บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในงานด้านการสำรวจ วิธีหนึ่งที่นิยมคือการนำเอาเทคนิคของลีสท์สแควร์มาใช้ปรับแก้ระบบสมการของการสังเกตค่าที่มีจำนวนสมการมากกว่าจำนวนพารามิเตอร์ โดยให้ผลของการคำนวณปรับแก้ตามกระบวนการคำนวณทางพีชคณิตเมตริกซ์ได้อย่างเหมาะสม แต่ในบางครั้งการหาคำตอบของระบบสมการต้องพบกับปัญหาของเมตริกซ์ซิงกูลาร์กล่าวคือ การหาส่วนกลับของเมตริกซ์ซิงกูลาร์นั้นไม่สามารถกระทำได้ จากปัญหานี้จึงได้มีการศึกษาค้นคว้าในเรื่องของซูโดอินเวอร์สโดย Moore ได้ให้แนวความคิดเกี่ยวกับการหาส่วนกลับของเมตริกซ์ซิงกูลาร์ไว้ตั้งแต่ปี ค.ศ. 1920 และ Bjerhammar ได้นำเทคนิคนั้นมาประยุกต์ใช้ ตั้งแต่ปี ค.ศ. 1951 ในปัจจุบันได้มีนักยีออเดซีหลายคนกำลังให้ความสนใจที่จะศึกษาปัญหาเกี่ยวกับซูโดอินเวอร์สในงานยีออเดซีเพื่อการประยุกต์และพัฒนางานด้านนี้ต่อไป

การปรับแก้โครงข่ายสามเหลี่ยมในงานยีออเดซี มีจุดมุ่งหมายเพื่อต้องการทราบพิกัดตำแหน่งของจุดต่าง ๆ ในโครงข่าย ลักษณะของการวางตัว ขนาด และรูปร่างของโครงข่าย การปรับแก้เริ่มด้วยการกำหนดแบบจำลองที่เป็นเอกภาพ แล้วจึงนำเอาเทคนิคของลีสท์สแควร์มาใช้ในการปรับแก้ระบบสมการของการสังเกตค่าที่มีจำนวนสมการมากกว่าจำนวนพารามิเตอร์ ในบางครั้งการสังเกตหรือวัดค่าอาจเกิดความบกพร่องโดยขาดข้อมูลในบางส่วน ซึ่งมีผลทำให้แบบจำลองนั้นขาดความสมบูรณ์ไปดังเช่น ถ้ามีข้อมูลแต่การวัดมุมเพียงอย่างเดียวจะทำให้ทราบเพียงรูปร่างของโครงข่ายเท่านั้น โดยมีความบกพร่องในข้อมูลเกี่ยวกับการกำหนดตำแหน่ง ลักษณะการวางตัว และขนาด ทำให้เกิดเป็นโครงข่ายสามเหลี่ยมอิสระ (free triangulation network) ขึ้น ในการปรับแก้เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ของโครงข่ายสามเหลี่ยมอิสระนี้ต้องพบกับปัญหาในการหาส่วนกลับของเมตริกซ์ซิงกูลาร์ ซึ่งแต่เดิมนั้นไม่สามารถกระทำได้ โดยอาศัยผลจากการค้นคว้าทั้งในอดีตและปัจจุบัน จึงได้นำเทคนิคของซูโดอินเวอร์สมาใช้ในการคำนวณหาค่าของพารามิเตอร์ สำหรับการปรับแก้โครงข่ายสามเหลี่ยมนี้

1.2 วัตถุประสงค์และขอบเขตของการวิจัย

1.2.1 วัตถุประสงค์

1. เพื่อนำเอาทฤษฎีการหาซูโดอินเวอร์สมาประยุกต์เข้ากับการปรับแก้ โดยใช้เทคนิคของลีสท์สแควร์

2. เพื่อปรับแก้โครงข่ายสามเหลี่ยมอิสระ ทั้งโดยวิธีสมการค่าสังเกต และวิธีสมการค่าสังเกตผสมเงื่อนไขบังคับ

3. เพื่อวิเคราะห์พฤติกรรมการกระจายความคลาดเคลื่อนค่าพิกัดของสถานีการสังเกตค่าในโครงข่ายสามเหลี่ยมตามกรณีที่กำหนด

1.2.2 ขอบเขต

1. โครงข่ายสามเหลี่ยมที่ปรับแก้เป็นโครงข่ายแบบ central net with quadrilaterals ประกอบด้วยค่าสังเกตการวัดมุม 29 มุม การวัดระยะฐาน 2 ระยะ การวัดแอซิมัท 1 ทิศทาง และพิกัดจุดกำเนิด 1 พิกัด

2. วิธีที่ใช้สำหรับการปรับแก้มี 2 วิธีคือ วิธีสมการค่าสังเกตและวิธีสมการค่าสังเกตผสมเงื่อนไขบังคับ

3. การคำนวณปรับแก้แบ่งเป็น 5 กรณี

1.3 แนวเหตุผลและทฤษฎีที่สำคัญหรือสมมุติฐาน

ในการคำนวณปรับแก้ด้วยการใช้เทคนิคของลีสท์สแควร์โดยวิธีสมการค่าสังเกตพิจารณาจากแบบจำลองเชิงคณิต $L_a = F(X_a)$ ซึ่งทำให้ได้สมการปกติเป็น $NX + U = o$ นั้น มีความต้องการที่จะหาค่าของพารามิเตอร์ (X) ปกติตามกระบวนการทางพีชคณิตเมตริกซ์ สามารถหาค่าออกมาได้คือ $X = -N^{-1}U$ แต่ในกรณีของการปรับแก้โครงข่ายสามเหลี่ยมอิสระ เมตริกซ์ N มีคุณสมบัติเป็นเมตริกซ์ซิงกูลาร์กล่าวคือ เป็นเมตริกซ์จัตุรัส และมีค่าของดีเทอร์มินันต์เป็นศูนย์ ในทางทฤษฎีแล้ว การหาส่วนกลับปกติของเมตริกซ์ N ไม่สามารถหาค่าได้ แต่ตามแนวทางการค้นคว้าต่อมาพบว่า เมตริกซ์ซิงกูลาร์นั้นสามารถหาค่าส่วนกลับได้ โดยมีชื่อเรียกว่า Moore Penrose หรือ Pseudoinverse เมื่อ N เป็นเมตริกซ์ซิงกูลาร์ เมตริกซ์ N^+ จะเป็นซูโดอินเวอร์สของ N ก็ต่อเมื่อ $NN^+N = N$ แต่เมตริกซ์ N^+ ที่คล้องตามคำจำกัดความนี้มีจำนวนเป็นอนันต์และเมื่อนำเมตริกซ์ N^+ ไปใช้คำนวณหาพารามิเตอร์ $X = -N^+U$; Rao สามารถพิสูจน์ได้ว่า เวกเตอร์ X

จะเป็นเอกภาพก็ต่อเมื่อ $NN^{+}N = N$ และ $N^{+}N = (N^{+}N)'$ อย่างไรก็ตามเมตริกซ์ N^{+} ก็ยังไม่เป็นเอกภาพอยู่ดี เมื่อพิจารณาดูแล้วรู้สึกจะแย้งกันอยู่ ดังนั้นถ้าเราทำให้เวกเตอร์ X มีค่าน้อยที่สุดตาม Euclidean norm แล้ว $X'X$ จะมีค่าน้อยที่สุด และชูโดอินเวอร์สจะเป็นเอกภาพด้วย โดยที่เมตริกซ์ N^{+} จะต้องคล้องตามเงื่อนไขหรือคุณสมบัติของชูโดอินเวอร์ส ซึ่งประกอบด้วย $NN^{+}N = N$, $N^{+}NN^{+} = N^{+}$, $N^{+}N = (N^{+}N)'$ และ $NN^{+} = (NN^{+})'$ ดังนั้นเมื่อเมตริกซ์ N มีส่วนกลับก็สามารถคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ได้จาก $X = -N^{+}U$ (Grafarend และ Schaffrin, 1974) จากโครงข่ายสามเหลี่ยมอิสระที่ปรับแก้แล้ว เมื่อต้องการที่จะทำให้โครงข่ายสมบูรณ์ขึ้นก็สามารถกระทำได้โดยเพิ่มข้อมูลเงื่อนไขที่เหมาะสมเข้าไปในการคำนวณ โดยที่การปรับแก้จะใช้วิธีการปรับแก้ด้วยลีสท์สแควร์ โดยวิธีสมการค่าสังเกตผสมเงื่อนไขบังคับ ซึ่งมีแบบจำลองเชิงคณิตเป็น $L_a = F(X_a)$ กับ $G(X_a) = o$

1.4 <u>ขั้นตอนและวิธีดำเนินการวิจัย</u>

1. รวบรวมทฤษฎีการปรับแก้โครงข่ายสามเหลี่ยม และชูโดอินเวอร์ส
   - การปรับแก้ด้วยลีสท์สแควร์ โดยวิธีสมการค่าสังเกต
   - การปรับแก้ด้วยลีสท์สแควร์ โดยวิธีสมการค่าสังเกตผสมเงื่อนไขบังคับ
   - การชูโดอินเวอร์ส
   - การทดสอบความแปรปรวน
   - การหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
   - วงรีของความคลาดเคลื่อน
2. กำหนดวิธีการคำนวณปรับแก้
   - วิธีสมการค่าสังเกตแบบปกติ
   - วิธีสมการค่าสังเกต โดยใช้เทคนิคของชูโดอินเวอร์ส
   - วิธีสมการค่าสังเกตผสมเงื่อนไขบังคับในรูปแบบต่าง ๆ โดยใช้เทคนิคของชูโดอินเวอร์ส
3. กำหนดข้อมูลสำหรับการคำนวณปรับแก้
   - โครงข่ายสามเหลี่ยมที่ทำการปรับแก้

- ข้อมูลเบื้องต้น
- ข้อมูลกำหนด

4. จัดแบ่งกรณีของการคำนวณปรับแก้

- การคำนวณปรับแก้เพื่อหาค่ามาใช้เป็นเงื่อนไขบังคับ
- การคำนวณปรับแก้โดยอิสระ
- การคำนวณปรับแก้โดยมีเงื่อนไขบังคับระยะฐาน
- การคำนวณปรับแก้โดยมีเงื่อนไขบังคับระยะฐาน และพิกัดจุดกำเนิด
- การคำนวณปรับแก้โดยมีเงื่อนไขบังคับระยะฐาน พิกัดจุดกำเนิด และแอซิมัท

5. จัดทำโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการคำนวณปรับแก้

- จัดลำดับขนาดของเมตริกซ์ที่ใช้ในการคำนวณปรับแก้
- จัดเตรียมซับรูทีน โดยแปลงภาษา Fortran IV เป็นภาษา Basic สำหรับการคำนวณโดยใช้ไมโครคอมพิวเตอร์
- จัดทำโปรแกรมสำหรับการคำนวณในแต่ละกรณีของการปรับแก้

6. คำนวณปรับแก้เบื้องต้นเพื่อการตรวจสอบ

- คำนวณเพื่อตรวจสอบคุณสมบัติของชูโดอินเวอร์ส
- คำนวณเพื่อตรวจสอบผลการคำนวณจากสมการตรวจสอบ

7. คำนวณปรับแก้โครงข่ายสามเหลี่ยม

ทำการคำนวณเรียงตามลำดับ จากกรณีที่ 1 ถึงกรณีที่ 6 ซึ่งมีขั้นตอนของการคำนวณโดยสังเขปดังนี้

- เวกเตอร์ของผลต่างค่าสังเกต
- เมตริกซ์น้ำหนัก
- เมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของพารามิเตอร์
- เวกเตอร์ของค่าตรวจแก้
- เวกเตอร์ของเศษคงเหลือ
- เวกเตอร์ของพารามิเตอร์ที่ปรับแก้แล้ว

ห้องสมุดคณะวิศวกรรมศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

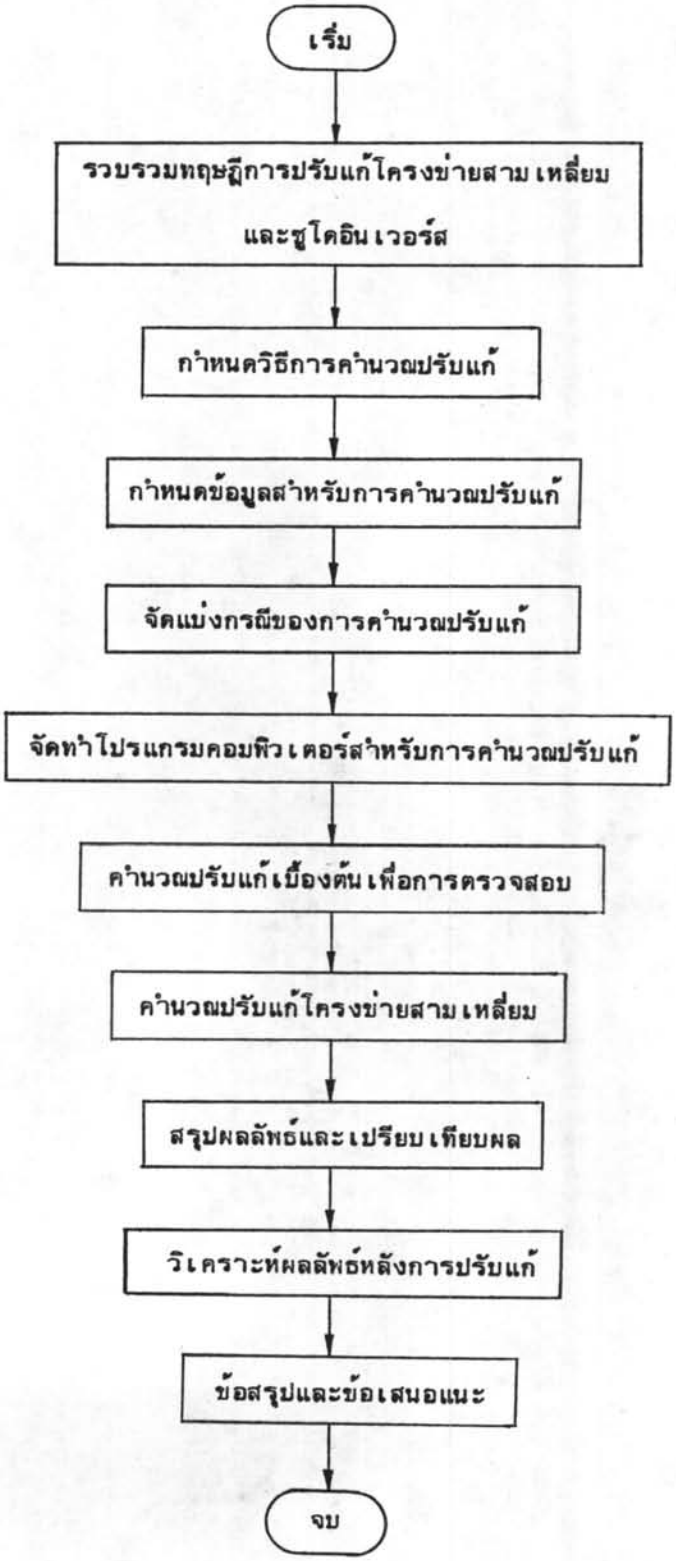
- เวกเตอร์ของค่าสังเกตที่ปรับแก้แล้ว
- เมตริกซ์ของความแปรปรวนของพารามิเตอร์ที่ปรับแก้แล้ว
- เมตริกซ์ของความแปรปรวนของค่าสังเกตที่ปรับแก้แล้ว
- วงรีของความคลาดเคลื่อน

8. สรุปผลลัพธ์และเปรียบเทียบผล
   - ค่าพารามิเตอร์ และค่าสังเกตที่ปรับแก้แล้ว
   - ค่าบังคับตามเงื่อนไขของแต่ละกรณี
   - ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าที่ปรับแก้แล้ว
   - ค่าผลลัพธ์สุดท้ายจากเงื่อนไขบังคับ
   - ค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของพิกัด ณ สถานีในโครงข่าย
9. วิเคราะห์ผลลัพธ์หลังการปรับแก้
   - ตรวจสอบการคำนวณ
   - ทดสอบความแปรปรวน
   - วัดความละเอียดของผลลัพธ์
   - วัดความคลาดเคลื่อนค่าพิกัดของสถานีการสังเกตค่า
10. ข้อสรุปและข้อเสนอแนะ

จากขั้นตอนที่กล่าวมานี้ พอจะสรุปเขียนเป็นแผนผังการทำงานได้ตามรูปที่ 1.1

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย

1. สามารถนำเอาเทคนิคและวิธีการไปใช้ปรับแก้โครงข่ายสามเหลี่ยม ตามลักษณะเรขาคณิตต่าง ๆ ของโครงข่ายได้ ถึงแม้ระบบสมการจะเป็นแบบซิงกูลาร์
2. ทำให้ทราบลักษณะการแปรเปลี่ยนในความละเอียดของผลลัพธ์จากการปรับแก้โครงข่ายสามเหลี่ยมอิสระภายใต้อิทธิพลของเงื่อนไขบังคับที่แตกต่างกัน
3. สามารถชี้ให้เห็นผลดีของวิธีการปรับแก้และลักษณะการนำไปใช้สำหรับปรับแก้โครงข่ายสามเหลี่ยมที่ต้องการ



รูปที่ 1.1 แผนผังแสดงขั้นตอนการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติโดยสังเขป