บทที่ 4

การจำลองแบบ

เมื่อทดสอบข้อมูลที่รวบรวมได้เรียบร้อยแล้ว ทำการจำลองแบบระบบแถวคอยของผู้โดยสารขาออกและขาเข้า โดยใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ IBM system/3031 เข้าช่วยในการจำลองแบบการให้บริการแก่ผู้โดยสารทั้งขาออกและขาเข้าในช่วงเวลาคับคั่งของแต่ละวันในรอบ 1 สัปดาห์ จากนั้นทำการทดสอบความใช้ได้ของแบบจำลอง (model validation) จากข้อมูลจริงและสมการทางคณิตศาสตร์

ในการจำลองแบบแถวคอย ส่วนสำคัญที่ใช้เป็น input ในโปรแกรม คือ ช่วงเวลาเฉลี่ยที่ผู้โดยสารเข้ามาในระบบห่างกัน กับ เวลาเฉลี่ยที่ใช้ในการบริการ ซึ่งจำเป็นต้องสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปสร้าง (generate) เวลาทั้งสองแบบนั้นจากการแจกแจงที่ได้ทดสอบแล้ว

4.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเวลาที่ผู้โดยสารเข้ามาในระบบ

โดยทั่วไปแล้ว ในการวิเคราะห์ระบบแถวคอยใด ๆ ส่วนมากเราจะพิจารณารูปแบบของการเข้ามาในระบบห่างกัน (interarrival time) เนื่องจากการวิเคราะห์ข้อมูลในบทที่ 3 พบว่าอัตราการเข้ารับบริการของผู้โดยสารมีลักษณะเป็นแบบปัวซอง นั่นคือช่วงเวลาที่ผู้โดยสารเข้ามาในระบบห่างกันมีการแจกแจงแบบเอกซ์โพเนนเชียล ดังสมการต่อไปนี้

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \qquad t \geq 0 \qquad (7)$$

และการแจกแจงความน่าจะเป็นสะสมแบบเอกซ์โพเนนเชียลเป็น

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \qquad (8)$$

take log ฐาน e ใน (8) จะได้

$$\ln F(t) = \ln (1 - e^{-\lambda t})$$

$$\lambda t = -\ln (1 - F(t)) \quad \text{_____ (9)}$$

ซึ่ง สมการ (9) สามารถเขียนแสดงเป็นกราฟได้ตามรูปที่ 13

$$t = -\frac{1}{\lambda} \ln (1 - F(t))$$

ให้ $F(t) = RN_j^{(7)}$ คือ เลขสุ่มในช่วง 0 - 1

$$t = -\frac{1}{\lambda} \ln (1 - RN_j)$$

$$t = \frac{1}{\lambda} \left[-\ln (1 - RN_j) \right] \quad \text{_____ (10)}$$

4.2 <u>การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเวลาที่ให้บริการ</u>

เวลาที่ให้บริการของผู้โดยสารทั้งขาออกและขาเข้า มีการแจกแจงแบบโค้งปกติ ซึ่งมีฟังก์ชั่นของความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(t) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(t - \mu)^2}{\sigma}} \quad \text{____ (11)}$$

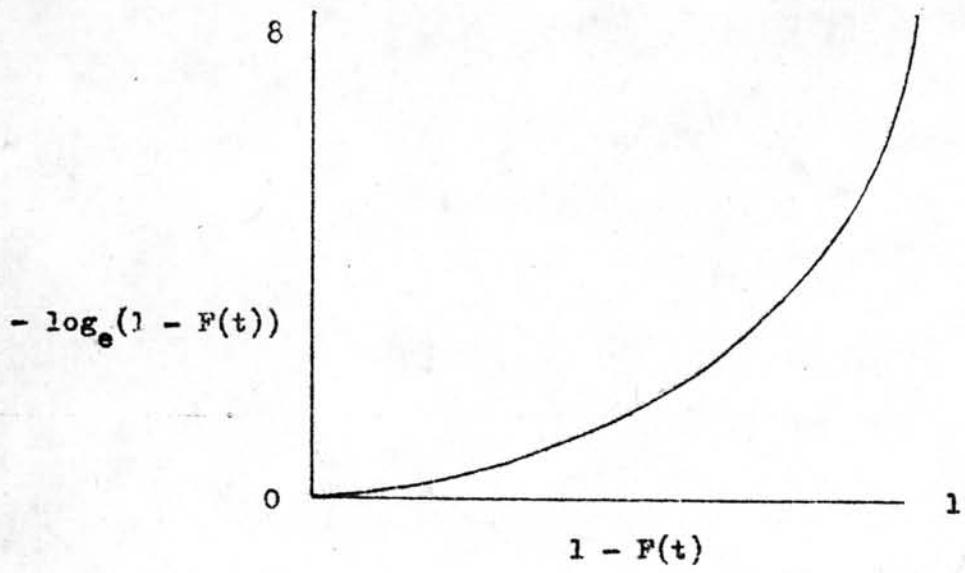
เราสามารถแปลงตัวแปร t ที่มีการแจกแจงแบบโค้งปกติใด ๆ ให้อยู่ในรูปของตัวแปรของการแจกแจงแบบโค้งปกติมาตรฐาน (standard normal distribution) ที่มีค่าเฉลี่ย เท่ากับ 0 และค่าความแปรปรวน เท่ากับ 1

ตามสมการ (2) เป็น

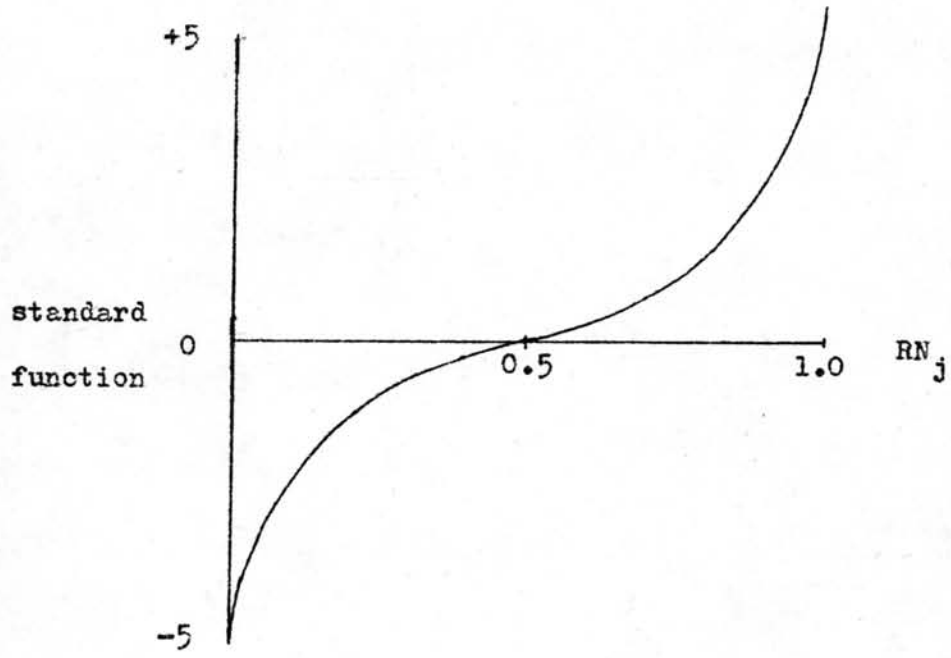
$$t = z\sigma + \mu \qquad \text{(12)}$$

4.3 <u>การสร้างแบบจำลองของระบบแถวคอยของผู้โดยสาร</u>

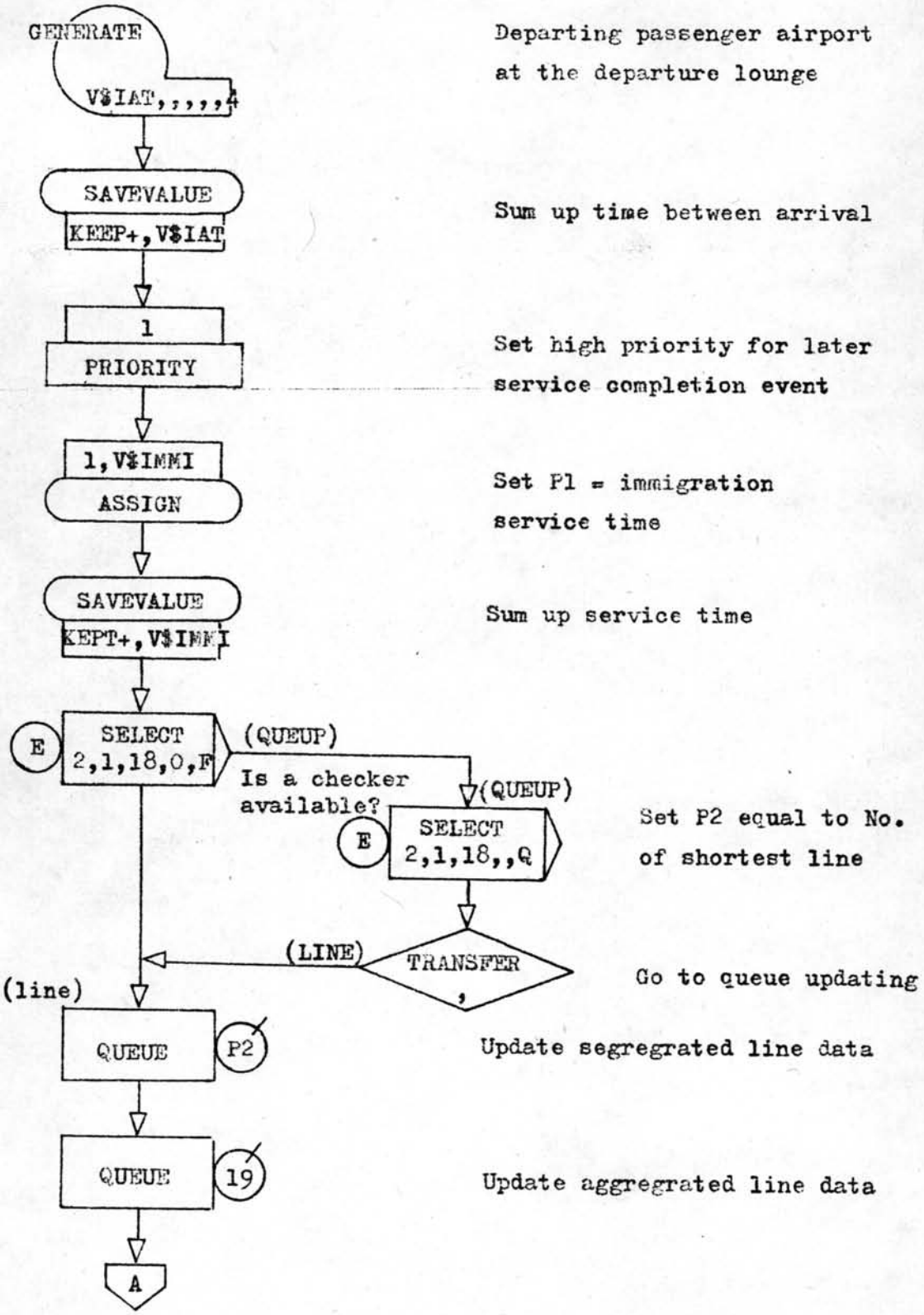
เมื่อได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเวลาที่ใช้ เป็น input แล้ว ทำการสร้างแบบจำลองของระบบแถวคอยของผู้โดยสารขาออกและขาเข้าในปัจจุบัน ณ ท่าอากาศยานกรุงเทพ ฯ โดยใช้ภาษา GPSSV ด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ IBM SYSTEM/3031 ณ ศูนย์คอมพิวเตอร์ สถาบันเทคโนโลยีแห่งเอเชีย (A.I.T.) โดยทำการจำลองแบบในช่วงเวลา 3,600 วินาที ซ้ำ 7 วัน และเพื่อความสะดวกและเข้าใจง่ายขึ้น จึงสร้างผังงานของระบบทั้งสองก่อน ดังแสดงในรูปที่ 15 และ 16 ตามลำดับ และรายละเอียดของผังงานแสดงใน ตารางที่ 20 และ 21 นอกจากนี้หน่วยเวลาที่ใช้ในการวิจัยนี้ คือ 1/10 ของวินาที ดังนั้น ช่วงเวลาที่ใช้จำลองแบบใน 1 ช.ม./วัน คือ 36,000 หน่วยเวลา เนื่องจากในการใช้ภาษา GPSSV จะต้องใช้หน่วยเวลาที่เล็กที่สุดที่จะเป็นได้ และต้องเป็นเลขจำนวนเต็มบวก[7] และผลการจำลองแบบได้แสดงไว้ในตารางที่ 22 , 23 และ 24



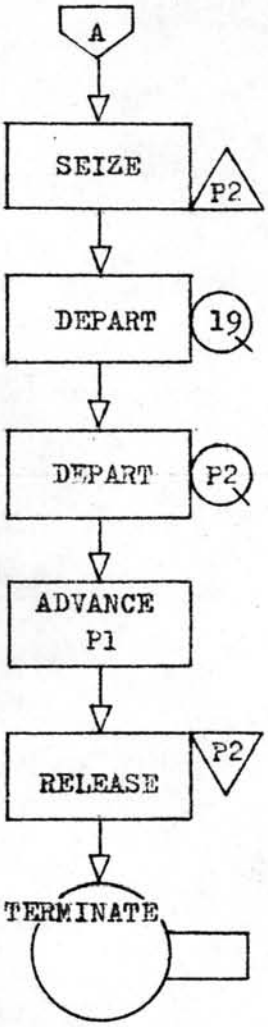
รูปที่ 13 แสดงกราฟของฟังก์ชั่นความน่าจะเป็นสะสมของการแจกแจงแบบเอกซ์โพเนนเชียล ที่มีค่าเฉลี่ย เท่ากับ 1



รูปที่ 14 แสดงกราฟของฟังก์ชั่น ซึ่งใช้สุ่มตัวแปรจากการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน



รูปที่ 15 แสดงผังงานของการให้บริการแก่ผู้โดยสารขาออก



Capture checker

Update aggregated line data

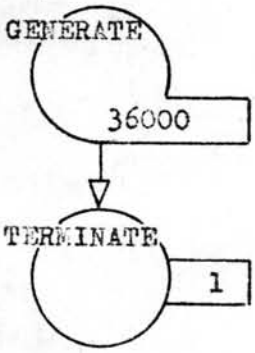
Update segregated line data

Pasport check

Free the checker

Leave the departure lounge

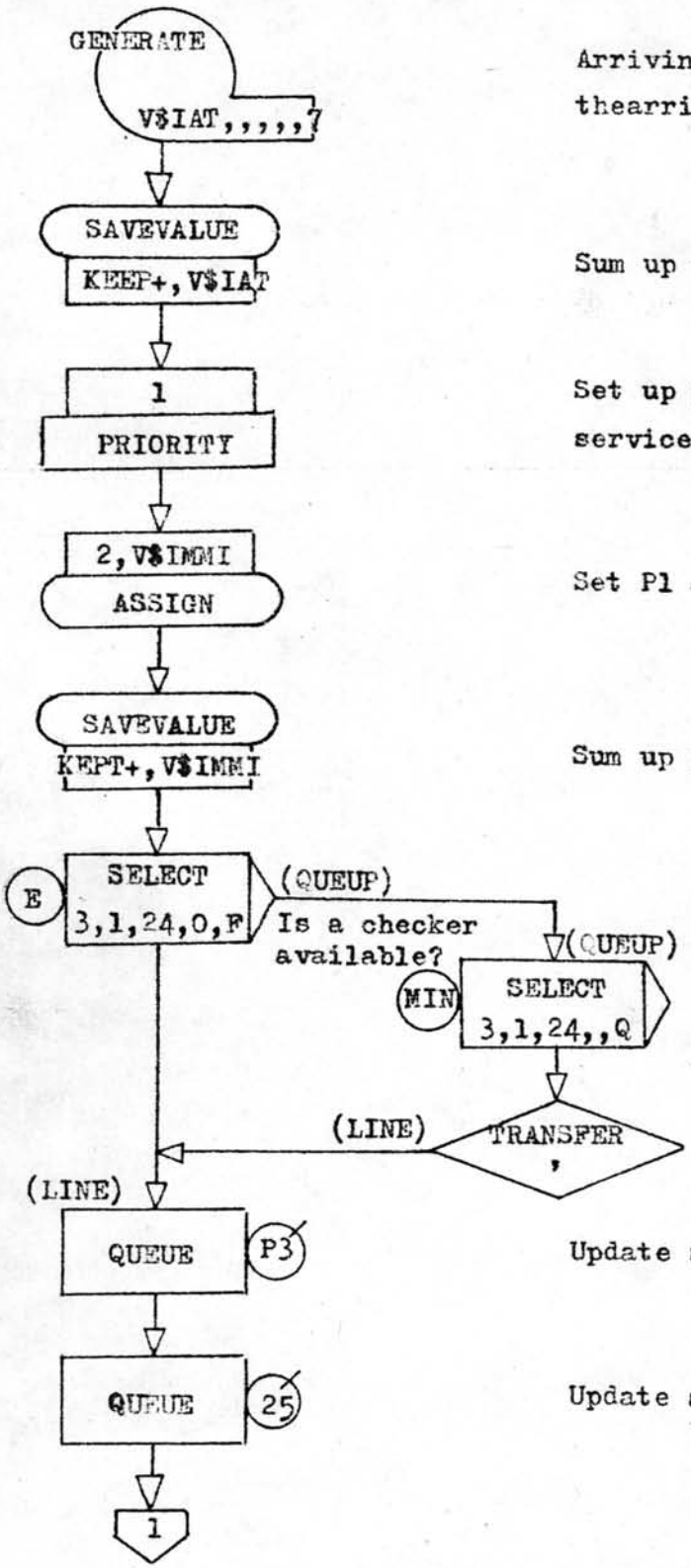
MODEL SEGMENT 1



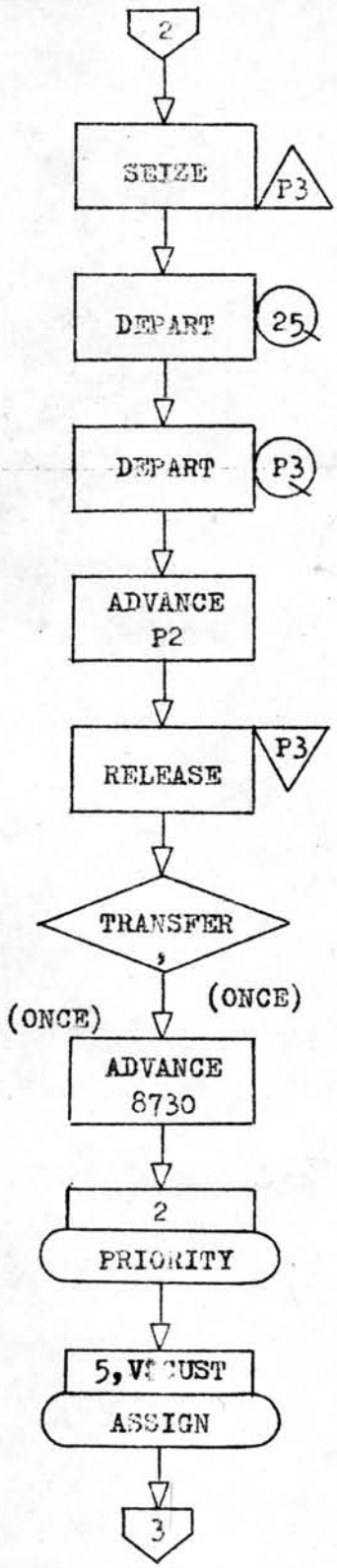
MODEL SEGMENT 2

(TIMER SEGMENT)

รูปที่ 15 (ต่อ) แสดงผังงานของการให้บริการแก่ผู้โดยสารขาออก



รูปที่ 16 แสดงขั้นงานการให้บริการแก่ผู้โดยสารขาเข้า



Capture the checker

Update aggregated line data

Update segregated line data

Passort check

Free the checker

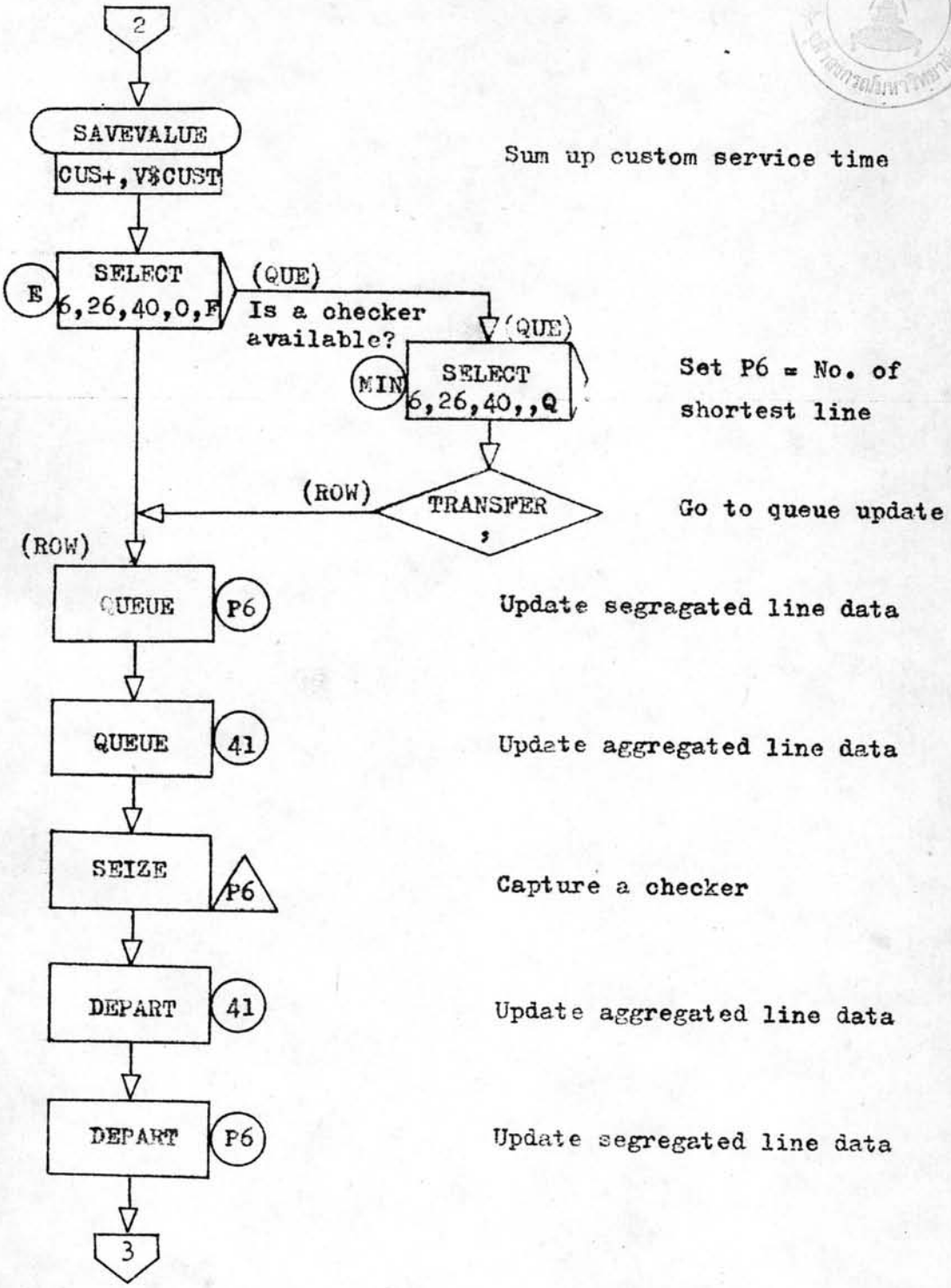
Go to baggage claiming area

Delay at baggage claiming area

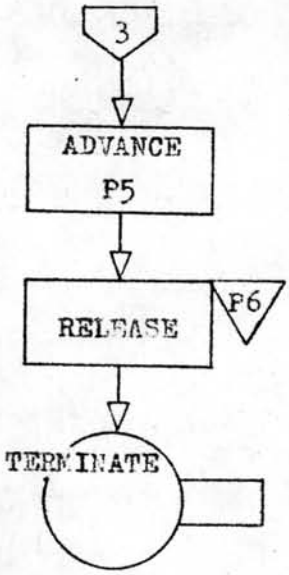
Set higher priority for later service completion event

Set P5 = custom service time

รูปที่ 16 (ต่อ) แสดงผังงานระบบการให้บริการแก่ผู้โดยสารขาเข้า



รูปที่ 16 (ต่อ) แสดงผังงานระบบการให้บริการแก่ผู้โดยสารขาเข้า

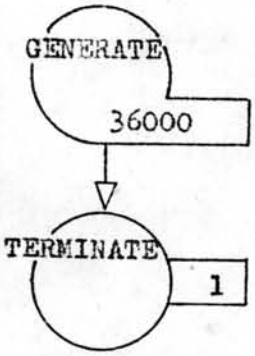


Custom inspection

Free the checker

Leave the arrival lounge

MODEL SEGMENT 1



MODEL SEGMENT 2

(TIMER SEGMENT)

รูปที่ 16 (ต่อ) แสดงผังงานระบบการให้บริการแก่ผู้โดยสารขาเข้า

ตารางที่ 20 แสดงส่วนทำการต่าง ๆ (entities)ของ GPSS ที่ใช้ในแบบจำลองแถวคอยของผู้โดยสารขาออก

ส่วนทำการ	ความหมาย
หน่วยเข้ารับบริการ	
Model segment 1	ผู้โดยสารขาออก
	P1 เวลาที่ใช้บริการ
	P2 หมายเลขของแถวคอยและช่องทางบริการที่ผู้โดยสารเลือก
	KEEP ผลรวมของช่วงเวลาที่ผู้โดยสารเข้ามาห่างกัน
	KEPT ผลรวมของเวลาที่ให้บริการ
Model segment 2	A timer
ฟังก์ชั่น	
SAMP	ฟังก์ชั่นที่ใช้สุ่มตัวอย่างจากการแจกแจงแบบเอกซ์โพเนนเชียลที่มีค่าเฉลี่ย 1
SNORM	ฟังก์ชั่นที่ใช้สุ่มตัวอย่างจากการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย 0 และค่าความแปรปรวน 1
ตัวแปร	
IAT	ช่วงเวลาที่ผู้โดยสารเข้ามาห่างกัน
IMMI	เวลาที่ให้บริการที่ด่านตรวจคนเข้าเมือง

ตารางที่ 20(ต่อ) แสดงส่วนทำการต่าง ๆ (entities) ของ GPSS ที่ใช้ในแบบจำลองแถวคอยของผู้โดยสารขาออก

ส่วนทำการ	ความหมาย
หน่วยให้บริการ	
1 - 18	หน่วยให้บริการที่ใช้จำลองแบบ 18 ช่องทาง
แถวคอย	
1 - 19	แถวคอยที่ใช้จำลองแบบ 19 แถว

ตารางที่ 21 แสดงส่วนทำการต่าง ๆ (entities) ของ GPSS ที่ใช้ในแบบจำลองแถวคอยของผู้โดยสารขาเข้า

ส่วนทำการ	ความหมาย
หน่วยเข้ารับบริการ	
Model segment 1	ผู้โดยสารขาเข้า
	P2 หมายเลขของแถวคอยและช่องทางบริการที่ผู้โดยสารเลือกที่ด่านตรวจคนเข้าเมือง
	P3 เวลาที่ให้บริการที่ด่านตรวจคนเข้าเมือง
	P5 เวลาที่ให้บริการที่ด่านศุลกากร
	P6 หมายเลขของแถวคอยและช่องทางบริการที่ผู้โดยสารเลือกที่ด่านศุลกากร
	KEEP ผลรวมของช่วงเวลาที่ผู้โดยสารเข้ามาห่างกัน
	KEPT ผลรวมของเวลาที่ให้บริการที่ด่านตรวจคนเข้าเมือง
	CUS ผลรวมของเวลาที่ให้บริการที่ด่านศุลกากร
Model segment 2	A timer
ฟังก์ชั่น	
SAMP	ฟังก์ชั่นที่ใช้สุ่มตัวอย่างจากการแจกแจงแบบเอกซ์โพเนนเชียลที่มีค่าเฉลี่ย 1
SNORM	ฟังก์ชั่นที่ใช้สุ่มตัวอย่างจากการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย 0 และค่าความแปรปรวน 1

ตารางที่ 21 (ต่อ)แสดงส่วนทำการต่างๆ(entities) ของ GPSS ที่ใช้ในแบบจำลองแถวคอยของผู้โดยสารขาเข้า

ส่วนทำการ	ความหมาย
ตัวแปร	
IAT	ช่วงเวลาที่ผู้โดยสารเข้ามาห่างกัน
IMMI	เวลาที่ให้บริการที่ด่านตรวจคนเข้าเมือง
CUST	เวลาที่ให้บริการที่ด่านศุลกากร
หน่วยให้บริการ	
1 - 24	หน่วยให้บริการที่ด่านตรวจคนเข้าเมือง ที่ใช้จำลองแบบ 24 ช่องทาง
26 - 40	หน่วยให้บริการที่ด่านศุลกากร ที่ใช้จำลองแบบ 15 ช่องทาง
แถวคอย	
1 - 25	แถวคอยที่ใช้จำลองแบบ 25 แถว ที่ด่านตรวจคนเข้าเมือง
26 - 41	แถวคอยที่ใช้จำลองแบบ 16 แถว ที่ด่านศุลกากร

ตารางที่ 22 แสดงผลการจำลองแบบระบบแถวคอยในปัจจุบันของผู้โดยสารขาออก

ครั้งที่	จำนวนผู้โดยสารที่เข้ารับบริการทั้งสิ้น	จำนวนผู้โดยสารที่เข้ารับบริการได้ทันที	จำนวนเฉลี่ยของผู้โดยสารในแถวคอย	อัตราเฉลี่ยของการเข้ารับบริการของผู้โดยสาร (นาที)	เวลาเฉลี่ยที่ให้บริการ	เวลาเฉลี่ยที่ผู้โดยสารอยู่ในแถวคอย	การใช้ประโยชน์ของสถานีบริการ	ความน่าจะเป็นที่ผู้โดยสารสามารถเข้ารับบริการได้ทันที
1	767	606	0.112	13.098	72.130	8.297	0.838	0.816
2	754	622	0.098	12.371	71.842	7.374	0.824	0.847
3	770	605	0.122	12.515	71.805	9.159	0.841	0.808
4	786	579	0.141	12.834	72.160	10.475	0.859	0.761
5	759	577	0.129	13.046	71.665	9.864	0.833	0.785
6	783	607	0.126	12.472	71.780	9.368	0.857	0.798
7	762	583	0.119	12.881	71.708	8.994	0.839	0.792
เฉลี่ย			0.121	12.745	71.870	9.076	0.841	0.801
รวม	5381	4179						

ตารางที่ 2:3 แสดงผลการจำลองแบบระบบแถวคอยในปัจจุบัน ของผู้โดยสารขาเข้าที่ด่านตรวจคนเข้าเมือง

ครั้งที่	จำนวนผู้โดยสารที่เข้ารับบริการทั้งสิ้น	จำนวนผู้โดยสารที่เข้ารับบริการได้ทันที	จำนวนเฉลี่ยของผู้โดยสารในแถวคอย	เวลาเฉลี่ยห่างกันของการเข้ารับบริการของผู้โดยสาร	เวลาเฉลี่ยของการให้บริการ	เวลาเฉลี่ยที่ผู้โดยสารอยู่ในแถวคอย	การใช้ประโยชน์ของสถานีบริการ	ความน่าจะเป็นที่ผู้โดยสารสามารถเข้ารับบริการได้ทันที
1	815	784	0.024	4.441	79.295	1.268	0.757	0.959
2	760	741	0.009	4.586	79.509	0.752	0.717	0.962
3	816	767	0.026	4.604	79.334	1.171	0.737	0.953
4	802	761	0.018	4.321	79.335	1.546	0.728	0.960
5	827	785	0.022	4.431	79.477	1.453	0.753	0.960
6	799	772	0.128	4.235	79.475	1.077	0.722	0.974
7	796	756	0.023	4.586	79.509	1.444	0.717	0.962
เฉลี่ย			0.036	4.458	79.419	1.244	0.733	0.961
รวม	5615	5366						

ตารางที่ 24 แสดงผลการจำลองแบบระบบแถวคอยในปัจจุบันของผู้โดยสารขาเข้าที่ด่านศุลกากร

ครั้งที่	จำนวนผู้โดยสารที่เข้ารับบริการ	จำนวนผู้โดยสารที่สามารถเข้ารับบริการได้ทันที	จำนวนผู้โดยสารเฉลี่ยในแถวคอย	เวลาเฉลี่ยของการให้บริการ	เวลาเฉลี่ยที่ผู้โดยสารอยู่ในแถวคอย	การใช้ประโยชน์ของสถานีบริการ	ความน่าจะเป็นที่ผู้โดยสารสามารถเข้ารับบริการได้ทันที
1	565	89	0.944	74.160	89.719	0.714	0.161
2	570	122	0.822	74.489	77.285	0.707	0.219
3	598	98	1.844	74.585	161.310	0.709	0.166
4	575	32	1.213	74.558	113.684	0.729	0.056
5	569	78	0.930	74.275	87.877	0.715	0.140
6	589	49	1.620	74.316	158.328	0.724	0.083
7	586	44	1.217	74.362	111.791	0.724	0.075
เฉลี่ย			1.227	74.435	114.285	0.717	0.129
รวม	4052	512					

4.4 การทดสอบแบบจำลอง

เพื่อให้แน่ใจว่าแบบจำลองที่สร้างขึ้นนั้น สามารถใช้เป็นตัวแทนของระบบจริงได้และจะยอมรับความใช้ได้ของแบบจำลองได้มากน้อยเพียงใดด้วยจึงจำเป็นต้องทดสอบแบบจำลองนั้น โดยเปรียบเทียบผลกับข้อมูลจริงที่รวบรวมได้ (ตารางที่ 25 และ 27) และสูตรคณิตศาสตร์ของระบบแถวคอย (ตารางที่ 26, และ 28)

ตารางที่ 25 แสดงการเปรียบเทียบผลการจำลองแบบกับข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้ของผู้โดยสารขาออก

	ผลการจำลองแบบ	ข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้	เปอร์เซนต์ความคลาดเคลื่อน
จำนวนผู้โดยสารที่เข้ามาในระบบทั้งสิ้น	5381	5232	2.85
อัตราเฉลี่ยของการเข้ารับบริการของผู้โดยสาร	12.75	12.46	2.33
เวลาเฉลี่ยของการให้บริการแก่ผู้โดยสาร	71.87	71.83	0.06

จาก $P_0 = \left[\sum_{n=0}^{c-1} \frac{r^n}{n!} + \frac{cr^c}{c!(c-r)} \right]^{-1}$ ____ (13)

เมื่อ $r = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{0.20833}{0.01393} = 14.9555$

$c = 18$

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{17} \frac{(14.9555)^n}{n!} + \frac{18(14.9555)^{18}}{18!(18 - 14.9555)} \right]^{-1}$$

$$= 2.95373 \times 10^{-7}$$

$$W_q = \frac{1}{\lambda} \left[\frac{r^{c+1}/c}{c!(1 - r/c)^2} \right] P_0 \qquad \text{_____ (14)}$$

$$= \frac{1}{0.20833} \left[\frac{(14.9555)^{19}}{18!(1 - 14.9555/18)^2} \right] P_0$$

$$= 9.01$$

$$\rho = \frac{\lambda}{c\mu} = 0.83 \qquad \text{_____ (15)}$$

ตารางที่ 26 แสดงการเปรียบเทียบผลการจำลองแบบกับสูตรทางคณิตศาสตร์ของผู้โดยสารขาออก

	ผลการจำลองแบบ	จากสูตรสมการระบบแถวคอย	เปอร์เซนต์ความคลาดเคลื่อน
เวลาเฉลี่ยที่ผู้โดยสารอยู่ในแถวคอย	9.08	9.01	0.78
การใช้ประโยชน์ของสถานีบริการ	0.84	0.83	1.20

ตารางที่ 27 แสดงการเปรียบเทียบผลการจำลองแบบกับข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้ของผู้โดยสารขาเข้า

	ผลการจำลองแบบ	ข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้	เปอร์เซนต์ความคลาดเคลื่อน
	ณ ด่านตรวจคนเข้าเมือง		
จำนวนผู้โดยสารที่เข้ามาในระบบทั้งสิ้น	5615	5648	0.59
เวลาเฉลี่ยของการเข้ารับบริการห่างกัน	4.46	4.54	1.79
เวลาเฉลี่ยของการให้บริการแก่ผู้โดยสาร	79.42	79.44	-0.03
	ณ ด่านศุลกากร		
จำนวนผู้โดยสารที่เข้ามาทั้งสิ้น	4052	3822	6.02
เวลาเฉลี่ยของการให้บริการแก่ผู้โดยสาร	74.44	74.46	-0.03

จากสมการที่ 13, 14 และ 15
ที่ด่านตรวจคนเข้าเมือง

เมื่อ $r = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{0.2204}{0.1259} = 17.509$

$c = 24$

จะได้ $P_0 = 2.437 \times 10^{-8}$

จากสมการ (14) จะได้

$$W_q = 1.225 \text{ วินาที/คน}$$

และ $$\rho = \frac{0.2204}{24 \times 0.0129} = 0.730$$

ที่ด่านศุลกากร

เมื่อ $$r = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{0.1517}{0.0134} = 11.293$$

$$c = 15$$

จะได้

$$P_0 = 1.613 \times 10^{-5}$$

$$W_q = 110.46 \text{ วินาที/คน}$$

และ $$\rho = 0.75$$

ตารางที่ 28 แสดงการเปรียบเทียบผลการจำลองแบบกับสูตรทางคณิตศาสตร์ของผู้โดยสารขาเข้า

	ผลการจำลองแบบ	จากสูตรสมการระบบแถวคอย	เปอร์เซนต์ความคลาดเคลื่อน
	ณ ด่านตรวจคนเข้าเมือง		
เวลาเฉลี่ยที่ผู้โดยสารอยู่ในแถวคอย	1.24	1.23	0.81
การใช้ประโยชน์ของสถานีบริการ	0.73	0.73	0.00
	ณ ด่านศุลกากร		
เวลาเฉลี่ยที่ผู้โดยสารอยู่ในแถวคอย	114.29	110.46	3.46
การใช้ประโยชน์ของสถานีบริการ	0.72	0.75	4.17

ผลการทดสอบการจำลองแบบแถวคอยของผู้โดยสารขาออกพบว่า ผลการจำลองแบบมีความคลาดเคลื่อนจากข้อมูลจริง และสมการทางคณิตศาสตร์ของระบบแถวคอยไม่เกิน $\pm 3\%$ และความคลาดเคลื่อนของผลการจำลองแบบของผู้โดยสารขาเข้าไม่เกิน $\pm 6\%$ ซึ่งนับว่าไม่มากนัก ถือว่าแบบจำลองที่ใช้นี้สามารถใช้เป็นตัวแทนของระบบงานจริงได้