

## บทที่ 5

### การทำนายการไหลแบบราบเรียบผ่านช่องทางไหลที่มีสิ่งกีดขวาง เคลื่อนที่ดึงฉากกับการไหล

ในบทนี้ เราจะทำการศึกษารูปร่างความเร็วของของไหลแบบราบเรียบผ่านช่องทางไหลที่มีสิ่งกีดขวางเคลื่อนที่ดึงฉากกับการไหล โดยการทำนายที่สภาวะเสมือนคงตัว (Quasi-steady) ณ ตำแหน่งสิ่งกีดขวาง  $Y$  ใดๆ ซึ่งจากการค้นคว้างานวิจัยที่ทำนายการไหลแบบราบเรียบผ่านสิ่งกีดขวางเคลื่อนที่ดึงฉากกับการไหล พบว่างานวิจัยที่มีลักษณะปัญหาอย่างนี้ ส่วนใหญ่จะทำนายการไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent) แต่ในลักษณะปัญหาการไหลแบบราบเรียบพบเพียงงานวิจัยของ Kerh et al. (1998) ซึ่งเป็นการศึกษาผลการคำนวณเชิงตัวเลขด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

งานวิจัยของ Kerh et al. นี้ได้ทำการทดสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในขั้นต้นกับปัญหาการไหลผ่านสิ่งกีดขวางที่ผนัง แล้วจึงพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อทำนายปัญหาการไหลแบบราบเรียบผ่านช่องทางไหลที่มีสิ่งกีดขวางเคลื่อนที่ดึงฉากกับการไหลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในสภาวะชั่วครู่ (Unsteady) ซึ่งคล้ายคลึงกับงานวิจัยนี้ คือเราทำการทดสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์กับปัญหาการไหลผ่านสิ่งกีดขวางเดี่ยวทั้งแบบบล็อก (Block) และรั้วบาง (Fence) ก่อนนำมาพัฒนาสำหรับการทำนายปัญหาการไหลนี้

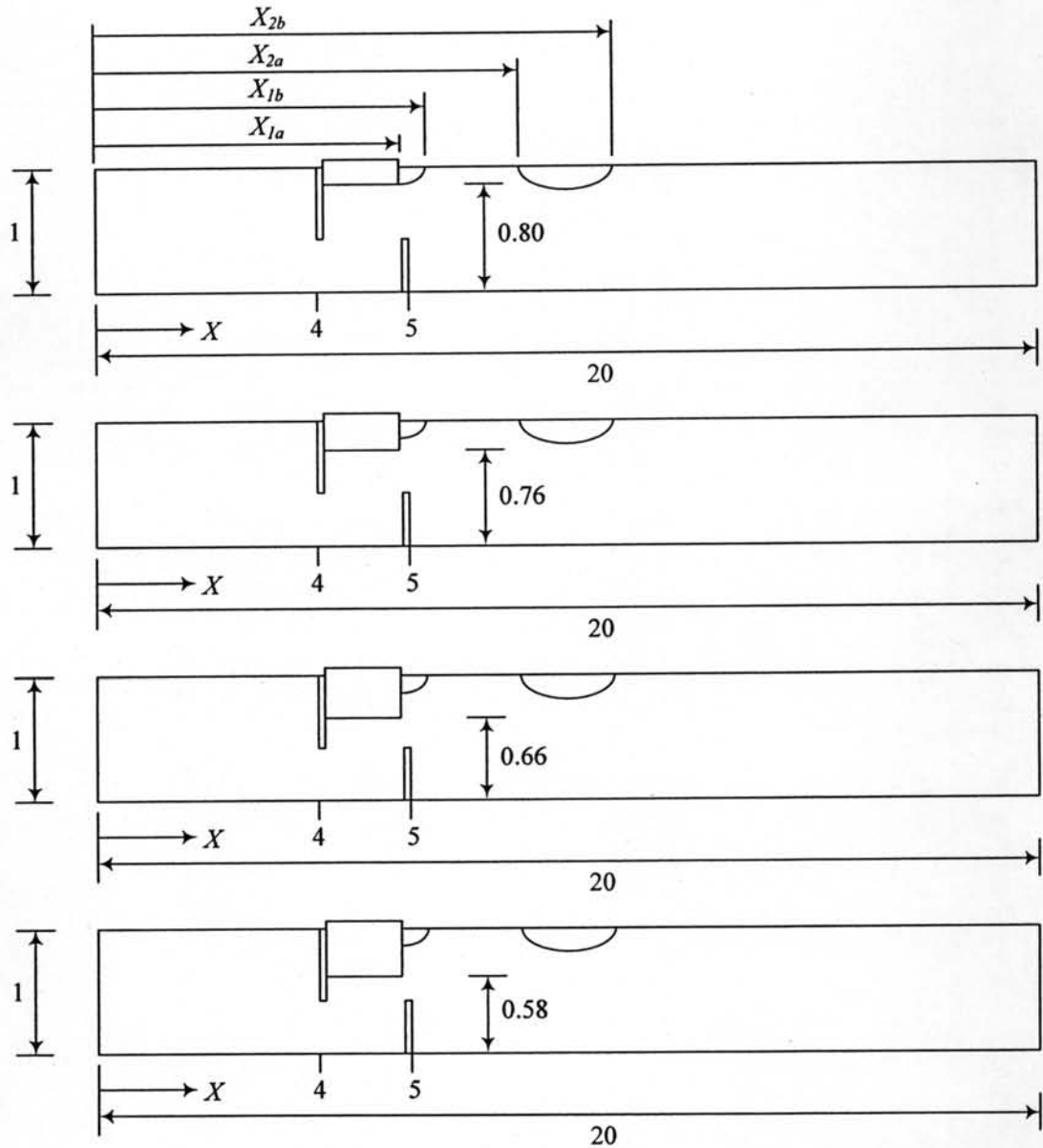
#### 5.1 ลักษณะปัญหาและขอบเขตของปัญหา

สิ่งกีดขวางในช่องทางไหล ประกอบด้วยสิ่งกีดขวางหลักที่เคลื่อนที่ดึงฉากกับการไหล และสิ่งกีดขวางแบบรั้วบางที่ตำแหน่ง  $X$  เท่ากับ 4 และ 5 ตามลำดับ ซึ่งอยู่ในโดเมนปัญหาขนาดยาว  $L$  เท่ากับ 20 และกว้าง  $H$  เท่ากับ 1 โดยรั้วบางมีความหนาเท่ากับ 0.1 และความสูงเท่ากับ 0.6 และ 0.4 ที่รั้วด้านบน (Upper fence) และรั้วด้านล่าง (Lower fence) ตามลำดับ

สิ่งกีดขวางเคลื่อนที่มีตำแหน่งเริ่มต้นที่  $Y$  เท่ากับ 0.80 และเคลื่อนที่ลงมายังจุดสมดุลง่ายใหม่ที่  $Y$  เท่ากับ 0.58 โดยทำการศึกษาการไหลซึ่งสิ่งกีดขวางเคลื่อนที่ดึงฉากกับการไหล 4 ตำแหน่งคือ  $Y$  เท่ากับ 0.80, 0.76, 0.66 และ 0.58 หรือช่องทางไหลเปิด 66.67%, 60%, 43.33% และ 30% ตามลำดับ โดยมีลักษณะดังรูปที่ 5.1 ซึ่งตำแหน่งสิ่งกีดขวางเคลื่อนที่ได้ นำมาจากผลการคำนวณของ Kerh et al. (1998) ดังแสดงในรูปที่ 5.2

การเคลื่อนที่ของสิ่งกีดขวาง ณ ตำแหน่ง  $Y$  ใดๆ ที่เวลาต่างๆ ดังแสดงในรูปที่ 5.2 พบว่าวัตถุจะเริ่มการเคลื่อนที่จากตำแหน่ง  $Y$  เท่ากับ 0.80 แล้วเข้าสู่ตำแหน่งสมดุลง่ายใหม่ที่  $Y$

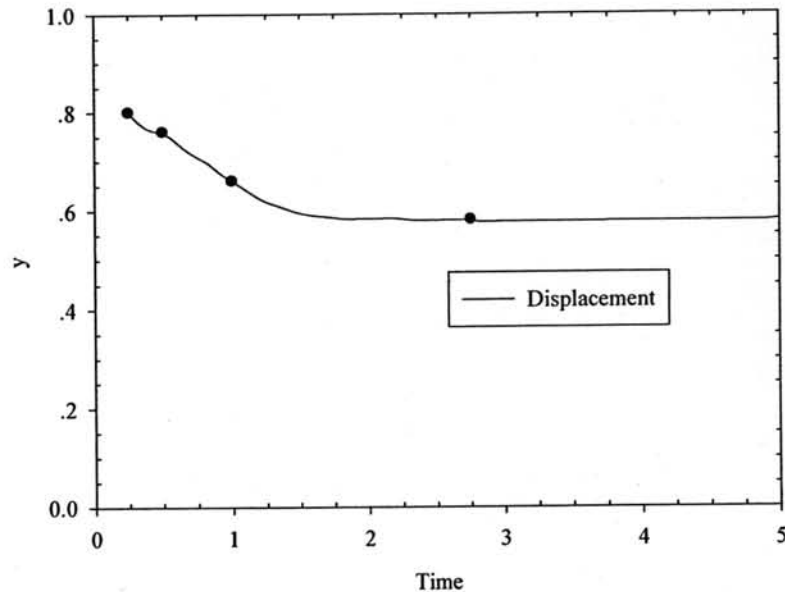
เท่ากับ 0.58 ที่เวลา  $t$  เท่ากับ 2.75 ซึ่งเป็นตำแหน่งที่เข้าสู่สภาวะคงตัว (Steady-state) โดยเราทำการพิจารณาเปรียบเทียบผลการคำนวณพารามิเตอร์ต่างๆ ที่เวลา  $t$  เท่ากับ 0.25, 0.5, 1.0 และ 2.75 (เข้าสู่สภาวะสมดุลใหม่) ซึ่งตรงกับตำแหน่ง  $Y$  เท่ากับ 0.80, 0.76, 0.66 และ 0.58 ตามลำดับ



รูปที่ 5.1 รูปแบบปัญหาการไหลแบบราบเรียบผ่านช่องทางการไหลที่มีสิ่งกีดขวางเคลื่อนที่ที่ดึงฉากกับการไหล

ปัญหานี้ทำการพิจารณาที่ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ (Reynolds number,  $Re = \frac{\rho \bar{u} h}{\mu}$  ที่  $\bar{u} = 2U_{\max}$ ) เท่ากับ 1000 โดยกำหนดขอบเขตของปัญหาดังนี้ ทางเข้า (Inlet) มีความเร็วคงที่ในทิศทาง  $X$  ส่วนความเร็วในทิศทาง  $Y$  เป็นศูนย์ โดยมีรูปร่างความเร็ว  $u = 2(Y - Y^2)$ ,

ทางออก (Outlet) กำหนดให้ฟลักซ์ เท่ากับ ศูนย์ ( $\frac{du}{dx} = 0$ ), ผนังด้านบนและด้านล่าง (Walls) มีความเร็วทั้งทิศทาง  $X$  และ  $Y$  เท่ากับศูนย์ (No slip) ซึ่งความยาวไร้มิติ คือ  $X = x/H$  และ  $Y = y/H$  และความเร็วไร้มิติ คือ  $U = u/\bar{u}$



รูปที่ 5.2 การเคลื่อนที่ของสิ่งกีดขวาง ณ ตำแหน่ง  $Y$  ใดๆ ที่เวลาต่างๆ (Kerh et al., 1998)

## 5.2 ผลการคำนวณการไหลแบบราบเรียบผ่านช่องทางไหลที่มีสิ่งกีดขวางเคลื่อนที่ที่ตั้งฉากกับการไหล

การพิจารณาปัญหานี้ เราได้ทำการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์กับปัญหาการไหลผ่านสิ่งกีดขวางเดี่ยวทั้งแบบบล็อก (Block) และรั้วบาง (Fence) โดยเปรียบเทียบกับผลการทดลองและผลการคำนวณเชิงตัวเลข ซึ่งผลการตรวจสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์สอดคล้องทั้งผลการทดลอง และผลการคำนวณเชิงตัวเลข ในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลแบบราบเรียบผ่านช่องทางไหลที่มีสิ่งกีดขวางเคลื่อนที่ที่ตั้งฉาก ทำการเปรียบเทียบผลการคำนวณเชิงตัวเลขกับผลการวิจัยของ Kerh et al. (1998) ซึ่งใช้การคำนวณเชิงตัวเลขด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยงานวิจัยของ Kerh et al. (1998) ทำการตรวจสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์กับปัญหาการไหลผ่านช่องทางไหลที่มีสิ่งกีดขวางที่ผนัง และพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ดังกล่าวเพื่อศึกษาปัญหาการไหลผ่านช่องทางไหลที่มีสิ่งกีดขวางเคลื่อนที่ที่ตั้งฉากกับการไหลในสภาวะชั่วคราว โดยใช้สมการการเคลื่อนที่ 1 มิติ (Single-degree of freedom)

ในการจำลองการไหลในปัญหานี้ จะใช้กริดไม่สม่ำเสมอ (Non-uniform grid) ขนาด  $183 \times 102$ ,  $163 \times 102$  และ  $108 \times 102$  โดยทำการทดสอบความเป็น Grid independent ของการ

คำนวณ โดยเปรียบเทียบค่าความยาวของบริเวณการหมุนวน ณ ตำแหน่ง  $Y$  เท่ากับ 0.80, 0.76, 0.66 และ 0.58 ตามลำดับ

ผลการคำนวณเชิงตัวเลขซึ่งได้จากกราฟความเค้นเฉือนที่ผนังด้านบน และด้านล่าง ดังแสดงในรูปที่ 5.7 ถึง 5.15 สามารถแสดงค่าความยาวบริเวณการหมุนวน และค่าความเค้นเฉือนสูงสุดที่ผนังของผนังด้านบน และด้านล่าง ดังแสดงในตารางที่ 5.1

ตารางที่ 5.1 บริเวณการหมุนวนและค่าความเค้นเฉือนที่ผนังด้านบนและด้านล่างหลังวัตถุเคลื่อนที่ซึ่งอยู่ตำแหน่ง  $Y$  ใดๆ

	Reattachment $Y = 0.58$			Reattachment $Y = 0.66$		
	1	2		1	2	
ผนังด้านบน						
Kerh et al.	5.0-5.22	9.27-10.35		-	-	
Grid 183x102	5.0-5.55	6.80-10.30		5.0-5.40	7.09-10.83	
Grid 163x102	5.0-5.55	6.80-10.30		5.0-5.40	7.09-10.83	
Grid 108x102	5.0-5.55	6.37-9.64		5.0-5.42	6.54-9.66	
ผนังด้านล่าง	1	2	3	1	2	3
Kerh et al.	5.06-7.68	7.68-8.62	10.12-13.06	-	-	-
Grid 163x102	5.05-6.51	6.51-7.61	9.60-12.94	5.58-6.82	6.82-7.94	10.16-13.07

	Peak wall shear stress at reattachment			Peak wall shear stress at reattachment		
	1	2		1	2	
ผนังด้านบน						
Kerh et al.	-0.001	-0.0064		-	-	
Grid 183x102	-0.060	-0.0130		-0.035	-0.0090	
Grid 163x102	-0.060	-0.0130		-0.035	-0.0090	
Grid 108x102	-0.030	-0.0080		-0.018	-0.0073	
ผนังด้านล่าง	1	2	3	1	2	3
Kerh et al.	0.00180	-0.0098	-0.0035	-	-	-
Grid 163x102	0.00370	-0.0370	-0.0270	0.00200	-0.0014	-0.001

	Reattachment $Y = 0.76$			Reattachment $Y = 0.80$		
	1	2		1	2	
ผนังด้านบน						
Grid 183x102	5.0-5.22	7.50-11.43		5.0-5.16	7.67-11.64	
Grid 163x102	5.0-5.22	7.50-11.43		5.0-5.16	7.67-11.64	
Grid 108x102	5.0-5.25	7.01-10.12		n/a	7.31-10.40	
ผนังด้านล่าง	1	2	3	1	2	3
Grid 183x102	-	7.18-8.40	-	-	7.28-8.58	-
Grid 163x102	-	7.18-8.40	-	-	7.28-8.58	-

ตารางที่ 5.1 (ต่อ)

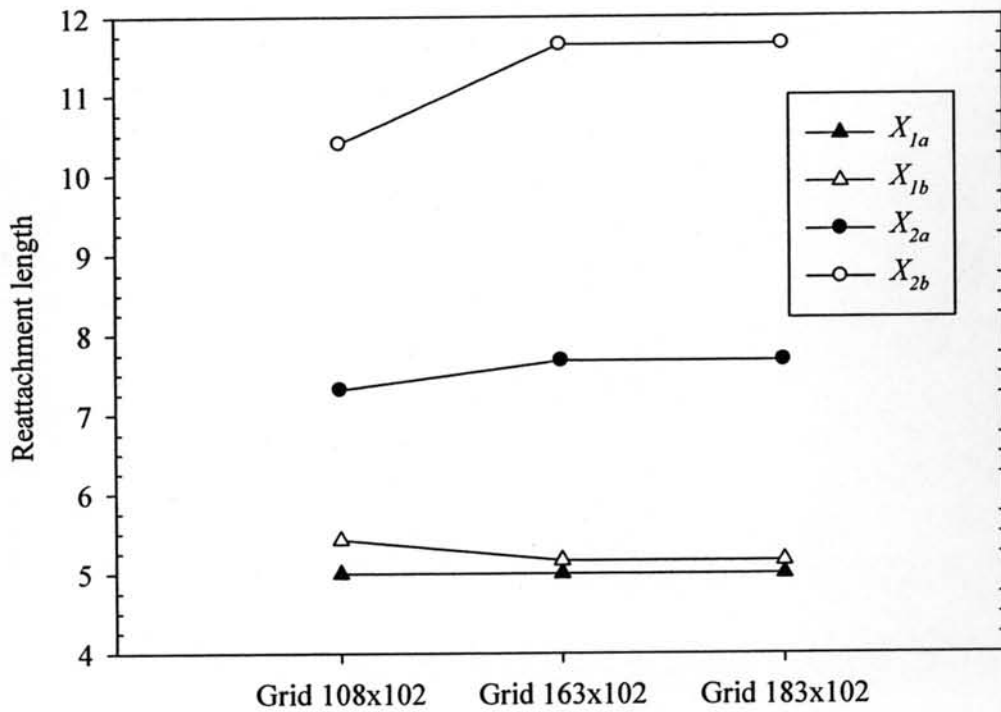
	Peak wall shear stress at reattachment			Peak wall shear stress at reattachment		
	1	2		1	2	
ผนังด้านบน						
Grid 183x102	-0.019	-0.0054		-0.009	-0.0045	
Grid 163x102	-0.019	-0.0054		-0.009	-0.0045	
Grid 108x102	-0.005	-0.0057		n/a	-0.0049	
ผนังด้านล่าง	1	2	3	1	2	3
Grid 183x102	-	-0.0199	-	-	-0.0181	-
Grid 163x102	-	-0.0199	-	-	-0.0181	-

### 5.2.1 สิ่งกีดขวางเคลื่อนที่อยู่ตำแหน่งเริ่มต้น $Y = 0.80$ หรือช่องทางไหลเปิดกว้าง 66.67%

ขั้นแรก ทำการทดสอบคุณสมบัติความเป็น Grid independent ของสิ่งกีดขวางเคลื่อนที่ที่ตำแหน่งเริ่มต้น  $Y = 0.80$  กับพารามิเตอร์ค่าความยาวบริเวณการหมุนวนที่ผนังด้านบน ดังแสดงในรูปที่ 5.3 และ 5.7 โดยพิจารณาริตขนาดต่างๆกันสามขนาด คือ 108x102, 163x102 และ 183x102 ตามลำดับ ซึ่งผนังด้านบนเกิดบริเวณการหมุนวน 2 ตำแหน่งคือ  $X_1$  และ  $X_2$  จะเห็นว่า กริตขนาด 163x102 และ 183x102 ให้ค่าความยาวบริเวณการหมุนวนเท่ากัน ดังนั้นกริตขนาด 163x102 จึงมีคุณสมบัติความเป็น Grid independent ซึ่งจะนำค่าพารามิเตอร์ต่างๆที่คำนวณได้จากกริตขนาด 163x102 ในการเปรียบเทียบต่อไป

ความยาวบริเวณการหมุนวน (Reattachment length) เมื่อพิจารณาความยาวบริเวณการหมุนวนที่ผนังด้านบน พบว่าเกิดบริเวณการหมุนวน 2 ตำแหน่ง ตำแหน่งแรก เกิดบริเวณใกล้กับสิ่งกีดขวางเคลื่อนที่ ซึ่งมีความยาวบริเวณหมุนวนสั้นกว่าบริเวณการหมุนวนตำแหน่งที่สองอย่างมาก แต่ให้ค่าความดันเฉือนที่ผนังด้านบนมากกว่าตำแหน่งที่สอง ซึ่งตำแหน่งที่สองเกิดบริเวณกลางช่องทางไหล ดังแสดงในรูปที่ 5.7 และที่ผนังด้านล่างพบบริเวณการหมุนวนเพียงหนึ่งตำแหน่ง ดังแสดงในรูปที่ 5.8

ความเร็วตามแนวแกน (Axial velocity) ที่ตำแหน่ง  $X$  เท่ากับ 5.1, 6.2, 7.4, 8.6, 11 และ 14 ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 5.16 เมื่อพิจารณาที่  $X$  เท่ากับ 5.1 พบความเร็วตามแนวแกนที่ผนังด้านบนเป็นลบ ซึ่งสอดคล้องกับค่าความยาวบริเวณการหมุนวนที่ผนังด้านบนบริเวณที่หนึ่ง และที่ตำแหน่ง  $X$  เท่ากับ 8.6 และ 11 พบความเร็วตามแนวแกนที่ผนังด้านบนเป็นลบ ซึ่งสอดคล้องกับค่าความยาวบริเวณการหมุนวนที่ผนังด้านบนบริเวณที่สอง ส่วนที่บริเวณผนังด้านล่าง พบความเร็วตามแนวแกนเป็นลบที่  $X$  เท่ากับ 7.4 โดยสอดคล้องกับค่าความยาวบริเวณการหมุนวนที่ผนังด้านล่าง

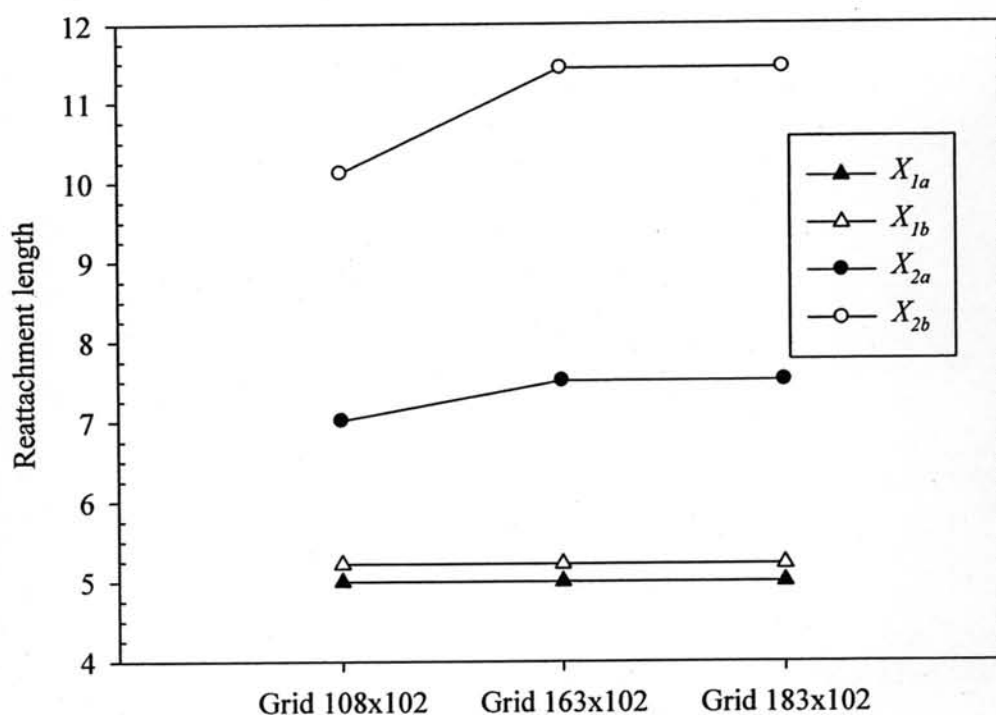


รูปที่ 5.3 ความยาวบริเวณการหมุนวนที่ผนังด้านบนที่ตำแหน่ง  $Y = 0.80$  ซึ่งกริดขนาดต่าง ๆ กัน 108x102, 163x102 และ 183x102 ตามลำดับ

สรุปผลการไหลซึ่งช่องทางไหลเปิด 66.67% มีผลกระทบให้รูปร่างความเร็วของของไหลมีการหมุนวนที่ผนังด้านบนและล่าง โดยที่ผนังด้านบนมีบริเวณการหมุนวน 2 ตำแหน่ง ส่วนที่ผนังด้านล่างพบบริเวณการหมุนวน 1 ตำแหน่ง

### 5.2.2 สิ่งกีดขวางเคลื่อนที่อยู่ตำแหน่ง $Y = 0.76$ หรือช่องทางไหลเปิด 60%

การทดสอบคุณสมบัติความเป็น Grid independent ของสิ่งกีดขวางเคลื่อนที่ที่ตำแหน่ง  $Y = 0.76$  ดังแสดงในรูปที่ 5.4 และ 5.9 ซึ่งแสดงการเปรียบเทียบความยาวบริเวณการหมุนวนที่ผนังด้านบนของกริดขนาดต่างกันสามขนาด พบว่าเกิดบริเวณการหมุนวนที่ผนังด้านบน 2 ตำแหน่งคือ  $X_1$  และ  $X_2$  โดยตำแหน่งที่หนึ่ง กริดทั้งสามขนาดมีค่าความยาวบริเวณการหมุนวนใกล้เคียงกัน ส่วนตำแหน่งที่สอง ค่าความยาวบริเวณการหมุนวนของกริดขนาด 183x102 และ 163x102 มีค่าเท่ากัน แต่กริดขนาด 108x102 มีความแตกต่างกับกริดทั้งสองและเกิดบริเวณการหมุนวนขึ้นก่อน ดังนั้น สามารถสรุปได้ว่า กริดขนาด 163x102 มีคุณสมบัติความเป็น Grid independent ซึ่งจะนำค่าพารามิเตอร์ต่างๆที่คำนวณได้จากกริดขนาด 163x102 ในการเปรียบเทียบต่อไป



รูปที่ 5.4 ความยาวบริเวณการหมุนวนที่ผนังด้านบนที่ตำแหน่ง  $Y = 0.76$  ซึ่งกริดขนาดต่าง ๆ กัน 108x102, 163x102 และ 183x102 ตามลำดับ

ความยาวบริเวณการหมุนวนที่ผนังด้านบน เกิดบริเวณการหมุนวน 2 ตำแหน่ง และที่ผนังด้านล่างเกิดบริเวณการหมุนวน 1 ตำแหน่ง ซึ่งคล้ายกับบริเวณการหมุนวนที่ช่องทางไหลเปิด 66.67% โดยความยาวบริเวณการหมุนวนที่ผนังด้านบนตำแหน่งที่หนึ่ง มีค่าความเค้นเฉือนที่ผนังเป็นลบมากขึ้น ดังแสดงในรูปที่ 5.9 และที่ตำแหน่งที่สอง มีบริเวณการหมุนวนเกิดใกล้สิ่งกีดขวางมากขึ้น ดังแสดงในตารางที่ 5.1 ส่วนค่าความยาวบริเวณการหมุนวนที่ผนังด้านล่าง ดังแสดงในรูปที่ 5.10 และค่าความเค้นเฉือนที่ผนังด้านล่างของสิ่งกีดขวางตำแหน่งนี้ ใกล้เคียงกับที่สิ่งกีดขวางเคลื่อนที่อยู่ตำแหน่งเริ่มต้น  $Y = 0.80$  โดยเกิดบริเวณการหมุนวนใกล้สิ่งกีดขวางมากขึ้นเพียงเล็กน้อย

ความเร็วตามแนวแกนที่ตำแหน่ง  $X$  เท่ากับ 5.1, 6.2, 7.4, 8.6, 11 และ 14 ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 5.17 พบค่าความเร็วตามแนวแกนเป็นลบที่ตำแหน่ง  $X$  เท่ากับ 5.1, 8.6 และ 11 ที่บริเวณผนังด้านบน ซึ่งที่  $X$  เท่ากับ 5.1 ค่าความเร็วตามแนวแกนมีค่าเป็นลบมากขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับช่องทางไหลเปิด 66.67% และพบความเร็วตามแนวแกนเป็นลบที่บริเวณผนังด้านล่างของตำแหน่ง  $X$  เท่ากับ 7.4 โดยมีค่าความเร็วตามแนวแกนเป็นลบมากขึ้นจากตำแหน่งสิ่งกีดขวางเริ่มต้น  $Y = 0.80$  หรือช่องทางไหลเปิด 66.67%

สรุปผลการไหลผ่านช่องทางไหลเปิด 60% มีความคล้ายคลึงกับช่องทางไหลเปิด 66.67% โดยบริเวณผนังด้านบนที่บริเวณการหมุนวนตำแหน่งแรกมีความยาวบริเวณการหมุนวนเพิ่มขึ้น ตำแหน่งที่สองเกิดบริเวณการหมุนวนใกล้สิ่งกีดขวางเคลื่อนที่มากขึ้น บริเวณผนังด้านล่างมีความยาวบริเวณการหมุนวนสั้นลงเล็กน้อย ซึ่งค่าความเค้นเฉือนที่ผนังด้านล่างที่บริเวณการหมุนวนทุกตำแหน่งมีค่าเป็นลบมากขึ้น

### 5.2.3 สิ่งกีดขวางเคลื่อนที่อยู่ตำแหน่ง $Y = 0.66$ หรือช่องทางไหลเปิด 43.33%

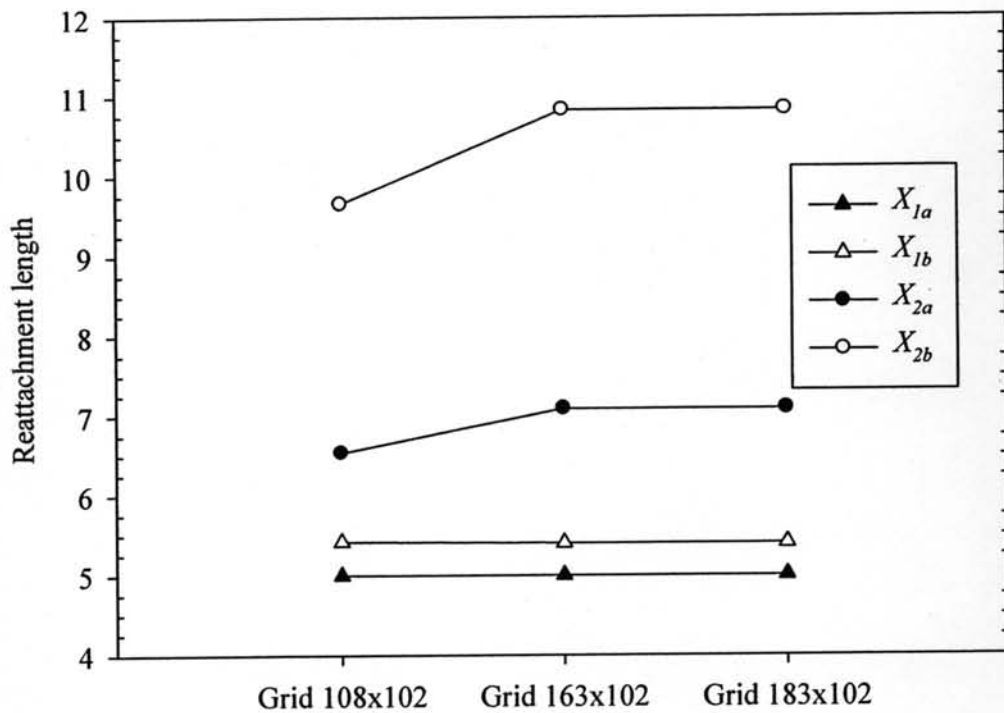
การทดสอบคุณสมบัติความเป็น Grid independent ของสิ่งกีดขวางเคลื่อนที่ที่ตำแหน่ง  $Y = 0.66$  ดังแสดงในรูปที่ 5.5 และ 5.11 ซึ่งคล้ายคลึงกับที่ตำแหน่งสิ่งกีดขวางก่อนหน้า ( $Y = 0.76$ ) คือ กริดขนาด  $163 \times 102$  มีคุณสมบัติความเป็น Grid independent ซึ่งจะนำค่าพารามิเตอร์ต่างๆที่คำนวณได้จากกริดขนาด  $163 \times 102$  ในการเปรียบเทียบต่อไป

ความยาวบริเวณการหมุนวน ที่บริเวณผนังด้านบนมีบริเวณการหมุนวนคล้ายคลึงกับสิ่งกีดขวางเคลื่อนที่ที่ตำแหน่งก่อนหน้า ( $Y = 0.76$ ) หรือช่องทางไหลเปิด 60% โดยความยาวการหมุนวนบริเวณผนังด้านบนที่ตำแหน่งที่หนึ่งมีค่าเพิ่มขึ้น และเกิดบริเวณการหมุนวนตำแหน่งที่สองใกล้สิ่งกีดขวางมากขึ้น โดยความเค้นเฉือนที่ผนังด้านบนมีค่าเป็นลบเพิ่มมากขึ้นอีกด้วย ดังแสดงในรูปที่ 5.11

การหมุนวนที่บริเวณผนังด้านล่าง มีการหมุนวน 3 ตำแหน่ง โดยเริ่มเกิดบริเวณการหมุนวนซึ่งมีค่าความเค้นที่ผนังด้านล่างเป็นบวก (เกิดการหมุนวนทิศทางทวนเข็มนาฬิกา) ที่บริเวณการหมุนวนตำแหน่งแรก โดยเกิดขึ้นในบริเวณการหมุนวนเดียวกับตำแหน่งที่สองซึ่งมีค่าความเค้นเฉือนที่ผนังเป็นลบ และเริ่มมีการหมุนวนที่ตำแหน่งที่สามซึ่งมีค่าความเค้นเฉือนที่ผนังเป็นลบเล็กน้อย ดังแสดงรูปที่ 5.12

ความเร็วตามแนวแกนที่ตำแหน่ง  $X$  เท่ากับ 5.1, 6.2, 7.4, 8.6, 11 และ 14 ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 5.18 พบค่าความเร็วตามแนวแกนมีลักษณะคล้ายคลึงกับสิ่งกีดขวางเคลื่อนที่ที่ตำแหน่งก่อนหน้า  $Y = 0.76$  หรือช่องทางไหลเปิด 60% โดยมีความเร็วตามแนวแกนเป็นลบมากขึ้น แต่ที่ผนังด้านล่างของ  $X$  เท่ากับ 6.2 มีความเร็วตามแนวแกนเป็นบวกเล็กน้อย ซึ่งสอดคล้องกับบริเวณการหมุนวนที่ผนังด้านล่างตำแหน่งแรกที่มีค่าความเค้นเฉือนเป็นบวก และที่ผนังด้านบนของ  $X$  เท่ากับ 7.4 มีค่าความเร็วตามแนวแกนเป็นลบ ซึ่งสอดคล้องกับบริเวณการหมุนวนตำแหน่งที่สองซึ่งเกิดใกล้สิ่งกีดขวางมากขึ้น นอกจากนั้น  $X$  เท่ากับ 11 ไม่มีความเร็วตามแนวแกนเป็นลบที่บริเวณผนังด้านบน เนื่องจากบริเวณการหมุนวนที่ผนังด้านบนตำแหน่งที่สองเกิดใกล้สิ่งกีดขวางเคลื่อนที่มากขึ้น จึงไม่พบความเร็วตามแนวแกนเป็นลบในตำแหน่งนี้



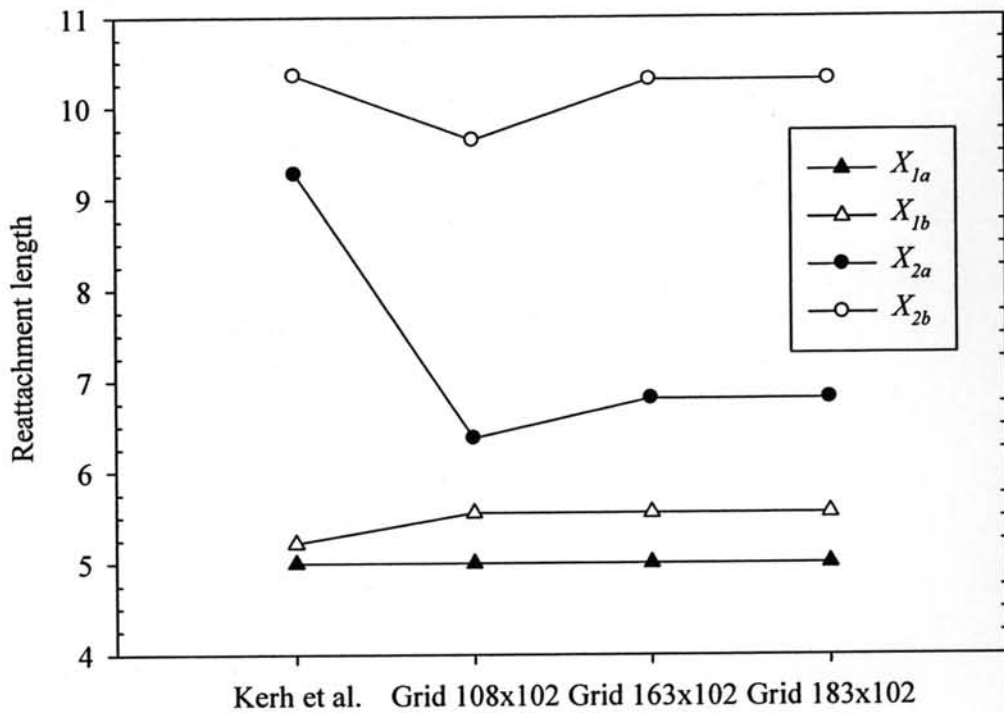


รูปที่ 5.5 ความยาวบริเวณการหมุนวนที่ผนังด้านบนที่ตำแหน่ง  $Y = 0.66$  ซึ่งกริดขนาดต่าง ๆ กัน 108x102, 163x102 และ 183x102 ตามลำดับ

สรุปผลการไหลผ่านช่องทางไหลเปิด 43.33% ที่ผนังด้านบนเกิดบริเวณการหมุนวนคล้ายคลึงการไหลผ่านช่องทางไหลที่เปิดกว้างมากกว่า โดยค่าความดันเฉือนที่ผนังด้านบนบริเวณการหมุนวนทั้งสองตำแหน่งมีแนวโน้มเพิ่มมากขึ้น และบริเวณการหมุนวนที่ผนังด้านบนตำแหน่งที่สองมีแนวโน้มเกิดขึ้นใกล้สิ่งกีดขวางเคลื่อนที่มากขึ้นเมื่อช่องทางไหลปิดแคบลง ส่วนผนังด้านล่างเกิดบริเวณการหมุนวนเพิ่มขึ้นเป็น 3 ตำแหน่ง โดยสองตำแหน่งแรกมีบริเวณการหมุนวนติดกัน ซึ่งตำแหน่งแรกมีการหมุนวนทิศทางทวนเข็มนาฬิกา ส่วนตำแหน่งที่สองมีการหมุนวนทิศทางตามเข็มนาฬิกา

#### 5.2.4 สิ่งกีดขวางเคลื่อนที่อยู่ตำแหน่ง $Y = 0.58$ หรือช่องทางไหลเปิด 30%

การทดสอบคุณสมบัติความเป็น Grid independent ของสิ่งกีดขวางเคลื่อนที่ที่ตำแหน่ง  $Y = 0.58$  ดังแสดงในรูปที่ 5.6 และ 5.13 มีการเปรียบเทียบกริดขนาดต่างๆ และของ Kerh et al. ซึ่งคล้ายคลึงกับสิ่งกีดขวางเคลื่อนที่ที่ตำแหน่ง  $Y = 0.66$  คือ กริดขนาด 163x102 มีคุณสมบัติความเป็น Grid independent โดยจะนำค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ที่คำนวณได้จากกริดขนาด 163x102 ในการเปรียบเทียบต่อไป



รูปที่ 5.6 ความยาวบริเวณการหมุนวนที่ผนังด้านบนที่ตำแหน่ง  $Y = 0.58$  ซึ่งกริดขนาดต่าง ๆ กัน 108x102, 163x102 และ 183x102 ตามลำดับ

ความยาวบริเวณการหมุนวน ที่ผนังด้านบนมีความยาวบริเวณการหมุนวนเพิ่มขึ้นที่ตำแหน่งแรก และเกิดบริเวณการหมุนวนใกล้สิ่งกีดขวางเคลื่อนที่มากขึ้นในบริเวณการหมุนวนตำแหน่งที่สอง ซึ่งทั้งสองตำแหน่งมีค่าความเค้นเฉือนที่ผนังเป็นลบมากขึ้น หากเปรียบเทียบกับผลเชิงตัวเลขของ Kerh et al. พบว่าบริเวณการหมุนวนตำแหน่งที่หนึ่งมีค่าความยาวบริเวณการหมุนวนและค่าความเค้นเฉือนที่ผนังเป็นลบเพียงเล็กน้อย และบริเวณการหมุนวนตำแหน่งที่สอง มีความยาวบริเวณการหมุนวนสั้นกว่าผลการคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่ม ดังแสดงในรูปที่ 5.14

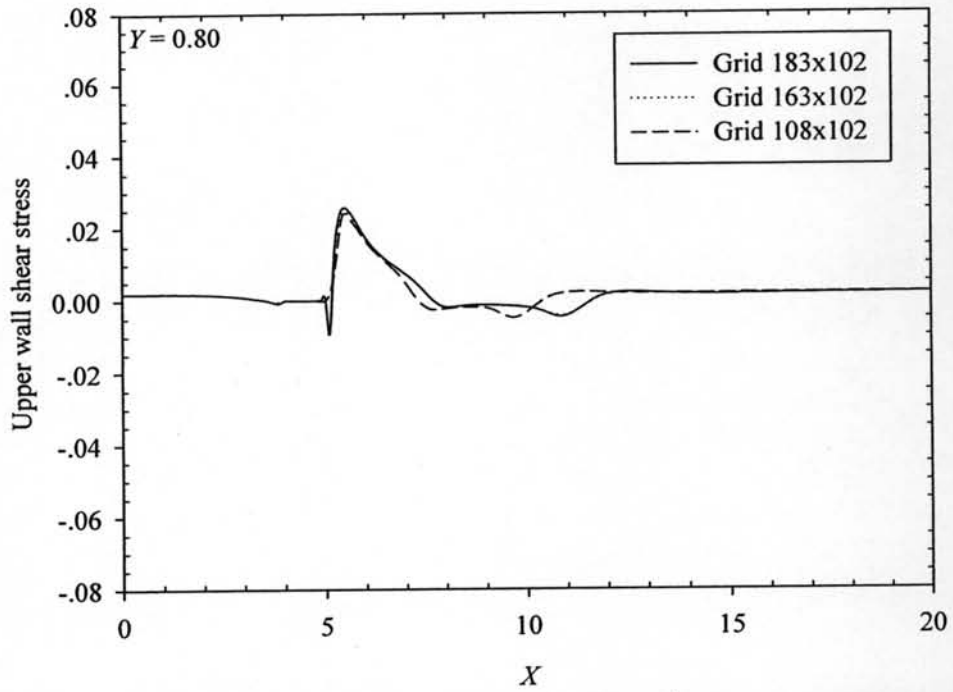
ส่วนที่บริเวณการหมุนวนทั้งสามตำแหน่งบริเวณผนังด้านล่าง เกิดบริเวณการหมุนวนใกล้สิ่งกีดขวางเคลื่อนที่มากขึ้น ซึ่งตำแหน่งที่ 2 และ 3 นั้นมีค่าความเค้นเฉือนที่ผนังเป็นลบมากขึ้นกว่าการไหลผ่านช่องทางไหลเปิด 43.33% และเมื่อเปรียบเทียบกับผลเชิงตัวเลขของ Kerh et al. พบว่าบริเวณการหมุนวนทั้งสองตำแหน่งแรก เกิดขึ้นห่างจากสิ่งกีดขวางเคลื่อนที่มากกว่าของ Kerh et al. และมีค่าความเค้นเฉือนที่ผนังด้านล่างมีค่าน้อยกว่าผลการคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่ม ส่วนตำแหน่งที่ 3 มีบริเวณการหมุนวนห่างจากสิ่งกีดขวางเคลื่อนที่มากกว่าผลการคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่ม ดังแสดงในรูปที่ 5.15

ความเร็วตามแนวแกนที่ตำแหน่ง  $X$  เท่ากับ 5.1, 6.2, 7.4, 8.6, 11 และ 14 ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 5.19 พบค่าความเร็วตามแนวแกนมีลักษณะคล้ายคลึงกับสิ่งกีดขวางเคลื่อนที่ที่ตำแหน่ง  $Y = 0.66$  โดยความเร็วตามแนวแกนที่ผนังทั้งด้านบนและด้านล่างมีค่าเพิ่มมากขึ้น

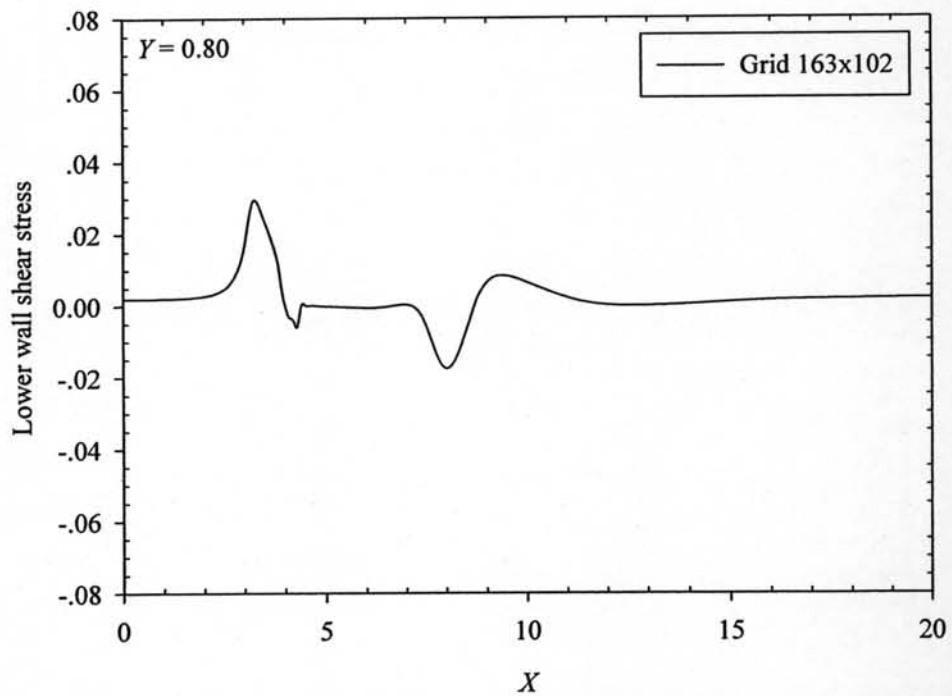
สรุปผลการไหลผ่านช่องทางไหลเปิด 30% มีความคล้ายคลึงกับการไหลผ่านช่องทางไหลเปิด 43.33% โดยความยาวบริเวณการหมุนวนที่ตำแหน่งที่หนึ่งมีแนวโน้มยาวมากขึ้น ส่วนบริเวณการหมุนวนที่ผนังด้านบนตำแหน่งสองมีแนวโน้มเกิดขึ้นใกล้สิ่งกีดขวางมากขึ้น และค่าความเค้นเฉือนที่ผนังด้านบนของบริเวณการหมุนวนทั้งสองมีแนวโน้มเพิ่มมากขึ้น เมื่อช่องทางไหลปิดแคบมากขึ้น ส่วนบริเวณผนังด้านล่าง ยังคงเกิดบริเวณการหมุนวน 3 ตำแหน่งเหมือนช่องทางไหลเปิด 43.33% โดยบริเวณการหมุนวนที่ผนังด้านล่างทั้งสามตำแหน่งมีแนวโน้มเกิดขึ้นใกล้สิ่งกีดขวางเคลื่อนที่มากขึ้น และมีค่าความเค้นเฉือนที่ผนังด้านล่างมีแนวโน้มเพิ่มสูงขึ้น เมื่อช่องทางไหลปิดแคบมากขึ้น ซึ่งบริเวณการหมุนวนผนังด้านล่างสองตำแหน่งแรกนั้นทิศทางการไหลหมุนวนสวนทางกัน โดยตำแหน่งแรกมีการหมุนวนทิศทางทวนเข็มนาฬิกา ส่วนตำแหน่งที่สองมีการหมุนวนทิศทางตามเข็มนาฬิกา

#### 5.2.5 เวกเตอร์ความเร็วของการไหล (Velocity vector)

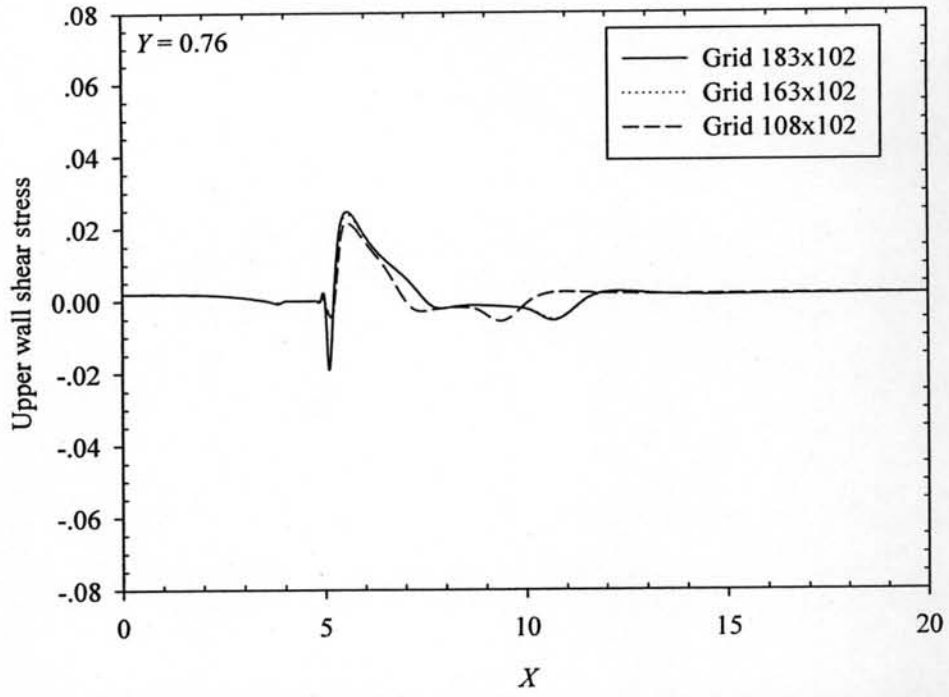
เมื่อพิจารณาเวกเตอร์ความเร็วของ Kerh et al. (1998) ดังแสดงในรูปที่ 5.20 พบว่ามีลักษณะรูปร่างเวกเตอร์ความเร็วคล้ายคลึงกับผลการคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลูม คือ ผนังด้านบนเกิดบริเวณการหมุนวน 2 ตำแหน่ง โดยบริเวณการหมุนวนที่ผนังด้านบนใกล้สิ่งกีดขวางเคลื่อนที่ที่มีความยาวบริเวณการหมุนวนเพิ่มมากขึ้น ส่วนบริเวณการหมุนวนที่ผนังด้านบนตำแหน่งที่สองมีการเกิดบริเวณการหมุนวนใกล้สิ่งกีดขวางมากขึ้น เมื่อช่องทางไหลปิดแคบลงมากขึ้น ส่วนที่ผนังด้านล่างเมื่อสิ่งกีดขวางเคลื่อนที่ลงปิดช่องทางไหลต่ำสุด พบว่ามีการเกิดบริเวณการหมุนวนที่ผนังด้านล่าง 3 ตำแหน่ง โดยบริเวณการหมุนวนตำแหน่งแรกมีทิศทางหมุนทวนเข็มนาฬิกา สวนทางกับบริเวณการหมุนวนตำแหน่งที่สองซึ่งมีทิศทางหมุนตามเข็มนาฬิกา และบริเวณการหมุนวนตำแหน่งที่สาม มีแนวโน้มเกิดขึ้นใกล้สิ่งกีดขวางมากขึ้น เมื่อช่องทางไหลปิดแคบมากขึ้น



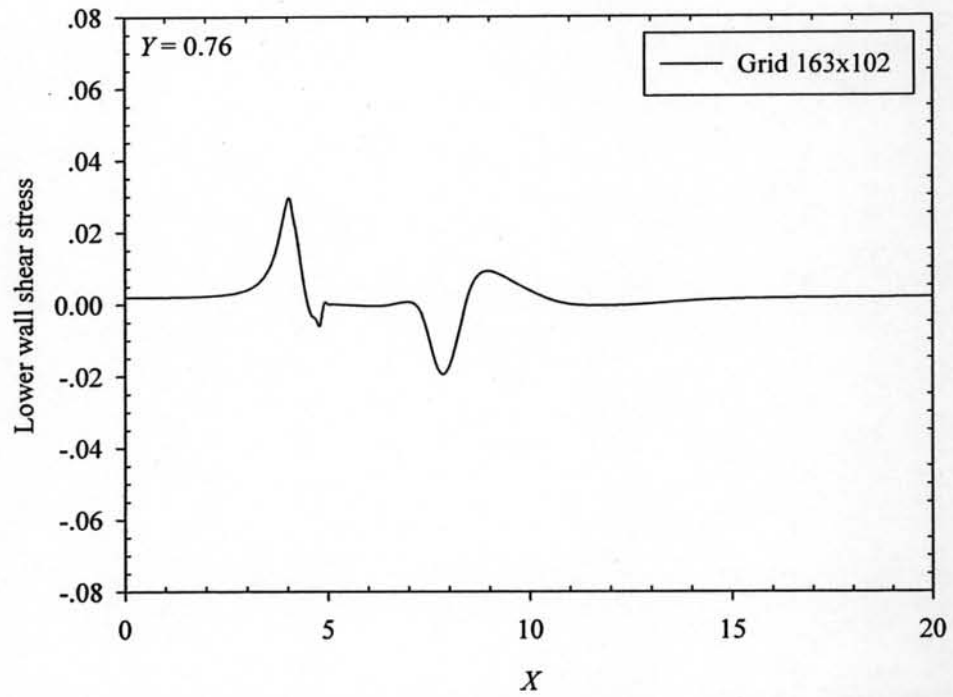
รูปที่ 5.7 ค่าความเค้นเฉือนที่ผนังด้านบน ณ ตำแหน่งสิ่งกีดขวาง  $Y$  เท่ากับ 0.80 หรือ ช่องทางไหลเปิด 66.67%



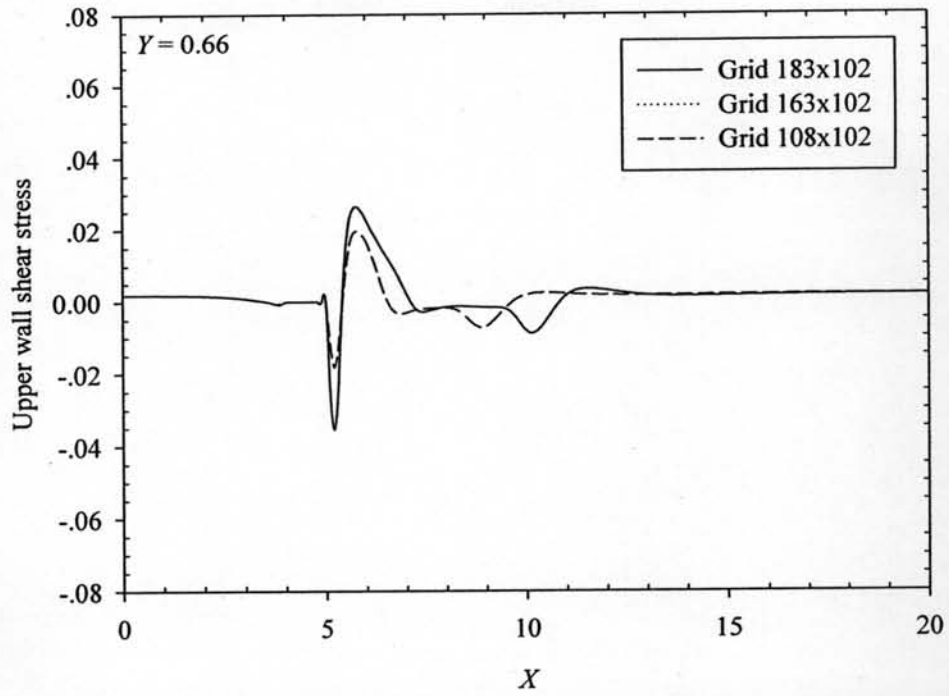
รูปที่ 5.8 ค่าความเค้นเฉือนที่ผนังด้านล่าง ณ ตำแหน่งสิ่งกีดขวาง  $Y$  เท่ากับ 0.80 หรือ ช่องทางไหลเปิด 66.67%



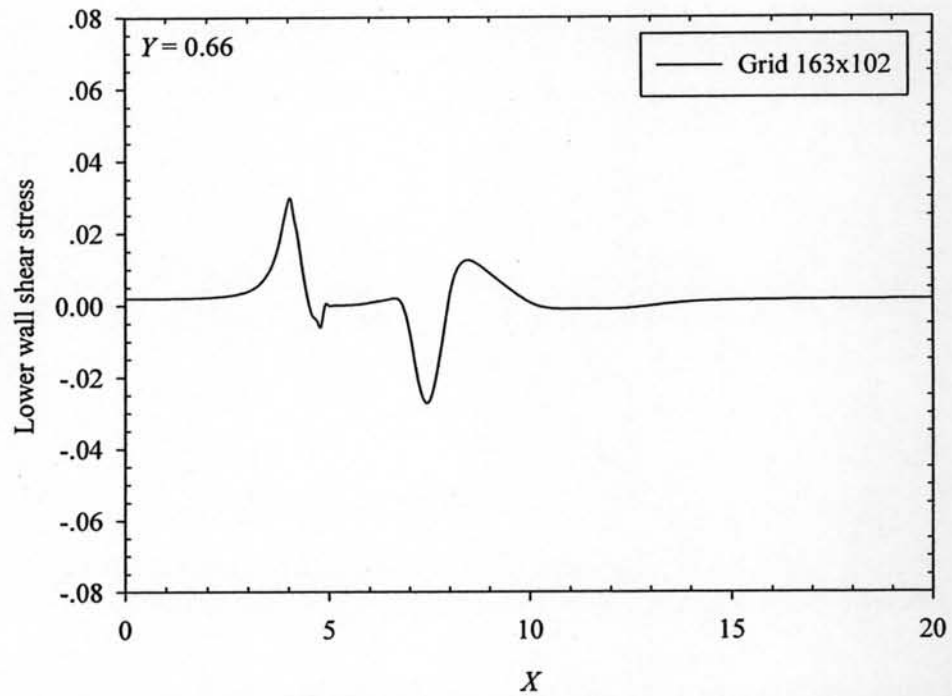
รูปที่ 5.9 ค่าความเค้นเฉือนที่ผนังด้านบน ณ ตำแหน่งสิ่งกีดขวาง  $Y$  เท่ากับ 0.76 หรือช่องทางไหลเปิด 60%



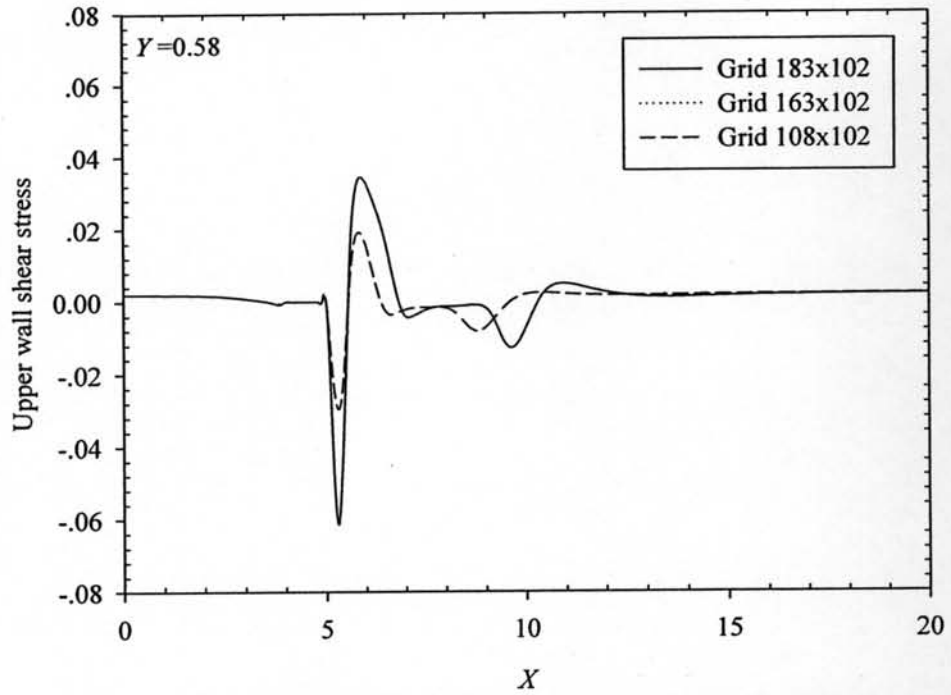
รูปที่ 5.10 ค่าความเค้นเฉือนที่ผนังด้านล่าง ณ ตำแหน่งสิ่งกีดขวาง  $Y$  เท่ากับ 0.76 หรือช่องทางไหลเปิด 60%



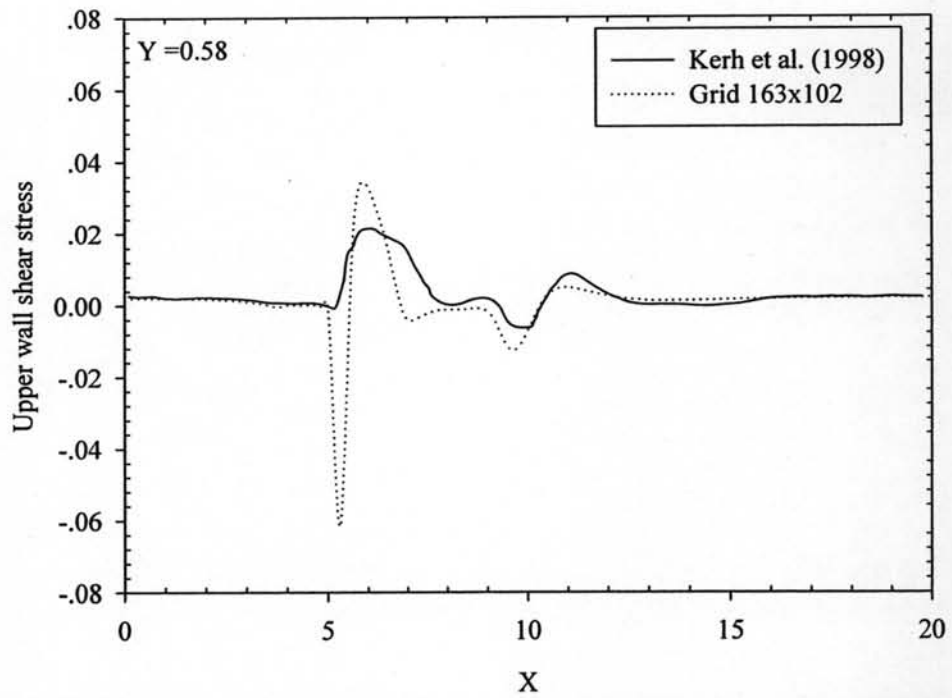
รูปที่ 5.11 ค่าความเค้นเฉือนที่ผนังด้านบน ณ ตำแหน่งสิ่งกีดขวาง  $Y$  เท่ากับ 0.66 หรือช่องทางไหลเปิด 43.33%



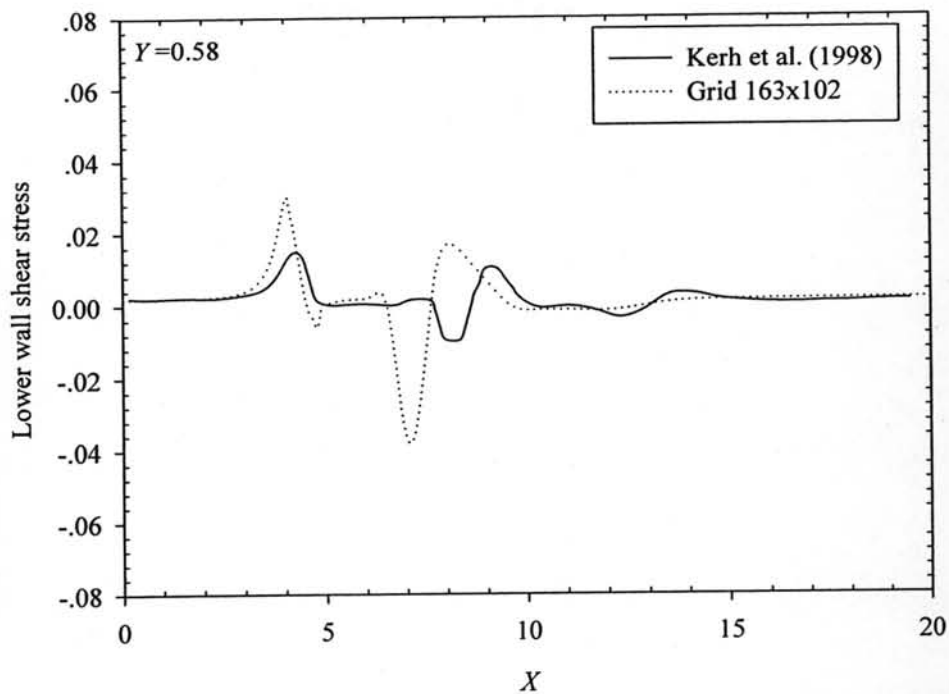
รูปที่ 5.12 ค่าความเค้นเฉือนที่ผนังด้านล่าง ณ ตำแหน่งสิ่งกีดขวาง  $Y$  เท่ากับ 0.66 หรือช่องทางไหลเปิด 43.33%



รูปที่ 5.13 ค่าความเค้นเฉือนที่ผนังด้านบน ณ ตำแหน่งสิ่งกีดขวาง  $Y$  เท่ากับ 0.58 หรือ ช่องทางไหลเปิด 30% ของกริดขนาดต่างๆกัน 3 ขนาด



รูปที่ 5.14 ค่าความเค้นเฉือนที่ผนังด้านบน ณ ตำแหน่งสิ่งกีดขวาง  $Y$  เท่ากับ 0.58 หรือ ช่องทางไหลเปิด 30%

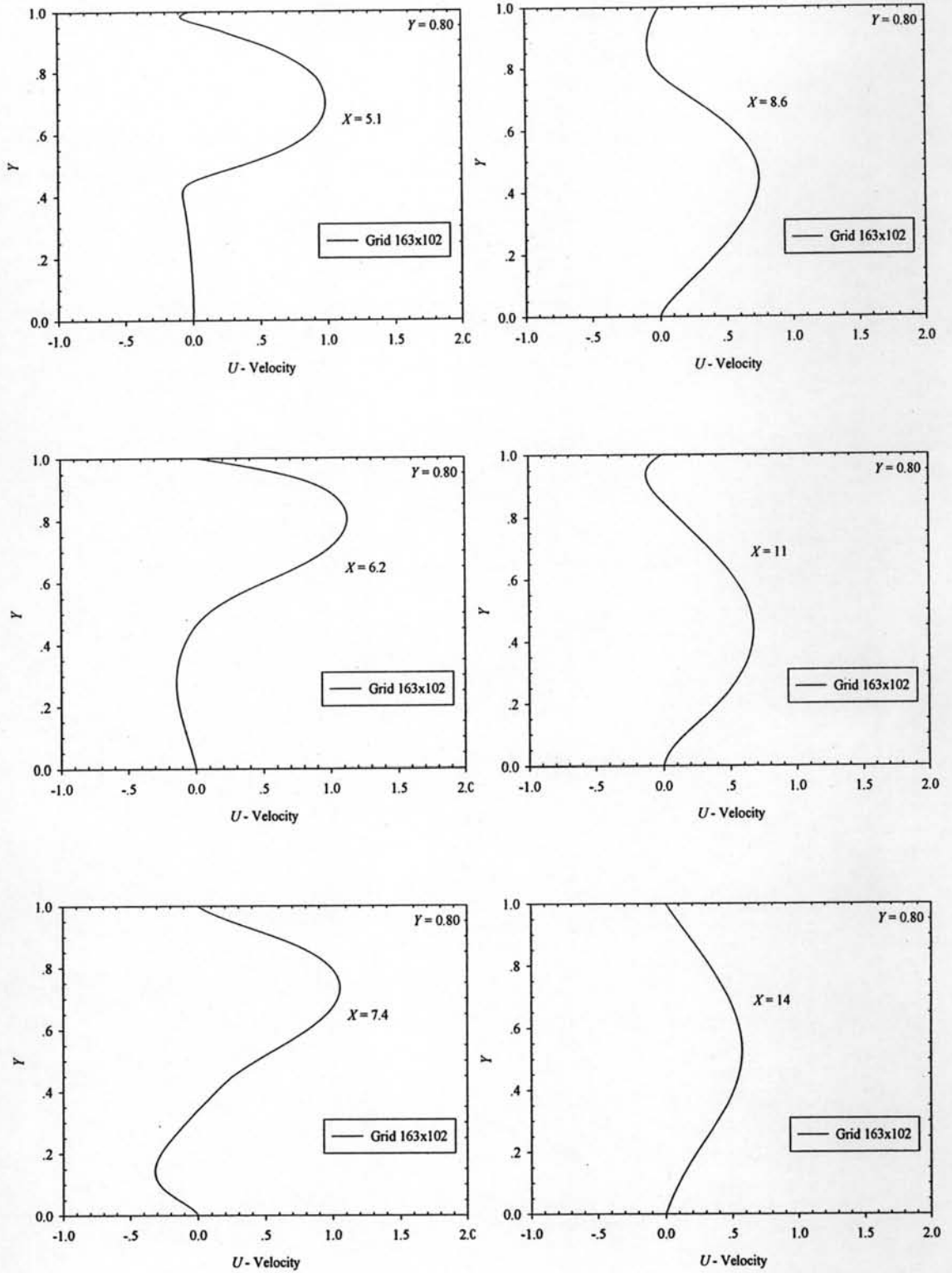


รูปที่ 5.15 ค่าความเค้นเฉือนที่ผนังด้านล่าง ณ ตำแหน่งสิ่งกีดขวาง  $Y$  เท่ากับ 0.58 หรือช่องทางไหลเปิด 30%

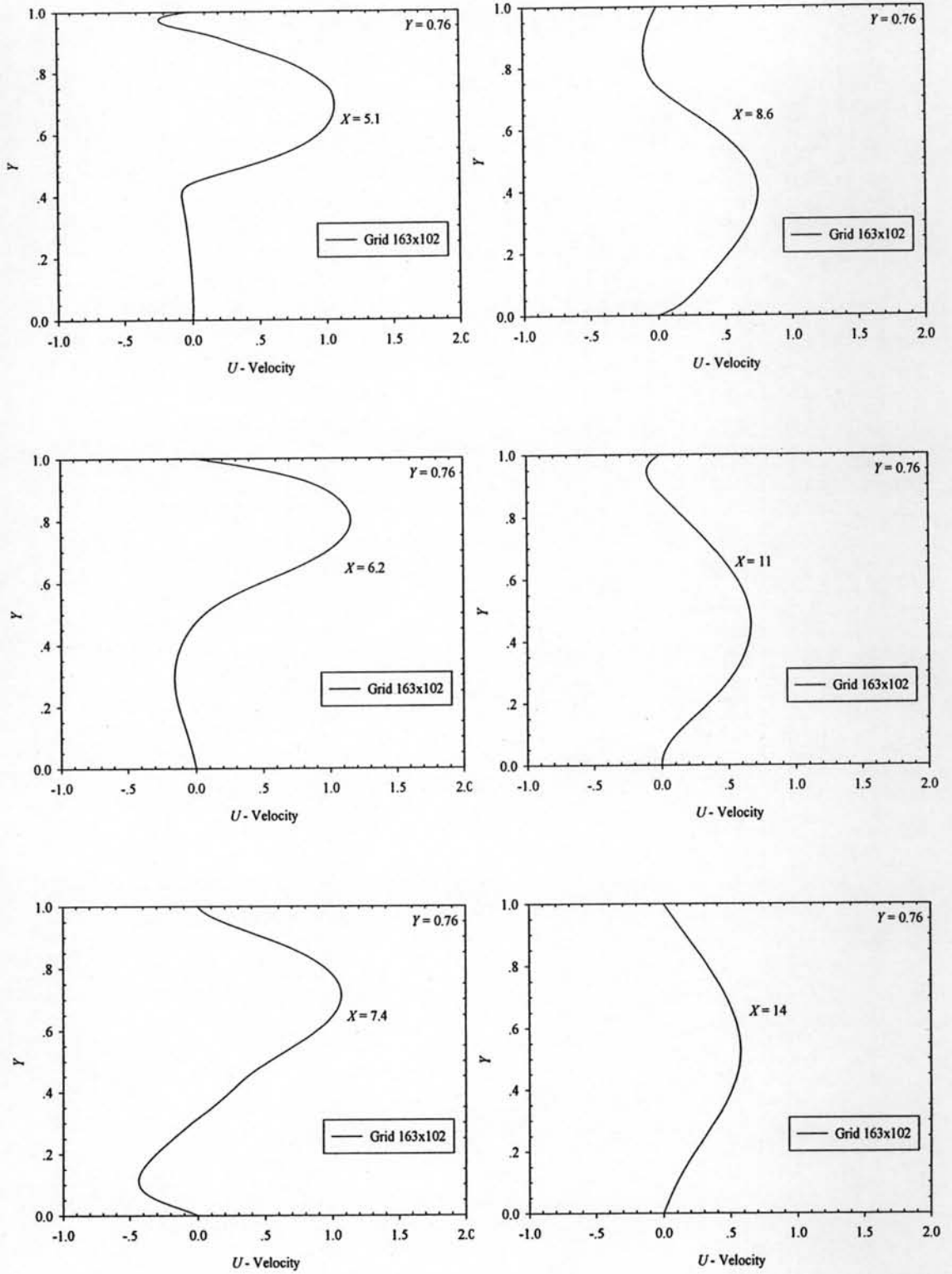
การเคลื่อนที่ของสิ่งกีดขวางส่งผลให้การไหลมีลักษณะรูปร่างเวกเตอร์ความเร็ว ดังแสดงในรูปที่ 5.21 ซึ่งสอดคล้องกับค่าพารามิเตอร์ต่างๆที่พิจารณาข้างต้น โดยพบว่าเมื่อช่องทางไหลปิดแคบมากขึ้น หรือสิ่งกีดขวางเคลื่อนที่มากปิดมากขึ้น บริเวณการหมุนวนที่ผนังด้านบนตำแหน่งแรกใกล้สิ่งกีดขวางเคลื่อนที่จะเกิดบริเวณการหมุนวนกว้างมากขึ้น และบริเวณการหมุนวนตำแหน่งที่สองของผนังด้านบนจะเกิดใกล้สิ่งกีดขวางเคลื่อนที่มากขึ้น รวมทั้งค่าความเค้นเฉือนที่ผนังด้านบนทั้ง 2 ตำแหน่งก็จะมีค่าเพิ่มมากขึ้น

ส่วนผนังด้านล่างที่ช่องทางไหลเปิด 66.67% และ 60% พบบริเวณการหมุนวนที่ผนังด้านล่างเพียง 1 ตำแหน่ง แล้วเมื่อสิ่งกีดขวางเคลื่อนที่ปิดช่องทางไหลมากขึ้นเป็น 43.33% และ 30% ตามลำดับ จึงเกิดบริเวณการหมุนวนเป็น 3 ตำแหน่ง โดยบริเวณการหมุนวนมีแนวโน้มเกิดใกล้สิ่งกีดขวางเคลื่อนที่มากขึ้น เมื่อช่องทางไหลปิดแคบมากขึ้น และพบว่าบริเวณการหมุนวนที่ผนังด้านล่างตำแหน่งแรก มีการหมุนวนในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา หรือมีค่าความเค้นเฉือนที่ผนังด้านล่างเป็นบวก และบริเวณการหมุนวนที่ผนังด้านล่างตำแหน่งที่สอง มีการหมุนวนในทิศทางตามเข็มนาฬิกา ซึ่งบริเวณการหมุนวนทั้งหมดดังแสดงในรูปที่ 5.22 ถึง 5.26

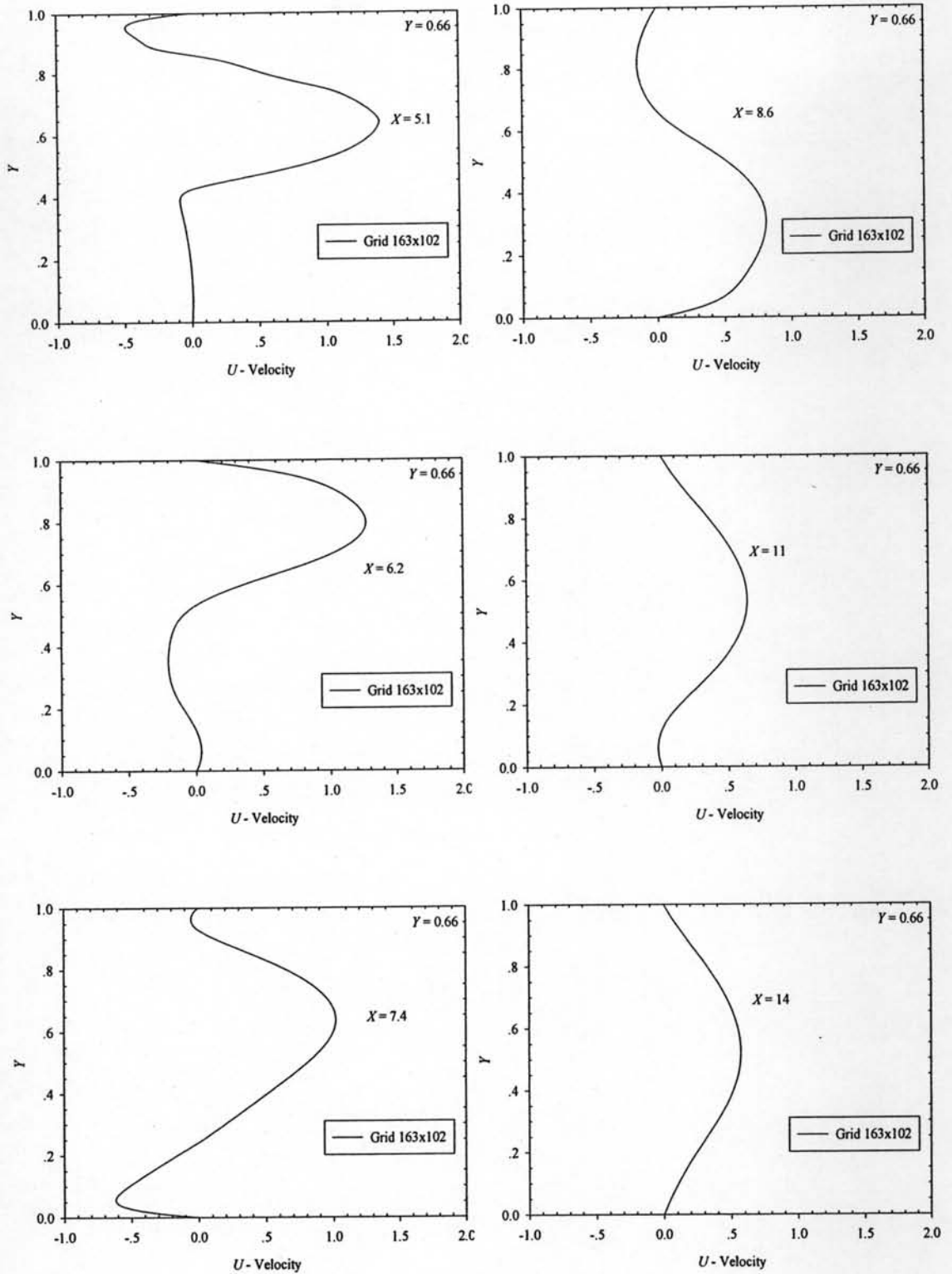




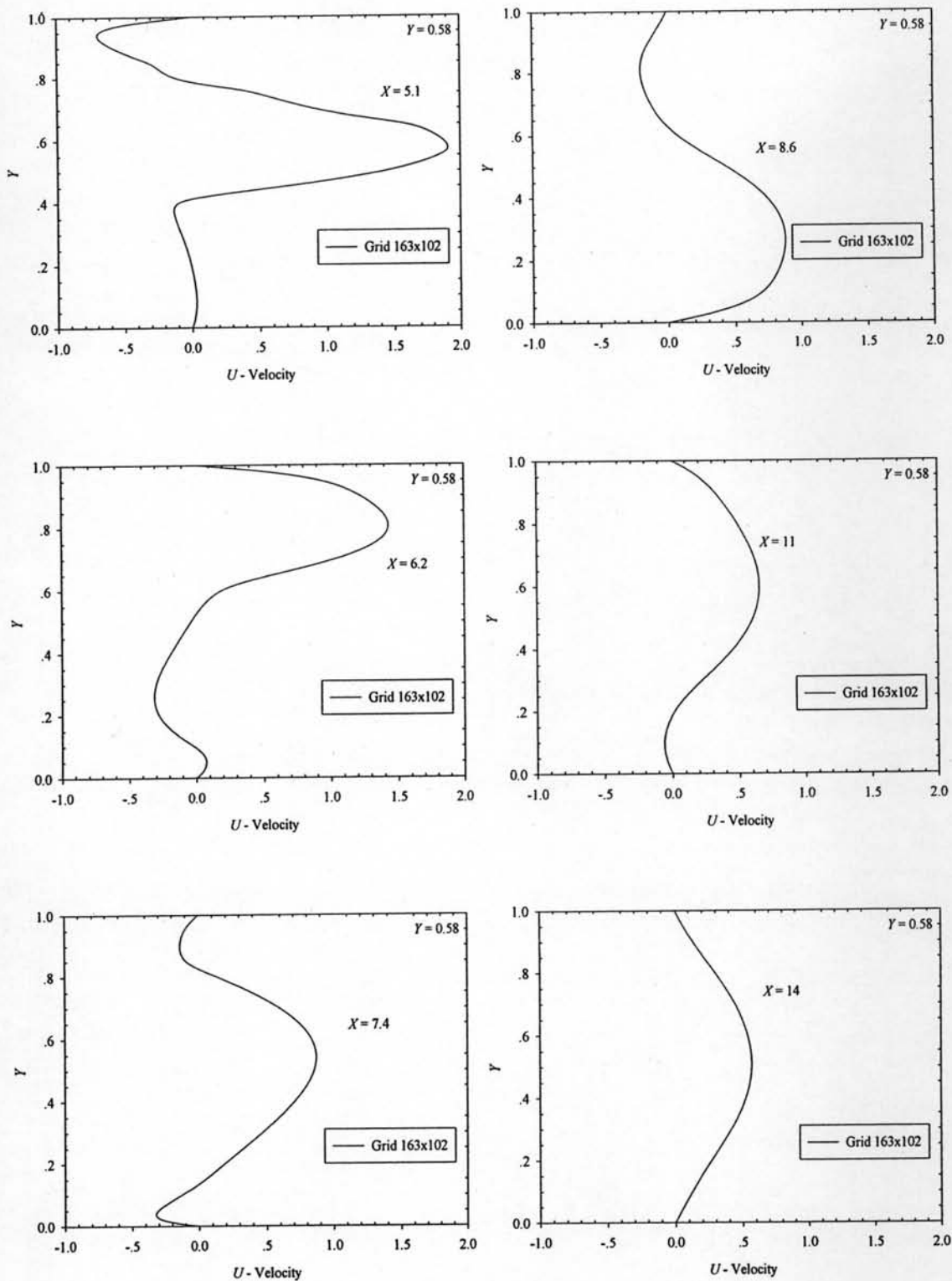
รูปที่ 5.16 รูปร่างความเร็วตามแนวแกน ซึ่งวัตถุเคลื่อนที่อยู่ตำแหน่ง  $Y$  เท่ากับ 0.80 หรือช่องทางไหลเปิด 66.67%



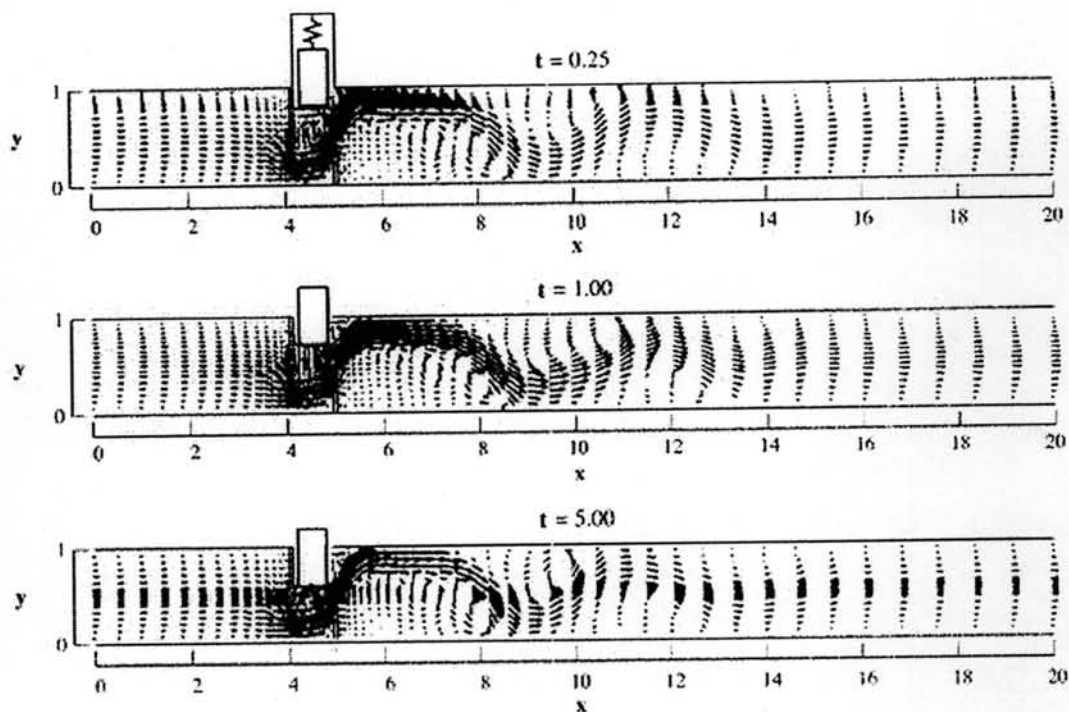
รูปที่ 5.17 รูปร่างความเร็วตามแนวแกน ซึ่งวัตถุเคลื่อนที่อยู่ตำแหน่ง Y เท่ากับ 0.76 หรือช่องทางไหลเปิด 60%



รูปที่ 5.18 รูปร่างความเร็วตามแนวแกน ซึ่งวัตถุเคลื่อนที่อยู่ตำแหน่ง  $Y$  เท่ากับ 0.66 หรือช่องทางไหลเปิด 43.33%

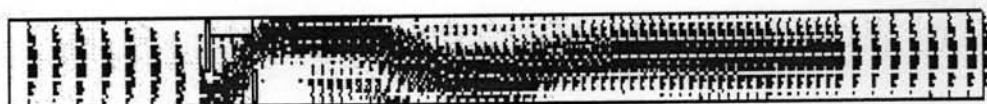


รูปที่ 5.19 รูปร่างความเร็วตามแนวแกน ซึ่งวัตถุเคลื่อนที่อยู่ตำแหน่ง Y เท่ากับ 0.58 หรือช่องทางไหลเปิด 30%

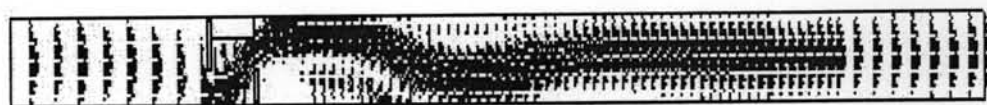


รูปที่ 5.20 เวกเตอร์ความเร็วการไหลที่เวลาต่างๆของ Kerh et al. (1998)

$Y = 0.80$  หรือช่องทางไหลเปิด 66.67%



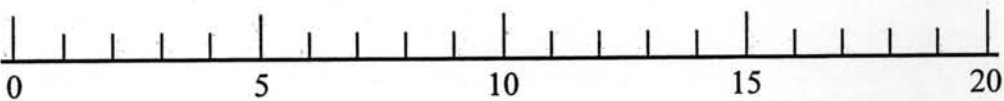
$Y = 0.76$  หรือช่องทางไหลเปิด 60%



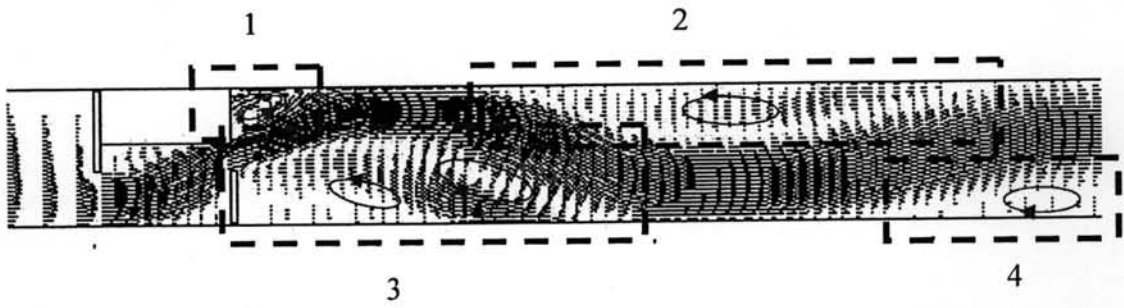
$Y = 0.66$  หรือช่องทางไหลเปิด 43.33%



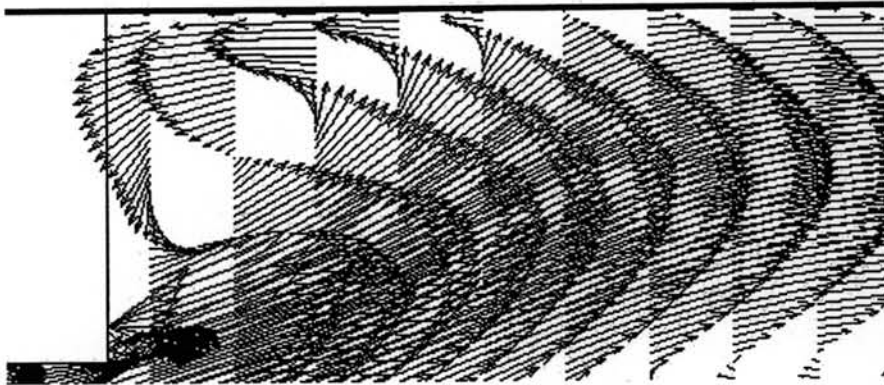
$Y = 0.58$  หรือช่องทางไหลเปิด 30%



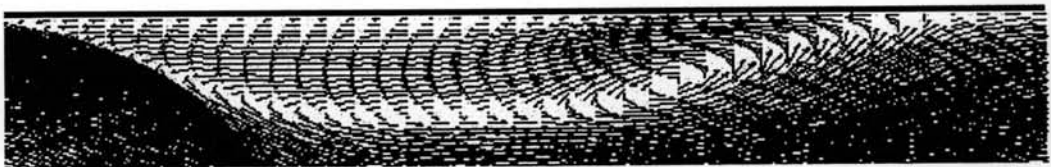
รูปที่ 5.21 เวกเตอร์ความเร็วการไหลจากระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่มที่  $Y$  เท่ากับ 0.80, 0.76, 0.66 และ 0.58 ตามลำดับ



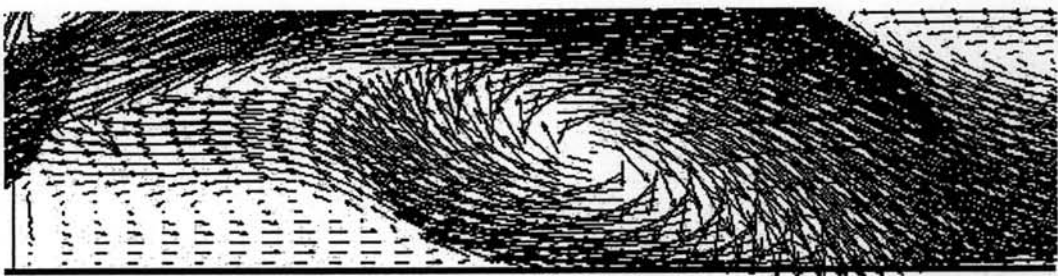
รูปที่ 5.22 เวกเตอร์ความเร็วการไหลที่  $y$  เท่ากับ 0.58 (Not to scale)



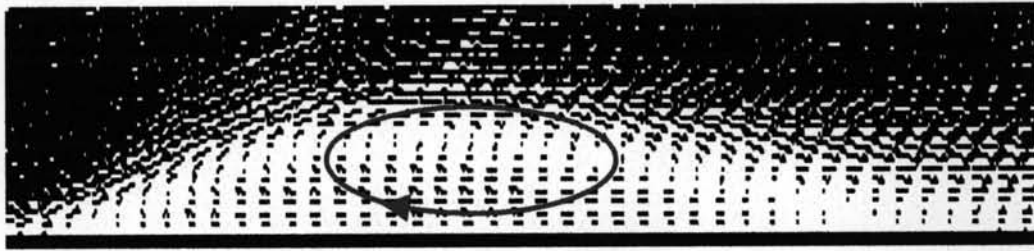
รูปที่ 5.23 รายละเอียดของเวกเตอร์ความเร็วการไหลที่  $Y$  เท่ากับ 0.58 (Not to scale)  
ในบริเวณการหมุนวนที่ 1



รูปที่ 5.24 รายละเอียดของเวกเตอร์ความเร็วการไหลที่  $Y$  เท่ากับ 0.58 (Not to scale)  
ในบริเวณการหมุนวนที่ 2



รูปที่ 5.25 รายละเอียดของเวกเตอร์ความเร็วการไหลที่  $Y$  เท่ากับ 0.58 (Not to scale)  
ในบริเวณการหมุนวนที่ 3

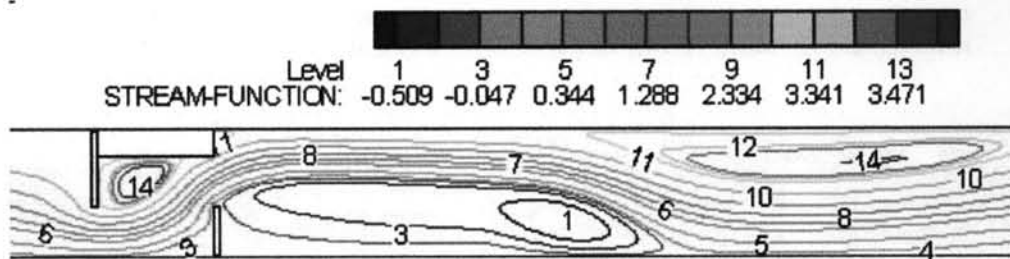


รูปที่ 5.26 รายละเอียดของเวกเตอร์ความเร็วการไหลที่  $Y$  เท่ากับ 0.58 (Not to scale) ในบริเวณการหมุนวนที่ 4

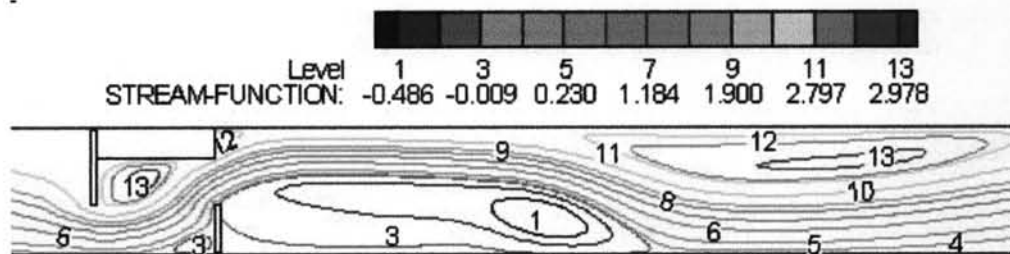
### 5.2.6 Streamline ของการไหล

Streamline ของปัญหาการไหลผ่านสิ่งกีดขวางเคลื่อนที่ที่ดึงจากการไหล ณ  $Y$  เท่ากับ 0.80, 0.76, 0.66 และ 0.58 ดังแสดงในรูปที่ 5.23 พบว่าผนังด้านบนมีบริเวณการหมุนวน 2 ตำแหน่ง ซึ่งเมื่อช่องทางไหลปิดแคบมากขึ้น จะมีบริเวณการหมุนวนกว้างมากขึ้น ส่วนผนังด้านล่างที่บริเวณใกล้รั้วเกิดบริเวณการหมุนวนเป็นบริเวณกว้าง โดยเมื่อช่องทางไหลปิดแคบมากขึ้น บริเวณการหมุนวนมีการแยกไหลสวนทางกัน ซึ่งตำแหน่งแรกมีการไหลทิศทางทวนเข็มนาฬิกา และตำแหน่งที่สองมีการไหลทิศทางตามเข็มนาฬิกา

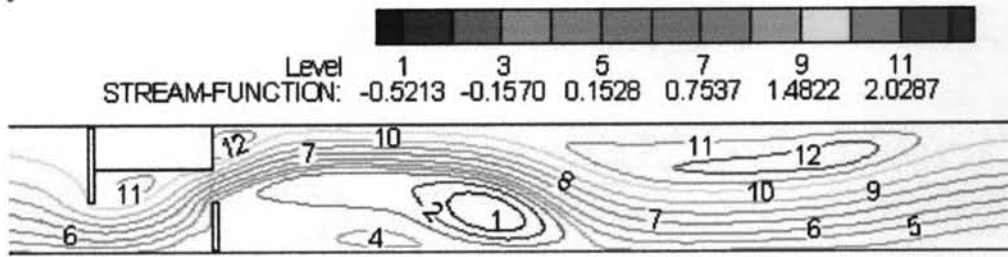
$Y = 0.80$  หรือช่องทางไหลเปิด 66.67%



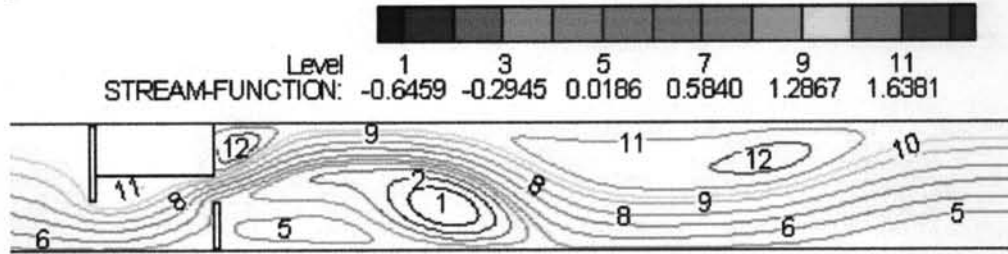
$Y = 0.76$  หรือช่องทางไหลเปิด 60%



$Y = 0.66$  หรือช่องทางไหลเปิด 43.33%



$Y = 0.58$  หรือช่องทางไหลเปิด 30%

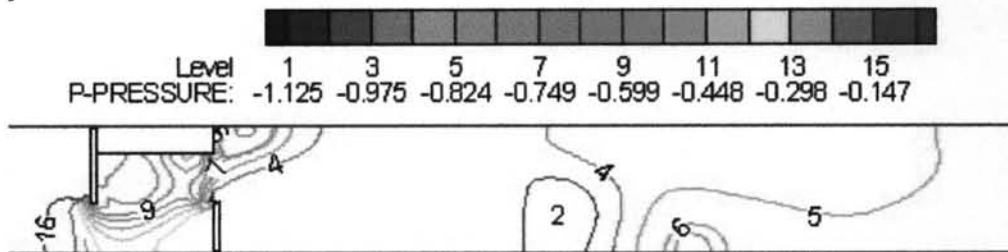


รูปที่ 5.27 Streamline ของสิ่งกีดขวางเคลื่อนที่ ณ  $Y$  ตำแหน่งต่างๆ ( $Y = 0.80, 0.76, 0.66$  และ  $0.58$ ) (Not to scale)

### 5.2.7 การกระจายความดัน (Pressure contour)

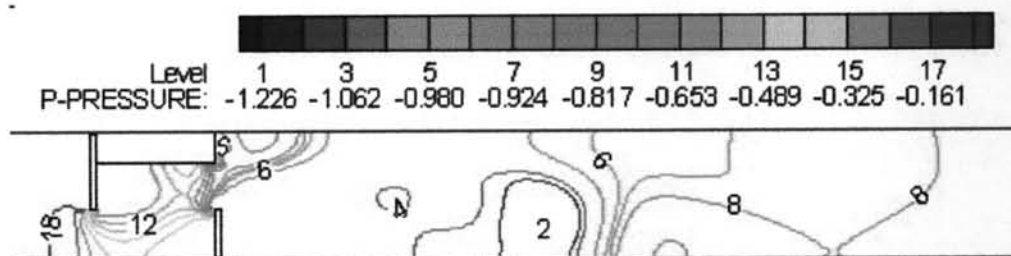
การกระจายความดันของปัญหาการไหลผ่านสิ่งกีดขวางเคลื่อนที่ ณ  $Y$  ตำแหน่งต่างๆ ดังแสดงในรูปที่ 5.24 พบว่าการกระจายความดันมีความสอดคล้องกับการหมุนวนที่เกิดขึ้นทุกตำแหน่งทั้งผนังด้านบนและด้านล่าง คือ บริเวณการหมุนวนจะมีค่าความดันน้อยกว่าค่าความดันบริเวณถัดไป ซึ่งทำให้เกิดการไหลย้อนกลับของของไหล และที่ด้าน Upstream มีค่าความดันสูงกว่าด้าน Downstream จึงทำให้เกิดการไหลจากทางเข้าไปทางออก

$Y = 0.80$  หรือช่องทางไหลเปิด 66.67%

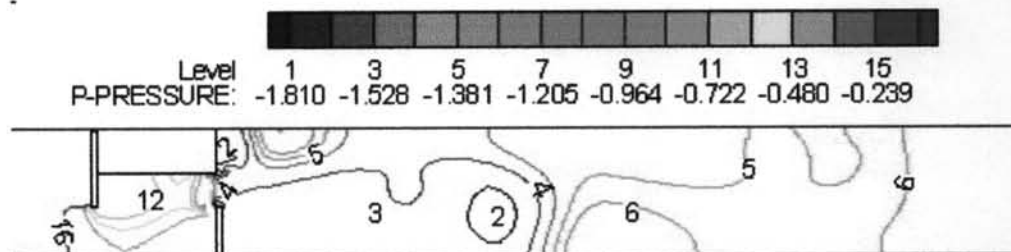




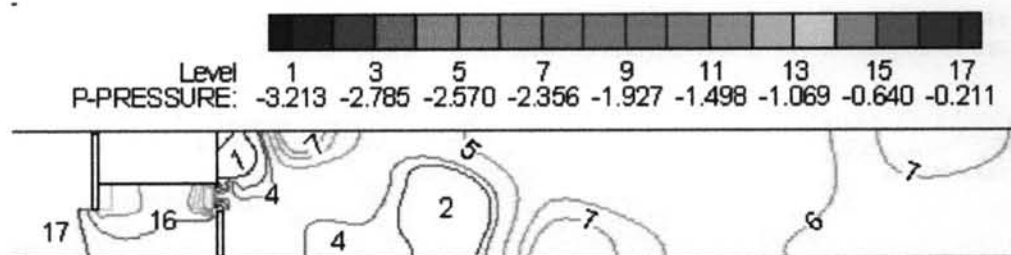
$Y = 0.76$  หรือช่องทางไหลเปิด 60%



$Y = 0.66$  หรือช่องทางไหลเปิด 43.33%



$Y = 0.58$  หรือช่องทางไหลเปิด 30%



รูปที่ 5.28 การกระจายความดัน (Pressure contour) ของสิ่งกีดขวางเคลื่อนที่ที่ ณ  $Y$  ตำแหน่งต่างๆ (Not to scale)

### 5.3 สรุปผลการคำนวณเชิงตัวเลขด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่มของปัญหาการไหลแบบราบเรียบผ่านช่องทางไหลที่มีสิ่งกีดขวางเคลื่อนที่ที่ติดจากการไหล

ผลการทำนายด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่มสำหรับปัญหานี้ พบว่ามีรูปร่างความเร็วของการไหล และบริเวณการหมุนวนของของไหล สอดคล้องกับผลคำนวณเชิงตัวเลขด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ของ Kerh et al. (1998) คือ ผนังด้านบนพบบริเวณการหมุนวนสองตำแหน่ง และผนังด้านล่าง พบบริเวณการหมุนวนสามตำแหน่งที่ช่องทางไหลปิดแคบลงมากที่สุด แต่ค่าความเค้นเฉือนที่ผนังกลับให้ค่าแตกต่างจากระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่ม โดยเฉพาะอย่างยิ่งที่บริเวณผนังด้านบนใกล้สิ่งกีดขวางเคลื่อนที่ มีค่าความเค้นเฉือนสูงสุดแตกต่างจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์อย่างชัดเจน ซึ่งหากสังเกตค่าความเค้นเฉือนที่ผนัง ดังแสดงในรูปที่ 5.7 ถึง 5.15 จะเห็นได้ว่าเมื่อช่องทางไหลปิดแคบมากขึ้น ค่าความเค้นเฉือน และความกว้างบริเวณการหมุนวนที่ผนังด้านบนจะเพิ่มมากขึ้น ดังนั้นหาก ค่าความเค้นเฉือนสูงสุดด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ที่ช่องทางไหลปิดแคบมากที่สุดหรือ  $Y$  เท่ากับ 0.58 มีค่าเท่ากับ -0.001 ซึ่งมีค่าน้อยมาก และมีความยาวบริเวณการหมุนวนสั้นมาก แล้วค่าความเค้นเฉือนที่ผนัง ที่ช่องทางไหลเปิดกว้างมากขึ้น จะต้องมีความเค้นเฉือนที่ผนังลดน้อยลง ซึ่งไม่สอดคล้องกับค่าความเค้นเฉือนที่ผนัง ดังแสดงในรูปที่ 5.7 ถึง 5.15 ส่วนผนังด้านล่างมีผลคล้ายคลึงกับผนังด้านบน คือ ผลเชิงตัวเลขของ Kerh et al. (1998) มีค่าความเค้นเฉือนที่ผนังเป็นลบน้อยกว่าผลเชิงตัวเลขด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่มที่บริเวณการหมุนวนตำแหน่งที่สองอย่างมาก

การทำนายปัญหาการไหลแบบราบเรียบผ่านช่องทางไหลที่มีสิ่งกีดขวางเคลื่อนที่ตั้งฉากกับการไหล ในสภาวะเสมือนคงตัวนั้น สามารถทำนายรูปร่างเวกเตอร์ความเร็วของลักษณะปัญหานี้ได้เป็นอย่างดี ซึ่งเมื่อช่องทางไหลปิดแคบมากขึ้น พบการแยกตัวของการไหลที่บริเวณผนังด้านล่างใกล้รั้วบางด้านล่าง 2 ตำแหน่งไหลสวนทางกัน โดยตำแหน่งแรกมีทิศทางการไหลทวนเข็มนาฬิกา และตำแหน่งที่สองมีทิศทางการไหลตามเข็มนาฬิกา อย่างไรก็ตามการทำนายค่าความเค้นเฉือนที่ผนังเมื่อเปรียบเทียบกับผลเชิงตัวเลขของ Kerh et al. ให้ผลแตกต่างกัน ซึ่งงานวิจัยของ Kerh et al. มีแนวโน้มของความเค้นเฉือนที่ผนังไม่สอดคล้องกับผลเชิงตัวเลขด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่ม ทั้งยังไม่ได้มีการเปรียบเทียบผลกับการทดลองอีกด้วย ดังนั้น หากมีการศึกษาผลการทดลองของปัญหาขอบเขตลักษณะนี้ จะทำให้มั่นใจผลการคำนวณจากโปรแกรมคอมพิวเตอร์มากยิ่งขึ้น ซึ่งเราได้ทำการค้นคว้างานวิจัยต่างๆ พบว่างานวิจัยในลักษณะปัญหาการไหลมีอันตรกิริยากับวัตถุส่วนใหญ่ นั้น มีลักษณะการไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent) หรือมีค่าเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์ของของไหลสูง จึงเป็นการยากที่จะหาผลการทดลอง หรือผลการคำนวณเชิงตัวเลขอื่นในการเปรียบเทียบกับผลการคำนวณนี้