บทที่ 3

ชุดมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงแบบแม่เหล็กถาวรและเครื่องสูบน้ำหอยโข่ง

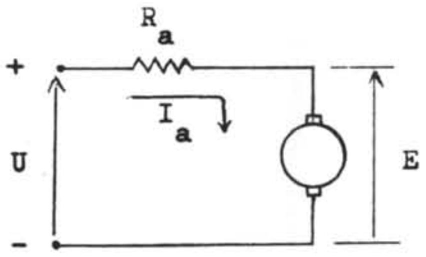
มอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงแบบแม่เหล็กถาวร

มอเตอร์ชนิดไฟฟ้ากระแสตรงสามารถใช้แหล่งจ่ายไฟจากเซลแสงอาทิตย์โดยตรง แต่มอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงก็ต้องการการดูแลรักษามากกว่ามอเตอร์ไฟฟ้ากระแสสลับ มอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงแบบแม่เหล็กถาวรสามารถออกแบบให้มีแรงบิดเริ่มต้นสูง [4, 5] จึงเหมาะที่จะนำมาใช้กับเครื่องสูบน้ำหอยโข่ง เพื่อให้สูบน้ำได้เริ่มต้นตั้งแต่กำลังงานเข้ามอเตอร์มีค่าไม่มากนัก

สมการของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงแบบแม่เหล็กถาวร [6]

จากภาพที่ 3.1 สามารถเขียนสมการของกระแสและแรงดันของมอเตอร์ดังกล่าวว่า

$$U = I_a R_a + E \qquad \text{.....................} \quad (3.1)$$



ภาพที่ 3.1 แสดงแผนภาพของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงแบบแม่เหล็กถาวร

E คือ แรงเคลื่อนไฟฟ้าต้านกลับ (Back emf.)

$E = K_e \phi \omega = K \omega$

K_e คือ ค่าคงที่ขึ้นกับการพันของขดลวดอาร์มาเจอร์

$\emptyset$ คือ ค่าสนามแม่เหล็กจากแม่เหล็กถาวร

$K = K_e\emptyset$ คือ ตัวคงค่า ....(โวลท์ × วินาที/เรเดียน)

ω คือ ความเร็วเชิงมุมของอาร์มาเจอร์...(เรเดียน/วินาที)

ดังนั้น จากสมการที่ (3.1)

$$U = I_aR_a + K\omega \quad \text{(โวลท์)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3.2)$$

เครื่องสูบน้ำหอยโข่ง (ปั๊มหอยโข่ง)

ใบพัดของเครื่องสูบน้ำถูกหมุนด้วยแรงจากมอเตอร์ที่ต่อแกนเข้ากับแกนของใบพัด ใบพัดทำให้เกิดแรงกระทำบนมวลของของไหล แล้วทำให้ของไหลนั้นเกิดการเคลื่อนที่ แรงบิดจากมอเตอร์ส่งมายังใบพัดแล้วทำให้เกิดโมเมนตัมเชิงมุมของของไหล จะเห็นว่าพลังงานกลจากชุดมอเตอร์เครื่องสูบน้ำ เปลี่ยนไปเป็นพลังงานจลน์ของของไหล (ในที่นี้คือน้ำ) เนื่องจากใบพัดถูกออกแบบให้มีความโค้งและใบพัดหมุนเร็วพอจึงทำให้แรงดันต่ำลงบริเวณตรงกลางใบพัด และเพิ่มแรงดันที่ปลายของใบพัด น้ำภายในเปลือก (casing) ของเครื่องสูบน้ำจึงเคลื่อนที่เป็นวงรอบ น้ำจึงถูกสูบเข้าที่ตรงกลางของใบพัดแล้วถูกดันออกที่ผิวนอกของเปลือกเครื่องสูบน้ำ [7, 8]

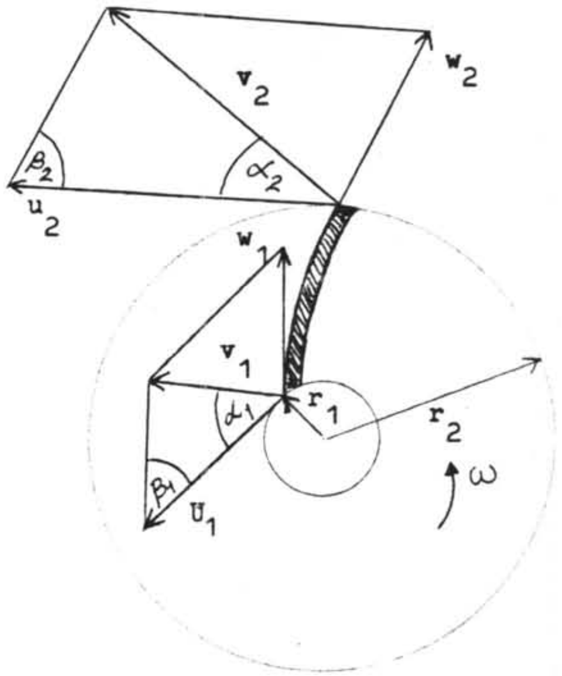
สมการของเครื่องสูบน้ำหอยโข่ง

ตามภาพที่ 3.2 ซึ่งแสดงสามเหลี่ยมความเร็วที่ใบพัดเครื่องสูบน้ำแบบหอยโข่ง ความโค้งของใบพัดทำให้ความเร็วของน้ำ ณ จุดเข้าใบพัดตรงรัศมี r_1 และจุดออกจากใบพัดตรงรัศมี r_2 มีค่าต่าง ๆ [2, 7]

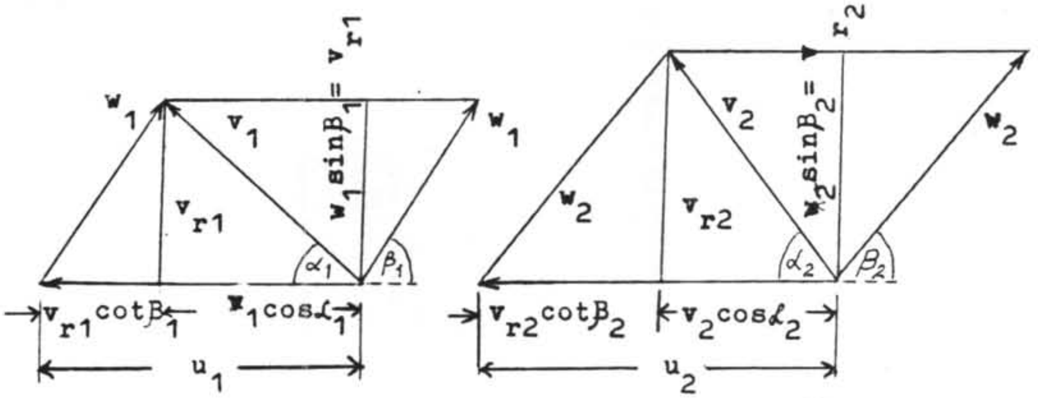
u คือ ความเร็วสัมผัสกับเส้นรอบวง (peripheral velocity)

v คือ ความเร็วสัมบูรณ์ (absolute velocity)

w คือ ความเร็วสัมพัทธ์ (relative velocity)



ก)



ข) จุดที่น้ำเข้า ค) จุดที่น้ำออก

ภาพที่ 3.2 แสดงสามเหลี่ยมความเร็วของน้ำที่ใบพัดเครื่องสูบน้ำหอยโข่ง

ได้สมการของความเร็วทั้งสามว่า

$$\vec{v} = \vec{w} + \vec{u} \quad \text{.....................} \quad (3.3)$$

จากภาพที่ 3.2 ข) และ ค)

$$v_1 \cos\alpha_1 = u_1 - v_{r1} \cot \beta_1 \quad \text{..............} \quad (3.4)$$

$$v_2 \cos\alpha_2 = u_2 - v_{r2} \cot \beta_2 \quad \text{.............} \quad (3.5)$$

$$v_{r1} = v_1 \sin\alpha_1 = w_1 \sin \beta_1 \quad \text{.........} \quad (3.6)$$

$$v_{r2} = v_2 \sin\alpha_2 = w_2 \sin \beta_2 \quad \text{.........} \quad (3.7)$$

ในกรณีธรรมดาทั่วไป น้ำที่สูบเข้าจะเข้าสู่ใบพัดของเครื่องสูบน้ำในแนวดิ่ง เห็นได้ชัดในกรณีเครื่องสูบน้ำจมน้ำ (Submerged pump) ดังนั้น เวคเตอร์ของ v จึงมีทิศตั้งฉากกับ u นั่นคือ $\alpha = 90^\circ$ ตามภาพที่ 3.3

$$v_1 = w_1 \sin \beta_1 = u_1 \tan \beta_1 \quad \text{.........} \quad (3.8)$$

จากภาพที่ 3.4 ใบพัดมีความหนา t_1 และ t_2 อีกทั้งใบพัดแต่ละใบห่างกัน p_1 และ p_2 ณ จุดน้ำเข้าใบพัดและออกใบพัดตามลำดับ b_1 และ b_2 เป็นความสูงของใบพัด ณ จุดน้ำเข้าใบพัดและออกใบพัดตามลำดับ

เมื่อกำหนด A_1, A_2 เป็นพื้นที่ของช่องว่างระหว่างใบพัดที่รัศมี r_1, r_2 ตามลำดับ

ได้ว่า

$$A_1 = 2\pi r_1 b_1 \frac{p_1}{p_1 + t_1} = 2\pi r_1 b_1 \varepsilon_1 \quad \text{......} \quad (3.9)$$

$$A_2 = 2\pi r_2 b_2 \frac{p_2}{p_2 + t_2} = 2\pi r_2 b_2 \varepsilon_2 \quad \text{.....} \quad (3.10)$$

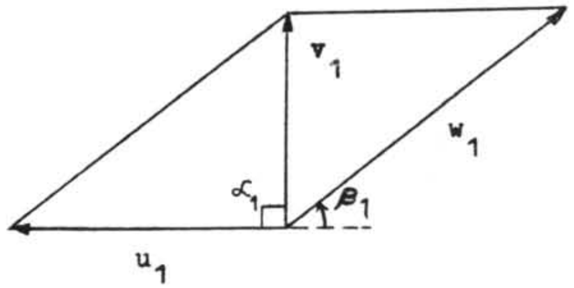
เมื่อ

$$\varepsilon_1 = \frac{p_1}{p_1 + t_1}, \quad \varepsilon_2 = \frac{p_2}{p_2 + t_2} \quad \text{............} \quad (3.11)$$

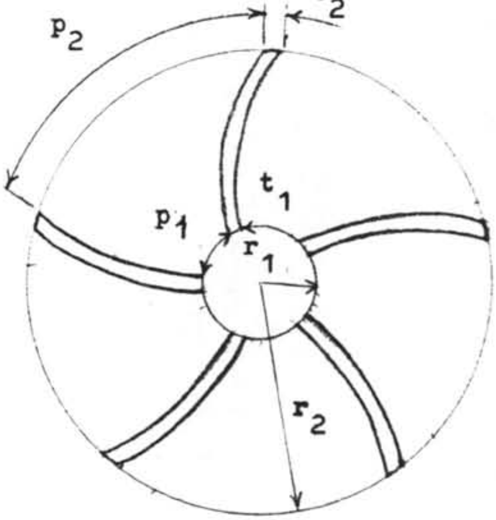
ในกรณีอุดมคติ (Ideal case) ถือว่า t มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับ p ดังนั้น $t_1 \approx 0$ และ $t_2 \approx 0$

ย่อมได้ $\varepsilon_1 = 1$, $\varepsilon_2 = 1$

และ $A_1 = 2\pi r_1 b_1$, $A_2 = 2\pi r_2 b_2$



ภาพที่ 3.3 แสดงเวคเตอร์ของความเร็วที่จุดน้ำเข้าใบพัดของเครื่องสูบน้ำ



ภาพที่ 3.4 แสดงใบพัดของเครื่องสูบน้ำหอยโข่ง

ให้ Q คือ อัตราการไหลของน้ำ หน่วยเป็น ม.^{3}/วินาที

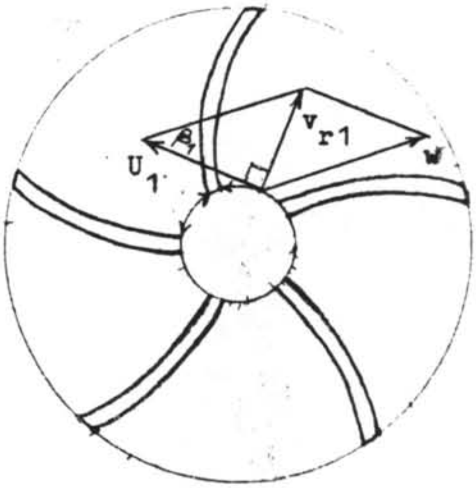
A คือ พื้นที่ซึ่งน้ำไหลผ่าน หน่วยเป็น ม.^{2}

V คือ ความเร็วที่น้ำไหลผ่านพื้นที่นั้น หน่วยเป็น ม./วินาที

ถ้า V ตั้งฉากกับ A จะได้ว่า

$$Q = AV \qquad \text{..........................} (3.12)$$

เมื่อพิจารณาที่จุดเข้าใบพัดของเครื่องสูบน้ำ ตามภาพที่ 3.5



ภาพที่ 3.5 แสดงสามเหลี่ยมความเร็ว ณ จุดน้ำเข้าใบพัด

อัตราการไหลของน้ำเข้าสู่ใบพัดมีค่า $Q = A_1 v_{r1}$

จากสมการที่ (3.8) และ (3.9)

$$Q = 2\pi r_1 b_1 v_{r1}$$

$$Q = 2\pi r_1 b_1 u_1 \tan \beta_1$$

เนื่องจาก $u_1 = \omega r_1$,

$$Q = \omega r_1^2 \times 2\pi b_1 \tan \beta_1 \qquad \text{...............} (3.13)$$

แรงบิดที่เกิดขึ้นโดยใบพัดเพื่อกระทำต่อน้ำในเครื่องสูบน้ำ [2, 7] มีค่าเป็น M_s

ให้ ρ คือ ความหนาแน่นของน้ำ (Density of water) หน่วยเป็น กิโลกรัม/ม.^{3}

$$M_s = \rho Q\,(r_2 v_2 \cos\alpha_2 - r_1 v_1 \cos\alpha_1) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3.15)$$

จากสมการที่ (3.4) และ (3.5)

$$\left.\begin{aligned} v_1\cos\alpha_1 &= \omega r_1 - v_{r1}\cot\beta_1 \\ v_2\cos\alpha_2 &= \omega r_2 - v_{r2}\cot\beta_2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (3.16)$$

จากภาพที่ 3.5 $\quad Q = A_1 v_{r1}$

$$Q = A_2 v_{r2}$$

$$v_{r1} = \frac{Q}{A_1} = \frac{Q}{2\pi r_1 b_1}$$

$$v_{r2} = \frac{Q}{A_2} = \frac{Q}{2\pi r_2 b_2}$$

จากสมการที่ (3.16) ทำให้สมการที่ (3.15) เปลี่ยนเป็น

$$M_s = \rho Q\left[\, r_2(\omega r_2 - v_{r2}\cot\beta_2) - r_1(\omega r_1 - v_{r1}\cot\beta_1)\right] \ldots (3.17)$$

แทนค่า v_{r1} และ v_{r2} ในสมการที่ (3.17)

ดังนั้น $M_s = \rho Q\left[r_2\left(\omega r_2 - \frac{Q\cot\beta_2}{2\pi r_2 b_2}\right) - r_1\left(\omega r_1 - \frac{Q\cot\beta_1}{2\pi r_1 b_1}\right)\right] \quad \cdots (3.18)$

แทนค่า Q จากสมการที่ (3.13) ลงในสมการที่ (3.18)

$$M_s = \rho Q\left[r_2\left(\omega r_2 - \frac{\omega r_1^2\cdot 2\pi b_1\tan\beta_1\cot\beta_2}{2\pi r_2 b_2}\right) - r_1\left(\omega r_1 - \frac{r_1^2\cdot 2\pi b_1\tan\beta_1\cot\beta_1}{2\pi r_1 b_1}\right)\right]$$

$$= \rho Q\left[\omega r_2^2 - \frac{\omega r_1^2 b_1\tan\beta_1}{b_2\tan\beta_2}\right]$$

$$M_s = \rho\,\omega r_1^2\, 2\pi b_1\tan\beta_1\left[\omega r_2^2 - \frac{\omega r_1^2 b_1\tan\beta_1}{b_2\tan\beta_2}\right]$$

$$M_s = \rho\,\omega^2 r_1^2\, 2\pi b_1\tan\beta_1\left[r_2^2 - \frac{r_1^2 b_1\tan\beta_1}{b_2\tan\beta_2}\right] \quad \ldots\ldots (3.19)$$

กำหนดให้ $K_p = \rho r_1^2 \, 2\pi b_1 \tan\beta_1 \left[r_2^2 - \frac{r_1^2 b_1 \tan\beta_1}{b_2 \tan\beta_2} \right]$

K_p คือ ตัวคงที่ของเครื่องสูบน้ำ

จากสมการที่ (3.19)

$$M_s = \omega^2 \cdot K_p \quad \text{.................... (3.20)}$$

เมื่อไม่คิดค่าความฝืดและความเฉื่อยของชุดมอเตอร์และเครื่องสูบน้ำ ย่อมได้ว่า

$$M_s = \frac{P}{\omega} \quad \text{.................... (3.21)}$$

P คือ กำลังงานเข้ามอเตอร์ $P = UI$ หน่วยเป็นวัตต์

U คือ แรงดันจากแถวแผงเซลแสงอาทิตย์

I คือ กระแสจากแถวแผงเซลแสงอาทิตย์

จากสมการที่ (3.20) และ (3.21)

$$M_s = \omega^2 K_p = \frac{P}{\omega} = \frac{UI}{\omega}$$

$$\omega = \sqrt[3]{P/K_p} = \sqrt[3]{UI/K_p} \quad \text{.......... (3.22)}$$

จากสมการที่ (3.2) แทน ω ลงไป

$$U = I_a R_a + K \sqrt[3]{P/K_p}$$

$$U = I_a R_a + \frac{K}{\sqrt[3]{K_p}} \sqrt[3]{UI_a} \quad \text{................ (3.23)}$$

<u>ความสัมพันธ์ระหว่างหัว (head) และอัตราการไหลของน้ำ (flow rate)</u>

จากสมการที่ (3.15) ค่ากำลังงานเนื่องจากแรงบิดมีค่า

$$P = M_s\omega = \rho Q\omega \, (r_2 v_2 \cos\alpha_2 - r_1 v_1 \cos\alpha_1) \quad \text{........ (3.24)}$$

โดยทั่วไปเครื่องสูบน้ำย่อมสูบน้ำเข้าที่จุดน้ำเข้าใบพัดมีเวคเตอร์ดังภาพที่ 3.3 นั่นคือ α_1 มีมุม 90° ดังนั้น จากสมการที่ (3.24) จึงกลายเป็น

$$P = M_s\omega = \rho Q\omega(r_2 v_2 \cos\alpha_2) \quad \text{.................} \quad (3.25)$$

จากสมการที่ (3.16) และ $v_{r2} = \frac{Q}{2\pi r_2 b_2}$ แทนลงในสมการที่ (3.25)

$$M_s\omega = \rho Q\left[\omega r_2\left(\omega r_2 - \frac{Q\cot\beta_2}{2\pi \cancel{r_2}\, b_2}\right)\right]$$

$$= \rho Q\left[(\omega r_2)^2 - \frac{Q\omega\cot\beta_2}{2\pi b_2}\right] \quad \text{.................} \quad (3.26)$$

ในกรณีอุดมคติ ซึ่ง $\varepsilon_1 = 1$, $\varepsilon_2 = 2$ และไม่คิดความฝืดของเครื่องสูบน้ำ ค่ากำลังงานเข้ามอเตอร์ P ซึ่ง $P = M_s\omega$

$$P = \rho Q\left[(\omega r_2)^2 - \frac{Q\omega\cot\beta_2}{2\pi b_2}\right]$$

เป็นกำลังงานที่ใช้สูบน้ำให้ได้ หัวหางอุดมคติ H_{id} และอัตราการไหล Q

$$\text{กำลังงานน้ำ} \quad P_w = rQH_{th} \quad \text{.....................} \quad (3.27)$$

$$\text{กรณีอุดมคติ} \quad P_w = P$$

$$\therefore \quad rQH_{id} = \rho Q\left[(\omega r_2)^2 - \frac{Q\omega\cot\beta_2}{2\pi b_2}\right]$$

$$H_{id} = \frac{\rho}{r}\left[(\omega r_2)^2 - \frac{Q\omega\cot\beta_2}{2\pi b_2}\right] \quad \text{.......} \quad (3.28)$$

เนื่องจาก

$$\rho = \frac{r}{g} \quad \text{.....................} \quad (3.29)$$

เมื่อ ρ คือ ความหนาแน่นของน้ำ (Density) กิโลกรัม/ม.^{3}

r คือ น้ำหนักจำเพาะของน้ำ (specific weight) หน่วยเป็น นิวตัน/ม.^{3}

g คือ อัตราเร่งเนื่องจากความโน้มถ่วงของโลก มีค่า 9.807 ม./(วินาที)^2

จำนวนใบพัดของเครื่องสูบน้ำ (z) และค่าของ β_2 , r_1 และ r_2 มีผลต่ออัตราการไหลของน้ำ (Q) ซึ่งจะส่งผลถึงค่าหัวหางอุดมคติ (H_{id}) ทำให้หัวหางอุดมคติ

มีค่าลดลงด้วย ตัวคูณ ε_p ซึ่งเรียกว่า ตัวคูณแก้ไขหัวของน้ำ (water head correction) [2]

$$\varepsilon_p = \frac{1}{1+P_p} \qquad \text{(3.30)}$$

เมื่อ P_p คือ Pfleiderer correction

$$P_p = \frac{1.2}{z} \times \frac{1 + \sin \beta_2}{1 - (r_1/r_2)^2} \qquad \text{(3.31)}$$

ค่าหัวทางอุดมคติ เมื่อถูกคูณด้วย ε_p จะกลายเป็นค่าหัวทางทฤษฎี (theoritical head)

$$H_{th} = \varepsilon_p H_{id}$$

$$= \frac{\varepsilon_p}{g} \left[(\omega r_2)^2 - \frac{Q\,\omega}{2\pi\, b_2 \tan \beta_2} \right] \qquad \text{(3.32)}$$

เมื่อคิดค่าความฝืดของเครื่องสูบน้ำด้วย ค่าหัวทางทฤษฎีจะลดลงไปเป็นค่าหัวจริง (actual head) ที่ได้จากเครื่องสูบน้ำ

$$H = H_{th} - H_{fr} \qquad \text{(3.33)}$$

โดย H คือ ค่าหัวจริง

H_{fr} คือ ค่าหัวสูญเสียเนื่องจากความฝืด

ค่าหัวสูญเสียเนื่องจากความฝืดแปรค่าตามกำลังสองของอัตราการไหล Q

$$H_{fr} = (1-\eta_h) . H_{th} . Q^2 . K_k \qquad \text{(3.34)}$$

โดย η_h คือ ประสิทธิภาพทางของไหล (hydraulic efficiency)

K_k คือ สัมประสิทธิ์ความฝืด (friction coefficient)

ให้ $$R_b = (1-\eta_h) . K_k \qquad \text{(3.35)}$$

ดังนั้น $$H_{fr} = H_{th} . Q^2 . R_b \qquad \text{(3.36)}$$

จากสมการที่ (3.33)

$$H = H_{th} - H_{th} . Q^2 . R_b$$

$$= \quad H_{th}\ (1-Q^2.R_b) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (3.37)$$

$$H \quad = \quad \frac{\varepsilon_p}{g}\left[(\omega r_2)^2 - \frac{Q\omega}{2\pi\, b_2 \tan\beta_2}\right]\left[1-Q^2.R_b\right] \ldots\ (3.38)$$

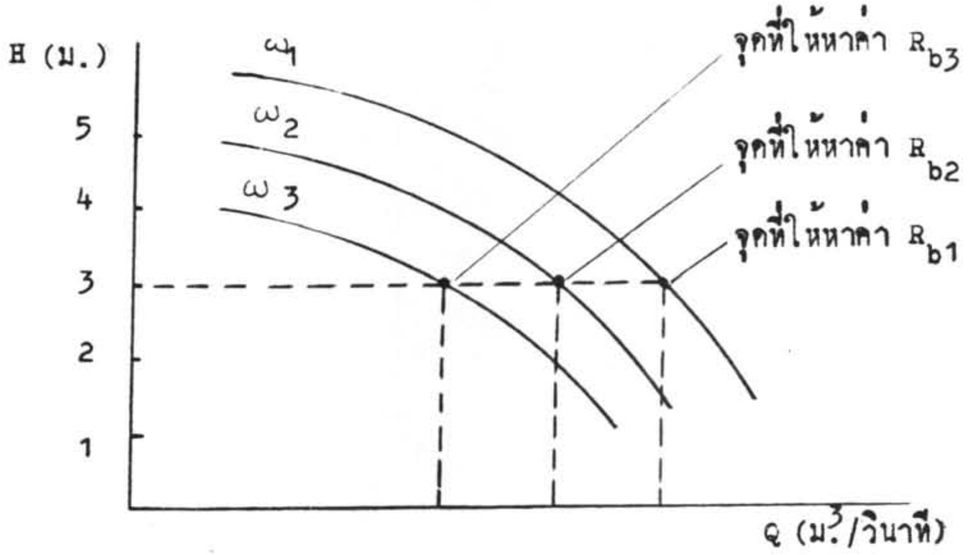
การหาค่า R_b [2]

โดยการทดลองให้เครื่องสูบน้ำทำงานที่ความเร็วเชิงมุมต่าง ๆ ถ้ากำลังงานเข้ามอเตอร์มีค่า P คงที่ และค่าคงที่ของเครื่องสูบน้ำเป็น K_p

ดังนั้น จากสมการที่ (3.22) $\omega \quad = \quad \sqrt[3]{P/K_p}$ มีค่าคงที่

พิจารณาให้ R_b มีค่าคงที่ เมื่อ ω มีค่าคงที่ ดังนั้นจากสมการที่ (3.38) ตัวแปรก็คือ H กับ Q

ที่ ω_1 ทำการทดลองปรับค่า H และ Q นำไปเขียนเส้นความสัมพันธ์ระหว่าง H กับ Q ดังภาพที่ 3.6



ภาพที่ 3.6 ผลการทดลองหาค่า R_b

ที่ความเร็ว ω_1 ทดลองได้ค่า $Q = Q_1$ ที่ $H = 3$ ม. นำค่า Q_1 และ $H = 3$ ไปแทนในสมการที่ (3.38) หาค่า R_{b1}

$$R_b = \left\{ 1 - \left[\frac{H.g}{\varepsilon_p \left[(\omega r_2)^2 - \frac{Q\omega}{2\pi b_2 \tan \beta_2} \right]} \right] \right\} \div Q^2$$

ที่ความเร็ว ω_2 ทดลองได้ Q_2 ที่ $H = 3$ ม. หา R_{b2} ได้

ที่ความเร็ว ω_3 ทดลองได้ Q_3 ที่ $H = 3$ ม. หา R_{b3} ได้

จากนั้น นำค่า R_b มาหาความสัมพันธ์กับ ω ให้อยู่ในรูปของ

$$R_b = f(\omega)$$

เพื่อใช้ในการวิเคราะห์หาค่า H และ Q ในสมการที่ (3.38) เมื่อทราบค่า ω ดังจะได้เห็นจากตัวอย่างที่แสดงในบทที่ 4