บทที่ 2

การกระเจิงหลายหน และวิธีวัด

2.1 <u>ทฤษฎีการกระเจิงหลายหน</u>[1]

เมื่ออนุภาคที่มีประจุเคลื่อนที่เข้าไปในเนื้อวัตถุ เช่น นิวเคลียร์อิมัลชัน เป็นต้น ทิศทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคจะเปลี่ยนแปลงไปจากเดิม ทั้งนี้เนื่องจากอนุภาคเกิดปฏิกริยากับสนามไฟฟ้าของนิวเคลียสที่อยู่ในเนื้อวัตถุ ทิศทางที่เปลี่ยนไปนี้ จะมากหรือน้อยจะขึ้นกับขนาดประจุ, ความเร็วและโมเมนตัมของอนุภาค ฉนั้น ถ้าสามารถวัดทิศทางที่เบนไปจากเดิมของอนุภาคในเนื้อวัตถุได้ ก็อาจจะทำให้รู้รายละเอียดต่าง ๆ ของอนุภาค เช่น พลังงานหรือมวล เป็นต้น และเนื่องจากการเคลื่อนเข้าไปในเนื้อวัตถุ อนุภาคต้องผ่านสนามไฟฟ้าของนิวเคลียสของธาตุต่าง ๆ ที่เป็นองค์ประกอบของวัตถุมากมาย ทำให้เกิดมีแรงกระทำบนอนุภาค เป็นผลให้ทางเดินเปลี่ยนทิศทางไป การเบี่ยงเบนของทางเดินดังกล่าว เรียกว่า "การกระเจิงหลายหน" (multiple scattering)

เกี่ยวกับปรากฏการณ์นี้ มุมต่าง ๆ ที่ควรทราบ คือ

2.1.1 <u>มุมกระเจิง</u> (scattering angle) (Θ_s) เป็นมุมที่อนุภาคเปลี่ยนทิศทางไปจากเดิมเมื่อวัดในอวกาศ

2.1.2 <u>มุมฉาย</u> (projected angle) (ϕ) เป็นมุมที่อนุภาคเปลี่ยนทิศทางไปจากเดิม เมื่อวัดฉาย (project) ไปตามระนาบของอิมัลชัน เนื่องจากเวลาส่องกล้องใช้ดูในแนวดิ่ง

2.1.3 <u>มุมเบี่ยงเบน</u> (deviation angle) (α) เป็นมุมที่อนุภาคเปลี่ยนทิศทางไปจากเดิม ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ที่อนุภาคเคลื่อนที่ไป

สำหรับมุม Θ_s เล็ก ๆ จะได้ความสัมพันธ์ ระหว่าง Θ_s กับ $\langle\phi^2\rangle$ (mean square projected angle) เป็น

$$\frac{d\langle\phi^2\rangle}{dt} = \frac{1}{2}\Theta_s^2 \qquad (2.1)$$

---

[1] W.H. Barkas, <u>Nuclear Research Emulsions</u>, (New York: Academic Press, 1963), pp. 283-296.

เมื่อ integrate (2.1) โดยให้ θ_s คงที่ จะได้

$$\langle \phi^2 \rangle = \frac{\theta_s^2 t}{2} \qquad (2.2)$$

ในกรณีตัวกลางเป็นนิวเคลียร์อิมัลชัน ถ้ามุมที่อนุภาคเปลี่ยนไปจากเดิมเป็นมุมเล็ก ๆ จะได้โอกาสที่อนุภาคจะถูกเบี่ยงเบนไปเป็นมุมฉายเท่ากับ dw ต่อหนึ่งหน่วยความยาวของอิมัลชัน คือ P(w)dw ดังสมการ[2]

$$P(w)dw = \frac{2.35\, Z^2}{p^2 \beta^2} \frac{dw}{w^3} \qquad (2.3)$$

Z = ขนาดประจุของอนุภาค

p = โมเมนตัม, β = อัตราส่วนระหว่างความเร็วของอนุภาค (v) กับ ความเร็วของแสง (c)

w = มุมฉาย

และเนื่องจากอิเลคตรอนที่อยู่รอบ ๆ นิวเคลียส จะทำให้สนามไฟฟ้าของนิวเคลียสลดลง ซึ่งเรียกว่าเกิด "การกั้น" **(screening effect)** การกั้นนี้จะทำให้มุมเบี่ยงเบนของอนุภาคน้อยลง ฉนั้นเมื่อคำนึงถึงการกั้น สมการที่ (2.3) จะเขียนได้ใหม่เป็น

$$P(w)dw = \frac{2.35\, Z^2 Q(\beta,w)}{p^2 \beta^2} \frac{dw}{w^3} \qquad (2.4)$$

$Q(\beta,w)$ คือแฟคเตอร์ของการกั้น (screening factor)

จากสมการ (2.4) จะหาค่า $\langle \phi^2 \rangle$ ในช่วงความยาว t(cm.) ของอิมัลชัน (หรือช่วงความยาวของทางเดินของอนุภาคที่วัดได้) ได้จากสมการ

$$\langle \phi^2 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} w^2 t\, P(w)dw$$

---

[2] Ibid., p. 295

$$\langle \phi^2 \rangle = 2.35 \frac{Z^2 t}{p^2 \beta^2} \int_{-\infty}^{+\infty} Q(\beta, w) \frac{dw}{w} \quad (2.5)$$

และจากความสัมพันธ์ระหว่าง $\langle \phi^2 \rangle$ กับ $\langle \alpha^2 \rangle$ (mean square deviation angle) คือ [3]

$$\langle \alpha^2 \rangle = \frac{2}{3} \langle \phi^2 \rangle$$

$$= \frac{2}{3} \frac{2.35 Z^2 t}{p^2 \beta^2} \int_{-\infty}^{+\infty} Q(\beta, w) \frac{dw}{w}$$

$$= 1.567 \frac{Z^2 t}{p^2 \beta^2} \int_{-\infty}^{+\infty} Q(\beta, w) \frac{dw}{w}$$

โดย Gaussian approximation จะได้ความสัมพันธ์ระหว่าง $\langle \alpha^2 \rangle$ และ $\bar{\alpha}$ (mean deviation angle) เป็น

$$\bar{\alpha} = \left[\frac{2}{\pi} \langle \alpha^2 \rangle \right]^{1/2}$$ เรเดียน

เมื่อวัดเป็นองศาจะได้ $\bar{\alpha} = 5.73 \left[\int_{-\infty}^{+\infty} Q(\beta, w) \frac{dw}{w} \right]^{1/2} \frac{Z}{p\beta} \left(\frac{t}{100} \right)^{1/2}$ (2.6)

จากสมการ (2.6) $\bar{\alpha}$ วัดเป็นองศา และ t วัดเป็นไมครอน

กำหนดให้ $K_{co} = 5.73 \left[\int_{-\infty}^{+\infty} Q(\beta, w) \frac{dw}{w} \right]^{1/2}$

K_{co} เป็นค่าคงที่ของการกระเจิง (scattering constant) ค่า K_{co} จะขึ้นกับส่วนประกอบของเนื้อวัตถุ และค่าของมันจะเปลี่ยนเล็กน้อยตามขนาดของ t และ β ในเทอมของ K_{co} จะเขียนสมการที่ (2.6) ได้เป็น

$$\bar{\alpha} = K_{co} \frac{Z}{p\beta} \left(\frac{t}{100} \right)^{1/2} \quad (2.7)$$

ถ้าให้ K_{co} คงที่ ไม่เปลี่ยนตาม t, สำหรับช่วงความยาว t_1 และ t_2 ของทางเดินของอนุภาคตัวเดียวกัน และจากสมการ (2.7) จะได้

$$\frac{\bar{\alpha}_{t_1}}{\bar{\alpha}_{t_2}} = \sqrt{\frac{t_1}{t_2}} \quad (2.8)$$

---

[3] Loc. cit.

ถ้า t วัดในช่วงความยาว 100 ไมครอน สำหรับอนุภาคที่มี Z = 1 จะเขียนสมการ (2.7) ได้เป็น

$$\bar{\alpha}_{100\mu} = \frac{K_{co}}{P\beta} \qquad (2.9)$$

ค่า K_{co} นิยมบอกที่มุมเบี่ยงเบนเฉลี่ยในช่วงความยาวเท่ากับ 100 ไมครอน ($\bar{\alpha}_{100\mu}$) ค่า K_{co} จากสมการ (2.9) หาได้โดยการคำนวณของ Voyvodic และ Pickup[4] ในที่นี้ ค่า K_{co} คำนวณได้เท่ากับ 29.01 Mev.degree.

2.2 <u>การวัดการกระเจิงหลายหน</u> มีการวัดอยู่ 2 วิธี คือ

2.2.1 การวัดมุมที่อนุภาคเปลี่ยนทิศทาง เมื่อวัดฉายไปตามระนาบของอิมัลชันโดยตรง โดยการอ่านสเกลเป็นองศาที่ติดอยู่ที่เลนส์ใกล้ตาของกล้องจุลทัศน์ วิธีนี้เรียกว่า "วิธีวัดมุม" (angular method)

2.2.2 วิธีนี้เรียกว่า "วิธีวัดโคออดิเนต"(coordinate method) โดยการตั้งทางเดินให้ขนานกับแกนใดแกนหนึ่งของแท่นของกล้อง เช่น ตั้งให้ขนานกับแกน x แล้วอ่านตำแหน่งที่ทางเดินในช่วงความยาวเท่า ๆ กัน ตัดกับแกน y

สมมุติค่าที่อ่านได้ คือ $y_1, y_2, y_3, \ldots\ldots\ldots\ldots y_n$

หาผลต่างครั้งแรก (first difference) เป็น $s_1 = y_2-y_1$, $s_2 = y_3-y_2$, $s_3 = y_4-y_3$, $\ldots\ldots\ldots\ldots s_n = y_{n+1}-y_n$

ต่อไปหาผลต่างครั้งที่สอง (second difference) เป็น $D_1 = s_2-s_1$ $D_2 = s_3-s_2$, $D_3 = s_4-s_3$, $\ldots\ldots\ldots\ldots D_n = s_{n+1}-s_n$

จากนั้นหาค่าเฉลี่ยของผลต่างครั้งที่สอง เป็น $\bar{D}$, จากค่า $\bar{D}$ จะหาค่า $\bar{\alpha}$ ได้จากสมการ

$$\bar{\alpha} = \frac{\bar{D}}{t} \times 57.3 \quad \text{degree.} \qquad (2.10)$$

---

[4]David M. Ritson, <u>Techniques of High Energy Physics</u>, (New York: Interscience, Inc., 1961), pp. 171-172.

2.3 ข้อผิดพลาดต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นขณะวัด

ค่า $\bar{D}$ ที่ได้จากวิธีในข้อ 2.2 นั้น ยังไม่ถูกต้องนัก เนื่องจากยังมีข้อผิดพลาดบางอย่างที่อาจเกิดขึ้นขณะวัด (errors or noises) ซึ่งอาจจำแนกได้ดังนี้

2.3.1 ข้อผิดพลาดเนื่องจากอุณหภูมิเปลี่ยนแปลง (temperature noise) เกิดจากการขยายตัวของส่วนต่าง ๆ ของกล้องจุลทัศน์ไม่เท่ากัน หรือเนื่องจากการหดและการขยายตัวของอิมัลชัน เมื่ออุณหภูมิเปลี่ยนแปลง

ข้อผิดพลาดนี้อาจจะแก้ได้ โดยการเก็บกล้องและอิมัลชันในห้องที่มีอุณหภูมิคงที่

2.3.2 ข้อผิดพลาดเนื่องจากการอ่านสเกล (reading noise) เกิดเนื่องจากภาพของเม็ดเงินที่มองจากกล้องมีความกว้าง ไม่ใช่เส้นตรง ฉนั้นการอ่านจุดตัดบนแกน y ต้องประมาณด้วยสายตา หรือบางครั้งตรงจุดตัดมีเม็ดเงินเป็นกลุ่ม บางตอนก็ไม่มีเม็ดเงินอยู่เลย การอ่านสเกลต้องคะเนด้วยสายตา ซึ่งอาจผิดได้ง่าย

ข้อผิดพลาดนี้จะลดลงมาก ถ้าในการคำนวณเลือกใช้ช่วงความยาว (t) เป็นช่วงความยาวที่เหมาะ (optimum cell length) ดังได้อธิบายไว้ในข้อ3.4.1

2.3.3 ข้อผิดพลาดเนื่องจากการเลื่อนแท่น (stage noise) เกิดจากเวลาเลื่อนแท่นของกล้องไปทางแกน x หรือแกน y บางครั้งจะมีการส่าย ทำให้การเลื่อนไม่เป็นเส้นตรง หรือบางครั้งการเลื่อนแท่นขึ้นลงเพื่อโฟกัสทำได้ไม่ชัดเจน ทำให้อ่านตำแหน่งของอนุภาคผิดไป

ข้อผิดพลาดนี้อาจเลี่ยงได้ โดยการเลือกกล้องจุลทัศน์ที่มีคุณภาพดี

2.3.4 ข้อผิดพลาดที่เกิดจากอิมัลชันมีการเปลี่ยนรูปร่าง (distortion of emulsion) เกิดเนื่องจากอิมัลชันมีปริมาตรเปลี่ยนแปลงไปหลังจากการล้าง โดยเฉพาะการเปลี่ยนแปลงทางส่วนหนา การตากอิมัลชันให้แห้งก็ทำให้อิมัลชันหดตัว โดยเฉพาะทางขอบมากกว่าตรงกลาง การหดตัวนี้ จะทำให้ทางเดินของอนุภาคตรงขอบโค้งผิดไปจากเดิมได้

เพื่อหลีกเลี่ยงข้อผิดพลาดนี้ จึงนิยมทำการวิเคราะห์แต่ทางเดินตรงกลางอิมัลชัน

2.4 <u>การวัดการกระเจิงหลายหน และการคำนวณหาพลังงานของอนุภาค</u>

ได้มีผู้คิดวิธีคำนวณซึ่งแก้ไขข้อผิดพลาดต่าง ๆ หลายวิธี สำหรับในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ได้เลือกมา 2 วิธี แล้วนำมาเปรียบเทียบกัน โดยถือหลักว่าข้อผิดพลาดต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นมีค่าคงที่ ดังจะได้แสดงต่อไป

2.4.1 <u>วิธีโอเวอร์แลปปิงเซลล์ของเฟาว์เลอร์</u> (The method of overlapping cell of Fowler) เป็นวิธีเก่าซึ่งจะลดข้อผิดพลาดเนื่องจากการอ่าน การคำนวณโดยวิธีนี้ ก่อนอื่นต้องคำนวณหาช่วงความยาวที่เหมาะ (optimum cell length) ก่อน ทั้งนี้เพราะว่า ในการคำนวณถ้าใช้ช่วงความยาวยาวเกินไป จะทำให้จำนวนผลต่างครั้งที่สองมีน้อย ย่อมจะทำให้เกิดข้อผิดพลาดทางสถิติ (statistical fluctuations) แต่ถ้าใช้ช่วงความยาวสั้นเกินไป ความผิดพลาดจากการอ่านจะมีมากเมื่อเทียบกับช่วงความยาวที่ใช้

ช่วงความยาวที่เหมาะนี้ หาจากการคำนวณ $\bar{\alpha}$ ที่ช่วงความยาวต่าง ๆ กันของทางเดินของอนุภาคเดียวกัน โดยใช้สมการ (2.10) แล้วคำนวณหา $\bar{\alpha}_{100\mu}$ โดยใช้สมการ (2.8) ถ้าช่วงความยาวที่ใช้เป็นช่วงความยาวที่เหมาะ จะทำให้ข้อผิดพลาดจากการวัดมีค่าน้อย และค่า $\bar{\alpha}_{100\mu}$ ที่ได้จะคงที่ ฉนั้นจึงเลือกช่วงความยาวที่ให้ค่า $\bar{\alpha}_{100\mu}$ คงที่ และมีความยาวพอเหมาะ เป็นช่วงความยาวที่เหมาะเพื่อใช้ในการคำนวณต่อไป

โดยการหาช่วงความยาวที่เหมาะ จะสามารถลดข้อผิดพลาดได้ แต่ในการวัดเพื่อหาจุดตัดบนแกน y และหาผลต่างครั้งที่สองของทางเดินของอนุภาค พบว่า บางตอนทางเดินจะมีการเบี่ยงเบนมากกว่าปกติ คือค่าผลต่างครั้งที่สอง (D) บางตัวจะมีค่าสูงมาก ทั้งนี้เกิดจากอนุภาคมีการเคลื่อนที่เข้าใกล้นิวเคลียสบางตัวมาก เรียกว่าเกิด "single scattering" ค่าผลต่างครั้งที่สองที่มีค่าสูงมากกว่าค่าอื่น ๆ นี้ จะทำให้มุมเบี่ยงเบนที่คำนวณได้มีค่าสูงกว่าที่ควรจะเป็น จึงต้องมีการแก้ไข ดังนี้

2.4.1-1 การกำจัดค่า D ซึ่งมีค่าเกิน 4 $\bar{D}$ (The cut off procedure) ในกรณีที่ค่า D ตัวใดมีค่าสูงเกินกว่า 4 $\bar{D}$ ให้ตัดค่า D นั้นออก แล้วหาค่า $\bar{D}$ ใหม่ ถ้ายังมี D ที่ยังมีค่าสูงกว่า 4 $\bar{D}$ อีก ก็ตัดค่า D นั้นออก แล้วหาค่า $\bar{D}$ ใหม่อีก ทำดังนี้เรื่อย ๆ ไป จนกระทั่งไม่มี D ตัวใด มีค่าเกินกว่า 4 $\bar{D}$ เลย แต่การคิดแบบนี้มักจะยุ่งยาก เพราะต้องคำนวณหา $\bar{D}$ ใหม่หลายครั้ง ดังนั้น Goldsack[5] ได้แนะนำให้แทนค่า D ซึ่งมีค่าสูงกว่า 4 $\bar{D}$ ด้วย 4 $\bar{D}$ แล้วจึงคำนวณหาค่า $\bar{D}$ ใหม่ พบว่าโดยวิธีนี้ การคำนวณจะสดวกและรวดเร็วขึ้นมาก

ถ้า $\bar{D}_c$ คือ ค่าผลต่างครั้งที่สองเฉลี่ยซึ่งได้แก้ไขข้อผิดพลาดแล้ว ในเทอมของ $\bar{D}_c$ จะเขียนสมการ (2.10) และ (2.7) ได้ใหม่ ดังนี้

$$\bar{\alpha} = \frac{\bar{D}_c}{t} \times 57.3 \quad \text{degree} \qquad (2.11)$$

$$\rho\beta = \frac{K_{co} Z t^{3/2}}{573 \bar{D}_c} \qquad (2.12)$$

$\rho\beta$ คือ โมเมนตัมของอนุภาคในหน่วย Mev.

2.4.2 Méthode des sommes เป็นวิธีใหม่อีกวิธีหนึ่งของ Tsai Chü[6] ซึ่งใช้ในการคำนวณหาพลังงานของอนุภาค ในการคำนวณ $\rho\beta$ จากสมการ (2.12) ค่า $\bar{D}_c$ หาจาก mean quadratic second difference $(\overline{D_c^2})^{1/2}$ โดยใช้ความสัมพันธ์

$$\bar{D}_c = \sqrt{\frac{2}{\pi}\ \overline{D_c^2}}$$

แทนค่า $\bar{D}_c$ ในสมการ (2.12) ที่ Z = 1 จะได้สมการใหม่ในเทอมของ $(\overline{D_c^2})^{1/2}$ คือ

---

[5] Powell, Fowler and Perkins, op. cit., p. 115.

[6] Tsai Chü, Technique Des Mesures Dans L' Emulsion Nucléaire, (Clermont-Fd, 1964).

$$\rho\beta = \frac{K_{co}\, t^{3/2}}{457\ (\overline{D_c^2})^{1/2}} \qquad (2.13)$$

สมมุติให้ $\overline{D^2}$ คือ ค่าที่อ่านได้จริงจากอิมัลชัน

$\overline{D_c^2}$ คือ ค่าที่เกิดจาก การกระเจิงหลายหน

$\overline{D_b^2}$ คือ ค่าที่เกิดจากข้อผิดพลาดต่าง ๆ ในการวัด

ความสัมพันธ์ของค่าทั้งสามมีดังนี้

$$\overline{D_c^2} = \overline{D^2} - \overline{D_b^2} \qquad (2.14)$$

ให้ D_i = ค่าผลต่างครั้งที่สอง ในการวัดครั้งที่ i

D_{i+1} = ค่าผลต่างครั้งที่สอง ที่การวัดครั้งที่ i+1

จะเขียนความสัมพันธ์ระหว่าง D_i, D_{i+1}, D_c และ D_b ได้เป็น

$$\overline{(D_i + D_{i+1})^2} = \frac{5}{2}\overline{D_c^2} + \frac{2}{3}\overline{D_b^2} \qquad (2.15)$$

แทนค่า $\overline{D_b^2} = \overline{D^2} - \overline{D_c^2}$

ฉนั้น
$$\overline{(D_i + D_{i+1})^2} = \frac{5}{2}\overline{D_c^2} + \frac{2}{3}(\overline{D^2} - \overline{D_c^2})$$

$$= \frac{\frac{11}{6}\overline{D_c^2} + \frac{2}{3}\overline{D^2}}{}$$

คูณด้วย 6 ตลอดจะได้ $\overline{D_c^2} = \dfrac{6\overline{(D_i + D_{i+1})^2} - 4\,\overline{D^2}}{11}$ (2.16)

2.5 การคำนวณหาพลังงานของอนุภาค

โดยวิธีของเฟาว์เลอร์ หาค่า $\rho\beta$ ได้จากสมการ (2.9) และจากวิธีของ Tsai Chü คำนวณหา $\rho\beta$ จากสมการ (2.13) และ (2.16)

เมื่อคำนวณหา $\rho\beta$ จากทั้งสองวิธีได้แล้ว การคำนวณหาพลังงานของอนุภาคได้จากความสัมพันธ์ที่ว่า ที่พลังงานต่ำ $\rho\beta$ จะมีค่าประมาณ 2E ส่วนที่พลังงานสูง อนุภาคจะมี $\rho\beta$ ประมาณ E, E คือพลังงานจลน์ของอนุภาค

การหาความผิดพลาดทางสถิติ[7] (statistical error) ของ $\rho\beta$ หาได้จากสมการ

$$\frac{\Delta\rho\beta}{\rho\beta} = \frac{0.85}{\sqrt{n}} \qquad (2.17)$$

n คือ จำนวนผลต่างครั้งที่สอง

2.6 ความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นของเม็ดเงิน กับ $\rho\beta$

ถ้าอนุภาคมีความเร็วอยู่ระหว่าง 0.4 – 0.8 เท่า ของความเร็วของแสง จะได้ความหนาแน่นของเม็ดเงิน กับ $\rho\beta$ มีความสัมพันธ์กัน ดังสมการ[8]

$$g^* = -R \ln \rho\beta + \text{constant} \qquad (2.18)$$

g^* คือ อัตราส่วนระหว่างความหนาแน่นของเม็ดเงินที่วัดได้ กับความหนาแน่นของเม็ดเงินน้อยที่สุดสำหรับอิมัลชันชุดนี้ แต่ในการคำนวณสำหรับวิทยานิพนธ์นี้ ใช้ความหนาแน่นของเม็ดเงินที่วัดได้ในช่วงความยาว 50 ไมครอน คือ $n_{g/50\mu}$ แทน g^* เลย เพื่อความสดวก และไม่ทำให้สมการเปลี่ยนแปลง จะต่างกันที่ค่า slope (R) กับตัวคงที่เท่านั้น ถ้า $\acute{R}$ คือ ค่า slope และ C คือ ตัวคงที่ใหม่ จะได้สมการเป็น

$$n_{g/50\mu} = -\acute{R} \ln \rho\beta + C \qquad (2.19)$$

ถ้าเขียนค่า $n_{g/50\mu}$ กับ $\rho\beta$ บนกราฟกึ่งสเกลล็อก จุดต่าง ๆ จะอยู่ในแนวเส้นตรง

---

[7] J.C. Montret, B. Coupat, F. Vazeille and L. Avan, "Diffusion Coulombienne Multiple A Haute Energie Dans L' Emulsion Nucléaire, "Le Journal De Physique, 31(1970), 167.

[8] R.R. Daniel and D.H. Perkins, "Production of Heavy Mesons by Protons of Energy between 2 and 3,000 Gev.," Proceedings of the Royal Society of London, A 221(1954), pp. 351-366.

2.7 การคำนวณหามวลของอนุภาค จากวิธีการกระเจิงหลายหน และความหนาแน่นของเม็ดเงิน[9]

สำหรับอนุภาคที่มี Z = 1 และมีความเร็วอยู่ระหว่าง 0.4 ถึง 0.8 เท่าของความเร็วของแสง จากสมการ (2.7) สามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างมุมเบี่ยงเบนเฉลี่ย ($\bar{\alpha}$) และ $p\beta$ ได้ ดังนี้

$$\bar{\alpha} \propto \frac{1}{p\beta} \propto \frac{1}{Mv^2}$$

M คือ มวลของอนุภาค, v คือ ความเร็วของอนุภาค และถ้า n_g คือ ความหนาแน่นของเม็ดเงิน จะได้

$$n_g \propto \frac{1}{v^2}$$

$$M \propto \frac{n_g}{\bar{\alpha}}$$

ในกรณีที่มีอนุภาคสองชนิด มวล M_1 และ M_2 มีความเร็วเท่ากัน เคลื่อนที่เข้ามาในอิมัลชันและมุมเบี่ยงเบนเฉลี่ยเป็น $\bar{\alpha}_1$ และ $\bar{\alpha}_2$ ตามลำดับ จะมีความหนาแน่นของเม็ดเงินเท่ากัน ฉนั้นจะได้อัตราส่วนของมวลของอนุภาค เขียนได้เป็น

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{\bar{\alpha}_2}{\bar{\alpha}_1} = \frac{(p\beta)_1}{(p\beta)_2} \qquad (2.20)$$

จากสมการ (2.20) ถ้ามีอนุภาคสองชนิดที่ทราบค่า $\bar{\alpha}$ หรือ $p\beta$ และทราบมวลของอนุภาคชนิดหนึ่ง ก็จะสามารถหามวลของอนุภาคอีกชนิดหนึ่งได้

---

[9] C.F. Powell, P.H. Fowler and D.H. Perkins, The Study of Elementary Particles by the Photographic Method, (London: Pergamon Press, 1959), p. 162.