



บทที่ ๔

แบบจำลองความต้องการนำเข้าน้ำมันดิบและผลิตภัณฑ์น้ำมัน

๔.๑ ปัจจัยทางเศรษฐกิจที่มีอิทธิพลต่อการนำเข้า

ในการสร้างแบบจำลอง (Model) ทางเศรษฐศาสตร์ เกี่ยวกับความต้องการนำเข้าน้ำมันดิบและผลิตภัณฑ์น้ำมันของไทย สร้างขึ้นจากการศึกษาค้นคว้าข้อมูลต่าง ๆ ที่คาดว่าจะมีความสัมพันธ์กับความต้องการนำเข้าของน้ำมันดิบและผลิตภัณฑ์น้ำมัน และนำเอาผลวิเคราะห์ทางสถิติเข้ามาช่วยในการตัดสินใจ เลือกตัวแปรอิสระ (Independent variable) ที่จะเข้ามาในแบบจำลองในการศึกษาตัวแปรต่าง ๆ ที่คาดว่าจะเกี่ยวข้องกับสมการ ซึ่งจะกล่าวถึงคือ

๑. ปริมาณน้ำมันนำเข้าทั้งหมด น้ำมันที่ใช้ในประเทศทั้งหมดเป็นน้ำมันดิบที่นำเข้ามาจากต่างประเทศ เนื่องจากเราไม่มีน้ำมันดิบเพียงพอที่จะกลั่นใช้ในประเทศ ดังนั้นรูปแบบของการนำน้ำมันเข้าจะแตกต่างกันเป็น ๒ กรณีคือ

๑.๑ การนำเข้าในรูปของน้ำมันดิบ แล้วนำมากลั่นโดยโรงกลั่นน้ำมันภายในประเทศ ออกเป็นผลิตภัณฑ์น้ำมันชนิดต่าง ๆ ได้ดังนี้คือ -น้ำมันเบนซิน น้ำมันดีเซล น้ำมันก๊าด น้ำมันเตา น้ำมันเครื่องบิน และอื่น ๆ ด้วยเหตุนี้โรงกลั่นน้ำมันภายในประเทศ ยังไม่สามารถที่จะกลั่นน้ำมันทุกชนิดออกมาได้ตามความต้องการภายในประเทศ จึงต้องนำเข้าไปในรูปของผลิตภัณฑ์น้ำมันสำเร็จรูปจากต่างประเทศอีก

๑.๒ การนำเข้าในรูปของผลิตภัณฑ์น้ำมัน ได้แก่ น้ำมันเบนซิน น้ำมันดีเซล น้ำมันก๊าด น้ำมันเตา น้ำมันเครื่องบิน และอื่น ๆ โดยเฉพาะน้ำมันดีเซลมีเปอร์เซ็นต์การใช้สูงกว่าน้ำมันประเภทอื่น ๆ

หมายเหตุ : ในการศึกษาครั้งนี้จะไม่แยกศึกษาเป็นแต่ละชนิดของน้ำมันแต่จะศึกษารวม ๆ เป็นหมวดผลิตภัณฑ์น้ำมัน เนื่องจากเมื่อเทียบกับน้ำมันดิบแล้ว ผลิตภัณฑ์น้ำมันจะนำเข้าเป็นส่วนน้อยคือ ในจำนวนน้ำมันทั้งหมด ที่นำเข้าประเทศ ซึ่งประมาณร้อยละ ๔๕.๔ เป็นน้ำมันดิบ และอีกประมาณ

ร้อยละ ๑๔.๖ เป็นผลิตภัณฑ์น้ำมัน^๑

๒. ราคาน้ำมันนำเข้า ก็เป็นปัจจัยหนึ่งที่มีอิทธิพลต่อการนำเข้า ราคาในที่นี้จะแบ่งออกเป็น ราคาน้ำมันดิบ กับราคาผลิตภัณฑ์น้ำมัน สำหรับสถิติราคาได้จากหนังสือ Foreign Trade and Statistic ของกรมศุลกากร ในแต่ละเดือน ความสัมพันธ์ระหว่างความต้องการนำเข้าน้ำมันดิบ และผลิตภัณฑ์น้ำมัน กับราคาน้ำมันนำเข้า ได้สมมติไว้ว่าเป็นไปในทางลบ กล่าวคือ เมื่อราคาน้ำมันนำเข้าสูงขึ้น ปริมาณนำเข้าควรจะลดลง และในทางตรงกันข้ามเมื่อราคานำเข้าลดลง ปริมาณนำเข้าควรจะเพิ่มขึ้น

๓. จำนวนประชากร ประชากรของประเทศต่าง ๆ มีอัตราการขยายตัวเพิ่มขึ้นอยู่เสมอ โดยเฉพาะในประเทศที่กำลังพัฒนา มักมีอัตราการเพิ่มค่อนข้างสูง ทำให้ความต้องการทุกชนิดเพิ่มขึ้นเป็นธรรมดา ดังนั้นจึงได้นำเอาจำนวนประชากรเข้ามาหาความสัมพันธ์กับความต้องการนำเข้าน้ำมันดิบ และผลิตภัณฑ์น้ำมันด้วย และความสัมพันธ์ควรเป็นไปในทางบวก กล่าวคือ เมื่อจำนวนประชากรเพิ่มมากขึ้น ความต้องการต่อสินค้าและบริการต่าง ๆ ก็เพิ่มขึ้น ถึงแม้ว่าสำหรับน้ำมันจะไม่ได้กระทบต่อประชากรโดยตรงก็ตาม แต่เมื่อจำนวนประชากรเพิ่มขึ้น ปริมาณน้ำมันก็ควรจะเพิ่มขึ้นด้วย และในทางตรงกันข้ามเมื่อจำนวนประชากรลดลง ปริมาณน้ำมันก็ควรจะลดลงด้วย สำหรับสถิติจำนวนประชากรได้จาก กองสถิติสาธารณสุข กระทรวงสาธารณสุข และหน่วยสถิติพิเศษ สำนักงานสถิติแห่งชาติ

๔. จำนวนรถยนต์ เนื่องจากน้ำมันส่วนใหญ่ในประเทศจะใช้ไปในการคมนาคมขนส่งและส่วนใหญ่จะเป็นการขนส่งทางบก ในการศึกษานี้จะศึกษาเฉพาะการขนส่งทางบกจำนวนรถยนต์ทั้งหมดที่นำมาประกอบด้วยรถยนต์ชนิดต่าง ๆ คือ รถยนต์นั่งส่วนบุคคล รถยนต์รับจ้าง รถยนต์โดยสาร รถกระบะบรรทุก รถจักรยานยนต์ และรถยนต์อื่น ๆ สถิติตัวเลขเหล่านี้ได้มาจาก หน่วยสถิติพิเศษ สำนักงานสถิติแห่งชาติ กรมทะเบียนรถยนต์ กองทะเบียนกรมตำรวจ กองวิชาการและวางแผนการขนส่งทางบก

^๑ สำนักงานพลังงานแห่งชาติ, เชื้อเพลิงและพลังงานของประเทศไทย ๒๕๑๗ (กรุงเทพมหานคร : สำนักงานพลังงานแห่งชาติ, ๒๕๑๗), หน้า ๔๘.

ความสัมพันธ์ระหว่าง ปริมาณนำเข้าน้ำมันดิบและผลิตภัณฑ์น้ำมันกับจำนวนรถยนต์ได้สมมติไว้ว่าเป็นไปในทางบวก แต่ในการศึกษานี้แบ่งน้ำมันออกเป็น ๒ ชนิดคือ น้ำมันดิบ ที่ต้องมากลั่นในประเทศ ซึ่งจะกลั่นออกมาเป็นผลิตภัณฑ์น้ำมันชนิดต่าง ๆ ส่วนอีกชนิดหนึ่งคือ ผลิตภัณฑ์น้ำมัน ซึ่งในที่นี้จะรวมเป็นปริมาณนำเข้าน้ำมันทุกชนิดเข้าด้วยกัน ไม่ได้แยกเป็นแต่ละชนิด ดังนั้นการนำเอาจำนวนรถยนต์เข้ามาหาความสัมพันธ์ จึงอาจจะไม่ได้ความสัมพันธ์เป็นไปตามข้อสมมติ

๕. ผลิตภัณฑ์ประชาชาติ ความสัมพันธ์ระหว่างความต้องการนำเข้าน้ำมันดิบ และผลิตภัณฑ์น้ำมัน กับผลิตภัณฑ์ประชาชาติ ได้สมมติไว้ว่าเป็นไปในทางบวก กล่าวคือ ถ้ารายได้ประชาชาติเพิ่มขึ้น ความต้องการนำเข้าก็จะเพิ่มขึ้นด้วย และในทางตรงข้าม ถ้ารายได้ประชาชาติลดลง ความต้องการนำเข้าก็ควรจะลดลงด้วยสถิติตัวเลขเก็บรวบรวมจาก สภาพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ

จากตัวแปรต้นที่กล่าวมาแล้วข้างต้นทั้งหมด จะเก็บข้อมูลดังกล่าว เป็นเดือน ประมาณทั้งหมด ๑๒๔ เดือน คือระหว่าง ๒๕๐๘-๒๕๑๔ แล้วนำข้อมูลของตัวแปรดังกล่าวข้างต้น มา moving averages โดยแบ่งการ moving average ออกเป็น ๓ ครั้ง คือ เริ่มตั้งแต่ moving averages ครั้งแรก ๗ เดือน, ๕ เดือน และ ๓ เดือนตามลำดับ

๔.๒ ข้อสมมติ

๑. นอกจากปัจจัยต่าง ๆ ดังกล่าวมาแล้วข้างต้น ยังมีปัจจัยอีกหลายประการที่เป็นตัวกำหนด ความต้องการนำเข้าน้ำมันดิบและผลิตภัณฑ์น้ำมันของไทย แต่เนื่องจากไม่อาจแสดงเป็นตัวเลขสถิติที่ต่อเนื่องกันอย่างชัดเจนได้ จึงจะไม่นำเข้ามาเกี่ยวข้องในรูปแบบและให้ถือว่าคงที่

๒. ในขั้นตอนของการพยากรณ์ขนาดของอุปสงค์ จะแบ่งการสมมติเกี่ยวกับราคานำเข้าน้ำมันออกเป็น

๒.๑ เมื่อระดับราคาน้ำมันนำเข้าคงที่

๒.๒ เมื่อระดับราคาน้ำมันนำเข้าเพิ่มขึ้นจากราคานำเข้าเฉลี่ยปี ๒๕๑๔

โดยแบ่งออกเป็น

๒.๒.๑ เมื่อราคาเพิ่ม ๕%

๒.๒.๒ เมื่อราคาเพิ่ม ๑๐%

๒.๒.๓ เมื่อราคาเพิ่ม ๑๕%

สำหรับราคาลดลงไม่ได้ทำการศึกษา เพราะคงยากที่จะเป็นไปได้ในการที่ราคาน้ำมันนำเข้าจะลดลงในอนาคต

ค. ในช่วงเวลาพหุภาคย์ จะไม่มีการเปลี่ยนแปลงด้านนโยบายการค้าระหว่างประเทศในลักษณะต่าง ๆ ก็ต้องกำหนด ให้นโยบายเกี่ยวกับการค้าคงที่นั่นเอง

๔.๓ แบบจำลอง (Model)

ในการวิเคราะห์นี้ จำเป็นต้องใช้แบบจำลองที่มี lag เพราะน้ำมันนั้นจำเป็นต้องใช้ช่วงระยะเวลาเพื่อการนำเข้า มีช่วงระหว่างการตัดสินใจและการนำเข้า เมื่อเป็นเช่นนี้จึงใคร่ขอทบทวนแบบจำลองที่มี distributed lags และวิธีการวัดต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

๔.๓.๑ แนวความคิดเบื้องต้น

๔.๓.๑.๑ Irving Fisher (พ.ศ. ๒๔๑๐ - ๒๔๙๐) เป็นผู้ให้หลักเกณฑ์

ในการประมาณการกระจายของ lag อย่างคร่าว ๆ ไว้ดังนี้คือ เลือกแบบของการกระจายของ lag ที่จะให้สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามและตัวแปรอิสระ (ทั้ง lagged และ unlagged variables) มีค่าสูงที่สุด^๑

$$y_t = b_0 + b \sum_{i=0}^{\infty} w_i X_{t-i} + u_t$$

ถ้า y_t = อุปสงค์ต่อสินค้าในเวลาปัจจุบัน

X_t = รายได้ ณ เวลา

$$\text{หรือ } y_t = b_0 + b w_0 X_t + b w_1 X_{t-1} + b w_2 X_{t-2} + \dots + u_t$$

w_0, w_1, w_2, \dots น้ำหนักความสำคัญของรายได้ปีต่าง ๆ

^๑ ดีเรก ปีทอมสิริวัฒน์, "พฤติกรรมของความล่าช้าในทางเศรษฐกิจ", วารสาร

สัมประสิทธิ์ b แทนปริมาณอุปสงค์ที่เพิ่มขึ้นเมื่อรายได้เพิ่มขึ้น

$$\text{และ } \sum_{i=0}^{\infty} w_i = 1$$

คือนำน้ำหนักความสำคัญเมื่อรวมกันทั้งหมดควรเท่ากับ ๑

๔.๓.๒.๑ distributed lag หลังจากของ Fisher ในปี พ.ศ. ๒๔๙๗

Leendert H. Koyck เสนอความคิดว่า ถ้ากำหนดให้น้ำหนักความสำคัญลดลงแบบอนุกรมเรขาคณิต (geometric declining lag) เมื่อเวลาเพิ่มขึ้นจนกระทั่งเป็น infinite^๑ กล่าวคือ

$$y_t = \alpha + \beta X_t + \beta \lambda X_{t-1} + \beta \lambda^2 X_{t-2} + \dots + \beta \lambda^n X_{t-n} + u_t \dots (1)$$

$$0 < \lambda < 1$$

ลดช่วงเวลาของสมการ (1)

$$y_{t-1} = \alpha + \beta X_{t-1} + \beta \lambda X_{t-2} + \beta \lambda^2 X_{t-3} + \dots + \beta \lambda^n X_{t-n-1} + u_{t-1} \dots (2)$$

เอา λ คูณสมการ (2) แล้วไปลบออกจากสมการ (1) จะได้

$$y_t - \lambda y_{t-1} = \alpha(1-\lambda) + \beta X_t + (u_t - \lambda u_{t-1})$$

$$y_t = \alpha(1-\lambda) + \beta X_t + \lambda y_{t-1} + (u_t - \lambda u_{t-1})$$

$$v_t = u_t - \lambda u_{t-1}$$

เนื่องจาก error term ใดกลายเป็น $(u_t - \lambda u_{t-1})$ แทนที่จะเป็น u_t ดังนั้นข้อสมมติจึงเป็นดังข้างล่างนี้

$$E(v_t) = 0$$

$$E(v_t v_{t'}) = -\lambda \sigma^2 \quad \text{ถ้า } t = t' - 1$$

$$E(v_t v_{t'}) = (1 + \lambda^2) \sigma^2 \quad \text{ถ้า } t = t'$$

$$= -\lambda \sigma^2 \quad \text{ถ้า } t = t' + 1$$

$$= 0 \quad \text{ถ้าเป็นอย่างอื่น}$$

^๑ เรื่องเดียวกัน, หน้า ๖๔

๔.๓.๑.๓ Pascal Distribution^๑

ในปี พ.ศ. ๒๕๐๓ Robert Solow เสนอว่าถ้ากำหนดว่าน้ำหนักความสำคัญมีการกระจายตามแบบ Pascal distribution จะได้การกระจายในลักษณะลดลงเป็นอนุกรมเรขาคณิต (geometric declining) ก็ได้ หรือในลักษณะที่น้ำหนักความสำคัญเพิ่มขึ้นและค่อยลดลงก็ได้

$$w_i = \frac{(r+t-1)!}{(r-1)!t!} (1-\lambda)^r \lambda^t, \quad t = 0, 1, 2, \dots$$

$$0 < \lambda < 1$$

t มีค่าเป็นบวกและเป็นตัวแปรที่กำหนดขึ้นตามความเหมาะสม ลักษณะของการกระจายขึ้นอยู่กับ r

	w_0	w_1	w_2	w_3
$r = 1$	$1-\lambda$	$(1-\lambda)\lambda$	$(1-\lambda)\lambda^2$	$(1-\lambda)\lambda^3$
$r = 2$	$(1-\lambda)^2$	$2(1-\lambda)^2\lambda$	$3(1-\lambda)^2\lambda^2$	$4(1-\lambda)^2\lambda^3$
$r = 3$	$(1-\lambda)^3$	$3(1-\lambda)^3\lambda$	$6(1-\lambda)^3\lambda^2$	$10(1-\lambda)^3\lambda^3$
$r = 4$	$(1-\lambda)^4$	$4(1-\lambda)^4\lambda$	$10(1-\lambda)^4\lambda^2$	$20(1-\lambda)^4\lambda^3$

ถ้า r เปลี่ยนแปลงไปทำให้สมการ regression เปลี่ยนไป เช่น ถ้า $r = 2$ สมการจะเป็น

$$y_t = b_0 + bw_0 X_t + bw_1 X_{t-1} + bw_2 X_{t-2} + \dots + u_t$$

$$y_t = b_p + b(1-\lambda)^2 X_t + 2b(1-\lambda)^2 X_{t-1} + 3b^2(1-\lambda)^2 X_{t-2} + \dots + u_t$$

$$y_t = b_0 + b(1-\lambda)^2 (X_t + 2\lambda X_{t-1} + 3\lambda^2 X_{t-2} + \dots) + u_t$$

ถ้า ค่าของ r เปลี่ยนแปลงไป น้ำหนักความสำคัญตามแบบนี้ จึงมีการกระจายแตกต่างกันไป

^๑ เรื่องเดียวกัน, หน้า ๖๕

๔.๓.๑.๔ Almon

ในปี พ.ศ. ๒๕๐๘ Almon ได้เสนอ distributed lag อีกรูปแบบหนึ่ง ซึ่งมีลักษณะกว้าง ๆ นำหนักความสำคัญอาจจะกระจายเป็นเส้นโค้งแบบใดก็ได้ กล่าวคือให้ W_i เป็น function polynomial ของตัวแปรหนึ่ง (X) ภายในช่วงเวลาหนึ่ง

$$y_t = \sum_{i=0}^{n-1} W(i) X_{t-i} \dots\dots\dots(1)$$

$$W(i) = \sum_{j=0}^q \phi_j(i) C_j \quad i = 0, 1, \dots, n-1 \dots(2)$$

q = degree polynomial

$\phi_j(i)$ = function polynomial ของ X_{t-i}

C_j = สัมประสิทธิ์ของ function $\phi_j(i)$

$\phi_j(i)$ ประมาณการโดยใช้ lagrange interpolation.

$$^*\phi_j(i) = \prod_{i=0}^n \frac{x-x_i}{x_j-x_i} \quad j \neq i$$

แทนค่าสมการ (๒) ลงในสมการ (๑)

$$y_t = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^q \phi_j(i) C_j X_{t-i}$$

หรือ

$$y_t = \sum_{j=0}^q C_j \sum_{i=0}^{n-1} \phi_j(i) X_{t-i}$$

*ตัวอย่าง ถ้า degree polynomial = 2 โดยที่ $x_0=1$, $x_1=1.5$ และ $x_2=3$ ตามลำดับ

$$\phi_0(i) = \frac{(x-1.5)(x-3)}{(1-1.5)(1-3)}$$

$$\phi_1(i) = \frac{(x-1)(x-3)}{(1.5-1)(1.5-3)}$$

$$\phi_2(i) = \frac{(x-1)(x-1.5)}{(3-1)(3-1.5)}$$

เมื่อ $C_j =$ คงที่

หรือ $y_t = \sum_{j=1}^q C_j Z_{tj}$

$$Z_{tj} = \sum_{i=0}^{n-1} \phi_j(1) K_{t-i}$$

๔.๓.๒ การใช้ distributed lag ในการคาดคะเน (expectation)

๔.๓.๒.๑ $I_t = K_t - K_{t-1}$ (1)

$$K_t - K_{t-1} = \gamma(K_t^* - K_{t-1})$$
(2)

I_t = การลงทุนที่แท้จริง

K_t^* = desired capital

K_t = actual capital

และถ้า assume ต่อไปว่า

$$K_t^* = \alpha Q_t + u_t$$
(3)

Q_t = output

u_t = error term (คือความไม่แน่นอนเข้ามาด้วย)

แทนค่าสมการ (๓) ลงในสมการ (๒)

$$\begin{aligned} K_t - K_{t-1} &= \gamma(\alpha Q_t + u_t - K_{t-1}) \\ &= \alpha\gamma Q_t + \gamma u_t - \gamma K_{t-1} \\ K_t &= \alpha\gamma Q_t + (1-\gamma)K_{t-1} + \gamma u_t \end{aligned}$$
(4)

๔.๓.๒.๒ Adaptive Expectation Hypothesis

สมมติถ้าเรามี function ของผลผลิตทางเกษตร โดย

$$y_t = \alpha x_t^* + u_t \dots \dots \dots (1)$$

$$y_t = \text{ปริมาณผลผลิต}$$

$$x_t^* = \text{ราคาที่เราคาดคะเนว่าจะ เป็น}$$

$$u_t = \text{error term (ผลมาจากความแปรปรวนของสภาพภูมิอากาศ และสภาพของดิน)}$$

$$E(u_t) = 0, \quad E(u_t u_{t'}) = \delta_{tt'} \sigma^2$$

เนื่องจากค่า x_t^* เราไม่สามารถเก็บข้อมูลได้ จึงตั้งสมมติฐานเกี่ยวกับการคาดคะเน ออกเป็น

๑. Static expectation

$$x_t^* = x_{t-1}$$

คือ x_t^* = ราคาสินค้าที่เราคาดคะเนในเวลา t เท่ากับ x_{t-1} ราคาที่เกิดขึ้นจริง ๆ ในเวลา $t-1$

๒. Adaptive expectation

$$x_t^* - x_{t-1}^* = \gamma(x_{t-1} - x_{t-1}^*)$$

$$0 < \gamma < 1$$

คือการเปลี่ยนแปลงของตัวคาดคะเนขึ้นอยู่กับผลต่างระหว่างการคาดคะเนกับผลที่เกิดขึ้นจริง ๆ ในเวลาที่ผ่านมา

$$x_t^* - x_{t-1}^* = \gamma x_{t-1} - \gamma x_{t-1}^*$$

$$x_t^* - (1-\gamma) x_{t-1}^* = \gamma x_{t-1}$$

$$\text{ให้ } \beta = 1 - \gamma$$

$$(I - \beta L) x_t^* = \gamma L x_t$$

$$(I - \beta L)x_t^* = \gamma Lx_t$$

$$x_t^* = \frac{\gamma L}{I - \beta L} x_t$$

$$x_t^* = \frac{(1 - \beta)L}{I - \beta L} x_t$$

$$(I - \beta L)x_t^* = \gamma Lx_t = (1 - \beta)L x_t$$

$$(I - \beta L)x_{t+1}^* = (1 - \beta)x_t$$

$$x_{t+1}^* = \frac{(1 - \beta)x_t}{(I - \beta L)} = (1 - \beta) \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i x_{t-i}$$

เพราะฉะนั้น $x_{t+1}^* = (1 - \beta) \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i x_{t-i} \dots \dots \dots (2)$

แทนค่าสมการ (๒) ลงในสมการ (๑) จะได้

$$y_t = \alpha(1 - \beta) \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i x_{t-i-1} + u_t \dots \dots \dots (3)$$

ซึ่งเป็น geometric distributed lag

๔.๓.๒.๓ The Partial Adjustment Hypothesis

$$y_t^* = \alpha x_t + u_t \dots \dots \dots (1)$$

$$y_t - y_{t-1} = \gamma(y_t^* - y_{t-1}) \dots \dots \dots (2)$$

$$0 < \gamma < 1$$

แทนค่าสมการ (๑) ลงในสมการ (๒) จะได้

$$y_t - y_{t-1} = \gamma(\alpha x_t + u_t - y_{t-1})$$

$$= \alpha \gamma x_t + \gamma u_t - \gamma y_{t-1}$$

$$y_t = \alpha \gamma x_t + \gamma u_t + (1-\gamma)y_{t-1}$$

$$y_t = (1-\gamma)y_{t-1} + \alpha \gamma x_t + \gamma u_t \quad \text{-----(3)}$$

solve difference equation ในสมการ (3) จะได้

$$y_t = \frac{\alpha \gamma}{1-\beta L} x_t + \frac{\gamma I}{1-\beta L} u_t, \quad \beta = 1-\gamma$$

เพราะฉะนั้น error term ในสมการนี้จะเป็น $v_t = \frac{\gamma I}{1-\beta L} u_t$

๔.๓.๓ การ estimate distributed lag

วิธีการ estimate distributed lag แบ่งออกได้เป็นหลายวิธีคือ

- (๑) Maximum Likelihood method
- (๒) Profiltering Procedure
- (๓) Instrumental variable
- (๔) Koyck + Klein method

๔.๓.๓.๑ Maximum Likelihood method

$$y_t = \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i x_{t-i} + u_t \quad \text{-----(1)}$$

$$\lambda \in (0,1)$$

$$u_t \sim N(0, \sigma^2 I), \quad u = (u_1, u_2, \dots, u_T)'$$

ปัญหาที่เกิดในการ estimate parameter ในสมการ (1)

- (๑) เป็น non linear เนื่องจาก λ ที่เข้าไปในสมการ
- (๒) สมการประกอบด้วย จำนวน infinite variables.
- (๓) วิธีการ estimation ที่จะได้ best efficient จะขึ้นอยู่กับ assumption ของ error term : u_t

จากสมการ เขียนใหม่โดยใช้ linear operator

$$y_t = \frac{\alpha I}{I - \lambda L} x_t + u_t \quad \text{-----(2)}$$

$$\text{จาก (1) } y_t - u_t = \alpha \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i x_{t-i} \quad \text{-----(3)}$$

$$\text{จาก (2) } y_t - u_t = \frac{\alpha I}{I - \lambda L} x_t \quad \text{-----(4)}$$

สมการ (3) = สมการ (4)

$$\begin{aligned} \frac{I}{I - \lambda L} x_t &= \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i x_{t-i} \\ &= \sum_{i=0}^{t-1} \lambda^i x_{t-i} + \lambda^t \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i x_{-i} \\ &= \sum_{i=0}^{t-1} \lambda^i x_{t-i} + \lambda^t a_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ } a_0 &= \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i x_{-i} \\ y_t &= \alpha a_0 \lambda^t + \alpha \sum_{i=0}^{t-1} \lambda^i x_{t-i} + u_t \end{aligned}$$

$$\text{หรือ } y_t = \alpha_0 \lambda^t + \alpha \sum_{i=0}^{t-1} \lambda^i x_{t-i} + u_t; \quad t = 1, 2, \dots, T$$

เมื่อ $\alpha_0 = \alpha a_0$

log likelihood function

$$L(\alpha_0, \alpha, \lambda, \sigma^2, y, x) = -\frac{T}{2} \ln(2\pi) - \frac{T}{2} \ln \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} (y - Xa)'(y - Xa) \dots (7)$$

เมื่อ $X = (x_{.0}^*, x_{.1}^*)$

$$x_{.0}^* = (\lambda, \lambda^2, \dots, \lambda^T)'$$

$$x_{.1}^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_T^*)'$$

$$x_t^* = \sum_{i=0}^{t-1} \lambda^i x_{t-i} = \lambda x_{t-1}^* + x_t \dots, \quad t = 2, 3, \dots, T \dots (8)$$

$$a = \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha \end{bmatrix}$$

.....* ได้มาจาก แทนค่า i

$$= x_t + \lambda x_{t-1} + \lambda^2 x_{t-2} + \dots + \lambda^{t-1} x_1 + \lambda^t x_0 + \lambda^{t-1} x_{-1} \dots \infty$$

$$= \sum_{i=0}^{t-1} \lambda^i x_{t-i} + \lambda^t (x_0 + \lambda^1 x_{-1} + \lambda^2 x_{-2} + \dots \infty)$$

$$= \sum_{i=0}^{t-1} \lambda^i x_{t-i} + \lambda^t \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i x_{-i}$$

Given , matrix X สามารถคำนวณได้จาก observation

$$x_1^* = x_1$$

$$x_0^* = 0$$

maximizing สมการ (๗) with respect to a และ σ^2 จะได้

$$\hat{a}(\lambda) = (X'X)^{-1} X'y \text{ -----(9)}$$

$$\hat{\sigma}^2(\lambda) = \frac{(Y-X\hat{a})'(Y-X\hat{a})}{T}$$

เอาผลจากสมการ (๘) แทนลงในสมการ (๗) เราจะได้ concentrated likelihood function ซึ่งขึ้นอยู่กับ parameter λ that we use to computed X

$$L(\lambda; y,x) = -\frac{T}{2} \ln(2\pi) - \frac{T}{2} \ln \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} \cdot T \hat{\sigma}^2(\lambda)$$

$$= -\frac{T}{2} \left[\ln(2\pi) + 1 \right] - \frac{T}{2} \ln \hat{\sigma}^2(\lambda) \dots \dots \dots (10)$$

λ^1 คำนวณมาจาก element ของ matrix X

estimator ของ $\lambda = \hat{\lambda}$

$$\hat{\sigma}^2(\lambda) \min \hat{\sigma}^2(\lambda_1)$$

estimator ของ a และ σ^2 ได้จาก

$$\hat{a} = \hat{a}(\hat{\lambda})$$

$$\hat{\sigma}^2 = \hat{\sigma}^2(\hat{\lambda})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha_0} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{t=1}^T \lambda^t (y_t - \alpha_0 \lambda^t - \alpha x_t^*) = 0 \quad \text{-----(11)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha} = \frac{1}{\sigma^2} \left(\sum_{t=1}^T (y_t - \alpha x_t^*) x_t^* - \alpha_0 \sum_{t=1}^T \lambda^t x_t^* \right) = 0 \quad \text{-----(12)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha} = \frac{1}{\sigma^2} \left[\sum_{t=1}^T (y_t - \alpha x_t^*) \frac{\partial x_t^*}{\partial \lambda} + \alpha_0 \sum_{t=1}^T (y_t - \alpha x_t^*) (t \lambda^{t-1}) - \alpha_0 \sum_{t=1}^T t \lambda^{2t-1} - \alpha_0 \alpha \sum_{t=1}^T \lambda^t \frac{\partial x_t^*}{\partial \lambda} \right] = 0 \quad \text{-----(13)}$$

ถ้าขนาด T ใหญ่เพียงพอแล้วไม่จำเป็นต้อง estimate α_0 เพราะสามารถดูจากสมการ (๖) ว่า $\alpha_0 \lambda^t \rightarrow 0$ เมื่อ T ใหญ่ และ assume ว่า

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{t=1}^T \lambda^t x_t^* < \infty$$

$$\text{plim}_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{T}} \frac{\partial L}{\partial \alpha_0} = 0$$

อย่างไรก็ตาม ถ้า T large อาจเขียนได้ว่า

$$\frac{1}{\sqrt{T}} \cdot \frac{\partial L}{\partial \alpha} = \frac{1}{\sigma^2} \frac{1}{\sqrt{T}} \sum_{t=1}^T (y_t - \alpha x_t^*) x_t^* = 0 \quad \text{-----(14)}$$

$$\frac{1}{\sqrt{T}} \cdot \frac{\partial L}{\partial \lambda} = \frac{1}{\sigma^2} \frac{1}{\sqrt{T}} \sum_{t=1}^T (y_t - \alpha x_t^*) \frac{\partial x_t^*}{\partial \lambda} = 0 \quad \text{-----(15)}$$

๒. Prefiltering Procedure

เป็นวิธีการที่เสนอโดย Steiglitz และ McBride (138)

$$\text{โดยให้ } S = \sum_{t=1}^T \left(y_t - \frac{\alpha I}{I - \lambda L} x_t \right)^2 \quad \text{-----(1)}$$

minimize S. with respect to α and λ

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha} = -2 \sum_{t=1}^T \left(y_t - \frac{\alpha I}{I-\lambda L} x_t \right) \frac{I}{I-\lambda L} x_t = 0 \text{-----(2)}$$

$$\frac{\partial S}{\partial \lambda} = 2 \sum_{t=1}^T \left(y_t - \frac{\alpha I}{I-\lambda L} x_t \right) \frac{I}{(I-\lambda L)^2} x_{t-1} = 0 \text{-----(3)}$$

ถ้าให้ $y_t^* = \frac{I}{I-\lambda L} y_t$

$$x_t^* = \frac{I}{I-\lambda L} x_t \text{-----(4)}$$

$$x_t^{**} = \frac{I}{I-\lambda L} x_t^*$$

แทนค่าเหล่านี้ในสมการ (๒) +(๓) แล้วเขียนใหม่จะได้

$$\alpha \sum_{t=2}^T x_t^{*2} + \lambda \sum_{t=2}^T y_{t-1}^* x_t^* = \sum_{t=2}^T y_t^* x_t^* \text{-----(5)}$$

$$\alpha \sum_{t=2}^T x_t^* x_{t-1}^{**} + \lambda \sum_{t=2}^T y_{t-1}^* x_{t-1}^{**} = \sum_{t=2}^T y_t^* x_{t-1}^{**} \text{-----(6)}$$

It is then suggested that we compute

$$y_t^* = \lambda y_{t-1}^* + y_t$$

$$x_t^* = \lambda x_{t-1}^* + x_t \text{-----(7)}$$

$$x_t^{**} = \lambda x_{t-1}^* + x_t^*$$

และ $y_0^* = x_0^* = x_0^{**} = 0 \text{-----(8)}$

Steiglitz และ Mcbride เสนอว่า เราสมมติค่า λ เพื่อคำนวณหาสมการ (๗) แล้วแทนในสมการ (๖) จะได้ estimators ของ α, λ แล้วใช้ estimator ของ λ คำนวณอีกครั้งในสมการ (๗) และทำซ้ำ ๆ (repeat) ไปเรื่อย ๆ จนกระทั่ง estimators converge

และเราสามารถพิสูจน์ได้ว่า ถ้า u_t เป็น independent ซึ่งกันและกัน random variables จะมีการกระจายเป็นแบบเดียวกัน ทฤษฎีพื้นฐานของ maximum likelihood estimation implies that

$$\sqrt{T} \left[\begin{pmatrix} \hat{\alpha} \\ \hat{\lambda} \\ \hat{\sigma}^2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \alpha \\ \lambda \\ \sigma^2 \end{pmatrix} \right] \sim N(0, C_M)$$

เมื่อ

$$C_M^{-1} = -\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left[E \frac{\partial^2 L}{\partial \begin{pmatrix} \alpha \\ \lambda \\ \sigma^2 \end{pmatrix} \partial (\alpha, \lambda, \sigma^2)} \right] \quad \text{---(9)}$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{\sigma^2} \cdot \frac{1}{T} \left[\begin{array}{cc} \sum_{t=1}^T x_t^{*2} & \alpha \sum_{t=1}^T \left(x_t^* \frac{\partial x_t^*}{\partial \lambda} \right) & 0 \\ \alpha \sum_{t=1}^T \left(x_t^* \frac{\partial x_t^*}{\partial \lambda} \right) & \alpha^2 \sum_{t=1}^T \left(\frac{\partial x_t^*}{\partial \lambda} \right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{T}{2\sigma^2} \end{array} \right] \quad \text{---(10)}$$

$$x_t^* = \frac{I}{I - \lambda L} \quad x_t = \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i x_{t-i} \quad \text{---(11)}$$

สมการ (๑๑) ไม่เหมือนกับสมการ (๘) ใน ML estimation ที่ i มีค่าถึง ∞ ในสมการ (๑๑) แต่ในสมการ (๘) i ถึง $t-1$ เท่านั้น

element ของ matrix ในสมการ (๑๐) จะหมดไป ถ้าเราให้ $T \rightarrow \infty$ ดังนั้น ถ้า samples ขนาดใหญ่ expressions ของ \hat{x}_t^* ทั้งสองสมการที่ใช้จะได้ consistent estimators สำหรับ C_M สามารถได้จากการแทนใน consistent estimators ของ α, λ และ σ^2 ในสมการ (๑๐)

เราจะได้ว่า maximum likelihood estimator ของ α และ λ เหมือนกับ Search procedure และ prefiltering procedure มี asymptotic distributions

$$\sqrt{T} \left[\begin{pmatrix} \hat{\alpha} \\ \hat{\lambda} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \alpha \\ \lambda \end{pmatrix} \right] \sim N(0, C_M)$$

$$C_M \text{ exists}$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_t^2 \text{ exists}$$

estimator of σ^2 is asymptotically independent of $\hat{\alpha}, \hat{\lambda}$ and is distributed as.

$$\sqrt{T} (\hat{\sigma}^2 - \sigma^2) \sim N(0, 2\sigma^4)$$

๓. Instrumental Variable Approach

$$y_t = \frac{\alpha I}{I - \lambda L} x_t + u_t \text{ -----(1)}$$

$$t = 1, 2, 3, \dots, T$$

สามารถเขียนสมการ (๑) ได้ใหม่

$$y_t = \alpha x_t + \lambda y_{t-1} + w_t \text{ -----(2)}$$

$$w_t = u_t - \lambda u_{t-1}$$

$$t = 2, 3, \dots, T$$

ถ้าใช้ OLS ในการ estimate สมการ (๒) จะทำให้ biased และ inconsistent เราจึงหา variable ตัวอื่นมาแทนด้วย x ถ้าใช้ Z เราเรียก Z เป็น instrumental variable โดย Z มีความสัมพันธ์กับ x แต่ไม่มีความสัมพันธ์กับ w_t

จากสมการ (๒) เราจะใช้ x_t, x_{t-1} เป็น Instrumental variable

ดังนั้น normal equation จะเป็น

$$\alpha \sum_{t=2}^T x_t^2 + \lambda \sum_{t=2}^T x_t y_{t-1} = \sum_{t=2}^T x_t y_t \text{ -----(3)}$$

$$\alpha \sum_{t=2}^T x_{t-1} x_t + \lambda \sum_{t=2}^T x_{t-1} y_{t-1} = \sum_{t=2}^T x_{t-1} y_t \text{ -----(4)}$$

solving และแทนค่าจาก (๒) จะได้

$$\begin{pmatrix} \tilde{\alpha} \\ \tilde{\lambda} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \lambda \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \sum x_t^2 & \sum x_t y_{t-1} \\ \sum x_{t-1} x_t & \sum x_{t-1} y_{t-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum x_t w_t \\ \sum x_{t-1} w_t \end{bmatrix} \text{ -----(5)}$$

$$\text{plim}_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=i+1}^T x_{t-i} w_t = 0 \text{ -----(6)}$$

$$i = 0, 1$$

$$\sqrt{T} \begin{bmatrix} \left(\begin{matrix} \tilde{\alpha} \\ \tilde{\lambda} \end{matrix} \right) - \left(\begin{matrix} \alpha \\ \lambda \end{matrix} \right) \end{bmatrix} = \left\{ \frac{1}{T} \begin{bmatrix} \sum_{t=2}^T x_t^2 & \sum_{t=2}^T x_t y_{t-1} \\ \sum_{t=2}^T x_{t-1} x_t & \sum_{t=2}^T x_{t-1} y_{t-1} \end{bmatrix} \right\}^{-1} \frac{1}{\sqrt{T}} \sum_{t=2}^T \begin{pmatrix} x_t \\ x_{t-1} \end{pmatrix} w_t \quad (7)$$

หรือ $\sqrt{T} \left[\begin{pmatrix} \tilde{\alpha} \\ \tilde{\lambda} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \alpha \\ \lambda \end{pmatrix} \right] \sim N(0, C_I)$ -----(8)

เมื่อ $C_I = \sigma^2 A_I^{-1} B_I A_I^{-1}$

$$A_I = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \begin{bmatrix} \sum_{t=2}^T x_t^2 & \sum_{t=2}^T x_t y_{t-1} \\ \sum_{t=2}^T x_t x_{t-1} & \sum_{t=2}^T x_{t-1} y_{t-1} \end{bmatrix}$$

$$B_I = (1+\lambda^2) \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \begin{bmatrix} x'x - \frac{2\lambda x'x_{-1}}{1+\lambda^2} & x'x_{-1} - \frac{\lambda}{1+\lambda^2} (x'x + x'x_{-2}) \\ x'x_{-1} - \frac{\lambda}{1+\lambda^2} (x'x + x'x_{-2}) & x'x - \frac{2\lambda}{1+\lambda^2} x'x_{-1} \end{bmatrix}$$

และ $x = (x_2, x_3, \dots, x_T)'$

$x_{-1} = (x_1, x_2, \dots, x_{T-1})'$

$x_{-2} = (0, x_1, x_2, \dots, x_{T-2})'$

๔. Koyck & Klein Method

เป็นการ estimate รวมกันระหว่าง ordinary least squares และ Aitken estimator

$$y_t = \lambda y_{t-1} + \alpha x_t + u_t - \lambda u_{t-1} \quad (1)$$

$$w_t = u_t - \lambda u_{t-1}$$

normal equation

$$\alpha \sum_{t=2}^T x_t^2 + \lambda \sum_{t=2}^T x_t y_{t-1} = \sum_{t=2}^T x_t y_t \dots\dots\dots(2)$$

$$\alpha \sum_{t=2}^T x_t y_{t-1} + \lambda \sum_{t=2}^T y_{t-1}^2 = \sum_{t=2}^T y_t y_{t-1} + \lambda \frac{\bar{w}'\bar{w}}{1+\lambda^2} \dots\dots(3)$$

$\bar{w}'\bar{w}$ = sum of squares of the OLS residuals

จาก (1)

$\hat{\alpha}$
 λ = OLS estimator ของ λ

minimum Chi square estimator of parameter (1)

$$Q = (y - \alpha x - \lambda y_{-1})' \phi^{-1} (y - \alpha x - \lambda y_{-1}) \dots\dots\dots(4)$$

$$y = (y_2, y_3 \dots\dots\dots y_T)'$$

$$y_{-1} = (y_1, y_2 \dots\dots\dots y_{T-1})'$$

$$x = (x_2, x_3 \dots\dots\dots x_T)'$$

$$COV(w) = \sigma^2(1 + \lambda^2) I \dots\dots\dots(5)$$

แทนค่าในสมการ (4)

$$Q = \frac{1}{1 + \lambda^2} (y - \alpha x - \lambda y_{-1})' (y - \alpha x - \lambda y_{-1}) \dots\dots\dots(6)$$

minimizing สมการ (6) with respect to α และ λ จะได้

$$\frac{\partial Q}{\partial \alpha} = - \frac{-2}{1 + \lambda^2} (y - \alpha x - \lambda y_{-1})' x = 0 \dots\dots\dots(7)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \alpha} = \frac{-2}{1 + \lambda^2} (y - \alpha x - \lambda y_{-1})' y_{-1}$$

$$\frac{-2\lambda}{(1 + \lambda^2)^2} (y - \alpha x - \lambda y_{-1})' (y - \alpha x - \lambda y_{-1}) = 0 \dots\dots\dots(8)$$

แก้ system ในสมการ (7) และ (8) เหมือนกันกับ

$$\alpha x'x + \lambda x'y_{-1} = x'y \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$\alpha y'_{-1} x + \lambda y'_{-1} y_{-1} = y'_{-1} y + \frac{\lambda}{1+\lambda} w'w \quad \dots\dots(10)$$

∴ Koyck - Klein estimator คือ ordinary least square

$$\text{COV}(w) = \sigma^2 I$$

$$\sqrt{T} \left[\begin{pmatrix} \tilde{\alpha} \\ \tilde{\alpha} \\ \tilde{\lambda} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha \\ \lambda \end{pmatrix} \right] \sim N(0, C_K) \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$\text{เมื่อ } C_K = \sigma^2 A_K^{-1} B_K A_K^{-1} \quad \dots\dots\dots(12)$$

$$A_K = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \begin{bmatrix} x'x & x'_{-1} \bar{y}_{-1} \\ \bar{y}'_{-1} x & \bar{y}'_{-1} \bar{y}_{-1} \end{bmatrix}$$

$$B_K = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \begin{bmatrix} (1+\lambda^2)x'x - 2\lambda x'x_{-1} & (1+\lambda^2)x'\bar{y}_{-1} - \lambda(x'\bar{y} + x'\bar{y}_{-2}) \\ (1+\lambda^2)x'\bar{y}_{-1} - \lambda(x'\bar{y} + x'\bar{y}_{-2}) & (1+\lambda^2)(\bar{y}'\bar{y} - 2\lambda\bar{y}'\bar{y}_{-1}) + \left(\frac{1-\lambda^2}{1+\lambda}\right)^2 \sigma^2 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(13)$$

$$\bar{y}_t = \frac{\alpha I}{I - \lambda L} x_t \quad \dots\dots\dots(14)$$

สรุป

$$\text{จาก } y_t = \frac{\alpha I}{I - \lambda L} x_t + u_t, \quad t = 1, 2, \dots, T. \quad \dots\dots(1)$$

$$\text{เมื่อ } u = (u_1, u_2, \dots, u_T)'$$

$$u \sim N(0, \sigma^2 I) \quad \dots\dots\dots(2)$$

๑. Asymptotic distribution ของ Maximum likelihood estimator $\sim N(0, C_M)$

และ
$$C_M = \sigma^2 \lim_{T \rightarrow \infty} T \left[(X, \bar{Y}_{-1})' D' D (X, \bar{Y}_{-1}) \right]^{-1} \text{-----} (3)$$

เมื่อ $x = (x_1, x_2, \dots, x_T)'$, $\bar{Y}_{-1} = \alpha(x_0^*, x_1^*, x_2^*, \dots, x_{T-1}^*)'$

$\bar{y} = \alpha(x_1^*, x_2^*, \dots, x_T^*)'$, $x_{-1} = (x_0, x_1, x_2, \dots, x_{T-1})'$ ----- (4)

๒. asymptotic distribution Instrumental variables estimator

$\sim N(0, C_I)$ และ

$$C_I = \sigma^2 A_I^{-1} B_I A_I' \text{-----} (5)$$

เมื่อ

$$A_I = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \begin{bmatrix} x'x & x'\bar{y}_{-1} \\ x'_{-1}x & x'_{-1}\bar{y}_{-1} \end{bmatrix}$$

$$B_I = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \begin{bmatrix} (1+\lambda^2)x'x - 2\lambda x'x_{-1} & (1+\lambda^2)x'x_{-1} - \lambda(x'x + x'x_{-2}) \\ (1+\lambda^2)x'x_{-1} - \lambda(x'x + x'x_{-2}) & (1+\lambda^2)x'x_{-1} - 2\lambda x'x_{-1} \end{bmatrix} \text{-----} (6)$$

๓. asymptotic distribution ของ Koyck-Klein estimator $\sim N(0, C_K)$ และ

$$C_K = \sigma^2 A_K^{-1} B_K A_K' \text{-----} (7)$$

เมื่อ

$$A_K = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \begin{bmatrix} x'x & x'_{-1}\bar{y}_{-1} \\ \bar{y}_{-1}'x & \bar{y}_{-1}'\bar{y}_{-1} \end{bmatrix}$$

$$B_K = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \begin{bmatrix} (1+\lambda^2)x'x - 2\lambda x'x_{-1} & (1+\lambda^2)x'\bar{y}_{-1} - \lambda(x'\bar{y} + x'\bar{y}_{-2}) \\ (1+\lambda^2)x'\bar{y}_{-1} - \lambda(x'\bar{y} + x'\bar{y}_{-2}) & (1+\lambda^2)(\bar{y}'\bar{y} - 2\lambda\bar{y}'\bar{y}_{-1}) + T \frac{(1-\lambda^2)^2}{(1+\lambda)} \sigma^2 \end{bmatrix}$$

จากวิธี estimate ทั้ง ๓ วิธี คือ Maximum likelihood estimator Instrumental variable ของ Koyck-Klein estimator Professor Dhrymes ได้พิสูจน์และให้ข้อสรุปไว้ว่า*

๑. Maximum likelihood estimator จะ asymptotically มากกว่า Instrumental variables และ Koyck-Klein estimators

๒. ระหว่าง Instrumental variables กับ Koyck-Klein estimators คำนวณง่ายแต่ไม่สามารถบอกได้ว่าวิธีไหนดีกว่ากัน ขึ้นอยู่กับ conditions ในการทำงานวิจัย

๓. Koyck-Klein estimators ก็คือ instrumental variables นั้นเอง

ในกรณีที่ Professor Dhrymes กล่าวว่าถ้าใช้ x_t, \bar{y}_{t-1} เป็น instrumental variables แล้วจะดีกว่าใช้ x_{t-1} แต่ถ้าใช้ $x_t, \bar{y}_{t-1} + \frac{1-\lambda^2}{(1+\lambda^2)}^{3/2} u_{t-1} + r$; $r = \pm 2, \pm 3, \dots$ แทน x_{t-1} หรือ \bar{y}_{t-1} แล้วก็จะ เป็น Koyck-Klein estimators

๔.๔ แบบจำลอง (Model) ที่ใช้วิเคราะห์

ในการวิเคราะห์ ความต้องการนำเข้าน้ำมันดิบและผลิตภัณฑ์น้ำมัน จะรวมเอาเฉพาะตัวกำหนดทางเศรษฐกิจ บางตัวที่คาดว่าจะมีบทบาทสำคัญต่อการนำเข้า เข้ามาไว้ในแบบจำลอง ได้แก่

P_t^e = ระดับราคาที่เราคาดว่าจะ เป็น *

P_t = ระดับราคาที่เป็นจริง

Y_t = ผลิตภัณฑ์รายได้ประชาชาติ

N_t = จำนวนประชากร

* รายละเอียดอ่านได้จาก Phcebus J. Dhrymes, Distributed Lags, Problems of Estimation and Formulation p.127-138

Q_t = จำนวนรถยนต์

u_t = error term

a_i = ค่าสัมประสิทธิ์ของสมการ

$i = 1, \dots, 5$

β = Coefficient of Adjustment

λ = ค่าสัมประสิทธิ์ของการปรับตัวของราคาคาดคะเนกับราคาที่เป็นจริง

โดยที่ M_t^d = ปริมาณน้ำมันนำเข้าที่ต้องการ

M_t = ปริมาณน้ำมันนำเข้าที่เป็นจริง จะแบ่งออกเป็น น้ำมันดิบและผลิตภัณฑ์น้ำมัน

เมื่อพิจารณาจากตัวกำหนดเหล่านี้ สามารถสร้างสมการ แสดงความสัมพันธ์

ระหว่างการนำเข้า และตัวกำหนดดังต่อไปนี้

$$M_t^d = a_1 + a_2 P_t^e + a_3 Y_t + a_4 N_t + a_5 Q_t + u_t \quad (1)$$

เนื่องจาก M_t^d และ P_t^e ในสมการ (1) ไม่อาจวัดได้ จึงตั้งข้อสมมติโดยใช้ Koyck Adjustment จะได้

$$M_t - M_{t-1} = \beta (M_t^d - M_{t-1}) \quad (2)$$

$$0 < \beta < 1$$

β = Coefficient of Adjustment

และสมมติว่า ราคาสินค้าที่คาดคะเนในเวลา t เท่ากับ ราคาสินค้าที่เกิดขึ้นจริง ในระยะที่ผ่านมา ซึ่งมีการกระจายในรูป geometric declining คือ น้ำหนักความสำคัญลดลงแบบอนุกรมเรขาคณิต

$$P_t^e = \sum_{i=0}^{\infty} (1-\lambda)^i P_{t-i} \quad (3)$$

$$0 < \lambda < 1$$

λ = Coefficient ของราคาทีคาดคะเน (Price Expectation)

แทนค่า P_t^e จากสมการ (3) ลงในสมการ (1) จะได้

$$M_t^d = a_1 + a_2 \sum_{i=0}^{\infty} (1-\lambda)^i P_{t-i} + a_3 Y_t + a_4 N_t + a_5 Q_t + u_t \quad (4)$$

แทนค่าสมการ (4) ลงในสมการ (2) จะได้

$$\begin{aligned} M_t - M_{t-1} &= \beta \left[a_1 + a_2 \sum_{i=0}^{\infty} \lambda (1-\lambda)^i P_{t-i} + a_3 Y_t + a_4 N_t + a_5 Q_t + u_t - M_{t-1} \right] \\ &= \beta a_1 + \beta a_2 \sum_{i=0}^{\infty} \lambda (1-\lambda)^i P_{t-i} + \beta a_3 Y_t + \beta a_4 N_t + \beta a_5 Q_t + \beta u_t - \beta M_{t-1} \\ M_t &= \beta a_1 + \beta a_2 \sum_{i=0}^{\infty} \lambda (1-\lambda)^i P_{t-i} + \beta a_3 Y_t + \beta a_4 N_t + \beta a_5 Q_t + (1-\beta) M_{t-1} + \beta u_t \end{aligned} \quad (5)$$

ลดช่วงเวลาสมการ (5) ลง ๑ ช่วงเวลาแล้วคูณสมการด้วย $(1-\lambda)$

$$\begin{aligned} (1-\lambda)M_{t-1} &= (1-\lambda) \beta a_1 + (1-\lambda) \beta a_2 \sum_{i=0}^{\infty} \lambda (1-\lambda)^i P_{t-i-1} + (1-\lambda) \beta a_3 Y_{t-1} \\ &\quad + (1-\lambda) \beta a_4 N_{t-1} + (1-\lambda) \beta a_5 Q_{t-1} + (1-\lambda) (1-\beta) M_{t-2} + (1-\lambda) \beta u_{t-1} \\ (1-\lambda)M_{t-1} &= (1-\lambda) \beta a_1 + \beta a_2 \sum_{i=0}^{\infty} \lambda (1-\lambda)^{i+1} P_{t-i-1} + (1-\lambda) \beta a_3 Y_{t-1} \\ &\quad + (1-\lambda) \beta a_4 N_{t-1} + (1-\lambda) \beta a_5 Q_{t-1} + (1-\lambda) (1-\beta) M_{t-2} + (1-\lambda) \beta u_{t-1} \end{aligned} \quad (6)$$

เอกลสมการ (5) ลบออกจากสมการ (6)

$$\begin{aligned} M_t - (1-\lambda)M_{t-1} &= \lambda \beta a_1 + a_2 \beta \lambda \left[\sum_{i=0}^{\infty} (1-\lambda)^i P_{t-i} - \sum_{i=0}^{\infty} (1-\lambda)^{i+1} P_{t-i-1} \right] \\ &\quad + a_3 \beta [Y_t - (1-\lambda)Y_{t-1}] + a_4 \beta [N_t - (1-\lambda)N_{t-1}] \\ &\quad + a_5 \beta [Q_t - (1-\lambda)Q_{t-1}] + (1-\beta) [M_{t-1} - (1-\lambda)M_{t-2}] \\ &\quad + \beta [u_t - (1-\lambda)u_{t-1}] \end{aligned} \quad (7)$$

----- (7)

สมการ (7) ยังไม่สามารถจะ estimate ได้จำเป็นต้องทำให้ Infinite Sum (ผลบวกที่ไม่สิ้นสุด) หหมดไปคือเทอม

$$a_2 \beta \lambda \left[\sum_{i=0}^{\infty} (1-\lambda)^i P_{t-i} - \sum_{i=0}^{\infty} (1-\lambda)^{i+1} P_{t-i-1} \right]$$

เทอม $\sum_{i=0}^{\infty} (1-\lambda)^i P_{t-i}$ ถ้า $i=0$ สามารถแยกออกเป็น ๒ เทอม
ได้คือ

$$a_2 \beta \lambda P_t + \sum_{i=1}^{\infty} (1-\lambda)^i P_{t-i}$$

แทนค่าลงในสมการ (7)

$$M_t - (1-\lambda)M_{t-1} = a_1 \beta \lambda + a_2 \beta \lambda P_t + a_2 \beta \lambda \sum_{i=1}^{\infty} (1-\lambda)^i P_{t-i}$$

$$- a_2 \beta \lambda \sum_{i=0}^{\infty} (1-\lambda)^{i+1} P_{t-i-1}$$

$$+ a_3 \beta \left[Y_t - (1-\lambda)Y_{t-1} \right] + a_4 \beta \left[N_t - (1-\lambda)N_{t-1} \right]$$

$$+ a_5 \beta \left[Q_t - (1-\lambda)Q_{t-1} \right] + (1-\beta) \left[M_{t-1} - (1-\lambda)M_{t-2} \right]$$

$$+ \beta \left[u_t - (1-\lambda)u_{t-1} \right]$$

$$a_2 \beta \lambda \sum_{i=1}^{\infty} (1-\lambda)^i P_{t-i} = a_2 \beta \lambda \left[(1-\lambda)P_{t-1} + (1-\lambda)^2 P_{t-2} + (1-\lambda)^3 P_{t-3} + \dots^{\infty} \right]$$

$$a_2 \beta \lambda \sum_{i=0}^{\infty} (1-\lambda)^{i+1} P_{t-i} = a_2 \beta \lambda \left[(1-\lambda)P_{t-1} + (1-\lambda)^2 P_{t-2} + (1-\lambda)^3 P_{t-3} + \dots^{\infty} \right]$$

เพราะฉะนั้นทั้งสองเทอมมีค่าเท่ากัน

สมการสุดท้ายคือสมการที่ (8) ที่จะใช้คือ

$$\begin{aligned}
 M_t - (1-\lambda)M_{t-1} &= a_1\beta\lambda + a_2\beta\lambda P_t + a_3\beta [Y_t - (1-\lambda)Y_{t-1}] \\
 &+ a_4\beta [N_t - (1-\lambda)N_{t-1}] + a_5\beta [Q_t - (1-\lambda)Q_{t-1}] \\
 &+ (1-\beta) [M_{t-1} - (1-\lambda)M_{t-2}] + v_t \text{-----} (8)
 \end{aligned}$$

๔.๕ ผลการวิเคราะห์ทางสถิติ

เนื่องจากมีปัญหายางประการเกี่ยวกับโปรแกรมคอมพิวเตอร์ การวัดจึงไม่ได้ครอบคลุมถึงปัญหา estimate ในข้อ ๔.๓.๓ แต่วัดโดยสมมติว่า autocorrelation ใน error term ค่อนข้างเล็ก

ผลการวิเคราะห์ทางสถิติ โดยการนำเอาตัวเลขจากข้อมูลทางปริมาณน้ำมันดิบและผลิตภัณฑ์น้ำมันนำเข้า ระดับราคา จำนวนประชากร จำนวนรถยนต์ ตามรูปแบบการที่แสดงไว้ นั่นคือ สมการที่ (๘) จะได้สมการดังต่อไปนี้ :-

๔.๕.๑ สมการน้ำมันดิบ*

๔.๕.๒ สมการผลิตภัณฑ์น้ำมัน*

* รายละเอียดของสมการที่เหลือทั้งหมดแสดงในภาคผนวก

๔.๔.๑ สมการน้ำมันดิบ

ผลการวิเคราะห์ทางสถิติของความต้องการนำเข้าน้ำมันดิบ ได้แสดงดังสมการข้างล่างนี้

$$M_t - (1-\lambda)M_{t-1} = 3291104 - 1813.419 P_t + 0.28674 [Y_t - (1-\lambda)Y_{t-1}]$$

$$(-0.67718) \quad (0.68889)$$

$$+ 0.74302 [N_t - (1-\lambda)N_{t-1}] + 1.09256 [Q_t - (1-\lambda)Q_{t-1}]$$

$$(76.60035) \quad (1.10159)$$

$$+ 0.96106 [M_{t-1} - (1-\lambda)M_{t-2}]$$

$$(92.05539)$$

$$R^2 = .64495, \quad SE = 301491.1, \quad F = 48.075, \quad \lambda = 0.9, \quad \beta = 0.03894$$

(ค่าในวงเล็บคือค่า t-statistics ของตัวแปรผันต่าง ๆ)

สมการความต้องการนำเข้าน้ำมันดิบตามที่ปรากฏในสมการ ๔.๔.๑ นั้น กำหนดให้ความต้องการนำเข้าน้ำมันดิบขึ้นอยู่กับปัจจัยต่าง ๆ เช่น ราคาน้ำมันดิบนำเข้า ผลผลิตต่อประชากรในเดือนที่ผ่านมา และในเดือนปัจจุบัน จำนวนประชากรในเดือนที่ผ่านมาและในเดือนปัจจุบัน จำนวนรถยนต์ในเดือนที่ผ่านมาและในเดือนปัจจุบัน รวมทั้งปริมาณน้ำมันดิบที่นำเข้าในเดือนที่ผ่านมาแล้วและในเดือนปัจจุบัน จากตัวแปรต่าง ๆ สามารถที่จะอธิบายถึงความต้องการนำเข้าน้ำมันดิบได้ ๖๔ เปอร์เซ็นต์ ซึ่งจะเห็นได้ว่าค่อนข้างจะต่ำ ทั้งนี้เพราะตามปกติแล้วเราไม่สามารถจะประเมินค่าของตัวแปรตาม จากการหาค่าของตัวแปรอิสระได้ ๑๐๐% ทั้งนี้เพราะขึ้นอยู่กับ :

๑. ความคลาดเคลื่อนอันเกิดจากการเก็บรวบรวมข้อมูล
๒. ความคลาดเคลื่อนอันเกิดจากการ (Specification) ไม่ถูกต้อง

ซึ่งในสมการที่แสดงจะเห็นได้ว่า ความถูกต้องของสมการในบรรดาปัจจัยแปรผันต่าง ๆ เหล่านี้ จำนวนประชากรและปริมาณน้ำมันดิบในเดือนที่ผ่านมา มีผลกระทบต่อ การเปลี่ยนแปลงความต้องการนำเข้าน้ำมันดิบที่สำคัญที่สุด ซึ่งอาศัยการพิจารณาได้จากค่าทดสอบทางสถิติ (t-statistics)

ของจำนวนประชากร และปริมาณความต้องการนำเข้าน้ำมันดิบที่ผ่านมาแล้ว ซึ่งมีนัยสำคัญทดสอบทางสถิติในระดับความเชื่อมั่น ๕๕% ทั้งนี้อาจเป็นเพราะจำนวนประชากรที่เพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วย่อมมีผลต่อการนำเข้าน้ำมันดิบ ถึงแม้จะไม่ไปกระทบโดยตรง แต่ประชากรของประเทศส่วนใหญ่ก็ต้องบริโภคน้ำมัน ถึงแม้ว่าจะออกมาในรูปของบริการอื่น ๆ ก็ตาม และจำนวนประชากรกับปริมาณนำเข้าน้ำมันดิบที่ผ่านมาแล้ว มีความสัมพันธ์กับอุปสงค์น้ำมันดิบในทางบวกตามที่ตั้งข้อสมมติไว้ ส่วนปัจจัยอื่นก็มีความสำคัญน้อยลงไปตามลำดับ ซึ่งได้แก่จำนวนรถยนต์ ผลิตภัณฑ์ประชาชาติ ซึ่งมีเครื่องหมายเป็นบวกตามที่ได้สมมติไว้ คือถ้าจำนวนรถยนต์และรายได้ประชาชาติเพิ่มขึ้น จำนวนปริมาณนำเข้าน้ำมันดิบนำเข้าก็เพิ่มขึ้นด้วย ในทางตรงกันข้าม ถ้าจำนวนรถยนต์และรายได้ประชาชาติลดลง ปริมาณนำเข้าน้ำมันดิบก็ลดลงด้วย โดยจะเห็นได้ว่า จำนวนรถยนต์และรายได้ประชาชาติในเดือนปัจจุบันมีอิทธิพลต่อการนำเข้ามามากกว่าในเดือนที่ผ่านมาแล้ว และราคาน้ำมันดิบนำเข้า (C.I.F. Import Price) ซึ่งมีระดับความเชื่อมั่นเพียง ๗๕% ซึ่งนับว่ามีผลต่อการเปลี่ยนแปลงการนำเข้าน้ำมันดิบเข้าน้อยมาก อาจเป็นเพราะน้ำมันนับว่าเป็นสินค้าที่จำเป็นต่อการครองชีพ และนับว่าเป็นตัวจักรสำคัญของระบบเศรษฐกิจ ประกอบกับประเทศไทยไม่มีน้ำมันดิบเอง ต้องนำเข้าจากต่างประเทศทั้งหมด เพราะฉะนั้นไม่ว่าราคาจะเปลี่ยนแปลงอย่างไรเราก็ต้องบริโภคอยู่ โดยทั่ว ๆ ไปแล้วประเทศกำลังพัฒนาที่มีอิทธิพลค่อนข้างน้อยในการกำหนดราคาสินค้านำเข้าอยู่แล้ว ราคาย่อมผันผวนอย่างรวดเร็วโดยขึ้นอยู่กับภาวะเศรษฐกิจของโลก ความสัมพันธ์ของราคานำเข้าจะเป็นไปในทางตรงข้ามกับปริมาณการนำเข้าน้ำมันดิบ โดยเมื่อราคาเพิ่มขึ้นปริมาณนำเข้าจะลดลงเพราะมูลค่าการนำเข้าจะสูงขึ้นเนื่องจากราคาสูงขึ้น และถูกจำกัดด้วยรายได้ เนื่องจากประเทศไทยเป็นประเทศเกษตรกรรม สินค้าออกส่วนใหญ่เป็นสินค้าเกษตรกรรม ซึ่งต้องพึ่งภาวะดินฟ้าอากาศและรายได้ส่วนใหญ่ของประเทศมาจากสินค้าออกประเภทนี้

ค่าสัมประสิทธิ์ของการปรับตัวของราคาที่เราคาดว่าจะเท่ากับ ๐.๕ และค่าความยืดหยุ่นของราคาในระยะสั้นคำนวณได้เท่ากับ ๐.๐๑ กล่าวคือ ถ้าหากมีการเปลี่ยนแปลงในราคาน้ำมันดิบเพียง ๑% แล้ว จะก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในปริมาณนำเข้าน้ำมันดิบเท่ากับ ๐.๐๑% ซึ่งนับว่าน้อยมาก (Highly Inelastic)

๔.๕.๒ สมการผลิตภัณฑ์น้ำมัน

ผลการวิเคราะห์ทางสถิติของความต้องการผลิตภัณฑ์น้ำมันได้แสดงดังสมการข้างล่างนี้

$$\begin{aligned}
 M_t - (1-\lambda)M_{t-1} &= 25498.10 - 41771.50 P_t - 220.9335 \left[Y_t - (1-\lambda)Y_{t-1} \right] \\
 &\quad (0.93675) \quad (-3.76049) \\
 &+ 0.16233 \left[N_t - (1-\lambda)N_{t-1} \right] - 4.63032 \left[Q_t - (1-\lambda)Q_{t-1} \right] \\
 &\quad (7.46351) \quad (-1.07161) \\
 &+ 0.96380 \left[M_{t-1} - (1-\lambda)M_{t-2} \right] \\
 &\quad (27.91199)
 \end{aligned}$$

$$R^2 = 0.93282, \quad SE = 87664.7, \quad F = 341.6, \quad \lambda = 0.8, \quad \beta = 0.03620$$

สมการความต้องการนำเข้าผลิตภัณฑ์น้ำมันที่ปรากฏในสมการ ๔.๕.๒ นั้นกำหนดให้ความต้องการนำเข้าผลิตภัณฑ์น้ำมันขึ้นอยู่กับปัจจัยต่าง ๆ เช่น ราคาผลิตภัณฑ์น้ำมันนำเข้าผลิตภัณฑ์ประชาชาติในเดือนที่ผ่านมาและในเดือนปัจจุบัน จำนวนประชากร ในเดือนที่ผ่านมาและในเดือนปัจจุบัน จำนวนรถยนต์ในเดือนที่ผ่านมาและในเดือนปัจจุบัน รวมทั้งปริมาณผลิตภัณฑ์น้ำมันที่นำเข้าในเดือนที่ผ่านมาแล้วและในเดือนปัจจุบัน จากตัวแปรต่าง ๆ สามารถที่จะอธิบายถึงความต้องการนำเข้าผลิตภัณฑ์น้ำมันได้ ๙๓ เปอร์เซ็นต์ ซึ่งแสดงว่าตัวแปรอิสระและตัวแปรตามมีความสัมพันธ์กันมาก

ซึ่งในสมการที่แสดงจะเห็นได้ว่า ความถูกต้องของสมการในบรรดาปัจจัยแปรผันต่าง ๆ เหล่านี้ จำนวนประชากร ปริมาณผลิตภัณฑ์น้ำมันนำเข้าในเดือนที่ผ่านมา และผลิตภัณฑ์ประชาชาติ มีผลกระทบต่อเปลี่ยนแปลงความต้องการนำเข้าผลิตภัณฑ์น้ำมันที่สำคัญที่สุด ซึ่งอาศัยการพิจารณาได้จากค่าทดสอบทางสถิติ (t-statistics) ของจำนวนประชากร ปริมาณผลิตภัณฑ์น้ำมันนำเข้าในเดือนที่ผ่านมาแล้ว และรายได้ประชาชาติ ซึ่งมีนัยสำคัญทางสถิติในระดับความเชื่อมั่น ๔% และความสัมพันธ์ของจำนวนประชากร และปริมาณผลิตภัณฑ์น้ำมันนำเข้าในเดือนที่ผ่านมา เป็นไปตามข้อสมมติ คือ เป็นบวก แต่รายได้ประชาชาติไม่ได้เป็นไปตามข้อสมมติคือ แทนที่จะเป็นบวกกลับเป็นลบ ทำให้รายได้ประชาชาติในเดือนที่ผ่านมาแล้วมีอิทธิพลมากกว่ารายได้ประชาชาติในเดือนปัจจุบัน ส่วนปัจจัยที่มีความสำคัญลดลงมาคือ จำนวนรถยนต์ซึ่งมีความสัมพันธ์ไม่เป็นไปตามข้อสมมติคือ แทนที่จะเป็นบวกกลับเป็นลบ ทำให้จำนวนรถยนต์ในเดือนที่ผ่านมาแล้วมีอิทธิพลมากกว่าจำนวนรถยนต์ในเดือนปัจจุบัน ซึ่งอาจจะ เป็นเพราะการเพิ่มภาษีรถยนต์ทำให้รถยนต์มีราคาเพิ่มสูงขึ้น ส่วนราคาผลิตภัณฑ์น้ำมันนำเข้า (C.I.F. Import Price) ซึ่งมีระดับความเชื่อมั่นเพียง ๔% ซึ่งนับว่ามีผลต่อการเปลี่ยนแปลงการนำเข้าผลิตภัณฑ์เข้าน้อย

ค่าสัมประสิทธิ์ของการปรับตัวของราคาที่เราคาดว่าจะ เป็นเท่ากับ ๐.๘ และค่าความยืดหยุ่น
ของราคาในระยะสั้นคำนวณได้เท่ากับ ๒.๐๗ กล่าวคือ ถ้าหากมีการเปลี่ยนแปลงในราคาผลิตภัณฑ์
น้ำมันเพียง ๑% แล้วจะก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในปริมาณนำเข้าผลิตภัณฑ์น้ำมัน ๒.๐๗%

ซึ่งค่าความยืดหยุ่นของผลิตภัณฑ์น้ำมันจะเห็นได้ว่ามากกว่าค่าความยืดหยุ่นของราคาน้ำมันดิบ
ประเทศไทยจะนำเข้าเฉพาะผลิตภัณฑ์น้ำมันที่ไม่พอใช้บริโภคภายในประเทศ เช่น น้ำมันดีเซล น้ำมัน
เตา ส่วนน้ำมันดิบจะต้องนำเข้าจากต่างประเทศทั้งหมด