระบบเท่านั้น

$$W'_\lambda = [E \dots E']_\lambda - [S - S']_\lambda$$

$$W'_\lambda = \{[\bar{D}_1] + [\bar{D}_2]\} - \{[D_1] + [D_2]\}$$

หรือเขียนได้เป็น

$$W'_\lambda = \Sigma \bar{D} \cdot n - \Sigma D \cdot n$$

เช่นเดียวกัน

$$\begin{aligned}
 W'_\lambda + \delta\lambda &= \Sigma(\bar{D} + \delta\bar{D}) \cdot (n + \delta n) - \Sigma(D + \delta D) \cdot (n + \delta n) \\
 &= \Sigma(\bar{D} \cdot n + \delta\bar{D} \cdot n + \bar{D} \cdot \delta n + \delta\bar{D} \cdot \delta n) \\
 &\quad - \Sigma(D \cdot n + \delta D \cdot n + D \cdot \delta n + \delta D \cdot \delta n)
 \end{aligned}$$

เทอม $\delta\bar{D} \cdot \delta n$ และ $\delta D \cdot \delta n$ มีค่าน้อยมาก เมื่อเทียบกับเทอมอื่น ดังนั้นจึงตัดออกไป

และ $n \delta\bar{D} = n \cdot \bar{D}'_\lambda + \delta\lambda - n \bar{D}_\lambda$

แต่ $\bar{D}'_\lambda + \delta\lambda$ และ \bar{D}_λ เป็นรังสีข้างเคียง ทางหักเหของรังสีทั้งสองจะเท่ากัน

ทำให้ $n\delta\bar{D} = 0$ และเทอม $n\delta D$ ก็เช่นเดียวกัน

ดังนั้น $W'_\lambda + \delta\lambda = \Sigma(\bar{D} \cdot n + \bar{D} \cdot \delta n) - \Sigma(D \cdot n + D \delta n)$

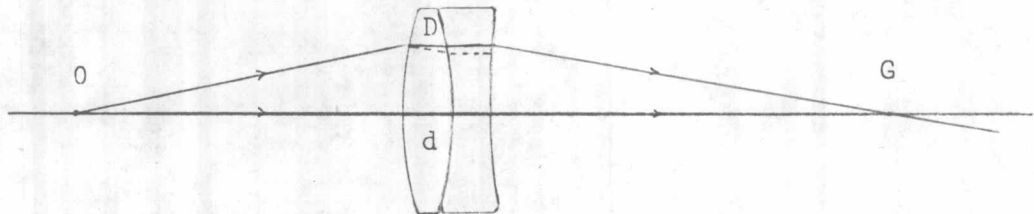
$$\delta W'_\lambda = W'_\lambda + \delta\lambda - W'_\lambda$$

$$\delta W'_\lambda = \Sigma\bar{D} \cdot \delta n - \Sigma D \cdot \delta n$$

$$\delta W'_\lambda = \Sigma(\bar{D} - D) \cdot \delta n \dots\dots\dots 2.25$$

โดยที่ \bar{D} และ D เป็นระยะทางตามแนวรังสีที่อยู่ภายในตัวกลางที่มีการกระจายเท่านั้น

พิจารณา กรณีที่วัตถุอยู่บนแนวแกน



ภาพ 2-32 แสดงทางเดินของแสงจากวัตถุบนแนวแกน

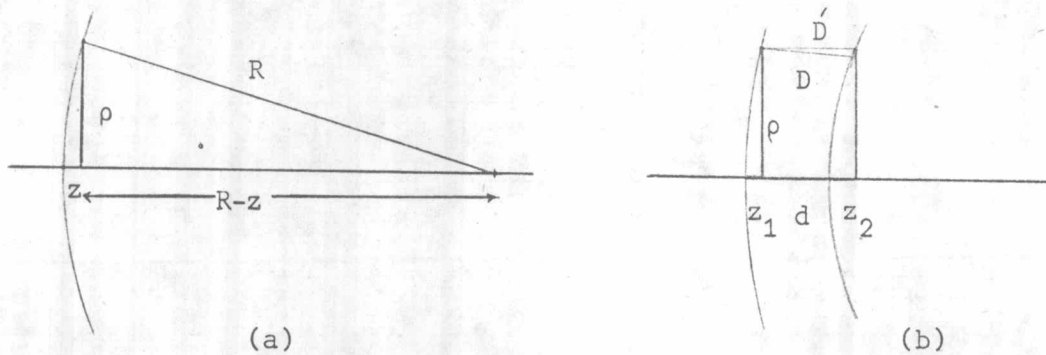
d คือความหนาของเลนซ์

$$d = \bar{D}$$

ดังนั้น จากสมการ 2.25 จะได้ว่า

$$\delta W'_\lambda = \Sigma(d - D) \cdot \delta n \dots\dots\dots 2.26$$

ในการหาความคลาดตรงค้ำหน้าคลื่นบนแนวแกน จำเป็นต้องทราบค่าของ $d - D$ ซึ่งสามารถหาค่าได้จากหลักทางเรขาคณิตของผิวโค้ง โดยพิจารณาจากภาพ 2-33



ภาพ 2-33 แสดงลักษณะของผิวโค้ง

พิจารณาภาพ (a) ของภาพ 2-33

$$\rho^2 = R^2 - (R - z)^2$$

$$\rho^2 = 2Rz - z^2$$

ถ้า $z \ll R$ เทอม z^2 ตัดทิ้งได้

จะได้ $2Rz = \rho^2$

$$z = \frac{\rho^2}{2R}$$

หรือ $z = \frac{1}{2} \rho^2 \cdot c$

จากภาพ (b) D และ D' เป็นทางเดินของรังสีข้างเคียง สามารถใช้ระยะ D' แทน D ได้

$$\text{เนื่องจาก } z_1 = \frac{1}{2} \rho^2 c_1$$

$$z_2 = \frac{1}{2} \rho^2 c_2$$

$$\text{และ } d + z_2 - z_1 = D'$$

$$\text{ดังนั้น } d - D = z_1 - z_2$$

$$d - D = \frac{\rho^2}{2} (c_1 - c_2)$$

แทนค่าในสมการ 2.26 ได้

$$\delta W'_\lambda = \Sigma \frac{\rho^2}{2} (c_1 - c_2) \delta n$$

$$\delta W'_\lambda = \Sigma \frac{\rho^2}{2} (c_1 - c_2) \cdot \left(\frac{\delta n}{n_D - 1}\right) \cdot (n_D - 1)$$

$$\text{เนื่องจาก } \frac{\delta n}{n_D - 1} = \frac{1}{V} \quad \text{และ} \quad K = (n_D - 1)(c_1 - c_2)$$

$$\text{ดังนั้น } \delta W'_\lambda = \Sigma \frac{\rho^2 K}{2V}$$

ถ้าให้ h เป็นรัศมีสูงที่สุดของช่องรับแสง

$$\gamma = \frac{\rho}{h}$$

$$\text{ดังนั้น } \delta W'_\lambda = \Sigma \frac{h^2 K \gamma^2}{2V}$$

เทอม $\delta W'_\lambda$ เป็นความคลาดหน้าคลื่น ที่แปรผันกับ γ^2 แสดงลักษณะของการเคส่อนของจุดโฟกัสตามแนวแกน ซึ่งเรียกว่า ความคลาดตรงคัตตามแนวแกน ใช้สัญลักษณ์เป็น $\delta W'_L$



ใช้สัญลักษณ์เป็น $\delta W'_L$

นั่นคือ
$$\delta W'_L = \sum \frac{h^2 K Y^2}{2V} \dots\dots\dots 2.27$$

สำหรับเลนซ์เดี่ยว จะมีความคลาดตรงค้ตามแนวแกนด้วยค่า

$$\delta W'_L = \frac{h^2 K Y^2}{2V} \dots\dots\dots 2.28$$

ในกรณีของเลนซ์ n ชั้น จะมีความคลาดตรงค้ตามแนวแกนคือ

โดยที่

$$\delta W'_L = (\delta W'_L)_1 + (\delta W'_L)_2 + \dots + (\delta W'_L)_n$$

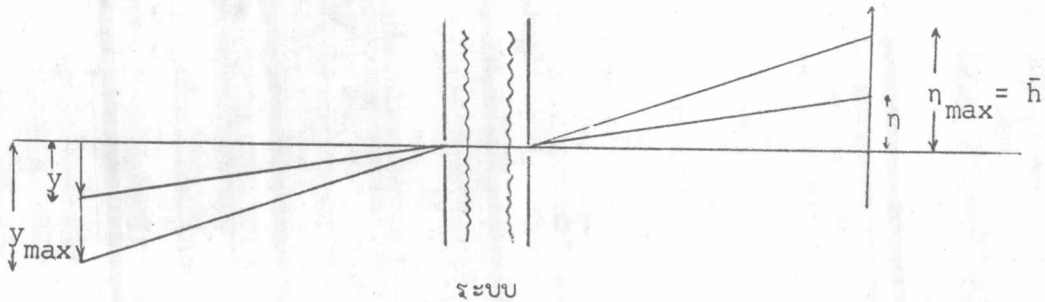
$$(\delta W'_L)_1 = \frac{h^2 K_1 Y_1^2}{2V_1}$$

$$(\delta W'_L)_2 = \frac{h^2 K_2 Y_2^2}{2V_2}$$

$$\vdots$$

$$(\delta W'_L)_n = \frac{h^2 K_n Y_n^2}{2V_n}$$

เมื่อวัตถุอยู่นอกแนวแกน



ภาพ 2-34 แสดงทางเดินของแสงจากวัตถุอยู่นอกแกน

สำหรับในกรณีเช่นนี้ อาศัยสมการ 2.25 และหลักทางเรขาคณิต สามารถพิสูจน์ได้ว่า

$$\delta W'_\lambda = \frac{h^2 K \gamma^2}{2V} + \frac{\hbar h K}{V} \sigma \gamma \cos \theta \quad \dots\dots\dots 2.29$$

เทอมแรก แสดงถึง ความคลาดตรงค้ตามแนวแกน สำหรับเทอมที่สองเป็นเทอมที่แปรผันกับ $\sigma \gamma \cos \theta$ แสดงถึงลักษณะของการเคลื่อนในแนวขวาง เรียกว่าความคลาดตรงค้ตามขวาง

เนื่องจากค่า h , \hbar , K และ V เป็นค่าคงที่ ดังนั้นสมการ 2.29 จึงเขียนได้เป็น

$$\delta W'_\lambda = \delta W_{20} \gamma^2 + \delta W_{11} \sigma \gamma \cos \theta \quad \dots\dots\dots 2.30$$

$$\delta W_{20} = \frac{h^2 K}{2V} \quad \dots\dots\dots 2.31$$

$$\delta W_{11} = \frac{\hbar h K}{V} \quad \dots\dots\dots 2.32$$

δW_{20} เรียกว่า สัมประสิทธิ์ของความคลาดตรงค้ตามยาว

δW_{11} เรียกว่า สัมประสิทธิ์ของความคลาดตรงค้ตามขวาง

ความสัมพันธ์ระหว่างค่าสัมประสิทธิ์ความคลาดตรงค้ทั้งสองเป็นไปตามสมการ

$$\delta W_{11} = \frac{2\hbar}{h} \cdot \delta W_{20} \quad \dots\dots\dots 2.33$$

3. การคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ของความคลาดจากการแกะรอยรังสีโกล์แกน

ในการแกะรอยรังสีโกล์แกน เพื่อความสะดวกในการคำนวณ จะมีการตัดแปลงสมการของการหักเหที่ผิวโค้ง กล่าวคือ

$$\text{จาก} \quad n' i' = n i$$

$$\text{หรือ} \quad n' (\alpha - u') = n (\alpha - u)$$

กำหนดให้ A คือ ค่าฉลของการหักเห (refraction invariant)

โดยที่ $A = n'(\alpha - u') = n(\alpha - u)$

จะได้ $u' = \alpha - \frac{A}{n'}$ 2.34

ซึ่งเป็นสมการของการหักเหที่ผิวโค้งที่ใช้ในการแกะรอย แทนสมการ 2.5

ที่ผิวโค้งที่ 1 เมื่อทราบค่ามุมชนของเส้นปกติ (α_1) และมุมชนของรังสีตกกระทบ (u_1)
ย่อมทราบถึงค่าฉลของการหักเห (A_1) ดังนั้น สามารถหาค่ามุมชนของรังสีหักเห (u'_1) ได้จาก
สมการ 2.34 รังสีหักเหจากผิวโค้ง ที่ 1 จะเป็นรังสีตกกระทบสำหรับผิวโค้งที่ 2 ดังนั้น
 $u'_1 = u_2$ จากค่า u_2 จะสามารถหา u'_2 หรือ u_3 ได้ต่อไปโดยทำการแกะรอยเช่นเดียวกัน
ที่ผิวโค้งที่สอง การแกะรอยจำเป็นต้องทราบค่ามุม α ของแต่ละผิว ในกรณีรังสีใกล้เคียง สามารถ
หาค่ามุม α ได้จากความสัมพันธ์

$\alpha = hc$ 2.35

$\alpha_1 = h_1 c_1$

$\alpha_2 = h_2 c_2$

ค่า h_1 เป็นค่าความสูงของรังสีใกล้เคียง ซึ่งเป็นค่าที่ต้องทราบหรือกำหนดขึ้นในตอน
เริ่มต้นของการแกะรอย โดยทั่วไป ค่า h_1 ก็คือค่ารัศมีของช่องเปิดรับแสงหรือรัศมีของผิวหน้าเลนซ์
แต่สำหรับค่า h_2 จะเป็นค่าที่ขึ้นกับมุมชนของรังสีหักเห (u'_1) โดยสามารถคำนวณหาค่า h_2 ได้
จากสมการของการส่งผ่าน คือ

$h_2 = h_1 - d_1 u'_1$

โดยที่ d_1 คือระยะระหว่างผิวโค้งที่ 1 ถึงผิวโค้งที่ 2 จากค่า h_2 ที่ได้ จะทราบถึงค่า α_2
ดังนั้นหาค่า A_2 ได้ แล้วส่งต่อไปใช้หาค่ามุม u'_2 หรือ u_3 สำหรับผิวที่สามต่อไป

สำหรับ ในกรณีที่วัตถุอยู่นอกแนวแกน โดยทั่วไปจะทำการแกะรอยไปตามรังสีมุมย้อยสำคัญที่มา

จากวัตถุ

- ถ้าให้ \bar{u} คือ มุมชั้นของรังสีมุขยสำคัญ
- \bar{h} คือ ความสูงของรังสีมุขยสำคัญจากจุดกลางของผิวโค้ง
- \bar{A} คือ ค่าผกของการหักเหของรังสีมุขยสำคัญ

ดังนั้นสำหรับรังสีใกล้เคียงกันได้

$$\bar{\alpha} = \bar{h}c$$

$$\bar{A} = n(\bar{\alpha} - \bar{u})$$

$$\bar{u}' = \bar{\alpha} - \frac{\bar{A}}{n} \quad \text{คือ สัมการของการหักเห}$$

$$\bar{h}_{+1} = \bar{h} - d\bar{u}' \quad \text{คือ สัมการของการส่งผ่าน}$$

สัมการทั้งสองดังกล่าว เป็นสัมการที่ใช้ในการแกะรอยของรังสีมุขยสำคัญ โดยกระทำในทำนองเดียวกันกับกรณีของรังสีใกล้เคียงกัน เริ่มจากหาค่า \bar{u}_1 จากค่าสนาม (field size) และหาค่า \bar{h}_1 ซึ่งโดยทั่วไป รังสีมุขยสำคัญตอนเริ่มต้นจะพุ่งผ่านจุดกลางของผิวโค้ง ($\bar{h}_1 = 0$) หาค่ามุม $\bar{\alpha}_1$ จากค่า \bar{u}_1 และ $\bar{\alpha}_1$ ทำการหาค่า \bar{A}_1 , \bar{u}'_1 และ \bar{h}_2 ตามลำดับจากสัมการการแกะรอยดังกล่าว ต่อจากนั้นกระทำการแกะรอยรังสี สำหรับผิวโค้งถัดไปตามลำดับ

จากค่าต่าง ๆ ที่ได้จากการแกะรอยดังกล่าว จะนำไปใช้หาค่า ผลรวมของไฮเดล (Seidel's sum) ของแต่ละผิวโค้ง ซึ่งจะนำไปสู่ค่าสัมประสิทธิ์ของความคลาดประมูมต่าง ๆ ในลำดับต่อไป ค่าผลรวมของไฮเดลอันดับต่าง ๆ เป็นไปตามสัมการ

$$S_I = \Sigma A^2 \cdot h \Delta \left(\frac{u}{n} \right)$$

$$S_{II} = \Sigma A \cdot \bar{A} \cdot h \Delta \left(\frac{u}{n} \right)$$

$$S_{III} = \Sigma \bar{A}^2 \cdot h \Delta \left(\frac{u}{n} \right)$$

$$S_{IV} = -H^2 \Sigma c \Delta \frac{1}{n}$$

$$S_V = \Sigma \frac{\bar{A}}{A} [S_{III} + S_{IV}]$$

$$C_L = \Sigma Ah \Delta \left(\frac{\delta n}{n} \right)$$

$$C_T = \Sigma \bar{A}h \Delta \left(\frac{\delta n}{n} \right)$$

- โดยที่
- A คือ ค่าผกของการหักเหของรังสีใกล้เคียง
 - \bar{A} คือ ค่าผกของการหักเหของรังสีมุมยศาสตร์
 - H คือ ค่าผกของลากรองค์ มีค่าเป็น $n\mu\eta$
 - δn คือ ผลต่างของค่าดัชนีหักเหของตัวกลางสำหรับเส้นแสง C และ F

ความสัมพันธ์ระหว่างผลรวมของไฮเดลกับสัมประสิทธิ์ของความคลาดจะเป็นไปตามสมการ

$${}^0W_{40} = \frac{1}{8} S_I$$

$${}^1W_{31} = \frac{1}{2} S_{II}$$

$${}^2W_{22} = \frac{1}{2} S_{III}$$

$${}^2W_{20} = \frac{1}{4} [S_{III} + S_{IV}]$$

$${}^3W_{11} = \frac{1}{2} S_V$$

$$\delta W_{20} = \frac{1}{2} C_L$$

และ $\delta W_{11} = C_T$

สำหรับรายละเอียด และตัวอย่างของการแกะรอย จะกล่าวไว้ในเรื่องการออกแบบเลนส์

วัตถุ สำหรับออตคอลลิเมเตอร์ ในบทที่ 3

4: เลนส์และการออกแบบ เลนส์อาจจำแนกออกได้เป็น 2 แบบ คือ

เลนส์เดี่ยว (single lens) ประกอบด้วยเลนส์ชิ้นเดียว

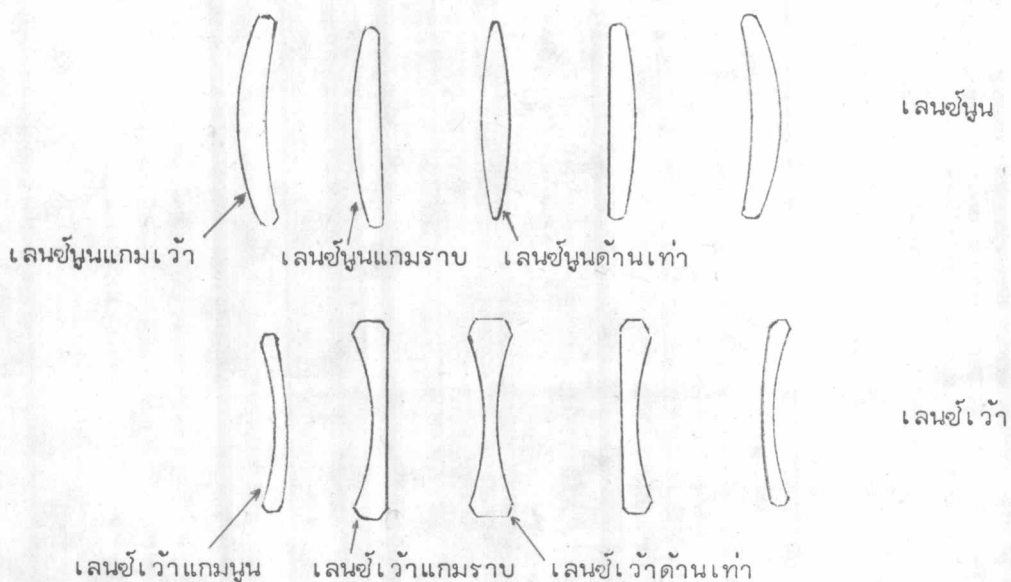
เลนส์ประกอบ (compound lens) ประกอบด้วยเลนส์ตั้งแต่ 2 ชิ้นขึ้นไป อาจจะนำมาประกอบติดกัน หรืออาจจะวางแยกกันโดยมีแนวแกนมุขยสำคัญ ร่วมกัน

4.1 เลนส์เดี่ยว เป็นเลนส์แบบธรรมดาที่พบกันอยู่เสมอ โดยทั่วไปมักทำจากแก้วหรือวัสดุโปร่งใสอย่างอื่น เลนส์เดี่ยวนับเป็นส่วนประกอบพื้นฐานของระบบทัศนหักเหแสง ในเลนส์แบบนี้จะมีความคลาดตรงค้ปรากฏให้เห็นอยู่เสมอ ซึ่งเหมาะสำหรับใช้ในงานง่าย ๆ หรือในกรณีที่ไม่ต้องคำนึงถึงความคลาดตรงค้ ตัวอย่างเช่น ใช้เป็นแว่นขยาย หรือ ในระบบที่ใช้แสงเอกรังค้ เลนส์เดี่ยว แบ่งออกได้เป็น 2 ชนิดคือ

4.1.1 เลนส์นูน (convex lens) เป็นเลนส์ที่มีกำลังการรวมแสงเป็นบวก มีคุณสมบัติในการรวมแสง

4.1.2 เลนส์เว้า (concave lens) เป็นเลนส์ที่มีกำลังการรวมแสงเป็นลบ มีคุณสมบัติในการถ่างแสง

เลนส์เดี่ยวทั้งสองชนิด จะมีรูปร่างต่าง ๆ หลายลักษณะดังแสดงไว้ในภาพ 2-35



ภาพ 2-35 แสดงเลนส์เดี่ยวรูปร่างต่าง ๆ

4.1.3 การออกแบบเลนส์เดี่ยว หลักพื้นฐานของการออกแบบ จำเป็นจะต้องทราบ ถึงค่ากำลังรวมแสง หรือ ทางยาวโฟกัสของเลนส์ และ ดรรชนีหักเหของแก้วที่จะใช้ทำเลนส์ จากนั้น คำนวณรูปร่างของเลนส์ จากสมการของช่างทำเลนส์ คือ

$$\frac{1}{f} = (n_D - 1)(c_1 - c_2)$$

ตัวอย่าง เช่น ในกรณีที่ต้องการเลนส์นูนแบบเลนส์ด้านเท่า ซึ่งจะมีความโค้งของผิวโค้ง ทั้งสองเท่ากัน ($c_1 = -c_2$)

$$\frac{1}{f} = (n_D - 1) (2c_1)$$

จะได้ $c_1 = \frac{1}{2f(n_D - 1)}$

และ $c_2 = -\frac{1}{2f(n_D - 1)}$

ดังนั้น $R_1 = -R_2 = 2f(n_D - 1)$

ในกรณีที่ต้องการเลนส์นูนแกมราบ ($c_2 = 0$)

$$\frac{1}{f} = (n_D - 1) c_1$$

จะได้ $c_1 = \frac{1}{f(n_D - 1)}$

ดังนั้น $R_1 = f(n_D - 1)$

จากค่ารัศมีความโค้งที่คำนวณไว้ ทำให้สามารถสร้างเลนส์ได้โดยมีทางยาวโฟกัสตามที่ กำหนดไว้

เนื่องจากเลนส์เดี่ยวเป็นเลนส์ที่เหมาะสมในการใช้กับแสงเอกรงค์ ความคลาดที่ต้องคำนึงถึง ก็คือ ความคลาดเอกรงค์เท่านั้น และการแก้ไขความคลาด จะต้องคำนึงถึงลักษณะของการใช้งานเป็น

สำคัญ ตัวอย่างเช่น เลนซ์กล้องโทรทรรศน์และเลนซ์รวมแสง ซึ่งเลนซ์จำพวกนี้มีสนาม (field) แคบ ความคลาดที่มีอิทธิพลมาก คือ ความคลาดทรงกลม และโคมา การออกแบบเพื่อใช้งาน สิ่งต้องคำนึงถึงการแก้ไขความคลาดทรงกลม และโคมาเป็นสำคัญ การแก้ไขก็ทำได้ โดยการเลือกรูปร่างเลนซ์ที่เหมาะสม⁽¹⁾ การใช้ตัวจำกัดแสง และใช้แก้วที่ดรรชนีหักเหีค่ามาก เป็นต้น

4.2 เลนซ์ประกอบ

เลนซ์ประกอบเป็นการนำเลนซ์เดี่ยวมาประกอบเข้าด้วยกัน โดยมีจุดประสงค์ในการแก้ไขความคลาดต่าง ๆ ของระบบทัศนวิสัย โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ความคลาดตรงคี่ที่ปรากฏอยู่เสมอในเลนซ์เดี่ยว เลนซ์ประกอบที่รู้จักกันดี ได้แก่

เลนซ์คู่ (doublet)

เลนซ์สาม (triplet)

เลนซ์เชิงซ้อน (complex lens)

4.2.1 เลนซ์คู่ ประกอบขึ้นจากเลนซ์เดี่ยว 2 ชิ้น จุดประสงค์สำคัญ ก็คือการขจัดความคลาดตรงคี่ที่มีในเลนซ์เดี่ยวแต่ละชิ้น อาจจะเป็นแบบที่นำเลนซ์เดี่ยวทั้งสองมาวางชิดกัน เรียกว่า เลนซ์ประกบ ซึ่งจะพบมากในชุดเลนซ์วัตถุของกล้องแบบต่าง ๆ หรืออาจจะเป็นแบบวางแยกจากกัน ซึ่งจะพบมากในชุดเลนซ์ตาของกล้อง เป็นต้น

เลนซ์ประกบ ด้านที่วางชิดกันของเลนซ์เดี่ยวที่จะใช้ทำเลนซ์ประกบ มักจะมีความโค้งเท่ากัน เพื่อจะได้ประกบกันพอดี จุดประสงค์ในการประกบก็เพื่อขจัดความคลาดตรงคี่ตามแนวแกน ซึ่งเลนซ์แบบนี้เรียกว่า เลนซ์อโครมติกแบบง่าย (simple achromatic doublet) เลนซ์อโครมติกมักจะประกอบขึ้นจากเลนซ์เดี่ยวที่ทำจากแก้วคราวน์ (crown glass) และแก้วฟลินท์ (flint glass) ซึ่งจะแก้ไขความคลาดตรงคี่ โดยทำให้เส้นแสง C และเส้นแสง F มาโฟกัสที่จุดเดียวกัน แต่เส้นแสง D จะมีตำแหน่งโฟกัสแตกต่างกันเล็กน้อย สำหรับการทำเลนซ์คู่ ที่ให้เส้นแสงทั้งสามโฟกัสที่ตำแหน่งเดียวกัน ทำได้โดยใช้ผลึกฟลูออไรท์ (fluorite) แทนแก้วคราวน์ เลนซ์แบบนี้เรียกว่า เลนซ์คู่อโพโครมาติก (apochromatic doublet)

การออกแบบของเลนส์ประกอบ เพื่อที่หารายชื่อความคลาดตรงค้ตามแนวแกน จะต้องทำให้ δW_{20} เป็นศูนย์

จากสมการ 2.27
$$\delta W'_L = (\delta W'_L)_1 + (\delta W'_L)_2$$

$$\delta W_{20} = (\delta W'_{20})_1 + (\delta W'_{20})_2$$

ดังนั้น
$$\delta W_{20} = \frac{1}{2} \frac{h_1^2 K_1}{V_1} + \frac{1}{2} \frac{h_2^2 K_2}{V_2}$$

เมื่อเลนส์ทั้งสองประกบกันจนชิด
$$h_1 = h_2 = h$$

$$\delta W_{20} = \frac{1}{2} h^2 \left(\frac{K_1}{V_1} + \frac{K_2}{V_2} \right)$$

ต้องการให้ δW_{20}

$$\frac{K_1}{V_1} + \frac{K_2}{V_2} = 0$$

$$\frac{K_1}{V_1} = -\frac{K_2}{V_2} \dots\dots\dots 2.36$$

$$K_2 = -\frac{K_1 V_2}{V_1}$$

ค่า r ของแก้วแต่ละชนิดมีค่าเป็นบวก สมการ 2.36 จะเป็นจริงได้ ต้องให้กำลังของเลนส์ตัวใดตัวหนึ่งเป็นลบหรือเป็นเลนส์เว้า

กรณีของเลนส์ประกอบ
$$K_{รวม} = K_1 + K_2$$

ดังนั้น
$$K = K_1 - \frac{K_1 V_2}{V_1}$$

$$K_1 = \frac{KV_1}{V_1 - V_2} \dots\dots\dots 2.37$$

$$K_2 = -\frac{KV_2}{V_1 - V_2} \dots\dots\dots 2.38$$

จากค่ากำลัง ($K_{รวม}$) หรือ ทางยาวโฟกัสรวม (F) ของเลนส์ประกบ และค่ารัของ แก้วควานและแก้วฟลินซ์ จะหาค่าของกำลังของเลนส์เดี่ยวแต่ละชั้น (K_1 และ K_2) ได้จากสมการ 2.37 และ 2.38 เมื่อทราบค่ากำลังของเลนส์เดี่ยวที่จะใช้ในการประกบก็นำไปใช้ในการคำนวณหา รัคมีความโค้ง ตามวิธีการออกแบบของเลนส์เดี่ยวดังกล่าว

ตัวอย่างของเลนส์ประกบเหล่านี้ ได้แก่ เลนส์วัตถุของกล้องโทรทรรศน์ กล้องส่องทางไกล แบบส่องตา คอลลิเมเตอร์ และในกล้องจุลทรรศน์กำลังขยายต่ำ ๆ (Low power microscope) โดยทั่วไปจะพบเลนส์ประกบอยู่ 3 แบบ คือ แบบฟรอนโฮเฟอร์ (Fraunhofer type) แบบสไตน์เฮล (Steinheil type) และแบบเกาซ์ (Gauss type) ดังภาพ 2-36



ภาพ 2-36 แสดงเลนส์ประกบแบบต่าง ๆ

เลนส์คู่แยกส่วน (seperated lens) ประกอบด้วยเลนส์เดี่ยว 2 ชั้นวางแยกกัน มัก จะทำจากแก้วชนิดเดียวกัน มีดรรชนีหักเหเท่ากัน

กรณีที่เลนส์วางแยกกัน
$$K_{รวม} = K_1 + K_2 - dK_1K_2$$

เมื่อ d คือ ระยะระหว่างเลนส์เดี่ยวทั้งสอง

$$K_{รวม} = (n - 1)(c_1 - c_2)_1 + (n - 1)(c_1 - c_2)_2 - (n - 1)^2 d(c_1 - c_2)_1(c_1 - c_2)_2$$

เมื่อดรรชนีหักเหเปลี่ยนแปลงไปเป็นค่าน้อย ๆ ค่ากำลังรวมของเลนส์คู่จะเปลี่ยนแปลงไป เช่นกัน ถ้าให้ $\frac{\partial K}{\partial n}$ คืออัตราการเปลี่ยนแปลงของกำลังต่อการเปลี่ยนแปลงของดรรชนีหักเหความคลาดตรงค

จะเป็นศูนย์ได้ จำเป็นต้องให้ค่าของกำลังรวม ไม่มีการเปลี่ยนแปลงต่อการแปรค่าของดรรชนีหักเห
นั่นคือ $\frac{\partial K}{\partial n} = 0$

$$\text{กรณีของเลนส์คู่} \quad \frac{\partial K}{\partial n} = (c_1 - c_2)_1 + (c_1 - c_2)_2 - 2(n - 1)d(c_1 - c_2)_1(c_1 - c_2)_2$$

$$\text{ดังนั้น} \quad (c_1 - c_2)_1 + (c_1 - c_2)_2 - 2(n - 1)(c_1 - c_2)_1(c_1 - c_2)_2 = 0$$

$$(n - 1)(c_1 - c_2)_1 + (n - 1)(c_1 - c_2)_2 - 2(n - 1)^2 d(c_1 - c_2)_1(c_1 - c_2)_2 = 0$$

$$K_1 + K_2 - 2dK_1K_2 = 0$$

$$2d K_1K_2 = K_1 + K_2$$

$$d = \frac{K_1 + K_2}{2K_1K_2}$$

$$d = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{K_2} + \frac{1}{K_1} \right)$$

$$\text{เมื่อเลนส์วางอยู่ในอากาศ} \quad d = \frac{1}{2} (f_1 + f_2)$$

$$\text{ดังนั้น} \quad d = \frac{f_1 + f_2}{2} \dots\dots\dots 2.39$$

เลนส์ตา โดยทั่วไปมี 2 แบบ คือ แบบฮอยเกน (Huygen type) และแบบรามส์เดน (Ramsden type)

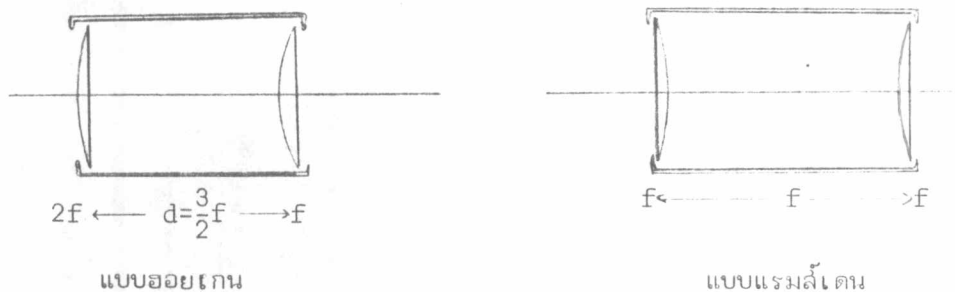
$$\text{แบบฮอยเกน} \quad \text{กำหนดให้} \quad f_1 = 2f_2$$

$$\text{จะได้} \quad d = \frac{3f_2}{2}$$

$$\text{แบบรามส์เดน} \quad \text{กำหนดให้} \quad f_1 = f_2$$

$$\text{จะได้} \quad d = f_2$$

สำหรับเลนส์ตาแบบแรมส์เดน ในทางปฏิบัติ ถ้าให้ $d = f$ ตำแหน่งเลนส์ชั้นที่หนึ่ง จะเป็นตำแหน่งโฟกัสของเลนส์ชั้นที่สอง ฝุ่นหรือผงละอองบนผิวเลนส์ชั้นแรก จะปรากฏให้เห็น เมื่อมองผ่านเลนส์ชั้นที่สอง ทำให้เกิดการรบกวนภาพ ดังนั้นในการวางระยะระหว่างเลนส์ (d) จึงนิยมวางเลนส์ทั้งสองให้ใกล้กันเข้ามา โดยให้ $d = \frac{2}{3}f$ เพื่อขจัดปัญหาดังกล่าว



ภาพ 2-37 แสดงภาพเลนส์ตา

การออกแบบ ตามปกติ เลนส์ ตามักใช้ในการขยายภาพที่ได้จากเลนส์วัตถุ จึงกำหนดค่ากำลังขยายเป็นสำคัญ จากค่ากำลังขยายที่กำหนด คำนวณหาทางยาวโฟกัสรวมของระบบ โดยความสัมพันธ์

$$m = \frac{25}{f} \dots\dots\dots 2.40$$

เมื่อ m คือกำลังขยาย

f คือทางยาวโฟกัสรวมของเลนส์ตา หน่วยเป็นเซนติเมตร

เมื่อทราบค่าทางยาวโฟกัสรวม หาทางยาวโฟกัสของเลนส์แต่ละตัวได้จากสมการ

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$$

สำหรับเลนส์ตาแบบออยเกน $f_1 = 2f_2 \quad d = \frac{3}{2}f_2$

จะได้ $f_2 = \frac{4}{3}f$

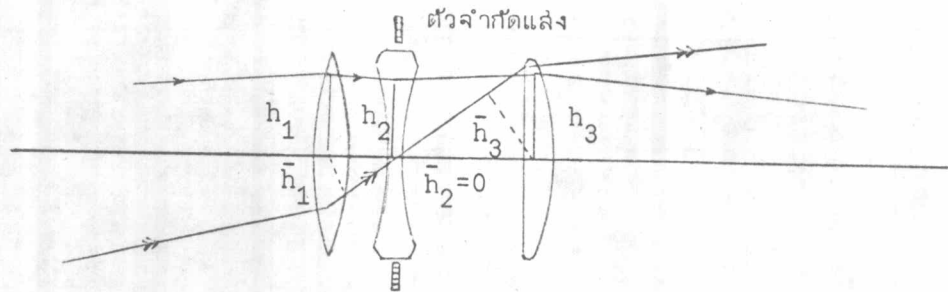
$$f_1 = \frac{8}{3} f$$

และ $d = 2f$

สำหรับเลนส์ตาแบบแรมล์เดน $f_1 = f_2 = d$

จะได้ $f = f_1 = f_2$

4.2.2 เลนส์สาม เลนส์แบบนี้ นอกจากจะสามารถตัดความคลาดตรงค้ำตามแนวแกน ความคลาดทรงกลม โคมา ยังสามารถแก้ไขความคลาดเอียงและความคลาดตรงค้ำตามขวาง ได้ดีอีกด้วย นิยมใช้เป็นเลนส์วัตถุของกล้องถ่ายรูป ซึ่งเป็นเลนส์ที่ต้องมีสนามหน้าเลนส์กว้าง ตำแหน่งวัตถุจะอยู่นอกแนวแกนเป็นมุมกว้าง ความคลาดที่มีผลมากสำหรับเลนส์กล้องถ่ายรูป ก็คือ ความคลาดเอียง ตัวอย่างของเลนส์แบบนี้ ได้แก่เลนส์แบบ คุก (Cooke's type) ซึ่งออกแบบโดย เอช. ดี. เทย์เลอร์ (H.D.Taylor) ในปี 1895 ซึ่งเป็นเลนส์แบบที่ใช้มานาน แต่ยังเป็นที่ยอมรับอยู่ในปัจจุบัน



ภาพ 2-38 แสดง เลนส์แบบคุก

การออกแบบ เพื่อตัดความคลาดตรงค้ำตามแนวแกน

$$\delta W_{20} = \frac{1}{2} \frac{h_1^2 K_1}{V_1} + \frac{1}{2} \frac{h_2^2 K_2}{V_2} + \frac{1}{2} \frac{h_3^2 K_3}{V_3}$$

กำหนดให้ K_2 เป็นลบ ทำให้เทอมที่สองหักล้างกับเทอมที่หนึ่งและสาม ทำให้ δW_{20}

เป็นศูนย์ได้

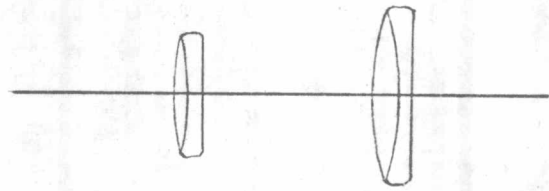
จากสมการ 2.29

$$\delta W_{11} = \frac{\bar{h}_1 h_1 K_1}{V_1} + \frac{\bar{h}_2 h_2 K_2}{V_2} + \frac{\bar{h}_3 h_3 K_3}{V_3}$$

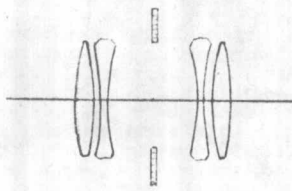
จากภาพ 2-38 $\bar{h}_2 = 0$ \bar{h}_1 เป็นลบ และ \bar{h}_3 เป็นบวก สามารถคำนวณออกแบบให้หักล้างกัน ทำให้ δW_{11} เป็นลู่ได้เช่นกัน

รายละเอียดของการคำนวณออกแบบสร้างจะขอไม่กล่าวถึง ณ. ที่นี้

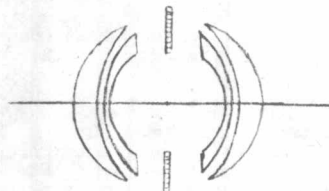
4.2.3 เลนซ์เชิงซ้อน ประกอบขึ้นจากเลนซ์เดี่ยวตั้งแต่สี่ชิ้นขึ้นไป ส่วนใหญ่เป็นการออกแบบเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของเลนซ์ที่กล่าวมา เพื่อจุดประสงค์ในการใช้งานต่าง ๆ ได้อย่างสมบูรณ์ เลนซ์เชิงซ้อนมีอยู่มากมายหลายแบบ เช่น เลนซ์แบบเพทซ์วอล (Petzval type) ซึ่งประกอบจากเลนซ์คู่ 2 ชิ้น ระบบเลนซ์สมมาตร (symmetrical system) ที่ออกแบบเพื่อแก้ความคลาดเอียง และระบบเลนซ์ตัดของกล้องจุลทรรศน์ที่ออกแบบเพื่อให้มีกำลังขยายสูงมาก ดังแสดงไว้ในภาพ 2-39



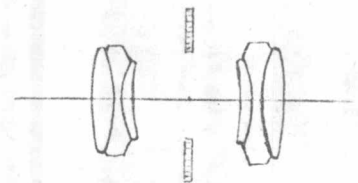
แบบเพชชีวอล



ซีเลอร์ (Celor)

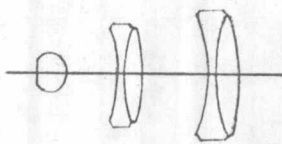


โทโปกอน (Topogon)

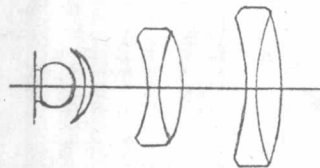


ตาเกอร์ (Dagor)

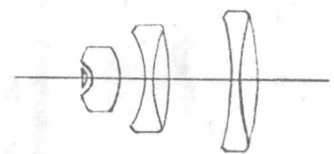
แบบล้อมมาตร



แบบกำลังขยายขนาดกลาง
(medium power)



แบบกำลังขยายสูง
(high power)



แบบสนามราบ
(flat field)

เลนส์วัตถุของกล้องจุลทรรศน์

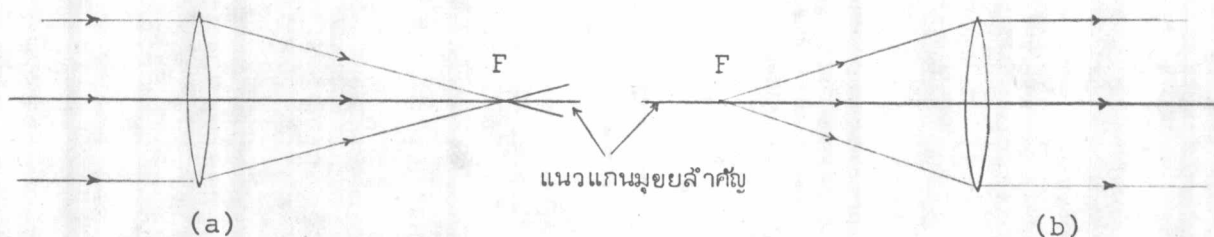
ภาพ 2-39 แสดงเลนส์เชิงซ้อนแบบต่าง ๆ

รูปร่างลักษณะของเลนส์เดี่ยวในเลนส์เชิงซ้อนเหล่านี้ จะได้รับการออกแบบให้เหมาะสมต่อการแก้ความคลาดที่ปรากฏ ตามลักษณะการใช้งาน ซึ่งจะต้องอาศัยทฤษฎีความคลาดและทฤษฎีของการแกะรอยรังสีประกอบกัน รายละเอียดจึงขอไม่กล่าวถึงเช่นกัน

5. ทฤษฎีของออโตคอลลิเมเตอร์

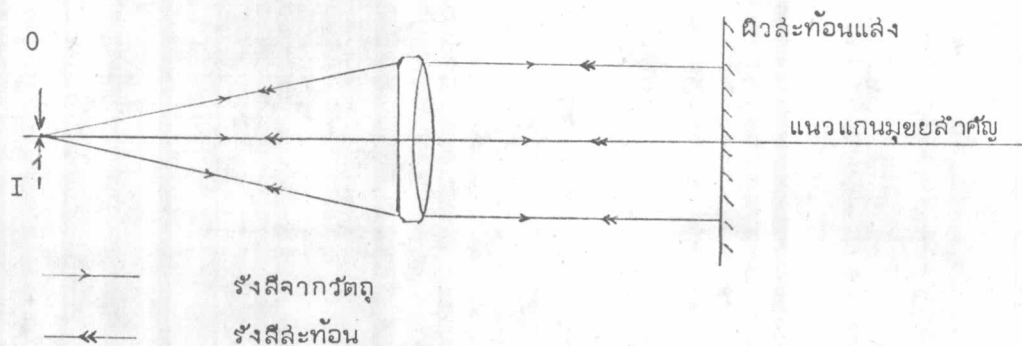
จากหลักเกณฑ์ของการหักเหแสงโดยเลนส์ ถ้ามีรังสีแสงเข้ามาในแนวนอนกับแกนमुखที่สำคัญ เมื่อหักเหผ่านเลนส์ จะเดินทางไปรวมที่ตำแหน่งโฟกัส เช่นเดียวกัน ถ้านำวัตถุวางไว้ที่ตำแหน่งโฟกัส

รังสีแสงจากวัตถุ เมื่อหักเหผ่านเลนส์ จะให้รังสีในแนวขนานกับแนวแกนออกไป ซึ่งเป็นหลักการของ
คอลลิเมเตอร์ แบบทั่วไป



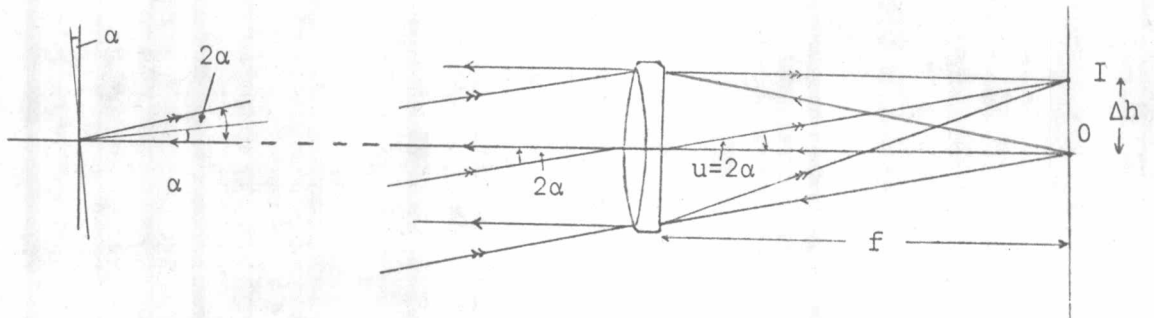
ภาพ 2-40 แสดงทางเดินแสงผ่านเลนส์กรณี แสงตกกระทบขนานกับแนวแกน(a)
และแสงเดินทางจากจุดโฟกัส (b)

ออโตคอลลิเมเตอร์ มีหลักการพื้นฐานเช่นเดียวกับ คอลลิเมเตอร์ทั่วไป โดยวางวัตถุ
ไว้ที่จุดโฟกัสของเลนส์วัตถุ ซึ่งจะให้รังสีแสงขนานกับแนวแกนไปทางด้านหน้าของเลนส์ ถ้ามีผิวสะท้อน
มาวางตั้งฉากกับแนวแกนพอดี จะเกิดการสะท้อนกลับในทิศทางเดิม โดยเป็นรังสีขนานกับแนวแกน
หลังจากหักเหผ่านเลนส์ จะไปรวมกันที่จุดโฟกัสเกิดเป็นภาพ ณ. ตำแหน่งเดียวกับวัตถุ ทางเดินแสง
ดังกล่าว แสดงได้ดังภาพ 2-41



ภาพ 2-41 แสดงทางเดินแสง กรณีที่มีผิวสะท้อนแสงวางตั้งฉากกับ
ออโตคอลลิเมเตอร์

ถ้าฉวสะท้อนแสงที่นำมาวางไม่อยู่ในแนวที่ตั้งฉากกับรังสีจาก ออโตคอลลิเมเตอร์ รังสีจากการสะท้อนย่อมเฉียงเบนไป ถ้าฉวสะท้อนเบนไปจากแนวตั้งฉากด้วยมุมแคบ ๆ α รังสีสะท้อนจะเบนไปจากแนวเดิมด้วยขนาดมุม 2α รังสีที่เฉียงเบนไป เมื่อหักเหผ่านเลนส์วัตถุ จะไปรวมทำให้เกิดภาพนระนาบภาพ แต่ภาพที่ได้ไม่อยู่ที่ตำแหน่งเดียวกับวัตถุ ตำแหน่งภาพจะเคลื่อนไปมากหรือน้อย ขึ้นกับแนวรังสีที่สะท้อนกลับเข้ามา



ภาพ 2-42 แสดงทางเดินแสง ในกรณีที่รังสีสะท้อนเบนไปจากแนวรังสีขนาน

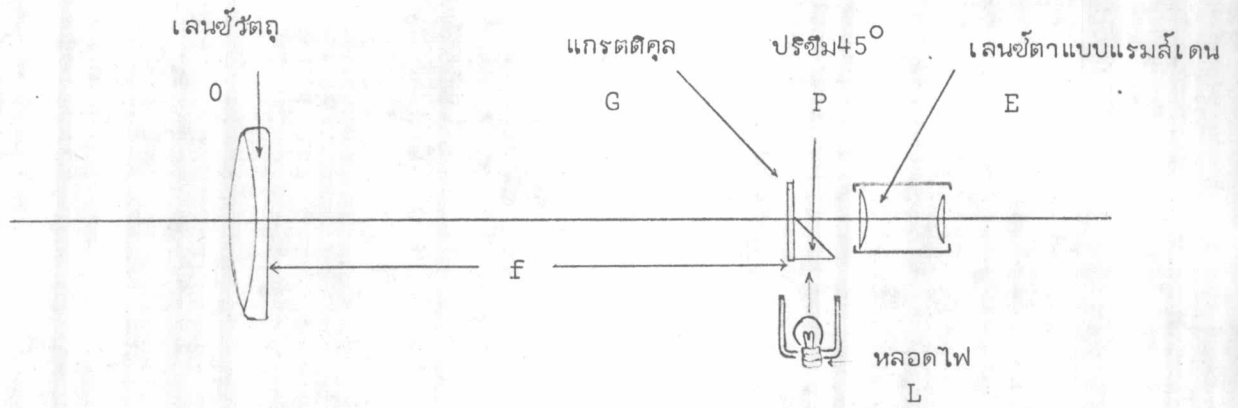
ถ้า u เป็นมุมแคบ ๆ

$$u = \frac{\Delta h}{f}$$

เมื่อ Δh คือระยะที่ภาพเบนไปจากวัตถุบนระนาบภาพ

f คือทางยาวโฟกัสของเลนส์

ทำให้สามารถหามุมที่ฉวสะท้อนเบนไปจากแนวตั้งฉากกับรังสี (α) ได้จากค่าที่ภาพเฉียงเบนไป ซึ่งเป็นหลักการในการวัดมุมของฉวสะท้อน จากการเปรียบเทียบการเฉียงเบนที่ปรากฏ วัตถุที่วางไว้ ณ ตำแหน่งโฟกัส จึงควรมีลึกลง เพื่อใช้ในการอ่านค่าการเฉียงเบน (Δh) เรียกว่า แกรตติคูล (graticule) ซึ่งลึกลงบนแกรตติคูลนี้ สามารถแบ่งได้ละเอียดถึง $\frac{1}{10}$ มิลลิเมตร



ภาพ 2-43 แสดงอุปกรณ์และการจัดวางของออตโตคอลลิเมเตอร์

ปริซึม P จะทำหน้าที่สะท้อนแสงจากหลอดไฟ L ไปส่องสว่างแก่ชัตคู่นัยบนแกรตติคูล (G) ชัตคู่นัยจะทำหน้าที่เป็นวัตถุ ณ.ตำแหน่งโฟกัส แสงจากชัตคู่นัยจะหักเหผ่านเลนส์วัตถุ เป็นลำขนานกับแนวแกนออกไปทางด้านหน้าของออตโตคอลลิเมเตอร์ ถ้ามีผิวสะท้อนมาวางในแนวตั้งฉากจะเกิดการสะท้อนกลับในแนวเดิม ทำให้เกิดภาพของชัตคู่นัยอยู่ที่ตำแหน่งเดียวกับชัตคู่นัยดังกล่าว แต่ถ้าผิวสะท้อนเบนไปจากแนวเดิมเล็กน้อย จะทำให้ภาพของชัตคู่นัยนั้นเบนไป ค่าของการเบี่ยงเบนอ่านได้จากสเกลบนแกรตติคูล

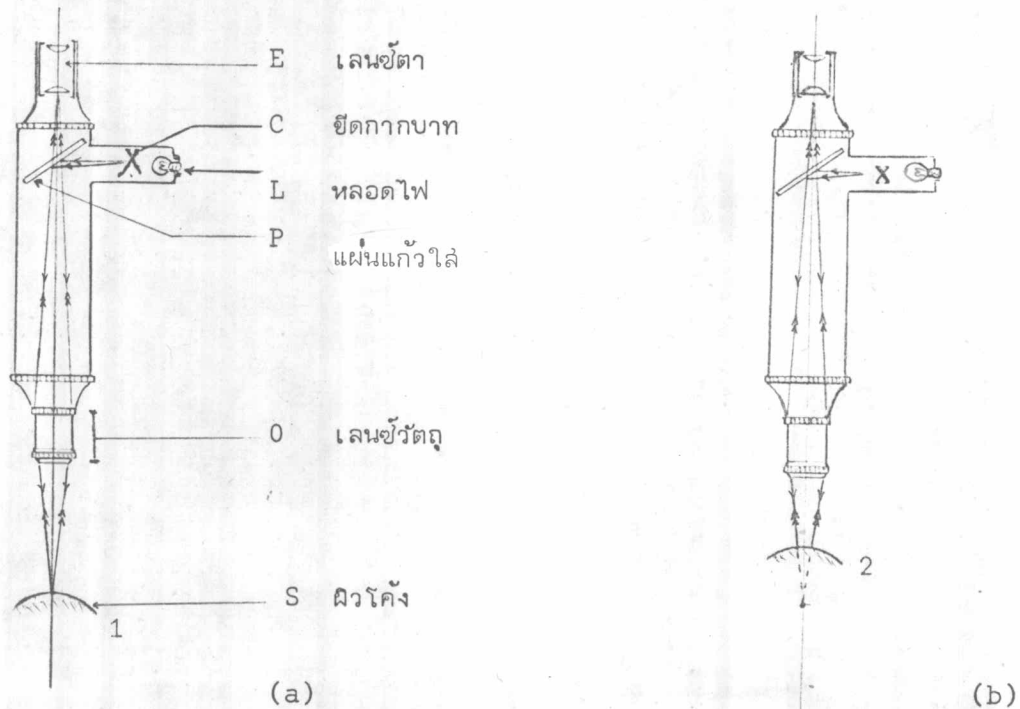
$$\text{จาก } u = \frac{\Delta h}{f}$$

ถ้า Δh มีค่า $\frac{1}{100}$ เซนติเมตร และ f มีค่าเป็น 33.3 เซนติเมตร มุมที่รองรับการเบี่ยงเบนไป 1 องศา จะมีค่า 1 ลิปดา และถ้าใช้เลนส์ตาที่มีกำลังขยายสูง จะทำให้ค่าดเคเนตได้ถึง $\frac{1}{5}$ ของช่องบนสเกล ซึ่งหมายถึงค่าประมาณ 12 ฟิลิปดา

6. ทฤษฎีของไมโครสโคปโพรมิเตอร์

ไมโครสโคปโพรมิเตอร์ เป็นเครื่องมือที่ดัดแปลงจากกล้องจุลทรรศน์แบบกำลังขยายต่ำ และอาศัยหลักการสะท้อนแสงของผิวโค้ง ซึ่งแสดงทางเดินแสงได้ดังภาพ 2-44

จากภาพ 2-44 เมื่อผิวโค้ง (S) อยู่ที่ตำแหน่ง 1 ดังภาพ (a) รังสีแสงจาก
 ชดกาทบาท (C) สะท้อนที่แผ่นแก้วใส (P) ผ่านเลนส์วัตถุ (O) มารวมกันที่ผิวโค้ง
 สะท้อนของรังสีดังกล่าว แสงจะเดินทางกลับทางเดิม ผ่านเลนส์วัตถุไปรวมกันเป็นภาพที่ตำแหน่ง โฟกัสของ
 เลนส์ตา (E) จะทำให้เห็นภาพชดกาทบาทชัดเจนครั้งที่ 1 เมื่อเลื่อนผิวโค้งมายังตำแหน่ง 2
 ดังภาพ (b) ถ้าผิวโค้งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดรวมแสงของเลนส์วัตถุ จะทำให้เกิดการสะท้อนกลับทาง
 เดิม ทำให้เกิดภาพของชดกาทบาทชัดเจนอีกครั้งหนึ่ง ระยะระหว่างตำแหน่งของผิวโค้งทั้งสอง
 ก็คือ ค่ารัศมีความโค้งของผิวโค้ง สำหรับการอ่านตำแหน่งของผิวโค้งทำได้โดยสะดวก จากสเกล
 ของไมโครมิเตอร์ โดยทำการตัดแปลงไขแกงของไมโครมิเตอร์เป็นแท่นยึดด้านหลังของผิวโค้ง ดังนั้น
 เมื่อเลื่อนตำแหน่งของผิวโค้งด้วยการหมุนแกน ระยะที่เปลี่ยนไปก็อ่านได้จากสเกลดังกล่าว สเกลของ
 ไมโครมิเตอร์จะอ่านได้ละเอียดถึง $\frac{1}{1000}$ เซนติเมตร สำหรับกล้องจุลทรรศน์ที่ใช้ควรมีเลนส์วัตถุที่มี
 ความลึกของโฟกัส (depth of focus) น้อย เพื่อให้วัดค่าได้แม่นยำที่สุด



ภาพ 2-44 แสดงทางเดินแสงตามหลักการของไมโครสโคปเพียโรมิเตอร์