

## บทที่ 2

### ผิวสัมผัสระหว่างโลหะกับสารกึ่งตัวนำ



#### 2.1 แบบจำลองในการพิจารณาผิวสัมผัสระหว่างโลหะกับสารกึ่งตัวนำ

##### 2.1.1 ลักษณะสมบัติบริเวณผิวของของแข็ง

Work function ของโลหะ  $\phi_m$  เป็นค่าแสดงปริมาณงานที่อิเล็กตรอนที่มีพลังงานบริเวณระดับพลังงานเฟอร์มิ (Fermi Energy Level) ต้องได้รับเพื่อจะหลุดออกไปนอกผิวของโลหะ (Vacuum Level) จากการคำนวณด้วยทฤษฎี Quantum mechanics พบว่า  $\phi_m$  ประกอบด้วยองค์ประกอบภายในเนื้อสาร (ซึ่งเกิดจาก Periodic Potential ของผลึก และ Interaction ระหว่างอิเล็กตรอนกับอิเล็กตรอน) กับองค์ประกอบบริเวณผิวซึ่งเกิดจาก Dipole Layer (17)

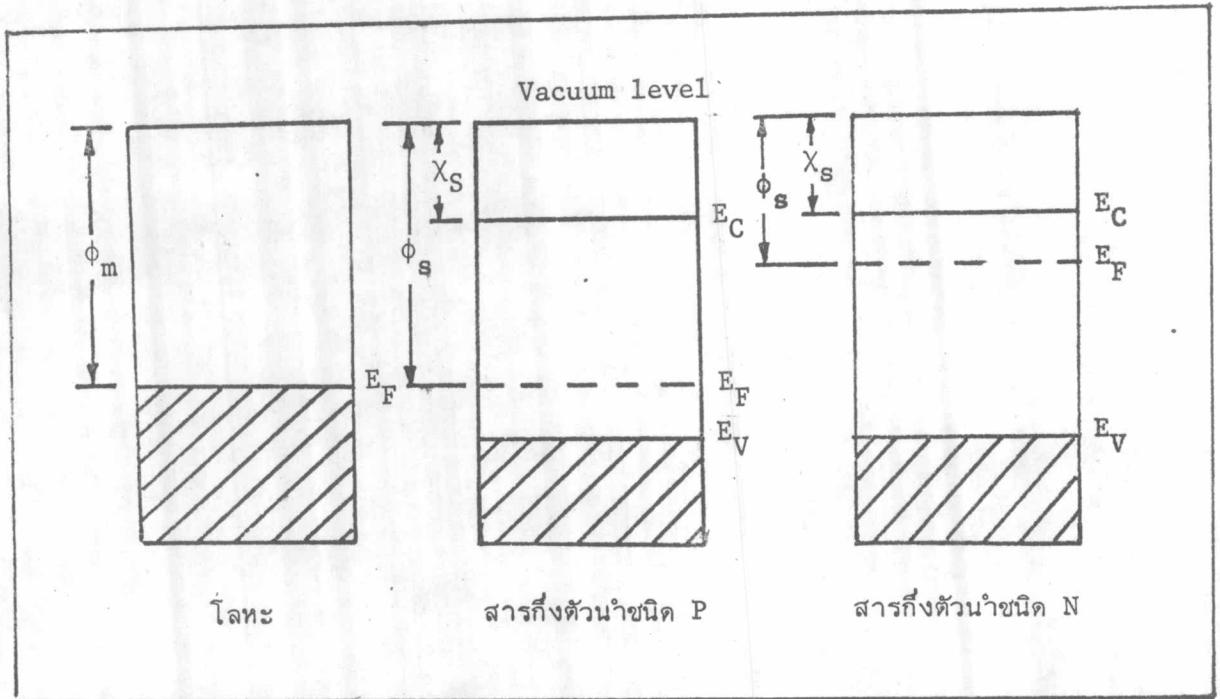
##### Work function $\phi_s$ และ Electron affinity $\chi_s$ ของสารกึ่งตัวนำ

$\phi_s$  มีค่าเท่ากับผลต่างของระดับพลังงานเฟอร์มิและระดับพลังงานอิเล็กตรอนนอกผิวสารกึ่งตัวนำ แม้ว่าอิเล็กตรอนในสารกึ่งตัวนำไม่สามารถมีพลังงานเท่ากับระดับพลังงานเฟอร์มิก็ตาม เป็นที่เข้าใจกันทั่วไปว่า ค่า  $\phi_s$  นั้นเป็นเพียงค่าจำกัดความทางด้านสถิติและเป็นค่าเฉลี่ย

$\chi_s$  เป็นค่าแสดงผลต่างของระดับพลังงานระหว่างระดับพลังงานต่ำสุดของ Conduction band และระดับพลังงานนอกผิวของอิเล็กตรอนในสารกึ่งตัวนำ ถ้าระดับพลังงานเป็นแบบราบ (เช่นกรณีไม่มีสนามไฟฟ้าภายในเนื้อสารกึ่งตัวนำ)

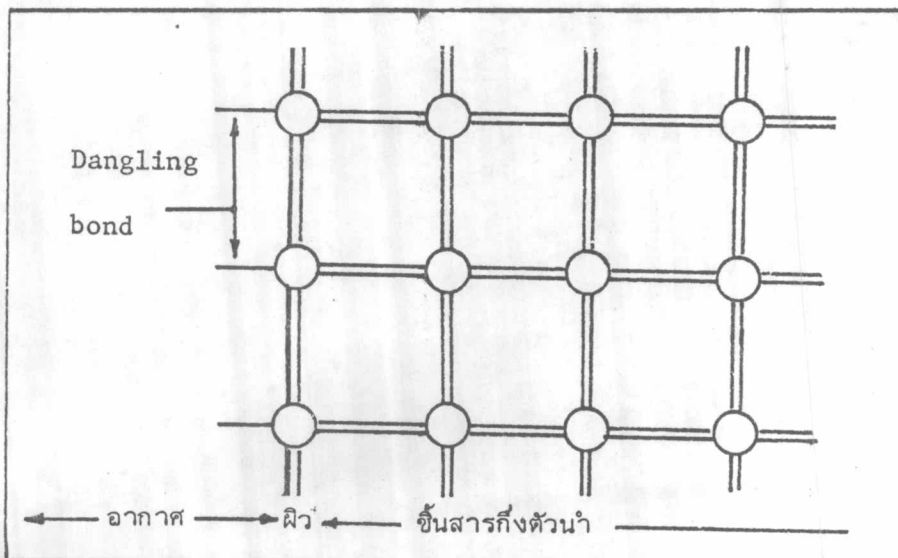
$$\phi_s = \chi_s + \xi \quad (2.1)$$

โดยที่  $\xi$  มีค่าเท่ากับผลต่างของ  $\phi_s$  และ  $\chi_s$   $\phi_s$  และ  $\chi_s$  ประกอบด้วยองค์ประกอบภายในเนื้อสารกึ่งตัวนำกับองค์ประกอบบริเวณผิว



รูปที่ 2.1 แสดงแถบพลังงานของวัตถุเมื่ออยู่แยกกัน  $E_C$ ,  $E_F$ ,  $E_V$  คือ ระดับพลังงานต่ำสุดของ Conduction band, ระดับพลังงานเฟอร์มิ และระดับพลังงานสูงสุดของ Valence band ตามลำดับ

Surface states เป็นระดับพลังงานศักย์ที่อิเล็กตรอนสามารถมีค่าพลังงานอยู่ในช่วงของเขตปลอดพาหะบริเวณผิวของสารกึ่งตัวนำได้ ระดับพลังงานนี้เป็นผลเนื่องมาจากสิ่งแปลกปลอมของสารอื่นๆบริเวณผิวของสารกึ่งตัวนำและความคลาดเคลื่อนในการเรียงตัวของอะตอมที่ผิวของผลึกสารกึ่งตัวนำ ดังรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 แสดง Dangling bond บริเวณผิวของสารกึ่งตัวนำแบบ Cubic อะตอมในเนื้อสารจะจับคู่กับอะตอมข้างเคียงแบบ Double bond แต่ที่บริเวณผิวจะขาดอะตอมข้างเคียงไปด้านหนึ่ง

การพิจารณาถึงตัวนำแบบ Cubic อะตอมแต่ละตัวจะจับกับอะตอมข้างเคียงแบบ Covalent หรือ Double bond ด้วยอิเล็กตรอนชั้นนอกสุดของอะตอมทั้งสอง แต่ด้านนอกของอะตอมตรงผิวขาดอะตอมข้างเคียง ทำให้อิเล็กตรอนชั้นนอกสุดของอะตอมตรงผิวลอยอยู่จึงเกิดแขนขาด (Dangling bond) ขึ้น เมื่อนำผิวสารกึ่งตัวนำมาสัมผัสกับโลหะอะตอมตรงผิวอาจจะให้อิเล็กตรอนชั้นนอกที่ลอยแก๊โลหะหรือรับอิเล็กตรอนของโลหะ เพื่อทำให้เกิด Covalent bond ก็ได้ สภาวะเช่นนี้ก่อให้เกิด Surface states

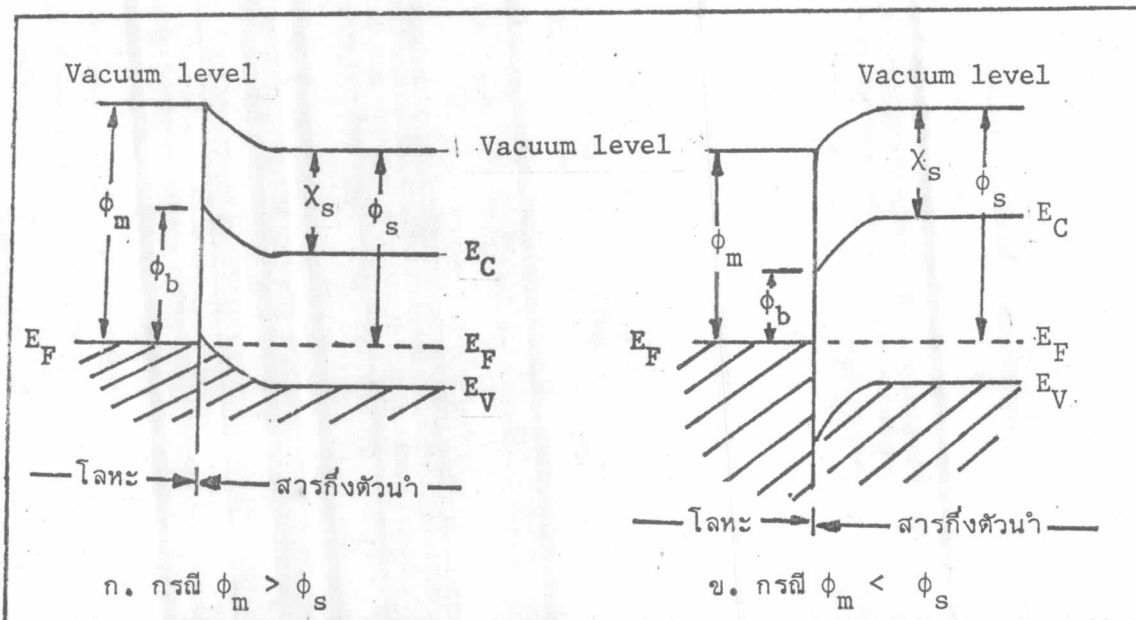
ในแง่ของการคำนวณโดยอาศัยสมการของ Schrödinger เมื่อคิดสภาวะตรงผิวจะได้ระดับพลังงานมีค่าอยู่ใน band gap ค่า Wave vector เป็นค่าจินตภาพ (Imaginary values) และ Wave function มีขนาดลดลงแบบ Exponential (18,19)

### 2.1.2 ลักษณะแถบพลังงานของผิวสัมผัสระหว่างโลหะกับสารกึ่งตัวนำ

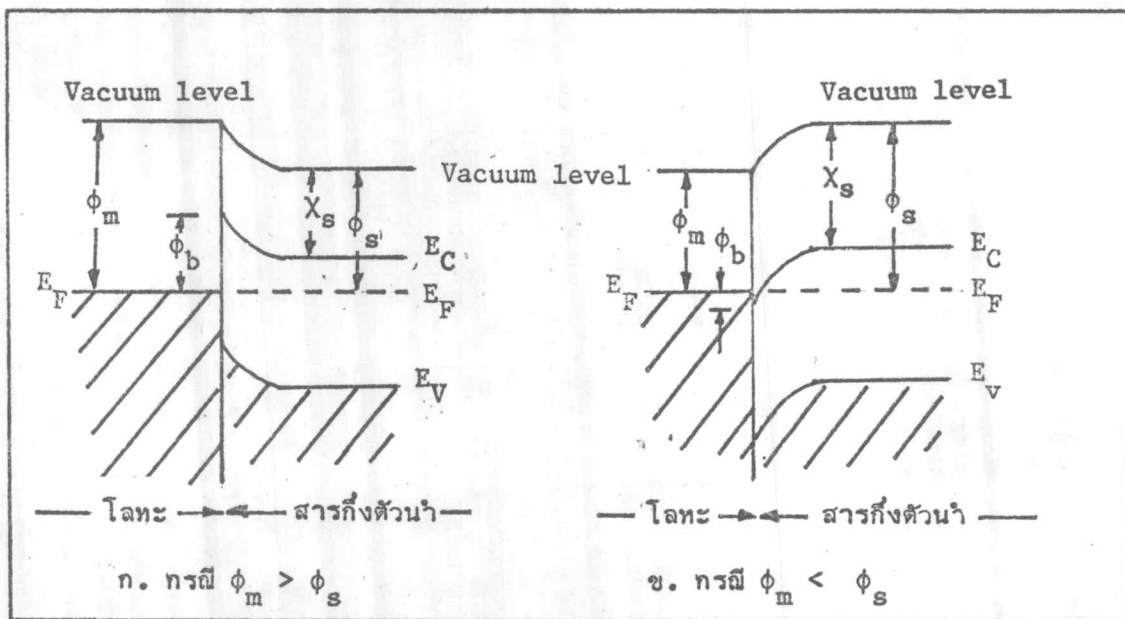
เมื่อนำโลหะมาสัมผัสกับสารกึ่งตัวนำจะเกิดการถ่ายเทอิเล็กตรอนจนระดับพลังงานเฟอร์มิของโลหะและของสารกึ่งตัวนำมีระดับเท่ากัน เนื่องจากโลหะมีอิเล็กตรอนอิสระหนาแน่นมาก อิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่จากโลหะไปสารกึ่งตัวนำหรือจากสารกึ่งตัวนำไปโลหะจะทำให้เกิดประจุบวกหรือประจุลบ ส่วนเกินในบริเวณเนื้อโลหะเป็นระยะทางน้อยกว่า Thomas - Fermi screening distance (ประมาณ 0.5 อังสตรอม) (9) จึงถือได้ว่าระดับพลังงานของโลหะไม่เกิดการโค้งงอเมื่อโลหะสัมผัสกับสารกึ่งตัวนำ ส่วนความหนาแน่นของอิเล็กตรอนและโฮลในสารกึ่งตัวนำมีค่าน้อยกว่าระดับพลังงานในสารกึ่งตัวนำจึงเกิดการโค้งงอและเกิดเขตปลอดพาหะบริเวณกว้าง (ขนาดใกล้เคียงกับเขตปลอดพาหะของหัวต่อ P - N)

ผิวสัมผัสระหว่างโลหะกับสารกึ่งตัวนำชนิด P และ N สามารถแสดงได้โดยรูปที่ 2.3 และ 2.4 (20) โดยค่า Barrier height มีค่าตามทฤษฎีของ Mott ดังสมการ

$$\phi_{bn} = \phi_m - \chi_s \quad \text{และ} \quad \phi_{bp} = E_g + \chi_s - \phi_m \quad (2.2)$$



รูปที่ 2.3 แถบพลังงานของผิวสัมผัสระหว่างโลหะกับสารกึ่งตัวนำชนิด P



รูปที่ 2.4 แถบพลังงานของผิวสัมผัสระหว่างโลหะกับสารกึ่งตัวนำชนิด N

จากรูปที่ 2.3 และ 2.4 สรุปได้ว่า (20)

กรณีสารกึ่งตัวนำแบบ P

ถ้า  $\phi_m > \phi_s$  จะได้ผิวสัมผัสแบบโอห์มมิก

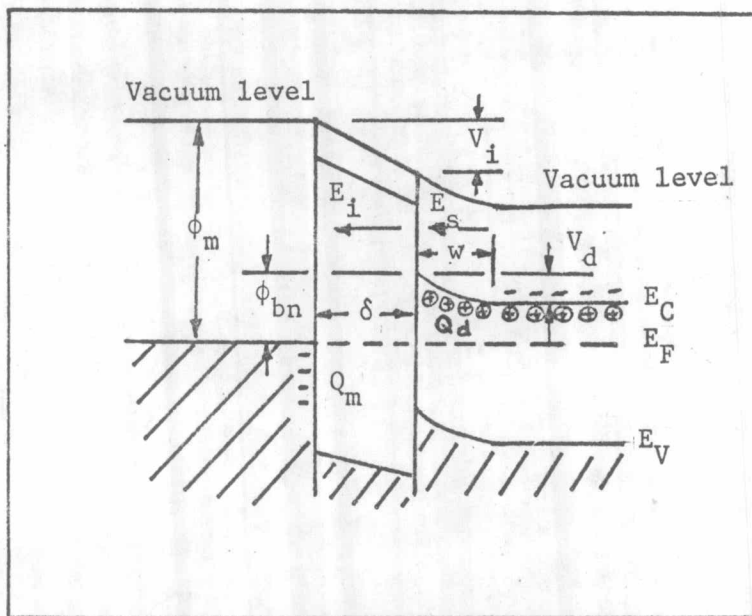
ถ้า  $\phi_m < \phi_s$  จะได้ผิวสัมผัสแบบเรกติฟายอิง

กรณีสารกึ่งตัวนำแบบ N

ถ้า  $\phi_m > \phi_s$  จะได้ผิวสัมผัสแบบเรกติฟายอิง

ถ้า  $\phi_m < \phi_s$  จะได้ผิวสัมผัสแบบโอห์มมิก

ผิวสัมผัสที่สร้างขึ้นโดยวิธีระเหยไอโลหะภายใต้สภาวะสุญญากาศจะมี Interfacial layer กั้นระหว่างโลหะกับสารกึ่งตัวนำหนาประมาณ 9 - 340 อังสตรอม (21) เมื่อมีความต่างศักย์ตกคร่อมผิวสัมผัส ความต่างศักย์ส่วนหนึ่งจะตกคร่อม Interfacial layer ดังแสดงในรูปที่ 2.5 ซึ่งเป็นกรณีเดียวกับรูปที่ 2.4 ก.



รูปที่ 2.5

แสดงแถบพลังงานระหว่างโลหะกับสารกึ่งตัวนำแบบ N ที่มี Interfacial layer กั้นกลาง กรณี  $\phi_m > \phi_s$

$$V_i = \delta E_i \quad (2.3)$$

เมื่อ  $\delta$  = ความหนาของ Interfacial layer

$E_i$  = สนามไฟฟ้าตกคร่อม Interfacial layer

Schottky และ Mott ได้ละเลยค่า  $V_i$  โดยคิดว่าความหนาของ Interfacial layer มีค่าน้อยมากจนอิเล็กตรอนทะลุผ่านได้อย่างง่ายดาย และเสนอว่าปริมาณกระแสผ่านผิวสัมผัสขึ้นอยู่กับ การ Drift และ Diffusion ในเนื้อสารกึ่งตัวนำ

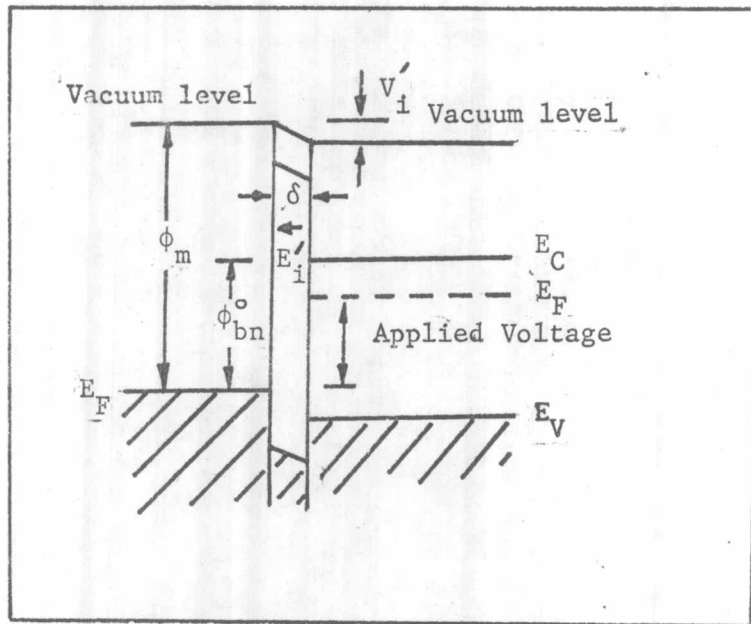
การทดลองส่วนใหญ่ได้ผลไม่ตรงตามสมการ (2.2) Bardeen ได้อธิบายผลการทดลองดังกล่าวว่าเป็นผลเนื่องจาก Surface states จำนวนมากบริเวณผิวของสารกึ่งตัวนำทำหน้าที่คล้ายวงจรมีป้อนกลับจนในที่สุด

$$\phi_{bn} = E_g - \phi_0 \text{ และ } \phi_{bp} = \phi_0 \quad (2.4)$$

$\phi_0$  เป็นระดับพลังงานของ Surface states คิดเทียบกับ  $E_v$  ถ้า  $\phi_0$  เป็นระดับพลังงานเดียวกับระดับพลังงานเฟอร์มิ ประจําเนื่องจาก Surface states  $Q_{ss}$  มีค่าเป็นศูนย์ แต่ถ้า  $\phi_0$  มีค่าสูงกว่าหรือต่ำกว่าระดับพลังงานเฟอร์มิ  $Q_{ss}$  จะมีค่าเป็นบวกและลบตามลำดับ กรณีสารกึ่งตัวนำแบบ N ซึ่ง  $\phi_m > \phi_s$  ดังในรูปที่ 2.5 ขณะไม่มี Surface state ประจําส่วนเกินตรงผิวโลหะ  $Q_m$  มีค่าเท่ากับประจําเนื่องจาก Donor ion ที่ไม่ถูกชดเชยบริเวณเขตปลอดพาหะ  $Q_d$  เมื่อคิด Surface states ที่มีระดับพลังงาน  $\phi_0$  สูงกว่าระดับพลังงานเฟอร์มิค่า  $Q_{ss}$  จะมีค่าไม่เท่ากับศูนย์ (เป็นประจําบวก)  $Q_m = Q_{ss} + Q_d$  ซึ่งจะเป็นผลทำให้  $Q_d$  มีค่าน้อยกว่าตอนแรก ความกว้างของเขตปลอดพาหะ  $w$  มีค่าลดลงทำให้ระดับพลังงานของสารกึ่งตัวนำยับยั้งต่ำลง ( $V_d$  แปรผันโดยตรงกับ  $w^2$ ) (9) จนระดับพลังงาน  $\phi_0$  มีค่าเท่ากับระดับพลังงานเฟอร์มิ Barrier height จึงมีค่าตามสมการ (2.4) ซึ่งไม่มีความสัมพันธ์กับ  $\phi_m, \phi_s, \chi_s$  เลย

### 2.1.3 การวิเคราะห์ผิวสัมผัสระหว่างโลหะกับสารกึ่งตัวนำโดยใช้แบบจำลองของบาร์ดีน (Bardeen model)

การวิเคราะห์ผิวสัมผัสระหว่างโลหะกับสารกึ่งตัวนำยุ่งยากและซับซ้อน แต่เราสามารถลดความยุ่งยากด้วยการวิเคราะห์กรณีจำเพาะ โดยสมมุติว่ามีการไบฮัสผิวสัมผัสจนระดับพลังงานของสารกึ่งตัวนำราบ (ความกว้างของเขตปลอดพาหะและประจําเนื่องจาก Donor ions ที่ไม่ถูกชดเชยมีค่าเป็นศูนย์) และความหนาของ Interfacial layer น้อยกว่า 10 อังสตรอม ซึ่งอิเล็กตรอนสามารถเคลื่อนทะลุผ่านได้ กรณีนี้สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6

แสดงแถบพลังงานระหว่างโลหะ  
กับสารกึ่งตัวนำชนิด N กรณีระดับ  
พลังงานของสารกึ่งตัวนำราบ

$$Q'_{ss} = qD_s (\phi_{bn}^0 + \phi_0 - E_g) \quad (2.5)$$

$$= -Q'_m$$

$$= \epsilon_i E'_i$$

เมื่อ  $Q'_{ss}$  = ประจุเนื่องจาก Surface states

$Q'_m$  = ประจุส่วนเกินบริเวณผิวของโลหะ

$D_s$  = ความหนาแน่นของ Surface states

$\phi_0$  = ระดับพลังงานศักย์เนื่องจาก Surface states คิดเปรียบเทียบกับ  $E_V$  และมีค่าเดียวกับระดับพลังงานเฟอร์มิของสารกึ่งตัวนำ

$E_g$  = Band gap energy

$\epsilon_i$  = Permittivity ของ Interfacial layer

จากรูปที่ 2.6 ค่าแรงดันตกคร่อม Interfacial layer มีค่าดังสมการ

$$V'_i = \delta E'_i = \frac{\delta Q'_{ss}}{\epsilon_i} \quad (2.6)$$

$$\text{และ } \phi_m = V'_i + \chi_s + \phi_{bn}^0 \quad (2.7)$$

$$\text{จาก (2.7) ได้ } \phi_{bn}^0 = \phi_m - \chi_s - V'_i$$

$$\begin{aligned}
 \text{จาก (2.6)} &= \phi_m - \chi_s - \frac{\delta Q'_{ss}}{\epsilon_i} \\
 \text{จาก (2.5)} &= \phi_m - \chi_s - \frac{q\delta D_s}{\epsilon_i} (\phi_{bn}^o + \phi_0 - E_g) \\
 \text{กำหนด } \gamma &= \frac{\epsilon_i}{\epsilon_i + q\delta D_s} \quad (2.8)
 \end{aligned}$$

จะได้

$$\phi_{bn}^o = \gamma(\phi_m - \chi_s) + (1 - \gamma)(E_g - \phi_0) \quad (2.9)$$

สมการ (2.9) นี้เสนอเป็นครั้งแรกโดย Cowley และ Sze <sup>(22)</sup> แต่มีข้อผิดพลาดโดยกำหนดว่าเป็นกรณีแรงดันไบอัสมีค่าเป็นศูนย์ <sup>(9)</sup>

สมการ (2.9) เป็นสมการที่ใช้ได้ทั่วไปซึ่งจะแสดงค่าความสัมพันธ์ของ Barrier height กับความหนาแน่นของ Surface states กรณีทฤษฎีของ Mott ค่า  $D_s = 0$  จะได้  $\gamma \rightarrow 1$  ค่า  $\phi_{bn}^o = \phi_m - \chi_s$  ตรงตามสมการ (2.2) กรณีทฤษฎีของ Bardeen  $D_s$  มีค่ามากๆ จะได้  $\gamma \rightarrow 0$  ค่า  $\phi_{bn}^o = E_g - \phi_0$  ตรงตามสมการ (2.4)

ทำนองเดียวกันผิวสัมผัสระหว่างโลหะกับสารกึ่งตัวนำแบบ P ที่มีค่า  $\phi_m < \phi_s$  จะได้

$$\phi_{bp}^o = \gamma(E_g + \chi_s - \phi_m) + (1 - \gamma)\phi_0 \quad (2.9')$$

กรณีทฤษฎีของ Mott  $\phi_{bp}^o = E_g + \chi_s - \phi_m$

กรณีทฤษฎีของ Bardeen  $\phi_{bp}^o = \phi_0$

ถ้าความหนาแน่นของ Interfacial layer มีค่ามาก สมการ (2.5) จะกลายเป็น

$$\begin{aligned}
 Q_{ss} &= qD_s(\phi_{bn} + \phi_0 - E_g) \\
 &= Q'_{ss} + qD_s(\phi_{bn} - \phi_{bn}^o) \\
 &= \epsilon_i E_i - \epsilon_s E_{\max}
 \end{aligned} \quad (2.10)$$

เมื่อ  $\epsilon_s$  = Permittivity ของสารกึ่งตัวนำ

$E_{\max}$  = ค่าสนามไฟฟ้าในสารกึ่งตัวนำบริเวณส่วนยอดของ Barrier



ทำนองเดียวกับ (2.7)

$$\phi_m = V_i + \chi_s + \phi_{bn} \quad (2.11)$$

จาก (2.11) ได้  $\phi_{bn} = \phi_m - \chi_s - V_i$

ทำนองเดียวกับ (2.6)  $= \phi_m - \chi_s - \frac{\delta}{\epsilon_i} (Q_{ss} + \epsilon_s E_{s \max})$

จาก (2.7) แทนค่า  $\phi_m - \chi_s$  ลงไป ได้

$$\phi_{bn} = \phi_{bn}^{\circ} + V_i' - \frac{\delta}{\epsilon_i} (Q_{ss} + \epsilon_s E_{s \max})$$

จาก (2.6)  $= \phi_{bn}^{\circ} + \frac{\delta Q'_{ss}}{\epsilon_i} - \frac{\delta}{\epsilon_i} (Q_{ss} + \epsilon_s E_{s \max})$

$$= \phi_{bn}^{\circ} + \frac{\delta}{\epsilon_i} (Q'_{ss} - Q_{ss}) - \frac{\delta}{\epsilon_i} \epsilon_s E_{s \max}$$

จาก (2.10)  $= \phi_{bn}^{\circ} - \frac{\delta q D_s}{\epsilon_i} (\phi_{bn} - \phi_{bn}^{\circ}) - \frac{\delta}{\epsilon_i} \epsilon_s E_{s \max}$

$$\boxed{\phi_{bn} = \phi_{bn}^{\circ} - \alpha E_{s \max}} \quad (2.12)$$

ทำนองเดียวกันกรณีผิวสัมผัสระหว่างโลหะกับสารกึ่งตัวนำชนิด P ที่มี  $\phi_m < \phi_s$  จะได้

$$\boxed{\phi_{bp} = \phi_{bp}^{\circ} + \alpha E_{s \max}} \quad (2.12')$$

เมื่อ  $\alpha = \frac{\delta \epsilon_s}{\epsilon_i + q \delta D_s} \quad (2.13)$

สมการ (2.12) และ (2.12') จะไม่ค่อยมีประโยชน์เนื่องจากเราไม่สามารถหาค่า  $E_{s \max}$  ได้ แต่สมการทั้งสองจะใช้อธิบายลักษณะสมบัติทางด้านไบอัสย้อนในบทต่อไป

Atalla ได้ทำการคำนวณหาความสัมพันธ์ระหว่างแรงดันคร่อมเขตปลอดพาหะกับ  $E_{s \max}$  (23)

ดังสมการ

$$E_{s \max} = \left\{ \frac{2qN_d}{\epsilon_s} \left( V_d - \frac{kT}{q} \right) \right\}^{1/2} \quad (2.14)$$

เมื่อนำสมการ (2.9) และ (2.14) แทนในสมการ (2.12) จะได้

$$\phi_{bn} = \gamma(\phi_m - \chi_s) + (1 - \gamma)(E_g - \phi_0) - \alpha \left[ \frac{2qN_d}{\epsilon_s} (V_d - \frac{kT}{q}) \right]^{1/2} \quad (2.15)$$

ซึ่งจะแสดงว่า Barrier height มีค่าลดลงเมื่อความหนาแน่นของ Carrier ในสารกึ่งตัวนำมีค่าสูงขึ้น

จากการคิดวาระดับพลังงานศักย์ของ Surface states มีค่าใดๆ คือ  $\phi_1$  ทำให้  $Q'_{ss} = qD_s (\phi_{bn}^{\circ} + \phi_1 - E_g) + Q_1$  โดยที่  $Q_1$  เป็นค่าประจุที่เกิดขึ้นเนื่องจากระดับพลังงานศักย์ของ Surface states ไม่เท่ากับระดับพลังงานเฟอร์มิของสารกึ่งตัวนำ และค่า  $V_d = \phi_{bn}^{\circ} - V - \xi$  โดยที่  $V$  คือแรงดันไบอัสจะได้

$$\phi_{bn} = \phi_{bn}^{\circ} + \frac{\phi_1}{2} - \left[ \phi_1 \left( \phi_{bn}^{\circ} + \frac{\phi_1}{4} - V - \xi - \frac{kT}{q} \right) \right]^{1/2} \quad (2.16)$$

## 2.2 ปรากฏการณ์ Image - Force

ขณะโลหะอยู่ในสุญญากาศ อิเล็กตรอนที่ห่างจากผิวของโลหะเป็นระยะทาง  $x$  แต่ยังคงสภาวะสมดุลอยู่ได้ ดังนั้นต้องมีแรงดึงดูดเหมือนมีประจุบวกเสมือน (Image) ภายในเนื้อโลหะ ถ้าผิวของโลหะมีสภาพเป็นตัวนำอย่างสมบูรณ์เส้นแรงของสนามไฟฟ้าต้องตั้งฉากกับผิวของโลหะทำให้ประจุบวกเสมือนอยู่ห่างจากผิวโลหะเป็นระยะทาง  $x$  เช่นกัน จากกฎของ Coulomb แรงดึงดูดดังกล่าวมีค่าดังสมการ

$$F = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} (2x)^2 \quad (2.17)$$

เมื่อ  $\epsilon_0$  เป็น Dielectric constant ของสุญญากาศ Integrate สมการ (2.17) จาก  $x = \infty$  ถึง  $x$  ค่าใดๆจะได้พลังงาน

$$\phi(x) = -\frac{q}{16\pi\epsilon_0 x} \quad (2.18)$$

จากสมการ (2.18) ถ้าลองแทนค่า  $x = 0$  จะได้  $\phi(x) = -\infty$  แทนที่จะเป็น  $-\phi_m$  แต่ค่า  $x$  ในสมการดังกล่าวมีค่ามากกว่า 100 อังสตรอมเสมอ (21)

เมื่อเกิดมีสนามไฟฟ้า  $E$  ขึ้น พลังงานของอิเล็กตรอนที่อยู่ห่างจากผิวโลหะเป็นระยะ  $x$  จะมีค่าดังสมการ

$$\phi(x) = \frac{-q}{16\pi\epsilon_0 x} - xE \quad (2.19)$$

ทำนองเดียวกันเมื่อโลหะสัมผัสกับสารกึ่งตัวนำ จะเกิดแรงดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอนในสารกึ่งตัวนำกับประจุบวกเสมือนในโลหะ อิเล็กตรอนดังกล่าวจะมีพลังงานเป็น

$$\phi(x) = \frac{-q}{16\pi\epsilon'_s x} - xE \quad (2.20)$$

เมื่อ  $\epsilon'_s$  = High frequency permittivity ของสารกึ่งตัวนำมีค่าเท่ากับ (14)  
(12.0  $\pm$  0.5)  $\epsilon_0$

จาก (2.20) ค่าพลังงานของอิเล็กตรอนมีค่าเป็นลบ จึงเสมือนกับว่าค่า Barrier Height มีค่าลดลง และมีค่าลดลงมากที่สุดเมื่อ

$$\frac{q}{16\pi\epsilon'_s x_m^2} - E_{\max} = 0$$

$$\frac{q}{16\pi\epsilon'_s x_m} = x_m E_{\max} \quad (2.21)$$

ส่วนลดลงมากที่สุดของ Barrier Height เนื่องจาก Image - Force

$$\begin{aligned} \Delta\phi_{bi} &= \frac{q}{16\pi\epsilon'_s x_m} + x_m E_{\max} \\ &= 2x_m E_{\max} \end{aligned}$$

$$\text{จาก (2.21) } \Delta\phi_{bi} = 2\left(\frac{qE_{\max}}{16\pi\epsilon'_s}\right)^{1/2}$$

แทนค่า  $E_{\max}$  จากสมการ (2.14) และค่า  $V_d = \phi_{bn}^{\circ} - V - \xi$  จะได้

$$\Delta\phi_{bi} = \left[ \frac{q^3 N_d}{8\pi^2 \epsilon_s (\epsilon'_s)^2} (\phi_{bn}^{\circ} - V - \xi - \frac{kT}{q}) \right]^{1/4} \quad (2.22)$$

$$\text{และ } x_m = \frac{1}{4} \left[ \frac{q\epsilon_s}{2\pi^2 N_d (\epsilon'_s)^2} \right]^{1/4} \left[ \phi_{bn}^{\circ} - V - \xi - \frac{kT}{q} \right]^{-1/4} \quad (2.23)$$