

แก่นของทฤษฎีที่สมบูรณ์



นางสาวอังฉรา นุกิจรังสรรค์

006492

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

แผนกวิชาคณิตศาสตร์

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. 2520

KERNELS OF COMPLETE THEORIES

MISS AJCHARA NUGITRANGSON

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science

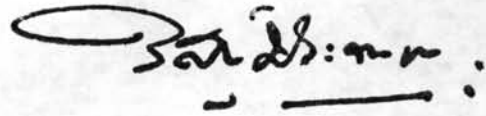
Department of Mathematics

Graduate School

Chulalongkorn University

1977

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่ง
ของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต



.....
(ศาสตราจารย์ ดร. วิศิษฐ์ ประจวบเหมาะ)

คณบดี

คณะกรรมการตรวจวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
.....
(ศาสตราจารย์ ม.ร.ว. พรรคพงศ์สนิท สนิทวงศ์ ณ อยุธยา)

..... กรรมการ
.....
(อาจารย์ ธนิต ดุละล้มพะ)

..... กรรมการ
.....
(อาจารย์ ดร. มารค ตามไท)

อาจารย์ผู้ควบคุมการวิจัย

อาจารย์ ดร. มารค ตามไท

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์เรื่อง

แก่นของทฤษฎีที่สมบูรณ์

โดย

นางสาวอัจฉรา นุกิจรังสรรค์

แผนกวิชา

คณิตศาสตร์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ แก่นของทฤษฎีที่สมบูรณ์
 ชื่อ นางสาวอัจฉรา นุกิจรังสรรค์
 แผนกวิชา คณิตศาสตร์
 ปีการศึกษา 2519



บทคัดย่อ

A. Lindenbaum ได้พิสูจน์ไว้ว่า ทุกเซตของประโยคซึ่งไม่ขัดแย้งกัน จะขยายไปยังทฤษฎีที่ไม่ขัดแย้งและสมบูรณ์ได้เสมอ ต่อมา Tarski ได้พิสูจน์อีกว่า เซตของประโยคที่ไม่ขัดแย้ง ถ้ามีคุณสมบัติบางประการจะสามารถขยายไปยังทฤษฎีที่ไม่ขัดแย้งและสมบูรณ์ได้เพียงทฤษฎีเดียว และเรามีตัวอย่างของเซตของประโยคที่ไม่ขัดแย้ง และสามารถขยายไปยังทฤษฎีที่ไม่ขัดแย้ง และสมบูรณ์ได้มากกว่า 1 ทฤษฎี

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ กำหนดทฤษฎีที่ไม่ขัดแย้งและสมบูรณ์ T เรานิยามอนุทฤษฎีของ T ที่มีเฉพาะ T เป็นส่วนขยายที่ไม่ขัดแย้งและสมบูรณ์ว่าเป็นแก่นของทฤษฎี T เราศึกษาโครงสร้างของเซต $\text{Ker}(T)$ (ซึ่งเป็นเซตของแก่นของ T) ภายใต้การเป็นอนุเซต และเราพิสูจน์ได้ว่า 1. $\text{Ker}(T)$ เป็นอับเปอร์เซมิแลตติส 2. $\text{Ker}(T)$ ไม่เป็นเซตที่มีการเรียงลำดับเชิงเส้น 3. ถ้า T มีแก่นที่เล็กที่สุด $\text{Ker}(T)$ จะเป็นแลตติส 4. ถ้า T มีคุณสมบัติบางประการ $\text{Ker}(T)$ จะมีทิสกรีต แมกซิมีล เช่น

Thesis Title Kernels of Complete Theories
Name Miss Ajchara Nugitragson
Department Mathematics
Academic Year 1976

ABSTRACT

A. Lindenbaum has proved that every consistent set of sentences can be extended to a consistent and complete theory, and Tarski has shown further that under certain assumptions a consistent set of sentences can be extended to only one consistent and complete theory. We have an example of a consistent set of sentences which can be extended to more than one consistent and complete theories.

In this thesis, given a consistent and complete theory T , we define a subtheory of T which has only T as its consistent and complete extension to be a kernel of T and define a core to be the smallest kernel of T . We study the structure of the set $\text{Ker}(T)$ (which is the set of kernels of T) under set-inclusion, we prove that 1. $\text{Ker}(T)$ is an upper semilattice 2. $\text{Ker}(T)$ is not a totally ordered set 3. if T has a core, $\text{Ker}(T)$ is a lattice 4. if every subtheory of T is axiomatizable, then $\text{Ker}(T)$ contains a discrete maximal chain.

ACKNOWLEDGEMENT

The author is very grateful to Dr. Mark Tamthai, her thesis supervisor, for his advice and thoughtful comment. The author wishes to acknowledge the able and helpful teaching of all lecturers and professors in the Graduate School. A special note of thanks is due all friends for obtaining all information from various sources of reference.

In particular, however, the author would like to express her highest gratitude to beloved father and mother for their support and patience. She owes them all more than she can say.



TABLE OF CONTENTS

	Page
ABSTRACT IN THAI	iv
ABSTRACT IN ENGLISH	v
ACKNOWLEDGEMENT	vi
INTRODUCTION	1
CHAPTER	
I COMPLETE THEORIES	3
II EXAMPLE 1 : THE SENTENTIAL CALCULUS	7
III EXAMPLE 2 : THE IMPLICATIONAL CALCULUS	22
IV KERNELS OF COMPLETE THEORIES	28
APPENDIX A BOOLEAN ALGEBRA	38
APPENDIX B INDEPENDENCE PROOFS	42
REFERENCES	44
VITA	45

