

ผลของการใช้กลวิธีเมตาคognition ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2



นายจรุง ชำพงศ์

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา

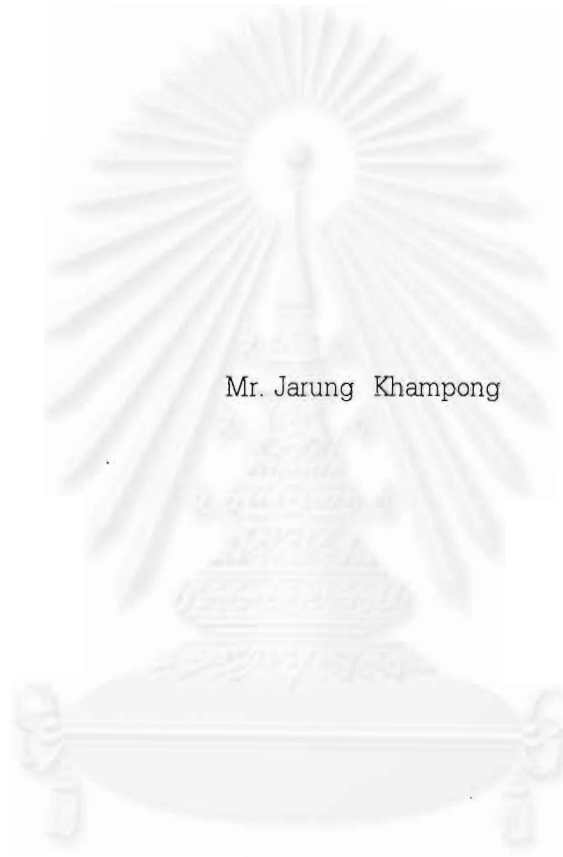
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2542

ISBN 974-334-516-7

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

EFFECTS OF USING METACOGNITIVE STRATEGIES ON MATHEMATICS
PROBLEM SOLVING ABILITY OF MATHAYOM SUKSA TWO STUDENTS



Mr. Jarung Khampong

สถาบันวิทยบริการ

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education in Mathematics Education

Department of Secondary Education

Faculty of Education

Chulalongkorn University

Academic Year 1999

ISBN 974-334-516-7


หัวข้อวิทยานิพนธ์ ผลของการใช้กลวิธีเมตาคognition ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา
คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

โดย นายจรุง ขำพงศ์

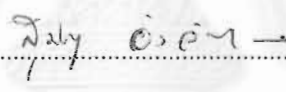
ภาควิชา มัธยมศึกษา

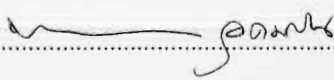
อาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์ พร้อมพรรณ อุดมลิน

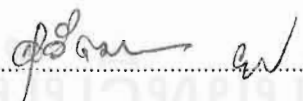
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบัณฑิต


.....คณบดีคณะครุศาสตร์
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พฤษี ศิริบรรณพิทักษ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์


.....ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.สุมิตรา อังวัฒนกุล)


.....อาจารย์ที่ปรึกษา
(รองศาสตราจารย์ พร้อมพรรณ อุดมลิน)


.....กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา อุทัยรัตน์)

สถาบันวิจัยประชากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

นายจรุง ขำพงศ์ : ผลของการใช้กลวิธีเมตาคอคนิชั่น ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา
คณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (EFFECTS OF USING METACOGNITIVE
STRATEGIES ON MATHEMATICS PROBLEM SOLVING ABILITY OF MATHAYOM
SUKSA TWO STUDENTS) อ. ที่ปรึกษา : รองศาสตราจารย์ พร้อมพรรณ อุดมสิน, 126 หน้า.
ISBN 974-334-516-7.

วัตถุประสงค์ของการวิจัย มีดังนี้

1. เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
หลังการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอคนิชั่น
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 2 ระหว่างก่อนการเรียนการสอน และหลังการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธี
เมตาคอคนิชั่น

ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านไร่พิทยาคม จังหวัดสุโขทัย
จำนวน 65 คน ในปีการศึกษา 2542 ผู้วิจัยดำเนินการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธี
เมตาคอคนิชั่น กับตัวอย่างประชากร แล้วทดสอบด้วยแบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา
คณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบค่าที (t-test)

ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จากการเรียน
การสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอคนิชั่น สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่กำหนดไว้
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หลังการเรียน
การสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอคนิชั่นสูงกว่าก่อนการเรียนการสอน อย่างมี
นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ภาควิชา มัธยมศึกษา
สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์
ปีการศึกษา 2542

ลายมือชื่อนิสิิต

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาพร้อม

418 36623 27 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION

KEY WORD : METACOGNITIVE STRATEGIES / MATHEMATICS PLOBLEM SOLVING

JARUNG KHAMPOG : EFFECTS OF USING METACOGNITIVE STRATEGIES
ON MATHEMATICS PROBLEM SOLVING ABILITY OF MATHAYOM SUKSA TWO
STUDENTS. THESIS ADVISOR : ASSOC. PROF. PROMPAN UDOMSIN, 126 pp.
ISBN 974-334-516-7

The purposes of this research were :

1. to study the mathematics problem solving ability of mathayom sukka two students after learning mathematics problem solving by using metacognitive strategies.
2. to compare the mathematics problem solving ability of mathayom sukka two students before and after learning mathematics problem solving by using metacognitive strategies.

The samples were sixty-five mathayom sukka two students in 1999 academic year of Banraipithayakom School, Sukhothai province. The researcher taught problem solving in mathematics by using metacognitive strategies to the samples for three weeks, and then administered the mathematics problem solving test to them. The data were analyzed by means of arithmetic mean, standard deviation and t-test.

The research results were revealed that :

1. the mathayom sukka two students who learned mathematics problem solving by using metacognitive strategies had mathematics problem solving ability higher than the criteria of 60 percent.
2. the mathayom sukka two students had higher mathematics problem solving ability after learning mathematics problem solving by using metacognitive strategies than that before learning mathematics problem solving by using metacognitive strategies at the 0.05 level of significance.

ภาควิชา มัธยมศึกษา
สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์
ปีการศึกษา 2542

ลายมือชื่อนิติต
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รongศาสตราจารย์ พร้อมพรรณ อุดมสิน ที่ได้ให้คำปรึกษา ชี้แนะ และตรวจแก้ไขในการทำวิทยานิพนธ์ด้วยความเอาใจใส่อย่างดียิ่งตลอดมา ขอขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร.สุมิตรา อังวัฒนกุล ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และรองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา อุทัยรัตน์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาตรวจสอบ และให้คำแนะนำในการปรับปรุงวิทยานิพนธ์ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณท่านผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คณะครูและนักเรียนที่เป็นตัวอย่างประชากรในการวิจัยและในการทดลองใช้เครื่องมือในการวิจัย ท่านผู้มีรายนามในรายการอ้างอิง และท่านผู้มีส่วนร่วมในวิทยานิพนธ์ทุกท่าน

คุณค่าและประโยชน์อันเกิดจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบแต่พ่อจรรยา แม่สายหยุด ขำพงศ์ ญาติพี่น้อง ครู อาจารย์ทุกท่าน คุณสวัสดิ์ คุณอิงอร บัณฑิตรอด และนางสาวเจษฎ์สุดา จันทร์เอี่ยม ที่ได้ร่วมสร้างสรรค์ให้เกิดความสำเร็จในวันนี้

จรุง ขำพงศ์

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญตาราง	ฅ
บทที่	
1 บทนำ	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย	5
สมมุติฐานของการวิจัย	5
ขอบเขตของการวิจัย	6
คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย	6
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	9
เมตาคอคกนิตันในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์	10
ความหมายของเมตาคอคกนิตัน	10
เมตาคอคกนิตันและคอคกนิตัน	11
องค์ประกอบของเมตาคอคกนิตัน	12
การพัฒนาเมตาคอคกนิตัน	14
การใช้กลวิธีเมตาคอคกนิตันในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์	17
การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์	21
ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์	21
ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์	22
ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ	24
กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์	26
องค์ประกอบในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์	28
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	30
งานวิจัยในประเทศ	30
งานวิจัยต่างประเทศ	31

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
3 วิธีดำเนินการวิจัย	35
การศึกษาเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	35
ประชากรและตัวอย่างประชากร	36
เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง	36
เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล	40
การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล	42
การวิเคราะห์ข้อมูล	43
สถิติที่ใช้ในการวิจัย	44
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	45
5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	49
สรุปผลการวิจัย	50
อภิปรายผลการวิจัย	50
ข้อเสนอแนะ	52
รายการอ้างอิง	54
ภาคผนวก	60
ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ	61
ภาคผนวก ข หนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย	63
ภาคผนวก ค เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง	72
ภาคผนวก ง เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล	110
ประวัติผู้เขียน	126

สารบัญญัตราง

ตารางที่

หน้า

1	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{X}) ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ (\bar{X} ร้อยละ) และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ของคะแนนความสามารถในการแก้ไข้ปัญหา คณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังการเรียนการสอนการแก้ไข้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน เทียบกับเกณฑ์ที่กำหนด คือ ร้อยละ 60 ของ แบบสอบทั้งฉบับ	46
2	แสดงจำนวนนักเรียน และร้อยละของจำนวนนักเรียน จำแนกตามช่วง ความสามารถในการแก้ไข้ปัญหาคณิตศาสตร์ ที่ผ่านเกณฑ์และไม่ผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 60	47
3	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ของความสามารถ ในการแก้ไข้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งคะแนนเต็ม 50 คะแนน จำนวน 65 คน ก่อนการเรียนการสอนและหลังการเรียนการสอนการแก้ไข้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิชันและการทดสอบค่าที (t-test)	48
4	ตารางวิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อสร้างแบบสอบวัดความสามารถ ในการแก้ไข้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์สมการ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน และโจทย์ปัญหาร้อยละ	111
5	ค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบสอบวัดความสามารถ ในการแก้ไข้ปัญหาคณิตศาสตร์	114

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การพัฒนาประเทศให้เจริญก้าวหน้าขึ้น จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องพัฒนากำลังคนให้มีคุณภาพ การศึกษานับว่าเป็นปัจจัยพื้นฐานที่สำคัญที่สุดในการพัฒนาคนที่มีประสิทธิภาพ ทั้งในด้านกำลังความรู้ ความคิด สติปัญญา และคุณธรรม เพื่อเป็นกำลังในการพัฒนาประเทศและสังคมโดยส่วนรวมให้มีความสุขได้ในที่สุด สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์ (2542:5) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการศึกษาไว้ว่า “การศึกษาเป็นกุญแจสำคัญที่จะทำให้คนประสบความสำเร็จ ดำรงชีวิตอย่างมีความสุข สามารถที่จะปรับตัวเข้ากับสภาพสังคมของโลกในยุคโลกาภิวัตน์ที่เปลี่ยนไป”

การจัดการศึกษาของประเทศนั้น สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติเป็นหน่วยงานที่ทำหน้าที่ในการกำหนดนโยบายการศึกษาของประเทศ โดยคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ (2540:2) ได้ระบุถึงความสำคัญและความจำเป็นในการจัดการศึกษา ไว้ในแผนพัฒนาการศึกษาแห่งชาติ ฉบับที่ 8 ตอนหนึ่งว่า

การศึกษา นับเป็นรากฐานที่สำคัญที่สุดประการหนึ่งในการสร้างสรรค์ความเจริญก้าวหน้าและแก้ไขปัญหาดังกล่าว ในสังคมได้ เนื่องจากการศึกษาเป็นกระบวนการที่ช่วยให้คนได้พัฒนาตนเองด้านต่างๆ ตลอดช่วงชีวิต ตั้งแต่การวางรากฐานพัฒนาการของชีวิต ตั้งแต่แรกเกิด การพัฒนาศักยภาพและขีดความสามารถด้านต่างๆ ที่จะดำรงชีพและประกอบอาชีพได้อย่างมีความสุข รู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลง รวมเป็นพลังสร้างสรรค์การพัฒนาประเทศได้อย่างยั่งยืน

ปัจจัยสำคัญในการพัฒนาประเทศและพัฒนาคุณภาพชีวิตนั้น ต้องพัฒนาวิทยาการสาขาต่างๆ ซึ่งต้องอาศัยความก้าวหน้าด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ที่มาจากพื้นฐานความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ ดังที่สุวัฒน์ อุทัยรัตน์ สุชาวดี เอี่ยมอรพรรณ และธนาภรณ์ พิชณานนท์ (2541:1) ได้กล่าวไว้ว่า

ปัจจุบันสภาพการเปลี่ยนแปลงของสังคมไทยเป็นไปอย่างรวดเร็ว ทำให้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีเข้ามาเกี่ยวข้องในชีวิตประจำวันมากขึ้น วิชาคณิตศาสตร์จึงถือว่าเป็นเครื่องมือที่สำคัญของการนำไปสู่ความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี เศรษฐกิจและสังคม ตลอดจนเป็นพื้นฐานสำหรับการเรียนในหลายวิชา เช่น วิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี เศรษฐศาสตร์ ประชากรศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ คอมพิวเตอร์ ฯลฯ พร้อมทั้งความเจริญในวิทยาการทุกแขนงต้องอาศัยหลักการทางวิทยาศาสตร์ทั้งสิ้น จึงเป็นที่ยอมรับว่าคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยที่สำคัญที่สุดในการพัฒนาคุณภาพของมนุษย์

เพราะช่วยพัฒนาความคิดของผู้เรียนให้สามารถคิดได้อย่างมีระบบ มีเหตุผล แก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ และสามารถนำไปเป็นเครื่องมือเรียนรู้วิชาอื่นๆ ได้อีกด้วย

คณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาที่มีความสำคัญอย่างยิ่งวิชาหนึ่ง กระทรวงศึกษาธิการได้เห็นความสำคัญของวิชานี้จึงได้บรรจุวิชาคณิตศาสตร์เข้าไปในหลักสูตรทุกระดับ หลักสูตรปัจจุบันที่จัดการศึกษาให้กับประชาชนของประเทศภายหลังการศึกษามัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) มีหลักการเพื่อเป็นการศึกษาที่มุ่งให้ผู้เรียนได้ค้นพบความสามารถ ความถนัด และความสนใจของตนเอง และเป็นการศึกษาทั่วไปเพื่อเป็นพื้นฐานสำหรับประกอบสัมมาชีพ หรือการศึกษาต่อ ตลอดจนเป็นการศึกษาที่สนองความต้องการของท้องถิ่นและประเทศชาติ กรมวิชาการ (2535:40-43) จึงได้กำหนดให้วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาบังคับ ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และเป็นวิชาเลือกเสรีในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยได้กำหนดจุดประสงค์ วิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ไว้ในหลักสูตรระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ดังนี้

1. เพื่อให้มีความรู้ ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ ข้อมูลที่ปรากฏในสิ่งแวดล้อม และสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและใช้เหตุผลในการแสดงความคิดเห็นอย่างมีระเบียบ ชัดเจนและรัดกุม
2. เพื่อให้มีทักษะในการคิดคำนวณ
3. เพื่อให้เห็นประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์ ทั้งที่มีต่อชีวิตประจำวันและที่เป็นเครื่องมือในการแสวงหาความรู้
4. เพื่อให้สามารถนำความรู้ ความเข้าใจ และทักษะทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน และเป็นพื้นฐานในการศึกษาคณิตศาสตร์และวิชาอื่นๆ ที่อาศัยคณิตศาสตร์

แม้ว่ากระทรวงศึกษาธิการได้กำหนดวิชาคณิตศาสตร์ไว้ในหลักสูตรระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ก็ตาม แต่การเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ยังไม่บรรลุวัตถุประสงค์ของหลักสูตร จะเห็นได้จากการประเมินคุณภาพทางการศึกษา ของสำนักงานทดสอบทางการศึกษา กรมวิชาการ (2540:9-11) ได้ประเมินคุณภาพของการศึกษาของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ปีการศึกษา 2538 ระดับประเทศ พบว่าสมรรถนะด้านความสามารถด้านความรู้และความคิดของนักเรียนในความสามารถทางคณิตศาสตร์ การคิดและการแก้ปัญหา มีคะแนนต่ำกว่าครึ่งหนึ่งของคะแนนเต็ม คิดเป็นคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 33.65 และคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 39.87 ตามลำดับ และความสามารถด้านความรู้และความคิดของนักเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ที่อยู่ในระดับที่ต้องปรับปรุงมีจำนวนมากถึง ร้อยละ 47.33 ในขณะที่มีนักเรียนที่มีความสามารถด้านความรู้และความคิดในวิชาคณิตศาสตร์ การคิดและการแก้ปัญหา ในระดับที่ดีมีจำนวนน้อยมากคิดเป็นร้อยละ 10.37 และร้อยละ 8.18 ตามลำดับเท่านั้น ซึ่งทำให้เห็นว่าการจัดการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ในระดับประเทศนั้น ต้องมีการปรับปรุงอย่างมากและอย่างต่อเนื่อง

จากการที่คุณภาพการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนยังไม่เป็นที่น่าพอใจ สาเหตุสำคัญประการหนึ่งคือ นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ซึ่งการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จัดเป็นเป้าหมายที่สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังที่ ยูพิน พิพิธกุล (2542:5) ได้กล่าวว่า

วิชาคณิตศาสตร์นั้นเป็นวิชาที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหา ปัญหาที่จะนำมาให้นักเรียนฝึกคิดนั้น อาจจะเป็นปัญหาที่จะต้องค้นหาความจริง หรือข้อสรุปใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน ปัญหาที่เกี่ยวกับวิชาการ เช่นการพิสูจน์ที่ต้องอาศัยเหตุผล ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่อาศัยนิยาม ทฤษฎีบทต่างๆ ซึ่งจะถูกนำมาใช้ ปัญหาที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหา

สาเหตุที่นักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้นั้น มาจากปัจจัยต่างๆ หลายด้าน ทั้งที่ปัจจัยภายในของนักเรียน การเรียนการสอน และสภาพแวดล้อมทางการเรียน ดังที่กองวิจัยทางการศึกษากรมวิชาการ (2531:61-63) ได้ศึกษาถึงปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อความสามารถทางด้านกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ พบว่า สาเหตุที่นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐาน มาจากกระบวนการเรียนการสอน วิธีสอนของครู โครงสร้างทางด้านความรู้ ความสามารถ และเจตคติของนักเรียน ตลอดจนสภาพแวดล้อมที่เกี่ยวข้อง แต่สิ่งที่พบจากการวิจัยที่น่าสนใจประการหนึ่ง คือ สภาพการณ์ในการสอนของครูที่มักจะสนใจในคำตอบหรือผลลัพธ์ที่ถูกต้อง โดยไม่สนใจวิธีการหรือกระบวนการคิดของนักเรียนว่า นักเรียนคิดคำตอบนั้นได้อย่างไร และสาเหตุที่นักเรียนตอบผิดนั้นมีความบกพร่องของกระบวนการคิดอย่างไร

การที่นักเรียนจะสามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้นั้น นอกจากนักเรียนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในขั้นตอนของกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แล้ว กระบวนการทางความคิดที่มีประสิทธิภาพก็เป็นสิ่งสำคัญที่จะทำให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น เจ อี โพลล์ชเนอร์ เอ็ม บี นูซุม และอี เอส มาร์โซลา (J. E. Flieschner, M. B. Nuzum and E. S. Mazola, 1987:214-217) ได้ให้ความเห็นเกี่ยวกับการแก้ปัญหาโดยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหามีประสิทธิภาพมีองค์ประกอบหลายด้าน ประการแรก คือ ทักษะทางสติปัญญา (Intellectual skill) ได้แก่ ความรู้ในกฎ หลักการ และมีความคิดรวบยอดเพื่อที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหา ประการที่สอง คือ การจัดระบบทางภาษา (Organized verbal information) ได้แก่ ความพยายามที่จะเข้าใจปัญหาและนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ และประการที่สาม คือ กระบวนการคิด (Cognitive process) เป็นการเลือกใช้ข้อมูลได้อย่างเหมาะสม มีทักษะในการตัดสินใจว่าวิธีการใดเหมาะสมในการแก้ปัญหานั้น จะใช้เมื่อใดและอย่างไร จึงจะทำให้แก้ปัญหาได้ดีที่สุด

นอกจากกระบวนการคิดในการแก้ปัญหาแล้ว ยังมีสิ่งที่ช่วยควบคุมและตรวจสอบกระบวนการคิด ซึ่งเป็นการคิดพิจารณาไตร่ตรอง ตัดสินใจว่างานหรือการกระทำที่ตนทำอยู่นั้นมีความยากง่ายเพียงใด ต้องใช้กำลังความสามารถในด้านใดต้องทำอะไร ใช้เวลานานเพียงใดจึงจะทำได้สำเร็จ รวมทั้งสามารถ

ประเมินความก้าวหน้า และเปลี่ยนแปลงกระบวนการและทิศทางการทำงานที่กำลังดำเนินอยู่ได้ ซึ่งเรียกว่า กลวิธีเมตาคอคนิซัน (Metacognitive strategies) อันเป็นวิธีการที่ช่วยให้การคิดในการแก้ปัญหามีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น อาเธอร์ แอล คอสตา (Aauther L. Costa,1984:57) ได้กล่าวถึง กลวิธีเมตาคอคนิซันไว้ว่า “กลวิธีเมตาคอคนิซัน เป็นวิธีการที่บุคคลใช้ในการวางแผน เลือกกลวิธีเพื่อให้ได้ผลตามต้องการ มีสติในการกำกับขั้นตอนและวิธีการที่ใช้ในขณะที่ทำการแก้ปัญหา ตลอดจนสามารถที่จะประเมินความคิดและผลที่เกิดจากการคิดของตนได้” นอกจากนี้ แอล เบเกอร์ และเอ แอล บราวน์ (L. Baker and A. L. Brown,1984: 501-503) ได้ทำการศึกษาพบว่า กลวิธีเมตาคอคนิซันสามารถฝึกฝนให้เกิดขึ้นได้ในตัวบุคคล ซึ่งกลวิธีเมตาคอคนิซันส่งผลต่อการพัฒนากระบวนการคิดด้านต่างๆ ได้ โดยเฉพาะความสามารถในการคิดแก้ปัญหา

การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการทางความคิดที่จะนำความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ มาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้โจทย์ปัญหาที่ผู้แก้โจทย์ปัญหามีอยู่ ไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สิ่งที่จะช่วยให้การแก้โจทย์ปัญหามีระบบ ระเบียบ เป็นขั้นตอน และทำให้การแก้โจทย์ปัญหามีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น เรียกว่า กลวิธีเมตาคอคนิซันในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งบาร์รี เค เบเยอร์ (Barry K. Beyer,1987:192-196) ได้นำกลวิธีเมตาคอคนิซันมาใช้ในการแก้ปัญหาประกอบด้วย 3 กลวิธีย่อย คือ การวางแผนการแก้ปัญหา (Planning) การกำกับการแก้ปัญหา (Monitoring) และการประเมินการแก้ปัญหา (Assessing) ที่สามารถนำมาใช้ในการควบคุมและตรวจสอบกระบวนการคิด ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้ประสบความสำเร็จได้

ดังที่กล่าวมาแล้วจะเห็นได้ว่า กลวิธีเมตาคอคนิซันมีส่วนช่วยควบคุมและตรวจสอบกระบวนการคิด ทำให้การคิดดำเนินไปตามขั้นตอนอย่างเป็นระบบ รู้ว่าจะดำเนินการด้วยวิธีการใดและอย่างไร ง่ายต่อการตรวจสอบและแก้ไขเมื่อพบข้อผิดพลาด ซึ่งจะทำให้การคิดมีความถูกต้องแน่นอน อีกทั้งยังช่วยส่งเสริมให้กระบวนการทางการคิดมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น และเนื่องจากการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นต้องอาศัยกระบวนการทางการคิด ดังนั้น กลวิธีเมตาคอคนิซันสามารถนำมาช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ ดังที่งานวิจัยของ อัลัน เฮช โชนเฟลด์ (Alan H. Schoenfeld,1985:366-374) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการใช้กลวิธีเมตาคอคนิซันในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนที่เป็นผู้มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีการใช้ความรู้ในเมตาคอคนิซันในการควบคุมกระบวนการคิดของเขา โดยการตอบคำถามในการกระทำของตนเองอยู่เสมอว่าเขากำลังทำอะไร (What) เหตุผลอย่างไร (Why) และเมื่อไร (When) ทั้งในการคิดหรือการกระทำของตน ส่วนนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ต่ำนั้นไม่สามารถควบคุมกระบวนการคิดของตนเองได้

จากการศึกษาข้อมูลจากเอกสารและงานวิจัยที่กล่าวมาแล้ว จะเห็นว่ากลวิธีเมตาคอคนิซันเป็นวิธีการหนึ่งที่สามารถนำมาใช้ในการควบคุมและตรวจสอบกระบวนการคิดในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ จากการศึกษาของ อาเธอร์ แอล คอสตา (Aauther L. Costa,1984:57-62) พบว่า กลวิธีเมตาคอคนิซันเป็นความรู้ในกระบวนการคิดที่มีรูปแบบ (Formal thought) สามารถที่จะพัฒนาได้กับเด็กอายุตั้งแต่ 11 ปีขึ้นไป ซึ่ง

เป็นระดับอายุที่เหมาะสมในการนำเมตาคognition ไปใช้ช่วยในการควบคุมกระบวนการคิดได้ และจากการสรุป
รวบรวมวิทยานิพนธ์ที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ตั้งแต่ปีพุทธศักราช 2521-2538 ของ
สิริพร ทิพย์คง (2541:31-32) พบว่า เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่เป็นปัญหาในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ได้แก่ โจทย์สมการเกี่ยวกับการนำอัตราส่วนไปใช้ อัตราส่วนกับการวัด อัตรา
ร้อยละ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ ซึ่งเป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่เป็นวิชาบังคับให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 2 ทุกคนต้องเรียน ดังนั้น ผู้วิจัยจึงสนใจในการศึกษา ผลของการใช้กลวิธีเมตาคognition ที่มีต่อความ
สามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เพื่อเป็นแนวทางในการปรับ
ปรุงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้นต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
หลังการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคognition
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 2 ระหว่างก่อนการเรียนการสอน และหลังการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธี
เมตาคognition

สมมติฐานของการวิจัย

วัฒนาพร ระวังทุกข์ (2536) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การเปรียบเทียบประสิทธิผลของรูปแบบการฝึก
ยุทธศาสตร์การเรียนรู้เมตาคognition ในการอ่านภาษาอังกฤษเพื่อความเข้าใจ สำหรับนักเรียนระดับมัธยม
ศึกษาตอนปลาย แบบโดยตรงกับแบบสอดแทรกในเนื้อหาการสอน ผลการวิจัยพบว่า หลังการฝึกนักเรียน
กลุ่มที่ได้รับการฝึกยุทธศาสตร์การเรียนรู้เมตาคognition โดยทางตรงและแบบสอดแทรกเนื้อหาการสอน มี
ความเข้าใจในการอ่านภาษาอังกฤษเพิ่มขึ้นสูงกว่าก่อนได้รับการฝึก และสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด คือ ร้อยละ 60
ของคะแนนแบบสอบทั้งหมด

สมบัติ โพธิ์ทอง (2539) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา
คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงโดยใช้เมตาคognition
ผลการวิจัยพบว่า ค่าเฉลี่ย ของคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นประถม
ศึกษาปีที่ 6 หลังการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคognition สูงกว่าก่อนการสอน
แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคognition

จากผลการวิจัยดังกล่าวมาแล้วข้างต้น ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัย ดังนี้

1. นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หลังการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด คือ ร้อยละ 60 ของคะแนนแบบสอบทั้งหมด
2. นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หลังการเรียนการสอนสูงกว่าก่อนการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนมัธยมศึกษาสังกัดกรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ เขตการศึกษา 7
2. เนื้อหาวิชาที่ใช้ในการทดลอง เป็นโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์สมการ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนและโจทย์ปัญหาร้อยละ ในวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 รายวิชา ค 204 ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง 2533) ของกระทรวงศึกษาธิการ
3. ตัวแปรที่ศึกษา
 - 3.1 ตัวแปรจัดกระทำ คือ การใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน ในการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.2 ตัวแปรตาม คือ ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. กลวิธีเมตาคอกนิชัน หมายถึง วิธีการหรือขั้นตอนที่บุคคลนำมาใช้ในการควบคุม และตรวจสอบกระบวนการคิดและผลที่เกิดจากการบวนการคิดของตนเองอย่างมีเป้าหมายและมีทิศทาง ทำให้การคิดมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ซึ่งประกอบด้วย การวางแผน การกำกับ และการประเมิน
2. การใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน ในการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง การนำเอากลวิธีเมตาคอกนิชันมาใช้ในการเรียนการสอน เพื่อควบคุมและตรวจสอบกระบวนการคิดในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้แนวคิดของ บาร์รี เค เบเยอร์ (Barry K. Beyer, 1987:192-196) ซึ่งได้แบ่งกลวิธีเมตาคอกนิชันที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 กลวิธีย่อย ดังนี้

1) วางแผนการแก้ไข้ปัญหา (Planning) เป็นการทำความเข้าใจข้อมูลหรือเงื่อนไขในปัญหา พิจารณาหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่แก้ไข้ต้องการให้หา และประสพการณ์เดิมของผู้แก้ไข้ปัญหา มากำหนดว่าจะแก้ไข้ปัญหาด้วยวิธีใดและอย่างไร ก่อนที่ทำการแก้ไข้ปัญหาต่อไป ประกอบด้วย

1.1) กำหนดเป้าหมายในการแก้ไข้ปัญหา เป็นการพิจารณาไว้ว่าสิ่งที่แก้ไข้ให้หา สิ่งที่เกี่ยวข้องกำหนดมาให้ และเลือกข้อมูลจำเป็นในการแก้ไข้ปัญหา

1.2) เลือกวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ไข้ปัญหา เป็นการตัดสินใจเลือกวิธีการหรือขั้นตอนที่เหมาะสมที่สุดในการแก้ไข้ปัญหา

1.3) คาดเดาอุปสรรค ข้อผิดพลาดที่อาจขึ้นและวิธีแก้ไข้ เป็นการคาดการณ์ถึงสิ่งที่จะทำให้เกิดอุปสรรคและข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้น และคาดการณ์ถึงวิธีการที่จะทำให้สามารถกำจัดอุปสรรคและข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นได้

1.4) ประเมินหรือทำนายผลลัพธ์ที่ต้องการ เป็นการคาดคะเนคำตอบที่ต้องการโดยใช้ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่แก้ไข้ปัญหากำหนดมาให้อย่างมีเหตุผล เพื่อนำไปใช้ประโยชน์ในการตรวจสอบคำตอบ

2) กำกับกับการแก้ไข้ปัญหา (Monitoring) เป็นการควบคุมและตรวจสอบวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ไข้ปัญหา ไปพร้อมกับการแก้ไข้ปัญหา ประกอบด้วย

2.1) กำกับเป้าหมายการแก้ไข้ปัญหา เป็นการกำกับถึงสิ่งที่แก้ไข้ต้องการขณะทำการแก้ไข้ปัญหา

2.2) กำกับวิธีและขั้นตอนการแก้ไข้ปัญหา เป็นการกำกับให้ปฏิบัติตามวิธีการและขั้นตอนที่เลือกไว้ในขณะทำการแก้ไข้ปัญหา โดยการกำกับถึงสิ่งต่อไปนี้

2.2.1) รู้ว่าแก้้ปัญหาในเป้าหมายย่อยได้สำเร็จ

2.2.2) ตัดสินใจเลือกวิธีการหรือขั้นตอนต่อไปอย่างเหมาะสม

2.2.3) รู้ข้อผิดพลาด อุปสรรคที่เกิดขึ้น

2.2.4) รู้วิธีการแก้ไข้ข้อผิดพลาดและอุปสรรคที่เกิดขึ้น

3) ประเมินการแก้ไข้ปัญหา (Assessing) เป็นการมองย้อนกลับไปห้ขั้นตอนต่างๆ ในการแก้ไข้ปัญหา เพื่อพิจารณารายละเอียดในแต่ละขั้นตอนว่ามีความถูกต้องสมบูรณ์เพียงใด ประกอบด้วย

3.1) ประเมินความสำเร็จตามเป้าหมาย เป็นการตรวจสอบว่าหลังจากที่ได้แก้ไข้ปัญหาแล้ว ผู้แก้้ปัญหาสามารถบรรลุเป้าหมายของการแก้ไข้ปัญหานั้นๆ ตามที่ได้ตั้งไว้หรือไม่

3.2) พิจารณาความถูกต้องของผลลัพธ์ เป็นการตรวจสอบคำตอบที่ได้จากการแก้โจทย์ปัญหาว่าถูกต้องหรือไม่ ด้วยวิธีการใดหรือขั้นตอนใด เพื่อทำให้เกิดความมั่นใจว่าคำตอบที่ได้นั้นถูกต้อง

3.3) ประเมินความถูกต้องของวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ เป็นการมองย้อนกลับไปที่วิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาว่ามีความถูกต้องสมบูรณ์เพียงใด เพื่อจะช่วยให้พบข้อบกพร่องที่อาจเกิดขึ้นในขณะแก้โจทย์ปัญหาแล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขให้ดีขึ้นต่อไป

3.4) ประเมินการแก้ไขอุปสรรคและข้อผิดพลาด เป็นการอภิปรายถึงปัญหาและอุปสรรคที่พบในขณะแก้โจทย์ปัญหาแล้ววิเคราะห์หาสาเหตุและแนวทางในการปรับปรุงแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นจริง เพื่อเป็นการลดปัญหาและอุปสรรคที่อาจจะเกิดขึ้นในครั้งต่อไป

3.5) พิจารณาประสิทธิภาพและความสำเร็จ เป็นการพิจารณาถึงวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา ทำให้การแก้โจทย์ปัญหาที่มีความถูกต้องแน่นอนประสบความสำเร็จได้ดีเพียงใด

3. ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ โดยประเมินได้จากแบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นครอบคลุมเนื้อหาเรื่องโจทย์สมการ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน และโจทย์ปัญหาร้อยละ ในวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 รายวิชา ค 204 ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง 2533) ของกระทรวงศึกษาธิการ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลของการใช้กลวิธีเมตาคอนิชั่น ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งนำเสนอ รายละเอียดเป็นลำดับ ดังนี้

1. เมตาคอนิชั่นในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

- 1.1 ความหมายของเมตาคอนิชั่น
- 1.2 เมตาคอนิชั่นและคอนิชั่น
- 1.3 องค์ประกอบของเมตาคอนิชั่น
- 1.4 การพัฒนาเมตาคอนิชั่น
- 1.5 การใช้กลวิธีเมตาคอนิชั่นในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

2. การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

- 2.1 ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
- 2.2 ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
- 2.3 ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ
- 2.4 กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
- 2.5 องค์ประกอบในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

- 3.1 งานวิจัยในประเทศ
- 3.2 งานวิจัยต่างประเทศ

เมตาคognition ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

1. ความหมายของเมตาคognition

เมตาคognition (Metacognition) เป็นแนวความคิดทางจิตวิทยาการเรียนรู้ ซึ่งนักจิตวิทยาหลายท่าน ได้ให้ความหมายไว้ ดังนี้

จอห์น เอช ฟลาวเวลล์ (John H. Flavell, 1979:909-911) ได้ให้ความหมาย ของเมตาคognition ไว้ว่า “เมตาคognition หมายถึง ความสามารถทางการคิดที่บุคคลสามารถรู้ถึงกระบวนการคิดและสิ่งต่างๆ ที่เกิดจากกระบวนการคิดของตน ซึ่งอาจปรากฏเป็นความรู้หรือเป็นกิจกรรมทางการคิดที่มีเป้าหมายมีทิศทางที่เรียกว่าเป็นการคิดเกี่ยวกับการคิด (Cognitive about cognitive)”

อาเธอร์ แอล คอสตา (Arthur L. Costa, 1984:57-62) ได้ให้ความหมายของเมตาคognition ไว้ว่า “เมตาคognition หมายถึง ความสามารถของบุคคลที่จะวางแผน กำหนดกลวิธีการสำหรับสร้าง ข้อมูลที่จำเป็น เพื่อที่จะรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการคิดและกลวิธีที่กำหนดขึ้นในขณะที่ทำการแก้ปัญหา และจะสามารถที่จะประเมินผลสิ่งที่เกิดจากการคิด”

เอ็ม เจ โอมาลเลย์ และคณะ (M. J. O'Malley and Others, 1985:560) ได้กล่าวไว้ว่า “เมตาคognition หมายถึง การคิดเกี่ยวกับกระบวนการเรียนรู้ การวางแผน การตรวจสอบและการประเมินผลการกระทำของตนเอง หลังการทำกิจกรรมนั้นแล้ว”

เดวิด อาร์ คอสและสกอตต์ จี ปารีส (David R. Cross and Scott G. Paris, 1988:131) กล่าวไว้ว่า “เมตาคognition หมายถึง การที่บุคคลมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดของตนเอง และยังสามารถควบคุมจัดระบบความคิดนั้น ตลอดจนจนถึงสามารถที่จะวางแผนและประเมินผลความคิดของตนเองได้”

เพ็ญพิไล ฤทธาคุณานนท์ (2535:104) ได้กล่าวถึงเมตาคognition ivo อย่างกว้างๆ ว่า “เป็นความรู้เกี่ยวกับกระบวนการหรือกิจกรรมทางปัญญา หรืออาจจะเป็นการกำกับ (Regulate) กิจกรรมทางปัญญาได้ การเรียกชื่อว่า อภิปัญญา (Metacognition) ก็เพราะเป็นความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจ”

จากความหมายของเมตาคognition ที่กล่าวมาแล้วข้างต้น สรุปได้ว่า เมตาคognition หมายถึง การที่บุคคลมีความรู้ความเข้าใจในกระบวนการคิดของตน สามารถที่จะควบคุมและตรวจสอบการคิดและผลที่เกิดจากการคิดของตนเองอย่างมีเป้าหมายและมีทิศทาง ซึ่งเกี่ยวข้องกับกระบวนการการวางแผน การกำกับ และการประเมิน ซึ่งกระบวนการเหล่านี้ทำให้การคิดมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

2. เมตาคognition และ cognition

เมตาคognition (Metacognition) และ cognition (Cognition) มีความสัมพันธ์กันมาก จนนักการศึกษา นักจิตวิทยาการเรียนรู้ และนักวิจัยสงสัยว่าการแบ่งมโนทัศน์ระหว่าง เมตาคognition และ cognition ออกจากกันเป็นสิ่งจำเป็นหรือไม่ แม้ว่าการแบ่งแยกระหว่างเมตาคognition และ cognition จะทำได้ยาก แต่จากการศึกษาวิจัยได้มีผู้แบ่งเมตาคognition และ cognition ออกเป็น 2 สิ่งที่แยกจากกันได้ ดังนี้

เอ บี โลเปอร์ (A. B. Loper, 1982:61-68) ได้สรุปถึงลักษณะสำคัญของเมตาคognition และ cognition ไว้ว่า ในการเผชิญกับปัญหาและความยุ่งยาก เมตาคognition จะประเมินสถานการณ์และตัดสินใจว่าจะทำอะไรต่อไป เช่น กระตุ้นการใช้กลวิธี cognition บางอย่างขึ้นมาเพื่อแก้ปัญหาที่ กกลวิธี cognition เป็นพฤติกรรมที่มีเป้าหมาย ซึ่งตั้งอยู่บนพื้นฐานของความรู้ในเชิงปัจจัย (Declarative knowledge) และความรู้เชิงกระบวนการ (Procedural knowledge) ที่จะทำงานสำเร็จ ส่วนเมตาคognition เป็นความรู้ในกระบวนการคิดซึ่งเกิดจากจิตสำนึกที่อยู่ภายใต้อำนาจจิตใจ มีพื้นฐานอยู่บนความรู้เชิงเงื่อนไข (Conditional knowledge) ที่สามารถรู้ถึงความรู้เชิงปัจจัย และความรู้เชิงกระบวนการ สามารถควบคุมการทำงานของกลวิธี cognition ได้

เอส เอฟ แพร์ริส เอ็ม วาย ลิปสัน และ เค เค วิกซ์สัน (S. F. Paris, M. Y. Lipson and K. K. Wixson, 1983:293-316) ได้อธิบาย ถึง cognition และเมตาคognition ไว้ว่า “cognition นั้นโดยปกติแล้วจะปฏิบัติการต่ำกว่าระบบจิตใต้สำนึกที่มนุษย์กระทำโดยไม่รู้ตัว และอธิบายยากว่ามีวิธีการอย่างไร จนกระทั่งกระบวนการที่สิ้นไหลไปตามระบบอัตโนมัติถูกขัดจังหวะลงด้วยงานที่ยากเกินกว่าทักษะปกติจะทำได้สำเร็จ การรู้ตัวว่าถูกขัดจังหวะดังกล่าวนี้ จัดเป็นองค์ประกอบของเมตาคognition ที่ต้องหาวิธีการอื่นมาใช้ในการแก้ปัญหาที่นั้น

โจ การ์ฟาโล และแฟรงค์ เค เลสเตอร์ (Joe Garofalo and Frank K. Lester, 1985:163-176) ได้สรุปความหมายของ เมตาคognition และ cognition ไว้ว่า “cognition เป็นส่วนที่เกี่ยวข้องกับการกระทำ หรือ การปฏิบัติงานทางปัญญา ส่วนเมตาคognition เป็นส่วนที่เกี่ยวข้องกับการเลือกวิธีการกระทำ การวางแผนว่าจะทำอะไร และกำกับควบคุมในสิ่งที่ทำไปแล้วซึ่งทำให้รู้ความก้าวหน้ากระทำไปถึงขั้นตอนใด”

เบรนท์ ดี สไลฟ์ เจน ไวส์ และโทมัส เบลล์ (Brent D. Slife, Jane Weiss and Thomas Bell, 1985:437-445) ได้ศึกษาความแตกต่างระหว่าง cognition และเมตาคognition โดยให้เด็กกลุ่มที่ขาดความสามารถในการเรียนกับเด็กปกติซึ่งมีระดับสติปัญญา (IQ) เท่ากัน มาทำการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า เด็กที่ขาดความสามารถในการเรียนมีทักษะทางเมตาคognition ต่ำกว่าเด็กปกติที่มีระดับสติปัญญาเท่ากัน ซึ่งส่งผลถึงความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในด้านต่างๆ คือ ด้านความรู้เกี่ยวกับการคิด ซึ่งในที่นี้ได้แก่ความแม่นยำในการทำนายผลการแก้ปัญหา ก่อนลงมือแก้ปัญหา ด้านความถูกต้องของการแก้ปัญหา ด้านการกำกับควบคุมกระบวนการคิด ซึ่งได้แก่ การกำกับควบคุมกระบวนการแก้ปัญหา

จากการศึกษาแสดงว่า ความคิดรวบยอดของเมตาคognition และ cognition แยกจากกันได้ เนื่องจากเมื่อมีการควบคุมตัวแปรตัวหนึ่งไว้ อีกตัวแปรหนึ่งยังคงมีการแปรผันอย่างเป็นอิสระ

เพ็ญพิไล ฤทธาคณนธ์ (2535:1-105) ได้กล่าวถึง เมตาคognition และ cognition ไว้สรุปได้ว่า cognition หรือ พุทธิปัญญา (Cognition) หมายถึง กระบวนการทางปัญญาระดับสูง และผลที่เกิดขึ้นจากกระบวนการนั้น ดังนั้น พุทธิปัญญาจึงหมายถึงสิ่งที่เราเรียกว่า ความรู้ เซอว์นปัญญา ความคิด จินตนาการ ความคิดสร้างสรรค์ การวางแผน การใช้เหตุผล การอนุมาน การแก้ปัญหา การใช้สัญลักษณ์ และการคิดฝัน ส่วน เมตาคognition หรือ อภิปัญญา (Metacognition) เป็นความรู้เกี่ยวกับกระบวนการหรือกิจกรรมทางปัญญา หรืออาจจะเป็นการกำกับ (Regulate) กิจกรรมทางปัญญาที่ได้ ซึ่งเป็นความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจ ทักษะทางอภิปัญญามีความสำคัญต่อกิจกรรมทางปัญญาหลายอย่าง รวมทั้งการสื่อสาร การจูงใจด้วยวาจา ความเข้าใจภาษาพูด ความเข้าใจในการอ่าน การเขียน การได้มาซึ่งภาษา การรับรู้ การใส่ใจ ความจำ การแก้ปัญหา ความรู้ความเข้าใจทางสังคม การสอน และการควบคุมตนเอง

จากที่กล่าวมาแล้วข้างต้น สรุปได้ว่า cognition เป็นกระบวนการทางความคิด และผลที่เกิดขึ้นจากกระบวนการนั้น เช่น ความรู้ เซอว์นปัญญา ความคิด จินตนาการ ความคิดสร้างสรรค์ การวางแผน การใช้เหตุผล การอนุมาน การแก้ปัญหา การใช้สัญลักษณ์ และการคิดฝัน ส่วน เมตาคognition (Metacognition) เป็นความรู้เกี่ยวกับกระบวนการหรือกิจกรรมทางปัญญา อาจเป็นการกำกับ (Regulate) กิจกรรมทางปัญญาที่ได้ ซึ่งเป็นความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจ ที่เกี่ยวข้องกับการเลือกวิธีปฏิบัติ โดยการวางแผน การกำกับและควบคุม และการประเมินสิ่งที่ปฏิบัติ

3. องค์ประกอบของเมตาคognition

นักการศึกษาและนักจิตวิทยาการเรียนรู้หลายคน ได้ศึกษาเกี่ยวกับเมตาคognition และได้แบ่งองค์ประกอบของเมตาคognition ไว้ ดังนี้

แอล เบเกอร์ และ เอ แอล บราวน์ (L. Baker and A. L. Brown, 1984:21-24) ได้แบ่งเมตาคognition ออกเป็น 2 องค์ประกอบ ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ความตระหนัก (Awareness) เป็นการตระหนักรู้ถึง ทักษะ กลวิธี และแหล่งข้อมูลที่จำเป็นต่อการทำงานอย่างมีประสิทธิภาพ และรู้ว่าจะต้องทำอะไร เป็นเรื่องของการที่บุคคลรู้ถึงสิ่งที่ตนเองคิด และความสอดคล้องกับสถานการณ์การเรียนรู้ รวมไปถึงการแสดงออกในสิ่งที่รู้ออกมาโดยการอธิบายให้ผู้อื่นฟังได้ สามารถสรุปใจความสำคัญของสิ่งที่เรียนรู้นั้น มีวิธีจำสิ่งนั้นได้ง่าย ตลอดจนการทำแบบทดสอบ การวางข้อสอบ และการจัดบันทึก ความสามารถในการสะท้อนกระบวนการคิดของตนเองออกมาในขณะที่อ่านเรื่องราว หรือในการคิดแก้ปัญหา เป็นทักษะที่จะทำให้บุคคลทำงานอย่างมีประสิทธิภาพ เพราะจะทำให้รู้ว่าใน

งานนั้นๆ ไม่ว่าจะเป็นด้าน การอ่าน การแก้ปัญหา หรืองานอื่นใดที่ต้องอาศัยการเรียนรู้ว่า จะต้องประกอบ ด้วยสิ่งใดบ้าง ที่จะทำให้การทำงานนั้นมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

2. การกำกับตนเอง (Self-regulation) เป็นการรู้ว่าทำงานนั้นอย่างไร และเมื่อไร เพื่อให้ สามารถปฏิบัติงานได้สำเร็จ เป็นกลวิธีในการกำกับตนเองในขณะที่กำลังคิดแก้ปัญหา ซึ่งรวมไปถึงการ พิจารณามีความเข้าใจในสิ่งนั้นหรือไม่ การประเมินความพยายามในการทำงาน การวางแผน และขั้นตอน ในการทำงาน การทดสอบวิธีการที่ใช้ การตัดสินใจในการใช้เวลา และการใช้ความสามารถที่มีอยู่ และการ เปลี่ยนไปใช้กลวิธีอื่นๆ เพื่อให้แก้ปัญหาได้

จอห์น เอช ฟลาวเวลล์ (John H. Flavell, 1985:231-236) ได้แบ่ง เมตาคอคนิชั่น ออกได้เป็น 2 องค์ประกอบ โดยสรุปได้ดังนี้

1. ความรู้ในเมตาคอคนิชั่น (Metacognition knowledge) เป็นส่วนของความรู้ทั้งหมดที่ บุคคลสะสมไว้ในความจำระยะยาว เป็นการที่บุคคลรู้ว่าตนเองรู้อะไร และคิดอย่างไร คิดถึงเป้าหมายและ การบรรลุเป้าหมายอย่างไร องค์ประกอบที่มีผลต่อกิจกรรมการคิดประกอบด้วย 3 ตัวแปร คือ

1.1 ตัวแปรด้านบุคคล (Person variables) หมายถึง ความรู้ที่บุคคลมีเกี่ยวกับลักษณะ ของบุคคลในด้านความสามารถทางปัญญา การเรียนรู้ หรือในการทำงาน รู้ถึงความถนัด และความสามารถ ของบุคคล รู้ว่าบุคคลมีลักษณะอย่างไรจึงจะทำงานเฉพาะอย่างได้ดี

1.2 ตัวแปรด้านงาน (Task variables) หมายถึง ความรู้ที่บุคคลรู้เกี่ยวกับลักษณะของงาน ที่จะทำว่ามีความยากง่ายอย่างไร รู้ว่าสิ่งใดที่จะทำให้งานนั้นยาก สิ่งใดจะทำให้งานนั้นง่าย รวมไปถึงปัญหา และอุปสรรคของงานนั้นที่อาจจะเกิดขึ้น

1.3 ตัวแปรด้านกลวิธี (Strategy variables) หมายถึง ความรู้ที่บุคคลมีเกี่ยวกับกลวิธี ที่เหมาะสมที่จะใช้ในการทำงานนั้น เป็นการรู้ว่ากลวิธีใดจะช่วยทำให้การทำงานนั้นบรรลุเป้าหมายอย่างมี ประสิทธิภาพ ช่วยทำให้เกิดความก้าวหน้า

2. ประสบการณ์ในเมตาคอคนิชั่น (Metacognition experience) เป็นประสบการณ์ทางการคิด ที่บุคคลสามารถควบคุมได้ และประสบการณ์นี้มีความสำคัญต่อการกำกับตนเอง (Self-regulation) ใน กิจกรรมทางการคิด เริ่มตั้งแต่การเข้าสู่สถานการณ์ในการคิดจนกระทั่งสามารถบรรลุเป้าหมายที่ต้องการ โดยที่ประสบการณ์ใน เมตาคอคนิชั่นประกอบด้วย กลวิธีย่อย 3 กลวิธี ดังนี้

2.1 การวางแผน (Planning) เป็นการรู้ว่าตนเองคิดว่า จะทำงานนั้นอย่างไร เริ่มตั้งแต่การ กำหนดเป้าหมาย จนถึงการปฏิบัติงานจนบรรลุเป้าหมาย

2.2 การกำกับ (Monitoring) เป็นการคิดพิจารณาความเหมาะสม และความถูกต้องของวิธีการหรือขั้นตอนที่เลือกใช้

2.3 การประเมิน (Evaluating) เป็นการประเมินวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ ตรวจสอบและประเมินผลลัพธ์ที่ได้มีความถูกต้องเหมาะสมเพียงใด และยังมีวิธีอื่นๆ ที่แตกต่างอีกหรือไม่

จากองค์ประกอบของเมตาคognitionชั้นที่กล่าวมาแล้ว จะเห็นได้ว่า เมตาคognitionชั้นประกอบด้วย 2 ส่วน โดยที่ในส่วนแรกคือความตระหนัก (Awareness) ตรงกับความรู้ในเมตาคognition (Metacognition Knowledge) ซึ่งหมายถึง ความรู้เกี่ยวกับกระบวนการคิดที่จะทำให้สามารถทำงานให้บรรลุเป้าหมายได้อย่างมีประสิทธิภาพ ในส่วนที่สองคือการกำกับตนเอง (Self-regulation) ตรงกับประสบการณ์ในเมตาคognition (Metacognition Experience) ซึ่งหมายถึง วิธีการที่ใช้ในการควบคุมและตรวจสอบกระบวนการคิด ให้บุคคลดำเนินการตามขั้นตอนหรือวิธีการปฏิบัติจนกระทั่งประสบความสำเร็จ

4. การพัฒนาเมตาคognitionชั้น

เมตาคognitionชั้น เป็นความรู้เกี่ยวกับกระบวนการหรือกิจกรรมทางปัญญา ที่ใช้ในการควบคุมและตรวจสอบกระบวนการทางความคิด ที่บุคคลจะเก็บสะสมไว้ในความจำระยะยาว สามารถพัฒนาและฝึกฝนให้เกิดขึ้นได้ในตัวบุคคล ซึ่งได้มีผู้เสนอแนะแนวทางในการฝึกเมตาคognitionชั้นไว้ ดังนี้

เอส เจ เดอร์รี่ และ ดี เอ เมอร์ฟี (S. J. Derry and D. A. Murphy, 1986:1-39) ได้เสนอวิธีการฝึกเมตาคognitionชั้น ซึ่งสรุปได้ดังนี้คือ

1. สอนกลวิธีการเรียนรู้ที่หลากหลายเพื่อให้ผู้เรียนสะสมไว้เป็นคลังกลวิธีของตน (Action or strategies)
2. ฝึกให้ผู้เรียนตระหนักได้ว่า ตนเองต้องเรียนอะไร มีเป้าหมายอย่างไร (Goal)
3. เพิ่มพูนความถี่และคุณภาพของประสบการณ์ อันจะนำไปสู่การหยั่งเห็นในการเรียนรู้ (Metacognitive experience)
4. ช่วยให้ผู้เรียนได้สะสมความรู้เกี่ยวกับประโยชน์ของกลวิธีต่างๆ รวมทั้งความรู้เกี่ยวกับโอกาสและวิธีที่จะใช้กลวิธีเหล่านั้น (Metacognitive knowledge)

นอกจากนี้ เดอร์รี่ และ เมอร์ฟี ได้นำเสนอแนวการฝึกเกี่ยวกับความรู้ของเมตาคognitionชั้นไว้หลายประการ ดังนี้

1. การฝึกให้มีความรู้ในด้านโครงสร้างของความรู้ (Schema knowledge) ซึ่งเป็นพื้นฐานของความเข้าใจในระดับสูงต่อไป และที่สำคัญโครงสร้างของความรู้นี้จะช่วยจำแนกแนวคิดที่สำคัญซึ่งต้องจดจำ

ความสามารถที่จะระบุแนวคิดสำคัญได้เป็นทักษะพื้นฐานที่จำเป็นต่อการประยุกต์ใช้กลวิธีต่างๆ ต่อไป รวมทั้งยังเป็นศักยภาพพื้นฐานสำหรับการควบคุมระดับสูง และการใช้กลวิธีอย่างมีเป้าหมายอีกด้วย

2. การฝึกโดยตรง (Direct training) เป็นการสอนกลวิธีโดยตรง เช่น บอกผู้เรียนว่าการจดบันทึก และการถามตอบเป็นสิ่งที่เหมาะสมสำหรับการเรียนการสอนผ่านคอมพิวเตอร์ (CAI) แต่การขีดเส้นใต้และการสรุปใจความสำคัญ เป็นกลวิธีที่เหมาะสมกว่าหากการเรียนการสอนเป็นแบบใช้ตำรา

3. ให้ผู้เรียนได้ค้นพบคุณลักษณะของกลวิธีด้วยตนเอง (Metamemory Acquisition Procedures) เป็นการสอนให้ผู้เรียนประเมินอย่างมีเหตุผลของกลวิธีที่ผู้เรียนใช้ เช่น เมื่อสอนให้ผู้เรียนใช้กลวิธีการสร้างหัวข้อย่อๆ ของเนื้อหา (Outlining) จากนั้น ให้ผู้เรียนประเมินโดยเปรียบเทียบผลของการเรียนโดยใช้กลวิธีดังกล่าว กับการเรียนโดยไม่ใช้กลวิธีนี้

4. การควบคุมตนเอง (Self-regulation) ในการฝึกการควบคุมตนเองนี้ควรใช้กลวิธีกระตุ้น (Triggering mechanism) เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถระลึกถึงกลวิธีที่จะช่วยให้ประสบความสำเร็จในหน้าที่กำลังทำอยู่ได้

เอ็ม อี ออสแมน และ เอ็ม เจ แฮนนาฟิน (M. E. Osman and M. J. Hannafin, 1992:83-89) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาเมตาโคгниชันไว้ว่า วิธีการฝึกแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ แบบผสมผสาน (Embedded strategies) และแบบไม่ผูกพัน (Detached strategies) สรุปได้ดังนี้

1. วิธีฝึกแบบผสมผสาน (Embedded strategies) เป็นวิธีที่บูรณาการกลวิธีต่างๆ ความสำคัญและขอบเขตที่จะนำกลวิธีเหล่านั้นไปประยุกต์ใช้ในบทเรียน วิธีการนี้แสดงให้เห็นว่า กลวิธีสามารถช่วยอำนวยความสะดวกในการเรียนในสถานการณ์จริง และพยายามจะทำให้ผู้เรียนสนใจและมีปฏิสัมพันธ์กับสาระที่สำคัญของเนื้อหาที่ต้องประมวลเข้าไป

2. วิธีฝึกแบบไม่ผูกพัน (Detached strategies) เป็นกลวิธีที่มีความเป็นสากลมากกว่า กลวิธีนี้ทำการสอนอย่างเป็นอิสระจากบทเรียนที่เป็นแกน โดยมุ่งหวังว่าจะต้องพัฒนาความสามารถที่จะเลือกใช้กลวิธีด้วยตัวเองของผู้เรียน วิธีนี้ช่วยให้เกิดทักษะที่จะเอาไปประยุกต์ใช้ได้กับหลายวิชา

นอกจากนี้ ออสแมน และ แฮนนาฟิน ได้เสนอหลักการเลือกหรือออกแบบการฝึกเมตาโคгниชันที่เหมาะสมไว้อีกหลายประการ ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. พึงระวังอย่าให้กลวิธีเมตาโคгниชันไปแข่งขันกับการทำงานทางกระบวนการคิด นั่นคือ ต้องไม่ให้ผู้เรียนสูญเสียพลังงานไปกับกลวิธี จนไม่มีพลังเหลือสำหรับงานที่ต้องทำหรือสิ่งที่ต้องเรียน

2. ให้กลวิธีที่ชัดเจนสำหรับผู้เริ่มเรียน และใช้กลวิธีที่ค่อนข้างซับซ้อนสำหรับนักเรียนที่ชำนาญ

3. หากต้องการให้มีการถ่ายโยงการเรียนรู้ไปสู่สถานการณ์ที่แตกต่างจากสถานการณ์ที่เรียนรู้ ควรใช้วิธีการฝึกแบบไม่ผูกพัน (Detached strategies) ประกอบกับการใช้เนื้อหาที่หลากหลาย แต่หากต้องการใช้วิธีฝึกแบบผสมผสาน (Embedded strategies) ก็กำหนดกระบวนการของกลวิธีซึ่งสามารถใช้ได้กับเนื้อหาที่หลากหลาย

4. เพื่อให้เกิดการถ่ายโยงการเรียนรู้ข้ามสถานการณ์ได้ ควรมีการเชื่อมโยงข้อมูลทั้งภายในและภายนอกทเรียน มีการบูรณาการความรู้ใหม่เข้ากับความรู้เดิม และมีการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ทั้งหมด

5. ควรมีการเน้นที่มีใช้เพียงแต่ความรู้เกี่ยวกับกลวิธี แต่ต้องเน้นวิธีการที่จะสามารถถ่ายโยงกลวิธีเหล่านั้นด้วย

6. หากเป็นไปได้ควรมีการกำหนดมาตรฐานและเกณฑ์ที่จะประเมินความเข้าใจด้วย

7. สนับสนุนในด้านตัวชี้เนะภายนอก เพื่อให้ผู้เรียนสามารถประมวลผลการเรียนและประมวลวิธีที่ใช้ในการเรียนได้

8. ควรมีการเน้นที่ตัวแปรส่วนบุคคล ตัวแปรของงานและตัวแปรด้านกลวิธีด้วย

9. กระตุ้นให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่น อธิบายกระบวนการเรียนรู้ของตนได้ ประเมินผลการเรียนรู้ได้ และให้ผลป้อนกลับซึ่งกันและกัน

10. หลีกเลี่ยงการให้ผู้เรียนอิงอยู่กับตัวชี้เนะจากภายนอก การกำกับตนเองได้ควรเป็นเป้าหมายสำคัญของกาฝึกกลวิธี

11. มีการผสมผสานข้อดีของกลวิธีในด้านการถ่ายโยงการเรียนรู้ได้ และในด้านที่จัดกระทำกับเนื้อหาได้โดยตรง

จากที่กล่าวมาแล้วจะเห็นได้ว่า การฝึกกลวิธีเมตาคognitionจะต้องเลือกวิธีการฝึกให้เหมาะสมกับจุดประสงค์ของการเรียนรู้ คือ ควรใช้วิธีฝึกแบบไม่ผูกพัน (Detached strategies) หากต้องการให้มีการถ่ายโยงการเรียนรู้ไปสู่สถานการณ์ที่แตกต่างจากสถานการณ์ที่เรียนรู้ แต่ควรใช้วิธีฝึกแบบผสมผสาน (Embedded strategies) หากต้องการให้เกิดประโยชน์ในการเรียนในสถานการณ์จริง จะทำให้ผู้เรียนสนใจและมีปฏิสัมพันธ์กับสาระที่สำคัญของเนื้อหาที่ต้องประมวลเข้าไป และสิ่งที่จะต้องคำนึงถึงในการฝึกก็คือ ประเภทและระดับความยากง่ายของเนื้อหาที่ใช้ในการฝึก ความชำนาญในการใช้กลวิธีของนักเรียน รวมถึงระดับความรู้ความสามารถและอายุของผู้เรียน

5. การใช้กลวิธีเมตาคอนนิชันในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

เนื่องจากการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นการแก้โจทย์ปัญหาที่ต้องอาศัยพื้นฐานของการแก้ปัญหาทั่วไป ดังนั้นจึงสามารถนำกลวิธีเมตาคอนนิชันมาประยุกต์ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ นักจิตวิทยาการเรียนรู้ และนักการศึกษาได้ศึกษาและเสนอแนะการนำกลวิธีเมตาคอนนิชันมาใช้ในการแก้ปัญหาไว้ ดังต่อไปนี้

โจ การ์โฟโล และ แฟรงก์ เค เลสเตอร์ (Joe Garofalo and Frank K. Lester, 1985:163-176) ได้เสนอกรอบแนวคิดเกี่ยวกับเมตาคอนนิชัน ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ประกอบด้วยกลวิธี 4 ขั้นตอนที่สำคัญ โดยสรุปดังนี้

1. การเริ่มต้นกำหนดวิธีแก้ปัญหา (Orientation) หมายถึง พฤติกรรมอันมีกลวิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลและทำความเข้าใจปัญหา ประกอบด้วย
 - 1.1 การทำความเข้าใจกลวิธี
 - 1.2 การวิเคราะห์ข่าวสารข้อมูลและเงื่อนไข
 - 1.3 การพิจารณาความคุ้นเคยกับปัญหา
 - 1.4 การสร้างตัวแทนปัญหา
 - 1.5 การประเมินความยากและโอกาสที่จะสำเร็จ
2. การกำหนดโครงสร้างของการแก้ปัญหา (Organization) หมายถึง การวางแผนกำหนดพฤติกรรม และการเลือกปฏิบัติ ประกอบด้วย
 - 2.1 การระบุเป้าหมายย่อยและเป้าหมายสุดท้าย
 - 2.2 การวางแผนรวม
 - 2.3 การวางแผนย่อย
3. การดำเนินการแก้ปัญหา (Execution) หรือการดำเนินการตามแผน ประกอบด้วย
 - 3.1 ดำเนินการตามแผนย่อย
 - 3.2 กำกับ ประเมินความก้าวหน้าของการดำเนินการตามแผนย่อยและแผนรวม
 - 3.3 กำกับตนเองในด้านความถูกต้องของงาน และใช้เวลา

4. การประเมินความถูกต้อง (Verification) หรือการประเมินการตัดสินใจและผลลัพธ์ของการปฏิบัติตามแผน ประกอบด้วย

4.1 ประเมินการนิยามปัญหา และการวางแผนการแก้ปัญหา

4.1.1 ความถูกต้องของตัวแทนปัญหา

4.1.2 ความถูกต้องของแผนการแก้ปัญหา

4.1.3 ความสอดคล้องของแผนย่อยกับแผนรวม

4.1.4 ความสอดคล้องของแผนรวมกับเป้าหมาย

4.2 ประเมินผลการดำเนินการแก้ปัญหา

4.2.1 ความถูกต้องของการดำเนินการ

4.2.2 ความสอดคล้องของแผนและการดำเนินการตามแผน

4.2.3 ความสอดคล้องของผลลัพธ์แต่ละขั้นตอนของแผน และเงื่อนไขของปัญหา

4.2.4 ความสอดคล้องของผลขั้นสุดท้ายของแผน และเงื่อนไขของปัญหา

บาร์รี เค เบเยอร์ (Barry K. Beyer, 1987:192-196) ได้ศึกษาทฤษฎีเมตาคognition ในการแก้ปัญหา และได้แบ่งทฤษฎีเมตาคognition ในการแก้ปัญหา ออกเป็น 3 ทฤษฎีย่อย ดังนี้

1) วางแผนการแก้ปัญหา (Planning) เป็นการทำความเข้าใจข้อมูลหรือเงื่อนไขในโจทย์ปัญหา พิจารณาหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา กับประสบการณ์เดิมของผู้แก้โจทย์ปัญหา มากำหนดว่าจะแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีใดและอย่างไร ก่อนที่ทำการแก้โจทย์ปัญหาต่อไป ประกอบด้วย

1.1) กำหนดเป้าหมายในการแก้ปัญหา เป็นการพิจารณาโจทย์ว่าสิ่งที่โจทย์ให้หา สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ และเลือกข้อมูลจำเป็นในการแก้โจทย์ปัญหา

1.2) เลือกวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา เป็นการตัดสินใจเลือกวิธีการหรือขั้นตอนที่เหมาะสมที่สุด

1.3) เรียงลำดับวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา เป็นการนำวิธีการหรือขั้นตอนที่เลือกมาลำดับเป็นขั้นตอนย่อยๆ ทำให้สะดวกต่อการแก้ปัญหาและตรวจสอบข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้น

1.4) คาดเดาอุปสรรค ข้อผิดพลาดที่อาจขึ้นและวิธีการแก้ไขได้ เป็นการคาดการณ์ถึงสิ่งที่จะทำให้เกิดอุปสรรคและข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นได้

1.5) คาดเดาวิธีการแก้ไขได้อุปสรรค ข้อผิดพลาดที่อาจขึ้น เป็นการคาดการณ์ถึงวิธีการที่จะทำให้สามารถกำจัดอุปสรรคและข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นได้ในการแก้ปัญหา

1.6) ประเมินหรือทำนายผลลัพธ์ที่ต้องการ เป็นการคาดคะเนคำตอบที่ต้องการโดยการวิเคราะห์ข้อมูล หรือเสนอแนะที่โจทย์ปัญหากำหนดมาให้อย่างมีเหตุผล เพื่อนำไปใช้ประโยชน์ในการตรวจสอบคำตอบ

2) กำกับการแก้ปัญหา (Monitoring) เป็นการควบคุมและตรวจสอบวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาไปพร้อมกับการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

2.1) กำกับเป้าหมายการแก้โจทย์ปัญหา เป็นการกำกับถึงสิ่งที่โจทย์ต้องการขณะทำการแก้ปัญหา

2.2) กำกับวิธีและขั้นตอนการแก้ปัญหา เป็นการกำกับให้ปฏิบัติตามวิธีการและขั้นตอนที่เลือกไว้ในขณะทำการแก้ปัญหา โดยการกำกับถึงสิ่งต่อไปนี้

2.2.1) รู้ว่าแก้ปัญหาในเป้าหมายย่อยได้สำเร็จ

2.2.2) ตัดสินใจไปสู่วิธีการหรือขั้นตอนต่อไป

2.2.3) เลือกวิธีการหรือขั้นตอนต่อไปอย่างเหมาะสม

2.2.4) รู้ข้อผิดพลาดและอุปสรรคที่เกิดขึ้น

2.2.5) รู้วิธีการแก้ไขข้อผิดพลาดและอุปสรรคที่เกิดขึ้น

3) ประเมินการแก้ปัญหา (Assessing) เป็นการมองย้อนกลับไปหที่ขั้นตอนต่างๆ ในการแก้ปัญหา เพื่อพิจารณารายละเอียดในแต่ละขั้นตอนว่ามีความถูกต้องสมบูรณ์เพียงใด ประกอบด้วย

3.1) ประเมินความสำเร็จตามเป้าหมาย เป็นการตรวจสอบว่าหลังจากที่ได้แก้ปัญหาแล้ว ผู้แก้ปัญหสามารถบรรลุเป้าหมายของการแก้ปัญหานั้นๆ ตามที่ได้ตั้งไว้หรือไม่

3.2) พิจารณาความถูกต้องของผลลัพธ์ เป็นการตรวจสอบคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหาว่าถูกต้องหรือไม่ ด้วยวิธีการใดหรือขั้นตอนใด เพื่อทำให้เกิดความมั่นใจว่าคำตอบที่ได้นั้นถูกต้อง

3.3) ประเมินความถูกต้องของวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ เป็นการมองย้อนกลับไปหที่วิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหามีความถูกต้องสมบูรณ์เพียงใด เพื่อจะช่วยให้พบข้อบกพร่องที่อาจเกิดขึ้นในขณะแก้ปัญหาแล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขให้ดีขึ้นต่อไป

3.4) ประเมินการแก้ไขอุปสรรคและข้อผิดพลาด เป็นการอภิปรายถึงปัญหาและอุปสรรคที่พบในขณะที่แก้ปัญหาแล้ววิเคราะห์สาเหตุและแนวทางในการปรับปรุงแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นจริง เพื่อเป็นการลดปัญหาและอุปสรรคที่อาจจะเกิดขึ้นในครั้งต่อไป

3.5) พิจารณาประสิทธิภาพและความสำเร็จ เป็นการพิจารณาถึงวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา ที่ทำให้การแก้ปัญหามีความถูกต้องแน่นอนประสบความสำเร็จได้ดีเพียงใด

เจเน็ต อี เดวิดสัน อาร์ ดิวเซอร์ และ โรเบิร์ต เจ สเติร์นเบิร์ก (Janet E. Davidson, R. Deuser and Robert J. Sternberg, 1994:207-226) มีความเห็นว่าการแก้ไขปัญหาคณิตศาสตร์มีพื้นฐานส่วนหนึ่งมาจากการแก้ปัญหาทั่วไป จึงเสนอแนะวิธีการใช้กลวิธีเมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้ คือ

1. การระบุและนิยามปัญหา (Identifying and defining the problem) ในการแก้ปัญหานั้นบุคคลจำเป็นต้องระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และเป้าหมายในการแก้ปัญหา ขั้นแรกของการนิยามปัญหา คือการลงรหัส (code) เพื่อเก็บลักษณะสำคัญของปัญหาลงไว้ในความจำระยะสั้น และการเรียกข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับลักษณะดังกล่าวจากความจำระยะยาวขึ้นมา หลังจากนั้นผู้แก้ปัญหามองเห็นว่า สิ่งใดรู้แล้ว สิ่งใดยังไม่รู้ และโจทย์ถามอะไร

2. การสร้างตัวแทนปัญหา (Representing the problem) เมื่อระบุปัญหาได้แล้ว ต้องสร้างความสัมพันธ์ของปัญหา ของสิ่งที่รู้ สิ่งที่ยังไม่รู้ และสิ่งที่โจทย์ถาม จากตรงนี้ข้อมูลอาจจะถูกเพิ่มเข้ามา หรือขจัดออกไป และถูกตีความจากสถานการณ์เดิมแล้วเก็บไว้ในความจำ

3. การวางแผนการแก้ปัญหา (Planning how to proceed) การวางแผนนี้ จะรวมถึงการแบ่งปัญหาย่อยๆ จากนั้น จึงค่อยๆ ดำเนินการแก้ปัญหาเป็นลำดับไป ในการวางแผนจำเป็นต้องมีการเลือกกระบวนการพื้นฐานในทางกลวิธีเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา

4. การประเมินผลการแก้ปัญหา (Evaluating the problem) ในขั้นตอนนี้บุคคลที่แก้ปัญหาคำนึงถึงสิ่งที่ทำไปแล้ว สิ่งที่กำลังจะทำ และสิ่งที่ควรจะทำต่อไป การประเมินผลการแก้ปัญหาคอรรวมถึงการที่บุคคลควบคุมตัวแทนภายในของปัญหาที่ตนสร้างขึ้นมาก่อนได้ และยังคงสร้างต่อไปเพื่อทำความเข้าใจ และบางครั้งจำเป็นต้องใช้กลวิธีใหม่ เมื่อกลวิธีเดิมที่ใช้ทำให้การแก้ปัญหาไม่สำเร็จ

จากแนวคิดของกลวิธีเมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาที่กล่าวมาแล้ว สรุปได้ว่า การนำกลวิธีเมตาคอกนิชันมาใช้ในการแก้ปัญหา ประกอบด้วย 3 กลวิธีย่อย คือ การวางแผนการแก้ปัญหา (Planning) เพื่อกำหนดว่าจะแก้ปัญหายังไง การกำกับการแก้ปัญหา (Monitoring) เป็นการควบคุมและตรวจสอบวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา และการประเมินการแก้ปัญหา (Assessing) เป็นการพิจารณาความถูกต้องแน่นอนของขั้นตอนและวิธีการต่างๆ ที่ใช้ในการแก้ปัญหา

การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

1. ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและนักการศึกษาคณิตศาสตร์ได้ให้ความหมายของ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้หลายท่าน ดังนี้

เคนเนธ บี แอนเดอร์สัน และ อาร์ อี พิงกรี (Kenneth B. Anderson and R. E. Pingry, 1973:228) กล่าวว่า “โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบเป็นปริมาณหรือจำนวน ซึ่งผู้แก้ปัญหาคงแก้ปัญหานั้นได้ต้องใช้วิธีการที่เหมาะสมกับสภาพของปัญหา ใช้ความรู้และประสบการณ์ประกอบกับการตัดสินใจของผู้แก้ปัญหานั้นเอง”

แซม อัดัม เลสลีย์ ซี เอลลิส และ บี เอฟ บีสัน (Sam Adam, Leslie C. Ellis and B. F. Beeson, 1977: 176) ได้ให้ความหมายไว้ว่า “โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ โจทย์ภาษา (Word problem) หรือโจทย์เชิงเรื่องราว (Story problem) หรือโจทย์เชิงถ้อยคำบรรยาย (Verbal problem) นั่นคือโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการบรรยายสถานการณ์ด้วยถ้อยคำ หรือข้อความและตัวเลข โดยต้องการคำตอบในเชิงปริมาณหรือตัวเลข ผู้แก้ปัญหาคงค้นหาคำที่ใช้วิธีการใดในการแก้โจทย์ปัญหานั้น”

ดักลาส อี คูอิคเชงก์ และ ลินดา เจ เซฟฟิลด์ (Douglas E. Cruikshank and Linda J. Sheffield, 1992:37) ได้กล่าวถึงโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า “โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ที่มีเนื้อหาสาระเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ แต่ไม่ได้หมายความว่าเกี่ยวข้องกับจำนวนเท่านั้น ปัญหาคณิตศาสตร์บางปัญหาเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสมบัติทางกายภาพ หรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ โดยไม่เกี่ยวข้องกับจำนวนก็ได้”

อุทัย เพชรช่วย (2532:48) ได้ให้ความหมายของโจทย์คณิตศาสตร์ไว้ว่า “โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นโจทย์ที่มีข้อความ เป็นภาษาหนังสือ (หรือเป็นภาษาพูด) ไม่มีเครื่องหมายบวก ลบ คูณ หรือหาร ซึ่งผู้เรียนต้องอ่าน (หรือฟัง) โจทย์ให้เข้าใจว่าจะทำโดยวิธีใด (บวก ลบ คูณ หรือหาร)”

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537:7) ได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สามารถสรุปได้เป็นข้อๆ ดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล
2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหามิได้คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะ ความรู้ และประสบการณ์หลายๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบได้

3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหา และเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับบุคคลอีกคนหนึ่งก็ได้ และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีต อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

ยูพิน พิพิศกุล (2539:82) ได้กล่าวว่า “โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริงหรือข้อสรุปใหม่ที่ผู้เรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน หรือปัญหาเกี่ยวกับวิธีการ การพิสูจน์ทฤษฎีบท ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่อาศัยนิยาม ทฤษฎีบทต่างๆ ที่จะถูกนำมาใช้ เป็นปัญหาที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหา”

จากความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังที่นักการศึกษา และนักการศึกษาคณิตศาสตร์กล่าวมาแล้วข้างต้น สรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่บรรยายปัญหาด้วยภาษาหรือข้อความ และตัวเลข ซึ่งผู้แก้ปัญหามองใช้ประสบการณ์ที่มีอยู่และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหานั้น โดยคำตอบที่ได้จะเป็นคำตอบเชิงปริมาณ จำนวน ตัวเลข หรือการให้เหตุผลเชิงตรรกศาสตร์

2. ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์ที่บรรยายปัญหาด้วยภาษาหรือข้อความ และตัวเลข นักการศึกษาคณิตศาสตร์ได้แบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้มีลักษณะแตกต่างกัน ดังนี้

จอร์จ โพลยา (Gorge Polya, 1973:154-156) ได้แบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ตามจุดประสงค์ของปัญหา ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problem to find) เป็นปัญหาที่มีจุดประสงค์เพื่อให้ค้นหาคำตอบที่ต้องการซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวน เป็นปัญหาให้หาวิธีการหรือหาเหตุผลก็ได้ ลักษณะของปัญหาจะประกอบไปด้วย 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการให้หา สิ่งที่กำหนดให้ และเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการให้หา กับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ การแยกส่วนประกอบของปัญหาออกเป็น 3 ส่วน จะช่วยให้ผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจโจทย์ปัญหาได้ดีขึ้น ทำให้สามารถกำหนดแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหาได้ง่ายขึ้น

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to prove) ลักษณะของปัญหาประเภทนี้ มีจุดประสงค์เพื่อให้แสดงการให้เหตุผลว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง หรือ เป็นเท็จ ส่วนประกอบของปัญหาประเภทนี้ จะประกอบไปด้วย 2 ส่วน คือ สิ่งที่กำหนดให้หรือสมมติฐาน สิ่งที่ต้องพิสูจน์หรือผลสรุป การแยกส่วนประกอบของปัญหาออกเป็นส่วนๆ ทำให้ผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจปัญหาได้ชัดเจนขึ้น และสามารถกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา หรือการพิสูจน์ได้รวดเร็วขึ้น

โรเบิร์ต บี แอชลอค และคณะ (Robert B. Ashlock and Other, 1983:239) ได้แบ่งรูปแบบของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. โจทย์ปัญหาในหนังสือ หรือโจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยการแปลงให้เป็นประโยคคณิตศาสตร์ (Standard text or translation problem) เป็นโจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยหลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ที่ตายตัวไม่ยุ่งยากนัก

2. โจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยกระบวนการ (Process problem) เป็นโจทย์ปัญหาที่ต้องแก้ด้วยกลวิธีต่างๆ ซึ่งยุ่งยากมากกว่าประเภทที่ 1 โจทย์ประเภทนี้จำเป็นต้องแก้ด้วยกระบวนการ 3 ชั้น คือ

2.1 การทำความเข้าใจปัญหา

2.2 การพัฒนาและการหากลวิธีในการแก้ปัญหา

2.3 การประเมินการแก้ปัญหา

อาเธอร์ เจ บาร์ดี (Arthur J. Baroody, 1987:260-261) ได้แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท โดยใช้ผู้แก้ปัญหาและโครงสร้างของปัญหาเป็นเกณฑ์ในการแบ่ง ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา (Routine problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาค้นเคยในวิธีการ ในโครงสร้างของปัญหา เช่น อาจเคยพบในตัวอย่าง เมื่อพบปัญหาจะทราบได้เกือบจะทันทีว่าจะแก้ปัญหานั้นด้วยวิธีใด ข้อมูลที่กำหนดในปัญหาประเภทนี้ มักมีแต่เฉพาะข้อมูลที่จำเป็นและเพียงพอในการหาคำตอบ มุ่งเน้นการฝึกทักษะใดทักษะหนึ่ง ปัญหาประเภทนี้มักพบในหนังสือเรียนทั่วไป

2. ปัญหาที่ไม่ธรรมดา (Nonroutine problems) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคงต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีลักษณะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงของชีวิตมากกว่าประเภทแรก ข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้มีทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น หรือกำหนดข้อมูลที่ไม่เพียงพอ วิธีการหาคำตอบอาจมีได้หลายวิธีการ คำตอบก็อาจมีมากกว่าหนึ่งคำตอบ

แมรี เอ็ม ฮัทฟิลด์ แนนซี ที เอ็ดเวิร์ดส์ และ แกรี จี บิทเทอร์ (Mary M. Hatfield, Nancy T. Edwards and Gary G. Bitter, 1993:54) ได้แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. โจทย์ปัญหาปลายเปิด เป็นโจทย์ปัญหาที่มีจำนวนของคำตอบที่เป็นไปได้มาก ดังนั้นกระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหาจึงเป็นสิ่งที่มีความสำคัญมากกว่าคำตอบที่จะได้รับ

2. โจทย์ปัญหาที่ให้ค้นหา มักจะมีคำตอบที่จบอยู่ในตัว แต่มีวิธีการที่ให้นักเรียนสามารถหาคำตอบได้หลายวิธี

3. โจทย์ปัญหาที่มีแนวทางให้ค้นหาคำตอบ โดยทั่วไปจะเป็นปัญหาที่ธรรมดาที่สุด รวมทั้งมีคำแนะนำสำหรับการแก้โจทย์ปัญหา และมีวิธีการแก้โจทย์ที่ไม่ยุ่งยาก

การแบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ตามที่นักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งไว้ นั้นสามารถแบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้หลายลักษณะ ขึ้นอยู่กับจุดประสงค์และลักษณะที่ต้องการ จึงทำให้ได้ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน ตามเกณฑ์ที่นำมาใช้ในการจำแนก

3. ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ

จากการแบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้แตกต่างกัน ทำให้ลักษณะของโจทย์ปัญหาที่มีความหลากหลาย ได้มีผู้เสนอลักษณะของโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

ไฮวาร์ด เอฟ เฟอห์ร์ และ แมกกี้บี เจ ฟิลลิปส์ (Howard F. Fehr and Mckeeby J. Phillips, 1972:424) ได้กล่าวไว้ว่า “วิธีการหนึ่งที่จะช่วยทำให้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่น่าสนใจ คือ การให้นักเรียนได้ช่วยกันสร้างปัญหาขึ้นมาเอง”

สตีเฟน กรูลิก และ โรเบิร์ต อี เรย์ส (Stephen Krulik and Robert E. Reys, 1980:280) ได้กล่าวว่า “โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจเป็นปัญหาที่นักเรียนพบไม่บ่อยในห้องเรียน ซึ่งในการสร้างปัญหาควรคำนึงถึงความรู้พื้นฐานของผู้แก้ปัญหา กลวิธีที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหและความสามารถทางภาษาของผู้แก้ปัญหา”

สิริพร ทิพย์คง (2533:79) ได้ให้ความคิดเห็นว่า ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะ ดังนี้คือ

1. ภาษาที่ใช้เข้าใจง่าย
2. ช่วยกระตุ้นและพัฒนาความคิด
3. ไม่สั้นหรือยาวเกินไป
4. ไม่ยากหรือง่ายเกินไปสำหรับความสามารถของเด็กในวัยนั้นๆ
5. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้
6. ข้อมูลที่มีอยู่จะต้องทันสมัยและเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง
7. สามารถใช้การวาดแผนภาพ ไดอะแกรม หรือแผนภูมิช่วยในการแก้ปัญหา

8. ในการแก้ปัญหาหนึ่งต้องอาศัยจากประสบการณ์และความรู้ที่เคยเรียนมาก่อน
9. ก่อให้เกิดการวิเคราะห์ และแยกแยะปัญหาซึ่งเป็นขบวนการที่สำคัญทางความคิด
10. คำตอบที่ได้ควรเป็นคำตอบที่มีเหตุผล ไม่ใช่คำตอบที่ได้จากการจำ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537:90) ได้ให้แนวคิดถึงลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี ที่จะนำมาให้นักเรียนคิดหาคำตอบ ควรมีลักษณะดังนี้

1. ท้าทายความสามารถของนักเรียน ต้องเป็นปัญหาที่ไม่ง่ายหรือยากเกินไป ถ้าง่ายเกินไปอาจไม่ดึงดูดความสนใจไม่ท้าทาย แต่ถ้ายากเกินไปนักเรียนอาจท้อถอยที่จะแก้ได้สำเร็จ
2. สภาพการณ์ของปัญหาเหมาะกับวัยของนักเรียน สภาพการณ์ของปัญหาเป็นเรื่องที่ไม่ห่างไกลเกินไปกว่าที่นักเรียนจะทำความเข้าใจปัญหาและรับรู้ได้ นอกจากนี้ถ้าเป็นสถานการณ์ที่สามารถเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันได้ก็ดียิ่งน้อย
3. แปลกใหม่ ควรเป็นปัญหาที่ไม่ธรรมดา และนักเรียนไม่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานี้มาก่อน
4. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่าหนึ่งวิธี เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดหาทางเลือกในการหาคำตอบได้หลายวิธี และได้พิจารณาเปรียบเทียบเลือกใช้วิธีที่เหมาะสมที่สุด
5. ใช้ภาษาที่กระชับรัดกุมถูกต้อง ปัญหาที่ดีไม่ควรทำให้นักเรียนต้องมีปัญหาเกี่ยวกับภาษาที่ใช้ ควรเน้นอยู่ที่ความเป็นปัญหาที่ต้องการหาคำตอบของตัวปัญหามากกว่า

จากที่กล่าวมาแล้ว ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี จะต้องมีความยากง่ายเหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียน ข้อมูลที่ใช้ทันสมัย เป็นเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นจริง ใช้ภาษาที่เข้าใจง่ายไม่สั้นหรือยาวเกินไป และต้องส่งเสริมให้นักเรียนใช้ความรู้ประสบการณ์ในการคิดวิเคราะห์อย่างมีเหตุผล

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



4. กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผู้แก้ปัญหามักต้องใช้ประสบการณ์ที่มีอยู่และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาให้เหมาะสมกับสภาพของปัญหานั้น นักการศึกษาคณิตศาสตร์ได้เสนอกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้เป็นลำดับขั้นตอน ดังนี้

จอร์จ โพลยา (George Polya, 1973:5-40) ได้เสนอขั้นตอน ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ซึ่งสรุปได้ ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่พิจารณาถึงสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ และข้อมูลต่างๆ ที่จำเป็นต้องใช้ในการหาคำตอบ จะทำให้ผู้แก้ปัญหาเข้าใจปัญหาได้อย่างชัดเจน
2. ขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหามองพิจารณาข้อมูลต่างๆ ที่โจทย์กำหนดมาให้ แล้วใช้ความรู้ประกอบกับประสบการณ์ของผู้แก้ปัญหา ในการวางแผนเพื่อให้ได้วิธีการในการหาคำตอบของปัญหา
3. ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่ลงมือกระทำตามแผนที่วางไว้ จนได้คำตอบของปัญหา
4. ขั้นตรวจสอบ เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหามองพิจารณาขั้นตอนต่างๆ ที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาว่า ครบถ้วน ถูกต้องทุกขั้นตอนหรือไม่ และคำตอบที่ได้นั้นถูกต้องหรือไม่

จอห์น เอฟ เลบลานซ์ (John F. LeBlance, 1977:17-25) ได้กล่าวถึงขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ มี 4 ขั้นตอน ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่ช่วยให้ผู้แก้ปัญหาเข้าใจปัญหาได้อย่างชัดเจน จะทำให้รู้ถึงสิ่งที่โจทย์ถาม ข้อมูลและเงื่อนไขต่างๆ ที่โจทย์กำหนดมาให้
2. ขั้นเลือกวิธีการที่จะใช้ในการหาคำตอบ เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหาคัดลัดเลือกวิธีการ หรือวิธีการใดวิธีหนึ่งที่ใช้ในการหาคำตอบของปัญหา
3. ขั้นลงมือแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหามองวิธีการที่เลือกไว้ในขั้นที่ 2 มาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา บางครั้งวิธีการที่เลือกใช้ในการหาคำตอบนั้น อาจเป็นวิธีการที่ทำให้ไม่ได้คำตอบ ผู้แก้ปัญหามองย้อนกลับไปสู่ขั้นตอนการแก้ปัญหาขั้นที่ 2 อีกครั้งหนึ่ง
4. ขั้นทบทวนการแก้ปัญหาและคำตอบ เป็นการตรวจสอบขั้นตอนต่างๆ ที่ใช้ในการแก้ปัญหาตลอดจนคำตอบที่ได้

แคเธอรีน โยติส และ อลิส โฮสต์ติคกา (Catherine Yotis and Alice Hosticka, 1980:561) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 8 ขั้นตอน ซึ่งสามารถสรุปได้ ดังนี้

1. เลือกข้อมูลที่ได้ออกมาจากโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
2. จัดจำแนกข้อมูลออกเป็นข้อมูลที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้อง สำหรับการแก้ปัญหา
3. เรียงลำดับข้อมูลตามความจำเป็นในการใช้หาคำตอบของปัญหา
4. พิจารณาว่าข้อมูลที่จำเป็น ข้อมูลใดที่ได้มาแล้วและข้อมูลใดที่ยังต้องการอีก
5. พิจารณาว่าจะเก็บรวบรวมข้อมูลที่ต้องการด้วยวิธีใด
6. เก็บรวบรวมข้อมูลที่ต้องการ
7. ใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องทั้งหมดในการแก้ปัญหา
8. ตรวจสอบความเชื่อถือได้ของคำตอบ

สตีเฟน ครูลิก และ โรเบิร์ต อี เรย์ส (Stephen Krulik and Robert E. Reys, 1980:280-281) ได้เสนอขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่พิจารณาว่า ข้อมูลและเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้มีอะไรบ้าง สิ่งที่โจทย์บอกมานั้นเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหาหรือไม่ และสิ่งที่โจทย์ถามนั้นคืออะไร
2. วางแผนในการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่หาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์บอก กับสิ่งที่โจทย์ถาม ค้นหาคำศัพท์ กฎ สูตร บทนิยาม เพื่อนำมาใช้วางแผนในการแก้ปัญหา
3. ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่ดำเนินการตามแผนที่วางไว้
4. ตรวจสอบ เป็นขั้นที่ตรวจสอบการดำเนินการแก้ปัญหาทั้งหมด และได้ผลเป็นไปตามที่ต้องการครบถ้วนหรือไม่

จากขั้นตอนในกระบวนการแก้ปัญหาทั้งหมดที่กล่าวมานั้น เมื่อพิจารณาถึงขั้นตอนของการปฏิบัติแล้วสามารถสรุปได้เป็น 4 ขั้นตอน คือ ขั้นที่หนึ่งทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่สองวางแผนในการแก้โจทย์ปัญหา ขั้นที่สามดำเนินการแก้โจทย์ปัญหา และขั้นที่สี่ตรวจสอบวิธีการและคำตอบ ซึ่งจะมีลักษณะเหมือนกับกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ทุกระดับชั้นในปัจจุบัน

5. องค์ประกอบในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ นอกจากกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาจะมีความสำคัญแล้ว ยังมีองค์ประกอบอื่นๆ อีกที่จะทำให้การแก้โจทย์ปัญหาประสบความสำเร็จ ได้มีผู้กล่าวถึงองค์ประกอบในการแก้โจทย์ปัญหาไว้ ดังนี้

แซม อัดัม เลสลีย์ ซี เอลลิส และบี เอฟ บีสัน (Sam Adam, Leslie C. Ellis and B. F. Beeson, 1977:174-175) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ 3 ด้าน คือ

1. สติปัญญา (Intelligence) การแก้โจทย์ปัญหาจำเป็นต้องใช้การคิดระดับสูง สติปัญญาเป็นสิ่งสำคัญประการหนึ่ง องค์ประกอบของสติปัญญาที่มีส่วนสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา คือ องค์ประกอบทางปริมาณ (Quantitative factors) ซึ่งนักเรียนบางคนอาจมีความสามารถในองค์ประกอบทางด้านภาษา (Verbal factors) แต่อาจด้อยในความสามารถทางด้านปริมาณ

2. การอ่าน (Reading) การอ่านเป็นพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการแก้โจทย์ปัญหา เพราะการแก้ปัญหาต้องอ่านอย่างรอบคอบ อ่านอย่างวิเคราะห์ อันจะนำไปสู่การตัดสินใจว่าควรจะทำอะไร และอย่างไร มีนักเรียนจำนวนมากที่มีความสามารถในการอ่านแต่ไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้

3. ทักษะพื้นฐาน (Basic factors) หลังจากวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและตัดสินใจว่าทำอะไรแล้ว ก็ยังเหลือขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องเหมาะสม นั่นคือ ผู้แก้ปัญหามองเห็นการดำเนินการต่างๆ ที่จำเป็น ซึ่งเป็นทักษะพื้นฐานในการแก้โจทย์ปัญหา

รัลฟ ที ไฮเมอร์ และ เซซิล อาร์ ทูบลอด (Ralph T Heimer and Cecil R. Trueblood, 1977:31-32) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบสำคัญที่มีผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งสรุปได้ดังนี้ คือ ความรู้เกี่ยวกับคำศัพท์ ความสามารถในการคำนวณ การรวบรวมความรู้รอบตัว การรับรู้ถึงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้ การให้เหตุผลสำหรับคำตอบที่ตั้งจุดมุ่งหมายไว้ การเลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง การค้นหาข้อมูลที่ขาดหายไป และการเปลี่ยนเป็นประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

บริชา เนวี่เย็นผล (2537:81-82) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ปัจจัยสำคัญที่ส่งผลโดยตรงต่อความสามารถด้านนี้ คือ ทักษะการอ่านและการฟัง การทำความเข้าใจปัญหาต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับศัพท์ นิยาม มโนคติ และข้อเท็จจริงต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ซึ่งแสดงถึงศักยภาพทางสมองของนักเรียนในการ

ระลึกถึงและความสามารถนำมาเชื่อมโยงกับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่ ปัจจัยอีกประการหนึ่งที่ช่วยให้การทำความเข้าใจปัญหาอย่างมีประสิทธิภาพ คือ การรู้จักเลือกใช้กลวิธีมาช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การขีดเส้นใต้ข้อความสำคัญ การแบ่งวรรคตอน การจดบันทึกเพื่อแยกแยะประเด็นสำคัญ การเขียนภาพหรือแผนภูมิ การสร้างแบบจำลอง การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา และการเขียนปัญหาใหม่ด้วยคำพูดของตนเอง

2. ทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา ทักษะเกิดขึ้นจากการฝึกฝนทำบ่อยๆ จนเกิดความชำนาญ มีประสบการณ์ในการเลือกกลวิธีต่างๆ เพื่อนำไปใช้ให้เหมาะสมกับปัญหา ผู้แก้ปัญหามีทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาจะสามารถวางแผนเพื่อกำหนดกลวิธีในการแก้ปัญหได้อย่างรวดเร็ว และเหมาะสม

3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผล การคิดคำนวณนับว่าเป็นองค์ประกอบสำคัญของการแก้ปัญห เพราะถึงแม้ว่าจะทำความเข้าใจได้อย่างแจ่มชัด วางแผนการแก้ปัญหามาได้เหมาะสมแต่เมื่อลงมือแก้ปัญหาลแล้วคิดคำนวณไม่ถูกต้อง การแก้ปัญหานั้นก็ไม่ประสบผลสำเร็จ โดยเฉพาะอย่างยิ่งทักษะพื้นฐานในการบวก ลบ คูณ และหาร

สำหรับปัญหาที่ต้องการคำอธิบายให้เหตุผล ต้องอาศัยพื้นฐานในการเขียนและการพูด มีความเข้าใจในกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ความหมายของการพิสูจน์ และวิธีพิสูจน์แบบต่างๆ เท่าที่จำเป็นและเพียงพอในการนำไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

4. แรงขับ เนื่องจากโจทย์ปัญหาเป็นสถานการณ์ที่แปลกใหม่ ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ผู้แก้ปัญหามustต้องคิดวิเคราะห์อย่างเต็มที่เพื่อที่จะให้ได้คำตอบ ผู้แก้ปัญหามustต้องมีแรงขับที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งแรงขับนี้ได้แก่ เจตคติ ความสนใจ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ความสำเร็จ ตลอดจนความซาบซึ้งในการแก้ปัญห ซึ่งปัจจัยเหล่านี้จะต้องใช้ระยะเวลาในการปลูกฝังให้เกิดขึ้น โดยผ่านกิจกรรมต่างๆ ในการเรียนการสอน

5 ความยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหามustต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด คือ ไม่ติดยึดในรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย แต่จะยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ๆ อยู่เสมอ ความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับกระบวนการการคิดแก้ปัญหโดยบูรณาการความเข้าใจ ทักษะและความสามารถในการแก้ปัญห ตลอดจนแรงขับที่มีอยู่เชื่อมโยงเข้ากับสถานการณ์ของปัญหาใหม่ สร้างองค์ความรู้ที่สามารถปรับใช้เพื่อแก้ปัญหามustได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จากที่กล่าวมาแล้ว สรุปได้ว่า องค์ประกอบในการแก้โจทย์ปัญหาที่สำคัญที่จะต้องสร้างให้เกิดในตัวของผู้แก้ปัญห ประกอบด้วย สติปัญญาของผู้แก้ปัญห ทักษะพื้นฐานในการคิดคำนวณ ทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา แรงขับภายในตัวผู้เรียนและความยืดหยุ่นในการคิด ซึ่งเป็นปัจจัยที่จำเป็นที่จะทำให้แก้โจทย์ได้สำเร็จ

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยในประเทศ

ทองหล่อ วงษ์อินทร์ (2536:140-147) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวิเคราะห์ความรู้เฉพาะด้านกระบวนการในการคิดแก้ปัญหา และเมตาคอกนิชัน ของนักเรียนมัธยมศึกษาผู้ชำนาญ และไม่ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์” โดยใช้ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนผู้ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวน 25 คน และระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย จำนวน 25 คน นักเรียนผู้ไม่ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวน 25 คน และระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย จำนวน 25 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบสอบวัดความรู้เฉพาะด้าน แบบสอบวัดกระบวนการในการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบสอบถามเมตาคอกนิชัน ใช้วิธีการสอบวัดเป็นรายบุคคล โดยการสัมภาษณ์ และวิธีการคิดออกเสียง ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนผู้ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีคะแนนในตัวแปรทั้ง 3 ด้าน สูงกว่านักเรียนผู้ไม่ชำนาญในระดับชั้นเดียวกัน และนักเรียนที่เรียนในระดับชั้นที่สูงกว่ามีคะแนนในตัวแปรทั้ง 3 ด้านสูงกว่าที่เรียนในระดับชั้นที่ต่ำกว่า ตัวแปรทั้ง 3 ด้าน ได้แก่ ด้านแรก คือความรู้เฉพาะด้าน ทั้งในด้านความคิดรวบยอด และด้านการดำเนินการ ด้านที่สอง คือ กระบวนการในการคิดแก้ปัญหา ในด้านการทำความเข้าใจปัญหา และ ด้านที่สาม ความรู้ในเมตาคอกนิชัน ด้านบุคคล ด้านงาน และด้านกลวิธี

ณัฐจิ เจริญเกียรติบวร (2538:58-65) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมการสอนของครูตามการรับรู้ของนักเรียนและความตระหนักในเมตาคอกนิชัน กับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กรุงเทพมหานคร ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 640 คน ที่เรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ ในโรงเรียนมัธยมศึกษา กรุงเทพมหานคร เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบสอบถามพฤติกรรมการสอนของครูตามการรับรู้ของ นักเรียน แบบวัดความตระหนักในเมตาคอกนิชัน แบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ความตระหนักในเมตาคอกนิชันมีความสัมพันธ์ทางบวกกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และพฤติกรรมการสอนของครูตามการรับรู้ของนักเรียน และความตระหนักในเมตาคอกนิชัน มีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

สมบัติ โพธิ์ทอง (2539:85-99) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง โดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน” โดยใช้ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง จำนวน 30 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นแบบสอบชนิดอัตนัย ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอน 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นตอนทดสอบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ขั้นฝึกเมตาคอกนิชันร่วมกับเทคนิคการคิดเสียงดัง ใช้เวลาในการฝึก 8 วัน วันละ 40 นาที และขั้นนำเมตาคอกนิชันมาใช้สอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ใช้เวลา

สอน 18 วัน วันละ 40 นาที ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หลังการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้เมตาคอกนิชัน สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

สมจิตร์ ทรัพย์อัประไมย (2540:158-173) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ผลของการใช้รูปแบบเพื่อพัฒนาเมตาคอกนิชันที่มีต่อเมตาคอกนิชัน และสัมฤทธิ์ผลทางการเรียนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6” การวิจัยแบ่งเป็น 2 ระยะ ระยะแรกเป็นการศึกษานำร่องเพื่อปรับปรุงรูปแบบเพื่อพัฒนาเมตาคอกนิชัน ส่วนระยะที่สองเป็นการทดลองใช้รูปแบบเพื่อพัฒนาเมตาคอกนิชัน ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 46 คน กลุ่มทดลองฝึกด้วยด้วยรูปแบบเพื่อพัฒนาเมตาคอกนิชัน และทำแบบฝึกหัดวันละ 45-50 นาที ทุกวัน เป็นเวลา 16 วัน กลุ่มควบคุมทำแบบฝึกหัดเช่นเดียวกับกลุ่มทดลอง แต่ไม่ได้ฝึกเมตาคอกนิชัน และไม่ได้รับผลป้อนกลับ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นมาตรวัดเมตาคอกนิชัน การสัมภาษณ์ การคิดออกเสียง การสังเกต และการทดสอบ ผลการวิจัยพบว่า คะแนนเมตาคอกนิชันทั้งในงงานด้านการอ่านตำรา และในงานด้านการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญ ทั้งในระยะหลังการทดลองและในระยะติดตามผล และกลุ่มทดลองมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญ ทั้งในระยะหลังการทดลองและระยะติดตามผล

งานวิจัยต่างประเทศ

แวมแบช ชมิดท์ และ เซซีเลีย มาร์รี (Wambach-Schmidt and Cecelia Marie,1988:2269A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับ กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และกระบวนการทางเมตาคอกนิชัน ของนักเรียนเกรด 6 โดยมีจุดมุ่งหมายที่จะใช้ข้อมูลจากการวิจัยเพื่อสร้างรูปแบบการสอน คำถามที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ ข้อแรก ระหว่างการแก้ปัญหาของนักเรียน พฤติกรรมทางเมตาคอกนิชันพฤติกรรมใดที่ได้รับการกระตุ้นขึ้นมา ข้อสอง มีความแตกต่างระหว่างคนที่ทำงานนี้ตามลำพัง กับคนที่ทำงานเป็นกลุ่มหรือไม่ และ ข้อสาม การแก้ปัญหาของนักเรียนเป็นลำดับขั้นตอนเดียวกันเสมอ หรือขึ้นอยู่กับสถานการณ์แต่ละครั้ง ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนสามารถกำกับควบคุมกระบวนการแก้ปัญหาของตนเองได้ วิเคราะห์การอ่านโจทย์ได้ ประเมินตนเอง ประเมินงานและวิธีการที่ตนใช้อย่างสม่ำเสมอ พูดถึงจุดเด่นและจุดด้อยของตนเองได้ นักเรียนแสดงให้เห็นถึงความรู้เกี่ยวกับรูปแบบการแก้ปัญหาของตนเอง และอธิบายถึงกลวิธีที่เป็นประโยชน์ต่อตนเองได้ กระบวนการแก้ปัญหาและกระบวนการทางเมตาคอกนิชันของนักเรียนเป็นไปตามสถานการณ์มากกว่าเป็นขั้นตอนที่แน่นอน จากการวิจัยดังกล่าวได้นำข้อมูลมาสร้างรูปแบบการสอนเพื่อพัฒนากระบวนการแก้ปัญหา และกระบวนการทางเมตาคอกนิชันสำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาชั้น เรียกว่า Zero-SPACE พฤติกรรมที่เข้าร่วมเข้าเป็นรูปแบบการสอน ได้แก่ การใส่ใจ (Attention) การสำรวจเบื้องต้น (Scanning) การปฏิบัติการ (Activating-making a plan, Choosing a strategy and Doing the work) การสื่อสาร (Communicating) และการประเมินผล (Evaluating)

วี อี เกอนอน (V. E. Guernon, 1989:2768A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับผลของการสอนกลวิธีในการแก้ปัญหา ภายใต้ระบบการควบคุมด้านเมตาความคิด ซึ่งมีต่อการแก้ปัญหาความคิดศาสตร์ของนักเรียนเกรด 8 ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนเกรด 8 จำนวน 55 คน ในการสอนกลวิธีในการแก้ปัญหานั้นได้เน้นในสิ่งที่โชนเฟลด์ (Schoenfeld) อ้างถึง คือ กลวิธีเมตาความคิดในการควบคุมตนเอง ซึ่งหมายถึงความสามารถของนักเรียนในการตรวจสอบว่าทำอะไร และเมื่อไร ที่จะทำให้การแก้ปัญหานั้นดีขึ้น โดยแบ่งออกเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มที่ 1 ได้รับการสอนแก้ปัญหาด้วยกลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหา และใช้คำว่าอย่างไร และเมื่อไร ในกลวิธีแก้ปัญหา กลุ่มที่ 2 ได้รับการสอนแก้ปัญหาหลายๆ อย่าง แต่ไม่ได้รับการสอนกลวิธีในการแก้ปัญหา กลุ่มที่ 3 เป็นกลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามปกติ ทั้ง 3 กลุ่มได้รับการสอนในชั้นเรียนปกติ และสอนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ตามหลักสูตร เป็นเวลา 16 สัปดาห์ ผลการทดลองพบว่า นักเรียนในกลุ่มที่ 1 มีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงที่สุด รองลงมาเป็นนักเรียนในกลุ่มที่ 2 และกลุ่มที่ 3 ตามลำดับ ผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่า การฝึกนักเรียนโดยเน้นการควบคุมการคิดของตนเอง ทบพจนสมว่าทำอะไร เมื่อไร และอย่างไร ในการฝึกกลวิธีในการแก้ปัญหา มีผลต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน

เอ็ดเวิร์ด ซี ไอเลอร์ (Edward C. Eylar, 1990:1971A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับผลของการใช้เมตาความคิดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างประชากรเป็นนักศึกษาปริญญาตรีชั้นปีที่ 1 จำนวน 31 คน เป็นนักศึกษาที่ประสบความสำเร็จและนักศึกษาที่ไม่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้เทคนิคการคิดออกเสียงในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งจะใช้เทปบันทึกเสียง ตามด้วยการสัมภาษณ์ ในการสัมภาษณ์จะถามถึงสิ่งที่เขาอธิบายไม่ชัดเจนในการแก้โจทย์ปัญหา หรือในช่วงที่เขาเงียบ จากนั้นจะถอดเทปการสัมภาษณ์และทำรหัส (code) เพื่อนับจำนวนการตัดสินใจโดยใช้เมตาความคิดในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักศึกษา และบันทึกความถูกต้องในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ผู้ประสบความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีจำนวนของการตัดสินใจโดยใช้เมตาความคิด ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ทั้ง 3 ด้าน คือ ด้านบุคคล ด้านงาน และด้านกลวิธี มากกว่าผู้ที่ไม่ประสบความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งด้านบุคคล เป็นความรู้เกี่ยวกับลักษณะที่มีอยู่ของบุคคล ในเรื่องความสามารถทางปัญญา การเรียนรู้ หรือในการทำงาน ด้านงาน เป็นความรู้เกี่ยวกับงานที่ทำ รู้ว่าสิ่งใดทำให้งานยากหรือง่าย รวมไปถึงปัญหาและอุปสรรคของงานที่จะเกิดขึ้นกับตน และด้านกลวิธี เป็นความรู้เกี่ยวกับวิธีที่เหมาะสมในการทำงานให้บรรลุเป้าหมาย จากผลการวิจัยนี้ได้ให้ข้อเสนอแนะว่า การส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น นอกจากการพัฒนาารูปแบบการสอนแล้วควรมีการฝึกการตัดสินใจโดยใช้เมตาความคิดด้วย

ฮาเซล อีซาเบลล์ เคนท์ โคลธาร์ป (Hazel Isabelle Kent Coltharp, 1990:1491A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับ ผลของการใช้กลวิธีทางเมตาคognition ที่มีต่อการปรับปรุงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนในระดับประถมศึกษา โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น กลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม กลุ่มทดลองได้รับการสอนที่เน้นในด้านกลวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้เมตาคognition กลุ่มควบคุมได้รับการสอนด้วยวิธีสอนตามปกติ ผลการวิจัยพบว่า ไม่มีความแตกต่างในความสามารถการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม อย่างไรก็ตามในการวิจัยครั้งนี้ โคลธาร์ป ได้ให้สังเกตในการฝึกว่า ได้ใช้เวลาเพียงสัปดาห์ละ 1 ชั่วโมง เป็นเวลา 15 สัปดาห์ วิธีการฝึกนั้นใช้เพียงการอธิบายของครู และการอภิปรายร่วมกันของนักเรียน โดยไม่ได้ให้มีการลงมือฝึกอย่างแท้จริง จึงเชื่อว่าผลของการฝึกกลวิธีเมตาคognition ไม่น่าจะเพียงพอที่จะส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และยังให้ข้อเสนอแนะว่า ควรใช้วิธีการอื่นร่วมกับวิธีสอนกลวิธีเมตาคognition จะช่วยให้การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนดีขึ้น

เอช ลี สแวนสัน (H. Lee Swanson, 1990:306-314) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับอิทธิพลของความรู้ทางเมตาคognition และความถนัดทางการเรียนที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาที่มีความถนัดทางการเรียนสูง กับนักเรียนที่มีความถนัดทางการเรียนต่ำ และที่มีความสามารถด้านเมตาคognitionสูง กับที่มีความสามารถด้านเมตาคognitionต่ำ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบสอบถามปลายเปิดสำหรับวัดความรู้ในเมตาคognition ด้านบุคคล ด้านงาน และด้านกลวิธีการตอบใช้วิธีการคิดออกเสียง คำถามแต่ละข้อมีการให้คะแนน 5 ระดับ ผู้ที่ได้คะแนนสูงถือว่ามีความรู้ในเมตาคognitionสูง ใช้แบบทดสอบวัดความถนัดทางการเรียน และแบบทดสอบการแก้ปัญหาให้นักเรียนแก้ปัญหา 5 ข้อ ผลการวิจัยพบว่า ความรู้ด้านเมตาคognitionเป็นตัวทำนายความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดีกว่าความถนัดทางการเรียน แสดงว่า ผู้ที่มีความรู้ด้านเมตาคognitionสูงแต่มีความถนัดทางการเรียนต่ำสามารถแก้ปัญหาได้ดีกว่าผู้ที่มีความถนัดทางการเรียนสูงแต่มีความรู้ด้านเมตาคognitionต่ำ และยังได้เสนอแนะว่า การฝึกความรู้ด้านเมตาคognitionสามารถนำไปใช้กับผู้ที่มีความสามารถทางการเรียนต่ำ เพื่อช่วยเสริมสร้างให้มีความสามารถในการแก้ปัญหาเพิ่มขึ้นได้

เจี ทวี วัง (J. T. Wang, 1990:3206A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการเปรียบเทียบพฤติกรรมทางเมตาคognition ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษา ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง ตัวอย่างประชากรเป็น นักเรียนเกรด 6 กลุ่มละ 30 คน โดยให้แก้โจทย์ปัญหา 5 ข้อ ด้วยการคิดออกเสียง สังเกตพฤติกรรม และบันทึกคำพูดที่นักเรียนแสดงออกมาในขณะที่ทำการแก้โจทย์ปัญหาแล้วนำมาวิเคราะห์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงมีการแสดงพฤติกรรมในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ออกมามากกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลางอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และพฤติกรรมทางเมตาคognition มีความสัมพันธ์กับการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

แอล อี ฮอลล์ (L. E. Hall, 1992:446) ได้ทำการวิจัยเรื่องเกี่ยวกับ พฤติกรรมทางเมตาคognition และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นำมาให้นักเรียนคิด ซึ่งมี 2 แบบ คือ แบบที่ 1 เป็นแบบง่ายในการหาคำตอบ แต่ปัญหาแบบที่ 2 เป็นปัญหาที่ยากในการหาคำตอบ ผลการวิจัยพบว่า ในการแก้ปัญหาแบบที่ 2 ซึ่งเป็นปัญหาที่ยากในการหาคำตอบนั้น นักเรียนแสดงการใช้เมตาคognition ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มากกว่าการแก้ปัญหาแบบที่ 1 ซึ่งเป็นปัญหาที่ง่ายกว่า และในการแก้ปัญหาแบบที่ 1 จะมีการนำเอา เมตาคognition มาใช้ในการแก้ปัญหาเฉพาะตอนต้นของการดำเนินการแก้ปัญหาเท่านั้น

จากการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการใช้กลวิธีเมตาคognition ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะเห็นได้ว่า กลวิธีเมตาคognition เป็นกลวิธีที่สามารถนำมาใช้ในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และกลวิธีเมตาคognition สามารถฝึกฝนและพัฒนาให้เกิดขึ้นได้ในตัวบุคคล ดังนั้นกลวิธีเมตาคognition จึงมีความสำคัญอย่างยิ่งที่ช่วยให้การแก้ไขโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนประสบความสำเร็จมากยิ่งขึ้น



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีวิธีดำเนินการวิจัยตามขั้นตอน ดังนี้

1. การศึกษาเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. ประชากรและตัวอย่างประชากร
3. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
4. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

การศึกษาเอกสาร และงานการวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าความรู้จากส่วนที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. ศึกษาเอกสาร วารสาร และรายงานการวิจัยเกี่ยวกับกลวิธีเมตาคognition ทั้งในประเทศและต่างประเทศ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแผนการสอน และการสร้างกิจกรรมการเรียนรู้การสอนการแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้กลวิธีเมตาคognition
2. ศึกษาหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) หนังสือแบบเรียน คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 รายวิชา ค 204 ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของกระทรวงศึกษาธิการ เรื่องสมการ โจทย์สมการ อัตราส่วนและร้อยละ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน และโจทย์ปัญหาร้อยละ
3. ศึกษาหลักการและวิธีการเกี่ยวกับการวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และวิธีสร้างแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนด้านพุทธิพิสัย (Cognitive Domain) เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ประชากรและตัวอย่างประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดกรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ เขตการศึกษา 7 ซึ่งครอบคลุม 8 จังหวัด คือ นครสวรรค์ พิจิตร พิษณุโลก สุโขทัย อุตรดิตถ์ เพชรบูรณ์ กำแพงเพชร และตาก

ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกตัวอย่างประชากรโดยใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่กำลังเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของกระทรวงศึกษาธิการ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2542 ในโรงเรียนบ้านไร่พิทยาคม จังหวัดสุโขทัย สังกัดกรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ เขตการศึกษา 7 โรงเรียนนี้มีนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 4 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 33 คนโดยประมาณ รวมทั้งสิ้น 133 คน แล้วทำการจับสลากเลือกนักเรียน จำนวน 2 ห้องเรียนเป็นกลุ่มทดลอง ได้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 จำนวน 32 คน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2 จำนวน 33 คน รวมทั้งสิ้น 65 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน เป็นแผนการสอนรายคาบวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เพื่อสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์สมการ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน และโจทย์ปัญหาร้อยละ จำนวน 10 คาบ ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามขั้นตอน ดังนี้

1. ศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับกลวิธีเมตาคอกนิชันในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จากหนังสือวารสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งในการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้แนวคิดกลวิธีเมตาคอกนิชันในการแก้โจทย์ปัญหาของ บาร์รี เค เบเยอร์ (Barry K. Beyer, 1987:192-196) โดยได้แบ่ง กลวิธีเมตาคอกนิชันในการแก้โจทย์ปัญหาไว้ 3 กลวิธีย่อย ได้แก่ การวางแผนการแก้โจทย์ปัญหา การกำกับการแก้โจทย์ปัญหา และการประเมินการแก้โจทย์ปัญหา เพื่อใช้ในการสร้างแผนการสอนและการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอน

2. เขียนแผนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน ให้ครอบคลุมการใช้กลวิธีเมตาคอกนิชันทั้ง 3 กลวิธีย่อย และครอบคลุมเนื้อหาเรื่องการแก้โจทย์สมการ การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน และการแก้โจทย์ปัญหาร้อยละ โดยแผนการสอนแต่ละคาบบรรยายละเอียดเกี่ยวกับหัวข้อเรื่อง จุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหาสาระ สื่อการเรียนการสอน กิจกรรมการเรียนการสอน การวัดและประเมินผล และใบกิจกรรมซึ่งเป็นแบบบันทึกการใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

สำหรับใบกิจกรรมซึ่งเป็นแบบบันทึกการใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนย่อยๆ เพื่อให้ให้นักเรียนใช้สำหรับควบคุมและตรวจสอบการบวนการคิด ในขณะที่ทำการ

แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของตน ประกอบด้วย 4 ส่วน คือ ส่วนที่เป็นโจทย์ปัญหา ส่วนที่เป็นกลวิธีเมตาคอกนิชันในการแก้โจทย์ปัญหา ส่วนที่เป็นการแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ และที่ว่างสำหรับการทบทวน

3. นำแผนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน จำนวน 3 แผน ที่ครอบคลุมการใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน ทั้ง 3 กลวิธีย่อย คือ การวางแผนการแก้โจทย์ปัญหา การกำกับการแก้โจทย์ปัญหา และการประเมินการแก้โจทย์ปัญหา ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบแก้ไขปรับปรุง แล้วนำไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 2 ท่าน (ดูรายนามผู้ทรงคุณวุฒิในภาคผนวก ก.) ตรวจสอบพิจารณาความเหมาะสมทางด้านเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และความเหมาะสมของการใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน ผลการตรวจสอบของผู้ทรงคุณวุฒิมีข้อเสนอแนะที่ต้องปรับปรุงแก้ไข ดังนี้

3.1 ควรปรับรวมขั้นตอนในกลวิธีการวางแผนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ที่มีวิธีการปฏิบัติคล้ายกันและต่อเนื่องจนเกือบเป็นวิธีการปฏิบัติเดียวกัน ให้เป็นขั้นตอนเดียวกัน เช่น ขั้นตอนเลือกวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา และขั้นเรียงลำดับวิธีการหรือขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหา ปรับรวมเป็นขั้นตอนเลือกวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

3.2 ควรเน้นการถ่ายโอนการควบคุมและตรวจสอบกระบวนการคิด ในกิจกรรมการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน จากที่ครูเป็นผู้ถามนำ และคอยกระตุ้นให้นักเรียนกระทำกิจกรรม มาเป็นให้นักเรียนเป็นผู้ควบคุมและตรวจสอบกระบวนการคิด โดยการวางแผนการแก้โจทย์ปัญหา การกำกับการแก้โจทย์ปัญหา และการประเมินการแก้โจทย์ปัญหาด้วยตนเองให้มากที่สุด

4. นำแผนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน ที่ผู้ทรงคุณวุฒิให้คำแนะนำมาเป็นแนวทางในการสร้างแผนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน ทั้ง 3 กลวิธีย่อย ซึ่งมีวิธีการดังนี้

1) วางแผนการแก้โจทย์ปัญหา (Planning) เป็นการทำความเข้าใจข้อมูลหรือเงื่อนไขในโจทย์ปัญหา พิจารณาหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา และประสบการณ์เดิมของผู้แก้โจทย์ปัญหา มากำหนดว่าจะแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีใดและอย่างไร ก่อนที่ทำการแก้โจทย์ปัญหาต่อไป ประกอบด้วย

1.1) กำหนดเป้าหมายในการแก้โจทย์ปัญหา เป็นการพิจารณาโจทย์ว่าสิ่งที่โจทย์ให้หา สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ และเลือกข้อมูลจำเป็นในการแก้โจทย์ปัญหา

1.2) เลือกวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา เป็นการตัดสินใจเลือกวิธีการหรือขั้นตอนที่เหมาะสมที่สุดในการแก้โจทย์ปัญหา

1.3) คาดเดาอุปสรรค ข้อผิดพลาดที่อาจขึ้นและวิธีแก้ไข เป็นการคาดการณ์ถึงสิ่งที่จะทำให้เกิดอุปสรรคและข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้น และคาดการณ์ถึงวิธีการที่จะทำให้สามารถกำจัดอุปสรรคและข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นได้

1.4) ประเมินหรือทำนายผลลัพธ์ที่ต้องการ เป็นการคาดคะเนคำตอบที่ต้องการโดยใช้ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์ปัญหากำหนดมาให้อย่างมีเหตุผล เพื่อนำไปใช้ประโยชน์ในการตรวจสอบคำตอบ

2) กำกับการแก้โจทย์ปัญหา (Monitoring) เป็นการควบคุมและตรวจสอบวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา ไปพร้อมกับการแก้โจทย์ปัญหา ประกอบด้วย

2.1) กำกับเป้าหมายการแก้โจทย์ปัญหา เป็นการกำกับถึงสิ่งที่โจทย์ต้องการขณะทำการแก้โจทย์ปัญหา

2.2) กำกับวิธีและขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา เป็นการกำกับให้ปฏิบัติตามวิธีการและขั้นตอนที่เลือกไว้ในขณะทำการแก้โจทย์ปัญหา โดยการกำกับถึงสิ่งต่อไปนี้

2.2.1) รู้ว่าแก้ปัญหาในเป้าหมายย่อยได้สำเร็จ

2.2.2) ตัดสินใจเลือกวิธีการหรือขั้นตอนต่อไปอย่างเหมาะสม

2.2.3) รู้ข้อผิดพลาด อุปสรรคที่เกิดขึ้น

2.2.4) รู้วิธีการแก้ไขข้อผิดพลาดและอุปสรรคที่เกิดขึ้น

3) ประเมินการแก้โจทย์ปัญหา (Assessing) เป็นการมองย้อนกลับไปหขั้นตอนต่างๆ ในการแก้โจทย์ปัญหา เพื่อพิจารณารายละเอียดในแต่ละขั้นตอนว่ามีความถูกต้องสมบูรณ์เพียงใด ประกอบด้วย

3.1) ประเมินความสำเร็จตามเป้าหมาย เป็นการตรวจสอบว่าหลังจากที่ได้แก้โจทย์ปัญหาแล้ว ผู้แก้ปัญหาสามารถบรรลุเป้าหมายของการแก้โจทย์ปัญหานั้นๆ ตามที่ได้ตั้งไว้หรือไม่

3.2) พิจารณาความถูกต้องของผลลัพธ์ เป็นการตรวจสอบคำตอบที่ได้จากการแก้โจทย์ปัญหาว่าถูกต้องหรือไม่ ด้วยวิธีการใดหรือขั้นตอนใด เพื่อทำให้เกิดความมั่นใจว่าคำตอบที่ได้นั้นถูกต้อง

3.3) ประเมินความถูกต้องของวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ เป็นการมองย้อนกลับไปหวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาว่ามีความถูกต้องสมบูรณ์เพียงใด เพื่อจะช่วยให้พบข้อบกพร่องที่อาจเกิดขึ้นในขณะแก้โจทย์ปัญหาแล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขให้ดีขึ้นต่อไป

3.4) ประเมินการแก้ไขอุปสรรคและข้อผิดพลาด เป็นการอธิบายถึงปัญหาและอุปสรรคที่พบในขณะแก้โจทย์ปัญหาแล้ววิเคราะห์สาเหตุและแนวทางในการปรับปรุงแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นจริง เพื่อเป็นการลดปัญหาและอุปสรรคที่อาจจะเกิดขึ้นในครั้งต่อไป

3.5) พิจารณาประสิทธิภาพและความสำเร็จ เป็นการพิจารณาถึงวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา ทำให้การแก้โจทย์ปัญหามีความถูกต้องแน่นอนประสบความสำเร็จได้ดีเพียงใด

โดยในส่วนที่เป็นเนื้อหาและกิจกรรมการเรียนการสอน จะเน้นการนำกลวิธีเมตาคognitionชั้นมาใช้ในการควบคุมและตรวจสอบกระบวนการคิด ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ให้ครบตามจำนวนที่ใช้จริงในการทดลอง จำนวน 10 แผน ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

- | | |
|-----------------|---|
| แผนการสอนที่ 1 | การแก้โจทย์สมการ โดยใช้สมบัติการเท่ากันของการบวก
โดยใช้กลวิธีการวางแผนการแก้โจทย์ปัญหา |
| แผนการสอนที่ 2 | การแก้โจทย์สมการ โดยใช้สมบัติการเท่ากันของการคูณ
โดยใช้กลวิธีการทำกับการแก้โจทย์ปัญหา |
| แผนการสอนที่ 3 | การแก้โจทย์สมการ โดยใช้สมบัติการเท่ากันของการบวกและการคูณ
โดยใช้กลวิธีการประเมินการแก้โจทย์ปัญหา |
| แผนการสอนที่ 4 | การแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้สมการที่โจทย์กำหนดให้
โดยใช้กลวิธีการวางแผนการแก้โจทย์ปัญหา |
| แผนการสอนที่ 5 | การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนของอัตราส่วน 2 อัตราส่วน
โดยใช้กลวิธีการทำกับการแก้โจทย์ปัญหา |
| แผนการสอนที่ 6 | การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนของอัตราส่วนมากกว่า 2 อัตราส่วน
โดยใช้กลวิธีการประเมินการแก้โจทย์ปัญหา |
| แผนการสอนที่ 7 | การแก้โจทย์ปัญหาร้อยละ เพื่อหาค่าร้อยละของจำนวนที่กำหนดให้
โดยใช้กลวิธีการวางแผนการแก้โจทย์ปัญหา |
| แผนการสอนที่ 8 | การแก้โจทย์ปัญหาร้อยละ เพื่อหาค่าจำนวนของร้อยละที่กำหนดให้
โดยใช้กลวิธีการทำกับการแก้โจทย์ปัญหา |
| แผนการสอนที่ 9 | การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับดอกเบี้ย และภาษีดอกเบี้ย
โดยใช้กลวิธีการประเมินการแก้โจทย์ปัญหา |
| แผนการสอนที่ 10 | การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเสียภาษีเงินได้ของรายได้สุทธิ
โดยการเลือกใช้กลวิธีย่อย ในกลวิธีเมตาคognition |

5. นำแผนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคognition ที่สร้างขึ้นจำนวน 10 แผน ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบอีกครั้งก่อนนำไปใช้จริงกับกลุ่มทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องโจทย์สมการ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนและโจทย์ปัญหาร้อยละ เป็นแบบสอบอัตนัยที่ใช้ในการทดสอบก่อนเรียน และใช้ในการทดสอบหลังเรียน ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามขั้นตอน ดังนี้

1. สร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตร โดยการวิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่องโจทย์สมการ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน และโจทย์ปัญหาร้อยละ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

2. สร้างแบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์สมการ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน และโจทย์ปัญหาร้อยละ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร เป็นแบบสอบอัตนัย จำนวน 20 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

3. สร้างเกณฑ์การตรวจแบบสอบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบอัตนัยที่แสดงวิธีการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ทั้ง 20 ข้อ โดยแต่ละข้อให้คะแนนเต็ม 5 คะแนน โดยแบ่งเป็นบอกสิ่งที่โจทย์ให้หาและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ให้ 1 คะแนน แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ ให้ 3 คะแนน และคำตอบถูกต้องให้ 1 คะแนน โดยการให้คะแนนในแต่ละขั้นตอนเป็นอิสระต่อกัน การให้คะแนนในแต่ละขั้นตอนนั้นจะให้คะแนน 3 ลักษณะ คือ ให้ 0 คะแนนในกรณีที่ไม่ได้ทำหรือทำผิดพลาด ให้คะแนนครึ่งหนึ่งของคะแนนเต็มเมื่อทำถูกบ้าง และให้คะแนนเต็มในกรณีที่ทำถูกต้องทั้งหมด

4. นำแบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งมีการเฉลยแสดงวิธีทำ และเกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบแก้ไข แล้วนำไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 3 ท่าน (ดูรายนามผู้ทรงคุณวุฒิในภาคผนวก ก.) ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหา (Content Validity) ความถูกต้องในการใช้ภาษา และให้ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับเกณฑ์การตรวจแบบทดสอบ เพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุงแก้ไขแบบสอบ และการตรวจให้คะแนน ผลการตรวจสอบของผู้ทรงคุณวุฒิ มีดังนี้

4.1 แบบสอบที่สร้างขึ้นมีส่วนที่ต้องปรับปรุงแก้ไข คือ

4.1.1 ควรปรับปรุงข้อสอบให้มีความยากง่าย และความซับซ้อนของโจทย์ ให้มีความเหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตัวอย่างเช่น

ข้อ 8 ข้อสอบเดิม คือ เครื่องสูบน้ำเครื่องที่หนึ่งสูบน้ำได้ 102 ลิตรต่อนาที เครื่องสูบน้ำเครื่องที่สอง สูบน้ำได้ 105 ลิตรต่อนาที ถ้าชนา ต้องการเครื่องสูบน้ำที่สามารถสูบน้ำเข้าที่นาได้ชั่วโมงละ 6,250 ลิตร เขาต้องซื้อเครื่องสูบน้ำเครื่องใดจึงจะใช้งานได้ตามต้องการและประหยัดเงินที่สุด

ปรับปรุงเป็น จากสถิติการขายน้ำของสหกรณ์โรงเรียนเดือนนี้พบว่า จำนวนขวดที่ขายได้ช่วงเช้า ต่อช่วงบ่าย เป็น 4 ต่อ 7 ถ้าวันนี้ช่วงเช้าขายน้ำได้ 56 ขวด ตลอดทั้งวันน่าจะขายน้ำได้โดยประมาณกี่ขวด

ข้อ 14 ข้อสอบเดิม คือ ในการผลิต แอลกอฮอล์ผสมน้ำ 200 ลิตร คิดเป็น แอลกอฮอล์ 60% ถ้าต้องการเพิ่มความเข้มข้นของแอลกอฮอล์ให้เป็นแอลกอฮอล์ 80% โดยไม่ผสมน้ำเพิ่ม จะต้องเติมแอลกอฮอล์ลงไปอีกกี่ลิตร

ปรับปรุงเป็น แอลกอฮอล์ผสมน้ำ 200 ลิตร ซึ่งเป็นแอลกอฮอล์ 85% ถ้าต้องการผสมน้ำให้เป็นแอลกอฮอล์ 50% จะต้องเติมน้ำลงไปอีกกี่ลิตร

4.1.2 ควรปรับปรุงข้อคำถามในโจทย์ปัญหาให้มีความชัดเจน ครบถ้วน ทั้งในเรื่องโจทย์สมการ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน และโจทย์ปัญหาร้อยละ ตัวอย่างเช่น

ข้อ 3 ข้อสอบเดิม คือ ตะวัน คั้นน้ำส้มเพื่อบรรจุขวด โดยใช้ส้มธรรมดาและส้มบางมด ถ้าใช้ส้มบางมดจะได้น้ำส้มมากกว่า ส้มธรรมดา 25 ลิตร คิดเป็น 10% เมื่อเขาคั้นส้มทั้งสองชนิด จะได้น้ำส้มที่จะบรรจุขวดทั้งหมดกี่ลิตร

ปรับปรุงเป็น ตะวัน คั้นน้ำส้มเพื่อบรรจุขวด โดยใช้ส้มธรรมดาและส้มบางมด ปริมาณเท่ากัน ถ้าใช้ส้มบางมดจะได้น้ำส้มมากกว่าส้มธรรมดา 10% ซึ่งคิดเป็น 25 ลิตร เมื่อเขาคั้นส้มทั้งสองชนิด จะได้น้ำส้มที่จะบรรจุขวดทั้งหมดกี่ลิตร

ข้อ 5 ข้อสอบเดิม คือ ปกรณ์ ต้องการล้อมรั้วคอกม้าให้สูง 1.50 เมตร โดยด้านยาวของคอกม้ายาวกว่าสองเท่าของด้านกว้างอยู่ 6 เมตร ถ้าด้านยาวของคอกม้า ยาว 26 เมตร และช่างคิดค่าจ้างล้อมรั้วเมตรละ 90 บาท จงหาว่าปกรณ์ต้องจ่ายค่าจ้างล้อมรั้วคอกม้าเป็นเงินเท่าไร

ปรับปรุงเป็น ปกรณ์ ต้องการล้อมรั้วคอกม้ารูปสี่เหลี่ยมมุมฉากสูง 1.50 เมตร ด้านยาวยาวกว่าสองเท่าของด้านกว้างอยู่ 6 เมตร ถ้าด้านยาวยาว 26 เมตร และช่างคิดค่าจ้างล้อมรั้วเมตรละ 90 บาท จงหาว่าปกรณ์ต้องจ่ายค่าจ้างล้อมรั้วคอกม้าเป็นเงินเท่าไร

4.2 ควรมีการเฉลยแสดงวิธีทำในบางข้อที่มีวิธีทำได้หลายวิธี ซึ่งนักเรียนจะสามารถทำได้ถูกต้อง

4.3 เกณฑ์การให้คะแนนมีความเหมาะสมดี

5. นำแบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิแล้วทั้ง 20 ข้อ ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2542 ที่ไม่ใช่ตัวอย่างประชากร แล้วนำคะแนนจากการทำแบบสอบของนักเรียนมาวิเคราะห์หาคุณภาพของแบบสอบซึ่งเป็นแบบสอบชนิดอัตนัย หาค่าความเที่ยงโดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient)

ของ ลี เจ ครอนบาค (Lee J. Cronbach) โดยมีเกณฑ์ค่าความเที่ยงตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป จึงนำไปหาค่าความยากง่าย(P) และค่าอำนาจจำแนก (D) รายข้อต่อไป โดยใช้สูตรของ ดี อาร์ วิทเนย์ และ ดี แอล ซาเบอร์ (D. R. Whitney and D. L. Sabers) ซึ่งข้อสอบที่ใช้ได้ตามเกณฑ์จะมีค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนกมีค่า 0.20 ขึ้นไป

การทดลองใช้ครั้งที่ 1 ผลของการนำแบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสวรรคคณ์ันต์วิทยา จังหวัดสุโขทัย จำนวน 43 คน ซึ่งไม่ใช่ตัวอย่างประชากร ผลการวิเคราะห์แบบสอบได้ค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.75 เมื่อวิเคราะห์แบบสอบรายข้อปรากฏว่า ค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.22 - 0.90 และค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.02 - 0.86 ได้ข้อสอบซึ่งอยู่ในเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 14 ข้อ และเมื่อพิจารณาตามจุดประสงค์การเรียนรู้ ที่กำหนดไว้ในตารางวิเคราะห์ข้อสอบ โดยเลือกข้อที่มีความยากง่ายอยู่ในเกณฑ์ที่กำหนด และเป็นข้อที่มีค่าอำนาจจำแนกสูง พบว่าข้อสอบที่ได้ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ทุกข้อ ผู้วิจัยจึงเลือกข้อสอบให้เหลือ 10 ข้อ ค่ะแนบข้อละ 5 ค่ะแนบ รวมเป็นค่ะแนบเต็ม 50 ค่ะแนบ ไปใช้จริงในการเก็บรวบรวมข้อมูล

การทดลองใช้ครั้งที่ 2 ผลการนำแบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยเลือกไว้ ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสุโขทัยวิทยาคม จังหวัดสุโขทัย จำนวน 49 คน ซึ่งไม่ใช่ตัวอย่างประชากร ผลการวิเคราะห์แบบสอบได้ค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.77 เมื่อวิเคราะห์แบบสอบรายข้อปรากฏว่า ค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.23 - 0.79 และค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.20 - 0.92 ข้อสอบอยู่ในเกณฑ์ที่กำหนดทั้ง 10 ข้อ (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ง.)

6. นำแบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดแล้วไปใช้เป็นแบบสอบก่อนเรียน (Pre-test) และแบบสอบหลังเรียน (Post-test) กับตัวอย่างประชากร

การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล ตามขั้นตอนดังนี้

1. ผู้วิจัยนำหนังสือขอความร่วมมือในการทำวิจัยจากภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เพื่อขอความร่วมมือในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนบ้านไร่พิทยาคม จังหวัดสุโขทัย สังกัดกรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งเป็นตัวอย่างประชากร
2. ผู้วิจัยทำการทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) กับตัวอย่างประชากรก่อนทดลอง โดยใช้แบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์สมการ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน และ โจทย์ปัญหาร้อยละ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งใช้เวลาในการทดสอบ 90 นาที

3. ผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเองตามแผนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน เรื่องโจทย์สมการ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน และโจทย์ปัญหาร้อยละ ในวิชาคณิตศาสตร์ รายวิชา ค 204 ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง 2533) ของกระทรวงศึกษาธิการ จำนวน 10 คาบ คาบละ 50 นาที โดยทำการสอนสัปดาห์ละ 4 คาบ ตั้งแต่วันที่ 17 กุมภาพันธ์ ถึง วันที่ 6 มีนาคม 2543

4. เมื่อผู้วิจัยสอนครบจำนวนคาบตามที่กำหนดแล้ว ผู้วิจัยทำการทดสอบหลังเรียน (Post-test) หลังการทดลองกับตัวอย่างประชากร โดยใช้แบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์สมการ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน และโจทย์ปัญหาร้อยละ ชุดเดิมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งใช้เวลาในการสอบ 90 นาที

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากแบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนการเรียนการสอน และหลังการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิชันของตัวอย่างประชากร มาวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Sciences:SPSS) โดยมีกระบวนการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. คำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ของคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน และคำนวณค่าความถี่ของจำนวน นักเรียนตามช่วงคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

2. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนการเรียนการสอนและหลังการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน โดยการวิเคราะห์ความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิต ด้วยการทดสอบค่าที (t-test)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สถิติที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้สถิติในการคำนวณหาคุณภาพของแบบสอบ ดังนี้

1. หาค่าความเที่ยง ของแบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์สมการ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน และโจทย์ปัญหาร้อยละ โดยใช้สูตรการหาลัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha-Coefficient) ดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k - 1} \left[1 - \frac{\sum_{i=1}^k S_i^2}{S_t^2} \right]$$

เมื่อ	α	แทนค่าความเที่ยงของแบบสอบ
	k	แทนจำนวนข้อสอบในแบบสอบ
	S_i^2	แทนความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ
	S_t^2	แทนความแปรปรวนของข้อสอบทั้งฉบับ

(Lee J. Cronbach,1970:161)

2. หาค่าความยากง่ายและอำนาจจำแนก ของแบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบอัตร้อยของ ดี อาร์ วิทเนย์ และ ดี แอล ซาเบอร์ (D. R. Whitney and D. L. Sabers) ดังนี้

$$\text{ค่าความยากง่าย (Index of Difficult)} = \frac{S_h + S_l - (n_t)(X_{\min})}{n_t(X_{\max} - X_{\min})}$$

$$\text{อำนาจจำแนก (Index of Discrimination)} = \frac{S_h - S_l}{n_h(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	S_h	แทนผลรวม f_x ของคะแนนกลุ่มสูง
	S_l	แทนผลรวม f_x ของคะแนนกลุ่มต่ำ
	X_{\max}	แทนคะแนนสูงสุดที่ได้
	X_{\min}	แทนคะแนนต่ำสุดที่ได้
	n_t	แทนจำนวนคนกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน
	n_h	แทนจำนวนคนในกลุ่มสูง

(พร้อมพรรณ อุคณสิน,2538:147-148)

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง ผลของการใช้กลวิธีเมตาคอนิชั่น ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลมีรายละเอียดตามลำดับ ดังนี้

- ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอนิชั่น เทียบกับเกณฑ์ที่กำหนด ดังแสดงในตารางที่ 1 และตารางที่ 2
- ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนการเรียนการสอนและหลังการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอนิชั่น ดังแสดงในตารางที่ 3

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคognition เปรียบกับเกณฑ์ที่กำหนด

ตารางที่ 1 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ (\bar{X} ร้อยละ) ของคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคognition เปรียบกับเกณฑ์ที่กำหนด คือ ร้อยละ 60 ของแบบสอบทั้งฉบับ

กลุ่ม	n	\bar{X}	S.D.	\bar{X} ร้อยละ
หลังการทดลอง	65	31.85	9.49	63.70

จากตารางที่ 1 แสดงให้เห็นว่า ค่ามัชฌิมเลขคณิตของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หลังการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคognition ของนักเรียนเท่ากับ 31.85 โดยมีค่ามัชฌิมเลขคณิตคิดเป็นร้อยละ เท่ากับ 63.70 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ คือ สูงกว่าร้อยละ 60 ของแบบสอบทั้งฉบับ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 2 แสดงจำนวนนักเรียน และร้อยละของจำนวนนักเรียน จำแนกตามช่วงคะแนน ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ที่ผ่านเกณฑ์และไม่ผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 60

ช่วงคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 100 คะแนน)	จำนวนนักเรียน	
	คน	ร้อยละ
80-100	18	27.69
70-79	10	15.39
60-69	10	15.39
รวมจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์	38	58.47
50-59	13	20.00
0-49	14	21.53
รวมจำนวนนักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์	27	41.53

จากตารางที่ 2 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนที่ได้คะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หลังการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิตัน สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ คือ ร้อยละ 60 ของแบบสอบทั้งฉบับ มีจำนวน 38 คน คิดเป็นร้อยละ 58.47 ของนักเรียนทั้งหมด และมีนักเรียนได้คะแนนต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 27 คน คิดเป็นร้อยละ 41.53 ของนักเรียนทั้งหมด

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

- ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ไข้ปัญหา
คณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนการเรียนการสอนและหลังการเรียนการสอนการแก้ไข้ปัญหา
ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคognition
- ตารางที่ 3 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ของความสามารถในการแก้ไข้
ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งคะแนนเต็ม 50 คะแนน จำนวน 65 คน
ก่อน การเรียนการสอนและหลังการเรียนการสอนการแก้ไข้ปัญหาคณิตศาสตร์
โดยใช้กลวิธีเมตาคognition และการทดสอบค่าที (t-test)

กลุ่ม	\bar{X}	S.D.	t
ก่อนการทดลอง	14.26	6.66	17.14 *
หลังการทดลอง	31.85	9.49	

* $p < 0.05$

จากตารางที่ 3 แสดงให้เห็นว่า ค่ามัชฌิมเลขคณิตของความสามารถในการแก้ไข้ปัญหา
คณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนการเรียนการสอนและหลังการเรียนการสอนการแก้ไข้ปัญหาคณิตศาสตร์
โดยใช้กลวิธีเมตาคognition เท่ากับ 14.26 และ 31.85 ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 6.66 และ 9.49
ตามลำดับ เมื่อเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างค่ามัชฌิมเลขคณิตของความสามารถในการแก้ไข้ปัญหา
คณิตศาสตร์ ก่อนการเรียนการสอนและหลังการเรียนการสอน พบว่า ความสามารถในการแก้ไข้ปัญหา
คณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังการเรียนการสอนสูงกว่าก่อนการเรียนการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่
ระดับ 0.05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลของการใช้กลวิธีเมตาคognition ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้คือ

1. เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคognition
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างก่อนการเรียนการสอน และหลังการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคognition

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดกรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ เขตการศึกษา 7 ซึ่งครอบคลุม 8 จังหวัด คือ นครสวรรค์ พิษณุโลก สุโขทัย อุตรดิตถ์ พิจิตร เพชรบูรณ์ กำแพงเพชร และตาก ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่กำลังเรียนวิชาคณิตศาสตร์ รายวิชา ค 204 ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของ กระทรวงศึกษาธิการ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2542 ในโรงเรียนบ้านไร่พิทยาคม โดยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 2 ห้องเรียน เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 จำนวน 32 คน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2 จำนวน 33 คน รวมทั้งสิ้น 65 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องโจทย์สมการ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน และโจทย์ปัญหาร้อยละ เป็นแบบสอบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งใช้ในการทดสอบก่อนเรียน และใช้ในการทดสอบหลังเรียน โดยแบบสอบมีค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.77 ค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.23 - 0.79 และค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.20 - 0.92

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยทำการทดสอบก่อนเรียนกับนักเรียนที่เป็นตัวอย่างประชากร โดยใช้แบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์สมการ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน และโจทย์ปัญหาร้อยละ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งใช้เวลาในการทดสอบ 90 นาที ผู้วิจัยสอนตัวอย่างประชากรตามแผนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคognition เรื่องโจทย์สมการ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน และโจทย์ปัญหาร้อยละ ใช้เวลาในการสอนสัปดาห์ละ 4 คาบ รวมทั้งสิ้นเป็นเวลา 10 คาบ เมื่อทำการสอนครบตามแผนการสอนแล้ว ผู้วิจัยทำการทดสอบหลังเรียนกับนักเรียนที่เป็นตัวอย่างประชากร โดยใช้แบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ชุดเดิม ซึ่งใช้เวลาในการสอบ 90 นาที

นำคะแนนที่ได้จากแบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ก่อนการเรียนการสอนและ หลังการเรียนการสอนของนักเรียน มาคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ (\bar{X} ร้อยละ) หลังการเรียนการสอนนำมาเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่กำหนดไว้ และทดสอบความแตกต่างของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนการเรียนการสอนและหลังการเรียนการสอน โดยใช้การทดสอบค่าที (t-test)

สรุปผลการวิจัย

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จากการเรียน การสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคognition สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่กำหนดไว้
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หลังการเรียน การสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคognition สูงกว่าก่อนการเรียนการสอน อย่างมี นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

อภิปรายผลการวิจัย

1. จากการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 2 หลังการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคognition สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 60 ที่กำหนดไว้ โดยมีค่ามัชฌิมเลขคณิตคิดเป็นร้อยละ เท่ากับ 63.70 ซึ่งจะเห็นได้ว่าหลังการเรียน การสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคognition นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด เมื่อพิจารณาเทียบจากผลการประเมินคุณภาพทางการศึกษา ของสำนักงานทดสอบทางการศึกษา กรมวิชาการ (2542:12-14) ที่พบว่าความสามารถทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น มีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าเกณฑ์การประเมินขั้นผ่านที่กำหนด คือ ร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม โดยมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 36.91 ของคะแนนเต็ม และจากการวิจัย ครั้งนี้พบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 38 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 58.46 ของนักเรียนทั้งหมด ในขณะที่จากการประเมินคุณภาพทางการศึกษา ของ สำนักงานทดสอบทางการศึกษา กรมวิชาการ พบว่านักเรียนที่ความสามารถทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์อยู่ ในระดับสูงกว่าเกณฑ์ขั้นผ่านที่กำหนด มีนักเรียนจำนวนน้อยมากคิดเป็นร้อยละ 19.05 ของนักเรียนทั้งหมด เท่านั้น

จากการที่นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หลังการเรียนการสอนการ แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคognition สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ทั้งนี้อาจเป็นเพราะในการวิจัย ครั้งนี้นักเรียนได้มีการฝึกฝนการควบคุมและตรวจสอบกระบวนการคิดในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของตนเอง โดยใช้กลวิธีเมตาคognition ทั้ง 3 กลวิธีย่อย ดังนี้คือ กลวิธีการวางแผนการแก้โจทย์ปัญหา

กลวิธีการกำกับกับการแก้โจทย์ปัญหา และกลวิธีการประเมินการแก้โจทย์ปัญหา ลงในแบบบันทึกการใช้ กลวิธีเมตาคอกนิชัน ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งในการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กลวิธีการวางแผน การแก้โจทย์ปัญหา (Planning) ก่อนทำการแก้โจทย์ปัญหานักเรียนจะต้องวิเคราะห์เป้าหมายในการแก้โจทย์ ปัญหา เลือกวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาอย่างเหมาะสม คาดเดาอุปสรรค ข้อผิดพลาดที่ อาจขึ้นและวิธีการแก้ไขได้ และประมาณคำตอบหรือทำนายผลลัพธ์ที่ต้องการ ทำให้นักเรียนเข้าใจโจทย์ ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและมีเป้าหมายในการแก้โจทย์ปัญหา ในการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กลวิธีการกำกับ การแก้โจทย์ปัญหา (Monitoring) โดยในขณะที่ทำการแก้โจทย์ปัญหานักเรียนจะต้องกำกับเป้าหมายในการแก้ โจทย์ปัญหา และกำกับวิธีการหรือขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหา ทำให้รู้ว่าแก้ปัญหาในเป้าหมายย่อยได้ สำเร็จแล้ว ตัดสินใจเลือกวิธีการหรือขั้นตอนต่อไปอย่างเหมาะสม รู้ข้อผิดพลาดอุปสรรคที่เกิดขึ้น และรู้วิธี การแก้ไขข้อผิดพลาดและอุปสรรคที่เกิดขึ้น ทำให้การแก้โจทย์ปัญหาถูกต้องตามวิธีการหรือขั้นตอนที่เลือกไว้ อย่างเป็นระบบ และในการใช้กลวิธีการประเมินการแก้โจทย์ปัญหา (Assessing) หลังจากที่นักเรียนแก้ โจทย์ปัญหาสำเร็จแล้ว นักเรียนจะต้องพิจารณา ขั้นตอนที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาว่ามีความถูกต้องสมบูรณ์ เพียงใด โดยการประเมินความสำเร็จตามเป้าหมาย ตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่ ประเมินความ เหมาะสมถูกต้องของวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ ประเมินการแก้ไขอุปสรรคและข้อผิดพลาด พิจารณาประสิทธิภาพ และความสำเร็จของวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ ทำให้คำตอบที่ได้มีความถูกต้องแน่นอน และหลังจากการ เรียนการสอนทุกครั้งนักเรียนจะได้อภิปรายถึงผลที่เกิดขึ้นจากการใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน ในการแก้โจทย์ ปัญหา และวิธีการแก้ไขอุปสรรค ข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้น ทำให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ในครั้งต่อไปได้ อย่างรวดเร็วและได้คำตอบที่ถูกต้องแน่นอนยิ่งขึ้น ซึ่งการที่นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ หลังการเรียนการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิชันอยู่ในระดับที่น่า พพอใจนั้น สอดคล้องกับแนวคิดของ แอล เบเกอร์ และเอ แอล บราวน์ (L. Baker and A. L. Brown, 1984:501-503) ได้ทำการศึกษาพบว่า กลวิธีเมตาคอกนิชันสามารถฝึกฝนให้เกิดขึ้นได้ในตัวบุคคล ซึ่งกลวิธี เมตาคอกนิชันส่งผลต่อการพัฒนากระบวนการคิดด้านต่างๆ ได้ โดยเฉพาะความสามารถในการคิดแก้ปัญหา

2. จากการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 2 หลังการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน สูงกว่าก่อนการ เรียนการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานที่ตั้งไว้ แสดงว่าการเรียน การสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน ทำให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น ซึ่งผลการวิจัยที่ได้สอดคล้องกับผลการวิจัยของ เอช ลี สวานสัน (H. Lee Swanson, 1990:306-314) ที่ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับอิทธิพลของความรู้ทางเมตาคอกนิชัน ที่มีต่อความสามารถในการ แก้ปัญหาของนักเรียน พบว่าความรู้ด้านเมตาคอกนิชันเป็นตัวทำนายความสามารถในการแก้ปัญหา นั่นคือ ผู้ที่มีความรู้ด้านเมตาคอกนิชันสูงจะสามารถแก้ปัญหาได้ดี และผลการวิจัยในครั้งนี้ยังสอดคล้องกับผลการ วิจัยของ สมบัติ โพธิ์ทอง (2539:85-99) ซึ่งได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง โดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน พบว่า นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

หลังการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้เมตาคอกนิชัน สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ซึ่งจากผลการวิจัยในครั้งนี้พบว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน สูงกว่าก่อนการเรียนการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 แสดงให้เห็นว่าการเรียนการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน ทำให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ดีขึ้น

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะจากผลการวิจัย

1.1 จากผลการวิจัยพบว่า กลวิธีเมตาคอกนิชันเป็นกลวิธีที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพ ครูผู้สอนจึงควรนำกลวิธีเมตาคอกนิชันไปใช้ในการสอนแก้โจทย์ปัญหาในชั้นเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนสามารถควบคุมและตรวจสอบกระบวนการคิดในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของตนเอง โดยเฉพาะในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นซึ่งจะช่วยให้ นักเรียนมีพื้นฐานที่ดีในการแก้โจทย์ปัญหา และจะได้เกิดทักษะในการใช้กลวิธีเมตาคอกนิชันจนกลายเป็นปรกตินิสัย ทำให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ดีขึ้น

1.2 ครูผู้สอนควรกระตุ้นให้นักเรียนนำกลวิธีเมตาคอกนิชันไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และติดตามผลการใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน ตลอดจนแนะนำให้แก่นักเรียนนำกลวิธีเมตาคอกนิชันไปประยุกต์ใช้ในการเรียนการสอนแก้โจทย์ปัญหาในวิชาอื่น หรือนำไปใช้ในการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นจริงในชีวิตประจำวัน นอกจากนี้ครูอาจแนะนำให้แก่นักเรียนนำกลวิธีการวางแผนการแก้โจทย์ปัญหา กลวิธีกำกับการแก้โจทย์ปัญหา และกลวิธีการประเมินการแก้โจทย์ปัญหา มาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหามากกว่า 1 กลวิธีย่อย ซึ่งน่าจะช่วยให้การแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนประสบความสำเร็จมากยิ่งขึ้น

2. ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ในการวิจัยครั้งนี้เป็นการนำกลวิธีเมตาคอกนิชัน มาใช้ในการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยกลวิธีการวางแผนการแก้โจทย์ปัญหา กลวิธีการกำกับการแก้โจทย์ปัญหา และกลวิธีการประเมินการแก้โจทย์ปัญหา มาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาแต่ละครั้งเพียง 1 กลวิธีย่อยเท่านั้น จึงควรมีการทำวิจัยโดยการนำกลวิธีกลวิธีเมตาคอกนิชัน ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้ กลวิธีย่อยมากกว่า 1 กลวิธี หรือใช้ทั้ง 3 กลวิธี เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างกลวิธีเมตาคอกนิชันทั้ง 3 กลวิธี ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

2.2 จากการศึกษาจะเห็นว่า กลวิธีเมตาคognition เป็นกลวิธีในการเรียนรู้ที่มีประโยชน์ในการแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จึงควรมีการทำวิจัยเพื่อศึกษาการนำกลวิธีเมตาคognitionไปใช้ในการเรียนการสอน เพื่อพัฒนานักเรียนที่มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ต่ำ และแก้ไขความบกพร่องในการ แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน นอกจากนี้ควรมีการวิจัยเพื่อนำกลวิธีเมตาคognitionไปใช้ในการ แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย รวมทั้งการนำกลวิธีเมตาคognitionไปใช้แก้ปัญหา ในสาขาวิชาอื่นๆ ด้วย



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. แผนพัฒนาการศึกษาแห่งชาติ ฉบับที่ 8 (พ.ศ. 2540-2544).
กรุงเทพมหานคร, 2540.

ถวัลย์ เจริญเกียรติบวร. ความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมการสอนของครูตามการรับรู้ของนักเรียน และ
ความตระหนักในเมตาคอนนิชัน กับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2539.

ทองหล่อ วงษ์อินทร์. การวิเคราะห์ความรู้เฉพาะด้าน กระบวนการในการคิดแก้ปัญหาและเมตาคอนนิชัน
ของนักเรียนมัธยมศึกษาผู้ชำนาญและไม่ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์
ปริญญาโทบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2536.

ปรีชา เนาวิสัยผล. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางวิชา
คณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12-15. สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2537.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร :
โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2538.

เพ็ญพิไล ฤทธาถนนวนนท์. พัฒนาการทางพุทธิปัญญา. กรุงเทพมหานคร : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2535.

ยุพิน พิพิธกุล. การแก้ปัญหา. วารสารคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 485-484 (กุมภาพันธ์-เมษายน 2542) : 5.

ยุพิน พิพิธกุล. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : บพิธการพิมพ์, 2539.

วัฒนาพร ระงับทุกข์. การเปรียบเทียบประสิทธิผลของรูปแบบการฝึกยุทธศาสตร์การเรียนรู้เมตาคอนนิชัน
ในการอ่านภาษาอังกฤษเพื่อความเข้าใจ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย
แบบโดยตรงกับแบบสอดแทรกเนื้อหาการสอน. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2536.

วิชาการ, กรม. ตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในด้านกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ : งานวิจัย.
กองวิจัยทางการศึกษา กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ, 2531.

วิชาการ, กรม. ผลการประเมินคุณภาพการศึกษา ปีการศึกษา 2538. กรุงเทพมหานคร : สำนักงานทดสอบ
ทางการศึกษา กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ, 2540.

- วิชาการ, กรม. รายงานผลการประเมินคุณภาพการศึกษา นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2540.
กรุงเทพมหานคร : สำนักงานทดสอบทางการศึกษา กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ, 2542.
- วิชาการ, กรม. หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง 2533). กรุงเทพมหานคร,
2535.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. กระทรวงศึกษาธิการ. คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 2 รายวิชา ค 204. กรุงเทพมหานคร : บริษัทประชาชนจำกัด, 2535.
- สมจิตร์ ทวีชัยอัประไมย. ผลของการใช้รูปแบบเพื่อพัฒนาเมตาคognition ที่มีต่อเมตาคognition และ
สัมฤทธิ์ผลทางการเรียนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2540.
- สมบัติ โพธิ์ทอง. การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา
ปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงโดยใช้เมตาคognition. วิทยานิพนธ์ปริญญา
มหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2539.
- สมศักดิ์ ลินธุระเวชญ์. มุ่งสู่คุณภาพการศึกษา. กรุงเทพมหานคร : วัฒนาพานิช, 2542.
- สิริพร ทิพย์คง. งานวิจัยการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ 2521-2538. กรุงเทพมหานคร. 2539.
- สุวัฒนา อุทัยรัตน์, สุชาวดี เอี่ยมอรพรรณ และ ธนาภรณ์ พิษณานนท์. การวิเคราะห์ลำดับขั้นโครงสร้าง
เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น เพื่อพัฒนาแบบฝึกหัดเสริมการเรียนรู้ :
รายงานการวิจัย. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2541.
- สุวัฒนา อุทัยรัตน์. การนำเสนอรูปแบบการพัฒนากำลังคนด้านการศึกษาคณิตศาสตร์ : รายงานการวิจัย.
กรุงเทพมหานคร : ฝ่ายวิจัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2539.
- อุทัย เพชรช่วย. การสอนโจทย์ปัญหาโดยใช้เทคนิค 4 คำถาม. สารพัฒนาหลักสูตร 86 (พฤษภาคม 2532) :
48-54.

ภาษาอังกฤษ

- Adam, Sam., Ellis. Leslie C. and Beeson B. F. **Teaching mathematics with Emphasis on the Diagnostic Approach.** New York : Harper & Row, 1977.
- Anderson, Kenneth B. and Pingry, R. E. Problem-solving in Mathematics. **The Learning of Mathematics ; Its Theory and Practice,** Washingt D.C. : The National Council of Teacher of Mathematics, 1973.
- Ashlock, Lobert B. and others. **Guiding Each Child's Learning of Mathematics.** Ohio : Bell & Howell, 1983.
- Baker, L. and Brown, A. L. Metacognition Skill and Reading in P.D. Pearson(ed.), **Handbook of Reading Research.** New York : Longman, 1984 : 353-394.
- Baroody, Arthur J. **Children's Mathematical Thinking.** New York : Teacher College Press, 1987.
- Bernadette, Berardi-Coletta, Linda, S. Buyer, Roger, L. Dominowski and Elizabeth, R. Rellinger. Metacognition and Problem Solving : A Process-Oriented Approach. **Journal of Experimental Psychology : Learning, Memory and Cognition** 21(1), 1995 : 205-223.
- Beyer, Barry K. **Practical Strategies for Teaching of Thinking.** Boston : Allyn and Bacon, 1987.
- Coltharp, Hazel Isabelle Kent. The Effect of Metacognitive Strategies upon Mathematical Problem Solving Ability (Problem-Solving). Doctoral Dissertation, University of Missouri-Kansas City, 1990. **Dissertation Abstracts International** 51/05 (1990) : 1491A.
- Cronbach, Lee J. **Essentials of Phychological Testing 3rd ed.** New York : Harper and Row Publisher Co., 1970
- Costa, Arthur L. Mediating the Metacognition. **Education Leadership** 42 (November 1984) : 57-62.
- Cross, David R. and Paris, Scott G. Developmental and Instruction Analysis of Children's Metacognition and Reading Comprehension. **Journal of Educational Psychology** 80 (June 1988) : 131-142.

- Cruikshank, Douglas E. and Sheffield, Linda Jensen. **Teaching and Learning Elementary and Middle School Mathematics**. New York : Macmillan Publishing Company, 1992.
- Davidson, Janet E., Deuser, R. and Sternberg, Robert J. **The Role of Metacognition in Problem Solving**. In Janet Metcalfe and Auther P. Shimamura (eds.) *Metacognition*, Massachusetts : The MIT Press, 1994 : 207-226.
- Derry, S. J. and Murphy, D. A. Designing Systems that Train Learning ability : From Theory to Practice. **Review of Educational Research** 56(1), 1986 : 1-39.
- Eyler, Edward C. The Effect of Metacognition on Mathematics Problem Solving. Doctoral Dissertation, The Pennsylvania State University, 1989. **Dissertation Abstracts International** 50/70 (1990) : 1971A.
- Fehr, Howard F., Phillips, Mckeeby Jo. **Teaching Modern Mathematics in The Elementary School**. Reading Mass : Addison Wesley, 1972.
- Flavell, John H. **Cognitive Development**. New Jersey : Prentice-Hall, Inc., 1985.
- _____. Metacognition and Cognitive Monitoring : A New Area of Cognitive Developmental Inquiry. **American Psychologist** 34 (1979) : 906-911.
- Flieschner. J. E., Nuzum, M. B. and Marzola, E. S. "Dividing and Instructional Program to Teach Arithmetics Problem-Solving Skill to Students with Learning Disabilities." **Journal of Learning Disabilities** 20(4), 1987 : 214-217.
- Garofolo, Joe and Lester, Frank K. Metacognition, Cognitive Monitoring, and Mathematical Performance. **Journal of Educational Research** 16(3), 1985 : 163-176.
- Guernon, V. E. The Effect of Teaching Heuristics within Context Solving Performance of Eight-General Mathematics Students. **Dissertation Abstracts International** 50 (1988) : 2768A.
- Hall, Lori Elezabeth. Metacognitive Behaviours and Mathematical Problem-Solving : A Study of Grade 9 Students with Learning Problem. **Masters Abstracts International**, York University(Canada) 30/03, 1990 : 446.
- Hatfield, Mary M., Edwards, Nancy T. and Bitter Gary G. **Mathematics Methods for the Elementary and Middle School**. Boston : A Division of Simon & Schuster, 1993.

- Heimer, Ralph T, and Trueblood, Cecil R. *Strategies for Teaching Children. Mathematics*, Reading Mass : Addison Wesley, 1977.
- Krulik, Stephen and Reys, Robert E. *Problem Solving in School Mathematics*. Washing D.C. The National Council of Teacher of Mathematics, 1980.
- LeBlance, John F. You Can Teach Problem Solving. *Arithmetic Teacher* 25 (November 1977) 16-20.
- Loper, A. B. Metacognition Training to Correct Academic Deficiency. *Topics in Learning and Learning Disabilities* 2(1), 1982 : 61-68.
- Montague, Marjorie. The Effect of Cognitive and Metacognitive Strategy Instruction on The Mathematical Problem Solving of Middle School Student with Learning Disabilities. *Journal of Learning Disabilities* 25 (4) 1992 : 231-243.
- O'Malley, Michael J., Manzanares, Anna Uhl, Russo, Gloria Stewner, Russo, Rucco R. and Kupper L. learning Strategy Application with Students of English as a Second Language. *TESOL Quarterly* 19(September 1985 : 557-577.
- Osman, M. E. and Hannafin, M. J. Metacognition Research and Theory : Analysis and Implications for Instructional Design. *Educational Technology Research and Development* 40(2), 1992 : 83-99.
- Paris, S. F., Lipson, M. Y. and Wixson, K. K. Becoming a Strategies Reader. *Contemporary Educational Psychology* 8, 1983 : 293-316.
- Polya, George. *How to solve it*. New Jersey : Princeton University Press, 1973.
- Schoenfeld, Alan H. Metacognition and Epistemological Issues in Mathematical Understanding. in E.A. Silver(ed.), *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving : Research Perspectives*, pp. 366-374. New Jersey : Erlbaum and Associates, 1985.
- Slife, Brent D., Weiss, Jane and Bell, Thomas. Separability of Metacognition and Cognition : Problem Solving in Learning Disabled and Regular Students. *Journal of Educational Psychology* 77(4), 1985 : 437-445.
- Swanson, Lee H. Influence of metacognitive knowledge and aptitude on problem solving. *Journal of Education Psychology* 82(2), 1990 : 306-314.

Wambach-Schmidt and Marie, Cecelia. An Instructional Model of Mathematical Problem Solving/Metacognition Derived from Sixth Grader' Solution to Non-Routine Problem. Doctoral Dissertation, Fordham University, 1987. **Dissertation Abstracts International** 48/09 (1988) : 2269A.

Wang, J. T. A comparative study of metacognitive behaviors in mathematical problem solving between gifted and average sixth-grade students in Taiwan, The republic of China. **Dissertation Abstracts International** 50(1990) : 3206A.

Yotis, Catherine and Hosticka, Alice. "Promoting The Transition to Formal Thought Through The Development of Problem Solving Skills in Meddle School Mathematics and Science Curriculum". **School Science and Mathematics** 80 (November 1980) : 557-565.



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ก

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

ตรวจสอบแผนการสอนแก้ไขภัยปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอนนิชั่น

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทองหล่อ วงษ์อินทร์
ภาควิชาจิตวิทยาและการแนะแนว คณะครุศาสตร์
สถาบันราชภัฏเพชรบุรีวิทยาการรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์
2. อาจารย์ ดร.สมจิตร ทรัพย์อัประไมย
อาจารย์ใหญ่ โรงเรียนอัสสัมชัญศึกษา เขตบางรัก กรุงเทพมหานคร

ตรวจสอบแบบสอวัตความสามารถในการแก้ไขภัยปัญหาคณิตศาสตร์

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สุนันทา เอกเวชวิท
อาจารย์หมวดวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
2. อาจารย์ สมชาย เกตุขาว
อาจารย์ 3 หัวหน้าหมวดวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนบ้านไร่พิทยาคม
กรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ
3. อาจารย์ นัยนา เรืองวานิช
อาจารย์หมวดวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนศรีสำโรงชนูปถัมภ์
กรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ข

หนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ที่ ทม ๐๓๐๒/(๒๓๐๔)/๕๓๖

ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปทุมวัน
กทม. ๑๐๓๓๐

๒๕ ธันวาคม ๒๕๕๒

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิ

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สุนันทา เอกเวชวิท

สิ่งที่ส่งมาด้วย แบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จำนวน ๑ ฉบับ

ด้วย นายจรุง ขำพงศ์ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ กำลังดำเนินการวิจัยเพื่อเสนอวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลของการใช้กลวิธีเมตาคognition ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒” โดยมี รองศาสตราจารย์ พร้อมพรรณ อุดมสิน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบแบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ที่นิสิตสร้างขึ้น

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านได้โปรดพิจารณาตรวจสอบแบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการ และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้ด้วย

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.จันทรเพ็ญ เชื้อพานิช)

หัวหน้าภาควิชามัธยมศึกษา

ภาควิชามัธยมศึกษา

โทร./โทรสาร (๐๒) ๒๑๘๒๖๒๕



ที่ ทม ๐๓๐๒/(๒๗๐๔)/๕๓๗

ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปทุมวัน
กทม. ๑๐๓๓๐

๒๕ ธันวาคม ๒๕๕๒

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิ

เรียน อาจารย์กาญจนา เรืองวานิช

สิ่งที่ส่งมาด้วย แบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จำนวน ๑ ฉบับ

ด้วย นายจรงค์ ขำพงศ์ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ กำลังดำเนินการวิจัยเพื่อเสนอวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลของการใช้กลวิธีเมตาคognition ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒” โดยมี รองศาสตราจารย์พร้อมพรรณ อุดมสิน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบแบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ที่นิสิตสร้างขึ้น

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านได้โปรดพิจารณาตรวจสอบแบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการ และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้ด้วย

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.จันทร์เพ็ญ เชื้อพานิช)

หัวหน้าภาควิชามัธยมศึกษา

ภาควิชามัธยมศึกษา

โทร./โทรสาร (๐๒) ๒๑๘๒๖๒๕



ที่ ทม ๐๓๐๒/(๒๕๖๔)/๕๕๐

ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปทุมวัน
กทม. ๑๐๓๓๐

๒๕ ธันวาคม ๒๕๕๒

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิ

เรียน อาจารย์สมชาย เกตุขาว

สิ่งที่ส่งมาด้วย แบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จำนวน ๑ ฉบับ

ด้วย นายจรุง ช่างรงค์ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ กำลังดำเนินการวิจัยเพื่อเสนอวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลของการใช้กลวิธีเมตาคognition ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒" โดยมี รองศาสตราจารย์พร้อมพรรณ อุดมสิน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบแบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ที่นิสิตสร้างขึ้น

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านได้โปรดพิจารณาตรวจสอบแบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการ และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้ด้วย

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.จันทร์เพ็ญ เชื้อพานิช)

หัวหน้าภาควิชามัธยมศึกษา

ภาควิชามัธยมศึกษา

โทร./โทรสาร (๐๒) ๒๑๘๒๖๒๕



ที่ ทม ๐๓๐๒/(๒๗๐๔)/๕๙๔

ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปทุมวัน
กทม. ๑๐๓๓๐

๒๕ ธันวาคม ๒๕๕๒

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิ

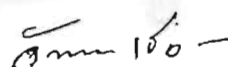
เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทองหล่อ วงษ์อินทร์

สิ่งที่ส่งมาด้วย แผนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน จำนวน ๓ แผน

ด้วย นายจรงค์ ขำพงศ์ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ กำลังดำเนินการวิจัยเพื่อเสนอวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลของการใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒” โดยมี รองศาสตราจารย์ พร้อมพรรณ อุดมสิน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบแผนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน ที่นิสิตสร้างขึ้น

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านได้โปรดพิจารณาตรวจสอบแผนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน ดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการ และขอขอบคุณในโอกาสนี้ด้วย

ขอแสดงความนับถือ



(รองศาสตราจารย์ ดร.จันท์เพ็ญ เชื้อพานิช)

หัวหน้าภาควิชามัธยมศึกษา

ภาควิชามัธยมศึกษา

โทร./โทรสาร (๐๒) ๒๑๘๒๖๒๕



ที่ ทม ๐๓๐๒/(๒๗๐๔)/๕๙๕

ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปทุมวัน
กทม. ๑๐๓๓๐

๒๕ ธันวาคม ๒๕๕๒

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิ

เรียน อาจารย์ ดร.สมจิตร์ ทรัพย์อัประไมย

สิ่งที่ส่งมาด้วย แผนการสอนการแก้ไข้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคognition จำนวน ๓ แผน

ด้วย นายจรงค์ ขำพงศ์ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ กำลังดำเนินการวิจัยเพื่อเสนอวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลของการใช้กลวิธีเมตาคognition ที่มีต่อความสามารถในการแก้ไข้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒” โดยมี รองศาสตราจารย์พร้อมพรรณ อุดมสิน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบแผนการสอนการแก้ไข้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคognition ที่นิสิตสร้างขึ้น

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านได้โปรดพิจารณาตรวจสอบแผนการสอนการแก้ไข้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคognition ดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการ และขอขอบคุณในโอกาสนี้ด้วย

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.จันท์เพ็ญ เชื้อพานิช)

หัวหน้าภาควิชามัธยมศึกษา

ภาควิชามัธยมศึกษา

โทร./โทรสาร (๐๒) ๒๑๘๒๖๒๕



ที่ ทม ๐๓๐๒/(๒๗๐๔)/๖๔๕

ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปทุมวัน
กทม. ๑๐๓๓๐

๒๕ มกราคม ๒๕๕๓

เรื่อง ขอความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสุวรรณคีรีอนันต์วิทยา

ด้วย นายจรุง ชำพงศ์ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาศาสตร์ กำลังดำเนินการวิจัยเพื่อเสนอวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลของการใช้กลวิธีเมตาคognition ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒" โดยมี รองศาสตราจารย์พร้อมพรรณ อุดมสิน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ นิสิตจำเป็นต้องขอทดลองใช้เครื่องมือในการวิจัย กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒ ซึ่งเป็นตัวอย่างประชากร

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านได้โปรดอนุญาตให้ นายจรุง ชำพงศ์ ได้ทำการทดลองใช้เครื่องมือวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไปและขอขอบคุณในโอกาสนี้ด้วย

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.จันทร์เพ็ญ เชื้อพานิช)

หัวหน้าภาควิชามัธยมศึกษา

ภาควิชามัธยมศึกษา

โทร./โทรสาร (๐๒) ๒๑๘๒๖๒๕

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ที่ ทม ๐๓๐๒/(๒๗๐๔)/๖๔๖

ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปทุมวัน
กทม. ๑๐๓๓๐

๒๕ มกราคม ๒๕๕๓

เรื่อง ขอความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสุโขทัยวิทยาคม

ด้วย นายจรุง ขำพงศ์ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ กำลังดำเนินการวิจัยเพื่อเสนอวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลของการใช้กลวิธีเมตาคognition ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒” โดยมี รองศาสตราจารย์พร้อมพรรณ อุดมสิน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้จึงจำเป็นต้องขอทดลองใช้เครื่องมือในการวิจัย กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒ ซึ่งเป็นตัวอย่างประชากร

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านได้โปรดอนุญาตให้ นายจรุง ขำพงศ์ ได้ทำการทดลองใช้เครื่องมือวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไปและขอขอบคุณมาในโอกาสนี้ด้วย

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.จันทรเพ็ญ เชื้อพานิช)

หัวหน้าภาควิชามัธยมศึกษา

ภาควิชามัธยมศึกษา

โทร./โทรสาร (๐๒) ๒๑๘๒๖๒๕

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ทม ๐๓๐๒/(๒๗๐๔)/๖๔๗



ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปทุมวัน
กทม. ๑๐๓๓๐

๒๕ มกราคม ๒๕๕๓

เรื่อง ขอความร่วมมือในวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนบ้านไร่พิทยาคม

ด้วย นายจรุง ขำพงศ์ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ กำลังดำเนินการวิจัยเพื่อเสนอวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลของการใช้กลวิธีเมตาคognition ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒" โดยมี รองศาสตราจารย์พร้อมพรรณ อุดมสิน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ นิสิตจำเป็นต้องขอทดลองในการวิจัยกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒ ซึ่งเป็นตัวอย่างประชากร

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านได้โปรดอนุญาตให้ นายจรุง ขำพงศ์ ได้ทำการทดลองในการวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไปและขอขอบคุณมาในโอกาสนี้ด้วย

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.จันท์เพ็ญ เชื้อพานิช)

หัวหน้าภาควิชามัธยมศึกษา

ภาควิชามัธยมศึกษา

โทร./โทรสาร (๐๒) ๒๑๘๒๖๒๕



ภาคผนวก ค

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างแผนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคognition

แผนการสอนที่ 1

วิชาคณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2

เรื่อง การแก้โจทย์สมการ โดยใช้สมบัติการเท่ากันของการบวก

จำนวน 1 คาบ

โดยใช้กลวิธีวางแผนการแก้โจทย์ปัญหา

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. แก้โจทย์สมการ โดยใช้สมบัติการเท่ากันของการบวกได้
2. ใช้กลวิธีวางแผนการแก้โจทย์ปัญหา ไปช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้

สาระสำคัญ

การแก้โจทย์สมการ โดยใช้สมบัติการเท่ากันของการบวก โดยใช้กลวิธีวางแผนการแก้โจทย์ปัญหา เป็นการทำความเข้าใจข้อมูลหรือเงื่อนไขในโจทย์ปัญหา พิจารณาหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา กับประสบการณ์เดิมของผู้แก้โจทย์ปัญหา มากำหนดว่าจะแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีใดและอย่างไร ก่อนที่ทำการแก้โจทย์ปัญหา

เนื้อหา

การแก้โจทย์สมการ โดยใช้สมบัติการเท่ากันของการบวก เป็นการสร้างสมการจากข้อมูลที่โจทย์ปัญหากำหนด เพื่อนำไปใช้ในการแก้โจทย์สมการโดยใช้สมบัติการเท่ากันของการบวก เพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ

ตัวอย่างที่ 1 : พ่อนำเงินจำนวนหนึ่งมารวมกับเงิน 85 บาทของแม่ แล้วแบ่งให้ลูก 5 คน ทำให้ลูกได้รับเงินคนละ 20 บาท จงหาจำนวนเงินที่พ่อนำมาสมทบ

วิธีแก้	ให้จำนวนเงินที่พ่อนำมาสมทบ	X	บาท
	จำนวนเงินของพ่อกับแม่รวมกัน	X + 85	บาท
	แบ่งให้ลูกห้าคนได้คนละ	20	บาท
	ลูกทั้ง 5 คนได้รับเงินรวมกัน	20 x 5 = 100	บาท
	จำนวนเงินของพ่อกับแม่รวมกัน เท่ากับ จำนวนเงินที่ลูกทั้ง 5 คนได้รับ		
	ดังนั้น สมการที่ได้คือ	X + 85 = 100	
	ใช้สมบัติการเท่ากันของการบวก โดยนำ -85 ไปบวกทั้งสองข้างของสมการ		

(หรือนำ 85 ไปลบทั้งสองข้างของสมการ)

$$\text{จะได้} \quad X + 85 - 85 = 100 - 85$$

$$X = 15$$

$$\text{นั่นคือ จำนวนเงินที่พ่อนำมาสมทบ} = 15 \quad \text{บาท}$$

ตอบ พ่อนำเงินมาสมทบ 15 บาท

ตัวอย่างที่ 2 : ผลต่างระหว่างจำนวนปลาที่ ก และ ข จับได้ มากกว่าผลต่างระหว่างจำนวนปลาของ ข และ ค อยู่ 10 ตัว ถ้า ข จับปลาได้ 74 ตัว และ ค จับปลาได้ 50 ตัว และ ก จับปลาได้มากกว่า ข จงหาจำนวนปลาที่ ก จับได้

$$\text{วิธีทำ} \quad \text{ให้ ก จับปลาได้} \quad X \quad \text{ตัว}$$

$$\text{ข จับปลาได้} \quad 74 \quad \text{ตัว}$$

$$\text{ผลต่างระหว่างจำนวนปลาที่ ก และ ข} = X - 74$$

$$\text{ค จับปลาได้} \quad 50 \quad \text{ตัว}$$

$$\text{ผลต่างระหว่างจำนวนปลาของ ข และ ค} = 74 - 50 = 24 \quad \text{ตัว}$$

$$\text{ผลต่างระหว่างจำนวนปลาของ ก และ ข มากกว่า ของ ข และ ค อยู่ 10 ตัว}$$

$$\text{ดังนั้น สมการที่ได้คือ} \quad (X - 74) - 24 = 10$$

$$X - 74 - 24 = 10$$

$$X - 98 = 10$$

ใช้สมบัติการเท่ากันของการบวก โดยนำ 98 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้} \quad X - 98 + 98 = 10 + 98$$

$$X = 108$$

$$\text{นั่นคือ ก จับปลาได้} = 108 \quad \text{ตัว}$$

ตอบ ก จับปลาได้ 108 ตัว

โจทย์แบบฝึกหัด

- อีก 3 ปีข้างหน้า จอห์นนี่จะมีอายุเป็น 2 เท่าของ อนัน ถ้าปัจจุบัน อนันอายุ 9 ปี จงหาว่าปัจจุบันจอห์นนี่มีอายุเท่าไร
- ครู ซื้อแอปเปิลมา 1 กล่อง เพื่อแบ่งให้นักเรียน 35 คน ปรากฏว่าแบ่งได้ไม่เท่ากัน จึงไปซื้อเพิ่มอีก 15 ผล เมื่อแบ่งแล้วนักเรียนได้รับ คนละ 3 ผล จงหาจำนวนแอปเปิล 1 กล่อง

โจทย์การบ้าน

1. ลีในเดือนนี้ สัญญา มียอดขายรองเท้าได้ 206 คู่ โดยขายรองเท้าสตรี ได้มากกว่า รองเท้าบุรุษ 50 คู่ สัญญาขายรองเท้าบุรุษและรองเท้าสตรี ได้อย่างละเท่าไร

2. บุษกร สอบเก็บคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ 3 ครั้ง ครั้งละ 30 คะแนน โดยคะแนนรวมสองครั้งแรก น้อยกว่า คะแนนรวมสองครั้งหลัง อยู่ 5 คะแนน ถ้า ครั้งแรกสอบได้ 24 คะแนน และครั้งที่สองสอบได้ 28 คะแนน จงหาคะแนนรวมที่บุษกรสอบได้

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. แถบประโยคโจทย์ตัวอย่าง
2. แบบบันทึกกลวิธีการวางแผนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูให้นักเรียนทบทวนการแก้สมการ โดยใช้สมบัติการเท่ากันของการบวก โดยให้นักเรียนช่วยกันแสดงวิธีแก้สมการจากโจทย์ที่ครูกำหนดให้ จำนวน 2 ข้อ โดยครูเขียนวิธีทำของนักเรียนบนกระดานดำ ดังนี้

$$(1) \text{ จงแก้สมการ } X - 18 = 7$$

วิธีทำ จาก $X - 18 = 7$

นำ 18 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } X - 18 + 18 = 7 + 18$$

$$\text{นั่นคือ } X = 25$$

$$(2) \text{ จงแก้สมการ } 35 = 3 + X$$

วิธีทำ จาก $35 = 3 + X$

นำ -3 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ (หรือ นำ 3 มาลบทั้งสองข้างของสมการ)

$$\text{จะได้ } 35 - 3 = 3 + X - 3$$

$$\text{นั่นคือ } 32 = X \text{ หรือ } X = 32$$

ขั้นสอน

1. ครูใช้วิธีการถามตอบนักเรียนจนสรุปได้ว่า ก่อนที่ทำการแก้ไข้ปัญหา เราจะพยายามทำความเข้าใจข้อมูลหรือเงื่อนไขในโจทย์ปัญหา พิจารณาหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ให้หา กับประสบการณ์เดิมของผู้แก้ไข้ปัญหา มากำหนดว่าจะแก้ไข้ปัญหาด้วยวิธีใดและอย่างไร

2. ครูคิดแถบประโยค โจทย์ตัวอย่างข้อ 1 “พ่อนำเงินจำนวนหนึ่งมารวมกับเงิน 85 บาทของแม่ แล้วแบ่งให้ลูก 5 คน ทำให้ลูกได้รับเงินคนละ 20 บาท จงหาจำนวนเงินที่พ่อนำมาสมทบ”

ให้นักเรียนอ่านโจทย์เพื่อทำความเข้าใจปัญหานั้น ถ้าไม่เข้าใจให้อ่านอีกครั้ง แล้วใช้วิธีถามตอบเพื่อให้นักเรียนวางแผนแก้ไข้ปัญหา โดยครูเขียนขั้นตอนและคำตอบของนักเรียนบนกระดานดำ ดังนี้

1) กำหนดเป้าหมายของการแก้ไข้ปัญหา

(1) สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาอะไร (ครูใช้ซอล์กสีเหลือง วงรอบสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา)

- จำนวนเงินที่พ่อนำมารวมแม่

(2) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ (ครูใช้ซอล์กสีน้ำเงินขีดเส้นใต้ในโจทย์ปัญหา)

- พ่อนำเงินจำนวนหนึ่งมารวมกับเงิน 85 บาทของแม่

- แบ่งให้ลูก 5 คน ได้คนละ 20 บาท

(3) บอกข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับในการแก้ไข้ปัญหา

- พ่อนำเงินจำนวนหนึ่งมารวมกับเงิน 85 บาทของแม่

- แบ่งให้ลูก 5 คน ได้คนละ 20 บาท

- จำนวนเงินที่พ่อนำมาสมทบ

2) เลือกวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ไข้ปัญหา

- วิธีการที่ใช้ คือ การแก้ไข้ปัญหาโดยใช้สมการ ซึ่งมีขั้นตอน ดังนี้

1. กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หา หรือสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา

2. เปลี่ยนประโยคภาษาในโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์และเขียนสมการ

3. แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ

3) คาดเดาอุปสรรค ข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้น และวิธีแก้ไข

- การกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หา ต้องพิจารณาว่าจะกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หา หรือสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หาที่สามารถนำไปสู่การแก้ไข้ปัญหาในข้อนั้นได้

- การเขียนสมการ ต้องเขียนสมการตามเงื่อนไขที่กำหนดในโจทย์ปัญหา

- ใช้สมบัติการเท่ากันของการบวกต้องกระทำกับทั้งสองข้างของสมการ
- การคิดคำนวณ ต้องระวังเครื่องหมายบวก ลบ คูณ และหารให้ถูกต้อง

4) ประมาณคำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

- เงินที่พ่อนำมารวมกับแม่จะน้อยกว่าเงินที่แม่มีอยู่ คือน้อยกว่า 85 บาท

3. ครูให้นักเรียนช่วยกันแก้โจทย์สมการ โดยใช้สมบัติการเท่ากันของการบวกจากโจทย์ตัวอย่างข้อ 1 ภายใต้คำแนะนำของครู ดังนี้

1) กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หา หรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา

- ให้จำนวนเงินที่พ่อนำมาสมทบ X บาท

2) เปลี่ยนประโยคภาษาในโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ และเขียนสมการ

- จำนวนเงินของพ่อกับแม่รวมกัน $X + 85$ บาท
- แบ่งให้ลูกห้าคนได้คนละ 20 บาท
- ลูกทั้ง 5 คนได้รับเงินรวมกัน $20 \times 5 = 100$ บาท

จำนวนเงินของพ่อกับแม่รวมกัน = จำนวนเงินที่ลูกทั้ง 5 คนได้รับ

ดังนั้น สมการที่ได้คือ $X + 85 = 100$

3) แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ

- จากสมการ $X + 85 = 100$

ใช้สมบัติการเท่ากันของการบวก โดยนำ -85 ไปบวกทั้งสองข้างของสมการ
(หรือนำ 85 ไปลบทั้งสองข้างของสมการ)

จะได้ $X + 85 - 85 = 100 - 85$

$$X = 15$$

นั่นคือ พ่อนำเงินมาสมทบ 15 บาท

4. ครูติดแถบประโยคโจทย์ตัวอย่างข้อ 2 “ผลต่างระหว่างจำนวนปลาที่ ก และ ข จับได้ มากกว่าผลต่างระหว่างจำนวนปลาของ ข และ ค อยู่ 10 ตัว ถ้า ข จับปลาได้ 74 ตัว และ ค จับปลาได้ 50 ตัว และ ก จับปลาได้มากกว่า ข จงหาจำนวนปลาที่ ก จับได้”

ให้นักเรียนช่วยกันวางแผนแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้การถามตอบและครูเขียนคำตอบของนักเรียนบนแถบประโยค ดังนี้

1) กำหนดเป้าหมายการแก้ไข้ปัญหา

(1) สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา

- จำนวนปลาที่ ก จับได้

(2) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

- ข้อมูล : ข จับปลาได้ 74 ตัว, ค จับปลาได้ 50 ตัว

- เงื่อนไข : ก จับปลาได้มากกว่า ข, ผลต่างระหว่างจำนวนปลาที่ ก และ ข จับได้ มากกว่าผลต่างระหว่างจำนวนปลาของ ข และ ค อยู่ 10 ตัว

(3) ข้อมูลอื่นที่เกี่ยวข้องในการแก้ไข้ปัญหา

- ข จับปลาได้ 74 ตัว

- ก จับปลาได้มากกว่า ข

- ค จับปลาได้ 50 ตัว

- ผลต่างระหว่างจำนวนปลาที่ ก และ ข จับได้ มากกว่าผลต่างระหว่างจำนวนปลาของ ข และ ค อยู่ 10 ตัว

2) เลือกวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ไข้ปัญหา

- วิธีการที่ใช้ คือ การแก้ไข้ปัญหาโดยใช้สมการ ซึ่งมีขั้นตอน ดังนี้

1. กำหนดตัวแปรแทนสิ่งทีโจทย์ให้หา หรือสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งทีโจทย์ให้หา

2. เปลี่ยนประโยคภาษาในโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์และเขียนสมการ

3. แก้สมการเพื่อหาคำตอบทีโจทย์ต้องการ

3) คาดเดาอุปสรรค ข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้น และวิธีแก้ไข

- การกำหนดตัวแปรแทนสิ่งทีโจทย์ให้หา ต้องพิจารณาว่าจะกำหนดตัวแปรแทนสิ่งทีโจทย์ให้หา หรือสิ่งทีเกี่ยวข้องกับสิ่งทีโจทย์ให้หาที่สามารถนำไปสู่การแก้ไข้ปัญหาในข้อนั้นได้

- การเขียนสมการ ต้องเขียนสมการตามเงื่อนไขทีกำหนดในโจทย์ปัญหา

- การใช้สมบัติการเท่ากันในการแก้ไข้ปัญหา ต้องใช้สมบัติการเท่ากันโดยกระทำกับทั้งสองข้างของสมการ

- การคิดคำนวณ เครื่องหมายบวก ลบ คูณ และหารให้ถูกต้อง

4) ประมาณคำตอบหรือผลลัพธ์ทีต้องการ

- หน่วยของคำตอบต้องมีหน่วยเป็นตัว และ นาย ก จับปลาได้มากกว่า 74 ตัว

5. ให้นักเรียนช่วยกันแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้การถามตอบและครูเขียนคำตอบของนักเรียนบนกระดานดำ ดังนี้

1) กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หา หรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา

- ให้ ก จับปลาได้ X ปี

2) เปลี่ยนประโยคภาษาในโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ และเขียนสมการ

- ข จับปลาได้ 74 ตัว

ผลต่างระหว่างจำนวนปลาที่ ก และ ข $= X - 74$

ค จับปลาได้ 50 ตัว

ผลต่างระหว่างจำนวนปลาของ ข และ ค $= 74 - 50 = 24$ ตัว

ผลต่างระหว่างจำนวนปลาของ ก และ ข มากกว่าผลต่างระหว่าง ข และ ค อยู่ 10 ตัว

ดังนั้น สมการที่ได้คือ $(X - 74) - 24 = 10$

$$X + 85 = 100$$

3) แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ

- จากสมการ $X + 85 = 100$

$$X - 74 - 24 = 10$$

$$X - 98 = 10$$

ใช้สมบัติการเท่ากันของการบวก โดยนำ 98 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $X - 98 + 98 = 10 + 98$

$$X = 108$$

นั่นคือ ก จับปลาได้ 108 ตัว

6. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุป ถึงขั้นตอนของการวางแผนการแก้โจทย์ปัญหา ไปใช้ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการ จนสรุปได้ว่า วางแผนแก้โจทย์ปัญหาประกอบด้วย

1) กำหนดเป้าหมายการแก้โจทย์ปัญหา

(1) บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา

(2) บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

(3) บอกข้อมูลอื่นที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหา

- (4) บอกข้อมูลหรือเงื่อนไขในการแก้ไข้ปัญหา
 - 2) เลือกวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ไข้ปัญหา
 - 3) คาดเดาอุปสรรคและข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้น และวิธีแก้ไข้
 - 4) ประมาณคำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ
7. ครูแจกแบบบันทึกกลวิธีการวางแผนการแก้ไข้ปัญหา ที่มีส่วนที่ 1 เป็นโจทย์แบบฝึกหัดข้อ 1, 2 ให้นักเรียนทุกคน แล้วให้นักเรียนจับคู่กันวางแผนการแก้ไข้ปัญหา และแก้ไข้ปัญหาลงในแบบบันทึก
8. เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วครูให้นักเรียนมาเฉลยแบบฝึกหัดบนกระดานดำ ครูทำการตรวจ แก้ไข และให้นักเรียนแก้ไข้แบบบันทึกด้วยตนเอง

ขั้นสรุป

1. ครูให้นักเรียนบอกถึงผลของการใช้กลวิธีการวางแผนแก้ไข้ปัญหา ที่มีต่อการแก้ไข้ปัญหา ของนักเรียน
2. ครูแจกแบบบันทึกกลวิธีการวางแผนการแก้ไข้ปัญหา ที่มีส่วนที่ 1 เป็นโจทย์การบ้านข้อ 1, 2 ให้นักเรียนทุกคน แล้วให้นักเรียนนำกลวิธีการวางแผนการแก้ไข้ปัญหาไปช่วยในการแก้ไข้ปัญหา และแสดงวิธีทำลงในแบบบันทึกเป็นการบ้าน

การวัดและประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน
2. สังเกตจากการเข้าร่วมกิจกรรมของนักเรียน
3. ตรวจสอบบันทึกกลวิธีการวางแผนแก้ไข้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนเป็นรายบุคคล

แบบบันทึกกลวิธีการวางแผนแก้ไข้ปัญหากรณีศาสตร์

2. ครู ซื่อแอปเปิลมา 1 กล้อง เพื่อแบ่งให้นักเรียน 35 คน ปรากฏว่าแบ่งได้ไม่เท่ากัน จึงไปซื้ออีกเพิ่มอีก 15 ผล เมื่อแบ่งแล้วนักเรียนได้รับคนละ 3 ผล จงหาจำนวนแอปเปิล 1 กล้อง

วางแผนแก้ไข้ปัญหา	แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ	กระดานหัดเลข
<p>1.กำหนดเป้าหมายการแก้ไข้ปัญหา</p> <p>1) ครอบสิ่งที้อยต้องการให้หา ใน้อยปัญหา</p> <p>2) ขีดเส้นใต้สิ่งที้อยกำหนดให้ ใน้อยปัญหา</p> <p>3) ข้อมูลที้อยข้องกับ้อยปัญหา</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
<p>2.เลือกวิธีการหรือขั้นตอนในการแก้ไข้ปัญหา</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
<p>3.วาดภาพอุปสรรค ข้อผิดพลาดที้อยเกิดขึ้นและวิธีแก้ไข</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
<p>4.ประมาณค่าตอบหรือผลลัพธ์ที้อยต้องการ</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>

แบบบันทึกกลวิธีการวางแผนแก้ไขปัญหาคณิตศาสตร์

1. สิ้นเดือนนี้ สัญญา มียอดขายรองเท้าได้ 206 คู่ โดยขายรองเท้าสตรี ได้มากกว่า รองเท้าบุรุษ 50 คู่ สัญญารายรองเท้าบุรุษและรองเท้าสตรี ได้อย่างละเท่าไร

วางแผนแก้ไขปัญห	แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ	กระดาษหัดเลข
<p>1.กำหนดเป้าหมายการแก้ไขปัญห</p> <p>1) วงรอบสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา ในโจทย์ปัญหา</p> <p>2) ชัดเส้นใต้สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ในโจทย์ปัญหา</p> <p>3) ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหา</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	
<p>2.เลือกวิธีการหรือขั้นตอนในการแก้ไขปัญห</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	
<p>3.คาดเดาอุปสรรค ข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นและวิธีแก้ไข</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	
<p>4.ประมาณคำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p>	

แผนการสอนที่ 2

วิชาคณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2

เรื่อง การแก้โจทย์สมการ โดยใช้สมบัติการเท่ากันของการคูณ

จำนวน 1 คาบ

โดยใช้กลวิธีการแก้โจทย์ปัญหา

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. แก้โจทย์สมการ โดยใช้สมบัติการเท่ากันของการคูณได้
2. ใช้กลวิธีการแก้โจทย์ปัญหา ไปช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้

สาระสำคัญ

การแก้โจทย์สมการ โดยใช้สมบัติการเท่ากันของการคูณ โดยใช้กลวิธีการแก้โจทย์ปัญหา เป็นการควบคุมและตรวจสอบวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา ไปพร้อมกับการแก้โจทย์ปัญหา ประกอบด้วย กำกับเป้าหมายการแก้โจทย์ปัญหา กำกับวิธีและขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา รู้ว่าแก้ปัญหานั้น เป้าหมายย่อยได้สำเร็จ ตัดสินใจเลือกวิธีการหรือขั้นตอนต่อไปอย่างเหมาะสม รู้ข้อผิดพลาด อุปสรรคที่เกิดขึ้น และรู้วิธีการแก้ไขข้อผิดพลาดและอุปสรรคที่เกิดขึ้น

เนื้อหา

การแก้โจทย์สมการ โดยใช้สมบัติการเท่ากันของการคูณ เป็นการสร้างสมการจากข้อมูลที่โจทย์ปัญหากำหนด โดยกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา เปลี่ยนประโยคภาษาในโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์และเขียนสมการ แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ โดยใช้สมบัติการเท่ากันของการคูณ

ตัวอย่างที่ 1 : พ่อมีเงินอยู่จำนวนหนึ่งแบ่งให้ลูกคนโตไป $\frac{2}{5}$ ของจำนวนเงินที่มีอยู่และแบ่งให้ลูกคนเล็กอีก $\frac{1}{5}$ ของเงินที่มีอยู่ ปรากฏว่าเงินที่ลูกทั้งสองคนได้รับรวมกันเป็นเงิน 600 บาท จงหาว่าลูกคนโตและลูกคนเล็กมีเงินคนละเท่าใด

วิธีทำ	ให้พ่อมีเงิน	X	บาท
	ลูกคนโตได้รับเงิน	$\frac{2}{5} X$	บาท
	ลูกคนเล็กได้รับเงิน	$\frac{1}{5} X$	บาท
	ทั้งสองคนได้เงินรวมกัน	600	บาท
	จะได้สมการ	$\frac{2}{5} X + \frac{1}{5} X = 600$	

$$(2/5 + 1/5)X = 600$$

$$3/5X = 600$$

ใช้สมบัติการเท่ากันของการคูณ โดยนำ 5 ไปคูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $5 \times 3/5X = 5 \times 600$

นำ 3 ไปหารทั้งสองข้างของสมการ (หรือ นำ $1/3$ ไปคูณทั้งสองข้างของสมการ)

จะได้ $3X/3 = 3,000/3$

$$X = 1,000$$

นั่นคือ เดิมพ่อมีเงิน 1,000 บาท

ตอบ เดิมพ่อมีเงิน 1,000 บาท

ตัวอย่างที่ 2 : วรุม ได้รับเงินค่าใช้จ่ายประจำเดือนเดือนละ 1,200 บาท เขาแบ่งเงินเป็นค่าอุปกรณ์การเรียนคิดเป็น 2 ของค่าขนม แบ่งเป็นค่าอาหารกลางวันเท่ากับค่าอุปกรณ์การเรียนและ ค่าขนมรวมกัน จงหาส่วนแบ่งของเงินทั้งหมดของเขา

วิธีทำ ให้เขาแบ่งเงินเป็นค่าขนม X บาท

ดังนั้น แบ่งเงินค่าอุปกรณ์การเรียน 2X บาท

แบ่งเงินค่าอาหารกลางวัน $X + 2X = 3X$ บาท

เงินค่าใช้จ่ายประจำเดือนเดือนละ 1,200 บาท

ดังนั้น สมการที่ได้คือ $X + 2X + 3X = 1,200$

จะได้ $6X = 1,200$

ใช้สมบัติการเท่ากันของการคูณ โดยนำ $1/6$ ไปคูณทั้งสองข้างของสมการได้ (หรือ นำ 6 ไปหารทั้งสองข้างของสมการ)

จะได้ $1/6 \times 6X = 1/6 \times 1,200$

$$X = 200$$

นั่นคือ แบ่งเป็นเงินค่าขนม 200 บาท

แบ่งเป็นค่าอุปกรณ์การเรียน $2 \times 200 = 400$ บาท

แบ่งเป็นค่าอาหารกลางวัน $3 \times 200 = 600$ บาท

ตอบ แบ่งเป็นค่าขนม 200 บาท อุปกรณ์การเรียน 400 บาท อาหารกลางวัน 600 บาท

โจทย์แบบฝึกหัด

1. ก้นทิมมาหนักเป็นสามเท่าของ ชนิษฐา ถ้า ก้นทิมมาหนัก 156 กิโลกรัม อยากทราบว่า ชนิษฐามีน้ำหนักเบาเท่า ก้นทิมมาก็กี่โลกรัม
2. ครูมีสมุดอยู่จำนวนหนึ่ง แจกให้นักเรียนเนื่องในวันปีใหม่ $\frac{3}{5}$ ของจำนวนสมุดที่มีอยู่ ปรากฏว่าเหลือสมุด 60 เล่ม เดิมครูมีสมุดกี่เล่ม

โจทย์การบ้าน

1. ถ้า ศรธรรม ทำงานเพิ่มวันละครึ่งชั่วโมง เขาจะได้เงินเพิ่มขึ้น 5% ของเงินเดือนที่เขาได้รับคิดเป็นเงิน 250 บาท จงหาว่าเขาได้รับเงินเดือนเดือนละเท่าไร
2. มานะ ต้องการขุดสระสี่เหลี่ยมปลามีปริมาตร 3,600 ลูกบาศก์เมตร โดยมีพื้นที่ก้นสระเป็น 900 ตารางเมตร จงหาว่าเขาต้องขุดสระให้มีความลึกเท่าไร ถ้าปริมาตรของสระน้ำ เท่ากับพื้นที่ของก้นสระคูณด้วยความลึกของสระ

สื่อการเรียนการสอน

1. แถบประโยคโจทย์ตัวอย่าง
2. แบบบันทึกกลวิธีการกำกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำ

1. ครูให้นักเรียนทบทวนการแก้สมการ โดยใช้สมบัติการเท่ากันของการคูณ โดยให้นักเรียนช่วยกันแสดงวิธีแก้สมการจากโจทย์ที่ครูกำหนดให้ จำนวน 2 ข้อ โดยครูเขียนวิธีคิดของนักเรียนบนกระดานดำ ดังนี้

$$(1) \text{ จงแก้สมการ } 7X = 63$$

$$\text{วิธีทำ} \quad \text{จาก} \quad 7X = 63$$

นำ $\frac{1}{7}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ (หรือ นำ 7 มาหารทั้งสองข้างของสมการ)

$$\text{จะได้} \quad 7X/7 = 63/7$$

$$\text{นั่นคือ} \quad X = 9$$

$$(2) \text{ จงแก้สมการ } 5/8 X = 30$$

$$\text{วิธีทำ} \quad \text{จาก} \quad 5/8 X = 30$$

นำ 8 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้} \quad 8 \times 5/8 X = 8 \times 30$$

$$5X = 240$$

นำ 5 มาหารทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } 5X/5 = 240/5$$

$$\text{นั่นคือ } X = 48$$

$$\text{หรือ จาก } 5/8 X = 30$$

นำ 8/5 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } 8/5 \times 5/8 X = 8/5 \times 30$$

$$\text{นั่นคือ } X = 48$$

ขั้นสอน

1. ครูอธิบายให้นักเรียนทราบว่า ในคาบนี้เราจะมาเรียนรู้วิธีการที่จะช่วยให้การแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนดีขึ้น เป็นวิธีการที่จะช่วยควบคุมและตรวจสอบการคิดในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน โดยในขณะทำการแก้โจทย์ปัญหาในขั้นตอนย่อย ก็จะหยุดเป็นช่วงๆ เพื่อถามและตรวจสอบตนเอง จนกระทั่งแก้โจทย์ปัญหาได้สำเร็จ ด้วยคำถาม 5 ประการ ดังนี้

1. “เป้าหมายการแก้โจทย์ปัญหาคืออะไร”
2. “แก้โจทย์ปัญหานั้นสำเร็จแล้วใช่หรือไม่”
3. “จะแก้โจทย์ปัญหาขั้นตอนใดต่อไป”
4. “ต้องการใช้วิธีการหรือขั้นตอนอื่นหรือไม่”
5. “บรรลุเป้าหมายในการแก้โจทย์ปัญหาแล้วใช่หรือไม่”

2. ครูติดแถบประโยคโจทย์ตัวอย่างข้อ 1 “พอมีเงินอยู่จำนวนหนึ่งแบ่งให้ลูกคนโตไป $2/5$ ของจำนวนเงินที่มีอยู่และแบ่งให้ลูกคนเล็กอีก $1/5$ ของเงินที่มีอยู่ ปรากฏว่าเงินที่ลูกทั้งสองคนได้รับรวมกันเป็นเงิน 600 บาท จงหาว่าลูกคนโตและลูกคนเล็กมีเงินคนละเท่าใด”

ให้นักเรียนอ่านโจทย์เพื่อทำความเข้าใจปัญหานั้น ถ้าไม่เข้าใจให้อ่านอีกครั้ง แล้วให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหามายใต้การแนะนำของครู ในขณะที่ทำการแก้โจทย์ปัญหาให้นักเรียนหยุดเป็นช่วงๆ เพื่อกำกับการแก้โจทย์ปัญหา แล้วครูถามคำถามเพื่อควบคุมและตรวจสอบการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน ด้วยคำถาม 5 ประการ ในข้อ 1 พร้อมกับทำการแก้โจทย์ปัญหา ดังนี้

1) กำกับการแก้ไข้ปัญหา โดยถามตนเอง ดังนี้

(1) “เป้าหมายการแก้ไข้ปัญหา คืออะไร”

- ลูกคนโตได้เงินเท่าไร ลูกคนเล็กได้เงินเท่าไร

(2) “จะแก้ไข้ปัญหาขั้นตอนใดต่อไป”

- กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา และเขียนสมการให้พ่้อมีเงิน X บาท

2) หยุดเพื่อกำกับการแก้ไข้ปัญหา โดยถามตนเอง ดังนี้

(1) “แก้ไข้ปัญหาขั้นตอนนี้สำเร็จแล้วใช่หรือไม่”

- ใช่

(2) “จะแก้ไข้ปัญหาขั้นตอนใดต่อไป”

- เปลี่ยนประโยคภาษาในโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ และเขียนสมการ

จะได้ ลูกคนโตได้เงิน $2/5 X$ บาท

ลูกคนเล็กได้เงิน $1/5 X$ บาท

ทั้งสองคนได้เงินรวมกัน 600 บาท

นั่นคือ จะได้สมการ $2/5 X + 1/5 X = 600$

3) หยุดเพื่อกำกับการแก้ไข้ปัญหา โดยถามตนเอง ดังนี้

(1) “แก้ไข้ปัญหาขั้นตอนนี้สำเร็จแล้วใช่หรือไม่”

- ใช่

(2) “จะแก้ไข้ปัญหาขั้นตอนใดต่อไป”

- แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ

จากสมการ $2/5 X + 1/5 X = 600$

จะได้ $(2/5 + 1/5)X = 600$

$$3/5X = 600$$

ใช้สมบัติการเท่ากันของการคูณ โดยนำ $5/3$ ไปคูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $5/3 \times 3/5X = 5/3 \times 600$

$$X = 1,000$$

นั่นคือ เดิมพ้อมีเงิน 1,000 บาท

4) หยุดเพื่อกำกับการแก้ไข้ปัญหา โดยถามตนเอง ดังนี้

(1) “แก้ไข้ปัญหาขั้นตอนี้สำเร็จแล้วใช่หรือไม่”

- ใช่

(2) “ต้องการใช้วิธีการหรือขั้นตอนอื่นหรือไม่”

- ใช่ คือ ต้องหาเงินที่ลูกคนโต และลูกคนเล็กจะได้รับ

จะได้ ลูกคนโตได้รับเงิน $2/5 \times 1,000 = 400$ บาท

ลูกคนเล็กได้รับเงิน $1/5 \times 1,000 = 200$ บาท

5) หยุดเพื่อกำกับการแก้ไข้ปัญหา โดยถามตนเอง ดังนี้

(1) “แก้ไข้ปัญหาขั้นตอนี้สำเร็จแล้วใช่หรือไม่”

- ใช่

(2) “ต้องการใช้วิธีการหรือขั้นตอนอื่นหรือไม่”

- ไม่

(3) “บรรลุเป้าหมายในการแก้ไข้ปัญหาแล้วใช่หรือไม่”

- ใช่ คือ ลูกคนโตได้เงิน 400 บาท ลูกคนเล็กมีเงิน 200 บาท

3. ครูติดแถบประโยคโจทย์ตัวอย่างข้อ 2 “วรุฒม์ ได้รับเงินค่าให้จ่ายประจำเดือนเดือนละ 1,200 บาท เขาแบ่งเงินเป็นค่าอุปกรณ์การเรียนคิดเป็น 2 ของค่าขนม แบ่งเป็นค่าอาหารกลางวันเท่ากับค่าอุปกรณ์การเรียนและ ค่าขนมรวมกัน จงหาส่วนแบ่งของเงินทั้งหมดของเขา”

ให้นักเรียนอ่านโจทย์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา นั้น ถ้าไม่เข้าใจให้อ่านอีกครั้ง แล้วให้นักเรียนฝึกการกำกับการแก้ไข้ปัญหาด้วยตนเอง ด้วยการถามและตอบคำถามด้วยตนเองทั้ง 5 ประการ และครูเขียนวิธีทำ ขั้นตอนและคำตอบของนักเรียนบนกระดานดำ ดังนี้

1) กำกับการแก้ไข้ปัญหา โดยถามตนเอง ดังนี้

(1) “เป้าหมายการแก้ไข้ปัญหา คืออะไร”

- ส่วนแบ่งของเงินค่าอุปกรณ์การเรียน ค่าขนม และค่าอาหารกลางวันของวรุฒม์

(2) จะแก้ไข้ปัญหาขั้นตอนใดต่อไป”

- กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หา หรือสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา

ให้ส่วนแบ่งของขนมเป็น

X

บาท

2) หยุดเพื่อกำกับการแก้ไข้ปัญหา โดยถามตนเอง ดังนี้

(1) “แก้ไข้ปัญหาขั้นตอนนี้สำเร็จแล้วใช่หรือไม่”

- ใช่

(2) “จะแก้ไข้ปัญหาขั้นตอนนี้ต่อไป”

- เปลี่ยนประโยคภาษาในแก้ไข้ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์และเขียนสมการ

จะได้ ค่าอุปกรณ์การเรียนเป็น $2X$ บาท

ค่าอาหารกลางวัน $X + 2X = 3X$ บาท

เงินค่าใช้จ่ายประจำเดือน 1,200 บาท

ดังนั้น สมการที่ได้คือ $X + 2X + 3X = 1,200$

3) หยุดเพื่อกำกับการแก้ไข้ปัญหา โดยถามตนเอง ดังนี้

(1) “แก้ไข้ปัญหาขั้นตอนนี้สำเร็จแล้วใช่หรือไม่”

- ใช่

(2) “จะแก้ไข้ปัญหาขั้นตอนนี้ต่อไป”

- แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ

จาก สมการ $X + 2X + 3X = 1,200$

จะได้ $6X = 1,200$

ใช้สมบัติการเท่ากันของการคูณ โดยนำ $1/6$ ไปคูณทั้งสองข้างของสมการได้

(หรือ นำ 6 ไปหารทั้งสองข้างของสมการ)

จะได้ $1/6 \times 6X = 1/6 \times 1,200$

$X = 200$

นั่นคือ วรุตแบ่งเป็นค่าขนม 200 บาท

4) หยุดเพื่อกำกับการแก้ไข้ปัญหา โดยถามตนเอง ดังนี้

(1) “แก้ไข้ปัญหาขั้นตอนนี้สำเร็จแล้วใช่หรือไม่”

- ใช่

(2) “ต้องการใช้วิธีการหรือขั้นตอนอื่นหรือไม่”

- ใช่ คือ หาส่วนแบ่งเงินทั้งหมดของวรุต

แบ่งเป็นเงินค่าขนม	200	บาท
แบ่งเป็นค่าอุปกรณ์การเรียน	$2 \times 200 = 400$	บาท
แบ่งเป็นค่าอาหารกลางวัน	$3 \times 200 = 600$	บาท

5) หยุดเพื่อกำกับการแก้ไข้ปัญหา โดยถามตนเอง ดังนี้

(1) “แก้ไข้ปัญหาขั้นตอนนี้สำเร็จแล้วใช่หรือไม่”

- ใช่

(2) “ต้องการใช้วิธีการหรือขั้นตอนอื่นหรือไม่”

- ไม่

(3) “บรรลุเป้าหมายในการแก้ไข้ปัญหาแล้วใช่หรือไม่”

- ใช่ คือ วัสดุแบ่งเป็นเงินค่าขนม 200 บาท อุปกรณ์การเรียน 400 บาท อาหารกลางวัน

600 บาท

4. ครูให้นักเรียนสรุปถึง กลวิธีการกำกับการแก้ไข้ปัญหา ไปใช้ในการควบคุมและตรวจสอบตนเองเสมอในขณะทำการแก้ไข้ปัญหา ด้วยคำถาม 5 ประการ ดังนี้

1. “เป้าหมายการแก้ไข้ปัญหาคืออะไร”
2. “แก้ไข้ปัญหาขั้นตอนนี้สำเร็จแล้วใช่หรือไม่”
3. “จะแก้ไข้ปัญหาขั้นตอนนี้ต่อไป”
4. “ต้องการใช้วิธีการหรือขั้นตอนอื่นหรือไม่”
5. “บรรลุเป้าหมายในการแก้ไข้ปัญหาแล้วใช่หรือไม่”

5. ครูแจกแบบบันทึกกลวิธีการกำกับการแก้ไข้ปัญหา ที่มีส่วนที่ 1 เป็นโจทย์แบบฝึกหัด ข้อ 1 และ 2 ให้นักเรียนทุกคน แล้วให้นักเรียนจับคู่กันกำกับการแก้ไข้ปัญหา โดยผลัดกันถามตอบเพื่อควบคุมและตรวจสอบการแก้ไข้ปัญหา และแก้ไข้ปัญหาลงในแบบบันทึก

6. เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วครูให้นักเรียนมาเฉลยแบบฝึกหัดบนกระดานดำ ครูทำการตรวจ แก้ไข และให้นักเรียนแก้ไข้แบบบันทึกด้วยตนเอง

ขั้นสรุป

1. ครูให้นักเรียนบอกถึงผลของการใช้กลวิธีการกำกับการแก้โจทย์ปัญหา ที่มีต่อการแก้โจทย์ปัญหา ของนักเรียน

2. ครูแจกแบบบันทึกกลวิธีการกำกับการแก้โจทย์ปัญหา ที่มีส่วนที่ 1 เป็นโจทย์การบ้านข้อ 1, 2 และ 3 ให้นักเรียนทุกคน แล้วให้นักเรียนนำกลวิธีการกำกับการแก้โจทย์ปัญหาไปช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา และแสดงวิธีทำลงในแบบบันทึกเป็นการบ้าน

การวัดและประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน
2. สังเกตจากการเข้าร่วมกิจกรรมของนักเรียน
3. ตรวจสอบบันทึกกลวิธีการกำกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนเป็นรายบุคคล



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนการสอนที่ 3

วิชาคณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2

เรื่อง การแก้โจทย์สมการ โดยใช้สมบัติการเท่ากันของการบวกและการคูณ

จำนวน 1 คาบ

โดยใช้กลวิธีการประเมินการแก้โจทย์ปัญหา

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. แก้โจทย์สมการ โดยใช้สมบัติการเท่ากันของการบวกและการคูณได้
2. ใช้กลวิธีการประเมินการแก้โจทย์ปัญหา ไปช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้

สาระสำคัญ

การแก้โจทย์สมการ โดยใช้สมบัติการเท่ากันของการบวกและการคูณ โดยใช้กลวิธีการประเมินการแก้โจทย์ปัญหา เป็นการมองย้อนกลับไปที่ขั้นตอนต่างๆ ในการแก้โจทย์ปัญหา เพื่อพิจารณารายละเอียดในแต่ละขั้นตอนว่ามีความถูกต้องสมบูรณ์เพียงใด

เนื้อหา

การแก้โจทย์สมการ โดยใช้สมบัติการเท่ากันของการบวกและการคูณ เป็นการสร้างสมการจากข้อมูลโจทย์ปัญหาที่กำหนด โดยกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา เปลี่ยนประโยคภาษาในโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์และเขียนสมการ แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ โดยใช้สมบัติการเท่ากันของการบวกและการคูณในการแก้โจทย์สมการ

ตัวอย่างที่ 1 : พินัยอ่านหนังสือ 4 วัน ได้ 110 หน้า แต่แต่ละวันเขาจะอ่านหนังสือได้มากกว่าวันที่ผ่านม่วันละ 5 หน้า วันแรกเขาอ่านหนังสือได้ที่หน้า

วิธีทำ	ให้วันแรกพินัย อ่านหนังสือได้	X	หน้า
	วันที่ 2 เขาอ่านหนังสือได้	X+5	หน้า
	วันที่ 3 เขาอ่านหนังสือได้	(X+5)+5 = X+10	หน้า
	วันที่ 4 เขาอ่านหนังสือได้	(X+10)+5 = X+15	หน้า
	4 วัน อ่านได้ 110 หน้าจะได้ สมการ	$X+(X+5)+(X+10)+(X+15) = 110$	
		$4X+30 = 110$	

ใช้สมบัติการเท่ากันของการบวก โดยนำ 30 ลบทั้งสองข้างของสมการจะได้

$$4X+30-30 = 110-30$$

$$4X = 80$$

ใช้สมบัติการเท่ากันของการคูณ โดยนำ 4 ทหารทั้งสองข้างของสมการ

จะได้

$$4X/4 = 80/4$$

$$X = 20$$

นั่นคือ วันแรกพิทยาอ่านหนังสือได้ 20 หน้า

ตอบ วันแรกพิทยาอ่านหนังสือได้ 20 หน้า

2) กมล และ ขจรศักดิ์มีเงินเดือน 1,500 บาท เท่ากัน แต่สามในสี่ของเงินค่าทำงานล่วงเวลา (โอที) ของกมล น้อยกว่า ขจรศักดิ์ อยู่ 500 บาท ถ้าขจรศักดิ์ได้เงินค่าทำงานล่วงเวลา 2,600 บาท จงหาว่ากมลได้เงินค่าทำงานล่วงเวลาเท่าไร

วิธีทำ ให้เงินค่าโอทีของกมลเป็น X บาท

$\frac{3}{4}$ ใน $\frac{4}{3}$ ของเงินค่าโอทีของกมล น้อยกว่าเงินโอทีของ ขจรศักดิ์อยู่ 500 บาท

จะได้ เงินโอทีของกมล $= \frac{3}{4} X + 500$ บาท

เงินโอทีของขจรศักดิ์ 2,600 บาท

ดังนั้น สมการที่ได้คือ $\frac{3}{4} X + 500 = 2,600$

ใช้สมบัติการเท่ากันของการบวก โดยนำ 500 ไปลบทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $\frac{3}{4} X = 2,100$

ใช้สมบัติการเท่ากันของการคูณ โดยนำ $\frac{4}{3}$ ไปคูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $\frac{4}{3} \times \frac{3}{4} X = \frac{4}{3} \times 2,100$

$$X = 2,800$$

นั่นคือ กมลได้รับเงินค่าล่วงเวลา 2,800 บาท

ตอบ กมลได้รับเงินค่าล่วงเวลา 2,800 บาท

โจทย์แบบฝึกหัด

1. ในการสร้างจรวดเพื่อส่งยานอวกาศไปโคจรรอบโลก จะต้องสร้างส่วนที่เป็นลำตัวของจรวดให้ยาวกว่าหกเท่าของความยาวของหัวจรวดอยู่ 1.5 เมตร ถ้าลำตัวจรวดยาว 27 เมตร จะต้องสร้างจรวดลำนี้ให้มีความยาวเท่าไร

2. วีระ กับ วัฒนา วิ่งแข่งกัน โดยวีระต่อให้วัฒนาวิ่งไปก่อน 5 นาที ถ้าวีระวิ่งด้วยความเร็ว 60 เมตรต่อนาที และวัฒนาวิ่งด้วยความเร็ว 50 เมตรต่อนาที วีระจะวิ่งไปหน้าวัฒนาในเวลาที่นาที

โจทย์การบ้าน

1. นายชม มีไก่ 100 ตัว เมื่อนำมาเทียบกับจำนวนไก่ของนายชู ปรากฏว่า สามในห้า ของจำนวนไก่ของนายชู มากกว่าจำนวนไก่ของ นายชม อยู่ 20 ตัว จงหาจำนวนไก่ของนายชู

2. สองในสาม ของเงินของน้องคนกลางและคนสุดท้ายรวมกันเท่ากับ หนึ่งในสี่ ของเงินที่เหลือของพี่คนโตหลังจากถูกหักไปแล้ว 2 บาท อยากรทราบว่าพี่คนโตจะมีเงินอยู่เท่าไร ถ้าต้องคนกลางมีเงิน 7 บาท และคนสุดท้ายมีเงิน 2 บาท

สื่อการเรียนการสอน

1. แถบประโยคโจทย์ตัวอย่าง
2. แบบบันทึกกลวิธีการประเมินการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำ

1. ครูให้นักเรียนทบทวนการแก้สมการ โดยใช้สมบัติการเท่ากันของการบวกและการคูณ โดยให้นักเรียนช่วยกันแก้สมการจากโจทย์ที่ครูกำหนดให้ จำนวน 2 ข้อ โดยครูเขียนวิธีคิดของนักเรียนบนกระดานดำ ดังนี้

(1) จงแก้สมการ $5X + 7 = 52$

วิธีทำ จาก $5X + 7 = 52$

นำ 7 ไปลบทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $5X = 45$

นำ 5 ไปหารทั้งสองข้างของสมการ

นั่นคือ $X = 9$

(2) จงแก้สมการ $5X/6 - 3 = 22$

วิธีทำ จาก $5X/6 - 3 = 22$

นำ 3 ไปบวกทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $5X/6 = 25$

นำ $6/5$ ไปคูณทั้งสองข้างของสมการ

นั่นคือ $X = 30$

ขั้นสอน

1. ครูอธิบายให้นักเรียนทราบว่า ในคาบนี้เราจะมาเรียนรู้วิธีการที่จะช่วยให้การแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนมีความถูกต้องแน่นอนยิ่งขึ้น โดยประเมินการแก้โจทย์ปัญหา เป็นการมองย้อนกลับไปทบทวนที่วิธีการและขั้นตอนต่างๆ ในการแก้โจทย์ปัญหา เพื่อพิจารณารายละเอียดในแต่ละขั้นตอนว่ามีความถูกต้องสมบูรณ์เพียงใด

2. ครูคิดแถบประโยคโจทย์ตัวอย่างข้อ 1 “พิทยาอ่านหนังสือ 4 วัน ได้ 110 หน้า แต่ละวันเขาจะอ่านหนังสือได้มากกว่าวันที่ผ่านมาวันละ 5 หน้า วันแรกเขาอ่านหนังสือได้กี่หน้า”

ให้นักเรียนอ่านโจทย์เพื่อทำความเข้าใจปัญหานั้น ถ้าไม่เข้าใจให้อ่านอีกครั้ง แล้วให้นักเรียนช่วยกันแก้โจทย์ปัญหาภายใต้การแนะนำของครู โดยครูเขียนวิธีทำของนักเรียนบนกระดานดำ ดังนี้

(1) สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาอะไร

- วันแรกพิทยาอ่านหนังสือได้กี่หน้า

(2) กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หา หรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา

- ให้วันแรกพิทยา อ่านหนังสือได้ X หน้า

(3) เปลี่ยนประโยคภาษาในโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์และเขียนสมการ

- วันที่ 2 เขาอ่านหนังสือได้ $X+5$ หน้า

วันที่ 3 เขาอ่านหนังสือได้ $(X+5)+5 = X+10$ หน้า

วันที่ 4 เขาอ่านหนังสือได้ $(X+10)+5 = X+15$ หน้า

พิทยาอ่านหนังสือ 4 วัน ได้ 110 หน้า

จะได้ สมการ $X+(X+5)+(X+10)+(X+15) = 110$

$$4X+30 = 110$$

(4) แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ

- จากสมการ $4X+30 = 110$

ใช้สมบัติการเท่ากันของการบวก โดยนำ 30 ลบทั้งสองข้างของสมการ
จะได้ $4X+30-30 = 110-30$

$$4X = 80$$

ใช้สมบัติการเท่ากันของการคูณ โดยนำ 4 หารทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $4X/4 = 80/4$

$$X = 20$$



นั่นคือ วันแรกพิทยาอ่านหนังสือได้ 20 หน้า

4. ครูใช้วิธีการถามตอบนักเรียน เพื่อฝึกการประเมินการแก้โจทย์ปัญหา ภายใต้คำแนะนำของครู โดยใช้คำถาม ดังนี้

1) ประเมินความสำเร็จตามเป้าหมาย สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คืออะไร

- วันแรกพิทยาอ่านหนังสือได้ 20 หน้า

2) พิจารณาความถูกต้องของผลลัพธ์อย่างละเอียดเพียงพอ

- ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบโดย แทนค่า $X = 20$ ในสมการ $4X+30 = 110$
จะได้ $110 = 110$

- วันที่ 2 อ่านหนังสือได้ 25 หน้า มากกว่าวันแรก 5 หน้า

- วันที่ 3 อ่านหนังสือได้ 30 หน้า มากกว่าวันที่สอง 5 หน้า

- วันที่ 4 อ่านหนังสือได้ 35 หน้า มากกว่าวันที่สาม 5 หน้า

- อ่านหนังสือรวมกันได้ 110 หน้า จะได้ $20 + 25 + 30 + 35 = 110$ หน้า เป็นจริง

3) ประเมินความถูกต้องของวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้

- กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หา หรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หาได้ถูกต้อง

- เปลี่ยนประโยคภาษาในโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์และเขียนสมการได้ถูกต้อง

- แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้อง

4) ประเมินการแก้ไขอุปสรรคหรือข้อผิดพลาด

- ต้องกำหนดตัวแปรและเขียนสมการตามเงื่อนไขที่โจทย์ปัญหากำหนด

- ใช้สมบัติการเท่ากันต้องกระทำทั้งสองข้างของสมการ

- คิดคำนวณให้ถูกต้อง การบวก ลบ คูณ และหาร ในแต่ละบรรทัด

- ต้องตรวจสอบคำตอบให้ถูกต้องตามเงื่อนไขในโจทย์ปัญหากำหนด อย่างละเอียด

5) พิจารณาประสิทธิภาพและความสำเร็จของแผน

- คำตอบที่ได้มีความถูกต้องแน่นอน

- การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการ ทำให้สามารถแสดงวิธีทำในการแก้โจทย์ปัญหาได้

- การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการ สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์อื่นๆ ต่อไปได้

5. ครูคิดแถบประโยคโจทย์ตัวอย่างข้อ 2 “กมล และ ขจรศักดิ์มีเงินเดือน 1,500 บาท เท่ากัน แต่สามในสี่ของเงินค่าทำงานล่วงเวลา (โอที) ของกมล น้อยกว่า ขจรศักดิ์ อยู่ 500 บาท ถ้าขจรศักดิ์ได้เงินค่าทำงานล่วงเวลา 2,600 บาท จงหาว่ากมลได้เงินค่าทำงานล่วงเวลาเท่าไร”

ให้นักเรียนช่วยกันแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้การถามตอบและครูเขียนวิธีคิดของนักเรียนบนกระดานดำ ดังนี้

(1) กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หา หรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา

- ให้เงินค่าโอทีของกมลเป็น X บาท

(2) เปลี่ยนประโยคภาษาในโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์และเขียนสมการ

- 3 ใน 4 ของเงินค่าโอทีของกมล น้อยกว่าเงินโอทีของ ขจรศักดิ์อยู่ 500 บาท

จะได้ เงินโอทีของกมล $\frac{3}{4} X + 500$ บาท

เงินโอทีของขจรศักดิ์ 2,600 บาท

ดังนั้น สมการที่ได้คือ $\frac{3}{4} X + 500 = 2,600$

(3) แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ

- จากสมการ $\frac{3}{4} X + 500 = 2,600$

ใช้สมบัติการเท่ากันของการบวกโดย นำ 500 ไปลบทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $\frac{3}{4} X = 2,100$

ใช้สมบัติการเท่ากันของการคูณโดย นำ $\frac{4}{3}$ ไปคูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $X = 2,800$

ดังนั้น กมลได้รับเงินค่าล่วงเวลา 2,800 บาท

6. ให้นักเรียนใช้การประเมินการแก้โจทย์ปัญหา เพื่อประเมินการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน โดยใช้การถามตอบภายใต้การแนะนำของครู ดังนี้

1) ประเมินความสำเร็จตามเป้าหมาย

- บรรลุเป้าหมายของการแก้โจทย์ปัญหาแล้วตอบคำถามได้ตรงกับสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ กมลได้รับเงินค่าล่วงเวลา 2,800 บาท

2) พิจารณาความถูกต้องของผลลัพธ์อย่างละเอียดเพียงพอ

- ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบโดย

แทนค่า $X = 2,800$ ในสมการ $\frac{3}{4} X + 500 = 2,600$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} & \quad \frac{3}{4} \times 2,800 + 500 = 2,600 \\ & \quad 2,600 = 2,600 \quad \text{เป็นจริง} \end{aligned}$$

3) ประเมินความถูกต้องของวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้

- กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หา หรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา ได้ถูกต้อง
- เปลี่ยนประโยคภาษาในโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์และเขียนสมการได้ถูกต้อง
- แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ ได้ถูกต้อง

4) ประเมินการแก้ไขอุปสรรคหรือข้อผิดพลาด

- ต้องกำหนดตัวแปรและเขียนสมการตามเงื่อนไขที่โจทย์ปัญหากำหนด
- ใช้สมบัติการเท่ากันต้องกระทำทั้งสองข้างของสมการ
- คิดคำนวณให้ถูกต้อง ในการบวก ลบ คูณ และหารแต่ละบรรทัด
- ต้องตรวจสอบคำตอบให้ถูกต้องตามเงื่อนไขในโจทย์ปัญหากำหนด อย่างละเอียด

5) พิจารณาประสิทธิภาพและความสำเร็จของแผน

- คำตอบที่ได้มีความถูกต้องแน่นอน
- การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการ ทำให้สามารถแสดงวิธีทำในการแก้โจทย์ปัญหาได้
- การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการ สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์อื่นๆ ต่อไปได้

7. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุป ถึงขั้นตอนของการประเมินการแก้โจทย์ปัญหา ไปใช้ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาโดย จนสรุปได้ว่า ประเมินการแก้โจทย์ปัญหา ประกอบด้วย

- 1) ประเมินความสำเร็จตามเป้าหมาย
- 2) พิจารณาความถูกต้องของผลลัพธ์อย่างละเอียดและเพียงพอ
- 3) ประเมินความถูกต้องของวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้
- 4) ประเมินการแก้ไขอุปสรรคและข้อผิดพลาด
- 5) พิจารณาประสิทธิภาพและความสำเร็จของแผน

8. ครูแจกแบบบันทึกกลวิธีการประเมินการแก้โจทย์ปัญหา ที่มีส่วนที่ 1 เป็นโจทย์แบบฝึกหัดข้อ 1 และ 2 ให้นักเรียนทุกคน แล้วให้นักเรียนจับคู่กันช่วยกันแก้โจทย์ปัญหา และประเมินการแก้โจทย์ปัญหาลงในแบบบันทึก

9. เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วครูให้นักเรียนนำเสนอเฉลยแบบฝึกหัดบนกระดานดำ ครูตรวจ แก้ไข และให้นักเรียนแก้ไขแบบบันทึกด้วยตนเอง

ขั้นสรุป

1. ครูให้นักเรียนบอกถึงผลของการใช้กลวิธีการประเมินการแก้ไข้ปัญหา ที่มีต่อการแก้ไข้ปัญหาของนักเรียน
2. ครูแจกแบบบันทึกกลวิธีการประเมินการแก้ไข้ปัญหา ที่มีส่วนที่ 1 เป็นโจทย์การบ้านข้อ 1, 2 ให้นักเรียนทุกคน แล้วให้นักเรียนนำกลวิธีการประเมินการแก้ไข้ปัญหาไปช่วยในการแก้ไข้ปัญหา และแสดงวิธีทำลงในแบบบันทึกเป็นการบ้าน

การวัดและประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน
2. สังเกตจากการเข้าร่วมกิจกรรมของนักเรียน
3. ตรวจสอบแบบบันทึกกลวิธีการประเมินการแก้ไข้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนเป็นรายบุคคล



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ง

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางวิเคราะห์หลักสูตร

ตารางที่ 4 ตารางวิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อสร้างแบบสอบวัดความสามารถ ในการแก้
โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์สมการ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน และโจทย์ปัญหาร้อยละ

เนื้อหา / จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อ	ข้อที่
1. โจทย์สมการ		
1) เขียนสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้สมบัติการเท่ากันของ การบวก	1	1
2) เขียนสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้สมบัติการเท่ากันของ การคูณ	1	2
3) เขียนสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้สมบัติการเท่ากันของ การบวกและการคูณ	1	3
2. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน		
1) เขียนสัดส่วนเพื่อแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนของ จำนวน 2 จำนวน	1	4
2) เขียนสัดส่วนเพื่อแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนของ จำนวน มากกว่า 2 จำนวน	1	5
3. โจทย์ปัญหาร้อยละ		
1) เขียนสัดส่วนของอัตราส่วนที่อยู่ในรูปร้อยละ เพื่อแก้โจทย์ ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ	3	6-7-8
2) แก้โจทย์ปัญหาร้อยละ เกี่ยวกับดอกเบี้ยของเงินฝากและ เงินกู้	1	9
3) แก้โจทย์ปัญหาร้อยละ เกี่ยวกับการเสียภาษีเงินได้ของ เงินได้สุทธิ	1	10
รวม	10	-

ตัวอย่างการคำนวณค่าทางสถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบสอบถาม

1. การคำนวณหาค่าความเที่ยง ของแบบสอบถามวัดความสามารถในการแก้ไขภัยพิพาทคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ สมการ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน และ โจทย์ปัญหาร้อยละ โดยใช้สูตรการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha-Coefficient)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum_{i=1}^k S_i^2}{S_t^2} \right]$$

เมื่อ α แทนค่าความเที่ยงของแบบสอบถาม

k แทนจำนวนข้อสอบในแบบสอบถาม

S_i^2 แทนความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ

S_t^2 แทนความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

ข้อมูลจาก คะแนนแบบสอบถามวัดความสามารถในการแก้ไขภัยพิพาทคณิตศาสตร์

$$k = 10, \quad \sum_{i=1}^k S_i^2 = 33.62, \quad S_t^2 = 109.84$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } \alpha &= \frac{10}{10-1} \left[1 - \frac{33.62}{109.84} \right] \\ &= 0.77 \end{aligned}$$

ค่าความเที่ยงของแบบสอบถามวัดความสามารถในการแก้ไขภัยพิพาทคณิตศาสตร์ เท่ากับ 0.77

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. การคำนวณหาค่าความยากง่าย และอำนาจจำแนก ของแบบสอบวัดความสามารถในการแก้ไข้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบอัตนัยของ ดี อาร์ วิทเนย์ และ ดี แอล ซาเบอร์ (D. R. Whitney and D. L. Sabers) ดังนี้

$$\text{ความยากง่าย (Index of Difficult)} = \frac{S_h + S_l - (n_t)(X_{\min})}{n_t(X_{\max} - X_{\min})}$$

$$\text{อำนาจจำแนก (Index of Discrimination)} = \frac{S_h - S_l}{n_h(X_{\max} - X_{\min})}$$



เมื่อ	S_h	แทนผลรวม f_x ของคะแนนกลุ่มสูง
	S_l	แทนผลรวม f_x ของคะแนนกลุ่มต่ำ
	X_{\max}	แทนคะแนนสูงสุดที่ได้
	X_{\min}	แทนคะแนนต่ำสุดที่ได้
	n_t	แทนจำนวนคนกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน
	n_h	แทนจำนวนคนในกลุ่มสูง

ข้อมูลจาก คะแนนแบบสอบวัดความสามารถในการแก้ไข้ปัญหาคณิตศาสตร์ ข้อที่ 7

$$S_h = 52.00, S_l = 14.00, X_{\max} = 5.00, X_{\min} = 0.00, n_t = 24, n_h = 12$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ Index of Difficult} &= \frac{52.00 + 14.00 - (24)(0.00)}{24(5.00 - 0.00)} \\ &= 0.55 \end{aligned}$$

ดังนั้น แบบสอบข้อที่ 7 มีค่าความยากง่าย เท่ากับ 0.55

$$\begin{aligned} \text{จะได้ Index of Discrimination} &= \frac{S_h - S_l}{n_h(X_{\max} - X_{\min})} \\ &= \frac{52.00 - 14.00}{12(5.00 - 0.00)} \\ &= 0.63 \end{aligned}$$

ดังนั้น แบบสอบข้อที่ 7 มีค่าอำนาจจำแนก เท่ากับ 0.63

ค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนก

ตารางที่ 5 ค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

เรื่อง	จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อที่	ความยากง่าย	อำนาจจำแนก
โจทย์สมการ	1) เขียนสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้สมบัติการเท่ากันของการบวกได้	1	0.79	0.20
	2) เขียนสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้สมบัติการเท่ากันของการคูณได้	2	0.61	0.66
	3) เขียนสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้สมบัติการเท่ากันของการบวกและการคูณได้	3	0.68	0.47
โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน	1) เขียนสัดส่วนเพื่อแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนของจำนวน 2 จำนวนได้	4	0.54	0.92
	2) เขียนสัดส่วนเพื่อแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนของจำนวน มากกว่า 2 จำนวนได้	5	0.78	0.43
โจทย์ปัญหาร้อยละ	1) เขียนสัดส่วนของอัตราส่วนที่อยู่ในรูปร้อยละ เพื่อแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละได้	6	0.58	0.83
		7	0.55	0.63
		8	0.23	0.32
	2) แก้โจทย์ปัญหาร้อยละ เกี่ยวกับดอกเบี้ยของเงินฝากและ เงินกู้ได้	9	0.23	0.28
	3) แก้โจทย์ปัญหาร้อยละ เกี่ยวกับการเสียภาษีเงินได้ของ เงินได้สุทธิได้	10	0.45	0.73

แบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ตัวอย่างเฉลย และเกณฑ์การให้คะแนน

แบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
เรื่อง โจทย์สมการ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน และโจทย์ปัญหาร้อยละ

คำชี้แจง

1. แบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นแบบสอบอัตนัย เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 รายวิชา ค 204 เรื่อง โจทย์สมการ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน และโจทย์ปัญหาร้อยละ จำนวน 10 ข้อ แบ่งเป็น 3 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 โจทย์สมการ	จำนวน 3 ข้อ
ตอนที่ 2 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน	จำนวน 2 ข้อ
ตอนที่ 3 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ	จำนวน 5 ข้อ

2. ให้คะแนนข้อละ 5 คะแนน รวม 50 คะแนน โดยพิจารณาจากความถูกต้องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ แต่ละขั้นตอนอย่างเป็นอิสระต่อกัน

3. เวลาในการสอบ 90 นาที

4. ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกขั้นตอนและหาคำตอบทุกข้อ โดยใช้ความรู้ที่นักเรียนมีอยู่อย่างเต็มความสามารถ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตอนที่ 1 : โจทย์สมการ

1. นิด น้อย และหน้อย ช่วยกันขายขนมถุงละ 10 บาท เมื่อขายขนมหมดแล้วนับจำนวนถุงที่นิดน้อยและหน้อยขายได้รวมกัน นิดน้อยกว่า จำนวนถุงที่นิดและหน้อยขายได้รวมกันอยู่ 11 ถุง นิดน้อยขายได้ 33 ถุง หน้อยขายได้ 22 ถุง ถ้าต้นทุนขนมถุงละ 8 บาท ทั้งสามคนขายได้กำไรเท่าไร

1) สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา

- นิด น้อย หน้อย ขายได้กำไรรวมกันเท่าไร

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

- ขายขนมถุงละ 10 บาท ต้นทุนขนมถุงละ 8 บาท
- นิดน้อยและหน้อยขายได้รวมกัน นิดน้อยกว่า นิดและหน้อยขายได้รวมกันอยู่ 11 ถุง
- นิดน้อยขายได้ 33 ถุง
- หน้อยขายได้ 22 ถุง

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

<u>วิธีทำ</u>	ให้ นิดขายขนมได้	X	ถุง
	นิดน้อยขายได้	33	ถุง
	หน้อยขายได้	22	ถุง
	นิดน้อยและหน้อยขายได้รวมกัน นิดน้อยกว่า นิดและหน้อยขายได้รวมกันอยู่ 11 ถุง		

$$\text{จะได้ สมการ} \quad (33 + 22) + 11 = X + 22$$

$$66 = X + 22$$

$$66 - 22 = X$$

$$44 = X$$

ดังนั้น นิดน้อยขายได้ 44 ถุง

$$\text{นิด นิดน้อย หน้อย ขายได้รวมกัน} = 22 + 33 + 44 = 99 \text{ ถุง}$$

$$\text{ขายไปถุงละ 10 บาท ต้นทุนถุงละ 8 บาท ได้กำไรถุงละ } 10 - 8 = 2 \text{ บาท}$$

$$\text{ทั้งสามคน ขายได้กำไร} \quad 99 \times 2 = 198 \text{ บาท}$$

3) ตอบ นิด นิดน้อย และหน้อย ขายขนมได้กำไรรวมกัน 198 บาท

หมายเหตุ การให้คะแนนมีเกณฑ์พิจารณา ดังนี้

- | | |
|---|-------------|
| (1) บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการให้ และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ | ให้ 1 คะแนน |
| (2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ (3 คะแนน) | |
| (2.1) กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หาได้ถูกต้อง | ให้ 1 คะแนน |
| (2.2) เขียนสมการสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หาได้ถูกต้อง | ให้ 1 คะแนน |
| (2.3) แก้สมการหาค่าตัวแปรได้ถูกต้อง | ให้ 1 คะแนน |
| (3) คำตอบถูกต้อง | ให้ 1 คะแนน |

2. บุรี ทำไร่สวนผสม โดยแบ่งที่ดินเพื่อทำนา ทำสวน และเลี้ยงปลา เขากำหนดครึ่งหนึ่งของที่ดินทั้งหมด และ ขุดบ่อเลี้ยงปลาเสียสองในห้าของที่ดินที่เหลืออยู่ ถ้าเขาใช้พื้นที่ทำนามากกว่าเลี้ยงปลาอยู่ 9 ไร่ จงหาว่า บุรีมีพื้นที่ทั้งหมดกี่ไร่

1) สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา

- บุรีมีพื้นที่ทั้งหมดกี่ไร่

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

- แบ่งที่ดินเป็น 3 ส่วน คือ 1.ทำนา 2.ทำสวน 3.เลี้ยงปลา
- ทำนาครึ่งหนึ่งของที่ดินทั้งหมด
- ขุดบ่อเลี้ยงปลาเสีย 2 ใน 5 ของที่ดินที่เหลืออยู่
- ใช้พื้นที่ทำนามากกว่าเลี้ยงปลาอยู่ 9 ไร่

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

<u>วิธีทำ</u>	ให้บุรีมีพื้นที่ทั้งหมด	X	ไร่
	ทำนาเสียครึ่งหนึ่ง เท่ากับ	$\frac{X}{2}$	ไร่
	เหลือที่ดินอีก	$X - \frac{X}{2} = \frac{X}{2}$	ไร่
	ขุดบ่อเลี้ยงปลา $\frac{2}{5}$ ของที่ดินที่เหลือ เท่ากับ	$\frac{2}{5} \times \frac{X}{2} = \frac{X}{5}$	ไร่
	ถ้าทำนามากกว่าเลี้ยงปลาอยู่ 9 ไร่ จะได้สมการ	$\frac{X}{2} - \frac{X}{5} = 9$	
		$\frac{5X - 2X}{10} = 9$	
		$\frac{3X}{10} = 9$	
	เอา $\frac{10}{3}$ คูณทั้งสองข้างของสมการ จะได้	$X = \frac{9 \times 10}{3} = 30$	
	นั่นคือ มีพื้นที่ทั้งหมด 30 ไร่		

3) ตอบ บุรี มีพื้นที่ทั้งหมด 30 ไร่

หมายเหตุ การให้คะแนนมีเกณฑ์พิจารณา ดังนี้

- | | |
|--|-------------|
| (1) บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการให้ และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ | ให้ 1 คะแนน |
| (2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ (3 คะแนน) | |
| (2.1) กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้อง | ให้ 1 คะแนน |
| (2.2) เขียนสมการสิ่งที่โจทย์ให้หาได้ถูกต้อง | ให้ 1 คะแนน |
| (2.3) แก้สมการหาค่าตัวแปรได้ถูกต้อง | ให้ 1 คะแนน |
| (3) คำตอบถูกต้อง | ให้ 1 คะแนน |

3. ในการตอบปัญหาคณิตศาสตร์ของโรงเรียน กำหนดให้ “ผลบวกของอายุพ่อกับลูก มีค่ามากกว่าผลต่างของอายุพ่อกับลูก อยู่ 50 ปี และลูกมีอายุเป็นครึ่งหนึ่งของอายุพ่อ” จงหาอายุของพ่อและลูก

1) สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา

- ลูกอายุเท่าไร
- พ่ออายุเท่าไร

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

- ผลบวกของอายุพ่อกับลูก มีค่ามากกว่า ผลต่างของอายุพ่อกับลูก อยู่ 50
- ลูกมีอายุเป็นครึ่งหนึ่งของพ่อ

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

วิธีทำ	ให้อายุของลูกเป็น	X	ปี
	จะได้ อายุของพ่อเป็น	2 X	ปี
	ผลบวกของอายุพ่อกับอายุลูก มีค่ามากกว่า ผลต่างของอายุพ่อกับลูก อยู่ 50		
	จะได้ สมการ $(2 X + X) = (2 X - X) + 50$ [หรือ $(2X+X)-(2X-X) = 50$]		
		$3 X = X + 50$	[หรือ $3X - X = 50$]
		$2 X = 50$	
		$X = 25$	
	จะได้ ลูกอายุ	25	ปี
	พ่ออายุ	$2 \times 25 = 50$	ปี

3) ตอบ พ่ออายุ 50 ปี ลูกอายุ 25 ปี

หมายเหตุ การให้คะแนนมีเกณฑ์พิจารณา ดังนี้

- | | |
|--|-------------|
| (1) บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการให้ และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ | ให้ 1 คะแนน |
| (2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ (3 คะแนน) | |
| (2.1) กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หาให้ได้ถูกต้อง | ให้ 1 คะแนน |
| (2.2) เขียนสมการสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หาได้ถูกต้อง | ให้ 1 คะแนน |
| (2.3) แก้สมการหาค่าตัวแปรได้ถูกต้อง | ให้ 1 คะแนน |
| (3) คำตอบถูกต้อง | ให้ 1 คะแนน |

ตอนที่ 2 : โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน

4. ร้านบุษบา มียอดขายต้นไม้ในเดือนมกราคม เป็นเงิน 4,500 บาท โดยอัตราส่วนของเงินที่ขายไม้ดอกต่อไม้ประดับ เป็น 4 : 5 ในเดือนกุมภาพันธ์ขายไม้ดอกเพิ่มขึ้นเป็น 3 เท่า ส่วนไม้ประดับขายได้เพิ่มขึ้นเป็น 2 เท่าของเดือนที่แล้ว จงหายอดขาย ต้นไม้เดือนกุมภาพันธ์ของร้านบุษบา

1) สิ่ง โจทย์ต้องการให้หา

- ยอดขาย ต้นไม้เดือนกุมภาพันธ์ของร้านบุษบา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

- ยอดขายต้นไม้ในเดือนมกราคม เป็นเงิน 4,500 บาท
- อัตราส่วนของเงินที่ขายไม้ดอกต่อไม้ประดับ เป็น 4 : 5
- เดือนกุมภาพันธ์ขายไม้ดอกเพิ่มขึ้นเป็น 3 เท่า ไม้ประดับขายได้เพิ่มขึ้นเป็น 2 เท่า

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

วิธีทำ ยอดขายต้นไม้ในเดือนมกราคม เป็นเงิน 4,500 บาท

เดือน มกราคม ขายได้ เท่ากับ $4 + 5 = 9$ ส่วน

ยอดขาย 9 ส่วน เป็นเงิน 4,500 บาท

ให้ยอดขาย 1 ส่วน เป็นเงิน X บาท

จะได้ สัดส่วน $\frac{\text{ยอดขาย 1 ส่วน}}{\text{ยอดขายทั้งหมด}} = \frac{1}{9} = \frac{x}{4,500}$

$$x = \frac{4500}{9} = 500$$

ดังนั้น ยอดขาย 1 ส่วน เป็นเงิน 500 บาท

เดือนมกราคม ขายไม้ดอกได้ $4 \times 500 = 2,000$ บาท

ขายไม้ประดับได้ $5 \times 500 = 2,500$ บาท

เดือนกุมภาพันธ์ ขายไม้ดอกได้ $3 \times 2,000 = 6,000$ บาท

ขายไม้ประดับได้ $2 \times 2,500 = 5,000$ บาท

ยอดขายเดือนกุมภาพันธ์ เป็นเงิน $5000 + 6000 = 11,000$ บาท

3) ตอบ ยอดขายเดือนกุมภาพันธ์ 11,000 บาท

หมายเหตุ การให้คะแนนมีเกณฑ์พิจารณา ดังนี้

- | | |
|--|-------------|
| (1) บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการให้ และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ | ให้ 1 คะแนน |
| (2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ (3 คะแนน) | |
| (2.1) หาอัตราส่วนของผลกำไรได้ถูกต้อง | ให้ 1 คะแนน |
| (2.2) เขียนสัดส่วนสิ่งที่โจทย์ให้หาได้ถูกต้อง | ให้ 1 คะแนน |
| (2.3) คัดคำนวณได้ถูกต้อง | ให้ 1 คะแนน |
| (3) คำตอบถูกต้อง | ให้ 1 คะแนน |

5. ในการผสมอาหารไก่ ใช้ส่วนผสมประกอบด้วย รำข้าว ปลายข้าว และปลาป่น โดยอัตราส่วน รำข้าว ต่อ ปลายข้าว เป็น 5 : 6 ปลาป่น ต่อ ปลายข้าว เป็น 2 : 3 ถ้าต้องการผสมอาหารไก่ 60 กิโลกรัม ต้องใช้ส่วนผสมแต่ละชนิดอย่างละกี่กิโลกรัม

1) สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา

- จะมีส่วนประกอบของ รำข้าว ปลายข้าว และปลาป่น อย่างละกี่กิโลกรัม

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

- อัตราส่วน รำข้าว ต่อ ปลายข้าว เป็น 5 : 6

- ปลาป่นต่อ ปลายข้าว เป็น 2 : 3

- ผสมอาหารไก่อันหนึ่ง 60 กิโลกรัม

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

วิธีทำ	อัตราส่วน รำข้าว ต่อ ปลายข้าว เป็น	5 : 6	
	ปลาป่นต่อ ปลายข้าว เป็น	2 : 3	
	หรือ อัตราส่วน ปลายข้าว ต่อ ปลาป่น เป็น	3 : 2 หรือ 6 : 4	
	จะได้อัตราส่วน รำข้าว ต่อ ปลายข้าว ต่อ ปลาป่น เป็น	5 : 6 : 4	รวม 15 ส่วน
	ผสมอาหารไก่ 15 ส่วน หนัก	60	กิโลกรัม
	ให้อาหารไก่ 1 ส่วน หนัก	X	กิโลกรัม
		$\frac{x}{60} = \frac{1}{15}$	
จะได้		$x = \frac{60}{15} = 4$	
	ดังนั้น อาหาร 1 ส่วน หนัก	4	กิโลกรัม
	จะมีส่วนผสมของ รำข้าว เท่ากับ	$4 \times 5 = 20$	กิโลกรัม
	ปลายข้าว เท่ากับ	$4 \times 6 = 24$	กิโลกรัม
	ปลาป่น เท่ากับ	$4 \times 4 = 16$	กิโลกรัม

3) ตอบ อาหารไก่อันหนึ่งกระสอบประกอบด้วย รำข้าว 20 กิโลกรัม ปลายข้าว 24 กิโลกรัม และ ปลาป่น 16 กิโลกรัม

หมายเหตุ การให้คะแนนมีเกณฑ์พิจารณา ดังนี้

(1) บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการให้ และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ ให้ 1 คะแนน

(2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ (3 คะแนน)

(2.1) หาอัตราส่วนร่วมของสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หาให้ได้ถูกต้อง ให้ 1 คะแนน

(2.2) เขียนสัดส่วนของสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หาให้ได้ถูกต้อง ให้ 1 คะแนน

(2.3) คัดคำนวณได้ถูกต้อง ให้ 1 คะแนน

(3) คำตอบถูกต้อง ให้ 1 คะแนน

ตอนที่ 3 : โจทย์ปัญหาร้อยละ

6. ในการเลือกตั้งประธานนักเรียนประจำปี 2542 ของโรงเรียน มีผู้เข้าสมัครรับเลือกตั้ง 2 คน ปรากฏว่า ดนุพร เป็นผู้ชนะได้รับคะแนนเสียงมากกว่าสุรุฉมิ 208 คะแนน ถ้าสุรุฉมิได้คะแนนเสียง 42% ของคะแนนเสียงทั้งหมด จงหาว่ามีนักเรียนมาใช้สิทธิ์ออกเสียงกี่คน

1) สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา

- จำนวนนักเรียนที่มาใช้สิทธิ์ออกเสียง

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

- ดนุพร ได้คะแนนเสียงมากกว่า สุรุฉมิ 208 คะแนน

- สุรุฉมิได้คะแนนเสียง 42%

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

วิธีทำ สุรุฉมิ ได้คะแนนเสียง 42%

ดนุพร ได้คะแนนเสียง $= 100 - 42 = 58\%$

ดนุพร ได้คะแนนเสียงมากกว่า สุรุฉมิ $= 58 - 42 = 16\%$

ดนุพร ได้คะแนนเสียงมากกว่า สุรุฉมิ $= 208$ คะแนน

ให้คะแนนเสียงทั้งหมด เป็น X คะแนน

$$\frac{208}{X} = \frac{16}{100}$$

จะได้

$$X = \frac{208 \times 100}{16} = 1,300$$

ดังนั้น มีนักเรียนที่ใช้สิทธิ์ 1,300 คน

3) ตอบ นักเรียนมาใช้สิทธิ์ออกเสียง 1,300 คน

หมายเหตุ การให้คะแนนมีเกณฑ์พิจารณา ดังนี้

- | | |
|--|-------------|
| (1) บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการให้ และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ | ให้ 1 คะแนน |
| (2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ (3 คะแนน) | |
| (2.1) หาร้อยละของสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หาได้ถูกต้อง | ให้ 1 คะแนน |
| (2.2) เขียนสัดส่วนของร้อยละสิ่งที่โจทย์ให้หาได้ถูกต้อง | ให้ 1 คะแนน |
| (2.3) คิดคำนวณได้ถูกต้อง | ให้ 1 คะแนน |
| (3) คำตอบถูกต้อง | ให้ 1 คะแนน |

7. ในการสอบรอบคัดเลือกตัวแทนเพื่อไปแข่งคณิตศาสตร์ของโรงเรียน จะต้องทำข้อสอบคณิตศาสตร์ ทั้ง 2 ฉบับ ฉบับละ 40 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน ให้ได้เฉลี่ย 80% ขึ้นไป ถ้า ธรรม ทำข้อสอบฉบับแรกได้คะแนน 70% เขาจะต้องทำข้อสอบฉบับที่สองถูกต้องอย่างน้อยกี่ข้อ จึงจะผ่านรอบคัดเลือกได้

1) สิ่งที่เกี่ยวข้องต้องการให้หา

- ต้องทำข้อสอบฉบับที่สองถูกต้องกี่ข้อ จึงจะผ่านรอบคัดเลือกได้

สิ่งที่เกี่ยวข้องกำหนดให้

- ข้อสอบ 2 ฉบับ ฉบับละ 40 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน

- ให้ได้เฉลี่ย 80% ขึ้นไป

- ฉบับแรกได้คะแนน 70%

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

<u>วิธีทำ</u>	ข้อสอบฉบับแรกมี 40 ข้อ ธรรม ทำข้อสอบฉบับแรกถูก	70%
	ธรรม ทำข้อสอบฉบับแรกถูก	$\frac{70}{100} \times 40$
		= 28
	ดังนั้น ทำข้อสอบฉบับแรกถูก	28 ข้อ
	ให้ ธรรม ทำข้อสอบฉบับที่สองถูก	Y ข้อ
	ข้อสอบทั้ง 2 ฉบับ มีจำนวนรวม 80 ข้อ ต้องได้คะแนนรวม 2 ฉบับ เป็น 80%	
	จะได้ สัดส่วน	

$$\frac{28 + Y}{80} = \frac{80}{100}$$

$$28 + Y = \frac{80 \times 80}{100}$$

$$28 + Y = 64$$

$$Y = 36$$

ดังนั้น จะต้องทำฉบับที่ 2 ถูก อย่างน้อย 36 ข้อ

3) ตอบ! ธรรมต้องทำข้อสอบฉบับที่ 2 ถูกต้องอย่างน้อย 36 ข้อ

หมายเหตุ การให้คะแนนมีเกณฑ์พิจารณา ดังนี้

(1) บอกสิ่งที่เกี่ยวข้องต้องการให้ และสิ่งที่เกี่ยวข้องกำหนดให้ได้ ให้ 1 คะแนน

(2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ (3 คะแนน)

(2.1) หาจำนวนข้อที่ทำถูกของข้อสอบฉบับแรกได้ถูกต้อง ให้ 1 คะแนน

(2.2) เขียนสัดส่วนของร้อยละสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่เกี่ยวข้องให้ 1 คะแนน

(2.3) คิดคำนวณได้ถูกต้อง ให้ 1 คะแนน

(3) คำตอบถูกต้อง ให้ 1 คะแนน

8. ราคาขายเงินสดของรถจักรยานยนต์คันหนึ่งเป็น 45,000 บาท ถ้าต้องการซื้อโดยการผ่อนชำระจะต้องวางเงินดาวน์ 30% ของราคาขาย ที่เหลือผ่อนชำระ 24 เดือน เท่าๆ กันทุกเดือนกับบริษัท ในอัตราดอกเบี้ย 12% ต่อปี เฉลี่ยแล้วต้องผ่อนชำระเดือนละเท่าไร (ตอบเป็นทศนิยมสองตำแหน่ง)

1) สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา

- ต้องผ่อนชำระเดือนละเท่าไร

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

- รถจักรยานยนต์ ราคา 45,000 บาท - วางเงินดาวน์ 30%
- ที่เหลือผ่อนชำระ 24 เดือน อัตราดอกเบี้ย 12% ต่อปี

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

วิธีทำ ราคาขายเงินสดของรถจักรยานยนต์คันหนึ่งเป็น 45,000 บาท

ต้องวางเงินดาวน์ 30% ของราคาเงินสด ให้เงินดาวน์ เป็น X บาท

$$\frac{X}{4,500} = \frac{30}{100}$$

$$X = \frac{30 \times 4,500}{100} = 13,500$$

ดังนั้น ต้องวางเงินดาวน์ 13,500 บาท

เหลือเงินที่ต้องผ่อนชำระ 45,000 - 13,500 = 31,500 บาท

ให้ดอกเบี้ย 12% ต่อปี ที่ต้องเสีย เป็น Y บาท

$$\frac{Y}{31,500} = \frac{12}{100}$$

$$Y = \frac{12 \times 31,500}{100} = 3,780$$

เสียดอกเบี้ยปีละ 3,780 บาทผ่อนชำระ 2 ปีเสียดอกเบี้ย $2 \times 3,780 = 7,560$ บาท

เงินที่ต้องผ่อนชำระรวมดอกเบี้ย 31,500 + 7,560 = 39,060 บาท

เฉลี่ยแล้วต้องผ่อนเดือนละ $\frac{39,060}{24} = 1,627.50$

3) ตอบ ต้องผ่อนชำระเดือนละ 1,627.50 บาท

หมายเหตุ การให้คะแนนมีเกณฑ์พิจารณา ดังนี้

(1) บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการให้ และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ ให้ 1 คะแนน

(2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ (3 คะแนน)

(2.1) หาเงินดาวน์ที่ต้องชำระได้ถูกต้อง ให้ 1 คะแนน

(2.2) หาดอกเบี้ยที่เสียต่อปีได้ถูกต้อง ให้ 1 คะแนน

(2.3) หาเงินที่ต้องชำระพร้อมดอกเบี้ยได้ถูกต้อง ให้ 1 คะแนน

(3) คำตอบถูกต้อง ให้ 1 คะแนน

9. อานนท์ มีเงินฝากประเภทประจำ 12 เดือน ไว้ที่ธนาคารแห่งหนึ่งจำนวน 40,000 บาท อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 10 ต่อปี และหักภาษีดอกเบี๋ยร้อยละ 15 ต่อปี เมื่อฝากเงินจำนวนนี้ครบ 2 ปี จึงไปถอนเงิน เขาจะได้รับเงินรวมทั้งสิ้นเท่าไร

1) สิ่งที้อยู่ต้องการให้หา

- เขาจะได้รับเงินรวมทั้งสิ้นเท่าไร

สิ่งที้อยู่กำหนดให้

- เงินฝากประเภทประจำ 12 เดือน จำนวน 40,000 บาท

- อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 10 ต่อปี

- หักภาษีดอกเบี๋ยร้อยละ 15 ต่อปี

- ฝากเงินครบ 2 ปี

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

วิธีทำ	อานนท์ มีเงินฝากธนาคาร	40,000	บาท
	อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 10 ต่อปี		
	เมื่อครบ 1 ปี ได้ดอกเบี้ย	$= 40,000 \times \frac{10}{100} = 4,000$	บาท
	หักภาษีเงินได้ของดอกเบี้ย 15%	$= 4,000 \times \frac{15}{100} = 600$	บาท
	ดังนั้น เมื่อครบหนึ่งปี ได้รับดอกเบี้ย	$= 4,000 - 600 = 3,400$	บาท
	เงินต้นเมื่อขึ้นปีที่ 2	$= 40,000 + 3,400 = 43,400$	บาท
	เมื่อครบ 2 ปี ได้ดอกเบี้ย	$= 43,000 \times \frac{10}{100} = 4,300$	บาท
	หักภาษีเงินได้ของดอกเบี้ย 15%	$= 4,300 \times \frac{15}{100} = 651$	บาท
	ดังนั้น เมื่อครบ 2 ปี ได้รับดอกเบี้ย	$= 4,340 - 651 = 3,689$	บาท
	ดังนั้น เมื่อครบ 2 ปี จะได้รับเงินรวม	$= 43,400 + 3,689 = 47,089$	บาท

3) ตอบ อานนท์ จะได้รับเงินรวมทั้งสิ้น 47,089 บาท

หมายเหตุ การให้คะแนนมีเกณฑ์พิจารณา ดังนี้

- | | |
|--|-------------|
| (1) บอกสิ่งที้อยู่ต้องการให้ และสิ่งที้อยู่กำหนดให้ได้ | ให้ 1 คะแนน |
| (2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ (3 คะแนน) | |
| (2.1) หาดอกเบี๋ยเมื่อครบ 1 ปีได้ถูกต้อง | ให้ 1 คะแนน |
| (2.2) หาเงินต้นเมื่อเริ่มปีที่ 2 ได้ถูกต้อง | ให้ 1 คะแนน |
| (2.3) หาดอกเบี๋ยเมื่อครบ 2 ปีได้ถูกต้อง | ให้ 1 คะแนน |
| (3) คำตอบถูกต้อง | ให้ 1 คะแนน |

10. ครูศรีนวล มีเงินได้สุทธิ 250,000 บาท และถูกหักภาษี ณ ที่จ่าย 15,000 บาท อยากทราบว่าเมื่อครบปีที่ต้องยื่นแบบแสดงรายการภาษีเงินได้ ครูศรีนวลจะต้องเสียภาษีเพิ่มเติมหรือรับเงินที่ชำระเกินคืนเท่าไร

เงินได้สุทธิ (บาท)	อัตรามาชีร้อยละ
1 ถึง 100,000	5
100,001 ถึง 500,000	10
500,001 ถึง 1,000,000	20
1,000,001 ถึง 4,000,000	30
4,000,001 ขึ้นไป	37

1) สิ่งที่ต้องพิจารณาให้หา

- จะต้องเสียภาษีเพิ่มเติมหรือรับเงินที่ชำระเกินคืนเท่าไร

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

- เงินได้สุทธิ 250,000 บาท

- ถูกหักภาษี ณ ที่จ่าย 15,000 บาท

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

วิธีทำ	ครูศรีนวลมีเงินได้สุทธิ	250,000	บาท
	เงินได้ 100,000 บาทแรก เสียภาษี 5%	$= 100,000 \times \frac{5}{100} = 5,000$	
		$= 5,000$	บาท
	เงินได้ 100,001 ถึง 500,000 เสียภาษี 10%		
	เงินได้ส่วนที่เกิน 100,000	$= 250,000 - 100,000 = 150,000$	บาท
	ต้องเสียภาษี 10%	$= 150,000 \times \frac{10}{100} = 15,000$	บาท
	เขาต้องเสียภาษีทั้งหมด	$= 5,000 + 15,000 = 20,000$	บาท
	ถูกหักภาษี ณ ที่จ่ายไปแล้ว	$= 15,000$	บาท
	ดังนั้น จะต้องเสียภาษีเพิ่ม	$= 20,000 - 15,000 = 5,000$	บาท

3) ตอบ ครูศรีนวลจะต้องเสียภาษีเพิ่ม 5,000 บาท

หมายเหตุ การให้คะแนนมีเกณฑ์พิจารณา ดังนี้

(1) บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการให้ และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ ให้ 1 คะแนน

(2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ (3 คะแนน)

(2.1) คำนวณภาษีเงินได้ 100,000 บาทแรก ได้ ให้ 1 คะแนน

(2.2) คำนวณภาษีเงินได้ 100,001 ถึง 500,000 ได้ ให้ 1 คะแนน

(2.3) คิดคำนวณภาษีเงินได้ ที่ต้องเสียทั้งหมดได้ถูกต้อง ให้ 1 คะแนน

(3) คำตอบถูกต้อง ให้ 1 คะแนน



ประวัติผู้เขียน

นายจรุง ขำพงศ์ เกิดวันเสาร์ที่ 16 ตุลาคม พ.ศ. 2514 ที่อำเภอศรีสำโรง จังหวัดสุโขทัย สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีครุศาสตรบัณฑิต (เกียรตินิยมอันดับหนึ่ง) ในปีการศึกษา 2535 สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีศึกษาศาสตรบัณฑิต สาขามัธยมศึกษา-คณิตศาสตร์ สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช ในปีการศึกษา 2540 และสำเร็จการศึกษาปริญญาตรีศึกษาศาสตรบัณฑิต สาขามัธยมศึกษา-วิทยาศาสตร์ สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช ในปีการศึกษา 2541 เข้าศึกษาต่อในหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อ พ.ศ. 2541 ปัจจุบันรับราชการที่โรงเรียนบ้านปากคลองแดน อำเภอศรีสำโรง จังหวัดสุโขทัย



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย