หอสมุดกลาง
จุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย

บทที่ 2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย

การวิจัยด้วยวิธีการประยุกต์แบบจำลองระบบแถวคอย เริ่มต้นพัฒนาจาก A.K. Erlang [1] ชาวเดนมาร์คได้ทำการวิจัยแก้ปัญหาความหนาแน่นแถวคอย การใช้โทรศัพท์เป็นผลสำเร็จในปี พ.ศ.2460 George Brigram [2] ได้ทำการวิจัยถึงการจัดจำนวนเจ้าหน้าที่สำหรับเบิกจ่ายเครื่องมือปฏิบัติงานให้เหมาะสมกับปริมาณงานให้กับบริษัทสร้างเครื่องบินแบบโบอิ้ง H.P. Gallaiher and R.C. Wheeler[3] ได้ทำการวิจัยในปี พ.ศ. 2501 ถึงความน่าจะเป็นความหนาแน่นของแถวคอยเครื่องบินที่บินรอในอากาศ ต้องการรอนลงเพื่อใช้บริการของท่าอากาศยาน ในสภาพที่อัตราการเข้าใช้บริการของเครื่องบินที่เข้ารับบริการ ไม่เปลี่ยนแปลงตามระยะเวลา และมีค่าคงที่ ในปี พ.ศ. 2511 M. Rosenshine [4] ได้ปฏิบัติการวิจัยถึงวิธีแก้ปัญหาแถวคอยการจราจรทางอากาศได้เป็นผลสำเร็จ และต่อมาในปี พ.ศ. 2519 เรือเอกศโท พยุงศักดิ์ รวยรื่น นิสิตปริญญาโท แผนกวิชาวิศวอุตสาหการ จุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย ได้ทำการวิจัย เรื่องปัญหาแถวคอยเครื่องบินขึ้นลงที่ท่าอากาศยานกรุงเทพฯ ในสภาพไม่สมำเสมอ เพื่อศึกษาถึงการปรับปรุงท่าอากาศยานกรุงเทพฯ ต่อไป

2.1 เทคนิคการประยุกต์แบบจำลองผล (Application of Simulation Technique)

เทคนิคการประยุกต์แบบจำลองผล เป็นเครื่องมือที่สำคัญนำมาใช้ทดลองการปฏิบัติงานวิจัยทาง Operations Research ได้อย่างกว้างขวางและแพร่หลาย

ในปัจจุบัน นับตั้งแต่ ฟอนนิวแมน[1] (Von Neumann) อูแลม (Ulam) และเฟอร์มี (Fermi) ประสบความสำเร็จการใช้ "มอนติคาร์โลเทคนิค" (Monte Carlo Technique) พัฒนาความก้าวหน้าในการสร้างระเบิดปรมาณู (Atomic Bomb) ก็มีการนำเทคนิคการประยุกต์แบบจำลองผลไปใช้อย่างแพร่หลาย และได้กลายเป็นเครื่องมือสำคัญของนักออกแบบ เช่น การสร้างแบบจำลองเครื่องบินทดลองในอุโมงลม การสร้างแบบจำลองแถวคอยระบบการจราจรทางอากาศของท่าอากาศ การสร้างแบบจำลองแผนผังโรงงานด้วยวิธีการกำหนดมาตราส่วนเครื่องจักร การสร้างแบบจำลองเส้นทางการติดต่อประสานงานในแผนผังจัดการบริหารงานในองค์การขนาดใหญ่ จากการพัฒนาของเครื่องคอมพิวเตอร์ชนิด "ไฮบริด" (Hybrid Computer) ทำให้ความสามารถการปฏิบัติงานวิเคราะห์วิจัยด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ดำเนินงานไปได้อย่างรวดเร็ว ซึ่งเป็นผลทำให้การประยุกต์แบบจำลองผลในการปฏิบัติงานวิจัยหลายสาขาก้าวหน้าไปอย่างรวดเร็ว

ในประเทศไทยปัจจุบันมีการใช้วิธีการประยุกต์แบบจำลองผลด้วยวิธีการสร้างแบบจำลองระบบ เพื่อนำแบบจำลองมาดำเนินการวิเคราะห์ผลกับโครงการที่สำคัญ เช่น โครงการพัฒนาลุ่มแม่น้ำโขง โดยสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเขื่อนด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ และวิเคราะห์ดูผลต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นระหว่างเขื่อนกับทะเลสาบ จนได้ผลลัพธ์ออกมาเป็นขนาดความสูง ความหนาเขื่อนจากการตรวจสอบขนาดต่าง ๆ ว่าถูกต้องตามหลักการ แล้วจึงก่อสร้างจริงที่หลัง การไฟฟ้าฝ่ายผลิตในประเทศไทยก็ใช้วิธีการประยุกต์แบบจำลองผลด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ช่วยในการควบคุม การจ่ายกำลังไฟฟ้ามิให้ดับ เพราะจ่ายกระแสไฟฟ้าไม่เพียงพอ ทางด้านการควบคุมระบบจราจรทางอากาศ กรมการบินพลเรือนกองทัพอากาศได้มีการนำเอา Radar Simulator ช่วยในการฝึกหัดเจ้าหน้าที่ควบคุมการจราจรทางอากาศ ท่าอากาศยานกรุงเทพฯ กล่าวได้ว่าปัจจุบันการนำเอาวิธีประยุกต์แบบจำลองผลไปใช้กับงานวิจัยในสาขาต่าง ๆ อย่างแพร่หลาย

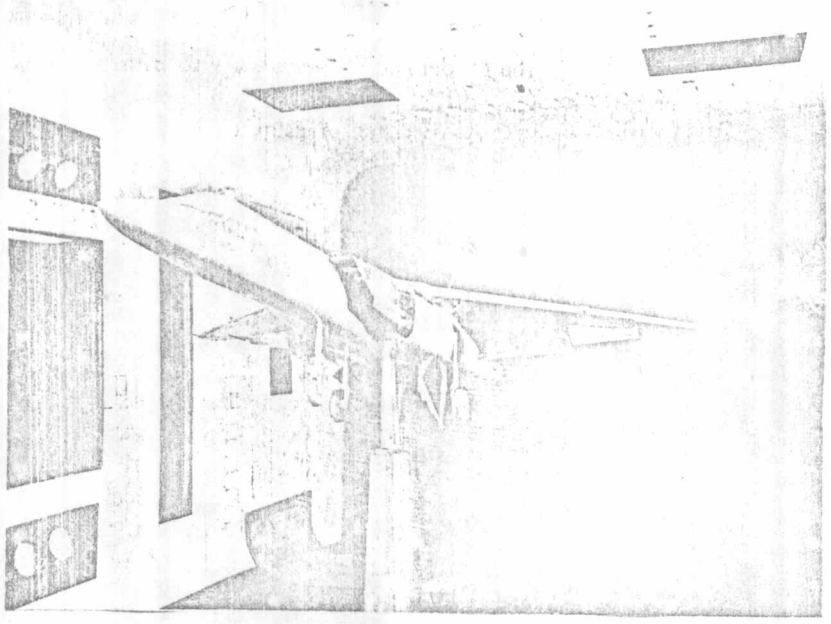
---

[1] Joe H. Mize, and J. Grady Cox, "Essentials of Simulation", Eaglewood Cliffs, New Jersey : Prentice-Hall, Inc, 1968, p.1.

หอสมุดกลาง
จุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย

2.2 แบบจำลองทางฟิสิกส์

แบบจำลองที่เราเห็นได้ชัดในทางฟิสิกส์ได้แก่ การสร้างแบบจำลองที่เรียกว่าแบบย่อสัดส่วน [1] (Scale Model) เช่น แบบจำลองของเครื่องบิน เรือ ใช้แบบย่อสัดส่วน ทดลองในอุโมงลม หรือในอ่างน้ำ มีประโยชน์มากในการออกแบบเครื่องบิน และ



รูปที่ 2.1 การจำลองแบบเครื่องบินทดลองในอุโมงลม

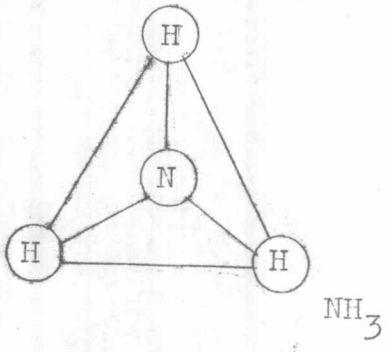
เรือที่ใช้กันอยู่ในปัจจุบัน แบบย่อสัดส่วนสร้างขึ้นเพื่อทดสอบพฤติภาพ สมรรถนะ และคุณสมบัติที่ต้องการ ดำเนินการทดลองด้วยการนำแบบจำลองที่สร้างขึ้นมาทดลอง เพื่อควบคุมตัวพารามิเตอร์ (Parameter) ให้เปลี่ยนแปลงไปในระยะหรือพิสัยที่กำหนด แบบจำลองนี้

---

[1] Geoffrey Gordon, "System Simulation", Eaglewood Cliffs, New Jersey. Prentice-Hall, Inc., 1969, p.8.

มีเกณฑ์การตัดสินใจ ผลการทดลองที่มีสมรรถนะ และเสถียรภาพมากที่สุดก็เป็นวิธีการแก้ปัญหาเหมาะสมที่สุด แล้วจึงนำผลที่ได้จากการทดลองจากแบบจำลองไปสร้างเครื่องบินหรือเรือสำหรับใช้งานจริง การใช้วิธีย่อสัดส่วนให้ประโยชน์มากกว่า เพราะว่าประหยัดเวลาในการสร้างแบบแทนที่จะนำของจริงมาทำการทดลอง และสิ่งที่สำคัญมีส่วนเกี่ยวข้องมากที่สุดคืองบประมาณค่าใช้จ่ายเตรียมการทดลองคุ้มค่ากับผลประโยชน์ที่ได้รับ

แบบจำลองอีกแบบหนึ่งเป็นแบบจำลองที่สร้างขึ้นเพื่อให้มีความเข้าใจมากขึ้น "Look Like" [1] ในโครงสร้างองค์ประกอบของระบบที่จะศึกษาหรือวิจัย ด้วยการสร้างให้มีสัญญลักษณ์แทนคุณลักษณะและข้อจำกัดของระบบตัวอย่างแบบจำลองชนิดนี้ เช่น แบบโมเลกุลโครงสร้างทางเคมี มีโครงสร้างประกอบด้วย วงกลมแทนด้วยจำนวนอะตอม แขนแสดงการเกาะกันของโมเลกุล (Atom Bonds) เป็นโครงสร้างโมเลกุลของสารประกอบ เช่น แอมโมเนีย [2] (NH_3) แบบจำลองโครงสร้างโมเลกุลของแอมโมเนีย แสดงได้ดังรูปที่ 2.2



NH_3

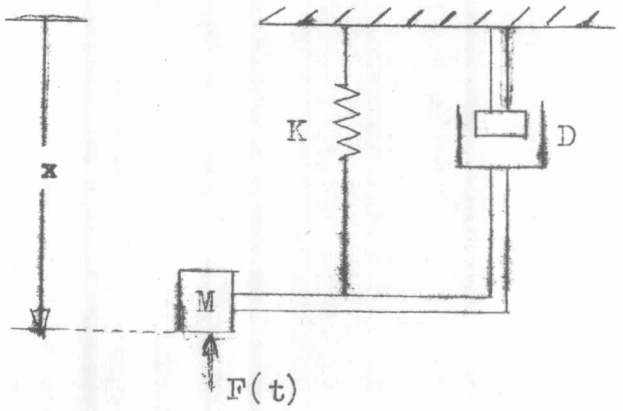
รูปที่ 2.2 แบบจำลองโครงสร้างโมเลกุลแอมโมเนีย (NH_3)

---

[1] Geoffrey Gordon, "System Simulation", p.8.

[2] Ibid.

แบบจำลองของเครื่องบิน และโมเลกุล (NH_3) เป็นแบบจำลองทางสถิตย์ (Static Models) แบบจำลองอีกแบบหนึ่งเป็นแบบจำลองทางพลวัต (Dynamic Models) ขึ้นอยู่กับองค์ประกอบที่เข้ามาทำให้ระบบมีคุณสมบัติ หรือขึ้นอยู่กับการเปลี่ยนแปลงตามเวลา เช่น ระบบ Mass Spring System ของ Shock Absorber เมื่อมีแรงมากระทำ แรงที่กระทำขึ้นอยู่กับระยะทางที่ Spring ยืด หรือหดออกไป แสดงในรูปที่ 2.3



004876

รูปที่ 2.3 Mass Spring System.

แบบจำลองทางฟิสิกส์ เป็นแบบจำลองที่มีประโยชน์ใช้ในการทดลองระบบทางวิทยาศาสตร์ได้อย่างกว้างขวาง ในทางวิศวกรรมใช้แบบจำลองทางฟิสิกส์ทดสอบคุณสมบัติ และพฤติภาพของระบบแทนระบบจริง ประโยชน์ที่ได้รับข้อมูลจากแบบจำลองมีค่าความเชื่อถือได้เหมือนระบบจริง จึงเป็นที่นิยมและใช้กันมากในงานวิจัยทั้งในทางวิทยาศาสตร์และวิศวกรรม

2.3 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (MATHEMATICAL MODELS)

คุณสมบัติของระบบสามารถที่จะแสดงได้ด้วยตัวแปรทางคณิตศาสตร์ การเปลี่ยนแปลงแสดงได้ด้วยฟังก์ชั่นทางคณิตศาสตร์ สร้างให้มีความสัมพันธ์กัน แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สามารถแสดงคุณสมบัติของระบบได้ทางสถิตย์ และทางพลวัต (Static and Dynamics)

แบบทางสถิตย์แสดงถึงสมดุลย์ของระบบที่ศึกษา คุณสมบัติระบบอยู่ในภาวะสมดุลย์ เมื่อระบบเปลี่ยนสภาวะของสมดุลย์ไป เราก็จะพิจารณาหาจุดที่สมดุลย์ศึกษาใหม่ โดยที่เรา

ไปพิจารณาถึงการเปลี่ยนแปลงจากจุดที่สมดุลย์เดิมมายังจุดสมดุลย์ใหม่ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบทางสถิตย์ สามารถแก้ปัญหาโดยการวิเคราะห์ (Analytically) หรือบางครั้งอาจจำเป็นต้องแก้ปัญหาโดยทางนิวเมอริคอล (Numerically) ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับคุณสมบัติแบบของระบบนั้น ๆ เช่น แบบทางคณิตศาสตร์ระบบเศรษฐกิจของประชาชาติ (National Economy)[1]

กำหนดให้ C = ค่าใช้จ่ายของประชากรในชาติ

I = เงินลงทุน

T = ภาษี

G = ค่าใช้จ่ายของรัฐบาล

Y = รายได้ประชาชาติ

สมการแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปร แสดงได้ดังนี้

$$C = 20 + 0.70\,(Y-T) \qquad (2.1)$$

$$I = 2 + 0.1\,Y \qquad (2.2)$$

$$T = 0.2\,Y \qquad (2.3)$$

$$Y = C + I + G \qquad (2.4)$$

จากสมการ (2.1), (2.2), (2.3) และ (2.4) มีตัวแปร 5 ตัว เมื่อกำหนดค่าตัวแปรตัวหนึ่ง ก็สามารถที่จะวิเคราะห์ตัวแปรของระบบที่เหลือจากสมการทั้ง 4 ได้โดยทางพีชคณิต

คุณสมบัติของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบทางพลวัต (Dynamic Mathematic Models) สามารถที่จะวิเคราะห์ได้โดยตรง (Analytically) ได้สะดวก และรวดเร็วกว่า การวิเคราะห์ด้วยวิธีนิวเมอริคอล (Numerically) ซึ่งมีความเหมาะสมที่จะวิเคราะห์ระบบที่มีความซับซ้อนมากขึ้น ระบบทางพลวัตจะพิจารณาถึง

---

[1] Geoffrey Gordon, System Simulation, p.10.

การเปลี่ยนแปลงของระบบที่เปลี่ยนตาม เวลา ความเร็ว หรือตัวแปรอื่น ๆ ก็ได้ ขึ้นอยู่กับคุณลักษณะของระบบที่พิจารณานั้น

2.4 ลำดับขั้นตอนการประยุกต์แบบจำลองผล

หลักการประยุกต์แบบจำลองผลของระบบต่าง ๆ ที่เราศึกษาโดยทั่ว ๆ ไป จะมีแบบวัตถุประสงค์ในการศึกษาวิเคราะห์วิจัยแตกต่างกันในการออกแบบ แต่หลักเกณฑ์ที่เป็นพื้นฐานแน่นอน ใช้สำหรับวิเคราะห์และเป็นหลักที่พิจารณาในการจำลองแบบมีด้วยกันดังนี้

1. การตั้งปัญหาและกำหนดขอบเขต **(Definition of the Problem)**

ความสำคัญในการสร้างแบบจำลองผลขึ้นอยู่กับการตั้งปัญหา สร้างแบบและกำหนดขอบเขตของปัญหา การวางแผนที่จะทำการวิจัย และการวิเคราะห์ข้อมูลนั้นไม่สามารถกำหนดได้ ถ้าไม่สามารถที่แสดงขอบเขตของปัญหากับวัตถุประสงค์ของการแก้ปัญหาได้ถูกกำหนดขึ้นอย่างแน่นอนเสียก่อน

2. การวางแผนที่จะศึกษาแบบที่จำลองขึ้น **(Planning the Study)**

การกำหนดแผนงานการจัดหาข้อมูลจากลำดับขั้นในการศึกษาวิเคราะห์แบบจำลอง ซึ่งมีลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา ระยะเวลาที่ต้องการใช้ในแต่ละลำดับขั้น การวางแผนให้สามารถควบคุมความก้าวหน้าของการที่จะศึกษา วิจัยแบบจำลองจากความไม่สมดุลย์ที่ศึกษาจุดใดจุดหนึ่ง โดยมิได้คำนึงถึงค่าใช้จ่ายส่วนอื่นที่ติดตามมา ความผิดพลาดจากการศึกษาวิธีการสร้างแบบจำลองผลพบว่ามีจุดที่ทำการศึกษาและวิจัยหวังผลที่จะได้จากการสร้างแบบจำลองมากกว่าที่ควรจะเป็นไปได้ หรือได้จากการสนับสนุนของข้อมูลที่มีอยู่

3. การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ **(Formulation of Mathemathecal Models)**

การแก้ปัญหาของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแสดงพฤติภาพโครงสร้างของระบบเหมือนระบบจริง ความสำคัญของแบบทางคณิตศาสตร์ที่จะนำไปสู่วิธีแก้ปัญหาแสดงให้เห็นโครงสร้างของแบบจำลองระบบซึ่งมีระดับความเชื่อถือได้ โดยกำหนดเหตุและผลที่เกิดขึ้น จากความสัมพันธ์กันในระบบเหมือนของจริงในปัญหาที่เกิดขึ้น และสามารถใช้

แก้ปัญหาที่เกิดขึ้นจากแบบจำลองที่สร้างขึ้นใช้ตัดสินใจต่อท่าทีของสมรรถนะของระบบ และระดับความสำคัญของปัญหาที่เกิดขึ้น ข้อมูลที่ได้รับการรวบรวมสามารถใช้กำหนดตัวพารามิเตอร์ **(Parameter)** ของระบบที่จำลองขึ้นมา

4. สร้างโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับแบบที่จำลองขึ้น**(Construction of a Computer Program for the Model)**

การสร้างโปรแกรมคอมพิวเตอร์ให้มีส่วนสัมพันธ์ แต่ละหน่วยย่อย ๆ ได้ถูกสร้างเลียนแบบให้มีคุณสมบัติเหมือนระบบที่ต้องการ ดังนั้นจึงรวบรวมหน่วยเล็ก ๆ เหล่านี้เข้าด้วยกันให้มีพฤติภาพเหมือน และใช้แทนระบบจริง ทดสอบคุณสมบัติของระบบด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ถึงผลที่เกิดขึ้นระหว่างหน่วยย่อยเล็ก ๆ เหล่านี้ ความยากง่ายของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ขึ้นอยู่กับความยุ่งยาก และซับซ้อนของแบบที่จำลองขึ้น งานสร้างโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในงานวิจัยทั่ว ๆ ไป นิยมให้ผลลัพธ์ออกมาพร้อมกันหลายอย่าง เป็นแบบขนาน **(Parrallel)** มากกว่าที่จะออกมาเป็นอย่างลำดับขั้นแบบอนุกรม **(Series)**

5. การทดสอบว่าแบบจำลองระบบสร้างขึ้น ใช้แทนระบบจริงได้หรือไม่ **(Validation of the Model)**

แบบจำลองระบบที่ถูกสร้างขึ้นจะถูกทดสอบโดยวิธีทางสถิติ หรือเปรียบเทียบกับข้อมูลในอดีต เพื่อดูว่าผลลัพธ์ที่ได้จากแบบจำลองนั้นสอดคล้องกับผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจากระบบจริงหรือไม่ หากผลลัพธ์ที่ได้ไม่สอดคล้องก็จะต้องกลับไปตรวจสอบขั้นที่ 1-4 ว่ามีความผิดพลาดเกิดขึ้นที่ใด แล้วพิจารณาแก้ไขให้ได้แบบจำลอง ซึ่งสามารถใช้เป็นตัวแทนของระบบงานจริงได้

6. ออกแบบการทดลอง **(Design of Experiments)**

การออกแบบการทดลองให้เป็นไปตามวัตถุประสงค์ องค์ประกอบที่สำคัญก็คือค่าใช้จ่ายที่ใช้ในการทดลองแบบกับเครื่องคอมพิวเตอร์ พิจารณาถึงขอบเขตจำนวนครั้งที่ทดลองเท่าที่จำเป็น ค่าใช้จ่ายเพิ่มขึ้นตามจำนวนครั้งที่ทดลองเมื่อผลที่ได้จากการทดลองไม่ตรงกับแบบแผนที่วางไว้ก็จำเป็นต้องเพิ่มจำนวนครั้งการทดลอง ปรับปรุงแก้ไขแบบให้

ถูกต้องเสียใหม่ ผลการออกแบบการทดลองจะต้องมีการพิจารณาถึงระดับความเชื่อถือได้ในทางสถิติอีกด้วย ขึ้นอยู่กับการเตรียมการวางแผน การออกแบบจำนวนครั้งการทดลองกับปัญหาที่เกิดขึ้นได้อย่างเหมาะสม

7. การดำเนินงานทดลองและวิเคราะห์ผล **(Execution of Simulation Run and Analysis of Results)**

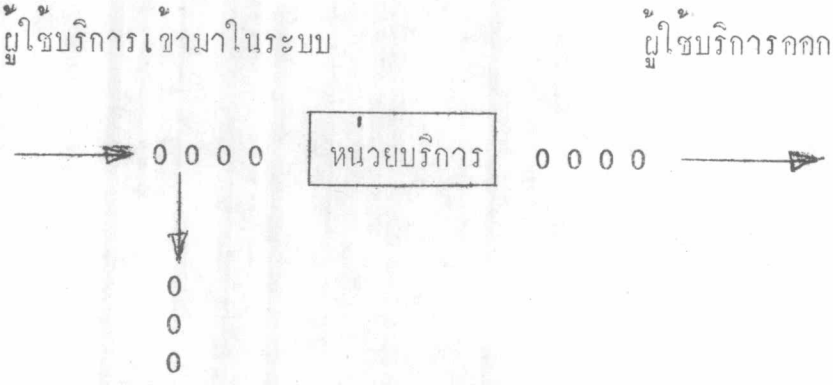
การดำเนินงานทดลองดำเนินต่อไป เมื่อผลการทดลองยังไม่สามารถหาข้อยุติได้ ก็จะปรับปรุงแก้ไขเปลี่ยนแปลงแบบแผนการทดลองต่อไป จนกว่าจะหมดขอบเขตข้อจำกัดที่ตั้งขึ้น ค่าใช้จ่าย เวลา หรือจนกระทั่งสามารถหาข้อยุติได้ดีเพียงพอ ก็สามารถสรุปผลข้อยุติการทดลองเป็นลำดับสุดท้าย

2.5 ทฤษฎีแถวคอย[1] (QUEUEING THEORY)

ระบบแถวคอยกล่าวได้โดยทั่วไปประกอบด้วย ลูกค้าหรือหน่วยที่จะรับบริการเข้ามาในระบบ เมื่อการบริการไม่สามารถที่บริการได้ทันก็จะเกิดมีแถวคอยขึ้น หน่วยที่เข้ามาขอรับบริการนั้นจะรอจนกว่าหน่วยที่กำลังบริการอยู่นั้น ได้รับการบริการจนเสร็จ หรือรอจนกว่าหน่วยที่กำลังรอการบริการอยู่เหมือนกัน แต่มีลำดับขั้นความสำคัญสูงกว่าซึ่งมีสิทธิที่จะได้รับบริการก่อนจนเสร็จเรียบร้อยแล้วออกจากระบบไป หน่วยที่มีลำดับขั้นความสำคัญต่ำกว่าก็จะเข้ารับบริการต่อไป หรือในบางครั้งหน่วยที่กำลังรอรับบริการในแถวคอยไม่สามารถที่จะรอต่อไปได้ ก็จะออกจากระบบไป ลักษณะคุณสมบัติที่กล่าวข้างต้น เป็นของหน่วยที่ให้การบริการที่มีแถวคอย

---

[1] Donald Gross and Carl M. Harris, "Fundamentals of Queueing Theory", New-York : John Wiley & Sons, Inc., 1974, pp.1-8.



รูปที่ 2.4 ระบบหน่วยบริการที่มีแถวคอย

<u>คุณสมบัติของระบบที่ให้การบริการมีแถวคอย</u> (Characteristic of Queueing Process)

1. รูปแบบการเข้ามาของผู้ที่ใช้บริการ (Arrival Pattern of Customers)
2. กรรมวิธีการบริการและการเกิดแถวคอย (Service Process and Waiting Line)
3. กฎเกณฑ์การให้บริการเมื่อเกิดแถวคอย (Queueing Discipline)

1. <u>รูปแบบการเข้ามาของผู้ที่ใช้บริการ</u> (Arrival Pattern of Customers)

อัตราผู้ใช้บริการที่เข้ามาในระบบ ใช้วิธีการวัดค่าเฉลี่ยจำนวนหน่วยที่เข้ามาในหนึ่งหน่วยเวลา (The Average Number of Arrivals Per Source Unit of Time) หรือพิจารณาจากจำนวนที่เข้ามาด้วยการกำหนดเป็นค่าเฉลี่ยของเวลาระหว่างแต่ละหน่วยที่ผู้ใช้บริการเข้ามาในระบบ (Mean Inter Arrival Time)

ฉะนั้นจำนวนผู้ที่ใช้บริการเข้ามาในระบบบริการในช่วงระยะเวลาใด ก็สามารถคำนวณหาได้จากลักษณะการเข้ามาโดยมีเวลาแน่นอน หรือมีความน่าจะเป็นของเวลาการเข้ามาแบบเชิงสุ่ม (Random) จำนวนที่เข้ามาแบบการเข้ามาทีละหน่วย หรือบางครั้งเข้ามาเป็นกลุ่ม กลุ่มหนึ่ง ๆ มีหลายหน่วย ลักษณะที่เข้าเป็นกลุ่มเรียกว่า **Bulk or Batches** ขนาดของกลุ่มที่เข้ามามีทั้งแบบจำนวนที่แน่นอนและไม่แน่นอน เมื่อเข้ามาในระบบแล้ว ถ้าพบว่าระบบมีแถวคอยจำกัดจำนวน ก็จะไม่เข้าระบบและจะผ่านออกไปเรียกว่า **Balked** แต่ถ้าเข้ามาในระบบแล้วจะรอคอยจนกระทั่งถึงเวลาหนึ่ง จะไม่รอต่อไปอีก ก็จะออกจากระบบไป กรณีนี้เรียกว่า **Reneged** บางครั้งในกรณีที่มีแถวคอยหลายแถว ผู้ใช้บริการสามารถที่จะเปลี่ยนใจกระโดดจากแถวคอยที่ยาวกว่าไปต่อแถวคอยที่สั้นกว่า วิธีนี้เรียกว่า **Jockey for Position**

นอกจากนี้มีองค์ประกอบอื่น ๆ มีแบบของการเข้ามาใช้บริการ ซึ่งเปลี่ยนแปลงตามเวลา ถ้าตัวพารามิเตอร์การกระจายความน่าจะเป็น เปลี่ยนแปลงตามเวลาเรียกว่า **Stationary Arrival Pattern** ส่วนที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา เรียกว่า **Non Stationary**

2. <u>กรรมวิธีการบริการ และการเกิดแถวคอย</u> **(Service Process and Waiting Line)**

ลักษณะการจัดหน่วยบริการ มีได้ตั้งแต่ 1 หน่วยบริการขึ้นไปจนกระทั่งมีหน่วยรับบริการไม่จำกัด การกำหนดข้อจำกัดการเกิดแถวคอยที่มีหลายช่องการให้บริการ **(Multi Channels)** ถ้าจะมีแถวคอยเพียงแถวเดียว หรือแต่ละหน่วยบริการมีแถวคอยแยกเฉพาะแต่ละหน่วยบริการ หรือหน่วยที่เข้ามาต่อท้ายสุดของแถวคอยแต่หน่วยบริการ สามารถที่จะกระโดดไปต่อแถวคอยของหน่วยบริการที่สั้นกว่า เพื่อรับบริการก่อนก็ได้

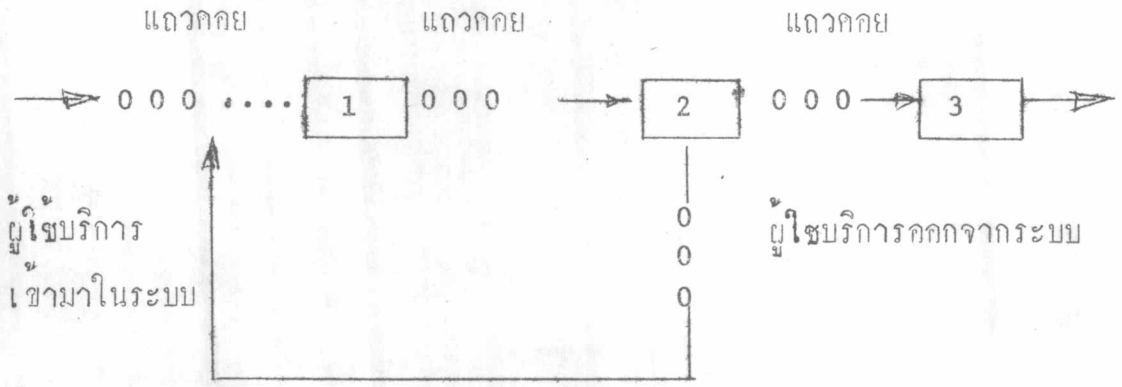
2.1) <u>ความจุของระบบการบริการ</u> **(Systen Capacity)**

ในทฤษฎีแถวคอยรูปแบบ และขนาดทางฟิสิกส์ของแถวคอยที่ต้องการพื้นที่ ระบบหน่วยบริการที่มีพื้นที่จำกัดสำหรับหน่วยที่เข้ารับบริการที่จะมาเข้าแถวคอยได้ เมื่อขนาดของพื้นที่จะเข้าแถวคอยนั้นยังไม่เต็ม เมื่อหน่วยเข้ารับบริการเต็มพื้นที่แล้วก็ไม่สามารถให้หน่วยที่ใช้บริการเข้ามาในระบบอีก รอจนกว่าหน่วยที่ได้รับบริการ

เสร็จเรียบร้อย และออกจากระบบไป จึงจะมีพื้นที่ให้หน่วยที่ต้องการจะเข้ารับบริการเข้ามาใหม่ได้อีก ระบบแถวคอยประเภทนี้มีขนาดจำกัดจำนวนมากที่สุดที่จะรับได้ จำนวนหน่วยที่เข้ามาขอรับการบริการมากเกินกว่านี้ก็จะต้องคอยอยู่นอกระบบ หรือต้องผ่านออกจากระบบไป

2.2) ลำดับขั้นตอนในการให้บริการ (Stages of Services)

ระบบแถวคอยที่พบเห็นได้ง่าย จะมีลำดับขั้นตอนเพียงลำดับเดียวในการให้บริการ เช่น ร้านตัดผม การซื้อของที่ซูปเปอร์มาเก็ต (Super Market) หรือบางระบบแถวคอยการรับบริการก็มีการบริการหลายลำดับขั้นตอน เช่น การตรวจรักษาของโรงพยาบาลมีแผนกบริการเช่น แผนกสมุดประวัติการรักษาคนไข้ แผนกหู แผนกจมูก แผนกคอ แผนกตรวจเลือด แผนกโรคทรวงอก แผนกโรคตา และแผนกอื่น ๆ อีกหลายอย่าง ในหลาย ๆ ลำดับขั้น แต่ละลำดับขั้นที่ติดต่อกันก็จะมีแถวคอยเกิดขึ้น บางครั้งจะมีการเกิดแถวคอยย้อนกลับเป็นวงกลมเกิดขึ้นได้ (Queueing Process Recycling May Occur) จะพบเห็นบ่อย ๆ ในระบบของโรงงานผลิตภัณฑ์อุตสาหกรรม ระบบการควบคุมคุณภาพ เมื่อทำการผลิตไม่ได้คุณภาพตามที่กำหนดไว้ ผลิตภัณฑ์นั้นก็จะต้องย้อนกลับมาในลำดับขั้นเดิมให้ผ่านกระบวนการผลิตเดิมต่อไป จนกว่าจะผ่านการตรวจสอบคุณภาพ



รูปที่ 2.5 การเกิดแถวคอยในลำดับขั้นในการบริการ

3. กฎเกณฑ์การให้บริการ (Queueing Discipline)

คือลักษณะของสถานีบริการที่จะเลือกผู้ที่ใช้บริการเข้าบริการเมื่อมีแถวคอยเกิดขึ้น เช่น

3.1) การเข้ามาในระบบก่อนได้รับบริการก่อน (First Come First Served)

เป็นระบบที่พบเห็นในชีวิตประจำวันมาก ในระบบการบริการต่าง ๆ เช่น แถวคอยระบบการจราจร แถวคอยระบบการซื้อบัตรชมภาพยนตร์ สถานบริการต่าง ๆ เหล่านี้ เป็นระบบที่พบเห็นกันง่ายใช้เป็นชีวิตประจำวัน ไม่มีระบบการบริการที่ยุ่งยากสลับซับซ้อนเหมือนระบบอื่น ๆ

3.2) การเข้ามาในระบบที่หลังได้รับบริการก่อน (Last Come First Served)

ระบบการบริการประเภทนี้จะพบเห็นกันมาก ในระบบการเก็บพัสดุคงคลัง (Inventory) เพราะเป็นการสะดวกที่จะเคลื่อนย้ายใกล้กับหน่วยที่เข้ามาในระบบพัสดุคงคลังที่หลังได้ง่าย และสะดวกกว่า หรือตัวอย่างง่าย ๆ ก็คือระบบใช้ลิฟท์ขึ้นลงระหว่างชั้นต่าง ๆ ของตึกสูง ๆ

3.3) การให้บริการแบบเชิงสุ่ม (Random)

การเข้ามาก่อนหลังในระบบไม่มีความสำคัญ ทุกหน่วยที่เข้ามาในระบบ มีโอกาสที่จะได้รับบริการเท่า ๆ กัน

3.4) การให้บริการแบบลำดับชั้นความสำคัญ (Priority)

การให้บริการไม่พิจารณาถึงเวลาการเข้ามาแต่ละหน่วย แต่พิจารณากำหนดให้ลำดับชั้นความสำคัญของการเข้ามาแต่ละหน่วย หน่วยที่มีลำดับชั้นความสำคัญมากกว่า ก็จะได้รับการบริการก่อนและจะเข้ามารอที่หัวแถว คอยก่อนหน่วยที่มีลำดับชั้นความสำคัญต่ำกว่า

ข้อจำกัดสภาวะของลำดับชั้นความสำคัญในการบริการ

3.4.1. หน่วยที่เข้ารับบริการ ซึ่งมีลำดับชั้นความสำคัญสูงสุด หรือมากกว่าหน่วยที่กำลังบริการอยู่ จะได้รับการบริการทันที เมื่อเข้ามาในระบบ (Preemtive) แม้ว่าหน่วยที่กำลังรับบริการอยู่จะเสร็จหรือไม่ก็ตาม จะต้องหยุดรอจนกว่าหน่วยที่ลำดับชั้นความสำคัญสูงกว่าได้รับบริการจนหมด แล้วหน่วยที่มีลำดับชั้นความสำคัญต่ำกว่าจึงเข้ารับบริการต่อไป

3.4.2 หน่วยที่เข้ารับบริการซึ่งมีลำดับชั้นความสำคัญสูงกว่า หรือสูงสุดเมื่อเข้ามาในระบบ ก็จะเข้ามาต่อที่หัวแถวคอย (Non - Preemtive) จะรอจนกว่าหน่วยที่กำลังรับบริการอยู่ได้รับบริการจนเสร็จ จึงจะเข้าไปรับบริการ แม้ว่าหน่วยที่กำลังรับบริการอยู่ก่อนจะมีลำดับชั้นความสำคัญต่ำกว่า การให้ลำดับชั้นความสำคัญประเภท 3:4:1 นั้นจะเกิดขึ้นเมื่องานนั้นมีลำดับชั้นความสำคัญสูงกว่า และเวลาที่ใช้ในการบริการไม่มากนัก หรือเวลาที่หน่วยได้รับบริการอยู่ยังไม่ใกล้เสร็จ จากคุณสมบัติที่กล่าวมาแล้วข้างต้น สามารถที่จะกล่าวครอบคลุมถึงระบบแถวคอยที่เกิดขึ้นได้ ปัจจุบันนี้อย่างเพียงพอ และในระบบที่เกิดขึ้นอาจจะไม่มีเฉพาะคุณสมบัติอย่างใดอย่างหนึ่งโดยเฉพาะ โดยมีคุณสมบัติหลาย ๆ อย่างรวมกันอยู่ในระบบเดียวกันได้

2.6 การแผ่กระจายแบบปัวซอง (POISSON DISTRIBUTION)

ปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นแบบเชิงสุ่ม (Random) ที่พบเห็นและน่าสนใจมากในทางวิทยาศาสตร์ และอุตสาหกรรม ซึ่งมีการแผ่กระจายแบบ Discrete มีค่าของความน่าจะเป็นเข้ามามีส่วนเกี่ยวข้อง จำนวนเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นจะมีค่าเป็นจำนวนเต็ม ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นมีการแผ่กระจายเป็นแบบปัวซอง (Poisson Distribution)[1]

---

[1] George P. Wadworth and Josep G. Bryan, "Applications of Probility and Random Variables", 2d ed. New York: McGraw Hill, 1974, p.62-63.

หอสมุดกลาง จุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย

ซึ่งฟังก์ชั่นของความน่าจะเป็นแสดงได้ดังนี้

$$f(x) = \frac{(\lambda t)^n . e^{-\lambda t}}{n!} \qquad \lambda > 0$$

$$n = 0,1,2,3---$$

ชนิดของปรากฏการณ์ที่มีการแผ่กระจายแบบปัวซอง เช่น

จำนวนที่มีผู้ใช้โทรศัพท์ต่อหน่วยเวลาที่ผ่าน ชุมสายโทรศัพท์ที่มีจำนวนคู่สายจำกัด ที่จะให้การบริการได้ทันที

ปัญหาในทางทหาร จำนวนจรวดที่ยิงหรือจำนวนลูกระเบิดที่ทิ้งลงบนเป้าหมายที่กำหนด เปรียบเทียบจำนวนจรวดหรือลูกระเบิดที่ยิง และทิ้งบนพื้นที่เป้าหมายทั้งหมด

ปัญหาในทางฟิสิกส์ การแผ่รังสี แอลฟา (Alpha ray) ที่มีการแผ่กระจายของสารกัมมันตภาพรังสี ออกมาในอัตรา α (แอลฟา) ต่อหน่วยเวลา

ปัญหาในทางสังคม เช่น จำนวนอุบัติเหตุที่เกิดขึ้นต่อปี ในชุมชนหนึ่ง ภายใต้เงื่อนไขที่แน่นอน จำนวนการทดสอบหยั่งเสียงประชามติต่อปัญหาที่เกิดขึ้นแต่ละวัน ที่ได้จากการส่งใบสอบถามออกไปจำนวนมาก

ถ้ากำหนดให้

ΔT = ช่วงระยะเวลาเล็ก ๆ ที่มีการเปลี่ยนแปลง

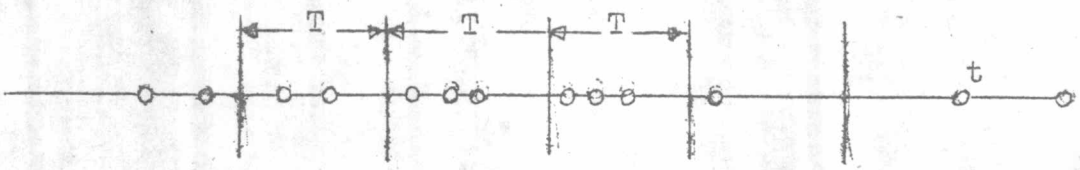
λ = คือ จำนวนเหตุการณ์ที่จะเกิดขึ้นต่อหน่วยเวลา

T = ช่วงระยะเวลาที่กำหนดในการพิจารณา

$P(n,T)$ = ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น n ครั้ง ในช่วงระยะเวลา T

สมมุติฐานที่กำหนดให้ ถ้าเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น n ครั้งในช่วงระยะเวลา T

1) จำนวนเฉลี่ยของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในช่วงระยะเวลา T คือ λT



รูปที่ 2.6 ช่วงระยะเวลาที่พิจารณา T

2) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น 1 ครั้ง ในช่วงระยะเวลาเล็ก ๆ dT คือ $\lambda\, dT$.

3) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นมากกว่า 1 ครั้งขึ้นไป คือ

$O(\Delta T)$ เป็นเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นได้น้อยมาก

ฉะนั้น $\lim_{\Delta T \to 0} \frac{O(\Delta t)}{\Delta t} = 0$

4) ในการ Differentiability with respect to T ไม่ว่าค่า T จะเพิ่มขึ้น หรือลดลง ความน่าจะเป็นของจำนวน n เหตุการณ์ที่เกิดขึ้นจะเพิ่มขึ้น หรือลดลงอย่างสม่ำเสมอติดต่อกัน ในขณะที่ค่า T เพิ่มขึ้น หรือลดลง และค่าความน่าจะเป็นมีค่าอยู่จริง ทุก ๆ ค่าของ T

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น n จากช่วงระยะเวลา $T \to T + dT$

$$P(n,T) \longrightarrow P(n,T + dT)$$

$$P(n, T+dT) = P(n,T).P(0,dT)+P(n-1,T).P(1,dT) + P(n-2,T).P(2,dT) + \text{-----} \qquad \text{-----(2.5)}$$

จากสมมุติฐานของความน่าจะเป็น

$$P(0,dT) = 1-P(1,dT) - P(2,dT) \ldots\ldots \quad -----(2.6)$$

แทนค่า $P(0,dT)$ จากสมการ (2.6) ลงในสมการ (2.5) แล้วหารตลอดด้วย dT

$$\frac{P(n,T+dt) - P(n,T)}{dT} = P(1,\frac{dT}{dT}) \cdot \left[P(n-1, T) - P(n,T\right]$$

$$+ P(2,\frac{dT}{dT}) \cdot \left[P(n-2,T) - P(n-1,T)\right]$$

$$+ P(3,\frac{dT}{dT}) \cdot \left[P(n-3,T) - P(n-2,T)\right]$$

$$\ldots\ldots\ldots \quad -----(2.7)$$

โดยสมมุติฐานข้อที่ 4 สมการ (2.7) ขึ้นอยู่กับ limit $\Delta T \longrightarrow 0$

$dP(\frac{n,T}{dT})$ ขึ้นอยู่กับช่วงระยะเวลา T เทอมทั้งหมดยกเว้นเทอมแรก ในสมการ (2.7) มีค่าเท่ากับ 0 (zero) โดยสมมุติฐานข้อที่ 3 และโดยการแทนค่า $P(1,dT)$ ด้วย λdT ตามสมมุติฐานข้อที่ 2 ก็จะได้

$$d(\frac{Pn,T}{dT}) + \lambda P(n,T) = \lambda P(n-1,T) \quad -----(2.8)$$

จากพฤติภาพของขอบเขตที่เริ่มต้น

$$P(-1,T) = 0$$

กำหนดให้ $n = 0$

$$dP(\frac{0,T}{dT}) + \lambda P(0,T) = 0 \quad -----(2.9)$$

$$P(0,T) = ce^{-\lambda t}$$

เมื่อกำหนดให้ $c = 1$

ดังนั้น $P(0,0) = 1$

โดยสมมุติให้ $n = 1$ ในสมการ (2.9)

$$d P(\frac{1,T}{dT}) + \lambda p (1,T) = \lambda e^{-\lambda t}$$

$$P(1, T) = \frac{\lambda t e^{-\lambda t}}{1!}$$

โดยกำหนดจุดเริ่มต้น $P(1,0) = 0$ ดังนั้นค่าของการกระจายความน่าจะเป็นคือ

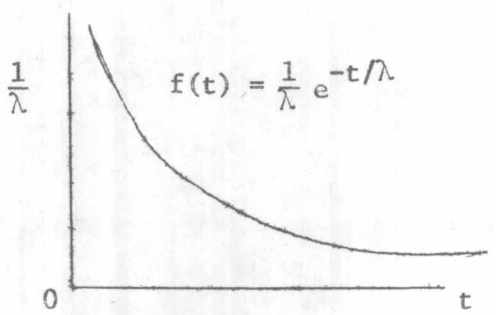
$$P(n,T) = \frac{e^{-\lambda t} \cdot (\lambda t)^n}{n!} \qquad \text{-----(2.10)}$$

λt คือค่าเฉลี่ยของจำนวนครั้งของเหตุการณ์ที่จะเกิดขึ้น ในช่วงเวลา T ของการแผกระจายความน่าจะเป็นแบบปัวซอง (Poisson Distribution)

2.7 การแผ่กระจายแบบเนกกาตีบเอกซ์โพเนนเชียล (NEGATIVE EXPONENTIAL DISTRIBUTION)

ตัวแปรเชิงสุ่มที่มีการแผ่กระจายเป็นแบบเอกซ์โพเนนเชียล จะมีรูปแบบของฟังก์ชัน การแผ่กระจายความน่าจะเป็น (Probability Distribution Function)

$$f(t) = \frac{1}{\lambda} e^{-t/\lambda}$$



รูป 2.7 การกระจายแบบเนกกาตีบเอกซ์โพเนนเชียล

การแผ่กระจายเป็นแบบเนกกาตีบเอกซ์โพเนนเชียล จะมีค่าตัวพารามิเตอร์คือค่า λ เพียงตัวเดียว และเป็นค่าบวก (Positive) คงที่ ตัวอย่างของการแผ่กระจายเป็นแบบเนกกาตีบเอกซ์โพเนนเชียล ที่พบในปัญหาประจำวัน เช่น ช่วงเวลาการเข้ามาของเครื่องบินที่เข้ามารับการบริการที่โรงงานซ่อมบำรุงเครื่องบิน ซึ่งในกรณีนี้จำนวนการเข้ามาของเครื่องบินในช่วงระยะเวลาคงที่ T จะมีการแผ่กระจายเป็นแบบปัวซอง (Poisson Distribution) ด้วยวิธีการใช้ Monte Carlo Technique [1] ใช้ความน่าจะเป็นสุ่มหาช่วงระยะเวลาที่เครื่องบินแต่ละลำเข้ามาในระบบ นอกจากนี้ยังสามารถใช้ความน่าจะเป็นสุ่มหาเวลาการให้บริการของระบบหน่วยบริการกายุการใช้งานของเครื่องจักร และอุปกรณ์ทางอิเลกทรอนิกส์ ซึ่งมีการกระจายของกายุการใช้งานเป็นแบบเนกาตีบ เอกซ์โปเนนเชียล

2.8 การแผ่กระจายแบบปกติ (NORMAL DISTRIBUTION)

รูปแบบของการแผ่กระจายแบบปกติ มีรูปแบบของฟังก์ชั่นของการแผ่กระจายความน่าจะเป็น (Probability Distribution Function) ดังนี้

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left\{\frac{y-\mu^*}{\sigma}\right\}^2}$$

y = ตัวแปรของข้อมูล มีค่าอยู่ระหว่าง $-\infty$ ถึง $+\infty$

μ^* = ค่ามัชฌิมของข้อมูล

σ^2 = ค่าความแปรปรวนของข้อมูล (Variance)

σ = ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

การแผ่กระจายแบบนี้ จะมีพารามิเตอร์ 2 ตัวคือ ค่ามัชฌิม μ^* และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ

---

[1] Mc Millan and Gonzales, System Analysis : (A computer Approach to Decision Models.), Illinois : Richard D. Irwin, Inc., 1965, p.154.

การแผ่กระจายแบบปกติ เป็นการแผ่กระจายที่มีความสำคัญอย่างยิ่ง ใช้ประโยชน์อย่างแพร่หลายในการที่ประมาณการแผ่กระจายข้อมูลที่มีความน่าจะเป็นเข้ามาเกี่ยวข้องไม่มีความยุ่งยาก หรือใช้เทคนิคที่ซับซ้อน เฉพาะอย่างยิ่งเมื่อจำนวนของการสุ่มตัวอย่างข้อมูลที่มีจำนวนมาก พบว่าการแผ่กระจายของข้อมูลจะมีการแผ่กระจายเป็นแบบปกติ

2.9 CHI-SQUARE GOODNESS OF FIT TESTS :

Chi-square Test เป็นวิธีการทดสอบการกระจายของข้อมูลเป็นไปตามสมมุติฐานที่ตั้งขึ้นหรือไม่ ใช้วิธีการเปรียบเทียบความถี่ของข้อมูลจริงกับความถี่ทางทฤษฎีของสมมุติฐานที่ตั้งขึ้น โดยกำหนดให้

θi = ความถี่ของข้อมูลจริง ในชั้นที่ i (class i)

Ei = ความถี่ทางทฤษฎี ในชั้นที่ i

K = จำนวนชั้นทั้งหมดของข้อมูล

χ^2 test = ค่าผลที่ได้จากการทดสอบ

$$\chi^2 \text{ test} = \sum_{i=1}^{k} \frac{(Oi - Ei)^2}{Ei}$$

ลำดับขั้นตอนของการทดสอบข้อมูล โดยวิธีการใช้ Chi-Square Test

1) พิจารณาตั้งสมมุติฐานของข้อมูล กำหนดค่าตัวพารามิเตอร์ของข้อมูล นำเอาความถี่จริงที่ได้รับมาเปรียบเทียบกับผลที่ได้ทางทฤษฎี

2) คำนวณหาผลต่างจากค่าของข้อมูลกับค่าทางทฤษฎีที่ควรจะเป็นไปได้ด้วย χ^2 test

3) พิจารณาเลือกค่าวิกฤต (Critical) จากตารางการทดสอบข้อมูลของ Chi-Square Test โดยพิจารณาถึง α และ Degree of freedom

α คือค่าระดับนัยสำคัญ (Level of Significance) หรือระดับความเชื่อถือของข้อมูลที่ยอมรับได้ ในสมมุติฐานที่ตั้งขึ้นทางทฤษฎีโดยทั่วไปในทางปฏิบัติแล้ว จะใช้

ระดับนัยสำคัญที่มีความเชื่อถือได้ 95 % หรือยอมให้มีความผิดพลาดได้ 5 %

ν คือค่า Degree of Freedom มีค่าเท่ากับผลต่างของจำนวนชั้นของข้อมูลกับจำนวนพารามิเตอร์ของข้อมูล

(ν = K - จำนวนพารามิเตอร์)

4) การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการทดสอบ χ^2test กับค่าที่ได้จากตาราง $\chi^2_{\alpha,\nu}$

ถ้า

$$\chi^2\text{test} < \chi^2_{\alpha,\nu}$$

ก็จะยอมรับสมมุติฐานของตัวพารามิเตอร์จากข้อมูลที่กำหนดขึ้น แต่ถ้ามากกว่าก็จะปฏิเสธการยอมรับสมมุติฐานที่ตั้งขึ้นนั้น