

บรรณานุกรม



ภาษาไทย

หนังสือ

คณะกรรมการข้าราชการพลเรือน, สำนักงาน, รายงานเรื่องประเมินผลการปฏิบัติงาน.

กรุงเทพมหานคร : สำนักงานคณะกรรมการข้าราชการพลเรือน, ๒๕๒๐.

คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน, รายงานการวิจัยเรื่องระบบอุดมศึกษา.

ไทย. กรุงเทพมหานคร : สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ,
๒๕๒๒.

วิจิตร ศรีสะอ้าน, หลักการอุดมศึกษา. พระนคร : วัฒนาพานิช, ๒๕๑๘.

บทความและเอกสารอื่น ๆ

คิลิก บุญเรืองรอด. "การประเมินผลงานบุคคลเพื่อพิจารณาความดีความชอบ." ครู-
ปริทัศน์ ๒ (ตุลาคม ๒๕๒๐) : ๒๔-๓๘.

ทบวงมหาวิทยาลัย, กระทรวง. "หลักเกณฑ์และวิธีพิจารณาตำแหน่งทางวิชาการ"

กรุงเทพมหานคร : ทบวงมหาวิทยาลัยของรัฐ, ๒๕๒๓. (อัครสำเนา)

นิธิ เอียวศรีวงศ์. "บทบาทของอาจารย์ (มหาวิทยาลัย) ในทางวิชาการ" วารสาร

มนุษยศาสตร์ ๒, (กรกฎาคม - กันยายน ๒๕๑๔) : ๒๑-๒๘

ปฤศนา ภูวนันท์. "ลักษณะหน้าที่การงานของอาจารย์ประจำในมหาวิทยาลัยมหิดล."

วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิตศึกษาด้านศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, ๒๕๑๕.

ภิญโญ สาร. "แนวคิดสำหรับอาจารย์มหาวิทยาลัย" วารสารครูศาสตร์ ๑ (มิถุนายน-
กันยายน ๒๕๑๔) : ๘๓-๘๔

รามคำแหง, มหาวิทยาลัย. "พระราชบัญญัติมหาวิทยาลัยรามคำแหง พ.ศ. ๒๕๑๔"
กรุงเทพมหานคร : มหาวิทยาลัยรามคำแหง, ๒๕๑๔.

สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์, คณะรัฐประศาสนศาสตร์. "รายงานสรุปการสัมมนาเรื่อง
บทบาทสถานภาพและปัญหาอาจารย์มหาวิทยาลัยไทย." กรุงเทพมหานคร :
คณะรัฐประศาสนศาสตร์ สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์, ๒๕๒๑.

อุทัย ภิรมย์รัตน์, ผู้รวบรวม. "โครงการวิจัยซึ่งได้รับทุนอุดหนุนจากมหาวิทยาลัยรามคำแหง
และแหล่งทุนอื่น ในปีงบประมาณ ๒๕๒๐-๒๕๒๓" กรุงเทพมหานคร : ฝ่าย
ส่งเสริมการวิจัยมหาวิทยาลัยรามคำแหง, ๒๕๒๓. (อัครสำเนา)

อุบลรัตน์ ศิริชูศักดิ์, บรรณาธิการ. "เกณฑ์พิจารณาความดีความชอบของอาจารย์" สาร
สภาคณาจารย์ ๘ (ธันวาคม ๒๕๒๒) : ๑๐-๑๒

เอนก ศิลปนิลมาลย์. "การสร้างเกณฑ์การประเมินผลการปฏิบัติงานของอาจารย์ในวิทยา-
ลัยครู." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต แผนกวิชาวิจัยการศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, ๒๕๒๐.

ภาษาไทยอังกฤษBooks

Chruden, Herbert J., and Sherman Jr., Arther W. Personnel Management. 3d ed. Ohio: South Western Publishing Co., 1968.

Johnson, Palmer O. Statistical Methods in Research. Englewood Cliff, N.J.: Prentice-Hall, 1961.

Kendall, Maurice G. A Course in Multivariate Analysis. London: Charles Griffin, 1968.

_____. A Dictionary of Statistical Terms. 3d ed. New York: Hafner Publishing Co., 1971.

Tatsuoka, Maurice M. Multivariate Analysis Techniques Education and Psychology Research. New York: John Wiley & Sons, 1971.

Timm, Neil H. Multivariate Analysis with Applications in Education and Psychology. California: Monterey, 1975.

Articles

Faulkner, John J. "Attribution Tendency and Learned Helplessness." Dissertation Abstracts International 40 (May 1980): 5787-A.

Goldman, Renitta L. "A study of the Difference in the Social Perception of Learning Disabled and Non-Learning Disabled Children" Dissertation Abstracts International 40 (February 1980) : 4524 A.

Marks, Carolyn B., and others. "Word Frequency and Reading Comprehension." The Journal of Educational Research 69 (February 1974) : 259-262.

Vajiraya Buasri. "An Analysis of Student Personnel Services in Selected Universities in Thailand" Doctor's thesis, Department of Counselling and Personnel Services and Education Psychology, Michigan State University, 1974.

ภาคผนวก

ภาคผนวก (ก)

แบบสำรวจความคิดเห็น
เกี่ยวกับภารกิจของมหาวิทยาลัยคำชี้แจง

แบบสำรวจนี้เป็นแบบสำรวจความคิดเห็นของอาจารย์เกี่ยวกับภารกิจของมหาวิทยาลัยรามคำแหง ซึ่งมีอยู่ 2 ตอน คือ ตอนที่ 1 เป็นรายละเอียดส่วนตัวบางประการของผู้ตอบแบบสำรวจ ตอนที่ 2 ถามความคิดเห็นเกี่ยวกับภารกิจบางประการของมหาวิทยาลัยรามคำแหง ข้อมูลที่ได้จากแบบสำรวจนี้จะนำไปใช้ในการทำวิจัยเรื่อง "การวิเคราะห์ความคิดเห็นของอาจารย์คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง" และผลที่ได้จากการวิเคราะห์จะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อการบริหารงานของมหาวิทยาลัย ท่านไม่จำเป็นต้องเขียนชื่อลงในแบบสำรวจนี้ และคำตอบของท่านก็จะถูกเก็บไว้เป็นความลับ

ขอได้โปรดแสดงความคิดเห็นตามความรู้สึที่แท้จริงของท่านเอง

ขอขอบคุณ

(นางสาววรุณ พงศ์สถาพร)

ตอนที่ ๑

- ท่านเป็นอาจารย์สังกัดภาควิชา.....ของคณะ.....
- ท่านสำเร็จปริญญาตรีในสาขาวิชาเอก.....
- ท่านสำเร็จปริญญาโทในสาขาวิชา.....
- ท่านสำเร็จปริญญาเอกในสาขาวิชา.....
- ปัจจุบันท่านสอนวิชา (ชื่อกระบวนวิชา) ๑.....๒.....
- ๓.....

ตอนที่ ๒

ท่านมีความเห็นอย่างไรเกี่ยวกับความสำคัญของประเภทของงานเหล่านี้ โปรด
 แสดงความคิดเห็น โดยการให้คะแนนความสำคัญของงานต่าง ๆ ลงในตาราง
 ข้างล่างนี้

(จากคะแนนเต็ม งานละ ๑๐ คะแนน)

ประเภทของงาน	คะแนนความสำคัญของงานย่อยแต่ละประเภท	
	คะแนนเต็มงานละ ๑๐ คะแนน	คะแนนเต็มงานละ ๑๐ คะแนน
งานสอน	งานสอนแบบบรรยาย	งานสอนแบบปฏิบัติการ
งานวิจัย	งานวิจัยทางคานวิชาการ	งานวิจัยทางคานบุคคลากร
งานเขียนทาง วิชาการ	งานแต่งตำรา	งานเขียนบทความ
งานบริการ ชุมชน	บริการภายในมหาวิทยาลัย	บริการภายนอกมหาวิทยาลัย

ตาราง (ก) แสดงการให้คะแนนความสำคัญเกี่ยวกับงานสอนของอาจารย์ 4 สาขา
วิชา

กลุ่มอาจารย์สาขา							
คณิต-วิทย์		สังคมศึกษา		ภาษา		พละนาฏย-ศิลปะ	
X ₁	X ₂	X ₁	X ₂	X ₁	X ₂	X ₁	X ₂
8	8	7.5	5.5	10	10	10	10
9	9	6	8	8	8	6	8
10	8	10	10	10	8	10	10
10	10	10	10	8	8	10	10
7	9.5	5	10	8	10	10	10
10	10	8	8	7	10	6	10
8	9	10	8	10	7	10	10
6	5	7	7	8	10	10	10
10	8	10	8	10	10	10	10
7	10	10	10	6	6	10	8
9	10	8	8	10	10	9	10
10	5	9	9	10	10	10	10
8	10	10	10	9	5	10	10
8	5	8	8	10	10	10	10
8	9	8	8	10	10	10	10
9	8	10	5	8	8	10	10

ตาราง (ก) (ต่อ)

กลุ่มอาจารย์สาขา							
คณิต-วิทย์		สังคมศึกษา		ภาษา		พละ-นาฏศิลป์-ศิลปะ	
X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2
9	10	7	5	8	8	5	10
2	10	6	9	7	7	10	10
10	6	10	8	6	4	7	10
6	4	8	9	10	5	5	7
8	10	9	6	10	10		
10	4			9	9		
8	10			6	10		
10	8			10	10		
10	5			10	10		
10	8			10	10		
8	8			6	4		
10	6			8	10		
9	7			6	8		
8	6			7	9		
				6.5	9		
				8	5		
				10	10		
				8	10		

X_1 คือ งานสอนแบบบรรยาย
 X_2 คือ งานสอนแบบปฏิบัติการ

ตาราง(ข) แสดงการให้คะแนนความสำคัญเกี่ยวกับงานวิจัย ของอาจารย์ 4 สาขาวิชา

กลุ่มอาจารย์สาขา							
คณิต-วิทย์		สังคมศึกษา		ภาษา		พละนาฏย-ศิลปะ	
X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2
8	6	7	6	10	8	5	10
8	7	8	5	10	5	8	7
9	9	8	8	7	6	9	8
10	7	5	3	8	0	8	6
10	5	6	6	10	4	8	8
10	10	10	9	10	10	8	8
9	7	8	8	10	7	10	10
7	7	10	7	8	9	10	10
10	8	10	5	10	6	9	9
7	7	8	8	7	6	10	8
7	7	9	9	8	7	9	9
10	1	8	7	10	9	10	10
6	2	10	9	9	1	8	6
9	10	6	6	10	8	10	10
10	10	9	6	10	10	10	8
7	6	7	0	9	8	10	10
8	7	10	6	7	7	5	5
5	5	8	8	8	6	10	8

ตาราง (ข) ต่อ

กลุ่มอาจารย์สาขา

คณิต-วิทย์		สังคมศึกษา		ภาษา		พละนาฏย-ศิลปะ	
X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2
10	10	10	7	4	5	10	6
7	3	9	8	8	7	8	10
10	8	8	6	7	7		
8	7			8	6		
8	10			8	8		
7	6			7	10		
8	9			10	5		
10	10			10	8		
8	8			10	8		
6	6			6	4		
7	6			10	8		
8	7			8	6		
7	8			6	7		
				9	6.5		
				10	10		
				10	10		
				10	10		

X_1 คือ งานวิจัยทางด้านวิชาการ
 X_2 คือ งานวิจัยทางด้านบุคลากร

ตาราง (ค) แสดงการให้คะแนนความสำคัญเกี่ยวกับงานเขียนทางวิชาการของ
อาจารย์ 4 สาขาวิชา

กลุ่มอาจารย์สาขา							
คณิต-วิทย์		สังคมศึกษา		ภาษา		พละนาฏย-ศิลปะ	
X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2
10	8	7.5	5	10	8	8	8
10	6	9	6	7	6	9	8
9	8	10	7	10	8	9	8
10	7	10	5	9	8	5	6
10	7	10	8	9	9	8	8
7	6	9	9	10	8	10	6
9	8	10	8	10	7	10	7
7	7	10	7	8	8	10	5
8	7	10	10	10	8	10	8
7	7	9	8	7	6	10	10
8	5	8	6	9	8	10	7
9	8	9	9	10	9	10	10
8	8	10	9	8	3	8	5
10	8	8	6	10	8	10	10
9	8	9	9	10	10	10	8
7	5	7	8	9	6	10	10
7	6	10	10	8	6	5	5
5	5	9	8	8	6	10	6

ตาราง (ก) ต่อ

กลุ่มอาจารย์สาขา							
คณิต-วิทย์		สังคมศึกษา		ภาษา		พลานามัย-ศิลปะ	
X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2
10	6	10	7	5.5	3.5	10	10
7	3	9	7	8	5	8	10
10	8	9	7	8	5		
8	3			8	6		
10	8			9	9		
6	6			10	10		
5	8			10	7		
10	10			10	9		
8	7			10	8		
7	7			7	3		
7	5			9	10		
8	7			7	6		
8	8			8	5		
				7	9		
				10	5		
				10	8		
				10	8		

X_1 คือ งานแต่งตำรา

X_2 คือ งานเขียนบทความ

ตาราง.(ง) แสดงการให้คะแนนความสำคัญ เกี่ยวกับงานบริการชุมชน ของอาจารย์
4 สาขาวิชา

กลุ่มอาจารย์สาขา							
คณิต-วิทย์		สังคมศึกษา		ภาษา		พลานามัย-ศิลปะ	
X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2
8	5	7.5	6	10	8	10	8
5	5	6	7	7	7	9	7
8	7	8	5	8	10	5	8
7	6	10	3	9	9	5	3
10	10	6	6	10	8	5	5
5	5	5	3	8	10	8	8
9	8	8	10	10	7	10	8
7	7	10	8	10	10	10	7
10	8	5	5	6	6	10	8
8	6	9	8	8	8	10	8
8	5	6	6	8	7	9	8
8	5	7	7	10	8	10	10
8	4	9	10	5	5	8	6
8	8	6	4	10	8	10	10
10	10	9	9	8	7	6	6
7	5	3	2	7	5	9	10
9	9	10	5	8	5	5	5
5	5	7	8	8	5	10	6

ตาราง(ง) (ต่อ)

กลุ่มอาจารย์สาขา							
คณิต-วิทย์		สังคมศึกษา		ภาษา		พละนาฏย-ศิลปะ	
X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2
10	10	5	10	3.5	2.5	10	6
8	2	9	5	7	5	10	8
8	8	8	5	10	6		
5	3		8	5			
8	9		3	8	8		
7	5			6	6		
7	4			7	7		
10	5			9	8		
7	7			10	9		
8	7			8	2		
8	5			10	10		
9	7			8	7		
8	7			9	7		
				6	9		
				8	5		
				8	8		
				7	6		

X_1 คือ งานบริการชุมชนภายในมหาวิทยาลัย

X_2 คือ งานบริการชุมชนภายนอกมหาวิทยาลัย

ภาคผนวก (ข)

วิธีการทางสถิติและการคำนวณที่ใช้ในการวิจัย

1. สูตรหาความเที่ยง (reliability) ของสอยท์ (Hoyt's analysis of variance)

$$r_{tt} = 1 - \frac{\text{ความแปรปรวนที่เหลือ}}{\text{ความแปรปรวนระหว่างบุคคล}}$$

2. สูตรหาเซนทรอยด์ (centroid) ของกลุ่ม

$$\bar{x}_{1k} = \frac{\sum_{i=1}^{n_k} x_{1ki}}{n_k}$$

$$\bar{x}_{2k} = \frac{\sum_{i=1}^{n_k} x_{2ki}}{n_k}$$

$$c_k = (\bar{x}_{1k}, \bar{x}_{2k})$$

c_k คือ ค่าเซนทรอยด์ของกลุ่ม k

\bar{x}_{1k} คือ ค่ามัชฌิมเลขคณิตในตัวแปรที่ 1 ของกลุ่ม k

\bar{x}_{2k} คือ ค่ามัชฌิมเลขคณิตในตัวแปรที่ 2 ของกลุ่ม k

3. สูตรหาค่าวิลด์ ไครทีเรียม (Wilks' criterion)

$$\Lambda = \frac{|W|}{|T|}$$

$$W = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 W_{11} &= \left[\sum X_{11i}^2 - \frac{(\sum X_{11i})^2}{n_1} \right] + \left[\sum X_{12i}^2 - \frac{(\sum X_{12i})^2}{n_2} \right] \\
 &+ \left[\sum X_{13i}^2 - \frac{(\sum X_{13i})^2}{n_3} \right] + \left[\sum X_{14i}^2 - \frac{(\sum X_{14i})^2}{n_4} \right] \\
 W_{22} &= \left[\sum X_{21i}^2 - \frac{(\sum X_{21i})^2}{n_1} \right] + \left[\sum X_{22i}^2 - \frac{(\sum X_{22i})^2}{n_2} \right] \\
 &+ \left[\sum X_{23i}^2 - \frac{(\sum X_{23i})^2}{n_3} \right] + \left[\sum X_{24i}^2 - \frac{(\sum X_{24i})^2}{n_4} \right] \\
 W_{12} = W_{21} &= \left[\sum X_{11i} X_{21i} - \frac{(\sum X_{11i})(\sum X_{21i})}{n_1} \right] + \left[\sum X_{12i} X_{22i} - \frac{(\sum X_{12i})(\sum X_{22i})}{n_2} \right] \\
 &+ \left[\sum X_{13i} X_{23i} - \frac{(\sum X_{13i})(\sum X_{23i})}{n_3} \right] + \left[\sum X_{14i} X_{24i} - \frac{(\sum X_{14i})(\sum X_{24i})}{n_4} \right]
 \end{aligned}$$

$$T = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix}$$

$$t_{11} = \left[\sum_1^N X_{1i} - \frac{(\sum_1^N X_{1i})^2}{N} \right]$$

$$t_{22} = \left[\sum_1^N X_{2i} - \frac{(\sum_1^N X_{2i})^2}{N} \right]$$

$$\begin{aligned}
 t_{12} &= t_{21} \\
 &= \left[\sum_1^N X_{1i} X_{2i} - \frac{(\sum_1^N X_{1i})(\sum_1^N X_{2i})}{N} \right]
 \end{aligned}$$

4. สูตรการทดสอบนัยสำคัญของราว (Rao)

$$\left[\left(\frac{1}{\Lambda} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right] \frac{N-k-1}{k-1} = F_{2(k-1), 2(N-k-1)}$$

เมื่อ $N = n_1 + n_2 + n_3 + n_4$

$$k = 4$$

5. สูตรหาค่า T^2 ของโฮเทลลิง (Hotelling)

$$T^2 = \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} (\bar{X}_1 - \bar{X}_2)' C_w^{-1} (\bar{X}_1 - \bar{X}_2)$$

เมื่อ n_1 และ n_2 คือขนาดของกลุ่ม 1 และ 2 ตามลำดับ
และเมื่อ...

$$\bar{X}_1 = \begin{bmatrix} \bar{X}_{11} \\ \bar{X}_{21} \end{bmatrix}$$

$$\bar{X}_2 = \begin{bmatrix} \bar{X}_{12} \\ \bar{X}_{22} \end{bmatrix}$$

$$C_w = \begin{bmatrix} C_{w11} & C_{w12} \\ C_{w21} & C_{w22} \end{bmatrix}$$

$$C_{w11} = \frac{\left[\sum X_{11i}^2 - \frac{(\sum X_{11i})^2}{n_1} \right] + \left[\sum X_{12i}^2 - \frac{(\sum X_{12i})^2}{n_2} \right]}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$C_{W_{22}} = \frac{\left[\sum x_{21i}^2 - \frac{(\sum x_{21i})^2}{n_1} \right] + \left[\sum x_{22i}^2 - \frac{(\sum x_{22i})^2}{n_2} \right]}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$C_{W_{12}} = C_{W_{21}} = \frac{\left[\sum x_{11i} x_{21i} - \frac{(\sum x_{11i})(\sum x_{21i})}{n_1} \right] + \left[\sum x_{12i} x_{22i} - \frac{(\sum x_{12i})(\sum x_{22i})}{n_2} \right]}{n_1 + n_2 - 2}$$

6. สูตรการทดสอบนัยสำคัญของโฮเทลลิง (Holling) T^2

$$\frac{N-P-1}{P(N-2)} \cdot T^2 = F_{P, N-P-1}$$

เมื่อ $N = n_1 + n_2$



ตัวอย่างการคำนวณ

1. หาความเที่ยง (reliability) ของแบบสำรวจ

ตาราง จ. แสดงข้อมูลการให้คะแนนความสำคัญของงาน 8 ประเภท (8 ข้อกระทง) ของอาจารย์ 107 ท่าน (รวม 4 สาขาวิชา)

คนที่	ข้อกระทง								รวม
	1	2	3	4	5	6	7	8	
1	8	8	8	6	10	8	8	5	$\sum_{s_1} X_{s_1} = 61$
2	9	9	8	7	10	6	5	5	$\sum_{s_2} X_{s_2} = 59$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
107	5	7	8	10	8	10	10	8	$\sum_{s_{107}} X_{s_{107}} = 66$
รวม	$\sum_i X_{1i}$	$\sum_i X_{2i}$	$\sum_i X_{3i}$	$\sum_i X_{4i}$	$\sum_i X_{5i}$	$\sum_i X_{6i}$	$\sum_i X_{7i}$	$\sum_i X_{8i}$	$\sum_s \sum_i X_{si}$ = 6759.5
	913	904	905	764.5	935	772.5	848	717.5	

$s = 1, 2, \dots, k$; $k = 8$

$i = 1, 2, \dots, n$; $n = 107$

$N = kn = 856$

มัธยิมเลขคณิตใหญ่ = $\bar{X}..$

$$= \frac{\sum_s \sum_i X_{si}}{N}$$

$$\text{มัธยิมเลขคณิตของสภก} = \bar{X}_{s.} = \frac{\sum_i X_{si}}{n}$$

$$\text{มัธยิมเลขคณิตของแถว} = \bar{X}_{.i} = \frac{\sum_s X_{si}}{k}$$

1. หาค่า SS ระหว่างข้อ ดังนี้

$$\begin{aligned} \sum_s \sum_i (\bar{X}_{si} - \bar{X}_{..})^2 &= \frac{\sum_s (\sum_i X_{si})^2}{n} - \frac{(\sum_s \sum_i X_{si})^2}{N} \\ &= \frac{(913)^2 + (904)^2 + \dots + (717.5)^2}{107} - \frac{(6759.5)^2}{856} \\ &= 53823.941 - 53377.149 \\ &= 466.7918 \end{aligned}$$

2. หาค่า SS ระหว่างคน ดังนี้

$$\begin{aligned} \sum_s \sum_i (\bar{X}_{.i} - \bar{X}_{..})^2 &= \frac{\sum_i (\sum_s X_{si})^2}{k} - \frac{(\sum_s \sum_i X_{si})^2}{N} \\ &= \frac{(61)^2 + (59)^2 + \dots + (66)^2}{8} - \frac{(6759.5)^2}{856} \\ &= 54493.406 - 53377.149 = 1116.257 \end{aligned}$$

3. หาค่า SS ทั้งหมด ดังนี้

$$\begin{aligned} \sum_s \sum_i (X_{si} - \bar{X}_{..})^2 &= \sum_s \sum_i X_{si}^2 - \frac{(\sum_s \sum_i X_{si})^2}{N} \\ &= (8)^2 + (9)^2 + \dots + (5)^2 + (8)^2 + \dots + (8)^2 - \frac{(6759.5)^2}{856} \\ &= 56524.75 - 53377.149 \\ &= 3147.601 \end{aligned}$$

4. หาค่า SS ที่เหลือ ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \text{SS ที่เหลือ} &= \text{SS ทั้งหมด} - \text{SSระหว่างข้อ} - \text{SS ระหว่างคน} \\
 &= 3147.601 - 446.7917 = 1116.257 \\
 &= 1584.5522
 \end{aligned}$$

ตาราง ๓. แสดงการหาความเที่ยงของแบบสำรวจโดยการวิเคราะห์ความแปรปรวนของฮอยท์ (Hoyt's analysis of variance)

แหล่งของความแปรปรวน	df	SS	MS	$r_{tt} = 1 - \frac{c}{a}$
ระหว่างบุคคล	106	1116.257	10.5307(a)	
ระหว่างข้อ	7	446.7918	63.8274(b)	0.797211
ที่เหลือ	742	1584.5522	2.1355(c)	
ทั้งหมด	855	3147.601		

2. หาคความแตกต่างของความคิดเห็นของอาจารย์ 4 สาขาวิชา เกี่ยวกับงานสอน โดยวิธี MANOVA

ตารางข้อมูล แสดงการให้คะแนนความสำคัญ ของงานสอนของอาจารย์ ๔ กลุ่ม

คณิต - วิทย		สังคมศึกษา		ภาษา		พลานามัย - ศิลปะ	
X_{11i}	X_{21i}	X_{12i}	X_{22i}	X_{13i}	X_{23i}	X_{14i}	X_{24i}
8	8	7.5	5.5	10	10	10	10
9	9	:	:	8	8	:	:
.
.	.	9	6	.	.	5	7
.	.			.	.		
8	6			10	10		
				8	10		

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^4 X_{jki} = 263 \quad 245.5 \quad 176.5 \quad 169.5 \quad 295.5 \quad 296 \quad 178 \quad 193$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^4 X_{jki}^2 = 2319 \quad 2070.25 \quad 1533.25 \quad 1420.25 \quad 2571.25 \quad 2632 \quad 1652 \quad 1877$$

$$\sum_{i=1}^n X_{1ki} X_{2ki} = 2066.5 \quad 1430.25 \quad 2538.5 \quad 1733$$

$$\sum_{i=1}^n X_{1i} = 913 \quad \sum_{i=1}^n X_{1i}^2 = 8075.5$$

$$\sum_{i=1}^n X_{2i} = 904 \quad \sum_{i=1}^n X_{2i}^2 = 7999.5$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^4 X_{1ki} X_{2ki} = 7768.25$$

หมายเหตุ X_{1ki} คือ งานสอนแบบบรรยาย
 X_{2ki} คือ งานสอนแบบปฏิบัติการ
 $j = 1, 2$ จำนวนตัวแปร
 $k = 1, 4$ จำนวนกลุ่ม
 $n = 1, n_k$ ขนาดของกลุ่ม

$$\begin{aligned}
 w_{11} &= \left[2319 - \frac{(263)^2}{31} \right] + \left[1533.25 - \frac{(176.5)^2}{21} \right] + \left[2571.25 - \frac{(295.5)^2}{35} \right] \\
 &\quad + \left[1652 - \frac{(178)^2}{20} \right] \\
 &= 281.73717
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 w_{22} &= \left[2070.25 - \frac{(245.5)^2}{31} \right] + \left[1420.25 - \frac{(169.5)^2}{21} \right] + \left[2632 - \frac{(297)^2}{35} \right] \\
 &\quad + \left[1877 - \frac{(193)^2}{20} \right] \\
 &= 321.42696
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 w_{12} = w_{21} &= \left[2066.5 - \frac{(263)(245.5)}{31} \right] + \left[1430.25 - \frac{(176.5)(196.5)}{21} \right] \\
 &\quad + \left[2538.5 - \frac{(295.5)(296)}{35} \right] + \left[1733 - \frac{(178)(193)}{20} \right] \\
 &= 44.066822
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 t_{11} &= 8075.5 - \frac{(913)^2}{107} \\
 &= 285.13351
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 t_{22} &= 7999.5 - \frac{(904)^2}{107} \\
 &= 361.96729
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 t_{12} = t_{21} &= 7768.25 - \frac{(913)(904)}{107} \\
 &= 54.679907
 \end{aligned}$$

$$|W| = \begin{vmatrix} 281.73717 & 44.066822 \\ 44.066822 & 321.73717 \end{vmatrix} = 88616.037$$

$$|T| = \begin{vmatrix} 285.13551 & 54.679907 \\ 54.679907 & 361.96729 \end{vmatrix} = 100219.83$$

$$\Lambda = \frac{|W|}{|T|} = 0.8842165$$

$$R \sim F = \left[\left(\frac{1}{\Lambda} \right)^{1/2} - 1 \right] \frac{N - k - 1}{k - 1} = 2.1576011$$

การทดสอบสมมติฐาน

$$H_0: c_1 = c_2 = c_3 = c_4$$

$$H_1: c_1 \neq c_2 \neq c_3 \neq c_4$$

$$\alpha = .05$$

$$\Lambda = 0.8842165$$

$$R \sim F = 2.1576011$$

$$F_{6,204} = 2.14$$

$$R > F_{6,204}$$

\therefore reject H_0

3. หากความแตกต่างของความคิดเห็นของอาจารย์ สาขาวิชา เกี่ยวกับงานสอน โดยวิธีโฮเทลลิง T^2

ตารางข้อมูล แสดงการให้คะแนนความสำคัญของงานสอนของอาจารย์สาขาวิชาคณิต-วิทยา และอาจารย์สาขาวิชาพลานามัย-ศิลปะ

	คณิต - วิทยา		พลานามัย - ศิลปะ	
	X_{11i}	X_{21i}	X_{12i}	X_{22i}
	8	8	10	10
	9	9	⋮	⋮
	⋮	⋮	5	7
	8	6		
$\sum_1^{n_k} X_{jki}$	263	245.5	178	193
$\sum_1^{n_k} X_{jki}^2$	2319	2070.25	1652	1877
$\sum_1^{n_k} X_{1ki} X_{2ki}$	2066.5		1733	
\bar{X}_j	8.4839	7.9194	8.9	9.65

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = \begin{bmatrix} 8.4839 \\ 7.9194 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8.9 \\ 9.65 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.4161 \\ -1.7306 \end{bmatrix}$$

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)' = [-0.4161 \quad -1.7306]$$

$$C_{W_{11}} = \frac{\left[2319 - \frac{(263)^2}{31}\right] + \left[1652 - \frac{(178)^2}{20}\right]}{31+20-2} = 3.1743252$$

$$C_{W_{22}} = \frac{\left[2070.25 - \frac{(245.5)^2}{31}\right] + \left[1877 - \frac{(193)^2}{20}\right]}{31+20-2} = 2.8693548$$

$$C_{W_{12}} = C_{W_{21}} = \frac{\left[2066.5 - \frac{(263)(245.5)}{31}\right] + \left[1733 - \frac{(178)(193)}{20}\right]}{31+20-2} = -0.0202106$$

$$C_w = \begin{bmatrix} 3.1743 & -0.0202 \\ -0.0202 & 2.8694 \end{bmatrix}$$

$$C_w^{-1} = \frac{1}{9.1079} \begin{bmatrix} 2.8694 & 0.0202 \\ 0.0202 & 3.1743 \end{bmatrix}$$

$$T^2 = \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)' C_w^{-1} (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$$

$$= 13.3913$$

$$F = \frac{N - P - 1}{P(N - 2)} \cdot T^2$$

$$= 6.6318$$

การทดสอบสมมุติฐาน

$$H_0: C_1 = C_2$$

$$H_1: C_1 \neq C_2$$

$$\alpha = .01$$

$$T^2 = 13.3913$$

$$F = 6.6318$$

$$F_{2,48} = 5.08$$

$$F > F_{2,48}$$

∴ reject H_0



ลักษณะการแจกแจงของมัลติแวกเรียล

ลักษณะของมัลติแวกเรียลที่จะนำมาทดสอบความมีนัยสำคัญนั้น จะต้องมีการตั้งข้อตั้งตั้งเบื้องต้นพื้นฐานที่จำเป็นคือ ตัวแปรเหล่านั้นจะต้องมีการแจกแจงเป็นปกติ (multivariate normal distribution) สำหรับกรณีของ 2 ตัวแปร คือ X_1 และ X_2 จะมีฟังก์ชันที่เรียกว่า เคนซีที่ฟังก์ชันปกติแบบไบแวกเรียล (bivariate normal density function) ดังนี้

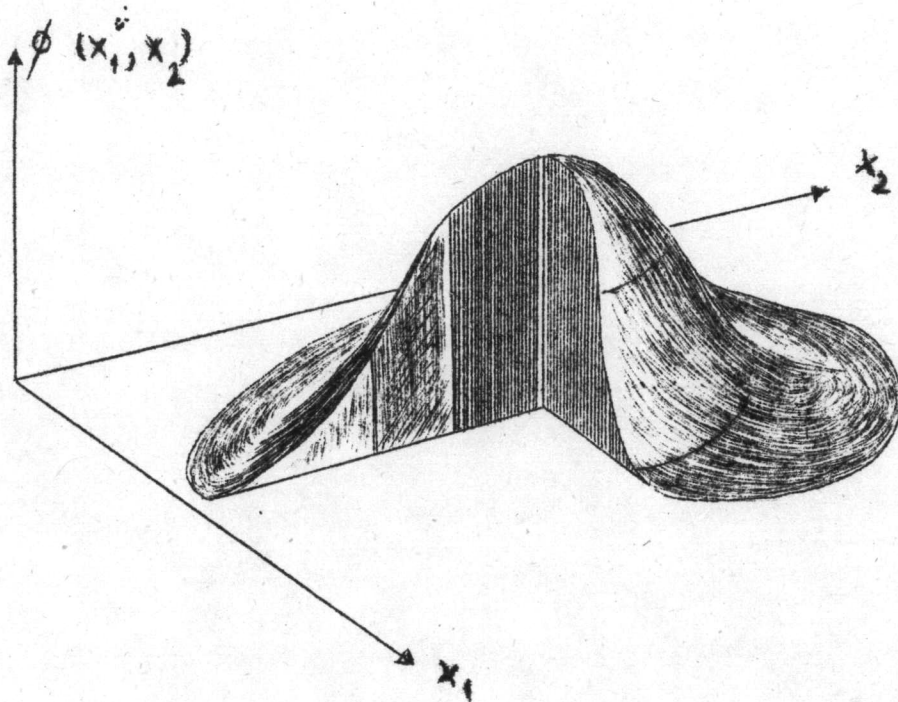
$$f(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left[-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left(\frac{x_1-\mu_1}{\sigma_1} + \frac{x_2-\mu_2}{\sigma_2} + \frac{2\rho(x_1-\mu_1)(x_2-\mu_2)}{\sigma_1\sigma_2}\right)^2\right] \quad (1)$$

เมื่อ μ_i คือ ค่ามัธยฐานเลขคณิตของ X_i ($i = 1, 2$)

σ_i^2 คือ ค่าความแปรปรวนของ X_i ($i = 1, 2$)

ρ คือ ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของ 2 ตัวแปร

สมการ (1) มีพื้นที่ผิวเป็นรูปร่างคล้ายระฆังคว่ำ การที่รูปร่างนี้จะใหญ่หรือเล็ก สูงหรือต่ำ ก็ขึ้นอยู่กับค่าของ ρ และอัตราส่วนระหว่าง σ_1/σ_2



รูป (ก) แสดงรูปพื้นผิวปกติแบบไบแวกเรียต (bivariate normal density surface)

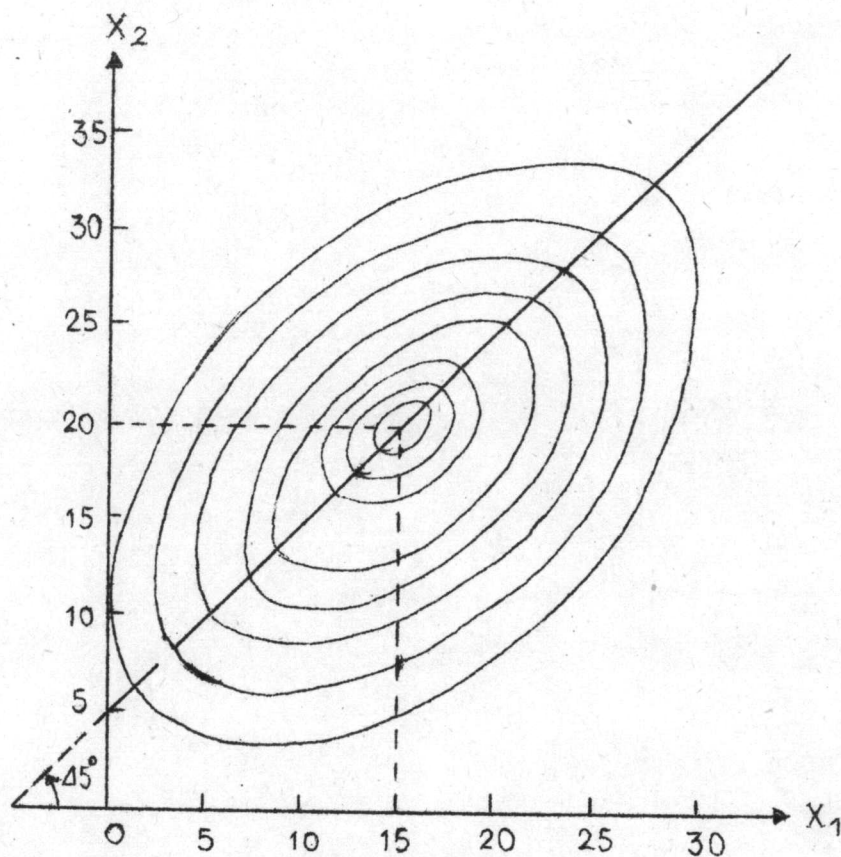
จากรูป (ก) แสดงให้เห็นถึงรูปร่างของพื้นผิวปกติแบบไบแวกเรียต (bivariate normal surface) ที่มี $\rho = .6$ และ $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ เนื่องจากรูปร่างในรูป (ก) เขียนขึ้นมายาก และไม่สามารถบอกรายละเอียดเกี่ยวกับปริมาณได้ จึงมักจะเขียนรูปนี้แทนด้วยรูปซึ่งเป็นรอยตัดขวางของพื้นที่ผิวระฆังที่ตัดขนานกับระนาบ (x_1, x_2) ซึ่งมีสมการเขียนแทนด้วยค่าที่อยู่ในเอกซ์โพเนนเชียล (exponential) ของสมการ (1) โดยให้มีค่าเท่ากับค่าคงที่ c ซึ่งมีค่าเป็นบวก ดังนี้

$$\frac{(X_1 - \mu_1)^2}{\sigma_1^2} + \frac{(X_2 - \mu_2)^2}{\sigma_2^2} - \frac{2\rho(X_1 - \mu_1)(X_2 - \mu_2)}{\sigma_1\sigma_2} = C \quad \dots (2)$$

สมการ (2) นี้ มีรูปเป็นอีลิปหลาย ๆ วงซ้อน ๆ กัน (ดูรูปที่ ๓๗) มีจุดศูนย์กลางร่วมอยู่ที่ (μ_1, μ_2) ซึ่งเป็นเซนทรอยด์ของประชากรไบวาเรียต (bivariate population) และมีเมเจอร์หรือไมเนอร์ แอกซิส (major or minor axis) (เส้นที่ยาวที่สุดและสั้นที่สุดที่ผ่านจุดศูนย์กลาง) ทำมุมกับแกน x_1 ดังนี้

$$\Theta = \begin{cases} \frac{1}{2} \arctan \frac{2\rho\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 - \sigma_2^2} & \text{เมื่อ } \sigma_1 \neq \sigma_2 \\ 45^\circ & \text{เมื่อ } \sigma_1 = \sigma_2 \end{cases} \quad (3)$$

Θ จะเป็นมุมที่เกิดจากเมเจอร์แอกซิสกับแกน x_1 ก็ต่อเมื่อ $\rho > 0$
 และ จะเป็นมุมที่เกิดจากไมเนอร์แอกซิสกับแกน x_1 ก็ต่อเมื่อ $\rho < 0$ \therefore



รูป (๑๖) แสดงชุดของอีลิปหลาย ๆ วงตามค่าของพารามิเตอร์ c ที่ฟังก์ชัน

$$(X_1 - 15)^2 + (X_2 - 20)^2 - 1.2(X_1 - 15)(X_2 - 20) = 25c$$

จากรูป (๑๖) แสดงให้เห็นถึงรูปอีลิปหลาย ๆ วง ซ้อน ๆ กัน ซึ่งมี $\mu_1 = 15$
 $\mu_2 = 20$, $\sigma_1 = \sigma_2 = 5$ และ $\rho = .6$ และจากการแทนค่าต่าง ๆ เหล่านี้
 ลงในสมการ (2) ทำให้เกิดสมการของอีลิปดังนี้

$$\frac{(x_1-15)^2}{25} + \frac{(x_2-20)^2}{25} - \frac{2(.60)(x_1-15)(x_2-20)}{25} = c$$

$$(x_1-15)^2 + (x_2-20)^2 - 1.2(x_1-15)(x_2-20) = 25c \text{---(4)}$$

สมการ (4) นี้แทนกลุ่มของอีลิปส์ที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (15, 20) มีเมเจอร์แอกซิสทำมุม 45° กับแกน x_1 เพราะ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ $\rho > 0$ ตามเงื่อนไขในสมการ (3) และเมื่อแทนค่าต่าง ๆ ของ x_1 และ x_2 ลงในสมการ (4) ก็จะได้ค่า c ต่างๆกัน สำหรับค่า c หนึ่งค่าแทนด้วยรูปอีลิปส์ 1 วง จากรูป (๕) นี้ได้แสดงกลุ่มของอีลิปส์หลาย ๆ วง 3 วงแรก (นับจากนอกสุด) แทนค่า c ด้วย 5.89, 2.95 และ 2.06 ตามลำดับ และ 3 วงสุดท้าย แทนค่า c ด้วย 0.29, 0.13 และ 0.01 ตามลำดับ

สำหรับในกรณีของ P ตัวแปร ($P > 2$) มัวริซึ เทซุโอกะ (Maurice M. Tatsuoka) ได้พัฒนาหาสูตรของเคอร์เนลที่ฟังก์ชันปกติ P ตัวแปร (P -variate normal density function) โดยจากการเปรียบเทียบเคอร์เนลที่ฟังก์ชันปกติแบบไบแวกเรียต (bivariate normal density function) ในสมการ (1) กับ เคอร์เนลที่ฟังก์ชันปกติแบบยูนิแวกเรียต (univariate normal density function) ในสมการ (5)

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-(x-\mu)^2/2\sigma^2\right] \text{.....(5)}$$

ทำให้ได้เค้นซี้ตึฟั้งชันปกติ P ตัวแปร หรือ เค้นซี้ตึฟั้งชันปกติแบบมัลติแวลูเอต (multivariate normal density function) ซึ่งสรุปเป็นทฤษฎีคังนี้

กำหนดให้ $N(\mu, \Sigma)$ เป็นลักษณะการกระจายปกติของประชากร P ตัวแปร ที่มีเค้นซี้ตึ ฟั้งชัน (density function) เป็นคังนี้

$$f(x_1, x_2, \dots, x_p) = (2\pi)^{-P/2} |\Sigma|^{-1/2} \exp(-X^2/2) \dots \dots \dots (6)$$

และค่าของ X^2 ในเอกซ์โปเนนเชียล คือ ตัวแปร ไค-สแควร์ (chi-square variate) ที่ชันแห่งความอิสระเท่ากับ P โดยที่....

$$X^2 = X' \Sigma^{-1} X \quad (7)$$

เมื่อ μ คือ เมทริกซ์ของค่ามัธยิมเลขคณิตของประชากร P ตัวแปร

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_p \end{bmatrix}$$

X คือ ค่าของตัวแปรที่เบี่ยงเบนจากค่ามัธยิมเลขคณิตของประชากร

$$X = \begin{bmatrix} x_1 - \mu_1 \\ x_2 - \mu_2 \\ \vdots \\ x_p - \mu_p \end{bmatrix} \quad , \quad X' \text{ คือ ทรานส์โพสของ } X$$

Σ คือ คิวเปอริชันเมตริกซ์

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \rho_{12}\sigma_1\sigma_2 & \dots & \rho_{1p}\sigma_1\sigma_p \\ \rho_{21}\sigma_2\sigma_1 & \sigma_2^2 & & \rho_{2p}\sigma_2\sigma_p \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \rho_{p1}\sigma_p\sigma_1 & \rho_{p2}\sigma_p\sigma_2 & \dots & \sigma_p^2 \end{pmatrix}$$

Σ^{-1} คือ อินเวอร์สของ Σ

ภาคผนวก (ง)

ข้อเพิ่มเติมของ T^2 , Λ และ V

ลักษณะของสูตรไฮเทคถึง T^2 คล้าย (analogue) กับอัตราส่วน t ดังแสดงให้เห็นดังนี้

จากสูตร

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s_w^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} \quad (8)$$

\bar{x}_1 คือ ค่ามัธยฐานเลขคณิตของกลุ่มที่ 1

\bar{x}_2 คือ ค่ามัธยฐานเลขคณิตของกลุ่มที่ 2

n_1, n_2 คือ ขนาดของกลุ่มตัวอย่างกลุ่มที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

s_w^2 คือ ผลรวมของความแปรปรวนภายในกลุ่ม (Pooled within group)

สมการ (8) ยกกำลังสอง

$$\begin{aligned} t^2 &= \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)^2}{s_w^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)} \\ &= \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) (s_w^2)^{-1} (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \end{aligned}$$

ซึ่งเทียบได้กับสูตรไฮเทคถึง T^2 ดังนี้

$$T^2 = \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} (\bar{x}_{(1)} - \bar{x}_{(2)})' C_w^{-1} (\bar{x}_{(1)} - \bar{x}_{(2)}) \quad (9)$$

C_w^{-1} คือ ค่าคิสเปอร์ชันเมตริกซ์ที่เกิดจากความแปรปรวนภายในกลุ่ม และได้มาจากการเอา SSCP เมตริกซ์ภายในกลุ่มตัวอย่าง W มาหารด้วยจำนวนขั้นแห่งความอิสระ $n_1 + n_2 - 2$ ดังนี้

$$C_W = \frac{W}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$C_W^{-1} = (n_1 + n_2 - 2) W^{-1}$$

ทำให้สูตร โฮเทลลิง T^2 ในสมการ (9) เขียนได้ใหม่เป็น

$$\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2} (\bar{X}_{(1)} - \bar{X}_{(2)})' W^{-1} (\bar{X}_{(1)} - \bar{X}_{(2)}) \quad (10)$$

วิลค์ (Wilks) ได้สร้าง Λ โครทีเรียน (criterion) ขึ้นสำหรับทดสอบนัยสำคัญมัลติแวกเรียนต์ และได้แสดงให้เห็นว่า Λ มีการแจกแจงแบบเดียวกันกับการแจกแจงของอัตราส่วน F (F-ratio) โดยเฉพาะเมื่อ $P = 1$ Λ สามารถลดรูป (reduce) ไปเป็นฟังก์ชันของอัตราส่วน F ดังนี้

$$\begin{aligned} \Lambda_{P=1} &= \frac{SS_w}{SS_b} \\ &= \frac{SS_w}{SS_b + SS_w} \\ &= \frac{1}{1 + (SS_b/SS_w)} \\ &= \frac{1}{1 + F \frac{K-1}{N-K}} \quad \left(\frac{SS_b}{SS_w} = \frac{K-1}{N-K} \cdot F \right) \end{aligned}$$

จะเห็นว่าในกรณีของยูนิแวกเรียนต์ ระหว่างค่า Λ และ F มีความสัมพันธ์กลับกัน เมื่อใช้ในการวัดความแตกต่างระหว่างค่ามัธยเลขคิตหลาย ๆ กลุ่ม ก็จะทำให้เห็นว่าค่าความแตกต่างระหว่างค่ามัธยเลขคิตยิ่งมาก (เกี่ยวข้องกับความแปรเปลี่ยนภายในกลุ่ม) ค่า F ก็ยิ่งมาก และยังมีผลให้ค่า Λ ยิ่งน้อยลง ข้อสังเกตนี้เป็นจริง ในกรณีของมัลติแวกเรียนต์ คือ ความแตกต่างระหว่างกลุ่มเซนทรอยด์ (centroids) หลาย ๆ ตัว มีค่ายิ่งมาก (เกี่ยวข้องกับเจเนอเรลไลซ์ แวกเรียนซ์ ภายในกลุ่ม) ค่าของ Λ ยิ่งเล็กลง

นักสถิติหลายท่านได้คิดฟังก์ชันของ Λ ขึ้นให้มีการแจกแจงใกล้เคียงกับการแจกแจงบางอันที่รู้จัก เพื่อที่จะนำมาใช้ในการทดสอบความมีนัยสำคัญของความแตกต่าง ซึ่งวัดจากค่า Λ

บาร์ตเลตต์ (Bartlett) (1947) ได้เขียนฟังก์ชันลอการิทึมของ Λ (logarithmic function) ขึ้น โดยมีการกระจายของฟังก์ชันใกล้เคียงกับการกระจายของค่าไค-สแควร์ (chi-square) ที่ชั้นแห่งความอิสระ $P(k-1)$ โดยที่ค่าของ $N - 1 - (P + k)/2$ จะต้องมีค่ามาก ๆ ฟังก์ชันลอการิทึมของบาร์ตเลตต์กำหนดไว้ดังนี้

$$\begin{aligned} V &= - N-1-(P+k)/2 \ln \Lambda \\ &= - 2.3026 N-1-(P+k)/2 \log \Lambda \end{aligned} \quad (11)$$

V คือ ค่าสถิติที่แสดงค่าเซนไทล์ (centile) ของฟังก์ชันลอการิทึมของ

Λ คือ ค่าของ Wilk criterion

เนื่องจากฟังก์ชันของบาร์ตเลตต์ยังมีความคลาดเคลื่อน ดังนั้นชัตซอฟฟ์ (Schatzoff) (1964, 1966a) ได้แสดงให้เห็นว่าการคำนวณจะไคค่าที่ถูกต้อง (exact) อาจทำได้ก็ต่อเมื่อ P เป็นจำนวนคี่ หรือ K เป็นจำนวนคี่เท่านั้น สำหรับกรณีอื่น ๆ (คือ P เป็นจำนวนคี่ และ K เป็นจำนวนคี่) ก็สามารถประมาณค่าที่ถูกต้องได้ จากการเปรียบเทียบค่าในตารางของชัตซอฟฟ์กับตารางข้างเคียง ชัตซอฟฟ์ได้สร้างตารางของชัตซอฟฟ์ขึ้น โดยอาศัยฟังก์ชันลอการิทึมของบาร์ตเลตต์ (สมการ (11)) พร้อมควมค่าแก้ (correction factor) ของชัตซอฟฟ์เอง ทำให้ค่า V ประมาณ เท่ากับค่า ไค-สแควร์ ถูกต้องถึง 2 ตำแหน่ง เมื่อ N มีค่าประมาณ 100 หรือมากกว่า และถูกต้องถึง 3 ตำแหน่ง เมื่อ N มากกว่า 180 และที่องค์ประกอบของความถูกต้องเดียวกันพบว่า N ลดลง เมื่อจำนวนตัวแปรและจำนวนกลุ่มลดลง เช่น เมื่อ $P = K = 5$ ขนาดของ $N = 70$ (โดยเฉลี่ยกลุ่มละ 14 คน) ก็เพียงพอที่จะมีความถูกต้องถึง 3 ตำแหน่ง

ตารางของซัทซอพฟ์มีเหตุผลดี สำหรับขนาดของกลุ่มตัวอย่างที่ใหญ่พอประมาณ และเนื่องจากค่าแก้ (correction factor) ของซัทซอพฟ์มีค่าใหญ่กว่า 1 เสมอ เมื่อ N มีค่าจำกัด ดังนั้น การใช้ค่า χ^2 ประมาณค่า v ที่คำนวณจากสมการ (11) จึงให้ผลการทดสอบที่ไม่ถูกต้อง คือค่า v จะมีค่ามากกว่าค่าของ $\chi^2_{P(k-1)}$ ที่ระดับเชนไทล 100 (1- α) และเราจะเชื่อว่าข้อทดสอบนั้นถูกต้องก็ต่อเมื่อการทดสอบนั้นไม่นำไปสู่การปฏิเสธ H_0 คือค่า v เกือบจะเกินค่า $\chi^2_{P(k-1)}$ ที่เชนไทลเดียวกัน แต่วิธีที่ดีคือใช้ตารางของซัทซอพฟ์เพื่อที่จะดูว่าค่า v มีนัยสำคัญที่ระดับนั้นหรือไม่ เพราะตารางของซัทซอพฟ์แสดงค่าเชนไทลที่ 95, 97.5 และ 99 ของ v

ยังมีฟังก์ชันของ Λ อีกฟังก์ชันหนึ่งที่ดูเหมือนว่าจะใช้ค่าประมาณได้ดีกว่าของบาร์ตเลตต์ (เมื่อไม่มีค่าแก้ของซัทซอพฟ์) และเมื่อตารางของซัทซอพฟ์ใช้ไม่ได้ หรือเมื่อ $P(k-1)$ มากกว่า 70 ซึ่งเป็นข้อจำกัดความสามารถในการคำนวณ และเป็นค่าสูงสุดของ $P(k-1)$ สำหรับตารางของซัทซอพฟ์ ฟังก์ชันใหม่นี้ราว (Rao) เป็นผู้คิดขึ้น มีสูตรว่า

$$R = \frac{1 - \Lambda^{1/s}}{\Lambda^{1/s}} \cdot \frac{ms - P(k-1)/2 + 1}{P(k-1)} \quad (12)$$

$$\text{เมื่อ } m = N - 1 - (P + k)/2 \quad (12a)$$

$$s = \sqrt{\frac{2}{P(k-1) - 4} - \frac{2}{P + (k-1) - 5}} \quad (12b)$$

ค่าสถิติ R มีการกระจายโดยปกติเหมือนตัวแปร ที่ชั้นแห่งความอิสระ $V_1 = P(k-1)$ และ $V_2 = ms - P(k-1)/2 + 1$ ถ้า V_2 ไม่เป็นจำนวนเต็มก็อาจจะใช้ค่าแทรกระหว่างค่าในตาราง F หรือใช้วิธีง่าย ๆ คือใช้ค่าจำนวนเต็มที่ใกล้เคียงกับค่า V_2 ที่สุด ค่า v ของ บาร์ตเลตต์ และค่า R ของราว ต่างก็มีประโยชน์ กล่าวคือ ค่า v ที่ใช้ควบคู่กับตารางของซัทซอพฟ์ สามารถนำไปสู่การทดสอบที่ถูกต้อง ค่า v มีประโยชน์ตรงที่อยู่ในรูปของฟังก์ชัน $\log \Lambda$ ซึ่งสามารถแสดงนิพจน์ในรูปของผลบวกหลาย ๆ เทอม แต่ละเทอมก็จะประมาณค่าตัวแปรโคสแควร์ด้วยตัวของมันเอง และเมื่อ Λ แสดงอยู่ในรูปของผลคูณ

หลาย ๆ แฟกเตอร์ก็จะมีประโยชน์ในด้านการนำไปใช้ ส่วนค่าสถิติ R เป็นที่ยอมรับว่าเป็น
ตัวทดสอบโดยประมาณที่เข้าใกล้ความจริงกว่า และมีคุณสมบัติที่จะลดรูป (reduces) ไปเป็น
ตัวแปร F ที่ถูกต้อง เมื่อ $p = 1$ หรือ 2 หรือเมื่อ $K = 2$ หรือ 3 ซึ่งในกรณีพิเศษเหล่านี้
ได้แสดงให้ดูในตาราง (1) แล้ว

ประวัติการศึกษา

นางสาววรรณช พงศ์สถาพร สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี สาขามัธยมศึกษา
วิชาเอกวิทยาศาสตร์ทั่วไป วิชาโทคณิตศาสตร์ จากคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2516 และได้เข้าเป็นนิสิตบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย แผนกวิจัย
การศึกษา สาขาสถิติการศึกษา ปีการศึกษา 2521 ปัจจุบันเป็นอาจารย์ โรงเรียนมัธยม
สาธิตรามคำแหง คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง

