บทที่ 2

# ทฤษฎี

## 2.1 ต้นกำเนิดนิวตรอน (Neutron Sources)

แหล่งที่จะให้อนุภาคนิวตรอนออกมาคือ ปฏิกิริยานิวเคลียร์ ซึ่งมีได้หลายแบบด้วยกัน เช่น

| | |
|---|---|
| $H^3(d, n)\ He^4$ | $H^3(p, n)\ He^3$ |
| $H^2(\gamma, n)\ H^1$ | $H^2(d, n)\ He^3$ |
| $Be^9(\alpha, n)\ C^{12}$ | $Be^9(d, n)\ B^{10}$ |
| $Be^9(\gamma, n)\ Be^8$ | $B^{11}(\alpha, n)\ N^{14}$ |
| $Li^7(p, n)\ Be^7$ | fission reaction |

เครื่องปฏิกรณ์ปรมาณูเพื่อสันติที่อำเภอบางเขนใช้ $Be^9(\alpha, n)\ C^{12}$ โดยผสมธาตุ $Be^9$ และ $Pu^{239}$ เข้าด้วยกัน อนุภาค $\alpha$ จาก Pu จะทำปฏิกิริยากับ Be ตามปฏิกิริยาที่ (2-1)

$$_4Be^9 + {}_2He^4 \longrightarrow {}_6C^{12} + {}_0n^1 \quad ............ \quad (2\text{-}1)$$

และนิวตรอนที่เกิดขึ้นนี้จะไปทำให้เกิดปฏิกิริยานิวเคลียร์ฟิชชัน และเกิดปฏิกิริยาลูกโซ่ต่อไป ให้อนุภาคนิวตรอนออกมาอย่างมากมาย และเป็นนิวตรอนที่นำมาใช้ประโยชน์ได้มากที่สุด เช่น การสร้างไอโซโทป (Isotopes) กัมมันตรังสี ซึ่งเป็นผลผลิตที่นำมาใช้งานได้

## 2.2 การทำสารธรรมดาให้เป็นสารกัมมันตรังสีด้วยนิวตรอน (Neutron Activation)

นิวตรอนที่มีฟลักซ์ (Flux) สูง ๆ ในเครื่องปฏิกรณ์ปรมาณูเมื่อถูกทำให้มีพลังงานต่ำลงจนเป็นนิวตรอนช้า (Slow neutron) จะมีภาคตัดขวางของการถูกจับ

(Capture cross section, $\sigma_{act}$) โดยนิวเคลียสชนิดอื่น ๆ สูง นิวเคลียสแต่ละชนิดจะมีค่า $\sigma_{act}$ ต่างกัน ดังตัวอย่างเช่น

| ชนิดของธาตุ | $\sigma_{act}$ (barn)[1] |
|---|---|
| $Fe^{58}$ | 0.7 |
| $Au^{197}$ | 94 |
| $Cu^{63}$ | 3.9 |
| $Pb^{208}$ | $6 \times 10^{-4}$ |
| $Th^{232}$ | 7.0 |

การผลิตไอโซโทปเหล่านี้ โดยใช้นิวตรอนฟลักซ์ F, จำนวนนิวเคลียสของสารกัมมันตรังสีที่เกิดขึ้น R, จะเป็นไปตามสมการ (2-2)

$$R = \frac{F\,\sigma_{act}\,N(1 - e^{-\lambda t})\,e^{-\lambda t'}}{\lambda} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2-2)$$

เมื่อ

$\sigma_{act}$ = Activation cross section (barn)

N = จำนวนอะตอมของเป้าทั้งหมด

t = เวลาที่ใช้ยิงด้วยนิวตรอน

t' = เป็นเวลาหลังจากหยุดยิงด้วยนิวตรอนแล้ว

$\lambda$ = ค่าคงตัวของการสลายตัว (Decay constant) = $\frac{0.693}{T_{1/2}}$

$T_{1/2}$ = เวลาครึ่งชีวิต (Half life)

---

[1] Lapp, Lalph E. and Andrews, Howard L. 1964. Nuclear Radiation Physics. Engle Wood, N.J.: Prentice-Hall, Inc. p. 355

ความแรงของรังสี A, (activity) คือผลคูณระหว่างจำนวนนิวเคลียสที่จับนิวตรอนกับค่าคงตัว $\lambda$ , เพราะฉะนั้น

$$A = R\lambda = F\sigma_{act} N(1 - e^{-\lambda t})e^{-\lambda t'} \quad \text{.........} \quad (2\text{-}3)$$

ค่า N หาได้จากสมการ (2-4)

$$N = \frac{m}{M} \times N_o \quad \text{..................................} \quad (2\text{-}4)$$

เมื่อ m = น้ำหนักเป็นกรัมของสารที่จะเอาไปอาบนิวตรอน

M = น้ำหนักอะตอมของสารนั้น

$N_o$ = อโวกาโดรนัมเบอร์ = $6.02 \times 10^{23}$ อะตอม/กรัมโมลหรือกรัมอะตอม

A มีหน่วยเป็น dps (Disintegration per second)

$$1 \text{ curie} = 3.7 \times 10^{10} \text{ dps}$$

## 2.3 ต้นกำเนิดรังสีแกมมา

เมื่อนิวเคลียสที่เป็นเป้า (Target nucleus) จับนิวตรอนช้าแล้ว มันจะกลายเป็นนิวเคลียสใหม่ที่เรียกว่าคอมปาวนด์นิวเคลียส (Compound nucleus) ซึ่งมีพลังงานสูงกว่าระดับปกติ (Ground state) เรียกระดับนั้นว่าเอกซ์ไซเตดสเตท (Excited state) พลังงานที่มากเกินไปนี้จะถูกปล่อยออกมาในรูปของรังสีแกมมาอาจจะปล่อยออกมาหนึ่งตัวหรือมากกว่าก็ได้ เพื่อให้นิวเคลียสใหม่นี้มีพลังงานอยู่ในระดับปกติอีกครั้งหนึ่ง ดังสมการที่ (2-5)

$$Z^A + {}_0n^1 \longrightarrow \left[Z^{A+1}\right]^* \longrightarrow Z^{A+1} + \gamma \quad \text{...}(2\text{-}5)$$

A เป็นเลขบอกเลขมวล (Mass number) หรือจำนวนโปรตอนรวมกับจำนวนนิวตรอนในนิวเคลียส, Z เป็นเลขบอกจำนวนโปรตอนหรือเรียกว่าเลขอะตอม (Atomic number) ของนิวเคลียสที่เป็นเป้านั้น สำหรับ $\left[Z^{A+1}\right]^*$ แสดงถึงคอมปาวนด์นิวเคลียส

ที่มีพลังงานสูงกว่าระดับปกติ ปฏิกิริยาแบบนี้ ธาตุที่ถูกยิงด้วยนิวตรอนจะยังคงเป็นธาตุเดิมอยู่ เพียงแต่ค่าเลขมวลเพิ่มขึ้นอีกหนึ่งหน่วยเท่านั้น ดังตัวอย่างเช่น

$$_{1}H^{1} + {}_{0}n^{1} \longrightarrow \left[{}_{1}H^{2}\right]^{*} \longrightarrow {}_{1}H^{2} + \gamma$$

$$_{26}Fe^{58} + {}_{0}n^{1} \longrightarrow \left[{}_{26}Fe^{59}\right]^{*} \longrightarrow {}_{26}Fe^{59} + \gamma$$

รังสีแกมมาที่ออกมาจากปฏิกิริยาของแต่ละธาตุ จะเป็นพลังงานไม่เท่ากันเช่น รังสีแกมมาจาก $Fe^{59}$ ให้พลังงานประมาณ 1 MeV. มีครึ่งชีวิต 45 วัน ถ้าเป็น $Zn^{69}$ เป็นตัวให้รังสีแกมมา จะให้รังสีแกมมาพลังงาน 0.44 MeV. มีครึ่งชีวิต 13.8 ชั่วโมง เป็นต้น

## 2.4 การเกิดรังสีเบตา

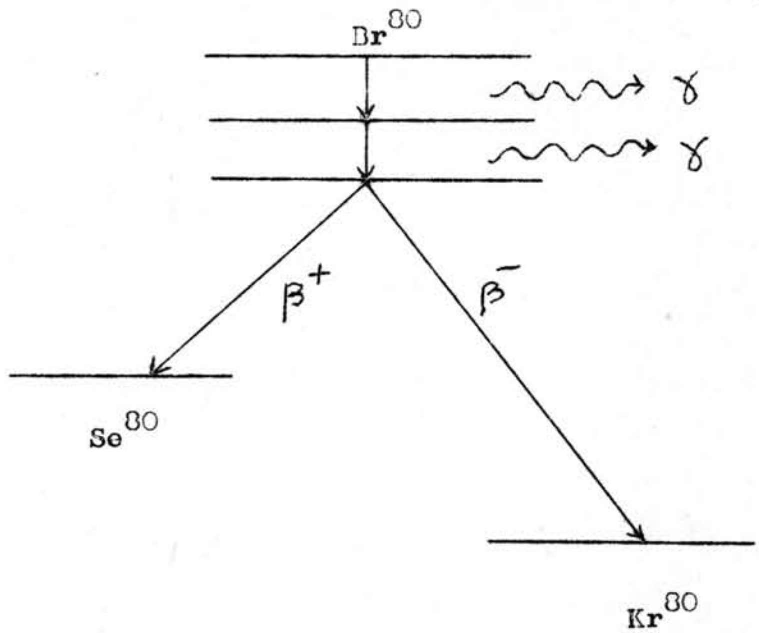
ธาตุที่จับนิวตรอนจนกลายเป็นธาตุกัมมันตรังสี นอกจากจะคายพลังงานออกมาเป็นรังสีแกมมาแล้ว ยังอาจจะสลายตัวปล่อยรังสีเบตา ( $\beta$) ออกมาด้วย ดังเช่น

$$Br^{79} + n^{1} \longrightarrow Br^{80} + \gamma$$

$$Br^{80} \longrightarrow Se^{80} + \beta^{+}$$

$$Br^{80} \longrightarrow Kr^{80} + \beta^{-}$$

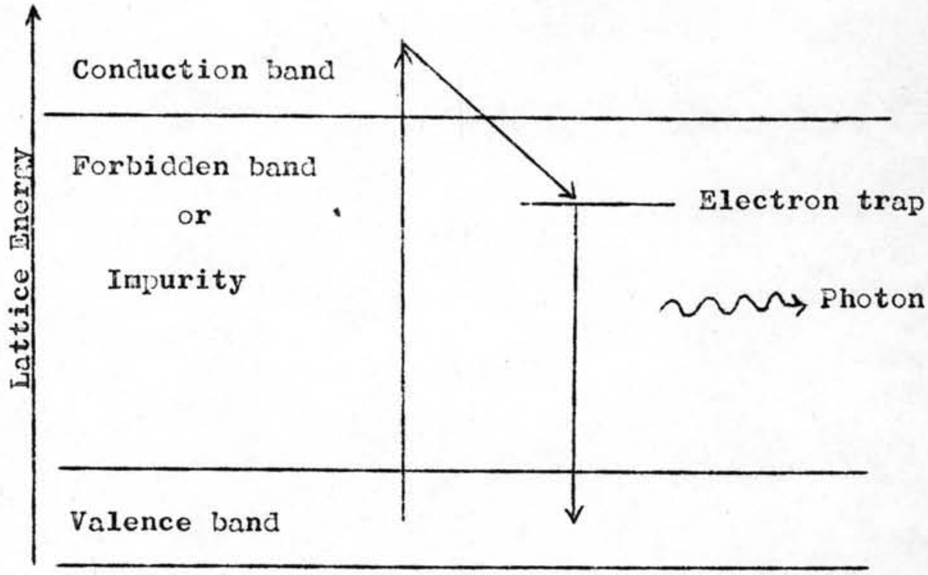
รังสีเบตานี้ อาจจะวัดได้ด้วยเครื่องวัดแบบซินทิลเลชัน เช่นเดียวกับรังสีแกมมา รูปที่ 2-1 แสดงให้เห็นวิธีการสลายตัวของ $Br^{80}$ให้รังสีต่าง ๆ




รูปที่ 2-1: การสลายตัวของธาตุกัมมันตรังสี $Br^{80}$ ให้รังสีแกมมา ($\gamma$) และรังสีเบตา $\beta^+$ , $\beta^-$

## 2.5 การวัดปริมาณรังสีด้วยเครื่องวัดแบบซินทิลเลชัน

เครื่องวัดแบบซินทิลเลชัน ประกอบด้วยชิ้นส่วนสำคัญ 2 ส่วนคือ **Scintillation crystal** (ผลึกที่ทำให้เกิดแสงวาบ ทำด้วย **NaI** ผสม **Thallium**) และหลอดโฟโตมัลติพลายเออร์ (**Photomultiplier**) เมื่อรังสีหรืออนุภาคที่มีความเร็วสูงตกกระทบผลึก มันจะคายพลังงานให้แก่อะตอม (**Atom**) ของผลึก และอะตอมนั้น ๆ เกิดไอออนไนซ์ (**Ionize**) มีโฮล (**Hole**) เกิดขึ้นในวาเลนซ์แบนด์ (**Valence band**) ของอะตอม ส่วนอีเลคตรอนที่ถูกไอออนไนซ์จะมีพลังงานอยู่ในคอนดักชันแบนด์ (**Conduction band**) อีเลคตรอนอิสระเหล่านี้จะกลับเข้าไปอยู่ในโฮลอีก โดยการปล่อยพลังงานออกมาในรูปของแสงสว่างเรียกว่า ฟลูออเรสเซนต์ (**Fluorescent**) ดังรูปที่ 2-2




รูปที่ 2-2: **Energy band** ใน **Ionic crystal**

ความเข้มหรือความสว่างของแสงนี้จะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับพลังงานที่ถูกดูดซับไว้ **(Absorbed)** จากรังสีที่ตกกระทบนั้น แสงนี้จะผ่านผลึกออกมาเข้าหลอดโฟโตมัลติพลายเออร์ ซึ่งจะเป็นตัวเปลี่ยนแสงให้เป็นกระแสอีเลคตรอน โดยกระบวนการโฟโตอีเลคตริก **(Photoelectric effect)** และขยายกระแสอีเลคตรอนให้สูงขึ้นโดยกระบวนการขยายกระแส **(Current amplification)** สัญญาณแต่ละครั้งเรียกว่าพัลส์ **(Pulse)** จะถูกส่งเข้าสู่เครื่องนับ และนับออกมาเป็นจำนวนที่เรียกว่าเคานท์ **(Count)**

## 2.6 การวัดรังสีจากวัตถุตัวอย่าง

### 2.6.1 การวัดรังสีเมื่อวัตถุตัวอย่างอยู่กับที่

รังสีถูกปล่อยออกมาจากแหล่งกำเนิดทุกทิศทุกทางในแนวเส้นตรง ถ้าแหล่งกำเนิดนั้นปล่อยรังสีออกมาอย่างสม่ำเสมอ จำนวนรังสีที่ผ่านพื้นที่หนึ่งหน่วยในแนวตั้งฉาก ในหนึ่งหน่วยเวลา เรียกว่าความเข้มของรังสีหรือฟลักซ์ของรังสี **(Radiation flux)** ซึ่งหาได้จากสมการ (2-6) คือ (ในกรณีที่เป็น **Point source**)

$$\text{Flux} = \frac{\text{จำนวนรังสีที่ปล่อยออกมาในหนึ่งหน่วยเวลา}}{4\pi r^2} \quad \text{........ (2-6)}$$

r = ระยะทางจากแหล่งที่ปล่อยรังสีถึงจุดที่หาฟลักซ์

จากสมการที่ (2-6) นี้พบว่า เมื่อระยะทางเพิ่มขึ้นหนึ่งเท่า ฟลักซ์จะลดลงถึง 2 เท่า ในการวัดรังสีจากเครื่องวัดแบบซินทิลเลชัน เรานับเป็น cpm (Count per minute) จำนวน cpm นี้จะเป็นปฏิภาคโดยตรงกับฟลักซ์ที่จุดเดียวกันในสูญญากาศ พบว่าจำนวน cpm จะลดหรือเพิ่มขึ้นด้วยสัดส่วนอันเดียวกันกับฟลักซ์ นั่นคือเมื่อระยะทางเพิ่มขึ้นจำนวน cpm จะลดลงและจะลดลงเป็นสัดส่วนผกผันกับระยะทางยกกำลังสองด้วย เมื่อเวลาผ่านไปความแรงของรังสีก็จะลดลงตามธรรมชาติของการแผ่รังสี จะลดลงในอัตราที่เร็วหรือช้าก็ขึ้นอยู่กับค่าคงตัวของการสลายตัว หรือค่าครึ่งชีวิตของมัน

ในกรณีที่ต้นกำเนิดของรังสีถูกกั้นด้วยสารที่ไม่ใช่สารกัมมันตรังสี จำนวน cpm ที่นับได้จะน้อยลงเพราะรังสีถูกกั้นไว้จะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับสัมประสิทธิ์การดูดกลืน (Absorbtion coefficient) รังสีของสารที่กั้นนั้นนอกจากนี้ยังขึ้นอยู่กับความหนาแน่นและความหนา[1] ของตัวกั้นด้วย รังสีแต่ละชนิดมีอำนาจในการทะลุทะลวงผ่านเครื่องกีดขวางต่างกัน ดังแสดงให้เห็นเป็นกราฟในรูปที่ 2-3 รังสีอัลฟา ($\alpha$) จะทะลุทะลวงได้น้อยที่สุด เพราะมันมีประจุไฟฟ้ามาก และมีกำลังในการทำให้เกิดไอออนไนซ์ได้มาก รังสีเบตา ($\beta$) มีอำนาจทำให้เกิดไอออนไนซ์ได้น้อยกว่ารังสีอัลฟาจึงทะลุทะลวงได้ดีกว่า แต่ก็สามารถกั้นให้หมดได้ที่ความหนาขนาดหนึ่ง

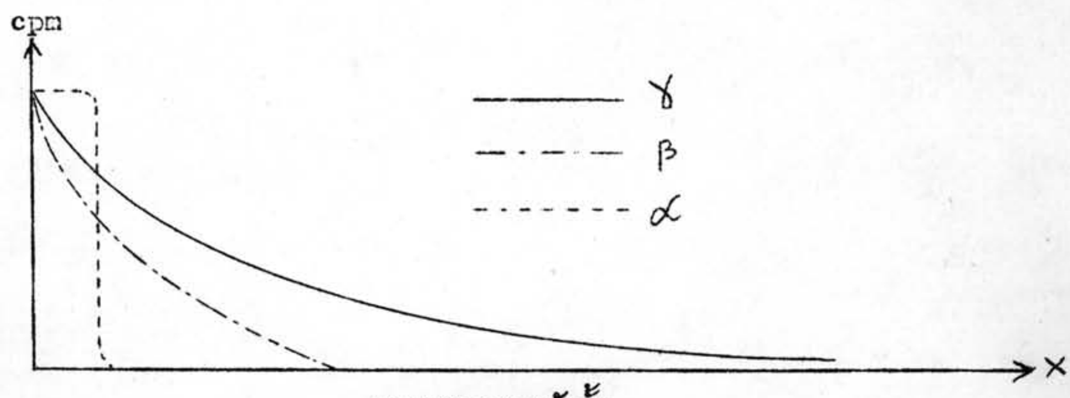
สำหรับรังสีแกมมานั้น เนื่องจากไม่มีประจุไฟฟ้า จึงมีอำนาจในการทำให้เกิดไอออนไนซ์ต่ำ จึงผ่านทะลุทะลวงสารที่กั้นได้ดี ยากแก่การกั้นให้หมดโดยสมบูรณ์ ดังสมการที่ (2-7) และรูปที่ 2-3

$$I = I_o e^{-\mu x} \quad \text{.................. (2-7)}$$

---

[1] **Educational Radiation Counter System, Instruction Manual, Publication No. 712270: Nuclear-Chicago Corporation. p. 5**

เมื่อ $I_o$ เป็นความเข้มของลำรังสีก่อนกระทบเครื่องกั้น




รูปที่ 2-3: แสดงเส้นกราฟการถูกดูดกลืนรังสี $\alpha$, $\beta$ และ $\gamma$ ที่ความหนาต่าง ๆ ของตัวกั้น

เมื่อ $I$ เป็นความเข้มที่ระยะต่าง ๆ ในตัวกั้น

$\mu$ เป็นสัมประสิทธิ์ของการดูดกลืน

$x$ เป็นระยะความหนาของเครื่องกั้น

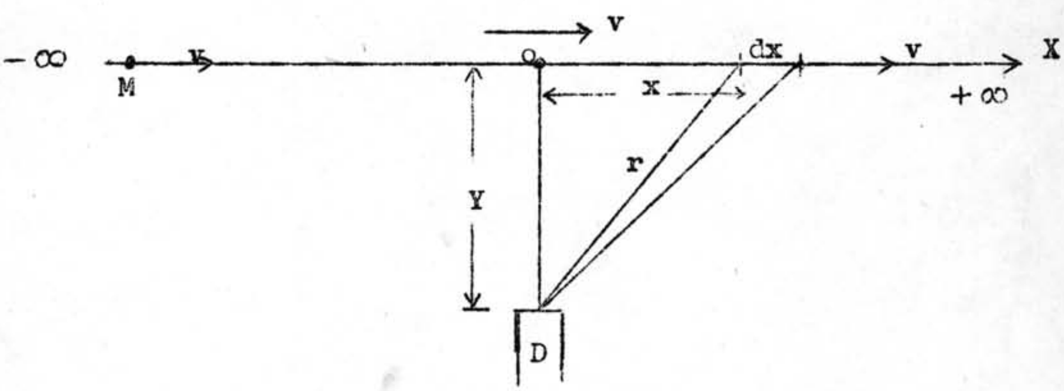
สารที่นิยมใช้เป็นตัวกั้นของรังสีแกมมาคือตะกั่ว เพราะมีความหนาแน่นสูง และยังมีค่า $\mu$ สูงด้วย

2.6.2 <u>การวัดรังสีและการหาความเร็วของวัตถุอาบรังสีที่กำลังเคลื่อนที่</u>

2.6.2.1 <u>วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่</u> ในกรณีเช่นนี้เราไม่อาจจะวัดรังสีเป็น cpm ได้ จะวัดได้ก็เฉพาะจำนวนสะสมเท่านั้น โดยให้วัตถุเคลื่อนที่ผ่านหน้าเครื่องวัดห่างจากหน้าเครื่องวัดพอสมควร ถ้าถือว่าวัตถุวิ่งมาจากอินฟินิตี (Infinity, $\infty$) ผ่านหน้าเครื่องวัดแล้วเลยไปสู่ระยะอินฟินิตีอีกทางด้านหนึ่งในแนวเส้นตรง จำนวนนับที่เครื่องวัดนับรังสีได้เรียกว่า จำนวนสะสม C

ในทางคณิตศาสตร์ ถ้าเรารู้ความเร็ว v และจำนวน cpm ที่ระยะทางหนึ่งหน่วยจากต้นกำเนิดรังสี เราก็สามารถจะคำนวณหาจำนวนสะสมของรังสีได้ ดังจะแสดงให้

เห็นต่อไปนี้ ดูรูปที่ 2-4 ประกอบด้วย




รูปที่ 2-4: แสดงลักษณะการเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v คงที่ของวัตถุ M ผ่านหน้าเครื่องวัด D

ให้ y เป็นระยะทางหน้าเครื่องวัดของเส้นทางที่วัตถุวิ่งผ่านไปซึ่งจะถือว่าเป็นแกน X

r เป็นระยะทางในขณะใด ๆ ของวัตถุกับหัวเครื่องวัด D

dt เป็นเวลาที่วัตถุใช้ในการเคลื่อนที่จากระยะ x ไปยัง x + dx

สมมติว่า S เป็นจำนวน cpm ของรังสีของวัตถุที่ระยะทาง 1 หน่วยจาก D

∴ จำนวน cpm เมื่อวัตถุอยู่ที่ตำแหน่ง x คือระยะ r จากเครื่องวัด วัด cpm ได้เป็น I โดยที่

$$I = \frac{S}{r^2}$$

$$\text{หรือ} \quad I = \frac{S}{x^2 + y^2}$$

ดังนั้นจำนวนสะสมของรังสีขณะที่วัตถุเคลื่อนที่จากตำแหน่ง x ไปสู่ x + dx จะเป็น dC โดยที่

$$dC = \frac{S}{x^2 + y^2}\, dt$$

เนื่องจากคืออัตราการเปลี่ยนแปลงระยะทางต่อเวลา

$$\therefore \quad v = \frac{dx}{dt}$$ และกำหนดให้คงที่

$$\therefore \quad dt = \frac{dx}{v}$$

ให้ C เป็นจำนวนสะสมทั้งหมดที่จะนับได้เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ผ่าน D

$$\therefore \quad C = \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{S}{x^2 + y^2} \right) \frac{dx}{v} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(2-8)}$$

จากสูตรการ Integrate

$$\int \frac{du}{a^2 + b^2u^2} = \frac{1}{ab} \tan^{-1} \frac{bu}{a} + \text{Constant}$$

จะได้

$$C = \frac{2S}{v} \left( \frac{1}{y} \tan^{-1} \frac{x}{y} \Big|_{0}^{\infty} \right)$$

$$= \frac{\pi S}{yv}$$

ให้ $\frac{\pi S}{y} = k$

$$\therefore \quad C = \frac{k}{v}$$

หรือ $C \propto \frac{1}{v}$

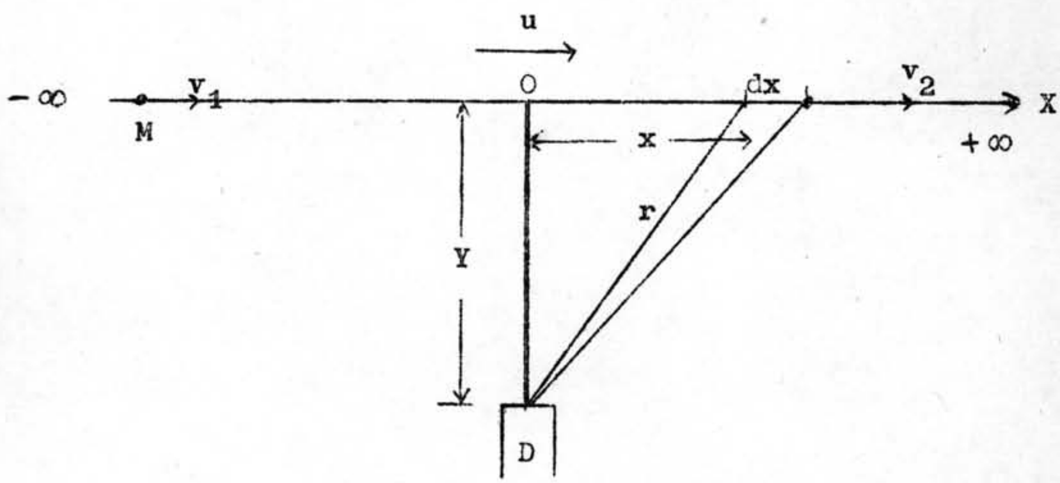
จะเห็นว่าจำนวนสะสมเป็นปฏิภาคส่วนกลับกับความเร็วของวัตถุ ในทางตรงกันข้าม ถ้าเรารู้ค่า C เราก็สามารถหา v ได้คือ

$$v = \frac{k}{c} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(2-9)}$$

2.6.2.2 <u>วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร่งสม่ำเสมอ</u> ถ้า u เป็นความเร็วของวัตถุขณะที่อยู่ตำแหน่ง x = 0 ดูตามรูปที่ 2-5, $v_1$ และ $v_2$ เป็นความเร็วขณะที่วัตถุ M เคลื่อนที่เข้ามาหาเครื่องวัดและออกจากเครื่องวัดไปตามลำดับ a เป็นความเร่งของวัตถุ

ให้ v เป็นความเร็วขณะเวลาใด ๆ

$$v^2 = u^2 + 2ax$$




รูปที่ 2-5 : วัตถุมีความเร่ง a วิ่งผ่านหน้าเครื่องวัด

$$\therefore \quad v = u\left(1 + \frac{2ax}{u^2}\right)^{1/2}$$

$$= u\left(1 + \frac{ax}{u^2} - \frac{1}{4}\frac{a^2x^2}{u^4} + \frac{1}{8}\frac{a^3x^3}{u^8} + \ldots\ldots\right)$$

ในกรณีที่ $a \ll u$

$$v \simeq u\left(1 + \frac{ax}{u^2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2\text{-}10)$$

จากสมการ (2-8)

$$C = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{S}{x^2 + y^2}\right) \frac{dx}{v}$$

แทนค่า v จากสมการ (2-10)

$$C = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{S}{x^2 + y^2}\right)\left(\frac{dx}{u + \frac{ax}{u}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2\text{-}11)$$

แยกการอินทีเกรท (Integration) ออกเป็นสองส่วนคือ จากเมื่อวัตถุอยู่ที่ $-\infty$ มาถึง $x = 0$, และเมื่อวัตถุอยู่ที่ $x = 0$ ไปถึง $x = \infty$ โดยถือว่า ณ เวลา $t = 0$ วัตถุอยู่ที่ $x = 0$ และมีความเร็วเท่ากับ $u$ ที่ $t = \infty$ วัตถุอยู่ที่ $x = \infty$

จากสมการที่ (2-11) แบ่งเป็น

$$C = C_1 + C_2 \qquad \text{.........................} \quad (2\text{-}12)$$

$$C_1 = \int_0^{\infty} \left(\frac{S}{x^2 + y^2}\right)\left(\frac{dx}{u + \frac{ax}{u}}\right)$$

$$C_2 = \int_{-\infty}^{0} \left(\frac{S}{x^2 + y^2}\right)\left(\frac{dx}{u + \frac{ax}{u}}\right)$$

$C_2$ สามารถเปลี่ยนลิมิท (Limit) ได้คือ

$$C_2 = \int_0^{\infty} \left(\frac{S}{x^2 + y^2}\right)\left(\frac{dx}{u - \frac{ax}{u}}\right)$$

หาค่าของ $C_1$

$$C_1 = \int_0^{\infty} \left(\frac{S}{x^2 + y^2}\right)\left(\frac{dx}{u + \frac{ax}{u}}\right)$$

$$= \frac{Su}{a^2y^2 + u^4} \int_0^{\infty} \left(\frac{u^2 - ax}{x^2 + y^2}\, dx + \frac{a^2}{ax + u^2}\, dx\right)$$

$$= \frac{Su}{a^2y^2 + u^4} \left(a \ln \frac{ay}{u^2} + \frac{u^2}{2y}\right)$$

หาค่าของ $C_2$

$$C_2 = \int_0^{\infty} \frac{Su\, dx}{(x^2 + y^2)(u^2 - ax)}$$

$$= \frac{Su}{a^2y^2 + u^4} \int_0^{\infty} \left(\frac{ax + u^2}{x^2 + y^2}\, dx + \frac{a^2}{u^2 - ax}\, dx\right)$$

$$C_2 = \frac{Su}{a^2y^2 + u^4}\left(a \ln \frac{u^2}{ay} + \frac{u^2}{2y}\right)$$

จากสมการที่ (2-12) จะได้



$$C = \frac{\pi Su^3}{y(a^2y^2 + u^4)}$$

$$C = \frac{\pi S}{yu(1 + \frac{a^2y^2}{u^4})} \quad \text{.........................} \quad (2\text{-}13)$$

จะพบว่าถ้า $a \ll u$ ผลการคำนวณหาจำนวนสะสม C, เกือบจะเท่ากับในกรณีที่มีความเร็วคงที่ v เทอมที่ทำให้จำนวนสะสมลดลงคือ $(1 + \frac{a^2y^2}{u^4})$ โดยประมาณแล้ว ค่า $\frac{a^2y^2}{u^4}$ เกือบเป็น 0 เพราะฉะนั้นเทอม $(1 + \frac{a^2y^2}{u^4})$ เกือบเป็น 1

$$\therefore \quad C = \frac{\pi S}{yu(1 + \frac{a^2y^2}{u^4})} \approx \frac{\pi S}{yu}$$

ทำนองเดียวกับสมการที่ (2-9)

$$C = \frac{\pi S}{y}\left(\frac{1}{u}\right) = \frac{k}{u}$$

ในทางตรงกันข้าม ถ้ารู้ค่า C ก็หา u ได้

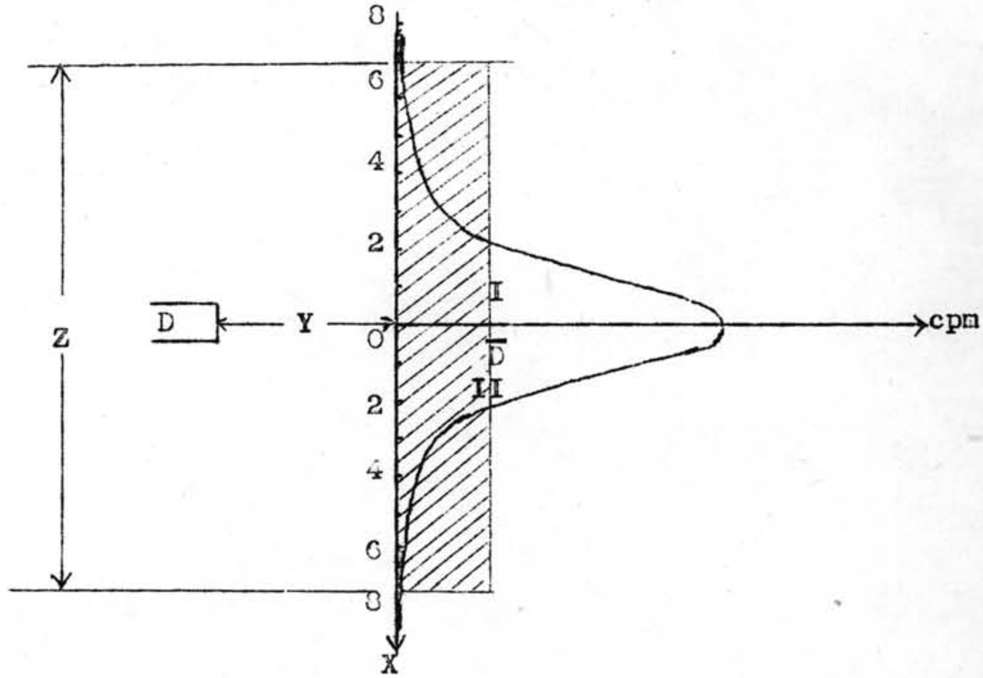
$$\therefore \quad u = \frac{k}{C} \quad \text{.........................} \quad (2\text{-}14)$$

ความเร็ว u ที่คำนวณได้จะเป็นความเร็วเมื่อวัตถุอยู่ที่ x = 0 หรือความเร็วเฉพาะจุดใดจุดหนึ่งเท่านั้น

## 2.7 ความสัมพันธ์ระหว่าง cpm เฉลี่ย, จำนวนสะสมและความเร็วของวัตถุ

เมื่อเอาวัตถุกัมมันตรังสีวางไว้ที่จุดต่าง ๆ ในแนวเส้นตรงที่ตั้งในแนวดิ่งอยู่ข้างหน้าและตั้งได้ฉากพอดีกับแนวหัวเครื่องวัด D แต่ละจุดห่างกันพอสมควรดังแสดงในรูป 2-6 แล้ว จำนวน cpm ที่วัดได้ ณ จุดต่าง ๆ เมื่อนำมาเขียนกราฟกับระยะทางตามแกน X จากแนวหัวเครื่องวัด D จะมีลักษณะดังรูปที่ 2-6 เส้นกราฟจะไม่เป็นไปตามกฎกำลังสอง

ผกผัน ดังในสมการที่ 2-6 ทีเดียว ทั้งนี้เพราะจำนวนรังสีถูกกั้นด้วยของเหลวในกระบอกแก้ว และตะกั่วที่หุ้มหัวเครื่องวัด ดังนั้นการคำนวณหาความเร็วตามสมการที่ (2-14) จึงใช้ไม่ได้โดยตรง ต้องอาศัยการทดลองแทน ซึ่งจะแสดงให้เห็นดังต่อไปนี้




รูปที่ 2-6: กราฟแสดงการวัดรังสีที่จุดต่าง ๆ หน้าเครื่องวัด D

พื้นที่ใต้เส้นโค้งจะมีความสัมพันธ์กับจำนวนสะสม C เมื่อปล่อยวัตถุนั้นให้วิ่งด้วยความเร็วคงที่ตามแนวเส้นตรง x นี้ การหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งจะได้จากค่าเฉลี่ยของจำนวน cpm โดยเอาจำนวน cpm แต่ละจุดในซีกที่ I ในรูปที่ 2-6 เริ่มต้นตั้งแต่ตำแหน่ง x = 0 เป็นต้นไปมารวมกันทั้งหมดแล้วหารด้วยจำนวนจุดก็จะได้ค่าเฉลี่ย เรียกค่าเฉลี่ยนี้ว่าค่าเฉลี่ยซีกที่ I ($\overline{D}_I$) ในทำนองเดียวกันก็สามารถหาค่าเฉลี่ยในซีกที่ II ($\overline{D}_{II}$) ได้ ค่าเฉลี่ยทั้งหมดหาได้จากสมการ (2-15)

$$D = \frac{\overline{D}_I + \overline{D}_{II}}{2} \qquad \text{.......................} \quad (2\text{-}15)$$

เมื่อวัตถุกัมมันตรังสีวิ่งผ่านเครื่องวัด เครื่องวัดนับจำนวนสะสมได้ C ถ้า Z เป็นระยะทางที่มีผล (Effect) ในการวัดรังสีสะสมระยะทางที่ห่างออกไปเกินช่วง Z นี้

การวัดจำนวน cpm จากรังสีของวัตถุแทบจะนับไม่ได้คือค่าที่นับได้นั้นพอ ๆ กับ cpm ของแบคกราวน์เท่านั้น ทั้งนี้เพราะรังสีจากวัตถุถูกกั้นด้วยตะกั่วจนเกือบหมด

ถ้าวัตถุใช้เวลา t ในการเคลื่อนที่ได้ระยะทาง z ซ.ม.

$$v = \frac{z}{t} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2\text{-}16)$$

เนื่องจาก

$$C = \overline{D}t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2\text{-}17)$$

$$\therefore \quad C = \frac{\overline{D}z}{v}$$

$\overline{D}z$ คือพื้นที่ใต้เส้นโค้งโดยประมาณ ดังรูปที่ 2-6

$$\therefore \quad v = \frac{\overline{D}z}{C} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2\text{-}18)$$

เพราะว่า $\overline{D}$ วัดเป็น cpm

$$\therefore \quad v = \frac{\overline{D}z}{60C} \quad \text{ซ.ม.ต่อวินาที} \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2\text{-}19)$$

ซึ่งเป็นสมการที่นำมาใช้คำนวณหา v ในการวิจัยนี้

เมื่อเทียบกับสมการที่ (2-9) และ (2-14) จะพบว่า k เทียบได้กับ $\frac{\overline{D}z}{60}$ ซึ่งเป็นค่าคงตัว

จะเห็นว่าการคำนวณทางคณิตศาสตร์ กับการคำนวณจากการทดลองนั้น ให้ผลเช่นเดียวกันคือ ค่าความเร็วจะเป็นปฏิภาคส่วนกลับกับจำนวนสะสมของรังสี

การทดลองซ้ำที่ระยะเดิมเมื่อรังสีอ่อนลงหรือเมื่อเวลาผ่านไปนานพอสมควร ไม่จำเป็นต้องวัดรังสีที่ละจุดใหม่อีก เพราะทำให้เสียเวลาโดยใช่เหตุ เนื่องจากเรารู้คุณสมบัติของรังสีแล้วว่า เมื่อเวลาผ่านไปรังสีจะสลายตัวไปเรื่อย ๆ และความแรงของรังสีก็จะอ่อนลงตลอดเวลา การลดของความแรง ณ จุดใด ๆ มีอัตราคงที่เสมอ ดังนั้นเพียงแต่เราวัด cpm ค่าที่มากที่สุดคือที่ x = 0 เพียงค่าเดียวเราก็จะหาค่า $\overline{D}$ ใหม่ได้ ดังสมการที่ (2-20)

$$\overline{D}_2 = \frac{D_{max2}}{D_{max1}}\overline{D}_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2\text{-}20)$$

เมื่อ $\overline{D}_1$ เป็นค่าเฉลี่ยที่ต้องการหาเมื่อวัดครั้งที่ 1

$\overline{D}_2$ เป็นค่าเฉลี่ยของการทดลองครั้งที่ 2

$D_{max1}$ เป็นค่า cpm ที่ตำแหน่ง x = 0 ในการวัดครั้งที่ 1

$D_{max2}$ เป็นค่า cpm ที่ตำแหน่ง x = 0 ในการวัดครั้งที่ 2

ในทำนองเดียวกัน ไม่ว่าจะทำการทดลองกี่ครั้งก็สามารถหา $\overline{D}$ ได้เสมอ โดยใช้สมการที่ (2-20) นี้

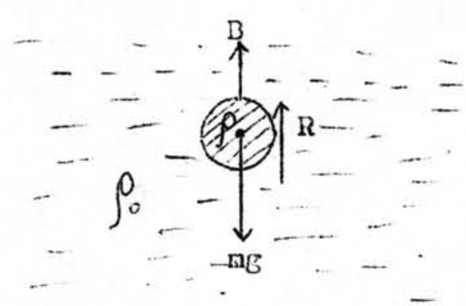
## 2.8 การหาความหนืดของของเหลว

การหาความเร็วในข้อ 2.7 สามารถนำมาใช้หาความหนืดของของเหลวได้ ถ้าวัตถุนั้นเป็นทรงกลมตามกฎของสโตกส์ (Stokes' law) ซึ่งกล่าวไว้ว่า เมื่อทรงกลมเคลื่อนที่อย่างช้า ๆ ในของเหลวซึ่งหยุดนิ่ง แรงต้าน R ต่อการเคลื่อนที่ของทรงกลมหาได้โดยสมการ (2-21)

$$R = 6\pi\eta rv \quad \text{.........................} \quad (2\text{-}21)$$

เมื่อ $\eta$ เป็นสัมประสิทธิ์ของความหนืดของของเหลว, r เป็นรัศมีของทรงกลม และ v เป็นความเร็วของทรงกลมเทียบกับของเหลว สมการนี้หามาโดย เซอร์ ยอร์จ สโตกส์ (Sir George Stokes) ในปี ค.ศ.1845 เรียกกฎของสโตกส์

แรงที่กระทำต่อทรงกลมมีน้ำหนักของทรงกลมเอง mg, แรงพยุงของของเหลว B และแรงต้าน R ดังแสดงในรูปที่ 2-7




รูปที่ 2-7: การตกของทรงกลมในของเหลว

เนื่องจากแรงต้าน R เป็นปฏิภาคโดยตรงกับความเร็วของทรงกลม ดังนั้นตอนเริ่มต้นแรงต้าน R จะเป็นศูนย์ ทรงกลมจะเคลื่อนที่ด้วยความเร่งขึ้นเรื่อย ๆ ในขณะเดียวกันแรงต้านก็จะเพิ่มขึ้นด้วยในทิศทางตรงกันข้าม จนในที่สุดแรงลัพธ์ที่กระทำต่อทรงกลมจะเป็นศูนย์ ทรงกลมจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ที่เรียกว่า "ความเร็วปลาย" (Terminal velocity)

เมื่อถึงความเร็วปลายแล้ว

$$mg - B = R$$

$$\frac{4}{3} r^3(\rho - \rho_0) = 6\pi r \eta v$$

$\rho$ และ $\rho_0$ เป็นความหนาแน่นของทรงกลมและของของเหลวตามลำดับ

$$\therefore \quad \eta = \frac{2}{9} r^2 g \frac{(\rho - \rho_0)}{v} \quad \text{.............} (2\text{-}22)$$

สมการที่ (2-22) นี้จะใช้ได้ดีเมื่อ vr จะต้องน้อยมากเมื่อเทียบกับ $\eta$ และใช้กับของเหลวที่ไม่มีขอบเขต เช่นในมหาสมุทร

ในกรณีที่ทรงกลมตกในของเหลวที่มีขอบเขตจำกัด เช่น ของเหลวถูกบรรจุในหลอดแก้วทรงกระบอกยาว สิ่งที่จะต้องแก้เพื่อให้ใช้กับสูตรของสโตกส์ได้คือ ขอบเขตด้านผนังและด้านปลายล่างของกระบอกแก้วเรียกว่า Boundary condition ผู้ที่แก้ไขคือ Ladenburg[1]

ข้อแก้ไขเนื่องจากขอบเขตของผนัง

$$v_\infty = v(1 + 2.4 \frac{r}{R_o})$$

เมื่อ v เป็นความเร็วที่วัดได้, $R_o$ เป็นรัศมีภายในของกระบอก และ $v_\infty$ จะเป็นความเร็ว ถ้าของเหลวนั้นมีขอบเขตเป็นอินฟินิตี้ทั้งกว้างและลึก

---

[1] Radenburg: Newman, F.H., and Searle, V.H.L. 1962. The General Properties of Matter. London: Edward Arnold (Publishers) p. 230

เมื่อความลึกมีขอบเขตจำกัดคือ ความสูงของของเหลวในกระบอกเป็น h ค่าที่แก้จะเป็น

$$v_{\infty} = v(1 + 3.3 \frac{r}{h})$$

ดังนั้น สูตรหาความหนืดที่แก้ไขแล้วจะเป็น

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{(\rho - \rho_{o})gr^2}{v(1 + 2.4 \frac{r}{R_o})(1 + 3.3 \frac{r}{h})} \quad .... (2-23)$$

ความเร็วสุดท้ายที่มากที่สุด (Critical velocity) ที่จะใช้ได้กับสูตรของสโตกส์นี้หาได้จากสูตรดังต่อไปนี้

$$v = \frac{N_R \rho_o}{d \eta} \quad ........................ (2-24)$$

เมื่อ $N_R$ = Reynolds number[1]

$\rho_o$ = ความหนาแน่นของของเหลว

d = เส้นผ่าศูนย์กลางของทรงกลม

จากสมการ (2-24) จะพบว่า สูตรของสโตกส์จะใช้ได้ดีเมื่อ $N_R$ มีค่าน้อยน้อยเมื่อเทียบกับ 1

อย่างไรก็ดีความหนืดของของเหลว คงที่เฉพาะเมื่ออุณหภูมิและความดันคงที่เท่านั้น เมื่อความดันหรืออุณหภูมิ หรืออย่างใดอย่างหนึ่งเปลี่ยนแปลงไป $\eta$ ก็จะเปลี่ยนไปด้วย

หน่วยของความหนืดในระบบ c.g.s. เป็น poise

$$1 \text{ poise} = 1 \text{ dyn} - \text{sec/cm}^2$$

---

[1] Reynolds number: Prandtl, L. 1952. Essentials of Fluid Dynamics. New York: Hafner Publishing Company. p. 191