ผลของการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต สังกัดทบวงมหาวิทยาลัย

นางสาว ณัชชา กมล

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2542

ISBN 974-334-633-3

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

I19284470

EFFECTS OF USING GRAPHIC CALCULATOR ON MATHEMATICS CONCEPT AND SPATIAL ABILITY OF MATHAYOM SUKSA THREE STUDENTS IN THE DEMONSTRATION SCHOOLS UNDER THE MINISTRY OF UNIVERSITY AFFAIRS

MISS NATCHA KAMOL

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education in Mathematics Education
Department of Secondary Education
Faculty of Education
Chulalongkorn University
Academic Year 1999

ISBN 974-334-633-3

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ผลของการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต สังกัดทบวงมหาวิทยาลัย
โดย	นางสาวณัชชา กมล
ภาควิชา	มัธยมศึกษา
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ พร้อมพรรณ อุดมสิน

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.....คณบดีคณะครุศาสตร์
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. พฤทธิ์ ศิริบรรณพิทักษ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. จันทร์เพ็ญ เชื้อพานิช)

.....อาจารย์ที่ปรึกษา
(รองศาสตราจารย์ พร้อมพรรณ อุดมสิน)

.....กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. สุวัฒนา อุทัยรัตน์)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ณัชชา กมล : ผลของการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต สังกัดทบวงมหาวิทยาลัย (EFFECTS OF USING GRAPHIC CALCULATOR ON MATHEMATICS CONCEPT AND SPATIAL ABILITY OF MATHAYOM SUKSA THREE STUDENTS IN THE DEMONSTRATION SCHOOLS UNDER THE MINISTRY OF UNIVERSITY AFFAIRS)
อาจารย์ที่ปรึกษา : รองศาสตราจารย์ พร้อมพรรณ อุดมสิน ; 129 หน้า ISBN 974 - 334 - 633 -3.

วัตถุประสงค์ของการวิจัย :

1. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกกับกลุ่มที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกกับกลุ่มที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์

ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ จังหวัดเชียงใหม่ ปีการศึกษา 2542 จำนวน 79 คน ซึ่งแบ่งเป็น 2 ห้องเรียน โดยห้องเรียนที่ 1 เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ ส่วนห้องเรียนที่ 2 เรียนแบบปกติ โดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนทั้งสองห้องเป็นเวลา 4 สัปดาห์ แล้วทำการทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ทำการวิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่า มัชฌิมเลขคณิตค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบค่าที (t-test และ t – difference score)

ผลการวิจัยพบว่า :

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูงกว่านักเรียนที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ภาควิชา ...มัธยมศึกษา
สาขาวิชา .....การศึกษาคณิตศาสตร์
ปีการศึกษา 2542

ลายมือชื่อนิสิต .....
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา .....
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม .....

##4183862527 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION
KEY WORD : GRAPHIC CALCULATOR / MATHEMATICS CONCEPT / SPATIAL ABILITY
NATCHA KAMOL : EFFECTS OF USING GRAPHIC CALCULATOR ON MATHEMATICS CONCEPT AND SPATIAL ABILITY OF MATHAYOM SUKSA THREE STUDENTS IN THE DEMONSTRATION SCHOOLS UNDER THE MINISTRY OF UNIVERSITY AFFAIRS.
THESIS ADVISOR : ASSOC. PROF. PROMPAN UDOMSIN. 129 pp. ISBN 974 - 334 - 633 - 3

The purposes of this study were :

1. to compare mathematics concept of mathayom suksa three students between students who used graphic calculator in mathematics learning and those who did not use graphic calculator in mathematics learning

2. to compare spatial ability of mathayom suksa three students between students who used graphic calculator in mathematics learning and those who did not use graphic calculator in mathematics learning

The samples were 79 mathayom suksa three students of Chiangmai University Demonstration School at Chiangmai province in academic year 1999. They were divided in to 2 groups, the first group learned by using graphic calculator . The second group learned through conventional method without using graphic calculator. The researcher taught both groups for 4 weeks. Then, the samples took mathematics concept test and spatial ability test. The data were analyzed by means of arithmetic means, standard deviation, t – test and t - difference score.

The results of this research revealed that :

1. The mathayom suksa three students who used graphic calculator in mathematics learning had higher mathematics concept than those who did not use graphic calculator in mathematics learning at 0.05 level of significance.

2. The mathayom suksa three students who used graphic calculator in mathematics learning had higher spatial ability than those who did not use graphic calculator in mathematics learning at 0.05 level of significance

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา ...มัธยมศึกษา
สาขาวิชา .....การศึกษาคณิตศาสตร์
ปีการศึกษา 2542

ลายมือชื่อนิสิต .....
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา .....
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม .....

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ด้วยความกรุณาอย่างสูงจาก รองศาสตราจารย์ พร้อมพรรณ อุดมสิน อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งท่านได้สละเวลาอันมีค่าให้คำปรึกษา แนะนำ และตรวจแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความเข้าใจใส่อย่างดียิ่ง ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. จันทร์เพ็ญ เชื้อพานิช ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และรองศาสตราจารย์ ดร. สุวัฒนา อุทัยรัตน์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำแนะนำและแก้ไขข้อบกพร่องทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความถูกต้องและสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

การทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะเกิดขึ้นไม่ได้ ถ้าไม่ได้รับความช่วยเหลือเป็นอย่างดีจากบริษัท เท็กซัส อินสตรูเมนท์ และคุณ พาชื่น ศุภโสภณ ที่กรุณาให้ยืมเครื่องคำนวณกราฟฟิก รุ่น TI – 83 (Texas instruments; TI – 83) ขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านที่กรุณาตรวจแก้ไขและให้ข้อแนะนำต่าง ๆ ในการปรับปรุงเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย จนเป็นเครื่องมือที่สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการ คณะครู-อาจารย์ โรงเรียนต่าง ๆ ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการทดลองใช้เครื่องมือและเก็บข้อมูลและขอขอบคุณนักเรียนโรงเรียนสาธิตมหาลัยเชียงใหม่ ซึ่งเป็นตัวอย่างประชากรที่ให้ความร่วมมือในการทดลองและเก็บข้อมูล

สุดท้ายนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ บิดา-มารดา อาจารย์ วาณี ภระมรทัต และขอขอบคุณเพื่อน ๆ โดยเฉพาะคุณ สิริรัตน์ โชติเล็กติธนา ที่ให้ความช่วยเหลือและให้กำลังใจแก่ผู้วิจัยเสมอมา ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จไปด้วยดี

ณัชชา กมล

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ..... จ

กิตติกรรมประกาศ..... ฉ

สารบัญ..... ช

สารบัญตาราง..... ฌ

สารบัญรูปภาพ..... ฎ

สารบัญแผนภูมิ..... ฎ

บทที่

1 บทนำ..... 1

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา..... 1

วัตถุประสงค์ของการวิจัย..... 8

สมมติฐานการวิจัย..... 8

ขอบเขตของการวิจัย..... 9

ข้อตกลงเบื้องต้น..... 9

ความจำกัดความของการวิจัย..... 10

2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 12

เครื่องคำนวณกราฟฟิก..... 13

บทบาทของเครื่องคำนวณกราฟฟิกในการสอนคณิตศาสตร์..... 13

ความสามารถของเครื่องคำนวณกราฟฟิก..... 16

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์..... 18

ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์..... 18

ความสำคัญของมโนทัศน์ในการสอนคณิตศาสตร์..... 21

การสอนคณิตศาสตร์ให้เกิดมโนทัศน์..... 23

การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์..... 28

ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์..... 30

ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์..... 30

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับความสามารถด้านมิติสัมพันธ์..... 33

สารบัญ (ต่อ)

บทที่		หน้า
	ลักษณะของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์	39
	งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	41
	งานวิจัยในต่างประเทศ	41
	งานวิจัยในประเทศ	43
3	วิธีดำเนินการวิจัย	46
	การศึกษาค้นคว้า	46
	ประชากรและตัวอย่างประชากร	47
	เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง	48
	เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล	51
	การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล	60
	การวิเคราะห์ข้อมูล	62
	สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	62
4	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	65
5	สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	70
รายการอ้างอิง		75
ภาคผนวก		81
	ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ	82
	ภาคผนวก ข การทดสอบค่าเอฟ และค่าที ของผลสัมฤทธิ์	85
	ภาคผนวก ค เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	88
	ภาคผนวก ง เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง	113
ประวัติผู้วิจัย		129

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{X}$) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) ของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน และค่าที (t – test).....	66
2	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{X}$) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) ของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน และค่าที (t – difference scores).....	67
3	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{X}$) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) ของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบซ้อนภาพระหว่างนักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน และค่าที (t – difference scores)...	68
4	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{X}$) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) ของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบหมุนภาพระหว่างนักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน และค่าที (t – difference scores)...	69
5	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{X}$) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) ของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในภาคเรียนที่ 1 (ค 011) ที่ได้จากการสอบปลายภาคเรียนที่ 1 ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน ค่าเอฟ (F – test) และค่าที (t – test).....	86
6	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{X}$) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) และผลการวิเคราะห์ความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ (Pre-test) ของนักเรียนที่เรียนโดยการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน ก่อนการทดลองโดยการทดสอบค่าที (t-test).....	87

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่		หน้า
7	แสดงการกำหนดลักษณะข้อสอบ (Table of Specification) วิชา คณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....	90
8	แสดงค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความยากง่าย (P) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา จำนวน 25 ข้อ.....	99
9	แสดงค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความยากง่าย (P) ของแบบทดสอบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบซ้อนภาพ จำนวน 30 ข้อ.....	104
10	แสดงค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความยากง่าย (P) ของแบบทดสอบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบหมุนภาพ จำนวน 30 ข้อ.....	109

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญรูปภาพ

รูปที่		หน้า
1	แสดงการหาค่าดิฟเฟอเรนเชียลของค่าตรีโกณมิติ	13
2	แสดงการหาค่าของ x จากอสมการ $x^3 + 10x^2 - 3x - 2 \leq 0$	14
3	แสดงกราฟที่ได้หลังจากการซูม (zoom)	15
4	แสดงค่าของ x ที่เป็นคำตอบของสมการ	15
5	แสดงความสัมพันธ์ภายในของแบบทดสอบ 5 ชุด ที่ขึ้นอยู่ กับ 3 องค์ประกอบ	35
6	แสดงองค์ประกอบทางเชาวน์ปัญญาตามทฤษฎีลำดับขั้น ของสติปัญญา	37

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญแผนภูมิ

แผนภูมิที่		หน้า
1	แสดงลำดับขั้นตอนการสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	26

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในสภาพสังคมปัจจุบัน ประเทศไทยมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว ทั้งทางด้านสังคม เศรษฐกิจ การเมือง วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี อันเนื่องมาจากกระแสความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาการและระบบการสื่อสารที่ไร้พรมแดน ผลักดันให้ไทยจะต้องปรับปรุงและเปลี่ยนแปลงประเทศให้สามารถแข่งขันกับนานาประเทศได้ การที่ประเทศไทยจะมีศักยภาพในการแข่งขันและยืนหยัดอยู่ได้อย่างมั่นคงนั้น ย่อมต้องอาศัยปัจจัยหลายประการ ปัจจัยที่สำคัญมากประการหนึ่ง คือ การพัฒนาคุณภาพของคน ดังในแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 8 (สำนัก - งานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ, 2540 : ง - ฉ) ที่เน้นคนเป็นจุดมุ่งหมายหลักของการพัฒนา เพราะคนเป็นทั้งเหตุปัจจัยและผลลัพธ์ที่สำคัญของการพัฒนาประเทศ และเครื่องมือที่นำมาใช้ในการพัฒนาคุณภาพของคน ก็คือ การศึกษา เนื่องจากการศึกษาเป็นกระบวนการที่สำคัญในการพัฒนาบุคคลให้มีคุณภาพ มีความสามารถที่จะเรียนรู้ และปรับตัวให้ทันกับการเปลี่ยนแปลงทั้งหลาย ซึ่งตรงกับคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ (2540 : 2) ที่กล่าวไว้ว่า

> ...การศึกษา เป็นรากฐานที่สำคัญที่สุดประการหนึ่งในการสร้างสรรค์ความเจริญก้าวหน้าและแก้ไขปัญหาต่าง ๆ ในสังคมได้ เนื่องจากการศึกษาเป็นกระบวนการที่ช่วยให้คนได้พัฒนาตนเองในด้านต่าง ๆ ตลอดชีวิต ตั้งแต่การวางรากฐานพัฒนาการของชีวิตตั้งแต่แรกเกิด การพัฒนาศักยภาพและขีดความสามารถด้านต่าง ๆ ที่จะดำรงชีวิตและประกอบอาชีพได้อย่างมีความสุข รู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลง รวมเป็นพลังสร้างสรรค์การพัฒนาประเทศอย่างยั่งยืนได้.....

การจัดการศึกษาจึงเป็นการเตรียมความพร้อมของคนในสังคมให้เป็นคนที่มีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ รู้จักการแก้ปัญหา เพื่อที่จะสามารถเผชิญกับการเปลี่ยนแปลงต่าง ๆ ในสังคมโลกที่มีเทคโนโลยีข้อมูลข่าวสารที่เชื่อมต่อกันทั่วโลก การจัดการศึกษาขึ้นในสังคมแห่งการเปลี่ยนแปลงดังกล่าวให้มีประสิทธิภาพได้นั้น จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องอาศัยความรู้ในสาขาวิชาต่าง ๆ เป็นต้นว่า วิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ ภาษาอังกฤษและที่ขาดไม่ได้คือ คณิตศาสตร์ ซึ่งคณิตศาสตร์ เป็นวิชา

หนึ่งที่มีความสำคัญต่อการจัดการศึกษาในสภาพการณ์ปัจจุบัน เนื่องจากความเจริญก้าวหน้าทางวิชาการต่าง ๆ มีพื้นฐานมาจากคณิตศาสตร์ หลักการทางคณิตศาสตร์ถูกนำไปใช้กันอย่างแพร่หลายในศาสตร์แขนงต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็น วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ ฯลฯ และคณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนาความคิดของคนในสังคมให้เป็นคนที่คิดอย่างเป็นระบบ มีเหตุมีผล รู้จักการแก้ปัญหา ดังคำกล่าวของ ยุพิน พิพิธกุล (2539 :1) ที่กล่าวถึงความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ไว้ว่า " วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับความคิด กระบวนการและเหตุผล คณิตศาสตร์ฝึกให้คนคิดอย่างมีระเบียบ และเป็นรากฐานของวิทยาการหลาย ๆ สาขา ความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยี วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ ก็ล้วนแต่อาศัยคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น " ซึ่งความเห็นดังกล่าวตรงกับคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ (2532 :1101 – 1105) ที่กล่าวไว้ว่า " วิชาคณิตศาสตร์ เป็นวิชาหนึ่งที่มีความสำคัญและเป็นรากฐานของวิชาต่าง ๆ เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์ช่วยพัฒนาความคิดของผู้เรียนให้เป็นผู้รู้จักใช้ความคิดอย่างรอบคอบ เป็นระเบียบ ละเอียดถี่ถ้วน มีเหตุผล เป็นคนช่างสังเกต มีความสามารถในการแก้ปัญหา ด้วยเหตุนี้คณิตศาสตร์จึงถูกบรรจุในหลักสูตรทุกระดับชั้น "

ถึงแม้วิชาคณิตศาสตร์จะเป็นวิชาที่มีความสำคัญและมีความจำเป็นต่อการดำรงชีวิตในสังคม แต่การเรียนคณิตศาสตร์ ยังเป็นปัญหาสำคัญสำหรับผู้เรียนอยู่ไม่น้อย เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นนามธรรม ยากแก่การทำความเข้าใจและจำเป็นต้องอาศัยความคิดในการตัดสินใจแก้ปัญหาและยังต้องอาศัยเหตุผลในการอธิบายความคิดดังกล่าวให้สมเหตุสมผล ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์และเห็นว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยาก ดังที่ สมจิต ชิวปรีชา (2528 : 11 – 12) ได้กล่าวไว้ว่า " ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์จะมีลักษณะเป็นนามธรรม มีโครงสร้างซึ่งประกอบด้วย อนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ ต่าง ๆ ยากแก่การทำความเข้าใจ เป็นผลให้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของครูส่วนมากประสบปัญหา นักเรียนไม่ชอบเรียนคณิตศาสตร์ " และจากการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ทั่วประเทศ โดยสำนักทดสอบทางการศึกษา กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ (2540 : 8 – 11) พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำมาก ผลการประเมินดังกล่าวชี้ให้เห็นถึงความล้มเหลวในการเรียนของนักเรียน จากปัญหาดังกล่าว ผู้ที่เกี่ยวข้องกับการจัดการศึกษาต่างตระหนักถึงความสำคัญของปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน สื่อการสอน จึงเป็นแนวทางหนึ่งที่นำมาช่วยในการจัดการเรียนการสอน เพื่อที่จะปรับปรุงคุณภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้ดีขึ้น เนื่องจากสื่อการสอนเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมมากยิ่งขึ้น ดังที่ ยุพิน พิพิธกุล และอรพรรณ ตันบรรจง (2531 :15) ที่กล่าวไว้ว่า

> .....สภาพการเรียนการสอนของไทยในอดีต ครูสอนแบบเน้นตนเองเป็นศูนย์กลาง เมื่อครูเข้าห้องสอน ครูก็จะสอนตามที่ตนคิด และบอกนักเรียนตามที่ตนต้องการ แต่สภาพการเรียนการสอนในยุคของการเปลี่ยนแปลง ครูจะต้องยึดนักเรียนเป็นศูนย์กลาง ต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ต้องคำนึงถึงการเปลี่ยนแปลงและวิวัฒนาการทางสังคม ครูจะต้องพยายามเปลี่ยนตนเองจากการสอนแบบบอก แบบชอล์กและกระดานดำ มาเป็นครูที่ใช้เทคโนโลยีสมัยใหม่ เพื่อให้ทันกับการเปลี่ยนแปลง ซึ่งสื่อการสอนจัดเป็นเทคโนโลยีทางการศึกษาอย่างหนึ่งที่มีผู้นำมาใช้อย่างกว้างขวาง สื่อการสอนจะช่วยครูได้อย่างดีในการใช้รูปธรรมอธิบายนามธรรม.....

คณะกรรมการจัดทำโครงการรุ่งอรุณ (2540 : 3) ได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้สื่อการสอนไว้ว่า " กระบวนการเรียนการสอนจะบรรลุตามจุดประสงค์ได้อย่างมีประสิทธิภาพนั้น จะต้องประกอบด้วยสื่อการสอน เนื่องจากสื่อการสอน (Instructional Media) เป็นสื่อ เพื่อการเรียนรู้ในเรื่องใดเรื่องหนึ่งของผู้เรียน สำหรับกลุ่มผู้เรียนเป้าหมายหนึ่ง ๆ สื่อสามารถแปลงสิ่งที่เป็นนามธรรมให้เป็นรูปธรรม และเป็นตัวกระตุ้นประสาทสัมผัสของผู้เรียนทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจและเกิดการเรียนรู้ใน เนื้อหาสาระนั้น ๆ " เป็นที่ทราบแล้วว่าสื่อการเรียนการสอนและเทคโนโลยีทางการศึกษามีส่วนสำคัญในการพัฒนาคุณภาพการเรียนการสอน ซึ่งในปัจจุบันได้มีการพัฒนาเทคโนโลยีและสื่อการเรียนการสอน ที่นำมาใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มากมาย เป็นต้นว่า เทปโทรทัศน์ แผ่นภาพโปร่งแสง แผนภูมิ คอมพิวเตอร์ช่วยสอน และที่กำลังจะเข้ามามีบทบาทต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในประเทศไทย คือ เครื่องคำนวณกราฟฟิก

เครื่องคำนวณกราฟฟิกเป็นเทคโนโลยีอย่างหนึ่งที่เข้ามามีบทบาทอย่างมากต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนของไทย ซึ่งสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท) ได้มีการจัดอบรมเกี่ยวกับการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกในการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ขึ้นเป็นครั้งแรกในปี 2540 และกระจายไปทั่วประเทศในเวลาใกล้เคียงกัน และต่อมาในปี 2541 ศูนย์การศึกษาด้านวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ แห่งเอเชียตะวันออกเฉียงใต้ (Southeast Asian Ministers of Education Organisation - Regional Centre for Education in Science and Mathematics ; SEAMEO - RECSAM , 2541 : 5) ได้เริ่มดำเนินการวิจัยเรื่อง การใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกเป็นอุปกรณ์การเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา ซึ่งเป็นงานวิจัยที่ร่วมงานกันของ 4 ประเทศในเอเชียตะวันออกเฉียงใต้ คือ มาเลเซีย ฟิลิปปินส์ เวียดนาม และไทย ในประเทศไทยได้มีโรงเรียนเข้าร่วมโครงการ 5 โรงเรียน สำหรับเก็บข้อมูลใน

การทำวิจัยครั้งนี้ โดยทำการทดลองด้วยการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกของบริษัท เท็กซัส อินสตรูเมนท์ ในรุ่น TI-83 (Texas Instruments ; TI – 83) ประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ในภาคเรียน ที่ 2 ปีการศึกษา 2541 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ทัศนคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ กระบวนการคิดและกระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ แล้วนำผลการทดลองที่ได้ไปรวมกับผลการทดลองกับอีก 3 ประเทศที่เหลือ เพื่อทำการวิเคราะห์ข้อมูลต่อไป

จากข้อมูลดังกล่าวจะเห็นว่า ประเทศไทยเริ่มมีการรับเครื่องคำนวณกราฟฟิก ซึ่งเป็นเทคโนโลยีทางการศึกษาใหม่เข้ามาใช้เมื่อไม่นานมานี้ ซึ่งต่างจากนานาประเทศที่มีการนำเครื่องคำนวณกราฟฟิกเข้ามาใช้ในการเรียนการสอนอย่างแพร่หลาย ดังที่ศูนย์การศึกษาด้านวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ แห่งเอเชียตะวันออกเฉียงใต้ (Southeast Asian Ministers of Education Organisation - Regional Centre for Education in Science and Mathematics ; SEAMEO - RECSAM , 2541 : 2) ที่ได้กล่าวไว้สรุปได้ว่า ในยุโรป สหรัฐอเมริกา แคนาดา ออสเตรเลีย และนิวซีแลนด์ได้ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกในการเรียนการสอนอย่างแพร่หลาย และยังพบว่าเครื่องคำนวณกราฟฟิกเป็นเครื่องมือที่ช่วยสร้างความเข้าใจในการเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น โดยเฉพาะมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และสร้างความสัมพันธ์กันระหว่างนักเรียน และยังทำให้นักเรียนได้ค้นพบและแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ยากๆ ได้เป็นอย่างดี

ในปัจจุบันได้มีนักการศึกษาตลอดจนผู้มีส่วนเกี่ยวข้องกับการพัฒนาการศึกษาคณิตศาสตร์ในประเทศไทย เริ่มให้ความสนใจและพยายามผลักดันให้มีการนำเครื่องคำนวณกราฟฟิกเข้ามาใช้ในโรงเรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา ดังที่ ดนัย ยังคง (2541: คำนำ) กล่าวว่า " เครื่องคำนวณกราฟฟิกเป็นสื่อการเรียนการสอนชนิดหนึ่งที่แพร่หลายในโลกทุกวันนี้ เนื่องจากราคาที่ค่อนข้างถูกลงแต่มีประสิทธิภาพมากขึ้น มีหน่วยความจำ ใช้งานได้หลายอย่างคล้ายกับเครื่องคอมพิวเตอร์ แต่มีขนาดเล็ก พกพาติดตัวได้สะดวก ใช้ได้ทุกสถานที่แม้ไม่มีไฟฟ้าก็สามารถใช้ได้ ในอนาคตอันใกล้คงหลีกไม่พ้นที่จะต้องใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกเป็นอุปกรณ์ประกอบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน " สอดคล้องกับแนวคิดของ นิตยาพร บุญญาศิริ (2542: คำนำ) ที่กล่าวว่า " เครื่องคำนวณกราฟฟิกของบริษัท เท็กซัส อินสตรูเมนท์ ในรุ่น TI-83 (Texas Instruments ; TI-83) ช่วยให้นักเรียนเข้าใจรูปแบบของกราฟได้ง่ายขึ้น โดยเฉพาะเรื่อง ฟังก์ชันและกราฟต่าง ๆ ทั้งยังมีขีดความสามารถของเครื่องคำนวณกราฟฟิกในรุ่น TI-83 หลายอย่าง เช่น ใช้คำนวณเกี่ยวกับเมทริกซ์ สถิติ ความน่าจะเป็น และ การคำนวณค่าต่าง ๆ "

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ในประเทศทางยุโรป สหรัฐอเมริกา ออสเตรเลีย และอีกหลายประเทศ ได้มองเห็นประโยชน์ของเครื่องคำนวณกราฟฟิกในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก ได้สนับสนุนให้นำมาใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์อย่างแพร่หลาย ดังที่สภาครูคณิตศาสตร์ระดับชาติของประเทศสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathemetics : NCTM) ได้สนับสนุนการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกในการเรียนการสอนนักเรียนระดับ 9 – 12 และจากการสำรวจความคิดเห็นของครูคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ถึงการยอมรับการนำเครื่องคำนวณกราฟฟิกมาใช้ในโรงเรียน พบว่า ครูคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ให้การยอมรับเครื่องคำนวณกราฟฟิกว่า เป็นเครื่องมือก่อให้เกิดกระบวนการคิด ช่วยเพิ่มความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ และการสอนแบบค้นพบเกี่ยวกับหลักการทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ได้เป็นอย่างดี (Marcia L. Tharp , James A. Fitzsimmons and Robin L. Brown Ayers ,1997 : 551 – 575) ซึ่งตรงกับความคิดเห็นของนักการศึกษาและครูผู้ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา ที่กล่าวไว้สรุปได้ว่า เครื่องคำนวณกราฟฟิก เป็นเครื่องมือที่มีประโยชน์ต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้น ไม่ว่าจะนำมาช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา การพัฒนาทักษะการคิดคำนวณ และที่สำคัญอีกประการหนึ่งคือ ช่วยพัฒนาทักษะในการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยผู้เรียนใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกช่วยในการสร้างความรู้ความคิดใหม่ ๆ จากการเรียนด้วยการค้นพบมโนทัศน์ด้วยตัวเอง ทำให้นักเรียนเข้าใจอย่างลึกซึ้ง และยังช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ได้เร็วและง่ายขึ้น ทำให้มีเวลาสำหรับการเรียนเนื้อหาได้มากขึ้น (Cynthia Ballhim,1999:4)

จากคุณสมบัติและศักยภาพในการใช้งานของเครื่องคำนวณกราฟฟิก จะเห็นว่าเครื่องคำนวณกราฟฟิกได้เข้ามามีบทบาทต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในการเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น นั่นคือ นักเรียนสามารถเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งที่ได้เรียนรู้จากการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยผ่านกิจกรรมการเรียนการสอน ไม่ว่าจะเป็นเรื่องของจำนวน ตัวเลข การวัดต่าง ๆ โดยนักเรียนสามารถสรุปสิ่งที่ได้รับรู้หรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ออกมาในรูปของการจำแนกความแตกต่าง หรือการสรุปรวมในสิ่งที่มีลักษณะเหมือนกัน ซึ่งจะเห็นว่า การเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มีความสำคัญและมีความจำเป็นต่อการเรียนการสอนในปัจจุบันเป็นอย่างมาก เนื่องจาก มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จะเป็นตัวบ่งชี้ว่านักเรียนเข้าใจในสิ่งที่เรียนมากน้อยเพียงใด นักเรียนสามารถจัดกลุ่มความรู้ที่ได้รับ โดยพิจารณาถึงลักษณะที่เหมือนกันหรือแตกต่างกันได้ ซึ่งสิ่งเหล่านี้เป็นคุณสมบัติของบุคคลที่เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และในขณะเดียวกัน นักเรียนสามารถนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้รับมาสรุปเป็นหลักการ และนำไปใช้ประโยชน์ในการเรียนรู้สิ่งอื่น ๆ หรือเรื่องอื่นต่อไปได้

การที่นักเรียนจะเกิดมโนทัศน์ในการเรียนคณิตศาสตร์และสามารถบอกเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ จำเป็นต้องได้รับประสบการณ์จากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เหมาะสมและมากพอ เพื่อที่จะสรุปความคิดและความเข้าใจออกมาเป็นหลักการ นิยาม อนิยาม และทฤษฎี ทำให้สามารถอธิบายลักษณะ บอกความแตกต่าง จัดหมวดหมู่หรือบอกลักษณะโดยทั่วไปได้ ซึ่งตรงกับยุพิน พิพิธกุล (2530 : 4 – 5) ที่กล่าวไว้ว่า

> .....การสรุปมโนทัศน์หรือหลักการใหม่ถือว่าสำคัญมาก เพราะถ้าผู้สอนต้องการให้ผู้เรียนสรุปมโนทัศน์หรือหลักการใหม่ ผู้สอนจะต้องคำนึงถึงเรื่องการเลือกวิธีการสอนและสื่อการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับเนื้อหา เนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องหนึ่งจะมีกลวิธีการสอนได้หลายวิธีแตกต่างกันไป หรือเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องหนึ่งอาจจะต้องใช้กลวิธีการสอนหลาย ๆ อย่างมาช่วยเพื่อให้ ผู้เรียนสามารถสรุปมโนทัศน์หรือหลักการได้ด้วยตนเอง ขั้นนี้จึงนับได้ว่าเป็นหัวใจของการสอน การประยุกต์ใช้มโนทัศน์ หลักการและพัฒนาทักษะถึงขั้นการแก้ปัญหาในขั้นนี้หมายความว่า ผู้เรียนใช้มโนทัศน์ที่เรียนรู้ใหม่ไปใช้แก้ปัญหา โดยอาศัยมโนทัศน์หรือหลักการเก่าที่เคยเรียนรู้ มาช่วยในการแก้ปัญหาด้วย....

การที่นักเรียนจะเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้นั้น กิจกรรมการเรียนการสอนถือว่าเป็นสิ่งที่มีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการส่งเสริมให้นักเรียนเรียนรู้และเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยตัวเอง ซึ่งจำนง พรายแย้มแข (2526 : 54 – 55) ได้เสนอแนะการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมให้เกิด มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ พอสรุปได้ว่าการสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ควรเริ่มจากสิ่งที่ง่าย ๆ ใกล้ตัว แล้วค่อย ๆ ขยายวงกว้างให้ไกลตัวออกไป โดยมีการฝึกฝนอย่างสม่ำเสมอ การสอนต้องมีตัวอย่างประกอบที่มากพอและมีสื่อการสอนที่เหมาะสมกับบทเรียน โดยให้นักเรียนมีโอกาสได้รับประสบการณ์ตรงและมีส่วนร่วม หรือปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ ด้วยตนเองให้มากที่สุดและเพียงพอ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จึงจะเกิดขึ้น

จากที่กล่าวมาจะเห็นว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น เน้นผู้เรียนสร้างความรู้ขึ้นมาด้วยตัวเองจากการลงมือกระทำ โดยคำนึงถึงประสบการณ์เดิมและการนำสื่อการเรียนการสอน คือ เครื่องคำนวณกราฟฟิก เข้ามาช่วยในการกระตุ้นให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เร็วขึ้น เมื่อนักเรียนได้รับการสอนจนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แล้ว จำเป็นอย่างยิ่งที่ครูต้องมีการวัดและประเมินผลว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หรือไม่ โดยที่การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนย่อยของการวัดผลสัมฤทธิ์ทาง

การเรียนคณิตศาสตร์ ที่อยู่ในระดับการวัดความเข้าใจ ตามการจำแนกระดับพฤติกรรมการเรียนรู้ของ เจมส์ ดับเบิลยู วิลสัน (Jame W. Winson ,1971 : 660 – 662)

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกเป็นสื่อในการสอน นอกจากจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดีแล้ว เครื่องคำนวณกราฟ-ฟิกยังมีคุณสมบัติที่ต่างจากเครื่องคำนวณทั่วไปอย่างหนึ่ง คือ สามารถแสดงกราฟได้ แสดงภาพต่าง ๆ ทางเรขาคณิตได้ ทำให้มองเห็นภาพในหลายลักษณะ ทั้งภาพในเชิงกว้าง ลึก แคบหรือขยายให้ใหญ่ได้ ในทิศทางต่าง ๆ และยังสามารถจัดภาพซ้อนทับกันได้ ซึ่งสร้างความสนใจให้กับนักเรียน ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้รูปเรขาคณิตชนิดต่าง ๆ จากกิจกรรมการเรียนการสอน ที่เน้นให้นักเรียนค้นพบด้วยตัวเอง โดยใช้ใบงาน ตลอดจนเอกสารแนะแนวทางต่าง ๆ นักเรียนเกิดความคุ้นเคยในการมองรูปเรขาคณิต ไม่ว่าจะมีขนาด รูปร่างที่ต่างกัน มองเห็นความกว้าง ลึกของภาพ เป็นผลให้นักเรียนสามารถที่จะจินตนาการภาพดังกล่าวได้ในใจ ความสามารถเหล่านี้ในทางการศึกษาถือว่า เป็นสมรรถภาพทางสมองชนิดหนึ่ง ซึ่งเรียกว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

ผู้ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ในวงการศึกษาถือว่า เป็นผู้ที่มีความสามารถในการเข้าใจถึงมิติต่าง ๆ เป็นต้นว่า ขนาด รูปร่าง ความสูง-ต่ำ ปริมาตร รูปทรงเรขาคณิต ฯลฯ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเกิดจินตนาการและมองเห็นภาพของส่วนประกอบต่าง ๆ เมื่อแยกจากกัน และมองเห็นเค้าโครง เมื่อนำมาประกอบกัน ดังที่ ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ (2528 :147) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการมีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ไว้ว่า " ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ เป็นองค์ประกอบพื้นฐานที่จะทำให้บุคคลเกิดความคิดสร้างสรรค์ เกิดจินตนาการต่าง ๆ ได้ ผู้ที่มีความสามารถทางด้านนี้ เหมาะที่จะเรียนและประกอบอาชีพทางด้านวิศวกร ช่างเทคนิค นักออกแบบสถาปนิก นักตกแต่ง นักขับรถ นักวิทยาศาสตร์ นักเขียนแบบ นักบิน จิตรกร เป็นต้น " จากที่กล่าวมาจะเห็นว่า ในการเรียนคณิตศาสตร์นั้น จำเป็นต้องอาศัยความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ในการคิดแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นนามธรรม จำเป็นต้องใช้จินตนาการในการตีความ และเนื้อหาคณิตศาสตร์ยังประกอบด้วยเนื้อหาทางเรขาคณิตด้วย ซึ่งเป็นความสัมพันธ์โดยตรงต่อความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเนื้อหาประกอบด้วย อนิยาม นิยาม สัจพจน์ ทฤษฎี กฎ สูตร ข้อตกลงต่าง ๆ ซึ่งล้วนเป็นเนื้อหาเชิงนามธรรมแทบทั้งสิ้นและการที่จะทำให้นักเรียนเข้าใจและนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้จำเป็นต้องอาศัยสื่อการสอนในการมองเห็นลักษณะที่เป็นรูปธรรม นั่นก็คือ เครื่องคำนวณกราฟฟิกและเนื่องจากปัจจุบัน การศึกษาและการวิจัยเกี่ยวกับการ

นำเครื่องคำนวณกราฟฟิกมาใช้ในการเรียนการสอนในประเทศไทยยังมีน้อยมาก ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาว่า นักเรียนที่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนจะมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูงกว่า นักเรียนที่เรียนแบบปกติที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์หรือไม่ โดยใช้เนื้อหาเรื่อง พาราโบลา ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เนื่องจากเนื้อหาดังกล่าวเป็นเรื่องที่เกี่ยวกับรูปกราฟ ซึ่งนักเรียนจะต้องเข้าใจลักษณะต่าง ๆ เกี่ยวกับกราฟพาราโบลา ด้วยการวาดกราฟ ซึ่งการเรียนการสอนปกติจะทำให้เสียเวลาในการเรียนรู้ โดยผลที่ได้จากการวิจัยดังกล่าวจะมีประโยชน์ต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ที่จะนำไปปรับปรุงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกกับกลุ่มที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกกับกลุ่มที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์

สมมติฐานของการวิจัย

มารี มาร์กาเร็ต โซฟ กรุบส์ (Mary Margaret Shoaf-Grubbs ,1992 : 0119) ได้ทำการศึกษา ผลของเครื่องคำนวณกราฟฟิกที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ของนักเรียนหญิง ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนหญิงที่เรียนพีชคณิตวิทยาลัย แบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 37 คนสอนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกในการเรียนพีชคณิต ส่วนกลุ่มควบคุม ซึ่งมีจำนวนเท่ากันสอนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกในการเรียนพีชคณิต ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกในการเรียนพีชคณิตมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และมีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูงกว่านักเรียนที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกในการเรียน

คาร์ล วอลเลซ นอร์ริส (Carl Wallace Norris ,1994 :1892) ได้ทำการศึกษา ผลของการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนการสอนแคลคูลัสเบื้องต้น ในระดับมหาวิทยาลัย กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาระดับมหาวิทยาลัย โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 125 คน เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณ กราฟฟิกประกอบการเรียน ส่วนกลุ่มควบคุมจำนวน 179 คน เรียนโดยไม่ใช้

เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนผลการศึกษาพบว่า นักศึกษาที่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนมีมโนทัศน์เกี่ยวกับฟังก์ชันพื้นฐาน ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของวิชาแคลคูลัสเบื้องต้น สูงกว่านักศึกษาที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานการวิจัยดังต่อไปนี้

1. นักเรียนที่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สูงกว่านักเรียนที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ 0.05

2. นักเรียนที่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ สูงกว่านักเรียนที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ 0.05

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต สังกัดทบวงมหาวิทยาลัย

2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ เรื่อง พาราโบลา ในรายวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของกระทรวงศึกษาธิการ

3. ตัวแปรที่ศึกษา

3.1 ตัวแปรจัดกระทำ คือ

การใช้และไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์

3.2 ตัวแปรตาม คือ

1) มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2) ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

ข้อตกลงเบื้องต้น

เวลาในการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนและไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนที่ต่างกันไม่มีผลต่อผลการวิจัย

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คำจำกัดความในการวิจัย

1. **เครื่องคำนวณกราฟฟิก** (Graphic Calculator) หมายถึง สื่อการเรียนการสอนชนิดหนึ่งที่มีประสิทธิภาพในการทำงานสูง สามารถใช้เป็นเครื่องคำนวณได้ มีหน่วยความจำ สามารถเขียนโปรแกรมเบื้องต้น ด้วยภาษาเบสิกได้ สามารถแสดงรูปกราฟต่าง ๆ ได้ สามารถแสดงภาพทางเรขาคณิตได้ ซึ่งใช้งานได้เหมือนคอมพิวเตอร์ แต่มีขนาดเล็กพกพาติดตัวได้สะดวก ใช้ได้ทุกสถานที่ โดยใช้แบตเตอรี่ หรือใช้ไฟฟ้า

2. **การใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิก** หมายถึง การนำเครื่องคำนวณกราฟฟิกเข้ามาใช้เป็นสื่อในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ช่วยในการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา ซึ่งเครื่องคำนวณกราฟฟิกสามารถแสดงกราฟลักษณะต่าง ๆ แสดงภาพทางเรขาคณิต โดยจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเน้นนักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งมีขั้นตอนในการจัดกิจกรรมประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ การสำรวจ การปรับแนวความคิด การทดลอง และการสรุป

2.1 การสำรวจ หมายถึง การเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงออกถึงความรู้ความเข้าใจเดิมที่มีอยู่เกี่ยวกับเรื่องที่เรียนและช่วยกันสังเกต สำรวจ เพื่อให้เห็นปัญหา และข้อขัดแย้ง

2.2 การปรับแนวความคิด หมายถึง การให้นักเรียนช่วยกันพิจารณาความแตก ต่างและความขัดแย้งทางความคิดที่เกิดขึ้น เพื่อกำหนดความคิดใหม่

2.3 การทดลอง หมายถึง การกระตุ้นให้นักเรียนค้นหาแนวความคิดใหม่ พัฒนาความคิดให้กว้างและลึกมากขึ้น โดยการให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกทดลองเพื่อตรวจสอบความคิดนั้น

2.4 การสรุป หมายถึง การให้นักเรียนช่วยกันอภิปรายและสรุปผลการทดลองจนได้มโนทัศน์

3. **การไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิก** หมายถึง การเรียนคณิตศาสตร์แบบปกติในชั้นเรียน ซึ่งประกอบด้วยการสอนในขั้นนำ ขั้นสอน และขั้นสรุป ในขั้นสอนให้นักเรียนเรียนโดยการใช้กระดาษกราฟ และดินสอหรือปากกา ช่วยในการเขียนกราฟพาราโบลา ในกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยครูช่วยอธิบายและช่วยสรุปมโนทัศน์ เรื่อง พาราโบลา

4. **มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์** (Mathematics Concept) หมายถึง ความสามารถในการคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ อันเกิดจากการได้รับประสบการณ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยการสรุปความคิดและความเข้าใจที่ได้ออกมาเป็นนิยาม หรือหลักการ หรือทฤษฎี ทำให้สามารถอธิบายลักษณะ บอกความแตกต่าง จัดหมวดหมู่หรือบอกลักษณะโดยทั่วไปได้ ซึ่ง

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในที่นี้สามารถวัดออกมาได้เป็นคะแนน จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง พาราโบลา ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

5. **ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์** (Spatial Ability) หมายถึง ความสามารถในการจินตนาการหรือการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างรูปภาพในมิติต่าง ๆ ที่แยกย่อยออกจากกัน มองเห็นโครงสร้างของสิ่งนั้นเมื่อนำส่วนประกอบต่าง ๆ มาประกอบเข้าด้วยกัน และมองเห็นภาพที่เกิดจากการหมุน การเคลื่อนย้าย การบิด หรือ การพลิกรูปในลักษณะต่าง ๆ ได้ ซึ่งความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ในการวิจัยครั้งนี้วัดได้จากคะแนนของการทำแบบวัดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบซ้อนภาพ และแบบหมุนภาพ

5.1 ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบซ้อนภาพ หมายถึง ความสามารถในการค้นหาภาพรูปเรขาคณิตที่เกิดจากการทับกันหรือซ้อนกันของภาพที่กำหนด 2 ภาพได้

5.2 ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบหมุนภาพ หมายถึง ความสามารถในการเลือกภาพรูปเรขาคณิตที่เกิดจากการหมุนภาพที่กำหนดให้ได้

6.**นักเรียน** หมายถึง ผู้ที่ศึกษาอยู่ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสาธิต สังกัดทบวงมหาวิทยาลัย

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาเรื่อง " ผลของการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต สังกัดทบวงมหาวิทยาลัย " ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งนำเสนอตามลำดับต่อไปนี้

เครื่องคำนวณกราฟฟิก

1. บทบาทของเครื่องคำนวณกราฟฟิกในการสอนคณิตศาสตร์
2. ความสามารถของเครื่องคำนวณกราฟฟิก

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1. ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
2. ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
3. การสอนคณิตศาสตร์ให้เกิดมโนทัศน์
4. การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

1. ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์
2. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับความสามารถด้านมิติสัมพันธ์
3. ลักษณะของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. งานวิจัยในต่างประเทศ
2. งานวิจัยในประเทศ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

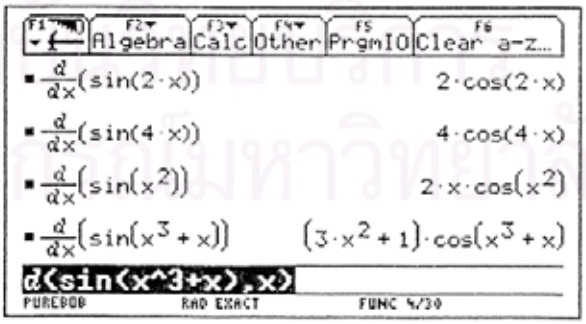
เครื่องคำนวณกราฟฟิก

1. บทบาทของเครื่องคำนวณกราฟฟิกในการสอนคณิตศาสตร์

เครื่องคำนวณกราฟฟิกได้เข้ามามีบทบาทสำคัญต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มาก เนื่องจากเนื้อหาคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม ยากแก่การทำความเข้าใจ จึงจำเป็นต้องอาศัยสื่อการเรียนการสอนเข้ามาช่วยในการอธิบายลักษณะนามธรรมให้เป็นรูปธรรม เพื่อง่ายต่อการทำความเข้าใจ ซึ่งนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงบทบาทของเครื่องคำนวณกราฟฟิกไว้ดังนี้

จอห์น เบอร์รี และบอบ ฟรานซิส (John Berry and Bob Francis ,1996 : 3 – 13) กล่าวถึงบทบาทของเครื่องคำนวณกราฟฟิกไว้สรุปได้ดังนี้

1. เครื่องคำนวณกราฟฟิกเป็นเครื่องมือในการกระทำทางคณิตศาสตร์ เช่น
   - การหาค่าของ $V(t) = \ln (m_0+gt^2)+gt$ เมื่อกำหนดค่าของ m_0, g และ t มาให้
   - การเขียนกราฟของ $y = x^3 - 2x^2+1$
   - การหาค่าของการอินทิเกรต $\frac{1}{1+x^4}$ เป็นต้น
2. เครื่องคำนวณกราฟฟิกเป็นเครื่องมือในการอธิบายหลักการสำคัญ ๆ ทางคณิตศาสตร์ การเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์ เช่น ในการสอนให้นักเรียนเข้าใจสูตรทั่วไปของ $\frac{d}{dx}\sin(u(x)) = \cos(u(x))\frac{du}{dx}$ โดยครูยกตัวอย่างค่าของ sin (2x), sin (4x) และ sin (x^3+x) แล้วให้นักเรียนเปรียบเทียบค่าที่ได้ เพื่ออธิบายคำตอบของ $\frac{d}{dx}\sin(u(x))$ โดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกเข้าช่วยในการเรียนรู้และอธิบายสิ่งที่เกิดขึ้น ดังแสดงในรูปที่ 1



รูปที่ 1 แสดงการหาค่าดิฟเฟอเรนเชียลของค่าตรีโกณมิติ

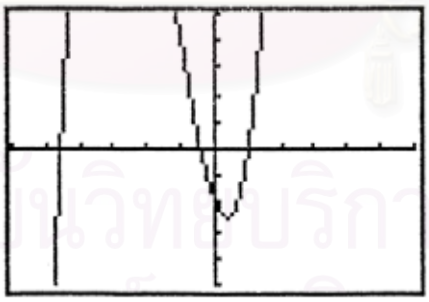
เปอร์ โบรแมน (Per Broman, 1996 :17 – 18) กล่าวไว้สรุปได้ว่า เครื่องคำนวณกราฟฟิกมีบทบาทสำคัญในการทำให้นักเรียนรู้ได้เร็วขึ้นและได้รับเนื้อหาเพิ่มขึ้นกว่าการเรียนปกติ เป็นต้นว่า ในการเรียนโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่ง จอร์จ โพลยา (George Polya) ได้กล่าวไว้ 4 ขั้นตอน คือ ระบุปัญหา วางแผนการแก้ปัญหา ทำตามแผน และตรวจสอบคำตอบ ซึ่งในขั้นตอนของการทำตามแผนนั้น นักเรียนส่วนใหญ่จะใช้เวลาในการทำมากกว่า 90% ของเวลาทั้งหมดในการคำนวณหาคำตอบทำให้นักเรียนขาดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาที่ชำนาญได้ การใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกช่วยในการคำนวณคำตอบจะทำให้นักเรียนแก้ปัญหาโจทย์ได้ครบทุกขั้นตอนและได้เรียนรู้โจทย์ปัญหามากขึ้นในเวลาเท่าเดิม

เจมมี คาร์เวลโฮ อี ซิลวา (Jaime Carvalho E. Silva, 1996 : 23 – 27) กล่าวถึงบทบาทของเครื่องคำนวณกราฟฟิกในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้สรุปได้ว่า

เครื่องคำนวณกราฟฟิกช่วยในการ :

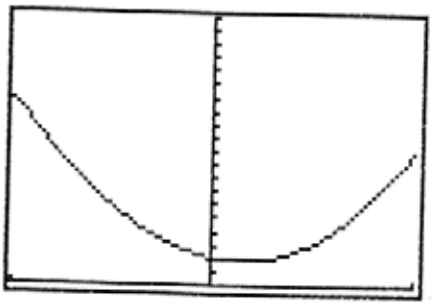
- คำนวณทางคณิตศาสตร์
- แสดงการแก้สมการและอสมการโดยวิธีการเชิงรูปธรรม
- สร้างรูปแบบและแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์
- แนะแนวทางเพื่อให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ซึ่งตัวอย่างต่อไปนี้แสดงการแก้อสมการ $x^3+10x^2-3x-2 \leq 0$ โดยใช้เครื่องคำนวณกราฟ-ฟิกแสดงการหาคำตอบในรูปของกราฟ โดยการตั้งหน้าจอให้แกน x อยู่ในช่วง $[-10,10]$ และแกน y อยู่ในช่วง $[-10,10]$ ซึ่งจะได้กราฟดังรูปที่ 2



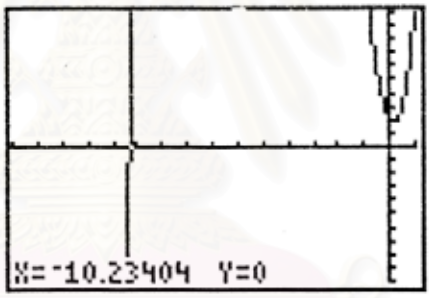
รูปที่ 2 แสดงการหาค่าของ x จากอสมการ $x^3+10x^2-3x-2\leq 0$

จากรูปจะเห็นว่า กราฟที่ได้ยังไม่ชัดเจน จึงทำการซูม (Zoom) เพื่อตั้งค่าหน้าจอให้กราฟใหญ่กว่าเดิม โดยตั้งค่าหน้าจอให้ แกน x อยู่ในช่วง $[-1,1]$ และ แกน y อยู่ในช่วง $[0,10]$ ทำให้เห็นกราฟมีลักษณะคล้ายกราฟพาราโบลา และไม่มีจุดตัดบนแกน x ดังแสดงในรูปที่ 3



รูปที่ 3 แสดงกราฟที่ได้หลังจากการซูม (zoom)

เนื่องจากสมการกำลัง 3 จะมีรากแท้ อย่างน้อย 1 ราก และหลังจากทำการซูม เพื่อหาจุดต่างๆ ที่ใกล้เคียงคำตอบมากที่สุดทำให้ได้ค่าของ x โดยประมาณ คือ –10.2 ซึ่งได้เซตของคำตอบของอสมการคือ $(-\infty,-10.2\ldots]$ ดังแสดงในรูปที่ 4



รูปที่ 4 แสดงค่าของ x ที่เป็นคำตอบของสมการ

จากแนวคิดของนักการศึกษาเกี่ยวกับบทบาทของเครื่องคำนวณกราฟฟิกในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะเห็นว่า ในการเรียนคณิตศาสตร์นั้น เครื่องคำนวณกราฟฟิกช่วยในการแสดงการกระทำทางคณิตศาสตร์ให้เป็นรูปธรรม เพื่อให้ง่ายต่อการทำความเข้าใจของนักเรียน ทำให้นักเรียนรู้ได้เร็วและลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น

2. ความสามารถของเครื่องคำนวณกราฟฟิก

เครื่องคำนวณกราฟฟิก (Graphic Calculator) เป็นเครื่องคำนวณที่มีความสามารถในการคำนวณค่าของข้อมูล มีหน่วยความจำในการเก็บข้อมูล สามารถดำเนินการเกี่ยวกับฟังก์ชันต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และสามารถถ่ายเทข้อมูลจากเครื่องหนึ่ง ไปยังอีกเครื่องหนึ่งได้ เป็นต้น ซึ่งนับว่าเป็นสื่อการเรียนการสอนที่มีประโยชน์ในการเรียนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันเป็นอย่างมาก เครื่องคำนวณกราฟฟิกที่ใช้ในปัจจุบันมีหลายรุ่นและหลายบริษัทที่ผลิต โดยการทำงานของเครื่องจะคล้ายกัน จะแตกต่างกันในบางส่วนเท่านั้น ซึ่งจะกล่าวถึงเครื่องคำนวณกราฟฟิกของบริษัท เท็กซัส อินสตรูเมนท์ (Texas Instruments) เนื่องจากเครื่องคำนวณกราฟฟิกของบริษัทดังกล่าวถูกนำมาใช้ในการเรียนการสอนมาก เครื่องคำนวณกราฟฟิกของบริษัท เท็กซัส อินสตรูเมนท์ (Texas Instruments) มีหลายรุ่น เช่น TI-73, TI-80, TI-82, TI-83, TI-85, TI-86 และ TI-92 โดยในแต่ละรุ่นจะมีความสามารถพื้นฐานเหมือน ๆ กัน แต่จะมีแตกต่างกันในบางส่วน เช่น เครื่องคำนวณกราฟฟิก รุ่น TI-92 (Graphic Calculator : TI-92) สามารถวาดกราฟในลักษณะ 3 มิติได้ จึงเหมาะสำหรับนำไปใช้ประกอบการเรียนการสอนวิชาแคลคูลัส ในระดับมหาวิทยาลัย แต่เครื่องคำนวณกราฟฟิกรุ่นอื่น ๆ ไม่สามารถทำได้ เป็นต้น ในที่นี้ผู้วิจัยจะกล่าวถึงความสามารถของเครื่องคำนวณกราฟฟิกรุ่น IT-83 (Graphic Calculator : TI-83) เนื่องจากงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกรุ่น TI-83 (Graphic Calculator : TI-83) ซึ่งเหมาะสำหรับใช้ประกอบการเรียนการสอนในระดับมัธยมศึกษา

เครื่องคำนวณกราฟฟิกรุ่น TI-83 (Graphic Calculator : TI-83) สามารถนำไปใช้ประกอบการเรียนการสอนได้หลายอย่างไม่ว่าจะนำไปใช้กับวิชาวิทยาศาสตร์ ชีววิทยา เคมี ฟิสิกส์และคณิตศาสตร์ในที่นี้จะกล่าวถึงความสามารถของเครื่องคำนวณกราฟฟิกรุ่น TI – 83 (Graphic Calculator : TI-83) บริษัท เท็กซัส อินสตรูเมนท์ (Texas Instruments)ในวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งศักยภาพของเครื่องคำนวณกราฟฟิกรุ่นนี้ มีมากมายและนำไปใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ได้หลายเนื้อหาเป็นต้นว่า เรื่องลำดับและอนุกรม เมทริกซ์ สถิติเบื้องต้น เรขาคณิต ตรีโกณมิติ พีชคณิต การเขียนกราฟชนิดต่าง ๆ และสามารถเขียนโปรแกรมภาษาเบสิกได้ ซึ่ง นิตยาพร บุญญาศิริ (2542 : 1 – 79) ได้กล่าวถึงความสามารถของเครื่องคำนวณกราฟฟิกรุ่นนี้ไว้สรุปได้ดังนี้

2.1. การหาค่าและการคำนวณทางคณิตศาสตร์

ในการหาค่าทางคณิตศาสตร์นี้เครื่องคำนวณกราฟฟิกสามารถหาค่าต่าง ๆ ได้ไม่ว่าจะเป็นการหาค่าของเลขยกกำลัง ค่ารากที่ n ค่าสัมบูรณ์ ค่า ค.ร.น. ค่า ห.ร.ม ค่าความน่าจะเป็น ค่าตรีโกณมิติ ค่าลอการิทึม ส่วนการคำนวณทางคณิตศาสตร์นั้นเครื่องคำนวณกราฟฟิก

สามารถคำนวณค่าพื้นฐานในเรื่องการบวก ลบ คูณ หาร ได้เป็นอย่างดี ไม่ว่าจะเป็นการคำนวณค่าจำนวนเต็ม จำนวน ตรรกยะ จำนวณอตรรกยะ จำนวนจริง ตลอดจนจำนวนเชิงซ้อนต่าง ๆ

2.2. การเขียนกราฟ

ในการเขียนกราฟนั้น เครื่องคำนวณกราฟฟิกสามารถเขียนกราฟของฟังก์ชันได้หลายชนิด เช่น กราฟเส้นตรง กราฟวงกลม กราฟพาราโบลา กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ อินเวอร์สของฟังก์ชัน และฟังก์ชันลอการิทึม กราฟที่ได้จะการเก็บข้อมูลต่าง ๆ ทางสถิติ ซึ่งเครื่องคำนวณกราฟฟิกสามารถแสดงกราฟที่ได้จากสมการถึง 10 สมการพร้อม ๆ กัน และยังหาจุดตัดของกราฟ การหาค่าของตัวแปรในจุดใดจุดหนึ่งของกราฟ การหาค่าต่ำสุด-สูงสุดของกราฟ การหาพื้นที่ใต้กราฟ เป็นต้น และในการแสดงกราฟต่าง ๆ เครื่องคำนวณกราฟฟิกสามารถแสดงกราฟบนหน้าจอพร้อมกับแสดงค่าต่าง ๆ ของกราฟได้พร้อม ๆ กันด้วย ทั้งยังสามารถบันทึกกราฟที่ได้ใช้ในหน่วยความจำในเครื่องคำนวณกราฟฟิกได้ด้วย

2.3. การดำเนินเกี่ยวกับลำดับและอนุกรม

ในเรื่องลำดับและอนุกรมเครื่องคำนวณกราฟฟิกสามารถหาค่าของอนุกรมต่าง ๆ ได้ เช่น การหาผลบวกของพจน์ที่ n เป็นต้น ทั้งยังสามารถเขียนกราฟของลำดับที่กำหนดให้ได้

2.4. แคลคูลัส

การใช้งานของเครื่องคำนวณกราฟฟิกเกี่ยวกับแคลคูลัสนั้น เครื่องคำนวณกราฟฟิกสามารถหาค่าอนุพันธ์ ค่าอินทิกรัลของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้และยังสามารถเขียนกราฟของอนุพันธ์ กราฟของอินทิกรัลและกราฟของเส้นสัมผัสได้อีกด้วย

2.5. เมทริกซ์

การใช้งานของเครื่องคำนวณกราฟฟิกเกี่ยวกับเมทริกซ์ นั้นมีมากมาย ซึ่งเป็นการกระทำของเมทริกซ์ในเรื่องของการบวก ลบ คูณเมทริกซ์ อินเวอร์ส ดีเทอร์มินันท์ ทรานสโพส การดำเนินการตามแถว เป็นต้น และยังสามารถหาตัวแปรจากระบบสมการ โดยการสร้างเมทริกซ์ได้ด้วย

2.6. สถิติเบื้องต้น

การใช้งานของเครื่องคำนวณกราฟฟิกในเรื่องสถิติมีการใช้งานได้หลายอย่าง เช่น การเก็บข้อมูลทางสถิติ เพื่อนำมาใช้ในการเขียนกราฟ การคำนวณต่าง ๆ ทั้งการหาค่ามัธยฐาน ฐานนิยม ค่าผลรวมของข้อมูล ค่าต่ำสุด - สูงสุดของข้อมูล ตลอดจนสถิติชั้นสูง เช่น การหาค่าสหสัมพันธ์ถดถอย ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ เป็นต้น

2.7. การเขียนโปรแกรมเบื้องต้น

เครื่องคำนวณกราฟฟิกสามารถนำมาใช้ในการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาเบสิกง่าย ๆ ได้ ซึ่งจะเป็นการสร้าง ความคิด การแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบให้กับนักเรียน เช่น การเขียนโปรแกรมเกี่ยวกับการแก้สมการควอดราติค เป็นต้น

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่า ความสามารถของเครื่องคำนวณกราฟฟิกนั้นมีมากมาย แต่การที่จะนำเครื่องคำนวณกราฟฟิกเข้าไปเป็นสื่อการเรียนการสอนนั้นครูผู้สอนจะต้องศึกษาการใช้งานของเครื่องให้คล่องและคุ้นเคยกับเครื่องเป็นอย่างดี จึงจะทำให้สามารถนำเครื่องคำนวณกราฟฟิกเข้าไปใช้ในการสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1. ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ เป็นคำที่บัญญัติขึ้น เพื่อใช้แทนคำว่า " Concept " ในภาษาอังกฤษ ซึ่งมีคำในภาษาไทยคำอื่น ๆ ที่ใช้ในความหมายเดียวกัน เช่น ความคิดรวบยอด มโนภาพ มโนมติ หรือสังกัป เป็นต้น ซึ่งความหมายของมโนทัศน์นั้น นักการศึกษาและนักวิชาการหลายท่านทั้งต่างประเทศและในประเทศได้ให้ความหมายไว้ ในที่นี้จะกล่าวถึงในต่างประเทศก่อน ดังนี้

วิลเลียม แอล กูดวิน และเฮอร์เบอร์ เจ คลอสไมเออร์ (William L.Goodwin and Herbert J. Klausmeier,1975 : 246) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า " มโนทัศน์ หมายถึง ความสามารถในการเข้าใจเกี่ยวกับคุณลักษณะของสิ่งหนึ่ง ๆ หรือหลายสิ่งไม่ว่าจะเป็นวัตถุ เหตุการณ์ หรือกระบวนการ ซึ่งทำให้สามารถแยกสิ่งต่าง ๆ นั้นออกจากสิ่งอื่น ๆ ได้และในขณะเดียวกันก็สามารถเชื่อมโยงเข้ากับกลุ่มสิ่งของประเภทเดียวกันได้ "

อา อา แมคคาวน์ และปีเตอร์ รูพ (R.R. McCown and Peter Roup, 1992 : 338) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์สรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดของบุคคลที่เกิดจากการเรียนรู้หรือการสังเกต วัตถุ เหตุการณ์หรือความสัมพันธ์ที่มีลักษณะแตกต่างกัน หรือ เหมือน ๆ กัน โดยสามารถสรุปรวมสิ่งต่าง ๆ เข้าด้วยกัน และสามารถแยกแยะความแตกต่างออกจากกันได้

ริชาร์ด ไอ อาเรนด์ (Richard I. Arends, 1994 : 299) กล่าวถึงความหมายของมโนทัศน์ สรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจหรือความคิดของบุคคลที่มีต่อสิ่งต่าง ๆ รอบ ๆ ตัว ซึ่งบุคคลดังกล่าวสามารถบอกความเหมือนหรือแยกแยะความแตกต่างของสิ่งเหล่านั้นได้

ไมเคิล เพรสรี และ คริสติน บี แมคคอร์มิก (Michael Pressley and Christine B. McCormick,1995 : 50) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์สรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจของคน เกี่ยวกับกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีความสัมพันธ์กัน โดยที่กลุ่มของสิ่งเร้าอาจเป็นวัตถุ เหตุการณ์ หรือกระบวนการก็ได้ ซึ่งมีลักษณะบางประการร่วมกัน

ส่วนนักการศึกษาของไทยได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ดังนี้

บุญชม ศรีสะอาด (2537 : 28) ได้ให้ความหมายไว้ว่า "มโนทัศน์ คือ ความสามารถในการจัดพวกสิ่งต่าง ๆ ตามคุณสมบัติที่เหมือนกัน ตัวอย่างของคุณสมบัติของสิ่งต่าง ๆ ได้แก่ กลม เหลี่ยม สีน้ำเงิน ฯลฯ ซึ่งผู้ที่มีมโนทัศน์จะสามารถระบุสิ่งต่าง ๆ ตั้งแต่ 2 สิ่งขึ้นไปที่มีคุณสมบัติอย่างเดียวกัน เช่น ระบุว่าสิ่งที่มีลักษณะเป็นวงกลมได้แก่ เหรียญบาท ยางรถยนต์ จานข้าว เป็นต้น "

พรรณี ชูทัย เจนจิต (2538 : 423) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า "มโนทัศน์ คือ ความเข้าใจของคนที่จะมองเห็นความเหมือนของสิ่งเร้าและสามารถจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีลักษณะร่วมกันไว้เป็นพวกเดียวกัน"

สุรพันธ์ ตันศรีวงษ์ (2538 : 105) ได้ให้ความหมายไว้ว่า " มโนทัศน์ คือ แนวความคิดของบุคคลที่มีต่อสิ่งต่าง ๆ ซึ่งทำให้บุคคลนั้นสามารถสรุปรวมลักษณะเหมือนหรือแยกแยะลักษณะแตกต่างของคุณสมบัติของสิ่งของหรือเหตุการณ์นั้น ๆ เช่น เมื่อพูดถึงเกี่ยวกับคอมพิวเตอร์ก็จะพบว่ามโนทัศน์ของคอมพิวเตอร์พอสรุปได้ว่า คอมพิวเตอร์เป็นอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ที่ทำงานบางอย่างแทนมนุษย์ได้ คอมพิวเตอร์เป็นสิ่งประดิษฐ์ที่มนุษย์เป็นผู้สร้างขึ้น เป็นอุปกรณ์ประกอบด้วยตัวเครื่องซึ่งควบคุมการทำงานด้วยโปรแกรม เป็นต้น "

สุชา จันทร์เอม (2540 : 187) ได้ให้ความหมายไว้ว่า "มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจของคนที่มีต่อสิ่งต่าง ๆ ซึ่งแสดงออกในรูปของสัญลักษณ์ที่ใช้แทนสิ่งของหรือสถานการณ์หลาย ๆ อย่าง ที่มีความหมายร่วมกันอยู่อย่างหนึ่ง เป็นต้นว่า เมื่อนึกถึงปลาวาฬ สุนัข วัว ควาย จะเห็นว่า

ลักษณะร่วมกันอย่างหนึ่งของสัตว์เหล่านี้ คือ มีน้ำนมเลี้ยงลูกอ่อน ซึ่งเรียกสัตว์เหล่านี้ว่า สัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม ซึ่งเป็นมโนทัศน์ รวมเอาสัตว์ที่มีรูปร่างแตกต่างกันเข้าไว้ด้วยกัน และกันสัตว์พวกนี้ออกจากสัตว์กลุ่มอื่น "

อาภรณ์ ใจเที่ยง (2540 : 62) ได้ให้ความหมายไว้ว่า " มโนทัศน์ คือ การจัดลักษณะที่เหมือน ๆ กันของประสบการณ์ หรือสิ่งของเข้าด้วยกันอย่างมีระเบียบ ทำให้เกิดเป็นหน่วยของความคิด หรือประเภทของประสบการณ์ อาจกล่าวได้ว่า มโนทัศน์นั้นเป็นความคิดหรือความเข้าใจในขั้นสุดท้ายที่มีต่อสิ่งหนึ่งสิ่งใด หรือเรื่องใดเรื่องหนึ่ง ภายในช่วงระยะเวลาหนึ่ง และมโนทัศน์นี้อาจเปลี่ยนแปลงไปได้ เมื่อผู้เรียนมีประสบการณ์มากขึ้น หรือมีวุฒิภาวะเพิ่มขึ้น"

จากความหมายของมโนทัศน์ดังกล่าวข้างต้น สามารถสรุปความหมายของมโนทัศน์ได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิด ความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งต่าง ๆ รอบตัว ไม่ว่าจะเป็นวัตถุ เหตุการณ์ หรือกระบวนการ โดยที่บุคคลสามารถสรุปรวมลักษณะที่เหมือนกันหรือแยกแยะลักษณะที่แตกต่างกันได้

ในทางการศึกษาคณิตศาสตร์ ได้มีผู้ให้ความหมายเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้หลายท่าน เป็นต้นว่า

โทมัส เจ คูนี, เอ็ดเวิร์ด เจ เดวิส และเค บี เฮนเดอร์สัน (Thomas J. Cooney, Edward J. Davis and K. B. Henderson,1975 : 85) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ โดยนักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาในรูปของนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้น เช่น การมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน คือ นักเรียนสามารถบอกนิยามของฟังก์ชันได้

พอล ดี เอ็กเจน และโดแนลด์ พี โคแชก (Paul D. Eggen and Donald P. Kauchak, 1995 : 71) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้า ซึ่งบุคคลสามารถจัดประเภทหรือจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติบางประการร่วมกัน โดยผ่านกระบวนการเรียนรู้ เช่น มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีขนาดของมุมทั้งสี่เท่ากันและเท่ากับ 90° มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันและขนานกัน เป็นต้น

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ชาราแลมพัส โทมาซิส (Charalampos Toumasis, 1995 : 98) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดขั้นสุดท้ายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่เกิดจากการเรียนรู้ของนักเรียนที่มีต่อสิ่งเร้า โดยนักเรียนสามารถแยกประเภทของสิ่งเร้าที่มีความสัมพันธ์กันและไม่สัมพันธ์กันได้

บารัช บี สวอรซ์ และรินา เฮอสโควิทซ์ (Baruch B. Schwarz and Rina Hershkowitz, 1999 : 363) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจของบุคคลที่เป็นผลมาจากกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์ ซึ่งสามารถสรุปออกมาเป็นนิยามทางคณิตศาสตร์ได้

พรรณทิพย์ ม้ามณี (2520 : 29) ได้กล่าวถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า "มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจและความสามารถในการเก็บใจความหรือย่อเนื้อหาที่เรียนได้ รวมทั้งสามารถนำเอาไปใช้หรือสร้างเป็นกรณีทั่วไปได้ ซึ่งเป็นความหมายที่กว้างกว่าความเข้าใจธรรมดา "

เมธี ลิมอักษร (2524 : 4) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า"มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ ที่ได้เรียนรู้มาแล้ว โดยสามารถสรุปรวบยอดคุณสมบัติที่เป็นองค์ประกอบร่วมของสิ่งที่เราประสบพบเห็น แล้วสามารถกำหนดสัญลักษณ์หรือความหมายแทนคุณสมบัติดังกล่าวได้ เช่น เราให้ความหมายของ รูปสามเหลี่ยม หมายถึง รูปสามเหลี่ยมที่ประกอบด้วย ด้านสามด้านและเขียนสัญลักษณ์ Δ แทนรูปสามเหลี่ยม เป็นต้น"

จากความหมายดังกล่าวข้างต้น สามารถสรุปความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ อันเกิดจากการได้รับประสบการณ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยการสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาเป็นนิยาม และสามารถจัดประเภทของสิ่งเร้าที่เหมือนกันเข้าด้วยกัน และแยกประเภทของสิ่งเร้าที่ไม่สัมพันธ์กันออกจากกัน

2. ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละคาบนั้น สิ่งที่ผู้สอนคาดหวังในตัวผู้เรียน คือ

ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ จึงจะถือว่าการเรียนการสอนประสบความสำเร็จ ดังนั้น การสอนให้เกิดมโนทัศน์ จึงมีความสำคัญและความจำเป็นต่อนักเรียนมาก เนื่องจากมโนทัศน์เป็นตัวบ่งชี้ว่านักเรียนเข้าใจในเนื้อหาที่ได้เรียนรู้ในกิจกรรมการเรียนการสอนนั้นหรือไม่ และมโนทัศน์ยังเป็นตัวช่วยในการตัดสินใจของนักเรียนเกี่ยวกับปัญหาที่เผชิญอยู่ ดังที่นักการศึกษาต่างประเทศและนักการศึกษาไทยได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ดังนี้

เดวิด พี ออซูเบล (David P. Ausubel ,1968 : 505) ได้กล่าวไว้สรุปได้ว่า การมีมโนทัศน์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิตในสังคม เนื่องจากพฤติกรรมด้านต่าง ๆ ของมนุษย์ไม่ว่าจะเป็นด้านความคิด การสื่อความหมายระหว่างกัน การแก้ปัญหา การตัดสินใจล้วนแล้วแต่ต้องผ่านเครื่องกรองที่เป็นมโนทัศน์มาก่อนทั้งสิ้น

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (2523 :10) กล่าวว่า " มโนทัศน์เป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนรู้และการดำรงชีวิตของคน คนจะต้องสร้างมโนทัศน์อยู่เสมอตราบเท่าที่ยังมีสิ่งเร้ามาปะทะประสาทสัมผัสให้เกิดการรับรู้ "

นาตยา ภัทรแสงไทย (2524 : 25) ได้กล่าวไว้ว่า " ในการเรียนการสอนวิชาต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นวิชาสังคม วิทยาศาสตร์ หรือคณิตศาสตร์ นักเรียนจะต้องเกิดมโนทัศน์จากการเรียน เนื่องจากมโนทัศน์จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถจัดประเภท สรุป และมองสิ่งหนึ่งสิ่งใดในลักษณะร่วมกันมากกว่าที่จะมองแยกออกจากกัน ช่วยให้ผู้เรียนตีความข้อมูลต่าง ๆ ได้โดยกระบวนการคิด การเรียนรู้เชิงวิทยาศาสตร์ก็เช่นเดียวกัน เมื่อผู้เรียนสามารถหาข้อสรุปได้ ข้อสรุปนั้นก็จะกลายเป็นหลักการของความรู้ที่ผู้เรียนสามารถนำไปใช้ และเชื่อมโยงกับสิ่งอื่น ๆ ได้ "

พวงเพ็ญ อินทรประวัติ (2532 :14) กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า " มโนทัศน์เป็นเนื้อหาความรู้ที่มีประโยชน์มาก หากผู้เรียนสร้างมโนทัศน์ของสิ่งใดได้แล้ว เขาก็สามารถนำเอามโนทัศน์นั้นไปประยุกต์ใช้ในโอกาสอื่น ๆ ได้อีกเรื่อยไป คนพยายามสร้างมโนทัศน์ของสิ่งต่าง ๆ และของเหตุการณ์ต่าง ๆ อยู่เสมอ เพราะการสรุปลักษณะเฉพาะของสิ่งต่าง ๆ ในรูปของมโนทัศน์จะช่วยลดภาระของสมองให้จดจำน้อยลง แทนที่จะจดจำลักษณะปลีกย่อยของทุกสิ่งทุกอย่างที่อยู่รอบ ๆ ตัว เขาเพียงแต่จำไว้ในลักษณะที่เป็นหมวดหมู่ ซึ่งจะทำให้เขาสามารถขยายขอบข่ายความรอบรู้ของตัวของเขาเองให้กว้างขวางออกไป "

สุรางค์ โค้วตระกูล (2533 : 206) กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า " มโนทัศน์เป็นรากฐานของความคิด มนุษย์จะคิดไม่ได้ ถ้าไม่มีมโนทัศน์ที่เป็นพื้นฐาน เพราะมโนทัศน์จะช่วยในการตั้งกฎเกณฑ์ หลักการต่าง ๆ และสามารถที่จะแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ได้ นอกจากนี้มโนทัศน์ยังเป็นเครื่องมือที่จะช่วยในการสื่อความหมายที่จะให้คนเรามีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน "

ศิริวรรณ ศรีพหล (2536 :183) กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ พอสรุปได้ว่า การให้ผู้เรียนได้พัฒนามโนทัศน์เป็นเรื่องสำคัญ เพราะความรู้ต่าง ๆ ในโลกนี้มีอยู่มากมาย ถ้าผู้สอนสอนแต่ข้อเท็จจริงโดยให้ข้อมูลต่าง ๆ และให้ผู้เรียนจดจำรายละเอียดจะทำให้เกิดความยุ่งยากในการเข้าใจและเป็นการเรียนที่ไม่มีที่สิ้นสุด แต่ถ้าเป็นการเรียนรู้ในลักษณะมโนทัศน์จะทำให้ผู้เรียนสามารถประยุกต์ความรู้ที่ได้รับเบื้องต้น หรือมโนทัศน์นั้น ๆ ไปสู่ความรู้ใหม่ได้เรื่อย ๆ เพราะมโนทัศน์จะเป็นรากฐานของการเรียนรู้ในระดับสูงต่อไป การเรียนรู้ข้อสรุปและหลักการ การเรียนรู้การแก้ปัญหา ตลอดจนความคิดสร้างสรรค์จัดเป็นการเรียนรู้ในขั้นสูงที่ต้องอาศัยความรู้ในขั้นมโนทัศน์เกือบทั้งสิ้น

นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์ (2537 : 57) กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า " การเรียนรู้มโนทัศน์ จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาการเรียนรู้ในเรื่องนั้นถึงระดับสูงสุดได้ และนอกจากนั้นยังช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้รวดเร็วขึ้น เพราะเกิดการจัดระบบระเบียบของข้อมูลไว้เรียบร้อยแล้วในสมอง เมื่อปะทะกับสิ่งเร้าใหม่ ก็จะสามารถจำแนก จัดหมวดหมู่และเชื่อมโยงกับมโนทัศน์เก่าที่มีอยู่ได้ง่าย "

จากความคิดเห็นของนักการศึกษาดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาใด ๆ ก็ตาม ไม่ว่าจะเป็นวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ จำเป็นอย่างยิ่งที่นักเรียนจะต้องเกิดมโนทัศน์ เนื่องจากมโนทัศน์จะช่วยให้นักเรียนสามารถจัดประเภท สรุป และมองสิ่งใดสิ่งหนึ่งในลักษณะร่วมกัน เพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน และช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้รวดเร็วขึ้น

3. การสอนคณิตศาสตร์ให้เกิดมโนทัศน์

การที่นักเรียนจะเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้นั้น กิจกรรมการเรียนการสอนถือว่าเป็นสิ่งที่มีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการส่งเสริมให้นักเรียนเรียนรู้มโนทัศน์ด้วยตัวเอง ซึ่งมีนักวิชาการได้เสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนไว้พอสังเขปดังนี้

แมรี อลิซ กันเทอร์ โทมัส เอส เอสเตอร์ และ แจน ชวัด (Mary Alice Gunter , Thomas H. Ester and Jan Schwad ,1995 : 98 – 105) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสอน เพื่อสร้างมโนทัศน์ไว้สรุปได้ดังนี้

1. ครูจะต้องเลือกมโนทัศน์ให้เหมาะสมกับบทเรียน และให้นิยามของมโนทัศน์ที่ชัดเจน

2. ครูจะต้องกำหนดคุณลักษณะที่สำคัญ ๆ ของมโนทัศน์

3. ครูจะต้องเตรียมตัวอย่างทางบวกให้มากพอและครอบคลุมคุณลักษณะทั้งหมดของมโนทัศน์ และในขณะเดียวกันต้องมีตัวอย่างทางลบด้วย

4. ครูจะต้องอธิบายให้นักเรียนทราบว่า นักเรียนจะต้องทำอะไรได้บ้าง ในกระบวนการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์

5. ครูจะต้องเสนอตัวอย่างของมโนทัศน์ทั้งทางบวกและทางลบ เพื่อให้นักเรียนเปรียบเทียบได้

5. ครูจะต้องวัดและประเมินผลการเรียนรู้มโนทัศน์ของนักเรียนเสมอ

6. ครูจะต้องฝึกให้นักเรียนให้คำจำกัดความของสิ่งเร้าต่าง ๆ ให้ถูกต้องด้วยตัวเอง

7. ครูจะต้องเสนอตัวอย่างของมโนทัศน์เพิ่ม เพื่อให้นักเรียนสรุปมโนทัศน์ให้ได้ทุกคน

8. ครูจะต้องซักถามถึงการเกิดมโนทัศน์ของนักเรียน ซึ่งอาจจะใช้การอภิปรายเพื่อเตือนความทรงจำของนักเรียน

พรรณี ชูทัย เจนจิต (2538 : 423 – 426) ได้กล่าวถึงลำดับขั้นในการสอน เพื่อให้เกิดมโนทัศน์ไว้ดังนี้

1. กำหนดวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม เมื่อเรียนมโนทัศน์ใดแล้วจะทำอะไรได้บ้าง เช่น เรียนเรื่องสัตว์บก สามารถแยกสัตว์บกออกจากสัตว์ต่าง ๆ

2. วิเคราะห์มโนทัศน์ที่จะให้เรียน ถ้ามโนทัศน์ที่จะเรียนมีหลายลักษณะ พยายามลดลักษณะที่ไม่จำเป็นลง โดยเน้นลักษณะที่เด่นและสำคัญ โดยจัดลำดับเป็นหมวดหมู่เพื่อช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจง่าย

3. ใช้สื่อทางภาษาในการสอนอธิบายให้เข้าใจหรือแนะนำให้สังเกตลักษณะร่วมที่เด่นการใช้ภาษาเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่งในการเรียนมโนทัศน์ ผู้เรียนจะต้องรู้จักคำต่าง ๆ มาก

4. ตัวอย่างที่นำมาให้ดูควรมีทั้งตัวอย่างที่ถูกและตัวอย่างที่ผิดควบคู่กันไป จะได้

ผลดีกว่าตัวอย่างที่ถูกอย่างเดียว หรือผิดอย่างเดียว เช่น การสอนมโนทัศน์ของนก ก็ยกตัวอย่างที่เป็นนกชนิดต่าง ๆ เช่น นกแก้ว นกขุนทอง นกเอี้ยง ฯลฯ ส่วนตัวอย่างที่ไม่ใช่นก คือ แมว หมา แมลง ผึ้ง ฯลฯ

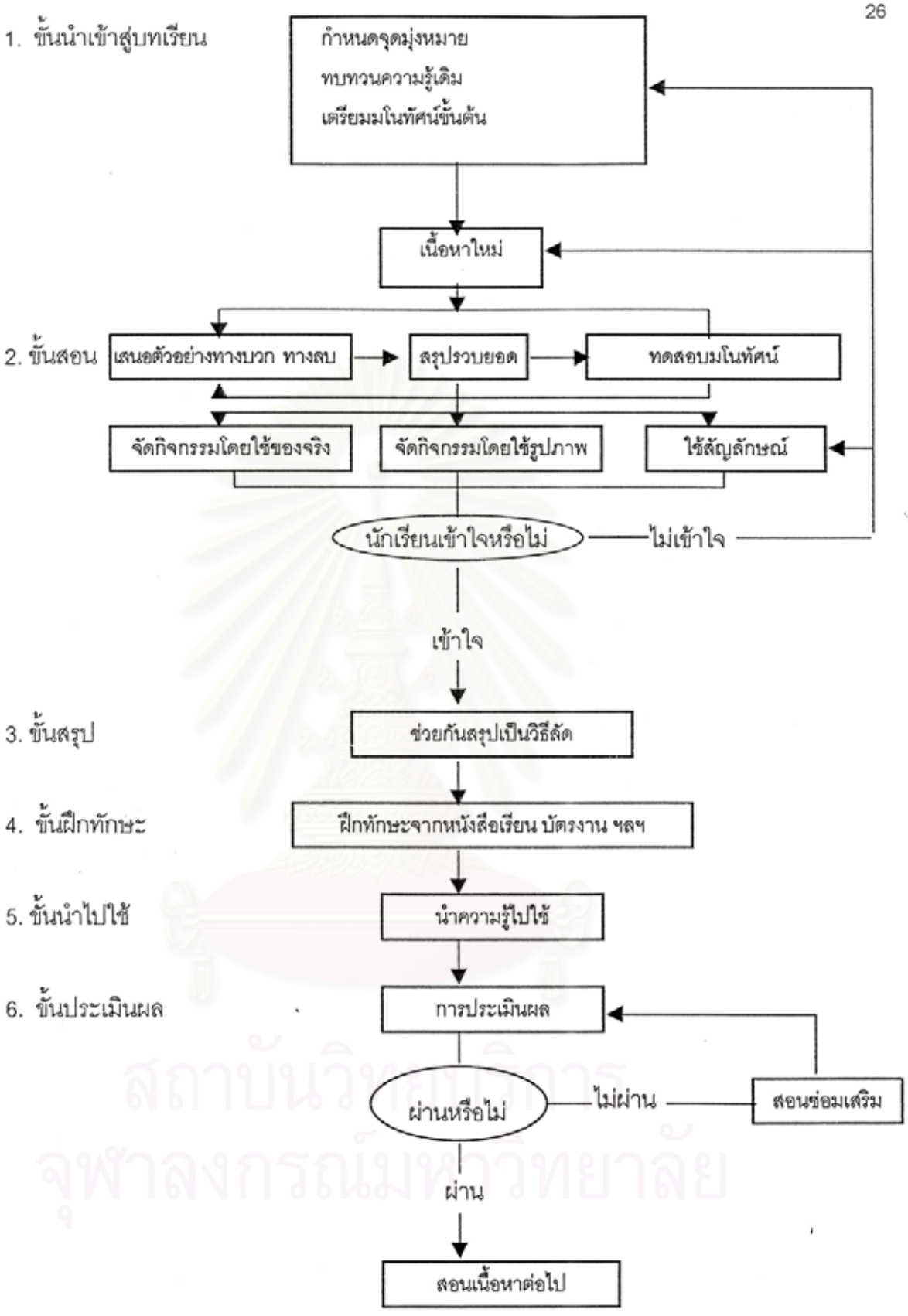
5. ให้ดูตัวอย่างต่าง ๆ ทั้งในทางบวกและทางลบต่อเนื่องกันไป แต่ให้ตัวอย่างทางลบก่อนแล้วตามด้วยตัวอย่างทางบวก จะช่วยให้เรียนมโนทัศน์ง่ายขึ้น

6. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถามโต้ตอบและให้กำลังใจเป็นการเสริมแรงทุกระยะถือว่าการเสริมแรงเป็นสิ่งสำคัญยิ่งในการเรียนมโนทัศน์

7. พยายามให้นักเรียนอธิบายความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เรียนไปด้วยคำพูดของตนเอง

จากขั้นตอนการสอนให้เกิดมโนทัศน์ดังกล่าวข้างต้น จะเห็นว่าในการสอนทุกครั้งครูผู้สอนจะต้องกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ก่อนที่จะมีการเรียนการสอน เมื่อทำการสอนครูผู้สอนจะเสนอตัวอย่างของมโนทัศน์ทั้งทางบวกและทางลบ จนนักเรียนสามารถสรุปมโนทัศน์นั้นได้ หลังจากนั้นจึงทำการทดสอบว่านักเรียนเกิดมโนทัศน์หรือไม่ ซึ่งขั้นตอนในกิจกรรมการเรียนการสอนให้เกิดมโนทัศน์เหล่านี้สอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ซึ่งได้เสนอขั้นตอนการสอนให้เกิดมโนทัศน์ในรูปของแผนภูมิดังต่อไปนี้

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



แผนภูมิที่ 1 แสดงลำดับขั้นตอนการสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ที่มา : สมพงศ์ ชินสร้อย (2535 : 32)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากแผนภูมิดังกล่าวข้างต้น สามารถสรุปวิธีการสอนคณิตศาสตร์ให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ตามลำดับดังนี้

1. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ในการนำเข้าสู่บทเรียนนั้น ครูผู้สอนต้องกำหนดจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมในการเรียนรู้ เพื่อให้นักเรียนได้ทราบถึงสิ่งที่เป็นเป้าหมายในการเรียน ทบทวนความรู้เดิมที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วและเกี่ยวข้องกับบทเรียนใหม่ที่กำลังจะสอนและเตรียมมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ขั้นต้น เพื่อเป็นพื้นฐานที่จะช่วยให้นักเรียนนำมาประกอบความคิด เพื่อนำไปสู่มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ขั้นต่อไป และครูผู้สอนบอกประโยชน์ของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่จะสอนเป็นการกระตุ้นความสนใจแก่นักเรียน

2. ขั้นสอน ครูผู้สอนเสนอเนื้อหาใหม่ โดยใช้สื่ออุปกรณ์ที่เป็นรูปธรรม หรือสื่อการสอนใด ๆ ที่เหมาะสมมาช่วย เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้จากรูปธรรมไปหานามธรรม โดยให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรม เพื่อสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยครูผู้สอนเสนอตัวอย่างทางบวกและทางลบที่เป็นรูปธรรม เช่น รูปภาพ ในอัตราส่วนเท่า ๆ กัน การเสนอตัวอย่างนั้นครูเสนอทีละตัวอย่าง อาจใช้คำถามถามนักเรียนว่าเป็นตัวอย่างประเภทใด (ทางบวกหรือทางลบ) โดยครูแยกประเภทตัวอย่างไว้ให้นักเรียนได้เห็นได้ชัดเจน แล้วครูให้นักเรียนสังเกตเปรียบเทียบความเหมือนและความแตกต่างของตัวอย่างที่ครูเสนอ แล้วสรุปมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง เมื่อนักเรียนสรุปมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้แล้วครูผู้สอนทำการทดสอบความเข้าใจของนักเรียนว่าเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และสามารถสรุปความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องจริงหรือไม่ โดยการที่ครูผู้สอนเสนอตัวอย่างใหม่ ด้วยอัตราส่วนคงเดิม แล้วให้นักเรียนจำแนกประเภทตามลักษณะของมโนทัศน์ ถ้านักเรียนจำแนกประเภทได้ถูกต้องแสดงว่านักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีความเข้าใจอย่างกว้างขวางลึกซึ้ง ซึ่งทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง แต่ถ้านักเรียนยังแยกประเภทไม่ถูกต้อง ให้กลับไปดูที่ขั้นเสนอตัวอย่างและขั้นสรุปยอดใหม่อีกครั้ง เมื่อนักเรียนเข้าใจแล้วครูจึงให้นักเรียนช่วยกันบอกคำจำกัดความของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น ๆ

3. ขั้นสรุปไปสู่วิธีลัด เพื่อความสะดวกในการนำไปใช้ครั้งต่อไป

4. ขั้นฝึกทักษะ เมื่อนักเรียนเข้าใจวิธีลัดแล้ว จึงให้นักเรียนได้ฝึกทักษะด้วยการทำแบบฝึกหัดจากบทเรียนหรือบัตรงานของโจทย์ปัญหาที่มีลักษณะสอดคล้องกับมโนทัศน์

5. ขั้นนำความรู้ไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวัน และใช้ในวิชาอื่นที่เกี่ยวข้องให้นักเรียนทำโจทย์ปัญหา หรือทำกิจกรรมที่ประสบในชีวิตประจำวัน

6. ขั้นการประเมินผล เป็นการตรวจสอบเพื่อวัดระดับความสามารถของนักเรียนในการที่จะผ่านเกณฑ์หรือไม่ เพื่อทำการสอนซ่อมเสริมให้กับนักเรียนที่ไม่ผ่าน และเพื่อทำการสอนเนื้อหาใหม่ต่อไป

4. การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

เมื่อนักเรียนได้รับการสอนจนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แล้ว การวัดและประเมินผลจึงเป็นสิ่งจำเป็นต่อการตรวจสอบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หรือไม่ ซึ่งการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น ได้มีนักศึกษาและนักคณิตศาสตร์หลายท่านได้พัฒนาแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ขึ้นดังนี้

เจมส์ ดับบิว วิลสัน (Jame W. Winson,1971 : 645 – 670) ได้กล่าวถึง การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ ซึ่งความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์นั้น หมายถึง ความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการเรียนการสอนตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาต่าง ๆ ที่ได้เรียนรู้มาแล้วมาสัมพันธ์กัน ดังตัวอย่างของข้อสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จุดปลายของรังสีมีกี่จุด

ก. ไม่มีจุดปลาย ข. 1 จุด

ค. 2 จุด ง. 3 จุด

จ. มากมายนับไม่ถ้วน

ตัวอย่างที่ 2 ถ้า $f(x) = 2x+1$ และ $g(x) = 3x-1$ แล้ว $f(g(x))$ เท่ากับข้อใด

ก. $6x-1$ ข. $5x$

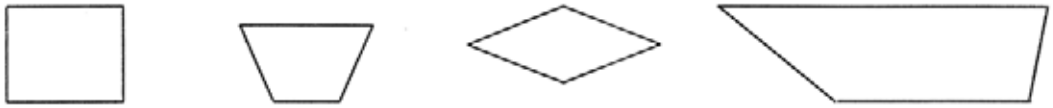
ค. $6x+2$ ง. $6x^2+x-1$

จ. $x-2$

โดโรที เอ เฟรเยอร์, เวนนี ซี เฟรดคริค และเฮอเบอร์ เจ คลาสไมเออร์ (Dorothy A. Frayer, Wayne C. Fredrick and Herbert J. Klausmeier, 1972 : 218 – 224) ได้พัฒนารูปแบบการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ขึ้นที่ศูนย์พัฒนาและวิจัยวิสคอนซิน เพื่อการเรียนรู้พฤติกรรมด้านพุทธพิสัย (Wisconsin Research and Development Center for Cognitive learning) สรุปได้ว่า ในการออกข้อสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องวิเคราะห์มโนทัศน์ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ต้องการวัด แล้วจึงทำการออกข้อสอบให้ตรงกับมโนทัศน์ที่ได้วิเคราะห์ไว้ เช่น การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของรูปสี่เหลี่ยม โดยทำการวิเคราะห์มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมจากนั้นจึงออกข้อสอบ ดังนี้

การวิเคราะห์มโนทัศน์

1. ชื่อมโนทัศน์ : รูปสี่เหลี่ยม
2. ลักษณะที่เป็นเกณฑ์ : รูปปิดอยู่ในแนวระนาบมี 2 มิติและมี 4 ด้านหรือ 4 มุม
3. ลักษณะที่ไม่เป็นเกณฑ์ : ขนาดของด้าน การขนานกันของด้าน ขนาดของรูป การพลิกรูป
4. ตัวอย่างมโนทัศน์ :



5. ตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ :

6. นิยามของมโนทัศน์ : รูปปิดในแนวระนาบที่ประกอบด้วยด้าน 4 ด้าน
7. มโนทัศน์ที่กว้างกว่า : รูปหลายเหลี่ยม
8. มโนทัศน์ร่วม : รูปสามเหลี่ยม รูปห้าเหลี่ยม รูปหกเหลี่ยม
9. มโนทัศน์ย่อย : รูปสี่เหลี่ยมคางหมู รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว
10. การนำมโนทัศน์ไปสู่หลักการ : เส้นรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมคือผลบวกของความยาวของด้านทั้ง 4 ของรูปสี่เหลี่ยม

ตัวอย่างข้อสอบวัดมโนทัศน์

1. ต่อไปนี้ข้อใดเป็นรูปปิด

ก.

ข.

ค.

ง.

จ.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. รูปนี้คือ

ก. รูปสามด้าน
ข. รูปทรงตัน
ค. รูปปิด
ง. รูปเปิด
จ. รูปด้านขนาน

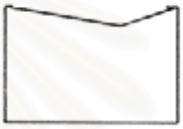
3. ข้อใดไม่ใช่รูปสี่เหลี่ยม

ก.

ข.

ค.

ง.

จ. 

จากแนวคิดเกี่ยวกับการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวข้างต้น จะเห็นว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจซึ่งในการออกข้อสอบนั้น ผู้ออกข้อสอบจะต้องทำการวิเคราะห์มโนทัศน์ในเรื่องนั้น ๆ ออกมาก่อน เพื่อการออกข้อสอบจะได้ครอบคลุมมโนทัศน์ทั้งหมดที่ต้องการวัด

ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

1. ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

ในเรื่องความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ได้มีนักการศึกษาทั้งต่างประเทศและในประเทศได้ให้ความหมายไว้ ซึ่งจะกล่าวถึงความหมายที่นักการศึกษาต่างประเทศได้ให้ไว้ดังนี้

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิลเลียม บี มิกเชลล์ ,เวน เอส ซิมเมอร์แมน และจอย พอล กิลฟอร์ด (William B. Michael, Wayn S. Zimmerman and Joy Paul Guilford ,1951 : 561 – 577) ได้ให้ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถในการรับรู้ การมองภาพในมิติต่าง ๆ การมองภาพความสัมพันธ์ของรูปทรงเรขาคณิตทั้งที่มีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งและเปลี่ยนรูปทรงไปจากเดิม

แอล แอล เทอร์สโตน (L.L. Thurstone ,1958 : 54) ได้ให้ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถทางสมองด้านการรับรู้เกี่ยวกับรูปทรงเรขาคณิตที่ไม่มีการเคลื่อนที่ และการมองเห็นความสัมพันธ์ของรูปภาพเมื่อมีการเปลี่ยนตำแหน่งหรือหมุนภาพนั้นไปจากเดิม

จี เค เบนเน็ต , เอช จี ซีชอร์ และ เอ จี เวสแมน (G.K. Bennett, H.G. Seashore and A.G. Wesman ,1967 : 247) ได้ให้ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ หมายถึง ความเข้าใจของมนุษย์เกี่ยวกับมิติ ซึ่งเป็นความสามารถทางสมอง ที่จะช่วยให้มนุษย์เกิดจินตนาการและนึกเห็นภาพส่วนประกอบต่าง ๆ เมื่อแยกออกจากกัน สามารถมองเห็นเค้าโครง หรือ โครงสร้าง เมื่อเอาส่วนประกอบต่าง ๆ มาประกอบเข้าด้วยกัน รวมทั้งทิศทางของสิ่งต่าง ๆ ที่เปลี่ยนไปด้วย

เอ็ม แมคจี (M. McGee, 1979 :126) ได้ให้ความหมายของความสามารถด้านมิติ - สัมพันธ์สรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถในการมองเห็นเค้าโครงของสิ่งต่าง ๆ เมื่อนำมาประกอบกัน เช่น รูปร่างลักษณะของโมเลกุลต่าง ๆ มองเห็นความสัมพันธ์ของขนาด ทิศทาง รูปทรงของสิ่งต่าง ๆ เป็นต้น

แอนนี อนาสตาซี (Anne Anastasi,1982 : 344) กล่าวว่า "ความสามารถทางสมองด้านมิติสัมพันธ์ประกอบไปด้วย 2 องค์ประกอบที่แตกต่างกัน คือ การรับรู้มิติสัมพันธ์ หรือความสัมพันธ์ของรูปทรงเรขาคณิต และการมองเห็นเมื่อมีการเปลี่ยนตำแหน่งหรือเปลี่ยนรูป"

จี แอล ออเรน และคณะ (G.L. Allen and others ,1996 : 327 – 355) ได้ให้ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการจินตนาการสิ่งที่ได้พบเห็นเกี่ยวกับขนาด รูปร่าง ลักษณะของสิ่งต่าง ๆ การมองเห็นความสัมพันธ์ เมื่อมีการเคลื่อนที่ การซ้อนทับกัน เป็นต้น

วาย เคไล และ เอน ออเนียน (Y. Kali and N. Orion 1996 : 369 – 391) กล่าวไว้สรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการรับรู้เกี่ยวกับ รูปร่าง ขนาด ทิศทางการเคลื่อนที่ การแยกออกจากกัน การซ้อนกันของสิ่งต่าง ๆ โดยมองเห็นความสัมพันธ์ในมิติต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็น 2 มิติ หรือ 3 มิติ

ส่วนนักการศึกษาไทย ได้ให้ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ไว้หลายท่าน ดังนี้

ทองหล่อ วิภาวิน (2523 : 73) ได้ให้ความหมายไว้สรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติ - สัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถในการสร้างมโนภาพ ทำให้เกิดจินตนาการเกี่ยวกับส่วนประกอบต่าง ๆ เมื่อแยกสิ่งเหล่านี้ออกจากกัน และเห็นเค้าโครงเมื่อนำสิ่งเหล่านั้นมาประกอบกัน ฉะนั้น สมรรถภาพด้านนี้จะส่งผลให้มนุษย์เข้าใจถึงมิติต่าง ๆ ได้แก่ ขนาด รูปร่าง ความสูง – ต่ำ ไกล้ – ไกล พื้นที่ ปริมาตร ซึ่งมีคุณค่ามากทางวิชาเรขาคณิต วาดเขียน แผนที่ และการ ฝีมือ ผู้ที่มีสมรรถภาพด้านนี้สูงเหมาะที่จะมีอาชีพเป็นสถาปนิก นักวางผังเมือง นักออกแบบ นักขับรถ วิศวกร และงานตกแต่งต่าง ๆ

ประกิจ รัตนสุวรรณ (2525 : 303) กล่าวไว้สรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถทางสมองชนิดหนึ่งที่ทำหน้าที่ในการมองความสัมพันธ์ และความเข้าใจเกี่ยวกับขนาดและมิติต่าง ๆ อันได้แก่ ระยะทาง ทิศทาง ทรวดทรงของสิ่งต่าง ๆ ดังนั้นในการวัดจะถามถึงความสามารถในการพิจารณาเปรียบเทียบรายละเอียดของสิ่งต่าง ๆ ในด้านการมองทรวดทรงหรือลักษณะของภาพต่าง ๆ การหาความสัมพันธ์ การคาดคะเน ระยะทาง และปริมาณต่าง ๆ การหาทิศทาง เป็นต้น

ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ (2528 : 147) ได้ให้ความหมายไว้ว่า " ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถในการมองเห็นและเข้าใจความสัมพันธ์ด้านมิติ (space) ต่าง ๆ ระหว่างความกว้าง ความยาว ความสูง ความลึก จุด เส้น ความซับซ้อนซ่อนรูปเกี่ยวกับรูปทรงเรขาคณิตตลอดจนปริมาตรและขนาด การกะระยะที่ถูกต้อง สามารถใช้จินตนาการในการรวมหรือแยกส่วนต่าง ๆ ได้ "

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2541: 150) ได้กล่าวไว้ว่า "ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถของบุคคลอันเกิดจากการจินตนาการถึง ขนาดและมิติต่าง ๆ ตลอดจน

ทรวดทรงที่มีรูปร่างลักษณะที่แตกต่างกัน ทั้งอยู่ในระนาบเดียว และหลายระนาบ รวมทั้งความสามารถในการมองภาพรูปทรงต่าง ๆ ที่เคลื่อนไหว ซ้อนทับกัน หรือซ่อนอยู่ภายในตลอดจนการแยกภาพ ประกอบภาพ และการจำแนกตำแหน่งที่ตั้ง บน – ล่าง ซ้าย – ขวา ระยะทาง ใกล้ - ไกล ด้วย"

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2542 : 9) ได้กล่าวถึง ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ สรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถในการสร้างภาพ 3 มิติ ที่มองเห็นรอบ ๆ ตัว ให้เกิดขึ้นในใจของตนเอง รับรู้เกี่ยวกับสี เส้น พื้นที่ รูปร่าง เนื้อที่ หรือความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ตลอดจนความสามารถที่จะมองเห็นและแสดงออกในสิ่งที่ได้เห็น

จากความหมายที่นักการศึกษาได้กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ เป็นความสามารถทางสมองในการมองเห็น การเข้าใจเกี่ยวกับขนาด รูปร่าง รูปทรง พื้นที่ ความใกล้ – ไกล ความสูง – ต่ำ ปริมาตร และมิติต่าง ๆ ทั้งที่มีลักษณะแตกต่างกันและเหมือนกัน โดยสามารถสร้างจินตนาการถึงความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ได้ ไม่ว่าจะเป็นการเคลื่อนไหว การซ้อนทับกัน การแยกออกจากกันหรือการประกอบเข้าหากัน

2. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

เนื่องจากความสามารถด้านมิติสัมพันธ์เป็นความสามารถทางสมองของมนุษย์ชนิดหนึ่งในการจินตนาการความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ดังนั้นการที่จะอธิบายถึงความสามารถด้านมิติ - สัมพันธ์ให้กระจ่าง จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องศึกษาเกี่ยวกับทฤษฎีความสามารถทางสมอง ซึ่งทฤษฎีความสามารถทางสมอง ที่นักการศึกษาและนักจิตวิทยาได้ศึกษาค้นคว้าและให้การยอมรับมีด้วยกันหลายทฤษฎี ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้ศึกษาและนำเสนอทฤษฎีความสามารถทางสมองบางทฤษฎีที่มีความเกี่ยวข้องกับความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ดังนี้

2.1. ทฤษฎีหลายองค์ประกอบ (Multiple – Factor Theory)

ทฤษฎีนี้เป็นที่ยอมรับกันอย่างกว้างขวางของนักจิตวิทยาชาวอเมริกัน ผู้นำในการสร้างทฤษฎีนี้คือ เธอร์สโตน (Thurstone) เสนอทฤษฎีเมื่อปี ค.ศ. 1933 เขาได้ทำการวิจัยโครงสร้างทางสมองอย่างกว้างขวาง และได้ใช้หลักการสมัยใหม่ที่เรียกว่า การวิเคราะห์องค์ประกอบ (Factor analysis) มาใช้ ทำให้สามารถแยกแยะความสามารถทางสมองของมนุษย์ออกเป็นส่วนย่อย ๆ ได้หลายอย่าง ทำให้เขามีความเชื่อว่า ความสามารถทางสมองไม่ได้ประกอบด้วย ความสามารถร่วมเป็นแกนกลาง ดังเช่น G – Factor ของสเปียร์แมน หากแต่ประกอบด้วยองค์ประกอบ

เป็นกลุ่ม ๆ หลาย ๆ กลุ่ม โดยแต่ละกลุ่มจะมีหน้าที่เป็นอย่าง ๆ ไปโดยเฉพาะ หรืออาจจะทำงานร่วมกันบ้างก็ได้ ความสามารถทั่วไปของสเปียร์แมน เธอร์สโตนเห็นว่าเป็นเพียงองค์ประกอบทางภาษาเท่านั้น องค์ประกอบย่อย ๆ นี้เธอร์สโตนให้ชื่อว่า ความสามารถปฐมภูมิทางสมองของมนุษย์ (Primary Mental Abilities) เขาแยกองค์ประกอบย่อย โดยยึดน้ำหนักขององค์ประกอบเด่น ๆ (Factor Loading) เป็นสำคัญ ซึ่งเทอร์สโตนได้วิเคราะห์องค์ประกอบความสามารถทางสมองของมนุษย์ได้หลายอย่าง แต่ที่เห็นได้ชัดเจน และสำคัญ ๆ มีอยู่ 7 ด้านคือ

1. องค์ประกอบด้านภาษา (Verbal Factor ใช้อักษรย่อว่า V) องค์ประกอบส่วนนี้ของสมองจะส่งผลให้รู้ถึงความสามารถด้านความเข้าใจในภาษาและการสื่อสารทั่ว ๆ ไป ผู้ที่มีองค์ประกอบด้านนี้สูง จะมีความสามารถในการอ่านเอาเรื่อง อ่านแบบเข้าใจความหมาย รู้ความสัมพันธ์ของคำ รู้ความหมายของคำได้อย่างดี

2. องค์ประกอบด้านความคล่องแคล่วในการใช้คำ (Word Fluency factor ใช้อักษรย่อว่า W) เป็นความสามารถที่จะใช้คำได้มากในเวลาจำกัด เช่น ให้หาคำที่ขึ้นต้นด้วย "ต" มามากที่สุดในเวลาจำกัด เป็นต้น ความสามารถด้านนี้จะส่งผลให้มีความสามารถในการเจรจา และการประพันธ์ทั้งร้อยแก้วและร้อยกรองตอบโต้ทันทีทันใด ความสามารถนี้ไม่เหมือนกันกับข้อแรกที่กล่าวมาแล้ว ข้อแรกมองความสามารถด้านภาษาในทางความคิดความเข้าใจทางภาษา ส่วนข้อนี้มองผลในด้านเจรจาเป็นสำคัญ

3. องค์ประกอบด้านจำนวน (Number Factor ใช้อักษรย่อว่า N) องค์ประกอบนี้ส่งผลให้มีความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ได้ดี มีความสามารถมองเห็นความสัมพันธ์และความหมายของจำนวนและมีความแม่นยำคล่องแคล่วในการบวก ลบ คูณ หาร ในวิชาเลขคณิตได้อย่างดีด้วย

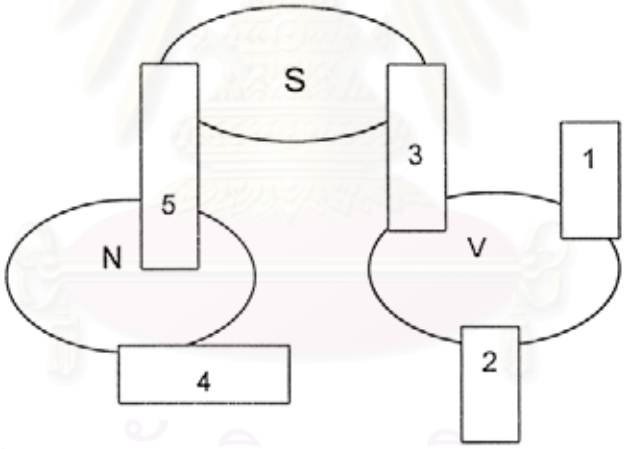
4. องค์ประกอบด้านมิติสัมพันธ์ (Space factor ใช้อักษรย่อว่า S) ความสามารถด้านนี้จะส่งผลให้คนเข้าใจถึงขนาดและมิติต่าง ๆ อันได้แก่ ความสั้น – ยาว ไกล – ใกล้ และพื้นที่ หรือทรวดทรงที่มีขนาดและปริมาตรแตกต่างกัน สามารถสร้างจินตนาการให้เห็นส่วนย่อยและส่วนผสมของวัตถุต่าง ๆ เมื่อนำมาซ้อนทับกัน สามารถสร้างความสัมพันธ์ของรูปทรงเรขาคณิต เมื่อเปลี่ยนแปลงที่อยู่

5. องค์ประกอบด้านความจำ (Memory Factor ใช้อักษรย่อว่า M) เป็นความสามารถด้านความทรงจำเรื่องราว และมีสติระลึกรู้จนสามารถถ่ายทอดได้ ความจำในที่นี้อาจจะเป็นความจำแบบนกแก้วนกขุนทอง หรือจำโดยอาศัยสิ่งสัมพันธ์ ซึ่งถือว่า เป็นความจำในองค์ประกอบนี้ทั้งนั้น

6. องค์ประกอบด้านการรับรู้ (Perceptual factor ใช้อักษรย่อว่า P) องค์ประกอบของสมองด้านนี้ได้แก่ ความสามารถด้านเห็นรายละเอียด ความคล้ายคลึง หรือความแตกต่างระหว่างสิ่งของต่าง ๆ อย่างรวดเร็วและถูกต้อง

7. องค์ประกอบด้านเหตุผล (Reasoning Factor ใช้อักษรย่อว่า R) บางทีใช้คำว่า Induction หรือ General Reasoning องค์ประกอบนี้แสดงถึงความสามารถด้านวิจารณญาณหาเหตุหาผล ค้นคว้าหาความสำคัญ ความสัมพันธ์ และหลักการทั้งหลายที่สร้างกฎหรือทฤษฎี

จากองค์ประกอบย่อยทั้ง 7 องค์ประกอบที่เทอร์สโตนจำแนกไว้ ถึงแม้แต่ละองค์ประกอบจะมีหน้าที่เด่นชัดในตัวเอง แต่โดยความเป็นจริงแล้วองค์ประกอบเหล่านี้ก็ยังทำหน้าที่เกี่ยวพันกันบ้างเหมือนกัน ซึ่งรูปต่อไปนี้จะเป็นการแสดงความสัมพันธ์ภายในของแบบทดสอบ 5 ชุด ที่ขึ้นอยู่กับ 3 องค์ประกอบ คือ V (Verbal) ,N (Number) และ S (Spatial) ของทฤษฎีหลายองค์ประกอบดังนี้



รูปที่ 5 แสดงความสัมพันธ์ภายในของแบบทดสอบ 5 ชุด ที่ขึ้นอยู่กับ 3 องค์ประกอบ
ที่มา : แอนนี อนาสตาซี (Anne Anastasi, 1982 : 367 อ้างใน ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ, 2541 : 45)

จากรูปทำให้ทราบว่าสหสัมพันธ์ของแบบทดสอบ1,2 และ 3 ที่มีต่อกันและกัน มีองค์ประกอบด้านภาษา (Verbal Factor หรือ V) เป็นองค์ประกอบร่วม ในทำนองเดียวกันสหสัมพันธ์ระหว่างแบบทดสอบ 3 และ 5 มีองค์ประกอบด้านมิติสัมพันธ์ (Spatial หรือ S) เป็น

I19284470

องค์ประกอบร่วม และความสัมพันธ์ระหว่างแบบทดสอบ 4 และ 5 มีองค์ประกอบด้านตัวเลข (Number หรือ N) เป็นองค์ประกอบร่วม ที่น่าสังเกตคือ แบบทดสอบ 3 และ 5 มีองค์ประกอบซ้อนขึ้นมา นั่นคือ องค์ประกอบด้านภาษา (Verbal Factor หรือ V) และ องค์ประกอบด้านมิติสัมพันธ์ (Spatial หรือ S) มีอยู่ในแบบทดสอบ 3 ส่วน องค์ประกอบด้านตัวเลข (Number หรือ N) และองค์ประกอบด้านมิติสัมพันธ์ (Spatial หรือ S) มีอยู่ในแบบทดสอบ 5 (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2541 : 45 – 47)

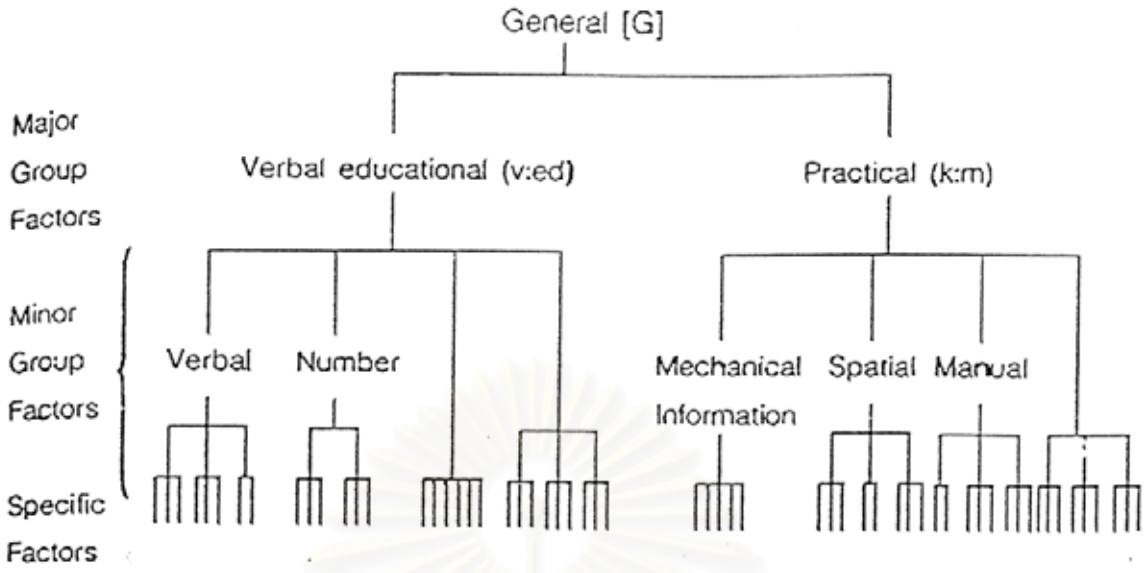
2.2. ทฤษฎีลำดับขั้นของสติปัญญา (Hicrachical Theory)

ทฤษฎีนี้กลุ่มนักจิตวิทยาชาวอังกฤษ ซึ่งได้แก่ เวอร์นอน (Vernon) ทอมสัน (Thomson) และเบิร์ต(Burt) ได้ทำการวิจัยค้นคว้าต่อจากทฤษฎีสององค์ประกอบของสเปียร์แมน ในปี ค.ศ. 1960 ได้แบ่งความสามารถหรือสติปัญญาทั่ว ๆ ไป ออกเป็น 2 องค์ประกอบใหญ่ ๆ คือ

1. ความสามารถทางการศึกษา และทางภาษา (Verbal – Education หรือ V : ed) เป็นองค์ประกอบด้านความสามารถในการใช้ภาษาและด้านการเรียน ซึ่งแบ่งเป็นความสามารถในระดับย่อยลงไปอีก (Minor Group Factor) ได้แก่ ความสามารถด้านภาษา (Verbal) ความสามารถด้านตัวเลข (Number) แล้วแบ่งย่อยออกเป็นความสามารถเฉพาะ (Specific Factor) ลงไปอีก

2. ความสามารถทางปฏิบัติทั่วไป (Practioal หรือ K : m) เป็นองค์ประกอบของความสามารถทางด้านการปฏิบัติและวิชาชีพ ได้แก่ การทำงานฝีมือ ความสามารถด้านเครื่องมือ การมองเห็นและเข้าใจความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ที่เรียกว่า มิติสัมพันธ์ ความสามารถที่กล่าวมาเป็นความสามารถในกลุ่มย่อย (Minor Group Factor) ซึ่งแต่ละอย่างยังแบ่งออกเป็นความสามารถเฉพาะ (Specific Factor) ลงไปอีก ดังรูปที่ 6

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 6 แสดงองค์ประกอบทางเชาวน์ปัญญาตามทฤษฎีลำดับขั้นของสติปัญญา

ที่มา : แอนนี อนาสตาซี (Anne Anastasi, 1982 : 371 อ้างใน อังคณา สายยศ และคณะ, 2542 :10)

ทฤษฎีลำดับขั้นของสติปัญญาเป็นลักษณะการแพร่ขยายขององค์ประกอบจากส่วนใหญ่มากกว่าที่จะเป็นองค์ประกอบย่อยเริ่มตั้งแต่ต้นดังทฤษฎีของเทอร์สโตน และในการสร้างแบบทดสอบผู้สร้างควรจะเลือกระดับขั้นขององค์ประกอบตามจุดมุ่งหมายของแบบทดสอบนั้น นั่นคือแบบทดสอบบางชุดอาจจะใช้หลายระดับขององค์ประกอบ เช่น จะวัดความสามารถด้านการแก้ปัญหาแบบอุปมาอุปไมยควรใช้แบบทดสอบที่รวมด้านภาษา, ตัวเลข, ภาพ และอุปมาอุปไมยมิติ (Spatial analogies) หรือถ้าต้องการวัดความสามารถด้านภาษาควรจะใช้ข้อคำถามประเภทศัพท์, อุปมาอุปไมย และการเรียงลำดับสมบูรณ์แบบ ซึ่งเป็นแบบผสมไม่เป็นอันหนึ่งอันเดียวกัน (อังคณา สายยศ และคณะ, 2542 : 9 – 10)

2.3 ทฤษฎีเชาวน์ปัญญาหลากหลาย (Theory of Multiple Intelligence)

ทฤษฎีนี้นำเสนอโดย โฮเวอร์ด การ์ดเนอร์ (Howards Gardner ;1983)

การ์ดเนอร์ นิยามเชาว์ปัญญาว่าเป็นความสามารถในการแก้ปัญหาหรือสร้างผลงานที่มีค่าในกลุ่มวัฒนธรรมต่าง ๆ ความสามารถทั้งหลายที่รวมตัวกันนี้ เรียกว่า เชาวน์ปัญญา ซึ่งมีอยู่ 7 ด้าน ดังนี้

1. ด้านเหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ (Logical-mathematial Intelligence)

เป็นความสามารถว่องไว และมีศักยภาพในการมองเห็น มีตรรกในเรื่องปริมาณ และยังมีความสามารถในการใช้เหตุผลได้ดีอย่างต่อเนื่อง ถ้ามีความสามารถด้านนี้สูงจะเป็นพวกนักวิทยาศาสตร์และนักคณิตศาสตร์

2. ด้านภาษา (Linguistic Intelligence) เป็นความสามารถด้านภาษา มีความไวต่อการรับรู้ เสียงจังหวะความหมายของคำ สามารถแยกแยะในความแตกต่างของหน้าที่ของภาษาได้อย่างว่องไว

3. ด้านดนตรี (Musical Intelligence) เป็นความสามารถทางดนตรี นั่นคือสามารถสร้างและชาบซึ้งในจังหวะ ระดับของเสียงดนตรีที่ผิดแผกกัน มีความชาบซึ้งในรูปแบบการแสดงออกของดนตรีลักษณะต่าง ๆ

4. ด้านมิติสัมพันธ์ (Spatial Intelligence) เป็นความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ นั่นคือมีความสามารถรับรู้ความสัมพันธ์ที่มองเห็นอย่างมั่นใจ และสามารถเปลี่ยนการรับรู้ได้ เมื่อรูปทรงทั้งหลายเปลี่ยนแปลงในรูปแบบต่าง ๆ

5. ด้านร่างกาย การเคลื่อนไหว (Bodily-kinesthetic Intelligence) เป็นความสามารถในการควบคุมการเคลื่อนไหวของร่างกายและการใช้มือเท้าได้คล่องแคล่วว่องไวตามที่สมองสั่งการ

6. ด้านการเรียนรู้เกี่ยวกับผู้อื่น (Interpersonal Intelligence) เป็นความสามารถในการเข้าใจการตอบสนองของอารมณ์ความรู้สึก แรงกระตุ้น และความต้องการของผู้อื่น

7. ด้านการเรียนรู้เกี่ยวกับตนเอง (Intrapersonal Intelligence) เป็นความสามารถในการควบคุมและเข้าใจพฤติกรรมความรู้สึก อารมณ์ของตนเอง ว่าตนเองมีจุดอ่อนจุดแข็ง เชาวน์ปัญญา และความต้องการอะไรเรียกว่าเป็นความสามารถในการรู้จักตนเอง (อังคณา สายยศ และคณะ,2542 : 9 – 10)

จากทฤษฎีดังกล่าวข้างต้น จะเห็นว่า ทฤษฎีหลายองค์ประกอบของเทอร์สโตน ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์จะเป็นองค์ประกอบย่อย ๆ 1 ใน 7 องค์ประกอบของความสามารถทางสมองของมนุษย์ ซึ่งจะส่งผลให้มนุษย์เข้าใจถึงขนาดและมิติต่าง ๆ สามารถสร้างความสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิตเมื่อเปลี่ยนแปลงที่อยู่ เป็นต้น ส่วนทฤษฎีลำดับขั้นของสติปัญญา (Hicrachical Theory) กล่าวไว้เกี่ยวกับความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ว่าเป็นความสามารถในกลุ่มย่อยซึ่งเป็นส่วนหนึ่งขององค์ประกอบด้านความสามารถทางการปฏิบัติทั่วไป ซึ่งจะส่งผลให้บุคคลมองเห็นและเข้าใจความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ และทฤษฎีสุดท้ายที่เกี่ยวข้องกับความสามารถด้านมิติ - สัมพันธ์คือ ทฤษฎีเชาวน์ปัญญาหลากหลาย ซึ่งได้กล่าวไว้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ เป็น

1 ใน เชาว์ปัญญา 7 ด้าน ที่เสนอไว้ในทฤษฎีนี้ ซึ่งความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ จะส่งผลให้สามารถรับรู้ภาพและการเปลี่ยนการรับรู้ได้เป็นอย่างดี เมื่อรูปทรงเปลี่ยนแปลงไป ดังนั้นจะเห็นว่าทั้งสามทฤษฎีดังกล่าวข้างต้นล้วนเกี่ยวข้องกับความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ แต่ทฤษฎีที่ได้รับความสนใจและนำไปใช้เป็นแนวทางในการสร้างข้อสอบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์มากที่สุด คือ ทฤษฎีหลายองค์ประกอบของเทอร์สโตน เนื่องจากเสนอลักษณะของธรรมชาติสมองได้ละเอียดกว่าทฤษฎีอื่น ๆ ดังที่ วัญญา วิศาลาภรณ์ (2522 : 15) กล่าวไว้สรุปได้ว่า นักจิตวิทยาและนักการศึกษาให้ความสนใจในทฤษฎีหลายองค์ประกอบของเทอร์สโตน ทั้งนี้เพราะเป็นทฤษฎีที่เสนอลักษณะของธรรมชาติสมองได้ละเอียดกว่าทฤษฎีอื่น และมีพื้นฐานมาจากการวิเคราะห์องค์ประกอบด้วยวิธีการทางสถิติ จึงมีผู้นำมาใช้เป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดความถนัดมาก ดังนั้น ผู้วิจัยจึงนำแนวความคิดของทฤษฎีหลายองค์ประกอบของเทอร์สโตนมาเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

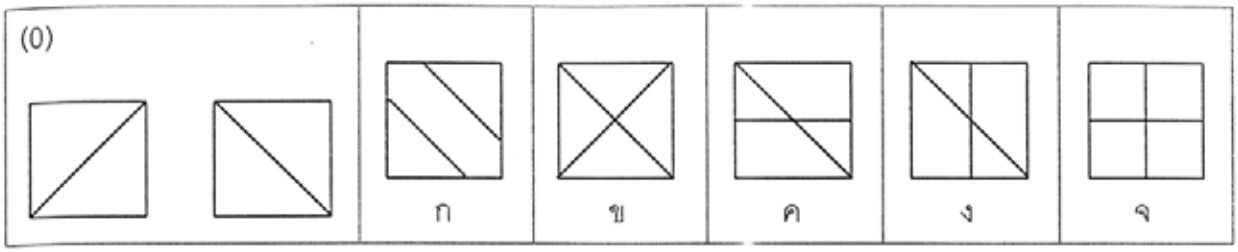
3. ลักษณะของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ เป็นแบบทดสอบที่วัดความสามารถในการมองภาพในมิติต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็น 2 มิติหรือ 3 มิติ และความสามารถในการสร้างจินตนาการถึงความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ได้ เมื่อมีการซ้อนทับกัน การแยกจากกันหรือการเคลื่อนไหว ซึ่งรูปแบบของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์มีผู้เสนอไว้หลายชนิดด้วยกัน เป็นต้นว่า แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ แบบต่อภาพ แบบซ่อนภาพ แบบซ้อนภาพ แบบแยกภาพ แบบหมุนภาพ แบบนับลูกบาศก์ เป็นต้น (ทองห่อ วิภาวัน, 2523 : 31, ชาญวิทย์ เทียบบุญ ประเสริญ, 2528 ; 147 ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ, 2541 : 150) ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้เลือกสร้างแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบซ้อนภาพและแบบหมุนภาพเป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ เนื่องจากแบบวัดดังกล่าวเป็นแบบทดสอบที่วัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ได้จริงและเหมาะกับการนำไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่ง ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ (2528 :147 – 159) สุรศักดิ์ อมรรัตนศักดิ์ (2530 : 200 – 213) และล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2541 : 150 – 160) ได้เสนอลักษณะของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ทั้ง 2 แบบไว้ดังนี้

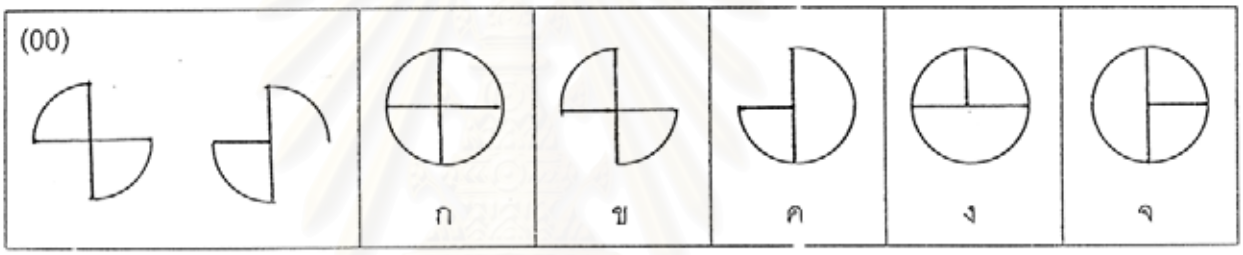
แบบซ้อนภาพ

ลักษณะของข้อสอบแต่ละข้อจะใช้วิธีการกำหนดภาพให้ทางซ้ายมือ 2 ภาพ

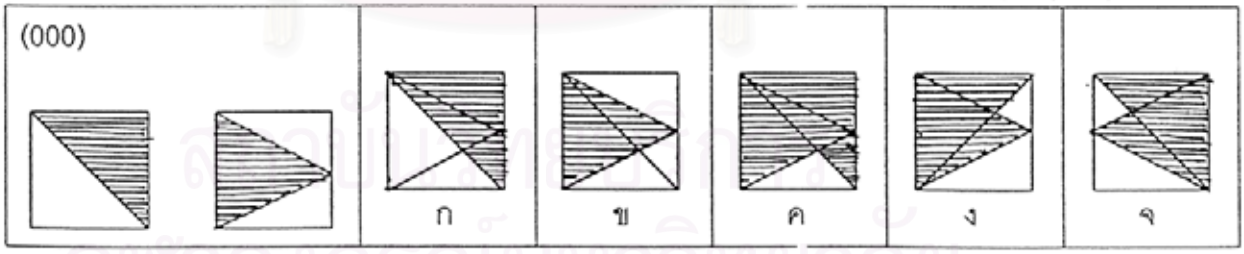
แล้วถามว่าถ้าเอาภาพ 2 ภาพนี้ซ้อนทับกันจะเป็นอย่างไร การซ้อนภาพไม่นิยมซ้อนแบบบิดไปบิดมาเป็นมุมต่าง ๆ มักนิยมซ้อนกันตรงไปตรงมาตามตำแหน่งเดิม ดังตัวอย่าง



ข้อนี้คำตอบถูกคือ ข การสร้างกรอบสี่เหลี่ยมจะต้องให้เท่ากันเสมอ มิฉะนั้นแล้วการซ้อนทับกันอาจจะเป็นอีกรูปหนึ่ง ในการเขียนคำชี้แจงในแบบวัดจะต้องบอกเสมอว่าซ้อนกันอย่างไร เช่น ซ้อนทับกันสนิท หรือซ้อนครึ่งหนึ่ง โดยเฉพาะถ้ารูปที่ต้องการให้ซ้อนกัน ถ้ารูปแตกต่างกันไปก็ต้องบอกว่าจะให้ซ้อนแบบใด



สำหรับข้อนี้การซ้อนทับกันควรจะใช้จุดศูนย์กลางเป็นหลัก เมื่อมาซ้อนกันแล้วภาพที่ได้จึงเป็นภาพในข้อ ก ถูกมากที่สุด ส่วนตัวลวงนั้นพยายามเขียนภาพที่มีโอกาสจะเป็นไปได้ด้วย

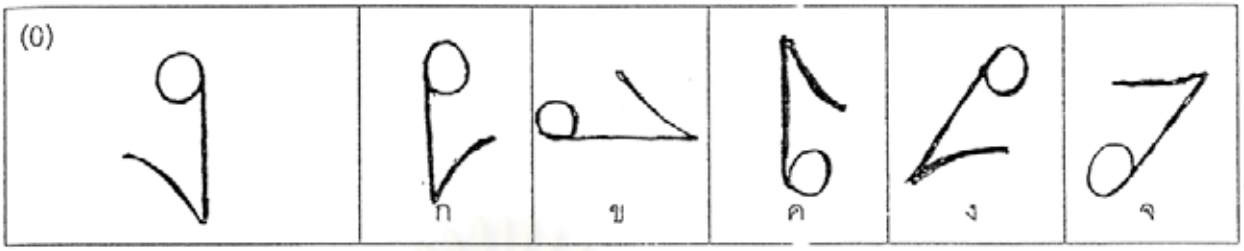


ตัวอย่างนี้มีรูปสี่เหลี่ยม ถ้าซ้อนกันธรรมดาจะง่ายไป ดังนั้นกลวิธีอีกอย่างหนึ่งที่จะทำให้การซ้อนภาพยากขึ้นคือ การใช้สีหรือการแรเงาประกอบ จะทำให้ภาพที่ซ้อนกันแล้วมองยากขึ้นอีก ซึ่งคนที่มีมิติสัมพันธ์ดีจริง ๆ จึงจะสามารถหาคำตอบถูกได้

2. แบบหมุนภาพ

ลักษณะของแบบวัดจะกำหนดภาพให้ทางซ้ายมือ แล้วสร้างเงื่อนไขว่าจะหมุน

ภาพไปทางใดซึ่งจะต้องบอกไว้ให้ชัดเจน เช่น บอกว่าหมุนภาพที่กำหนดให้ไปตามแนวการหมุนของเข็มนาฬิกา หรือหมุนทวนเข็มนาฬิกา ซึ่งตัวอย่างข้อสอบต่อไปนี้มีเงื่อนไขว่าภาพหมุนตามเข็มนาฬิกา



ถ้าพิจารณาแล้วจะเห็นว่าคำตอบถูกคือข้อ ค เพราะข้ออื่นหมุนทวนเข็มนาฬิกา ในการเขียนตัวลวงต้องพยายามให้อยู่ในรูปเดิมทุกประการ เพียงแต่ลวงในรูปแบบการหมุนเท่านั้น

จากตัวอย่างข้างต้น ข้อที่ถูกคือ ข้อ ค ซึ่งการเติมเส้นให้มากหรือหลายเส้น จะทำให้ข้อสอบมีความยากมากยิ่งขึ้น

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. งานวิจัยในต่างประเทศ

จากการศึกษาค้นคว้างานวิจัยในต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับผลของการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ของนักเรียน ผู้วิจัยได้รวบรวมและนำเสนอไว้ดังนี้

มารี มาร์กาเร็ต โชฟ กรุบส์ (Mary Margaret Shoaf-Grubbs,1992 : 0119) ได้ทำการศึกษา ผลของการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ของนักเรียนหญิง ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนหญิงที่เรียนพีชคณิตวิทยาลัย แบ่ง

เป็นกลุ่มทดลองจำนวน 37 คนสอนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกในการเรียนพีชคณิต ส่วนกลุ่มควบคุมซึ่งมีจำนวนเท่ากันสอนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกในการเรียนพีชคณิต ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกในการเรียนพีชคณิตมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และมีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูงกว่านักเรียนที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกในการเรียน

อลีเชีย เทเรส ดีแวนไทร์ (Alecia Teres Devantier,1992 : 0535) ได้ทำการศึกษา อิทธิพลของเครื่องคำนวณกราฟฟิกที่มีต่อความเข้าใจ เรื่อง ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชัน ของ นักเรียนที่เรียนวิชา แคลคูลัสเบื้องต้น ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนที่เรียนวิชาแคลคูลัสเบื้องต้น จำนวน 7 ห้องเรียน โดยแบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มทดลอง ซึ่งใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกในการเรียน ส่วนกลุ่มควบคุมสอนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกในการเรียน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกในการเรียนมีความเข้าใจในฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชัน สูงกว่านักเรียนที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกในการเรียน

คาร์ล วอลเลซ นอร์ริส (Carl Wallace Norris,1994 : 1892) ได้ทำการศึกษา อิทธิพลของการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกช่วยในการเรียนการสอนแคลคูลัสเบื้องต้น ในระดับมหาวิทยาลัย กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาระดับมหาวิทยาลัย โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 125 คน เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน ส่วนกลุ่มควบคุมจำนวน 179 คน เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนผลการศึกษาพบว่า นักศึกษาที่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนมีมโนทัศน์เกี่ยวกับฟังก์ชันพื้นฐาน ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของวิชาแคลคูลัสเบื้องต้น สูงกว่านักศึกษาที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

แฮริ ฮอก คาร์เตอร์ (Harry Hoke Carter ,1995 : 3869) ได้ทำการศึกษา วิธีการสอนจากการมองเห็นภาพนำไปสู่ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกของนักเรียนระดับวิทยาลัย กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียน ที่เรียนพีชคณิตวิทยาลัย จำนวน 53 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลองสอนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน กลุ่มควบคุมสอนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกมีพัฒนาการเกี่ยวกับมโนทัศน์ เรื่อง ฟังก์ชัน สูงกว่านักเรียนที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิก

จีนี่ คอนราด ฮอล์ลาร์ (Jeanie Conrad Hollar ,1996 : 2924) ได้ทำการศึกษา ผลของหลักสูตรการสอนพีชคณิตวิทยาลัย โดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิก ที่มีต่อมโนทัศน์เรื่อง ฟังก์ชัน

ของนักศึกษา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาที่เรียนพีชคณิตวิทยาลัย จำนวน 90 คน โดยแบ่งเป็น 4 ห้องเรียน ซึ่ง 2 ห้องแรก เป็นกลุ่มทดลองสอนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน ส่วน 2 ห้องที่เหลือเป็นกลุ่มควบคุมสอนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน ซึ่งทำการสอนด้วยครู 2 คน โดยครูแต่ละคนสอนนักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมอย่างละห้อง ผลการศึกษาพบว่านักเรียนที่ใช้เครื่องคำนวณ กราฟฟิกประกอบการเรียนมีมโนทัศน์เรื่อง ฟังก์ชัน สูงกว่า นักเรียนที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน

ลี แอน นิมมอนส์ (Lee Ann Nimmons, 1997 : 3053) ได้ทำการศึกษา ผลของการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกที่มีต่อความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ระดับความเข้าใจและความสนใจในการเรียนคณิตศาสตร์ระหว่างนักศึกษาชายกับนักศึกษาหญิง ตัวอย่างประชากรเป็นนักศึกษาที่เรียนพีชคณิตวิทยาลัย จำนวน 4 กลุ่ม แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 3 กลุ่มและกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยกลุ่มทดลองกลุ่มที่ 1 เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนและใช้กิจกรรมกระตุ้นความสนใจในการเรียน กลุ่มทดลองกลุ่มที่ 2 เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนแต่ไม่ใช้กิจกรรมกระตุ้นความสนใจในการเรียนกลุ่มทดลองกลุ่มที่ 3 เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน แต่ใช้กิจกรรมกระตุ้นความสนใจในการเรียน ส่วนกลุ่มควบคุม เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน และไม่ใช้กิจกรรมกระตุ้นความสนใจในการเรียน ผลการศึกษาพบว่า กลุ่มนักศึกษาทั้งชายและหญิงที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูงกว่ากลุ่มนักศึกษาที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน และยังพบว่านักศึกษาหญิงที่ใช้เครื่องคำนวณกราฟ-ฟิกประกอบการเรียนมีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์และมีระดับความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักศึกษาชายที่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน

2. งานวิจัยในประเทศ

งานวิจัยในประเทศที่ศึกษาเกี่ยวกับการใช้เครื่องคำนวนหรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า เครื่องคิดเลข ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ มีดังนี้

วิชัย สนทอง(2526 : 47 – 51) ได้ทำวิจัยเรื่อง ผลของการใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน และในการทำการบ้าน ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 80 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 4 กลุ่ม ๆ ละ 20 คน คือ กลุ่มที่ 1 ใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนคณิตศาสตร์ใน

ชั้นเรียนและใช้ในการทำการบ้าน กลุ่มที่ 2 ใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนแต่ไม่ใช้ในการทำการบ้าน กลุ่มที่ 3 ไม่ใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนแต่ใช้ในการทำการบ้าน กลุ่มที่ 4 ไม่ใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนและไม่ใช้ในการทำการบ้าน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนกับนักเรียนที่ไม่ใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนแตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 โดยนักเรียนที่ใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนมีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่านักเรียนที่ไม่ใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน

กานต์กนิษฐ์ นิลกำแหง (2537 : 75 – 78) ได้ทำวิจัยเรื่อง การศึกษาผลของการสอนแบบใช้ขั้นตอนฝึกความเข้าใจโจทย์ปัญหาร่วมกับการใช้เครื่องคิดเลข ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ จำนวน 81 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 2 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยกลุ่มทดลองที่ 1 ได้รับการสอนแบบใช้ขั้นตอนฝึกความเข้าใจโจทย์ปัญหาร่วมกับการใช้เครื่องคิดเลข กลุ่มทดลองที่ 2 ได้รับการสอนแบบใช้ขั้นตอนฝึกความเข้าใจโจทย์ปัญหา และกลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหา ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ ที่ได้รับการสอนแบบใช้ขั้นตอนฝึกความเข้าใจโจทย์ปัญหาร่วมกับการใช้เครื่องคิดเลขกับการสอนแบบใช้ขั้นตอนฝึกความเข้าใจโจทย์ปัญหา แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 โดยนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบใช้ขั้นตอนฝึกความเข้าใจโจทย์ปัญหาร่วมกับการใช้เครื่องคิดเลขในชั้นเรียนมีผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบใช้ขั้นตอนฝึกความเข้าใจโจทย์ปัญหา

ส่วนงานวิจัยที่เกี่ยวกับเครื่องคำนวณกราฟฟิกนั้น พบว่า มีการนำเครื่องคำนวณกราฟฟิกเข้ามาช่วยในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในประเทศไทยเป็นครั้งแรกในปี พ.ศ. 2540 ซึ่งส่วนใหญ่เป็นการจัดอบรมครูผู้สอนคณิตศาสตร์ให้รู้จักการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกในการสอนคณิตศาสตร์เท่านั้น มีโรงเรียนเพียงไม่กี่โรงเรียนที่นำเครื่องคำนวณกราฟฟิกเข้ามาทดลองใช้สอนจริงในห้องเรียน เป็นต้นว่า โรงเรียนสามเสนวิทยาลัย โรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัย เป็นผลให้การทำวิจัยเกี่ยวกับเครื่องคำนวณกราฟฟิกในเมืองไทยยังไม่ได้รับความสนใจและยังไม่มีผู้ที่ทำวิจัยเกี่ยวกับการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกในการสอนคณิตศาสตร์ในประเทศไทยโดยตรง แต่มีอยู่ในรูปของการทำงานร่วมกันของประเทศแถบเอเชียตะวันออกเฉียงใต้ที่ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผล

ของการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ทัศนคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ กระบวนการคิดและกระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยทำการเก็บรวบรวมข้อมูลจากตัวอย่างประชากรของ 4 ประเทศ คือ มาเลเซีย ฟิลิปปินส์ เวียดนาม และ ไทย ซึ่งผลการวิจัยยังไม่เสร็จสมบูรณ์

จากการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การนำเครื่องคำนวณกราฟฟิกมาใช้ประกอบการเรียน ทำให้นักเรียนสามารถพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ นักเรียนเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ดังนั้นเครื่องคำนวณกราฟฟิกจึงเป็นสื่อการสอนที่สำคัญยิ่งต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาผลของการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตสังกัดทบวงมหาวิทยาลัย ซึ่งเป็นการวิจัยเชิงทดลอง แบบกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมวัดก่อน – หลังการทดลอง (Randomized Control – Group Pretest Posttest Design) โดย ผู้วิจัยมีวิธีการดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนดังนี้

1. การศึกษาค้นคว้า
2. ประชากรและตัวอย่างประชากร
3. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
4. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล

การศึกษาค้นคว้า

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าความรู้จากเอกสาร ตำรา และงานวิจัยต่าง ๆ ทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยครั้งนี้ ดังต่อไปนี้

1. ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยทั้งในและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อใช้เป็นแนวทางในการวิจัย
2. ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยเกี่ยวกับการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้เป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา
3. ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยเกี่ยวกับการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ เพื่อใช้เป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
4. ศึกษาหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)

หนังสือเรียน คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ และเอกสารประกอบการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 รหัสวิชา ค 012 เรื่อง พาราโบลา เพื่อใช้เป็นแนวทางในการสร้างแผนการสอนรายคาบของวิชาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา

ประชากรและตัวอย่างประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต สังกัดทบวงมหาวิทยาลัย

ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยสุ่มตัวอย่างประชากร โดยใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (Purpose Sampling) ทำการสุ่มโรงเรียน โดยเจาะจงเป็นโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ เนื่องจากโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ เป็นโรงเรียนขนาดใหญ่ที่จัดตั้งขึ้น โดยมีจุดมุ่งหมายในการเป็นแหล่งศึกษาค้นคว้า ทดลองและวิจัยเกี่ยวกับวิชาต่าง ๆ ทางการศึกษา เหมือนกับจุดมุ่งหมายของโรงเรียนสาธิต สังกัดทบวงมหาวิทยาลัยแห่งอื่น ๆ ดังนั้น มาตรฐานทางการศึกษาจึงเท่าเทียมกับโรงเรียนสาธิต สังกัดทบวงมหาวิทยาลัยแห่งอื่น ๆ ด้วย และในการเก็บรวบรวมข้อมูล สำหรับการวิจัยครั้งนี้ได้รับความร่วมมือเป็นอย่างดีจากทางโรงเรียน ด้วยเหตุผลดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยจึงเลือกนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ เป็นตัวอย่างประชากร โดยดำเนินการสุ่มนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่กำลังเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2542 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ อำเภอเมือง จังหวัดเชียงใหม่ จำนวน 2 ห้องเรียน จากจำนวนห้องเรียนทั้งหมด 5 ห้องเรียน โดยดำเนินการดังนี้

1.นำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในภาคเรียนที่ 1 (ค 011) ที่ได้จากการสอบปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2542 ของนักเรียนจำนวน 5 ห้องเรียน ซึ่งมีจำนวนนักเรียนห้องละประมาณ 40 คน โดยนักเรียนทั้งหมดใช้ข้อสอบและแบบประเมินผลการเรียนชุดเดียวกัน มาคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต $(\overline{X})$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $(S.D.)$

2. พิจารณาห้องที่มีค่ามัชฌิมเลขคณิต $(\overline{X})$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $(S.D.)$ ใกล้เคียงกันมากที่สุด จำนวน 2 ห้องเรียน ได้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียน ห้อง ม. 3/1 ซึ่งมีจำนวนนักเรียน 40 คน และนักเรียน ห้อง ม. 3/5 ซึ่งมีจำนวนนักเรียน 39 คน โดยนักเรียนห้อง ม. 3/1 ค่ามัชฌิมเลขคณิต $(\overline{X})$ เท่ากับ 24.67 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $(S.D.)$ เท่ากับ 8.22 ส่วนนักเรียนห้อง ม. 3/5 ค่ามัชฌิมเลขคณิต $(\overline{X})$ เท่ากับ 25.82 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $(S.D.)$ เท่ากับ 8.38

3. นำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในภาคเรียนที่ 1 (ค 011) ที่ได้จากการสอบปลายภาคเรียนที่ 1 ของนักเรียนทั้งสองห้องไปทดสอบความแปรปรวน โดยใช้ค่าสถิติเอฟ (F-test) และทดสอบความแตกต่าง โดยใช้ค่าสถิติที (t-test) ผลที่ได้เป็นดังนี้

ความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในภาคเรียนที่ 1 (ค 011) ที่ได้จากการสอบปลายภาคเรียนที่ 1 ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

คะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในภาคเรียนที่ 1 (ค 011) ที่ได้จากการสอบปลายภาคเรียนที่ 1ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 (ดูรายละเอียดผลการทดสอบค่าเอฟและค่าทีในภาคผนวก ข หน้า 86)

4. เลือกห้องเรียนสำหรับเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้วิธีการจับสลากแบ่งกลุ่มตัวอย่างประชากรได้ดังนี้

นักเรียนห้อง ม. 3/5 เป็นกลุ่มทดลองที่เรียนโดยการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์

นักเรียนห้อง ม. 3/1 เป็นกลุ่มควบคุม ที่เรียนโดยการไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการสอนรายคาบวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (ค 012) เรื่อง พาราโบลา ซึ่งผู้วิจัยทำการสร้างดังนี้

1. ศึกษาและวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ หลักการสอน วิธีการสอน ตลอดจนการวัดและประเมินผลการเรียนและรายละเอียดของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ โดยศึกษาจาก วารสารทางวิชาการหนังสือเรียน คู่มือครู ที่จัดทำโดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท) และเอกสารประกอบการสอนวิชาคณิตศาสตร์

2. ศึกษาและทำการเลือกเนื้อหาที่เหมาะสมกับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนการสอน จากเอกสารที่เกี่ยวข้อง หนังสือเรียน คู่มือครู ที่จัดทำโดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท) และเอกสารประกอบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ โดยเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เลือกนั้นเป็นเนื้อหาที่เป็นปัญหาต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งเรื่อง พาราโบลา เป็นเรื่องที่ผู้วิจัยเลือกทำการวิจัย เนื่องจาก เรื่อง พาราโบลา เป็นเรื่องที่มีเนื้อหาเชิงนามธรรม ยากแก่การทำความเข้าใจของนักเรียน ทำให้นักเรียนเกิดความสับสนเกี่ยวกับลักษณะของกราฟพาราโบลาแบบต่าง ๆ ที่กำหนดด้วยสมการพาราโบลา

และในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามปกติ นักเรียนจะต้องเขียนกราฟพาราโบลา โดยการแทนค่า x บางตัวในสมการเพื่อหาค่าของ y ก่อนที่จะเขียนกราฟ ทำให้เสียเวลามาก เป็นผลให้เวลาในการสอนไม่เพียงพอกับเนื้อหาที่มีอยู่ ซึ่งการที่จะให้นักเรียนเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะของกราฟพาราโบลาได้เร็ว ควรต้องใช้สื่อการสอนเข้าช่วยในการมองลักษณะของกราฟ เครื่องคำนวณกราฟฟิกจึงเป็นสื่อการเรียนการสอนที่มีความสำคัญต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน เนื่องจากเครื่องคำนวณกราฟฟิกสามารถแสดงกราฟพาราโบลาต่าง ๆ ได้ในหน้าจอเดียวกันถึง 10 กราฟ ทำให้นักเรียนเห็นลักษณะที่แตกต่างและเหมือนกันของกราฟพาราโบลาและเป็นผลให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจลักษณะของกราฟพาราโบลาได้ด้วยตนเองและมีความสามารถทางด้านมิติสัมพันธ์เพิ่มขึ้น

3. แบ่งเนื้อหา เรื่อง พาราโบลาทั้งหมดที่เรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน โดยยึดตามคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ โดยแบ่งได้ทั้งหมด 12 คาบ ๆ ละ 50 นาที

4. เขียนแผนการสอนรายคาบ ซึ่งแผนการสอนรายคาบแต่ละคาบจะมี 2 แผนการสอน คือ แผนการสอนสำหรับกลุ่มทดลองที่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนและแผนการสอนสำหรับกลุ่มควบคุมที่สอนปกติ โดยในแผนการสอนทั้ง 2 แผนการสอน มีส่วนประกอบต่าง ๆ คือ หัวข้อเรื่อง จุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา สื่อการสอน กิจกรรมการเรียนการสอน การวัดและประเมินผล ใบงาน และเอกสารฝึกหัด ซึ่งในส่วนของกิจกรรมการเรียนการสอนนั้น ทั้งสองกลุ่มมีความแตกต่างกัน ดังนี้

แผนการสอนสำหรับกลุ่มทดลองจัดกิจกรรมที่ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนการสอนในเนื้อหาตามที่แบ่งไว้ ซึ่งเครื่องคำนวณกราฟฟิกที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเครื่องคำนวณกราฟฟิกของบริษัท เท็กซัส อินสตรูเมนท์ (Texas Instruments) รุ่น TI-83 ซึ่งสามารถสร้างกราฟชนิดต่าง ๆ ได้ แจกให้นักเรียนคนละ 1 เครื่อง จำนวน 39 เครื่อง โดยกิจกรรมการเรียนการสอนสำหรับกลุ่มทดลองมีขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นนำ เป็นขั้นที่ครูทบทวนความรู้ความเข้าใจเดิมที่เป็นพื้นฐานสำหรับการสอนในคาบที่จะเรียน ก่อนที่นักเรียนจะได้เรียนเนื้อหาใหม่ โดยส่วนใหญ่ครูใช้การถามให้นักเรียนตอบ
2. ขั้นสำรวจ เป็นขั้นที่ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงออกถึงความรู้ความเข้าใจเดิมที่มีอยู่เกี่ยวกับเรื่องที่เรียนและช่วยกันสังเกต สำรวจ เพื่อให้เห็นปัญหาและข้อขัดแย้ง

3. ขั้นปรับแนวความคิด เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนช่วยกันพิจารณาความแตกต่างและความขัดแย้งทางความคิดที่เกิดขึ้น เพื่อกำหนดความคิดใหม่
4. ขั้นทดลอง เป็นขั้นที่ครูช่วยกระตุ้นให้นักเรียนค้นหาแนวความคิดใหม่ พัฒนาความคิดให้กว้างและลึกมากขึ้น โดยการให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกทดลองเพื่อตรวจสอบความคิดนั้น
5. ขั้นสรุป เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนช่วยกันอภิปรายและสรุปผลการทดลองจนได้มโนทัศน์

ส่วนแผนการสอนสำหรับกลุ่มควบคุมเน้นกิจกรรมที่ให้นักเรียนสร้างรูปในแผ่นกระดาษ แล้วสรุปผลการสร้างจนได้มโนทัศน์ โดยกิจกรรมการเรียนการสอนมีขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นนำ เป็นขั้นที่ครูทบทวนความรู้เดิมที่จำเป็นต่อการสอนในคาบนั้น ๆ ให้กับนักเรียน โดยส่วนใหญ่ครูใช้คำถามให้นักเรียนตอบ
2. ขั้นสอน เป็นขั้นที่ครูดำเนินการสอนตามเนื้อหาในแผนการสอนรายคาบที่กำหนดไว้ โดยให้นักเรียนเขียนกราฟพาราโบลาลงในใบงานที่เป็นกระดาษกราฟ
3. ขั้นสรุป เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับลักษณะของกราฟพาราโบลา ที่นักเรียนได้เรียนในแต่ละคาบเรียน

5. นำแผนการสอนรายคาบทั้ง 12 คาบ ที่สร้างขึ้น ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความเหมาะสมของเนื้อหา ความถูกต้องของจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา กิจกรรมการเรียนการสอน ใบงาน และเอกสารฝึกหัดและให้ข้อเสนอแนะ เพื่อนำข้อเสนอแนะที่ได้ ไปปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสม ซึ่งอาจารย์ที่ปรึกษามีความเห็นว่า ในแผนการสอนของกลุ่มทดลอง กิจกรรมการเรียนการสอนควรจะให้ นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง ดังนั้นใบงานจึงควรเปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างสมการพาราโบลาเอง ตามเงื่อนไขที่บอกในใบงาน แล้วให้นักเรียนศึกษาลักษณะของกราฟพาราโบลาด้วยตนเอง ศึกษากราฟที่ได้จากการเรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบและสรุปความรู้ที่นักเรียนได้รับจากการเรียนในคาบนั้น ๆ

6. นำแผนการสอนที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้ว ไปใช้สอนกับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยกลุ่มทดลองใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน ส่วนกลุ่มควบคุมเป็นการเรียนปกติที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน (ดูรายละเอียดของแผนการสอนในภาคผนวก ง หน้า 115 – 128)

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ซึ่งมีรายละเอียดและวิธีการสร้างแบบทดสอบแต่ละแบบ ดังต่อไปนี้

1. แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (ค 012) เรื่อง พาราโบลา ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามขั้นตอนดังนี้

1.1 ศึกษาและวิเคราะห์เนื้อหาวิชาเรื่อง พาราโบลา ในแต่ละหัวข้อย่อยเพื่อกำหนดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

1.2 สร้างตารางแสดงการกำหนดลักษณะข้อสอบ (Table of Specification) เกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา ให้ตรงกับมโนทัศน์ย่อยที่กำหนดไว้ (ดูรายละเอียดตารางแสดงการกำหนดลักษณะข้อสอบในภาคผนวก ค หน้า 90 – 98)

1.3 สร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา แบบปรนัยชนิดเลือกตอบ (Multiple Choice) 4 ตัวเลือก จำนวน 46 ข้อ ให้สอดคล้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้กำหนดไว้ในตารางแสดงการกำหนดลักษณะข้อสอบ โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

ถ้าตอบถูก ให้ข้อละ 1 คะแนน

ถ้าตอบผิด หรือไม่ตอบ ให้ข้อละ 0 คะแนน

1.4 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องแล้วนำไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 5 ท่าน ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหา (Content Validity) ความเหมาะสมของเนื้อหา ความครอบคลุมของข้อคำถาม ภาษาและสำนวนตามหลักการเขียนข้อสอบที่ดี และพิจารณาข้อคำถามและตัวเลือกในแต่ละข้อว่า เป็นแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา หรือไม่ โดยใช้เกณฑ์จากความคิดเห็นของผู้ทรงคุณวุฒิที่สอดคล้องกันอย่างน้อย 3 ใน 5 ท่าน (ดูรายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิ ในภาคผนวก ก หน้า 83) ซึ่งผู้ทรงคุณวุฒิมีความเห็นสอดคล้องกันว่า ข้อสอบทั้ง 46 ข้อ เป็นข้อสอบที่วัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา จริง มีความเหมาะสมสอดคล้องกับตารางแสดงการกำหนดลักษณะข้อสอบ และครอบคลุมมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ทั้งหมดในเรื่อง พาราโบลา แต่มีประเด็นที่ต้องแก้ไขปรับปรุงและแก้ไขในเรื่อง ภาษา สำนวนที่ใช้และความซับซ้อนของข้อคำถามตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิดังนี้

1.4.1 สำนวนที่ใช้ในข้อคำถามบางข้อมีลักษณะที่ไม่เป็นแนวเดียวกัน ทำให้นักเรียนเกิดความสับสนในการตีความหมาย ควรใช้สำนวนเดียวกัน เช่น

ข้อคำถาม " พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ....."

และ " กราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ....."

แก้ไขเป็น " กราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ....."

1.4.2 ภาษาที่ใช้ในข้อคำถามบางข้อค่อนข้างสั้น ไม่ชัดเจนและไม่ได้ใจความยากแก่การตีความหมายและไม่สอดคล้องกับตัวเลือกที่กำหนดให้ เนื่องจากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา จะถามเกี่ยวกับลักษณะของกราฟพาราโบลา ดังนั้น ข้อคำถามควรจะถามเกี่ยวกับลักษณะของกราฟ เช่น

ข้อคำถาม " สมการ $y = ax^2 + b$ ที่ $b < 0$ มีจุดต่ำสุดหรือจุดสูงสุดเป็นอย่างไร "

แก้ไขเป็น " กราฟของสมการ $y = ax^2 + b$ ที่ $b < 0$ มีจุดต่ำสุดหรือจุดสูงสุดเป็นอย่างไร "

ข้อคำถาม " ข้อใดสรุปเกี่ยวกับสมการ $y = a(x-h)^2$ ได้ถูกต้อง "

แก้ไขเป็น " ข้อใดสรุปเกี่ยวกับกราฟของสมการ $y = a(x-h)^2$ ได้ถูกต้อง "

1.4.3 ข้อสอบบางข้อมีความซับซ้อนและยากจนเกินไป จึงควรปรับปรุงให้ซับซ้อนน้อยลง และเหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียน เช่น

ข้อคำถาม " กราฟของสมการ $y = 2x^2 + 5x + 3$ มีจุดยอดอยู่ที่ตำแหน่งใด "

แก้ไขเป็น " กราฟของสมการ $y = x^2 + 6x - 5$ มีจุดยอดอยู่ที่ตำแหน่งใด "

ข้อคำถาม " ข้อใดเป็นการเรียงลำดับขนาดของกราฟจากกว้างไปแคบ เมื่อเขียนกราฟลงบนแกนคู่เดียวกัน

ก. $y = 10x^2, y = x^2, y = \frac{1}{5}x^2, y = -8x^2$

ข. $y = \frac{1}{5}x^2, y = x^2, y = -8x^2, y = 10x^2$

ค. $y=-8x^2, y=\frac{1}{5}x^2, y=x^2, y=10x^2$

ง. $y=10x^2, y=-8x^2, y=x^2, y=\frac{1}{5}x^2$"

แก้ไขเป็น " กราฟในข้อใดแคบที่สุด เมื่อเขียนกราฟลงบนแกนคู่เดียวกัน

ก. $y=10x^2$ ค. $y=\frac{1}{5}x^2$

ข. $y=-6x^2$ ง. $y=-\frac{3}{4}x^2$ "

1.5 ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการพิจารณาจากผู้ทรงคุณวุฒิแล้วมาปรับปรุงและแก้ไขตามข้อแนะนำ แล้วนำไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2542 ที่ผ่านการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลามาแล้ว ซึ่งไม่ได้เป็นกลุ่มตัวอย่างประชากร แล้วนำคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบของนักเรียนมาวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบ โดยหาค่าความเที่ยงภายในด้วยวิธีของคูเดอร์ ริชาร์ดสัน สูตร 20 (Ruder Richardson Method – 20 : KR-20) ค่าอำนาจจำแนก และค่าความยากง่ายของแบบทดสอบ ซึ่งมีเกณฑ์การประเมินคุณภาพของแบบทดสอบ ดังนี้

ค่าความเที่ยงภายใน ต้องมีค่าเกิน 0.60

ค่าความยากง่าย มีค่า 0.2-0.8

ค่าอำนาจจำแนก มีค่า 0.2 ขึ้นไป

ซึ่งในการวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบ ผู้วิจัยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบแบบอิงเกณฑ์ โดยวิธีหาค่าดัชนีจำแนกบี (B – Index) ได้ผลการวิเคราะห์ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

การทดลองใช้ครั้งที่ 1 นำแบบทดสอบจำนวน 46 ข้อที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้ว ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร จำนวน 58 คน ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบ พบว่า

ค่าความเที่ยงภายใน มีค่า 0.897

ค่าความยากง่าย มีค่า 0.30 – 0.96

ค่าอำนาจจำแนก มีค่า -0.04 – 0.61

มีข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 32 ข้อ ผู้วิจัยจึงนำข้อสอบที่ไม่ได้เกณฑ์มาปรับปรุงและแก้ไขเกี่ยวกับข้อคำถามและตัวเลือกให้เหมาะสม จำนวน 14 ข้อ รวมเป็นข้อสอบทั้งหมด 46 ข้อ แล้วนำไปทดสอบใหม่เป็นครั้งที่ 2

การทดลองใช้ครั้งที่ 2 ผู้วิจัยนำแบบทดสอบจำนวน 46 ข้อที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน จำนวน 54 คน ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบ พบว่า

ค่าความเที่ยงภายใน มีค่า 0.945

ค่าความยากง่าย มีค่า 0.14 - 0.94

ค่าอำนาจจำแนก มีค่า -0.16 - 0.91

มีข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 26 ข้อ ซึ่งเมื่อตรวจสอบข้อสอบทั้ง 26 ข้อที่ได้กับตารางแสดงการกำหนดลักษณะข้อสอบ พบว่า ข้อสอบทุกข้อวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ครบตามจุดประสงค์ในตารางแสดงการกำหนดลักษณะข้อสอบ และมีข้อสอบจำนวน 1 ข้อ ที่ข้อคำถามซ้ำซ้อนกับข้ออื่นและมีค่าอำนาจจำแนกและค่าความยากง่ายต่ำ ผู้วิจัยจึงคัดข้อสอบดังกล่าวออก ดังนั้นได้ข้อสอบทั้งหมดจำนวน 25 ข้อ ซึ่งเป็นข้อสอบที่จะนำไปทดสอบใหม่เป็นครั้งที่ 3 (ดูตารางแสดงการกำหนดลักษณะข้อสอบในภาคผนวก ค. หน้า 90 – 98)

การทดลองใช้ครั้งที่ 3 ผู้วิจัยนำแบบทดสอบทั้ง 25 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน ที่ไม่ใช่กลุ่มที่เคยทดสอบไปแล้วในการทดสอบครั้งที่ 2 จำนวน 56 คน ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบ พบว่า

ค่าความเที่ยงภายใน มีค่า 0.897

ค่าความยากง่าย มีค่า 0.42 - 0.79

ค่าอำนาจจำแนก มีค่า 0.22 – 0.82

(ดูค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกในภาคผนวก ค หน้า 99)

1.6 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องพาราโบลา ที่ผ่านการวิเคราะห์คุณภาพและมีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 25 ข้อ ไปใช้ทดสอบกับนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมทั้งสองกลุ่ม โดยใช้เป็นแบบทดสอบหลังเรียน (ดูรายละเอียดแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา ในภาคผนวก ง หน้า 100 – 102)

2. แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ เป็นแบบวัดที่ใช้วัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบซ้อนภาพและแบบหมุนภาพ ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามขั้นตอนดังนี้

2.1 ศึกษาทฤษฎีต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ เพื่อศึกษารูปแบบของการวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

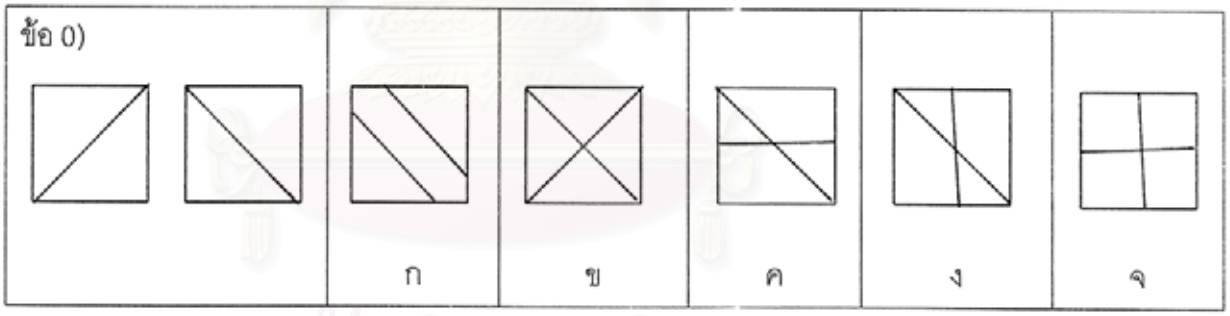
2.2 สร้างแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ 2 แบบ คือ แบบซ้อนภาพ และแบบหมุนภาพ โดยจากการศึกษางานวิจัย ที่ศึกษาเกี่ยวกับการวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ พบว่า แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบซ้อนภาพ และแบบหมุนภาพ เป็นแบบวัดที่วัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ได้จริงและเหมาะกับการนำไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพราะมีน้ำหนักตัวประกอบด้านมิติสัมพันธ์อยู่มาก ดังนั้นผู้วิจัยจึงสร้างแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ดังกล่าวขึ้น เป็นแบบปรนัย 5 ตัวเลือก และมีคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว แบบละ 60 ข้อ รวม 120 ข้อ โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

ถ้าตอบถูก ให้ข้อละ 1 คะแนน

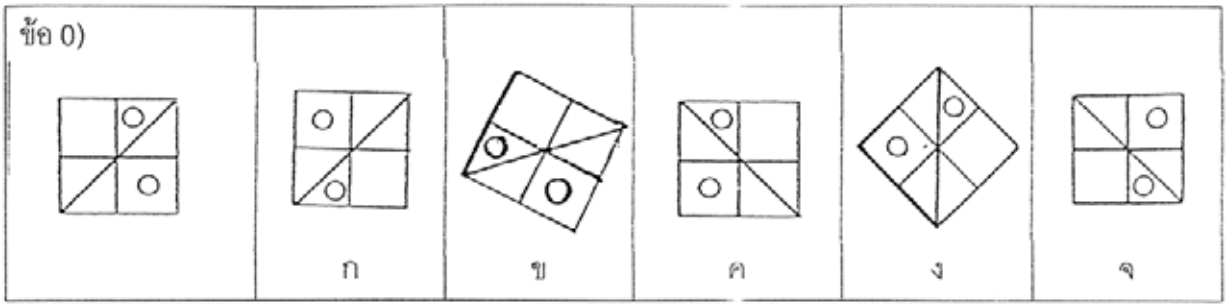
ถ้าตอบผิดหรือไม่ตอบ ให้ข้อละ 0 คะแนน

ซึ่งลักษณะของแบบวัดแต่ละฉบับมีดังนี้

2.2.1 แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบซ้อนภาพ ลักษณะของข้อสอบแต่ละข้อจะกำหนดภาพมาให้ 2 ภาพทางซ้ายมือ แล้วให้นักเรียนพิจารณาว่า ถ้านำภาพทั้งสองนี้มาวางซ้อนกันให้สนิท โดยไม่เปลี่ยนแปลงทั้งขนาดและรูปร่าง แล้วจะได้ภาพอะไรจากภาพที่กำหนดให้ในข้อ ก. – จ. ดังตัวอย่าง



2.2.2 แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบหมุนภาพ ลักษณะของข้อสอบแต่ละข้อจะกำหนดภาพมาให้ 1 ภาพทางซ้ายมือ แล้วให้นักเรียนพิจารณาว่า ถ้าหมุนภาพดังกล่าวแล้ว จะได้ภาพที่มีลักษณะเหมือนกับภาพใด จากภาพที่กำหนดให้ในข้อ ก. – จ. ดังตัวอย่าง

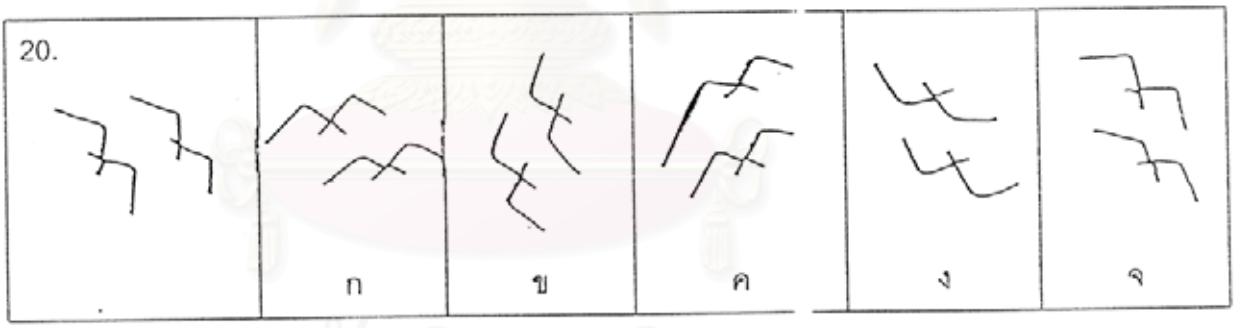


2.3 นำแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณา แล้วนำไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน ตรวจพิจารณาความครอบคลุม ความเหมาะสมของคำถาม (ดูรายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิ ในภาคผนวก ก หน้า 84) โดยผู้ทรงคุณวุฒิเห็นว่าแบบวัดทั้งสองฉบับ เหมาะสมกับการวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ที่เกิดจากการเรียนเรื่องพาราโบลา แต่มีบางข้อต้องแก้ไขปรับปรุงในเรื่องต่าง ๆ ดังนี้

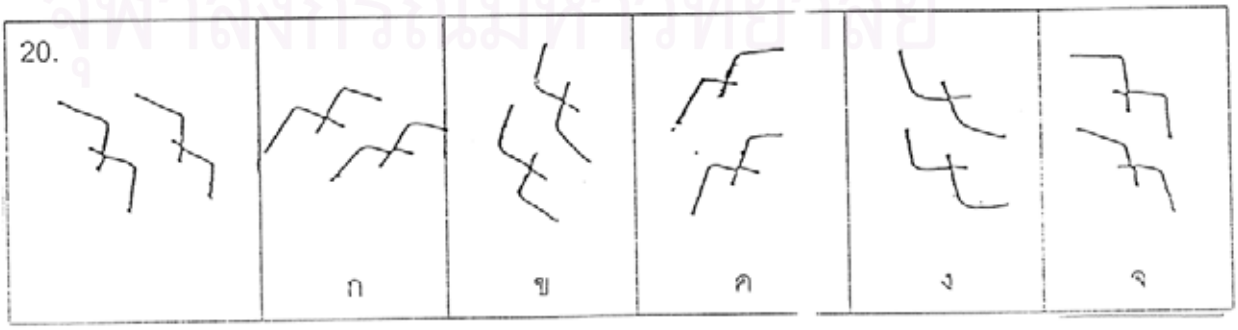
2.3.1 ขนาดของภาพที่เป็นโจทย์และตัวเลือกในแต่ละข้อ ควรใช้ขนาดเดียวกัน เช่น

<u>แบบหมุนภาพ</u>

ข้อสอบข้อที่ 20 ในตัวเลือกข้อ ค. รูปนกตัวบนมีขนาดผิดกับตัวอื่น ทำให้ขนาดของภาพต่างจากข้ออื่น ควรปรับให้มีขนาดเดียวกัน

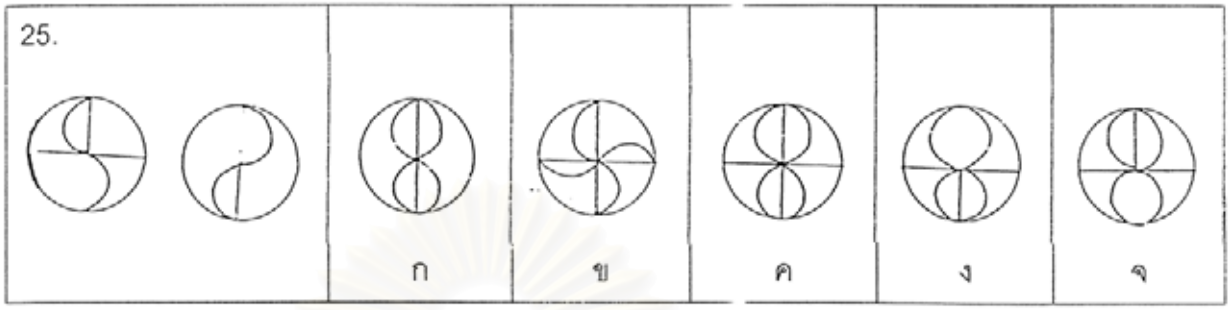


แก้ไขเป็น

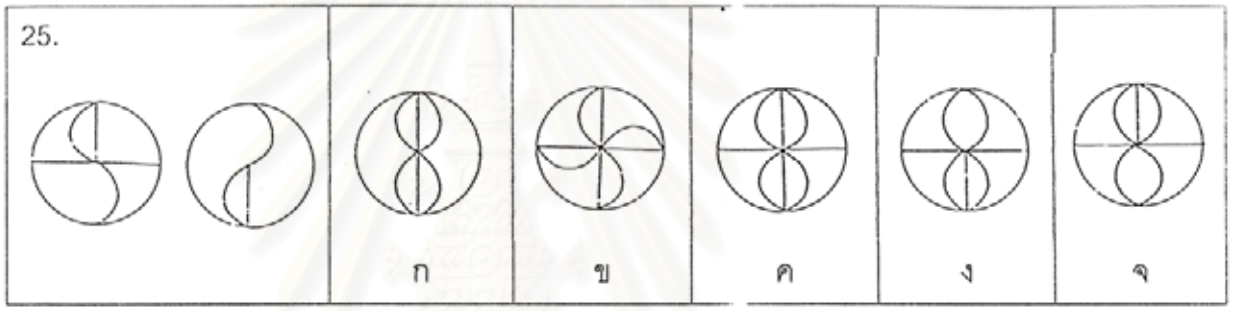


แบบซ้อนภาพ

ข้อสอบข้อที่ 25 ในตัวเลือกข้อ ค. ข้อ ง. และข้อ จ. รูปวงกลมเล็กทั้งสองวง มีขนาดไม่เท่ากัน โดยวงกลมเล็กส่วนบนใหญ่กว่าวงกลมเล็กส่วนล่าง ควรปรับให้มีขนาดเดียวกัน



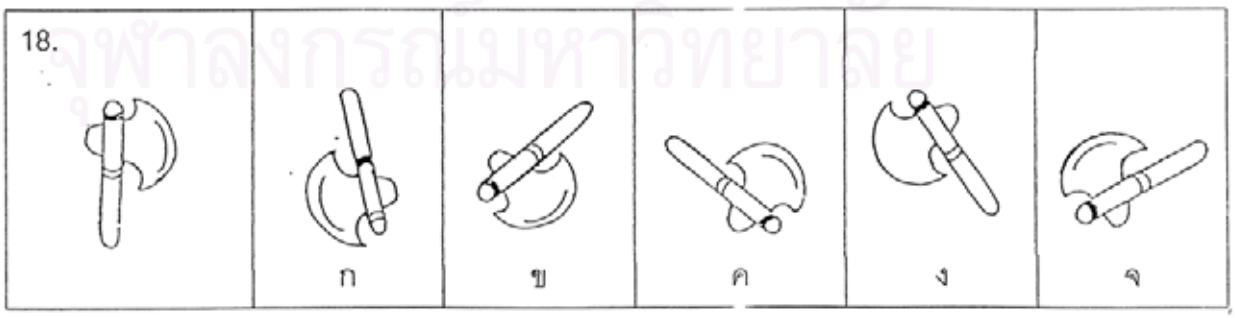
แก้ไขเป็น



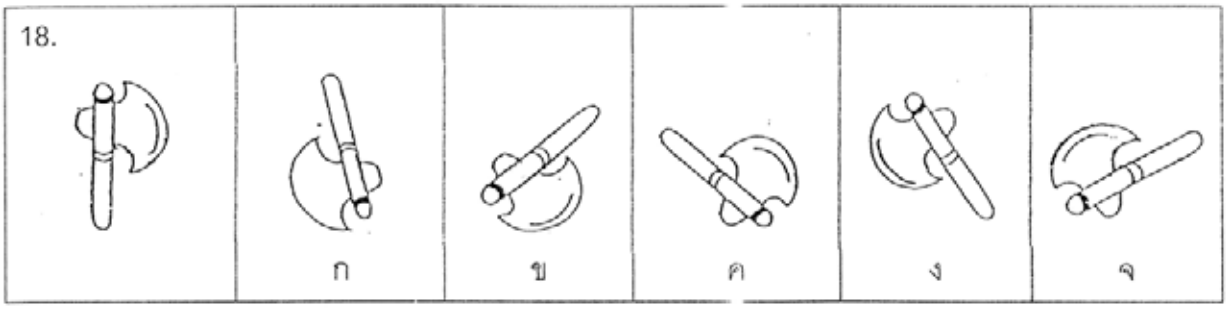
2.3.2 ตัวเลือกที่ผิดในบางข้อไม่สามารถลวงได้ จึงควรเพิ่งรายละเอียดให้ใกล้เคียงกับตัวเลือกที่ถูกมากที่สุด เช่น

แบบหมุนภาพ

ข้อสอบข้อที่ 18 ตัวเลือกข้อ ก. เส้นคาดสีดำอยู่ตรงกลางลำขวาน ซึ่งต่างจากโจทย์และตัวเลือกอื่น ๆ ทำให้นักเรียนสามารถตัดตัวเลือกข้อ ก. ทิ้งได้เลย เป็นผลให้เหลือตัวเลือกน้อยลง ควรปรับปรุงแก้ไขข้อสอบโดยการปรับเส้นคาดสีดำมาไว้ที่ส่วนหัวของลำขวาน

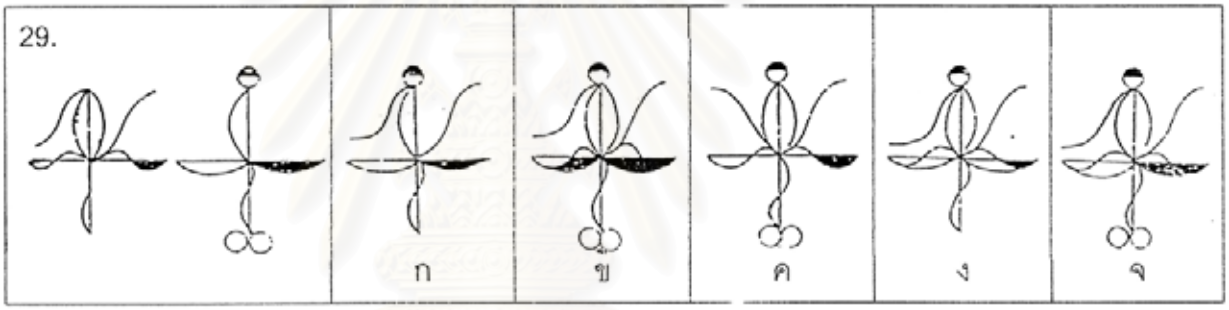


แก้ไขเป็น

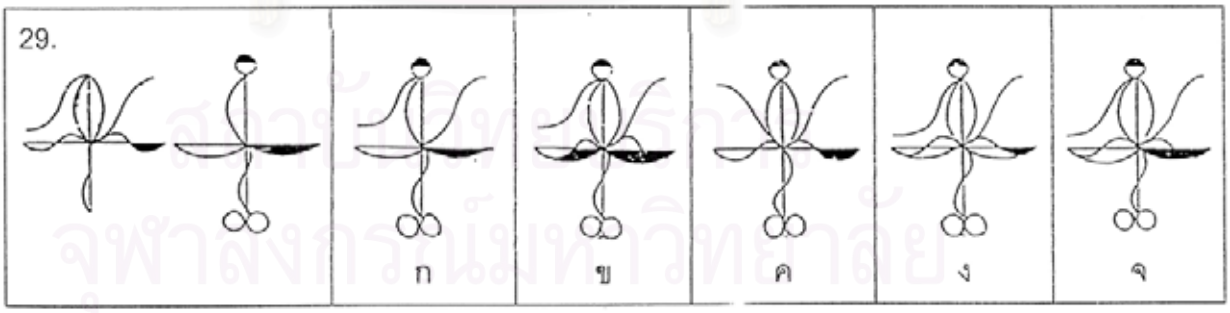


<u>แบบซ้อนภาพ</u>

ข้อสอบข้อที่ 29 ในตัวเลือกข้อ ก. และ ง. ไม่มีวงกลมเล็ก 2 วง ที่ปลายล่างสุด ทำให้นักเรียนสามารถตัดตัวเลือกทั้งสองทิ้งได้เลย เป็นผลให้นักเรียนเดาได้ง่ายขึ้น ควรปรับปรุงแก้ไขข้อสอบโดยการเติมวงกลมเล็กทั้ง 2 วงที่ปลายล่างสุดในตัวเลือกทั้งสอง



แก้ไขเป็น



2.4 ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ทั้ง 2 ฉบับที่ผ่านการพิจารณาจากผู้ทรงคุณวุฒิแล้วมาปรับปรุงและแก้ไขตามข้อแนะนำ แล้วนำไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2542 ที่ผ่านการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลามาแล้ว

ซึ่งไม่ได้เป็นกลุ่มตัวอย่างประชากร แล้วนำคะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดของนักเรียนมาวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัด โดยหาค่าความเที่ยงภายในด้วยวิธีของคูเดอร์ ริชาร์ดสัน สูตร 20 (Ruder Richardson Method – 20 : KR-20) ค่าอำนาจจำแนก และค่าความยากง่ายของแบบวัด ซึ่งมีเกณฑ์การประเมินคุณภาพของแบบวัด ดังนี้

ค่าความเที่ยงภายใน ต้องมีค่าเกิน 0.60

ค่าความยากง่าย มีค่า 0.2-0.8

ค่าอำนาจจำแนก มีค่า 0.2 ขึ้นไป

ซึ่งในการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัด ผู้วิจัยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบแบบอิงเกณฑ์ โดยวิธีหาค่าดัชนีจำแนกบี (B – Index) ได้ผลการวิเคราะห์ดังรายละเอียดต่อไปนี้

การทดลองใช้ครั้งที่ 1 นำแบบวัดทั้ง 2 ฉบับ ๆ ละ 60 ข้อที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้ว ไปทดสอบใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร จำนวน 58 คน ซึ่งก่อนที่นักเรียนจะลงมือทำข้อสอบ ผู้วิจัยได้อธิบายถึงลักษณะของแบบวัด พร้อมทั้งวิธีการตอบ โดยบอกนักเรียนให้ทำแบบวัดให้เร็วที่สุด เมื่อทำเสร็จแล้วให้นักเรียนยกมือขึ้น โดยผู้วิจัยได้จดบันทึกเวลาสำหรับนำมาหาระยะเวลาที่เหมาะสมกับการนำไปใช้กับกลุ่มทดลองจริง ผลการวิเคราะห์พบว่า

แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบซ้อนภาพ

ค่าความเที่ยงภายใน มีค่า 0.932

ค่าความยากง่าย มีค่า 0.32 - 0.93

ค่าอำนาจจำแนก มีค่า 0.063 – 0.65

เวลาที่ใช้ โดยเฉลี่ย 25 นาที

แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบหมุนภาพ

ค่าความเที่ยงภายใน มีค่า 0.909

ค่าความยากง่าย มีค่า 0.38 - 0.86

ค่าอำนาจจำแนก มีค่า 0.14 – 0.63

เวลาที่ใช้ โดยเฉลี่ย 28 นาที

แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบซ้อนภาพมีข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 52 ข้อ ส่วนแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบหมุนภาพมีข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 54 ข้อ ผู้วิจัยเลือกข้อสอบแต่ละฉบับ ๆ ละ 30 ข้อ ที่มีค่าอำนาจจำแนกและค่าความยากง่ายตรงตามเกณฑ์ที่สุดไว้ ซึ่งเป็นข้อสอบที่จะนำไปทดสอบใหม่เป็นครั้งที่ 2

การทดลองใช้ครั้งที่ 2 นำแบบวัดทั้ง 2 ฉบับ ๆละ 30 ข้อที่ได้รับการคัดเลือกแล้ว ไปทดสอบใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน จำนวน 54 คน โดยแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบซ้อนภาพ ใช้เวลาทำ 12 นาที ส่วนแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบหมุนภาพ ใช้เวลาทำ 14 นาที ผลการวิเคราะห์พบว่า

แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบซ้อนภาพ

ค่าความเที่ยงภายใน มีค่า 0.887

ค่าความยากง่าย มีค่า 0.41 - 0.78

ค่าอำนาจจำแนก มีค่า 0.22 – 0.42

(ดูรายละเอียดค่าอำนาจจำแนกและค่าความยากง่ายในภาคผนวก ค หน้า 104)

แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบหมุนภาพ

ค่าความเที่ยงภายใน มีค่า 0.849

ค่าความยากง่าย มีค่า 0.43 - 0.77

ค่าอำนาจจำแนก มีค่า 0.24 – 0.63

(ดูรายละเอียดค่าอำนาจจำแนกและค่าความยากง่ายในภาคผนวก ค หน้า 109)

2.5 นำแบบวัดที่ผ่านเกณฑ์แล้วข้างต้น ไปทดสอบกับนักเรียนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้เป็นแบบวัดก่อนเรียน แล้วนำแบบวัดชุดเดิมมาสลับข้อ เพื่อใช้เป็นแบบวัดหลังเรียน (ดูรายละเอียดแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบซ้อนภาพ ในภาคผนวก ค หน้า 105 – 107 และแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบซ้อนภาพ หน้า 110 – 112)

การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามลำดับขั้นตอนต่อไปนี้

1. นำหนังสือขออนุญาตทำการทดลองสอนเสนอต่อผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ อำเภอเมือง จังหวัดเชียงใหม่ จากภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. ผู้วิจัยเตรียมความพร้อมในการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกกับนักเรียนกลุ่มทดลองซึ่งเป็นกลุ่มที่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน ก่อนทำการสอนในแผนการสอน เพื่อให้นักเรียนรู้จักการใช้งานและใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกอย่างคล่องแคล่ว เป็นเวลา 1 สัปดาห์ โดยใช้เวลาเรียนทั้งหมด 5 คาบ ๆ ละ 50 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

คาบที่ 1 สอนการเปิด – ปิดเครื่อง การเตรียมเครื่องก่อนใช้งาน โดยการ Reset เครื่อง การปรับความเข้มของจอภาพ แนะนำแป้นสำหรับคีย์ข้อมูลและทดลองใช้แป้นตัวเลขและการบวก ลบ คูณ หาร และการเลือกใช้แป้นอักษรภาษาอังกฤษ

คาบที่ 2 สอนการทำงานของแป้นสีดำ พร้อมการเลือกใช้งานของแป้นดังกล่าวในการเขียนกราฟ

คาบที่ 3 สอนการเขียนกราฟ โดยการตั้งค่าหน้าจอของแกน x แกน y ก่อนเขียนกราฟด้วยแป้น WINDOW การเลือกแสดงกราฟบนหน้าจอ โดยใช้แป้น MODE การใส่สมการเพื่อเขียนกราฟโดยใช้แป้น Y= และการแสดงกราฟบนจอ โดยใช้แป้น GRAPH

คาบที่ 4 สอนการกำหนดลักษณะของเส้นกราฟ การย่อและขยายกราฟด้วยแป้น ZOOM การใช้แป้น TRACE เพื่อแสดงสมการกำกับกราฟและจุด (x,y) ใด ๆ บนกราฟ

คาบที่ 5 ฝึกการเขียนกราฟต่อและเขียนกราฟพร้อมกันหลาย ๆ กราฟ

3. ก่อนดำเนินการทดลองผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองกลุ่มทำแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบซ้อนภาพและแบบหมุนภาพก่อนทำการสอน

4. นำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ก่อนทำการทดลองของนักเรียนทั้งสองกลุ่มมาวิเคราะห์ความแตกต่าง โดยใช้ค่าสถิติที (t – test) ผลการวิเคราะห์พบว่าคะแนนเฉลี่ยของทั้งสองกลุ่มแตกต่างกัน ที่อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ข หน้า 87)

5. นำแผนการสอนเรื่อง พาราโบลา ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นทั้งหมด 12 คาบ ไปสอนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยผู้วิจัยดำเนินการสอนเองทั้งสองกลุ่มโดยใช้แผนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างไว้แล้ว ซึ่งแตกต่างกันที่กลุ่มทดลองจะใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน ส่วนกลุ่มควบคุมจะไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน โดยทำการสอนทั้งสิ้น 4 สัปดาห์

6. หลังจากสิ้นสุดการสอนแล้ว ให้นักเรียนทั้งสองกลุ่มทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา โดยไม่อนุญาตให้กลุ่มใดใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกในการทดสอบ

7. นำแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ฉบับเดิมที่ทำการสลับข้อมาสอบกับนักเรียนทั้งสองกลุ่มอีกครั้งหนึ่ง

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการทดลอง ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Sciences : SPSS / PC +) เพื่อ

1. เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มที่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกกับกลุ่มที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ โดยใช้การทดสอบค่าที (t – test)

2. เปรียบเทียบความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มที่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกกับกลุ่มที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ โดยใช้การทดสอบค่าที (t – difference score)

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1.1 การวิเคราะห์ค่าที (t-test) ใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Sciences : SPSS / PC +)

1.2 การวิเคราะห์ค่าที (t-difference score) ใช้สูตรดังนี้

$$t = \frac{MD_1 - MD_2}{S_{MD_1 - MD_2}}$$

โดยที่

$$S_{MD_1 - MD_2} = \sqrt{\frac{S_D^2}{n_1} + \frac{S_D^2}{n_2}}$$

และ

$$S_D^2 = \frac{\sum (D_1 - MD_1)^2 + \sum (D_2 - MD_2)^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

โดยที่ $df = n_1 + n_2 + 2$

เมื่อ t แทน ค่าที่พิจารณา

MD_1 แทน คะแนนเฉลี่ยของผลต่างของคะแนนสอบก่อนและหลังการทดลองของทุกคนในกลุ่มทดลอง

MD_2 แทน คะแนนเฉลี่ยของผลต่างของคะแนนสอบก่อนและหลังการทดลองของทุกคนในกลุ่มควบคุม

$S_{MD_1-MD_2}$ แทน คะแนนความคลาดเคลื่อนของผลต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

D_1 แทน ความแตกต่างของคะแนนสอบก่อนและหลังการทดลองของทุกคนในกลุ่มทดลอง

D_2 แทน ความแตกต่างของคะแนนสอบก่อนและหลังการทดลองของทุกคนในกลุ่มควบคุม

n_1 แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลอง

n_2 แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มควบคุม

(William A. Scott and Michael Wertheimer ,1962 : 264)

2. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ใช้สูตรดังนี้

2.1 หาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบทดสอบ โดยใช้สูตรของคูเดอร์ ริชาร์ดสัน สูตร 20 (Ruder Richardson – 20 : KR – 20)

สูตร KR – 20 , $r_{tt} = \frac{n}{n-1}\left\{1-\frac{\sum pq}{s_t^2}\right\}$

เมื่อให้ r_{tt} คือ ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบ

n คือ จำนวนข้อของแบบทดสอบ

p คือ สัดส่วนของผู้ทำถูกในข้อหนึ่ง ๆ

q คือ สัดส่วนของผู้ทำผิดในข้อหนึ่ง ๆ

$p+q=1$

S คือ ความแปรปรวนของคะแนนทั้งหมด

(ล้วน และอังคนา สายยศ, 2541 : 225 - 226)

2.2 หาค่าความยาก (Level of Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Power of discrimination) โดยใช้สูตร

$$P = \frac{P_H + P_L}{2n}$$

$$r = \frac{P_H - P_L}{n}$$

เมื่อให้ P คือ ค่าความยาก

r คือ ค่าอำนาจจำแนก

P_H คือ จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง

P_L คือ จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ

n คือ จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ

(บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์, 2537 : 143)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัย เรื่อง " ผลของการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต สังกัดทบวงมหาวิทยาลัย " ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังรายละเอียดต่อไปนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ค่าที (t – test) เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน ดังแสดงในตารางที่ 1

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ค่าที (t – difference scores) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน ดังแสดงในตารางที่ 2 – 4

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ค่าที (t – test) เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน

ตารางที่ 1 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต $(\overline{X})$ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $(S.D.)$ ของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน และค่าที (t – test)

กลุ่มตัวอย่าง	N	$\overline{X}$	$S.D.$	t
นักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน	39	20.49	3.80	3.15*
นักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน	40	16.43	7.13	

*p < 0.05

จากตารางที่ 1 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ค่าที (t – difference scores) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน

ตารางที่ 2 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต $(\overline{X})$ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $(S.D.)$ ของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน และค่าที (t – difference scores)

กลุ่มตัวอย่าง	N	ก่อนเรียน		หลังเรียน		MD	t
		$\overline{X}$	$S.D.$	$\overline{X}$	$S.D.$		
นักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน	39	31.13	6.74	45.82	8.10	14.69	4.99*
นักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน	40	35.4	10.21	39.93	11.41	4.53	

*p < 0.05

จากตารางที่ 2 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูงกว่ากับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 3 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{X}$) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) ของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบซ้อนภาพของนักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน และค่าที (t – difference scores)

กลุ่มตัวอย่าง	N	ก่อนเรียน		หลังเรียน		MD	t
		$\overline{X}$	$S.D.$	$\overline{X}$	$S.D.$		
นักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน	39	17	3.65	24.21	4.51	7.21	5.13*
นักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน	40	18.63	5.98	20.75	5.51	2.13	

*$p < 0.05$

จากตารางที่ 3 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนมีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบซ้อนภาพสูงกว่ากับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{X}$) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) ของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบหมุนภาพของนักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน และค่าที (t – difference scores)

กลุ่มตัวอย่าง	N	ก่อนเรียน		หลังเรียน		MD	t
		$\overline{X}$	$S.D.$	$\overline{X}$	$S.D.$		
นักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน	39	14.18	4.08	21.62	4.08	7.44	4.96*
นักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน	40	16.78	5.81	19.1	6.57	2.33	

*$p < 0.05$

จากตารางที่ 4 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนมีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบหมุนภาพสูงกว่ากับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยเรื่อง " ผลของการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต สังกัดทบวงมหาวิทยาลัย " มีวัตถุประสงค์ของการวิจัยดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกกับกลุ่มที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกกับกลุ่มที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์

ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ อำเภอเมือง จังหวัดเชียงใหม่ ปีการศึกษา 2542 ซึ่งผู้วิจัยทำการสุ่มโดยนำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในภาคเรียนที่ 1 (ค 011) ของนักเรียนจำนวน 5 ห้องเรียน มาหาค่า มัชฌิมเลขคณิต $(\overline{X})$ และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน$(S.D)$ แล้วพิจารณาห้องเรียนที่มีค่ามัชฌิมเลข-คณิต และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ใกล้เคียงกันมากที่สุด จำนวน 2 ห้องเรียน ได้กลุ่มตัวอย่างเป็น นักเรียนห้อง ม. 3/1 จำนวน 40 คน และ นักเรียน ห้อง ม.3/5 จำนวน 39 คน ซึ่งนักเรียน ห้อง ม. 3/1 มีค่า มัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 24.67 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 8.22 ส่วนนักเรียนห้อง ม. 3/5 มีค่า มัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 25.82 และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 8.38 แล้วนำค่ามัชฌิมเลขคณิตทั้งสองห้องไปทดสอบค่าที (t – test) พบว่า ไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 จากนั้นใช้วิธีการจับสลาก แบ่งตัวอย่างประชากรออกเป็น กลุ่มทดลองคือ นักเรียน ห้อง ม. 3/5 เรียนโดยการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ และกลุ่มควบคุมคือ นักเรียนห้อง ม. 3/1 เรียนด้วยการเรียนแบบปกติ โดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ มี 2 ชนิด คือ

1. แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องพาราโบลา จำนวน 25 ข้อ ซึ่งมีค่าความเที่ยงโดยใช้สูตรของคูเดอร์ ริชาร์ดสัน (KR - 20) มีค่าเท่ากับ 0.897 ค่าความยากง่ายมีค่าอยู่ระหว่าง 0.30 - 0.79 และค่าอำนาจจำแนกมีค่าอยู่ระหว่าง 0.24 - 0.61

2. แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง จำนวน 2 ฉบับ ๆ ละ 30 ข้อ โดยฉบับแรกเป็นแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบซ้อนภาพ ซึ่งมีค่าความเที่ยงโดยใช้สูตรของคูเดอร์ ริชาร์ดสัน (KR - 20) มีค่าเท่ากับ 0.887 ค่าความยากง่ายมีค่าอยู่ระหว่าง 0.415 - 0.78 และค่าอำนาจจำแนกมีค่าอยู่ระหว่าง 0.22 - 0.42 ส่วนแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบหมุนภาพ มีค่าความเที่ยงภายในเท่ากับ 0.849 ค่าความยากง่ายมีค่าอยู่ระห่าง 0.40 - 0.79 และค่าอำนาจจำแนกมีค่าอยู่ระหว่าง 0.24 - 0.64

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการสอนด้วยตนเอง ทั้งกลุ่มที่เรียนโดยการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนและกลุ่มที่เรียนด้วยการเรียนปกติ โดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ ใช้เวลาในการสอนทั้งหมด 4 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 3 คาบ รวม 12 คาบ ในแต่ละกลุ่ม โดยมีแผนการสอนเป็นแนวทางในการดำเนินการทดลอง โดยก่อนการทดลองสอนผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองกลุ่มทำแบบวัดความาสามารถด้านมิติสัมพันธ์ แล้วนำคะแนนที่ได้มาเปรียบเทียบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม โดยใช้ค่าที (t – test) พบว่า แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 เมื่อดำเนินการสอนครบตามแผนการสอนทั้ง 12 คาบแล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองกลุ่ม ทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องพาราโบลาและแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ แล้วนำผลคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูล โดยคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นำมาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและทดสอบความแตกต่าง โดยใช้ค่าที (t – test) ส่วนคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ นำมาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่าง โดยใช้ค่าที (t – difference score)

สรุปผลการวิจัย

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน มี มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนมีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

อภิปรายผล

1. จากผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเป็นผลมาจากสาเหตุ 2 ประการ คือ ประการแรกเกิดจากวิธีการสอน เนื่องจากวิธีการสอนสำหรับกลุ่มทดลองที่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ มี ขั้นตอนการสอนที่ให้นักเรียนเรียนรู้มโนทัศน์ด้วยตนเองที่ชัดเจนถึง 5 ขั้นตอนคือ ขั้นนำ ขั้นสำรวจ ขั้นปรับแนวความคิด ขั้นทดลอง และขั้นสรุป เป็นผลให้การเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียนกลุ่มทดลองที่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนดีกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน ซึ่งในวิธีการสอนของกลุ่มควบคุมมีขั้นตอนการสอนเพียง 3 ขั้นตอนคือ ขั้นนำ ขั้นสอน และขั้นสรุปเท่านั้น เป็นผลให้นักเรียนเรียนรู้และเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไม่ดีเท่ากลุ่มทดลอง ดังนั้นวิธีการสอนจึงเป็นตัวแปรหนึ่งที่ทำให้ได้ผลการทดลองดังกล่าว ส่วนสาเหตุประการที่ 2 เกิดจากการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน เนื่องจาก การเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกช่วยให้เห็นกราฟจำนวนมากจากการที่ นักเรียนใส่สมการที่มีเงื่อนไขต่าง ๆ กันได้ถึง 10 สมการพร้อมกัน ทำให้นักเรียนมองเห็นความเหมือนและความแตกต่างของกราฟต่าง ๆ มากกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุมที่ใช้เวลาเท่ากัน แต่สร้างกราฟขึ้นมาได้จำนวนน้อยกว่า ซึ่งทำให้นักเรียนเข้าใจและเรียนรู้ได้เร็วขึ้นและลึกซึ้งกว่าการเรียนแบบปกติ ทั้งยังเป็นการเรียนที่จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตัวเอง ซึ่งผลการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับความคิดเห็นของ เปอร์ โบรแมน (Per Broman, 1996 : 17-18) เกี่ยวกับการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกในการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า การที่นักเรียนใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกช่วยในการคำนวณคำตอบให้เร็วขึ้นจะทำให้นักเรียนมีเวลาเพียงพอสำหรับการเรียนรู้โจทย์ใหม่ ๆ เพิ่มขึ้น เป็นผลให้นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น ซึ่งผลการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของ อลีเซีย เทเรส ดีแวนไทร์ (Alecia Teres Devantier ,1992 : 0535) ซึ่งทำวิจัยเกี่ยวกับอิทธิพลของเครื่องคำนวณกราฟฟิกที่มีต่อความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันที่ พบว่า นักเรียนที่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกในการเรียนมีความเข้าใจ ในเรื่อง ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชัน สูงกว่านักเรียนที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกในการเรียน และสอดคล้องกับงานวิจัยของแฮริ ฮอก คาร์เตอร์ (Harry Hoke Carter, 1995 : 3869) ได้ทำการศึกษาวิธีการสอนจากการมองเห็นภาพนำไปสู่ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกที่พบว่า นักเรียนที่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกในการ

เรียนมีพัฒนาการเกี่ยวกับมโนทัศน์ เรื่องฟังก์ชัน สูงกว่านักเรียนที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกในการเรียน

2. จากผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนมีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ แสดงว่าการเรียนคณิตศาสตร์ โดยจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยการนำเครื่องคำนวณกราฟฟิกเข้ามาประกอบการเรียนใน เรื่องพาราโบลา เพื่อแสดงลักษณะของกราฟพาราโบลาที่ได้จากสมการพาราโบลาที่นักเรียนสร้างขึ้นเองภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด โดยเครื่องคำนวณกราฟฟิกสามารถแสดงกราฟพาราโบลาพร้อม ๆ กันได้ถึง 10 กราฟ ทำให้นักเรียนได้เห็นลักษณะของกราฟตามสมการที่กำหนดและเปรียบเทียบลักษณะของกราฟแต่ละกราฟที่มีการจัดเรียงซ้อนกันหรือทับกันอยู่ ซึ่งในการเรียน เรื่องพาราโบลานั้น นักเรียนได้เห็นกราฟพาราโบลาในลักษณะต่าง ๆ มากกว่า 100 กราฟ เป็นผลให้นักเรียนได้สังเกตเห็นเกี่ยวกับลักษณะของภาพซ้อนและลักษณะของภาพที่หมุนตามเข็มนาฬิกาหรือทวนเข็มนาฬิกา ซึ่งเป็นผลให้มีการพัฒนาความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูงขึ้น ซึ่งผลการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของ ลีแอน นิมมอนส์ (Lee Ann Nimmons, 1997 : 3053) เกี่ยวกับ ผลของการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกที่มีต่อความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ที่พบว่า นักศึกษาที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนมีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ สูงกว่านักศึกษาที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนและยังสอดคล้องกับงานวิจัยของมารี มาร์กาเร็ต โชฟ กรุปส์ (Mary Margaret Shoaf – Grubbs , 1992 : 0119) ที่ได้ทำการศึกษาผลของเครื่องคำนวณกราฟฟิกที่มีต่อความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ที่พบว่า นักเรียนที่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกในการเรียนพีชคณิตศาสตร์มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ สูงกว่านักเรียนที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกในการเรียน

ข้อเสนอแนะ

1. ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ควรได้รับการส่งเสริมให้ศึกษาค้นคว้าและพัฒนาการสอนในชั้นเรียนโดยนำสื่อการสอนที่เหมาะสม เช่น เครื่องคำนวณกราฟฟิกเข้ามาช่วยในการเรียนรู้ของนักเรียน

2. ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ ควรใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกให้เหมาะสมกับเนื้อหาที่จะสอนและจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยเน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง เพื่อจะได้ใช้ประโยชน์จากเครื่องคำนวณกราฟฟิกได้อย่างมีประสิทธิภาพ

3. ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับชั้นอื่น ๆ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

กานต์กนิษฐ์ นิลกำแหง. **การศึกษาผลการสอนแบบใช้ขั้นตอนฝึกความเข้าใจโจทย์ปัญหาร่วมกับการใช้เครื่องคิดเลขของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ.** วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2537.

คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ,สำนักงาน. **แผนพัฒนาการศึกษาแห่งชาติ ฉบับที่ 8 (พ.ศ. 2540 – 2544).** กรุงเทพมหานคร : อรรถพลการพิมพ์, 2540.

คณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ, สำนักงาน. **แผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 8 (พ.ศ. 2540 – 2544)** . กรุงเทพมหานคร : เม็ดทรายพริ้นติ้ง, 2540.

จำนง พรายแย้มแข."การประเมินผลการสอนกลุ่มสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิต". **เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนกลุ่มสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิต หน่วยที่ 1 – 7.** กรุงเทพมหานคร : สารมวลชนจำกัด มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2526.

ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ. **การวัดความถนัด.** กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร,2528.

ดนัย ยังคง. **เอกสารประกอบการประชุมปฏิบัติการ เรื่องจะใช้เครื่องคิดเลขกราฟฟิก (Graphic Calculator) พัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ในระดับมัธยมศึกษาได้อย่างไร.** ครั้งที่ 7. กรุงเทพมหานคร : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ, 2541.

ทดสอบทางการศึกษา,สำนักงาน. **ผลการประเมินคุณภาพการศึกษา ปีการศึกษา 2538** กรุงเทพมหานคร : ม.ป.ท, 2540.

ทองห่อ วิภาวิน. **การวัดความถนัด.** กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร,2523.

นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์. ความคิดรวบยอดกับการเรียนการสอน. **สารพัฒนาหลักสูตร** 14 (ตุลาคม – ธันวาคม 2537) : 55 – 60.

นาตยา ภัทรแสงไทย. **การออกแบบการสอน :แผนพัฒนาการสอนและรายวิชา.** กรุงเทพมหานคร : โอเดียนสโตร์, 2524.

นิตยาพร บุญญาศิริ. **เอกสารงานวิจัยศูนย์ Recsam เรื่อง การใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกเป็นอุปกรณ์การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา.** กรุงเทพมหานคร : ม.ป.ท,2542. (อัดสำเนา)

นิตยาพร บุญญาศิริ. **เอกสารประกอบการสอน รายวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ด้วยเครื่องคำนวณกราฟฟิก TI – 83.** กรุงเทพมหานคร : ม.ป.ท, 2542. (อัดสำเนา)

บุญชม ศรีสะอาด. **เอกสารคำสอนแบบทดสอบวัดความถนัด.** มหาสารคาม : โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ มหาสารคาม. 2526.

บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์. **เทคนิคการสร้างเครื่องมือรวบรวมข้อมูลสำหรับการวิจัย.** กรุงเทพมหานคร : เจริญผล, 2537.

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์. การเรียนรู้ความคิดรวบยอด. **ประชากรศึกษา** 3 (กุมภาพันธ์ 2523) : 6 – 17.

ประกิจ รัตนสุวรรณ. **การวัดและประเมินผลทางการศึกษา.** คณะศึกษาศาสตร์ มหาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2525.

พรรณทิพย์ ม้ามณี. **การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ระดับมัธยมศึกษา.** กรุงเทพมหานคร :สารศึกษาการพิมพ์, 2532.

พรรณี ชูทัย เจนจิต. **จิตวิทยาการเรียนการสอน.** ครั้งที่ 4 . กรุงเทพมหานคร : ต้นอ้อแกรมมี่ , 2538.

พวงเพ็ญ อินทรประวัติ. **รูปแบบการสอน.** คณะศึกษาศาสตร์ มหาลัยศรีนครินทรวิโรฒ สงขลา, 2532.

ยุพิน พิพิธกุล และ อรพรรณ ตันบรรจง. **สื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์.** 2531.

ยุพิน พิพิธกุล. **การเรียนการสอนคณิตศาสตร์** . ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , 2530.

ล้วน สายยศ และอังคนา สายยศ. **เทคนิคการสร้างและสอบข้องสอบความถนัดทางการเรียน.** กรุงเทพมหานคร : สุริยาสาส์น, 2541.

วัญญา วิศาลาภรณ์. **การวัดความถนัดเบื้องต้น.** คณะศึกษาศาสตร์ มหาลัยศรีนครินทรวิโรฒ สงขลา, 2522.

วิชัย สนทอง. **ผลของการใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนและในการทำการบ้าน ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตรีของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6.** วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2526.

วิชัย วงษ์ใหญ่. **พลังการเรียนรู้ในกระบวนทัศน์ใหม่.** กรุงเทพมหานคร : สุริยาสาส์น, 2542.

ศิริวรรณ ศรีพหล. การวิเคราะห์พฤติกรรมการเรียน. **ประมวลสาระชุดวิชาการพัฒนาหลักสูตรและวิทยาวิธีทางการสอน หน่วยที่ 8 – 11.** กรุงเทพมหานคร : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2536.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. **หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)**. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์การศาสนา, 2532.

สมจิต ชิวปรีชา. แนวการคิดในการสอนคณิตศาสตร์ปัจจุบัน **วารสารการศึกษา ก.ท.ม.**10 (มีนาคม 2528) : 11-12.

สมพงศ์ ชินสร้อย. รูปแบบการสอนเพื่อสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ **เอกสารหน่วยศึกษานิเทศก์ ที่ 13 / 2535 สำนักงานการประถมศึกษาปราจีนบุรี** ธันวาคม 2535.

สุชา จันทร์เอม. **จิตวิทยาทั่วไป**. พิมพ์ครั้งที่ 10. กรุงเทพมหานคร : ไทยวัฒนาพานิช, 2540.

สุรพันธ์ ตันศรีวงษ์. **วิธีการสอน**. กรุงเทพมหานคร : สกายบุกส์, 2538.

สุรศักดิ์ อมรรัตนศักดิ์. **แบบทดสอบวัดความถนัด**. ครั้งที่ 3. แสงจันทร์การพิมพ์, 2530.

สุรางค์ โค้วตระกูล. **จิตวิทยาการศึกษา**. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2533.

อังคณา สายยศและคณะ. **โครงการวิจัยชนบทศึกษา : การศึกษาและพัฒนาระดับเชาว์ปัญญาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาในอำเภอปากพลีจังหวัดนครนายก.** กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2542.

อาคม จันทรสุนทร. การสอนความคิดรวบยอด. **คุรุปริทัศน์** 4 (สิงหาคม 2522) : 47 – 52.

อาภรณ์ ใจเที่ยง. **หลักการสอน**. ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร : โอเดียนสโตร์, 2540.

ภาษาอังกฤษ

Allen, G. L., Kirasic, K. C., Dobson, S.H., Long, R.G., & Beck, S. "Predicting Environmental Learning From Spatial Abilities : An Indirect Route". **Intelligence**, 22.1996.

Anastasi, Anne. **Psychological Testing**. 5 th ed. New York : Macmillan Publishing Co., 1982.

Arends, Richard I. **Learning to Teach**.3 rd ed. New York : McGraw - Hill, 1994.

Ausubel, David P. **Educational Psychology : A cognitive View**. New York Holt, Rinehart and Winston,1968.

Ballhim, Cynthia. How Our Readers Feel about Calculators. **Mathematics Education Dialogues** 2(3) (May/June 1999) : 4-5.

Bennett, G. K., Seashore, H. Q. and Wesman, A. G. **Differential Aptitude Tests Directions for Administration and Norms**. New York : David Mckay Co., Inc.,1967.

Berry, John and Francis, Bob." Discovering advanced mathematics with calculator Activities", in **Roles of Calculators in the classroom**. Pedro Gomez and Bert Waits editors.1996.

Broman, Per." Possibilities and Fears ",in **Roles of Calculators in the classroom**. Pedro Gomez and Bert Waits editors.1996.

Carter, Harry Hoke .A visual approach to Understanding The function concept using Graphing Calculator. **Dissertation Abstracts International** 56 -10 (1995) : 3869 – A .

Cooney, Thomas J., Davis, Edward J. and Henderson, K. B. **Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics**. Boston : Houghton Mifflin Company,1975.

Dessart, Donald J., Deridder, Charleen M. and Ellington, Aimee J. The Research Backs Calculators. **Mathematics Education Dialogues** 2 (3) (May/June 1999) : 6.

Devantier, Alecia Teres. The impact of Graphing Calculator on The understanding of Functions and Their graphs. **Masters Abstracts International** 31-02 (1992) : 0535.

Eggen, Paul D. and Kauchak, Donald P. **Strategies for Teaching Content and Thinking Skills**.3 rd ed. Boston : Allyn and Bacon,1995.

Frayer, Dorothy A., Fredrick, Wayne C. and Klausmeier, Herbert J. **A Schema for Testing the Level of Concept Mastery**, Working Paper NO.16 (Madison, Wisconsin Research and Development Center for Cognitive Learning, April, 1969)

Goodwin, William L. and Klausmeier, Herbert J. **Facilitating Student Learning : An Introduction to Educational Psychology**. New York : Harrer & Row, 1995.

Gunter, Mary Alice, Ester, Thomas H. and Schwad, Jan. **Instruction : a models approach**. 2 nd ed. Boston; Allyn and Bacon, 1995.

Hollar ,Jeanie Conrad .The effects of A graphing approach College algebra curriculum on students' understanding of The function concept. **Dissertation Abstracts International** 57-07 (1996) :2924 – A .

Kali, Y., and Orion, N. "Spatial Abilities of High- School Students in the Perception of Geologic Structures". **Journal of Research in Science Teaching** 33(4), 1996.

Lott, Johnny. A Calculator Tour around Canada and the United States. **Mathematics Education Dialogues** 2 (3) (May/June 1999) : 8 – 9 .

McCown, R. R. and Roup, Peter. **Educational Psychology and Classroom Practice : A Partnership**. Boston : Allyn and Bacon, 1992.

Mcgee, M. **Human Spatial Abilities**. New York : Praeger Publishers. 1979.

Michael, William B., Zimmerman Wayne S. and Guilford, Joy Paul. An Invisualization of the Nature of the Spatial – Relations and Visualization Factors in Two High School Samples.**Educational and Psychological Measurement**. 11 (1851) : 561 – 577.

Nimmons, Lee Ann. Spatial Ability and Dispositions toward Mathematics in College Algebra : Gender – Related Differences (Graphing Calculators). **Dissertation Abstracts International** 58-08 (1997) : 3054 – A .

Norris, Carl Wallace . The impact of using Graphic Calculator as aid for the Teaching and Learning of Precalculus in a University setting. **Dissertation Abstracts International** 55 – O7 (1992) : 1862 – A .

Pressley, Michael and McCormick, Christine B. **Advanced Education Psychology for Educators, Researchers and Policymakers**. New York ; Harper Collings, 1995.

Schwarz, Baruch B. and Hershkowitz, Rina.Prototypes : Brakes of Levers in Learning the Function Concept? The Role of Computer Tools. **Journal for Research in Mathematics Education** 30 (4), 1999.

Scott, WilliamA. And Wertheimer, Michael. **Introduction to Psychological Research**. New York : John Wiley & Sons, 1962.

SEAMEO RECSAM. **The Use of Graphic Calculator as a Tool in Enhancing Teaching and Active Learning in Secondary Mathematics**. Penang : Mathematics Division Seameo Recsam, 1998.

Shoaf- Grubbs, Mary Margaret . The effect of The Graphics Calculator on Female students' Cognitive levels and visual thinking. **Dissertation Abstracts International** 54-01 (1992) : 0119 – A .

Silva, Jaime Carvalho E. Are Graphing Calculators the catalyzes for a real change in Mathematics education. **Roles of Calculators in the classroom**. Pedro Gomez and Bert Waits editor. 1996.

Tharp, Marcia L., Fitzsimmons, James A. and Brown Ayers ,Robin L. Negotiating a Technological shift : Teacher Perception of the implementation of Graphing Calculators. **The Journal of Computers in Mathematics and Science** 16 ,No 4 (1997) : 551 – 575.

Thurstone, L. L. **Primary Mental Ability**. Chicago : University of Chicago Press, 1958.

Toumasis, Charalampos. Concept Worksheet : An Important Tool For Learning. **The Mathematics Teacher**.88 (2)(February 1995) : 98 – 100.

Wilson, J. W. Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics. **Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning**, New York : McGraw – Hill Book Company, 1971.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

1. <u>รายนามผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์</u>

    1. รองศาสตราจารย์ ดร. สมพล เล็กสกุล
       อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
       มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

    2. รองศาสตราจารย์ ดร. สิริพร ทิพย์คง
       อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์
       มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

    3. อาจารย์ ชุลีพร สุภธีระ
       นักวิชาการศึกษา สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

    4. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ผ่องฉวี ไวยาวัจมัย
       อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์
       มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

    5. อาจารย์ ไตรรงค์ เจนการ
       นักวิชาการศึกษา สำนักทดสอบทางวิชาการ
       กระทรวงศึกษาธิการ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. <u>รายนามผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบแบบทดสอบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์</u>

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. พิตร ทองชั้น
   อาจารย์พิเศษประจำสำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา
   มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

2. รองศาสตราจารย์ ดร. สมสรร วงศ์อยู่น้อย
   อาจารย์ประจำสำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา
   มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

3. อาจารย์ ไตรรงค์ เจนการ
   นักวิชาการศึกษา สำนักทดสอบทางวิชาการ
   กระทรวงศึกษาธิการ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ข

การคำนวณค่าเอฟ และค่าที ของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ใน ภาคเรียนที่ 1(ค 011) ของตัวอย่างประชากร ก่อนการทดลอง และการคำนวณค่าที ของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ก่อนการทดลอง

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ผลการวิเคราะห์เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในภาคเรียนที่ 1 (ค 011) ที่ได้จากการสอบปลายภาคเรียนที่ 1 ของนักเรียนที่เรียนโดยการใช้เครื่องคำนวณกราฟ-ฟิกประกอบการเรียนกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน ก่อนการทดลอง

ตารางที่ 5 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{X}$) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) ของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในภาคเรียนที่ 1(ค 011) ที่ได้จากการสอบปลายภาคเรียนที่ 1 ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน ค่าเอฟ (F – test) และค่าที (t – test)

กลุ่มตัวอย่าง	N	$\overline{X}$	$S.D.$	F	t
นักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน	39	25.82	8.48	0.011*	0.606*
นักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน	40	24.68	8.33		

*p > 0.05

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ผลการวิเคราะห์เพื่อเปรียบเทียบความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ของนักเรียนที่เรียนโดยการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน ก่อนการทดลอง

ตารางที่ 6 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{X}$) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) และผลการวิเคราะห์ความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถด้านมิติสัมพันธ์(Pre-test) ของนักเรียนที่เรียนโดยการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน ก่อนการทดลองโดยการทดสอบค่าที (t-test)

กลุ่มตัวอย่าง	N	$\overline{X}$	$S.D.$	t
นักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน	39	31.28	6.74	2.11*
นักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียน	40	35.40	10.21	

*p < 0.05

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ค

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
2. แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 7 แสดงการกำหนดลักษณะข้อสอบ (Table of Specification) วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อสอบ (ข้อที่)
สมการของพาราโบลา	<u>มโนทัศน์ที่ 1</u> สมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ x แทนจำนวนจริง a, b, c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ เรียกว่า สมการของพาราโบลา	1 (1)
กราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$	<u>มโนทัศน์ที่ 2</u> <u>ลักษณะของกราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ</u> $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ แยกพิจารณาเป็น $a > 0$ และ $a < 0$ **กรณีที่** $a > 0$ กราฟของสมการ $y = ax^2$ มีลักษณะดังนี้ 1. กราฟเป็นพาราโบลาหงาย 2. จุดยอดของกราฟพาราโบลา คือจุด (0,0) 3. แกนสมมาตรของกราฟพาราโบลา คือ แกน y หรือเส้นตรง $x = 0$ 4. จุดต่ำสุดของกราฟพาราโบลาอยู่ที่เดียวกับจุดยอด คือจุด (0,0) 5. ค่าต่ำสุดของ y เป็น 0 6. กราฟพาราโบลาจะแคบลง เมื่อ $\lvert a \rvert$ เพิ่มขึ้น **กรณีที่** $a < 0$ กราฟของสมการ $y = ax^2$ มีลักษณะดังนี้ 1. กราฟเป็นพาราโบลาคว่ำ 2. จุดยอดของกราฟพาราโบลา คือจุด (0,0)	4 (2,3,4,5)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อสอบ(ข้อที่)
	3. แกนสมมาตรของกราฟพาราโบลา คือ แกน y หรือเส้นตรง $x=0$ 4. จุดสูงสุดของกราฟพาราโบลาอยู่ที่เดียวกับจุดยอด คือจุด (0,0) 5. ค่าสูงสุดของ y เป็น 0 6. กราฟพาราโบลาจะแคบลง เมื่อ $\|a\|$เพิ่มขึ้น	
กราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y=ax^2+k$ เมื่อ $a\neq 0$	<u>มโนทัศน์ที่ 3</u> <u>ลักษณะของกราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ</u> $y=ax^2+k$ เมื่อ $a\neq 0$ แยกพิจารณาเป็น 2 กรณีคือ $a>0$ และ $a<0$ **กรณีที่** $a>0$ กราฟของ $y=ax^2+k$ มีลักษณะดังนี้ 1. กราฟเป็นพาราโบลาหงาย 2. จุดยอดของกราฟพาราโบลา คือจุด $(0,k)$ 3. แกนสมมาตรของกราฟพาราโบลา คือ แกน y หรือเส้นตรง $x=0$ 4. จุดต่ำสุดของกราฟพาราโบลาอยู่ที่เดียวกับจุดยอด คือ จุด $(0,k)$ 5. ค่าต่ำสุดของ y เป็น k <u>6.</u> กราฟพาราโบลาจะแคบลง เมื่อ $\|a\|$ เพิ่มขึ้น **กรณีที่** $a<0$ กราฟของสมการ $y=ax^2+k$ มีลักษณะดังนี้ 1. กราฟเป็นพาราโบลาคว่ำ 2. จุดยอดของกราฟพาราโบลา คือจุด $(0,k)$	4 (6,7,8,9)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อสอบ (ข้อที่)
	3. แกนสมมาตรของกราฟพาราโบลา คือ แกน y หรือเส้นตรง $x=0$ 4. จุดสูงสุดของกราฟพาราโบลาอยู่ที่เดียวกับจุดยอด คือจุด $(0,k)$ 5. ค่าสูงสุดของ y เป็น k 6. กราฟพาราโบลาจะแคบลง เมื่อ $\|a\|$ เพิ่มขึ้น	
กราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y=a(x-h)^2$ เมื่อ $a\neq 0$	<u>มโนทัศน์ที่ 4</u> <u>ลักษณะของกราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ</u> $y=a(x-h)^2$ แยกพิจารณาเป็น 2 กรณี คือ $a>0$ และ $a<0$ **กรณีที่** $a>0$ กราฟของ $y=a(x-h)^2$ มีลักษณะดังนี้ 1. กราฟเป็นพาราโบลาหงาย 2. จุดยอดของกราฟพาราโบลา คือจุด $(h,0)$ 3. แกนสมมาตรของกราฟพาราโบลา คือ เส้นตรง $x=h$ 4. จุดต่ำสุดของกราฟพาราโบลาอยู่ที่เดียวกับจุดยอด คือจุด $(h,0)$ 5. ค่าต่ำสุดของ y เป็น 0 6. กราฟพาราโบลาจะแคบลง เมื่อ $\|a\|$ เพิ่มขึ้น **กรณีที่** $a<0$ กราฟมีลักษณะดังนี้ 1. กราฟเป็นพาราโบลาคว่ำ 2. จุดยอดของกราฟพาราโบลาคือจุด $(h,0)$	4 (10,11, 12,13)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อสอบ (ข้อที่)
	3. แกนสมมาตรของกราฟพาราโบลา คือ เส้นตรง $x = h$ 4. จุดสูงสุดของกราฟพาราโบลาอยู่ที่เดียวกับจุดยอด คือจุด $(h,0)$ 5. ค่าสูงสุดของ y เป็น 0 6. กราฟพาราโบลาจะแคบลง เมื่อ $\|a\|$ เพิ่มขึ้น	
กราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x-h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$	<u>มโนทัศน์ที่ 5</u> <u>ลักษณะของกราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ</u> $y = a(x-h)^2 + k$ แยกพิจารณาเป็น 2 กรณี คือ $a > 0$ และ $a < 0$ **กรณีที่** $a > 0$ กราฟของ $y = a(x-h)^2 + k$ มีลักษณะดังนี้ 1. กราฟเป็นพาราโบลาหงาย 2. จุดยอดของกราฟพาราโบลา คือจุด (h,k) 3. แกนสมมาตรของกราฟพาราโบลา คือ เส้นตรง $x = h$ 4. จุดต่ำสุดของกราฟพาราโบลาอยู่ที่เดียวกับจุดยอด คือ จุด (h,k) 5. ค่าต่ำสุดของ y เป็น k 6. กราฟพาราโบลาจะแคบลง เมื่อ $\|a\|$ เพิ่มขึ้น **กรณีที่** $a < 0$ กราฟของ $y = a(x-h)^2 + k$ มีลักษณะดังนี้ 1. กราฟเป็นพาราโบลาคว่ำ 2. จุดยอดของกราฟพาราโบลา คือจุด (h,k) 3. แกนสมมาตรของกราฟพาราโบลา คือ เส้นตรง $x = h$	4 (14,15 ,16,17)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อสอบ (ข้อที่)
	4. จุดสูงสุดของกราฟพาราโบลาอยู่ที่เดียวกับจุดยอด คือ จุด (h,k) 5. ค่าสูงสุดของ y เป็น k 6. กราฟพาราโบลาจะแคบลง เมื่อ $\|a\|$ เพิ่มขึ้น	
กราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y=ax^2+bx+c$	<u>มโนทัศน์ที่ 6</u> การเขียนกราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y=ax^2+bx+c$ โดยทั่วไปนิยมเปลี่ยนสมการ $y=ax^2+bx+c$ ให้อยู่ในรูป $y=a(x-h)^2+k$ โดยการทำบางส่วนของสมการ $y=ax^2+bx+c$ ให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์	3 (18,19,20)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

<table>
<tr><th>เนื้อหา</th><th>มโนทัศน์</th><th>ข้อสอบ (ข้อที่)</th></tr>
<tr><td>การเปรียบเทียบลักษณะของกราฟพาราโบลา</td><td>
<u>มโนทัศน์ที่ 7</u>
<u>การเปรียบเทียบลักษณะของกราฟพาราโบลา $y = ax^2$ และ $y = ax^2 + k$</u>
<table>
<tr><th>ลักษณะของกราฟพาราโบลา</th><th>$y = ax^2$</th><th>$y = ax^2 + k$</th></tr>
<tr><td>1. การคว่ำ – หงายของกราฟ</td><td>ถ้า $a > 0$ จะได้กราฟหงาย
ถ้า $a < 0$ จะได้กราฟคว่ำ</td><td>ถ้า $a > 0$ จะได้กราฟหงาย
ถ้า $a < 0$ จะได้กราฟคว่ำ</td></tr>
<tr><td>2. จุดยอด</td><td>จุด $(0,0)$</td><td>จุด $(0,k)$</td></tr>
<tr><td>3. แกนสมมาตร</td><td>แกน y หรือ เส้นตรง $x = 0$</td><td>แกน y หรือ เส้นตรง $x = 0$</td></tr>
<tr><td>4. จุดต่ำสุด/จุดสูงสุด</td><td>จุด $(0,0)$</td><td>จุด $(0,k)$</td></tr>
<tr><td>5. ค่าต่ำสุด/ค่าสูงสุด</td><td>0</td><td>k</td></tr>
<tr><td>6. ความกว้าง/แคบของกราฟเมื่อ $|a|$ เพิ่มขึ้น</td><td>กราฟจะแคบลง</td><td>กราฟจะแคบลง</td></tr>
</table>
</td><td>5
(21,22,23,24, 25)</td></tr>
</table>

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อสอบ (ข้อที่)

การเปรียบเทียบลักษณะของกราฟพาราโบลา $y = ax^2$ และ $y = a(x-h)^2$

ลักษณะของกราฟพาราโบลา	$y = ax^2$	$y = a(x-h)^2$
1. การคว่ำ – หงายของกราฟ	ถ้า $a > 0$ จะได้กราฟหงาย ถ้า $a < 0$ จะได้กราฟคว่ำ	ถ้า $a > 0$ จะได้กราฟหงาย ถ้า $a < 0$ จะได้กราฟคว่ำ
2. จุดยอด	จุด $(0,0)$	จุด $(h,0)$
3. แกนสมมาตร	แกน y หรือ เส้นตรง $x = 0$	เส้นตรง $x = h$
4. จุดต่ำสุด/จุดสูงสุด	จุด $(0,0)$	จุด $(h,0)$
5. ค่าต่ำสุด/ค่าสูงสุด	0	0
6. ความกว้าง/แคบของกราฟเมื่อ $\|a\|$ เพิ่มขึ้น	กราฟจะแคบลง	กราฟจะแคบลง

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อสอบ (ข้อที่)

การเปรียบเทียบลักษณะของกราฟพาราโบลา $y = ax^2 + k$ และ $y = a(x-h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$

ลักษณะของกราฟพาราโบลา	$y = ax^2 + k$	$y = a(x-h)^2 + k$
1. การคว่ำ – หงายของกราฟ	ถ้า $a > 0$ จะได้กราฟหงาย ถ้า $a < 0$ จะได้กราฟคว่ำ	ถ้า $a > 0$ จะได้กราฟหงาย ถ้า $a < 0$ จะได้กราฟคว่ำ
2. จุดยอด	จุด $(0,k)$	จุด (h,k)
3. แกนสมมาตร	แกน y หรือ เส้นตรง $x = 0$	เส้นตรง $x = h$
4. จุดต่ำสุด/จุดสูงสุด	จุด $(0,k)$	จุด (h,k)
5. ค่าต่ำสุด/ค่าสูงสุด	k	k
6. ความกว้าง/แคบของกราฟเมื่อ $\lvert a \rvert$ เพิ่มขึ้น	กราฟจะแคบลง	กราฟจะแคบลง

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อสอบ (ข้อที่)

การเปรียบเทียบลักษณะของกราฟพาราโบลา $y = a(x-h)^2$ และ $y = a(x-h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$

ลักษณะของกราฟพาราโบลา	$y = a(x-h)^2$	$y = ax^2 + k$
1. การคว่ำ – หงายของกราฟ	ถ้า $a > 0$ จะได้กราฟหงาย ถ้า $a < 0$ จะได้กราฟคว่ำ	ถ้า $a > 0$ จะได้กราฟหงาย ถ้า $a < 0$ จะได้กราฟคว่ำ
2. จุดยอด	จุด $(h,0)$	จุด (h,k)
3. แกนสมมาตร	เส้นตรง $x = h$	เส้นตรง $x = h$
4. จุดต่ำสุด/จุดสูงสุด	จุด $(h,0)$	จุด (h,k)
5. ค่าต่ำสุด/ค่าสูงสุด	0	k
6. ความกว้าง/แคบของกราฟเมื่อ $\lvert a \rvert$ เพิ่มขึ้น	กราฟจะแคบลง	กราฟจะแคบลง

สรุปการเปรียบเทียบกราฟพาราโบลาที่มีลักษณะเหมือนกันมีดังนี้

1. กราฟพาราโบลา $y = ax^2$ และ $y = ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ มีแกนสมมาตรอยู่บนแกน y หรือ เส้นตรง $x = 0$ เหมือนกัน
2. กราฟพาราโบลา $y = ax^2$ และ $y = a(x-h)^2$ เมื่อ $a \neq 0$ มีค่าสูงสุด หรือค่าต่ำสุดเป็นค่าเดียวกัน
3. กราฟพาราโบลา $y = ax^2 + k$ และ $y = a(x-h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ มีค่าสูงสุด หรือค่าต่ำสุดเป็นค่าเดียวกัน
4. กราฟพาราโบลา $y = a(x-h)^2$ และ $y = a(x-h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ มีแกนสมมาตรคือ เส้นตรง $x = h$ เหมือนกัน
5. การคว่ำ – หงายของกราฟ และกราฟจะแคบลง เมื่อ $\lvert a \rvert$ เพิ่มขึ้น ของกราฟพาราโบลาทั้ง 4 สมการเหมือนกัน

ตารางที่ 8 แสดงค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความยากง่าย (P)ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา จำนวน 25 ข้อ

ข้อที่	R	P
1	0.82	0.73
2	0.53	0.67
3	0.41	0.57
4	0.22	0.79
5	0.69	0.63
6	0.73	0.67
7	0.48	0.69
8	0.28	0.51
9	0.46	0.63
10	0.56	0.59
11	0.45	0.76
12	0.53	0.58
13	0.58	0.73
14	0.43	0.42
15	0.72	0.67
16	0.79	0.63
17	0.39	0.51
18	0.67	0.63
19	0.52	0.71
20	0.67	0.76
21	0.42	0.65
22	0.51	0.63
23	0.48	0.69
24	0.57	0.43
25	0.51	0.65

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
เรื่อง พาราโบลา
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 รายวิชา ค 012

<u>คำชี้แจง</u>

1. แบบทดสอบฉบับนี้มีจำนวน 25 ข้อ ใช้เวลาในการทำ 50 นาที
2. ก่อนทำแบบทดสอบ ให้นักเรียนเขียน ชื่อ – สกุล เลขที่ ชั้นเรียนและห้องเรียนให้ชัดเจนลงในกระดาษคำตอบ
3. ข้อสอบบางข้อจะมีรูปกราฟที่เขียนขึ้น โดยไม่ได้ใช้ขนาดที่ถูกต้องตามข้อกำหนดเป็นเพียงรูปคร่าว ๆ เท่านั้น
4. ขอให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
5. ในการทำแบบทดสอบ ให้นักเรียนอ่านข้อคำถามแล้วเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียวเท่านั้น โดยให้เขียนเครื่องหมายกากบาท (x) ลงในช่อง ที่เป็นตัวเลือกในกระดาษคำตอบ

<u>ตัวอย่าง</u>

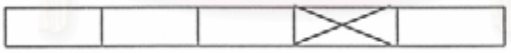
ข้อ 0 กราฟของสมการพาราโบลา $y = -3x^2$ มีจุดยอดเป็นเท่าใด

ก. (0,–3) ค. (–3,0)

ข. (0,0) ง. (3,0)

ถ้านักเรียนเห็นว่าคำตอบข้อ ง. ถูกต้อง ให้ทำเครื่องหมายในกระดาษคำตอบดังนี้

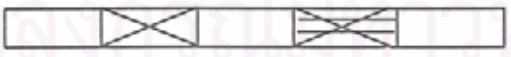
ข้อ 0 ก ข ค ง จ



ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบให้ทำเครื่องหมาย = คำตอบเดิม แล้วกาเครื่องหมายกากบาท (x) ลงในช่องคำตอบที่เลือกใหม่ เช่น เปลี่ยนจากข้อ ง. เป็นข้อ ก. ดังนี้

ก ข ค ง จ

ข้อ 0



ขอให้นักเรียนโชคดี

1. จากสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ ข้อความต่อไปนี้ข้อใดผิด

   ก. จากสมการ ถ้า $a = 0$ แล้วกราฟของสมการจะเป็นเส้นตรง

   ข. กราฟของสมการเป็นเส้นโค้งปลายเปิดล่างหรือปลายเปิดบน

   ค. แกนสมมาตรของกราฟของสมการ กำหนดด้วย $y + k = 0$ เมื่อ k เป็นจำนวนจริงใด ๆ

   ง. ค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของกราฟ คือค่าของ y ในจุดยอด (x, y) ใด ๆ

2. กำหนดสมการ $y = ax^2 + bx + c$ ถ้า $a > 0$, $b = 0$ และ $c = 0$ ข้อความต่อไปนี้ข้อใดผิด

   ก. สมการจะอยู่ในรูป $y = ax^2$

   ข. ค่า $|a|$ มากขึ้นเท่าไรกราฟของสมการจะยิ่งกว้างขึ้นเท่านั้น

   ค. แกนสมมาตรของกราฟของสมการ คือ แกน y

   ง. จุดยอดของกราฟคือ จุด (0,0) ซึ่งเป็นจุดต่ำสุดของกราฟ

3. เส้นตรงในข้อใดคือแกนสมมาตรของกราฟของสมการ $y = mx^2$ เมื่อ $m \neq 0$

   ก. $x = 0$ ค. $x = m$

   ข. $y = 0$ ง. $y = m$

4. ค่าต่ำสุดของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = 6x^2$ คือข้อใด

   ก. 0 ค. 6

   ข. $x = 0$ ง. $y = 0$

5. กราฟในข้อใดแคบที่สุด เมื่อเขียนกราฟลงบนแกนคู่เดียวกัน

   ก. $y = 10x^2$ ค. $y = \frac{1}{5}x^2$

   ข. $y = -6x^2$ ง. $y = -\frac{3}{4}x^2$

6. กำหนดสมการ $y = ax^2 + bx + c$ ถ้า $a < 0$ และ $b = 0$ ข้อความต่อไปนี้ข้อใดผิด

   ก. สมการจะอยู่ในรูป $y = ax^2 + c$

   ข. แกนสมมาตรของกราฟ คือ แกน y

   ค. ค่าต่ำสุดของ y คือ 0

   ง. กราฟเป็นพาราโบลาคว่ำ

7. กราฟของสมการในข้อใดที่จุดต่ำสุดต่ำกว่าจุดต่ำสุดของกราฟของสมการอื่น ๆ เมื่อเปรียบเทียบกัน

   ก. $2 + y = x^2$ ค. $y + 1 = 2x^2$

   ข. $y - 9x^2 = 4$ ง. $5 - y = -2x^2$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

8. กราฟของสมการ $y = ax^2 + b$ ที่ $b < 0$ มีจุดต่ำสุดหรือจุดสูงสุดเป็นอย่างไร

ก. อยู่บนแกน y เหนือแกน x

ข. อยู่บนแกน x ด้านขวา

ค. อยู่บนแกน y ต่ำกว่าแกน x

ง. อยู่บนแกน x ด้านซ้าย

9. กราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + b$ เมื่อ $a > 0$ และ $b > 0$ กับ $y = ax^2 + b$ เมื่อ $a < 0$ และ $b > 0$ เป็นจริงตามข้อใด

ก. กราฟทั้งสองเป็นพาราโบลาคว่ำ

ข. ค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุดของ y เท่ากัน

ค. ค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุดของ y ต่างกัน

ง. แกนสมมาตรของกราฟอยู่ทางขวาของแกน y

10. ข้อใดสรุปเกี่ยวกับกราฟของสมการ $y = \frac{1}{4}(x-7)^2$ กับ $y = 4(x+5)^2$ ไม่ถูกต้อง

ก. ค่าต่ำสุดเป็นค่าเดียวกัน

ข. มีแกนสมมาตรเดียวกัน

ค. เป็นพาราโบลาหงายเหมือนกัน

ง. มีจุดยอดต่างกัน

11. จากสมการ $y = (x+6)^2$ และ $y = (x-11)^2$ ผลบวกของค่าต่ำสุดของสมการทั้งสองเป็นเท่าไร

ก. -5

ข. 5

ค. 0

ง. 17

12. ถ้าเขียนกราฟของสมการ $y = (x+10)^2$ แกนสมมาตรของกราฟจะเป็นอย่างไร

ก. อยู่บนแกน y พอดี

ข. อยู่ทางซ้ายของแกน y และอยู่ห่างแกน y 10 หน่วย

ค. อยู่ทางขวาของแกน y และอยู่ห่างแกน y 10 หน่วย

ง. อยู่เหนือแกน x และอยู่ห่างแกน x 10 หน่วย

13. จากกราฟของสมการ $y = 3(x+7)^2$ ได้ค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุดของ y เท่ากับเท่าใด

ก. ค่าสูงสุด เท่ากับ -7

ข. ค่าสูงสุด เท่ากับ 0

ค. ค่าต่ำสุด เท่ากับ -7

ง. ค่าต่ำสุด เท่ากับ 0

14. กราฟของสมการพาราโบลาในข้อใดที่ผ่านทั้งสี่จตุภาค

ก. $y = -(x+3)^2 - 5$

ข. $y = -(x+1)^2 + 3$

ค. $y = (x-6)^2 + 4$

ง. $y = -(x-7)^2 - 6$

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบซ้อนภาพ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 9 แสดงค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความยากง่าย (P)ของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบซ้อนภาพ จำนวน 30 ข้อ

ข้อที่	R	P	ข้อที่	r	P
1	0.24	0.75	16	0.26	0.69
2	0.24	0.73	17	0.24	0.73
3	0.22	0.74	18	0.27	0.59
4	0.27	0.76	19	0.26	0.72
5	0.22	0.52	20	0.31	0.52
6	0.32	0.52	21	0.24	0.63
7	0.34	0.75	22	0.31	0.67
8	0.24	0.51	23	0.27	0.62
9	0.29	0.41	24	0.41	0.76
10	0.34	0.68	25	0.39	0.78
11	0.41	0.69	26	0.39	0.63
12	0.32	0.74	27	0.39	0.64
13	0.29	0.58	28	0.26	0.65
14	0.24	0.63	29	0.24	0.69
15	0.31	0.54	30	0.41	0.74

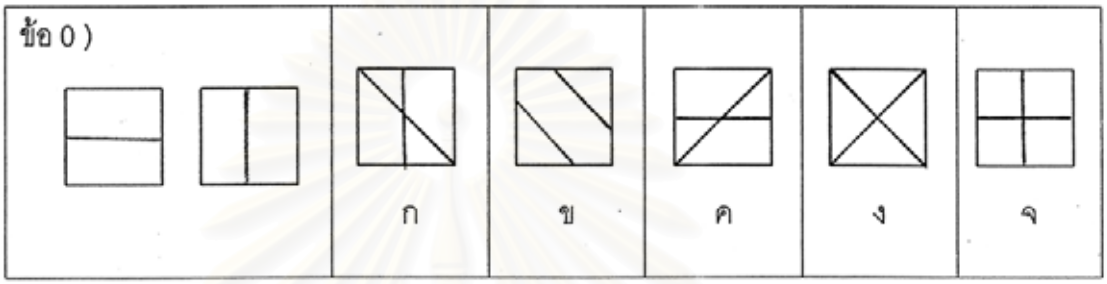
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบซ้อนภาพ

คำชี้แจง

1. แบบวัดฉบับนี้เป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ จำนวน 30 ข้อ ให้เวลาทำ 12 นาที ดังนั้นนักเรียนควรรีบตอบโดยเร็วและครบทุกข้อ ถ้าพบว่าข้อใดยากให้ข้ามไปทำข้ออื่นก่อน เมื่อมีเวลาเหลือจึงย้อนกลับมาทำอีกครั้ง

2. ให้นักเรียนพิจารณาว่าภาพใดจากตัวเลือก ก. – จ. เป็นภาพที่เกิดจากการซ้อนภาพ 2 ภาพที่กำหนดให้ทางซ้ายมือ เมื่อเลือกได้แล้วให้นักเรียนกากบาทในช่องของตัวเลือกที่ตรงกับข้อนั้นในกระดาษคำตอบ ดังตัวอย่าง



จากข้อ 0) ภาพที่เกิดจากการซ้อนภาพ 2 ภาพที่กำหนดให้ทางซ้ายมือ คือ ภาพในข้อ ก ดังนั้นให้นักเรียนกากบาท ข้อ 0) ให้ตรงช่อง ก ในกระดาษคำตอบดังนี้

ข้อ	ตัวเลือก				
ที่	ก	ข	ค	ง	จ
0)	X				
00)					

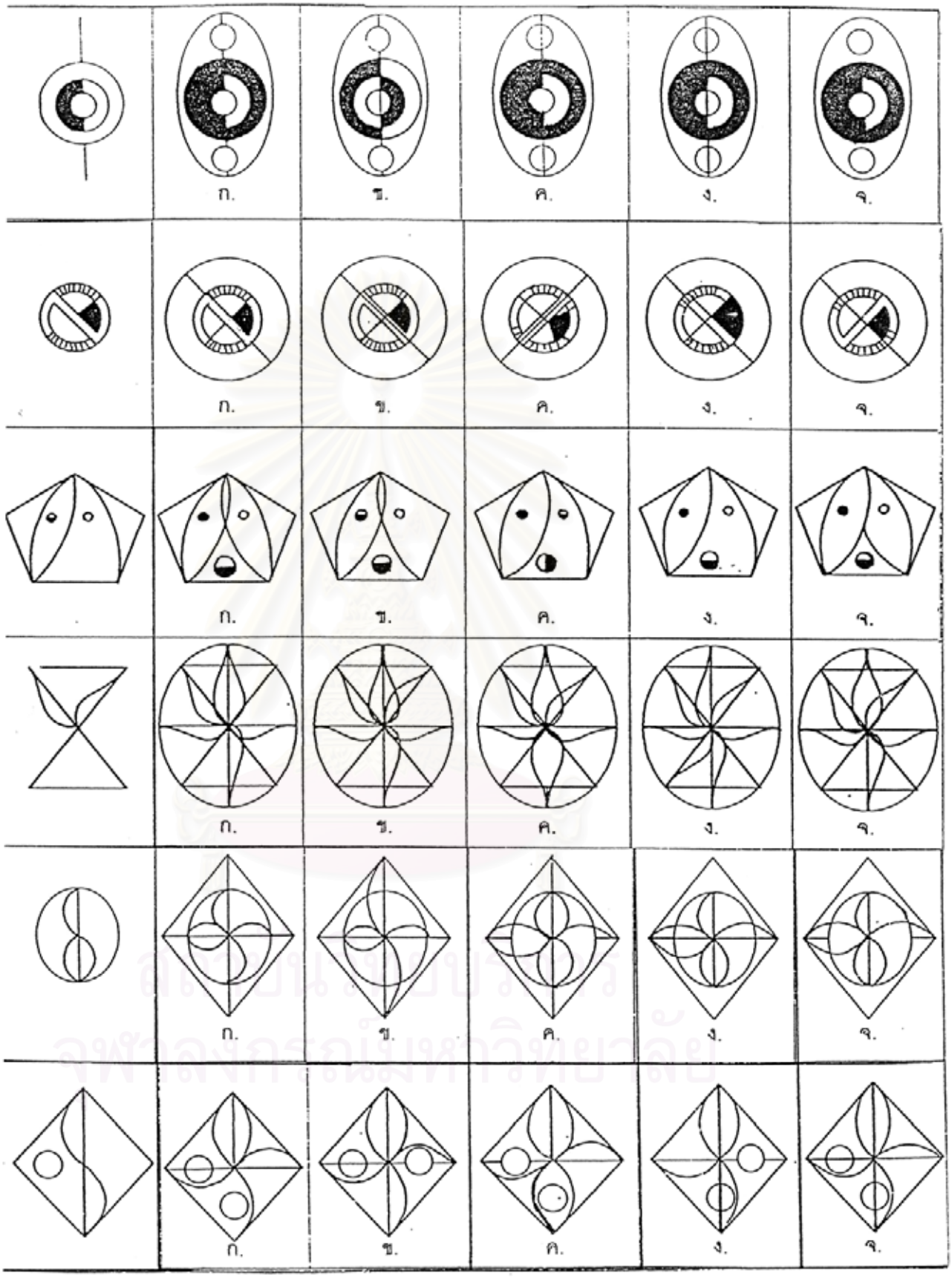
ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบใหม่ ให้ขีดทับรอยเดิมให้ชัดเจนก่อน แล้วจึงกากบาทในช่องตัวเลือกใหม่ ดังเช่นตัวอย่างที่เปลี่ยนการเลือกคำตอบจากข้อ ก เป็นข้อ จ

ข้อ	ตัวเลือก				
ที่	ก	ข	ค	ง	จ
0)	X				X
00)					

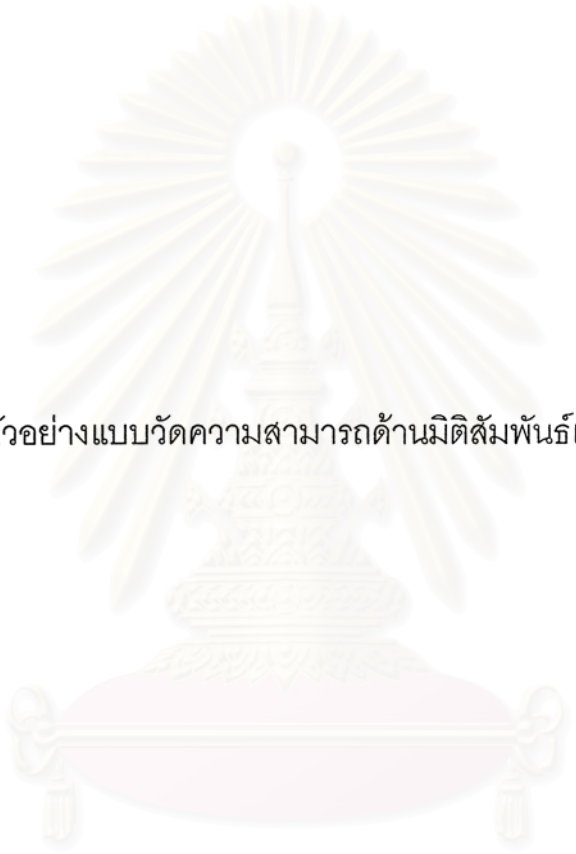
3. ในการตอบแต่ละข้อขอให้เลือกคำตอบเพียงข้อละ 1 คำตอบเท่านั้น หากข้อใดตอบเกิน 1 คำตอบหรือไม่ตอบ ถือว่าข้อนั้นผิด

โปรดรอจนกว่าจะได้รับคำสั่งจากกรรมการคุมสอบแล้วจึงลงมือทำ

	ก.	ข.	ค.	ง.	จ.
	ก.	ข.	ค.	ง.	จ.
	ก.	ข.	ค.	ง.	จ.
	ก.	ข.	ค.	ง.	จ.
	ก.	ข.	ค.	ง.	จ.
	ก.	ข.	ค.	ง.	จ.


ก.
ข.
ค.
ง.
จ.

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบหมุนภาพ



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 10 แสดงค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความยากง่าย (P)ของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบหมุนภาพ จำนวน 30 ข้อ

ข้อที่	r	P	ข้อที่	R	P
1	0.34	0.73	16	0.34	0.54
2	0.37	0.67	17	0.24	0.71
3	0.53	0.63	18	0.32	0.60
4	0.56	0.70	19	0.30	0.63
5	0.61	0.48	20	0.46	0.77
6	0.34	0.49	21	0.46	0.75
7	0.41	0.72	22	0.49	0.63
8	0.56	0.60	23	0.41	0.70
9	0.29	0.71	24	0.39	0.69
10	0.44	0.49	25	0.30	0.46
11	0.30	0.73	26	0.63	0.49
12	0.46	0.62	27	0.32	0.70
13	0.27	0.70	28	0.44	0.59
14	0.43	0.61	29	0.25	0.71
15	0.29	0.43	30	0.46	0.65

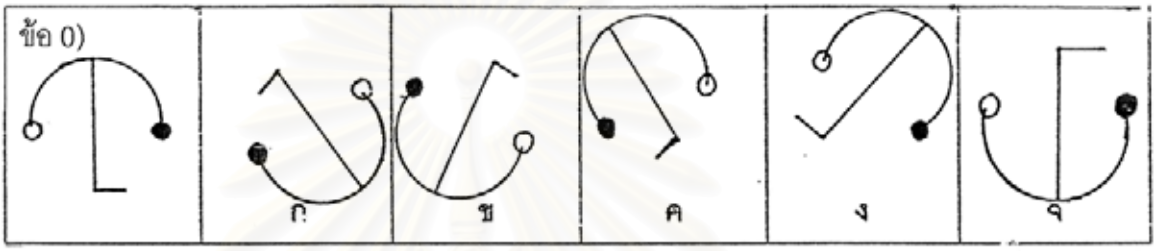
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบหมุนภาพ

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ จำนวน 30 ข้อ ให้เวลาทำ 14 นาที ดังนั้นนักเรียนควรรีบตอบโดยเร็วและครบทุกข้อ ถ้าพบว่าข้อใดยากให้ข้ามไปทำข้ออื่นก่อน เมื่อมีเวลาเหลือจึงย้อนกลับมาทำอีกครั้ง

2. ให้นักเรียนพิจารณาว่าภาพใดจากตัวเลือก ก. – จ. เป็นภาพที่เกิดจากการหมุนภาพที่กำหนดให้ทางซ้ายมือ เมื่อเลือกได้แล้วให้นักเรียนกากบาทในช่องของตัวเลือกที่ตรงกับข้อนั้นในกระดาษคำตอบ ดังตัวอย่าง



จากข้อ 0) ภาพที่เกิดจากการหมุนภาพที่กำหนดให้ทางซ้ายมือ คือ ภาพในข้อ ก ดังนั้นให้นักเรียนกากบาท ข้อ 0) ให้ตรงช่อง ก ในกระดาษคำตอบดังนี้

ข้อ	ตัวเลือก				
ที่	ก	ข	ค	ง	จ
0)	X				
00)					

ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบใหม่ ให้ขีดทับรอยเดิมให้ชัดเจนก่อน แล้วจึงกากบาทในช่องตัวเลือกใหม่ ดังเช่นตัวอย่างที่เปลี่ยนการเลือกคำตอบจากข้อ ก เป็นข้อ จ

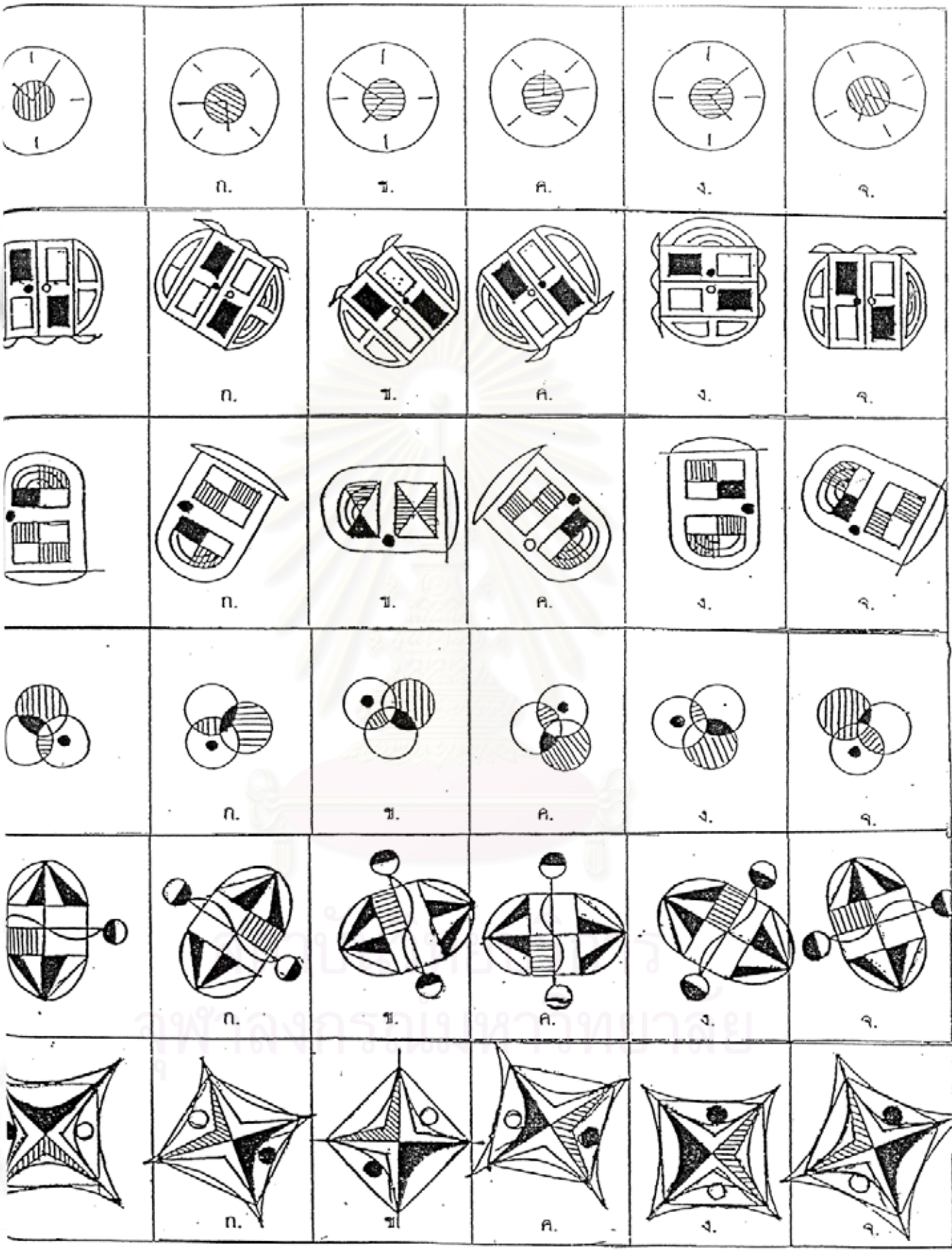
ข้อ	ตัวเลือก				
ที่	ก	ข	ค	ง	จ
0)	X				X
00)					

3. ในการตอบแต่ละข้อขอให้เลือกคำตอบเพียงข้อละ 1 คำตอบเท่านั้น หากข้อใดตอบเกิน 1 คำตอบหรือไม่ตอบ ถือว่าข้อนั้นผิด

โปรดรอจนกว่าจะได้รับคำสั่งจากกรรมการคุมสอบแล้วจึงลงมือทำ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

	ก.	ข.	ค.	ง.	จ.
	ก.	ข.	ค.	ง.	จ.
	ก.	ข.	ค.	ง.	จ.
	ก.	ข.	ค.	ง.	จ.
	ก.	ข.	ค.	ง.	จ.
	ก.	ข.	ค.	ง.	จ.


ก.
ข.
ค.
ง.
จ.

ภาคผนวก ง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

แผนการสอน เรื่อง พาราโบลา

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างแผนการสอนคาบที่ 1

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนการสอนคาบที่ 1

กราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$

สาระสำคัญ กราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ จะแยกพิจารณาเป็น $a > 0$ และ $a < 0$

ในกรณีที่ $a > 0$ กราฟของสมการ $y = ax^2$ มีลักษณะดังนี้

1. ถ้า $a > 0$ จะมีกราฟเป็นรูปพาราโบลาหงาย
2. จุดยอดของกราฟพาราโบลา คือ จุด $(0,0)$
3. แกนสมมาตรของกราฟพาราโบลา คือแกน y หรือเส้นตรง $x = 0$
4. จุดต่ำสุดของกราฟพาราโบลาอยู่ที่เดียวกับจุดยอด คือจุด $(0,0)$
5. ค่าต่ำสุดของกราฟพาราโบลา คือ 0
6. กราฟของพาราโบลาจะแคบลงเมื่อ $|a|$ เพิ่มขึ้น

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนจบคาบเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกความแตกต่างระหว่างสมการเชิงเส้น สมการกำลังสอง และสมการของพาราโบลาได้
2. เขียนกราฟของพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a > 0$ ได้
3. บอกได้ว่าสมการพาราโบลาที่กำหนดให้เป็นรูปพาราโบลาหงาย
4. บอกจุดยอดของกราฟของสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a > 0$ ได้
5. บอกแกนสมมาตรของกราฟของสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a > 0$ ได้
6. บอกจุดต่ำสุด และค่าต่ำสุดของกราฟของสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a > 0$ ได้
7. บอกลักษณะของกราฟเมื่อเพิ่มหรือลดค่า a ได้

เนื้อหา

1. สมการ $y = ax^2 + bx + c$ ถ้า $a = 0$ จะได้สมการในรูป $y = bx + c$ ซึ่งเป็นสมการเชิงเส้น ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง

<u>ตัวอย่างเช่น</u>

1. $y = 2x + 5$
2. $y = -4x-3$
3. $y = \frac{2}{3}x - 6$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. สมการ $y = ax^2 + bx + c$ ถ้า $y = 0$ จะได้สมการในรูป $ax^2 + bx + c = 0$ ซึ่งเป็นสมการกำลังสอง

ตัวอย่างเช่น 1. $3x^2 + 5x - 2 = 0$

2. $4x^2 - 16x = 0$

3. $x^2 + 4x + 4 = 0$

3. สมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ x แทนจำนวนจริง a,b,c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ เราเรียกสมการนี้ว่า สมการพาราโบลา

เมื่อพิจารณาสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ จะได้ว่า

3.1 ถ้า b และ c เป็นศูนย์ จะได้สมการดังนี้

1. $y = 2x^2$
2. $y = -\frac{5}{3}x^2$
3. $y = -x^2$

3.2 $b = 0$ จะได้สมการในรูป $y = ax^2 + c$

ตัวอย่างเช่น 1. $y = 3x^2 + 4$

2. $y = 6x^2 - 1$
3. $y = -\frac{3}{4}x^2 + 2$

3.3 ถ้า $c = 0$ จะได้สมการในรูป $y = ax^2 + bx$

ตัวอย่างเช่น 1. $y = 2x^2 + 5x$

2. $y = \frac{5}{4}x^2 - 7x$
3. $y = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{7}x$

สมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ ตามเงื่อนไขทั้ง 3 ข้อ เป็นสมการของพาราโบลา และเรียกกราฟของสมการพาราโบลาว่า "พาราโบลา"

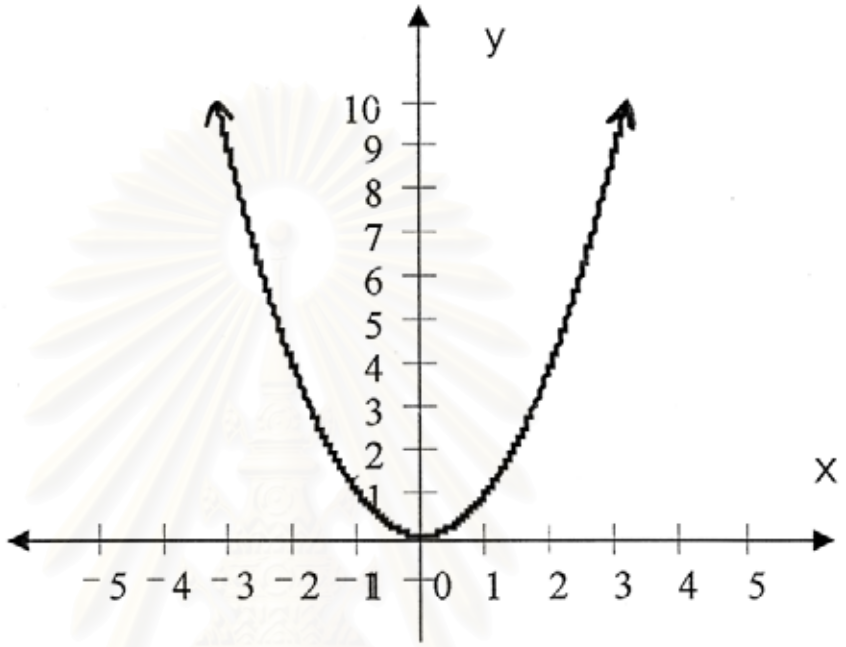
พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y=ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$

กรณี $a > 0$ จะแยกพิจารณาค่า a เป็น 2 แบบ คือ $a = 1$ และ $a \neq 1$

1. ถ้า $a = 1$ จะได้สมการพาราโบลา คือ $y = x^2$ ดังนั้นเราสามารถสร้างตารางแสดงค่า x และ y บางค่าที่ทำให้สมการ $y = x^2$ เป็นจริง ดังนี้

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
Y	9	4	1	0	1	4	9

เมื่อแทน x ในสมการ $y = x^2$ ด้วยจำนวนจริงใดๆ จุดทั้งหมดที่เกิดจากคู่ลำดับ (x, y) ที่ทำให้สมการเป็นจริงจะเรียงกันเป็นเส้นโค้ง ดังรูปที่ 1



รูปที่ 1

จะเห็นว่าลักษณะกราฟเป็นรูปสมมาตร ถ้าพับกราฟตามแนวแกน y จะได้เส้นกราฟทับกันสนิท เราเรียกแกน y หรือเส้นตรง x = 0 ว่าแกนสมมาตร และกราฟนี้เป็นพาราโบลาหงายมีจุดต่ำสุดอยู่ที่จุด (0, 0) และมีค่า y = 0 เป็นค่าต่ำสุด

2. ถ้า $a > 0$ และ $a \neq 1$ เช่น $y = \frac{1}{2}x^2$ และ $y = 2x^2$ เราสามารถสร้างตารางแสดงค่าของ x และ y บางค่าของจำนวนจริงที่สอดคล้องกับสมการ $y = \frac{1}{2}x^2$ และ $y = 2x^2$ ได้ดังนี้

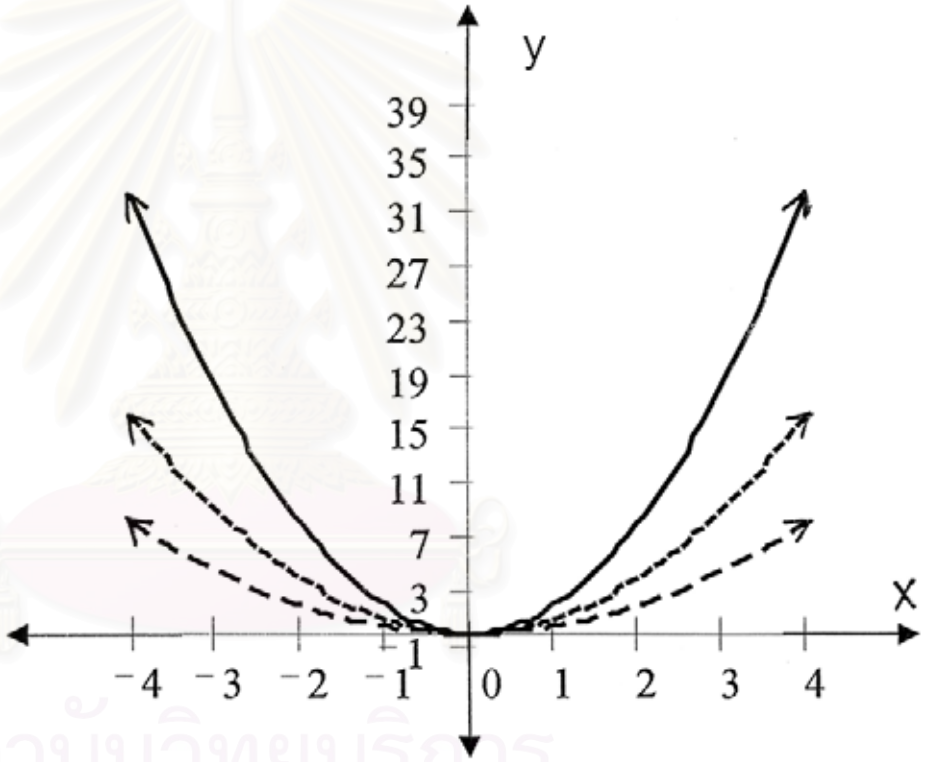
$y = \frac{1}{2}x^2$

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
Y	4.5	2	0.5	0	0.5	2	4.5

$y = 2x^2$

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
Y	18	8	2	0	2	8	18

เมื่อเขียนกราฟของสมการ $y = \frac{1}{2}x^2$ และ $y = 2x^2$ ลงบนแกนคู่เดียวกันกับกราฟของสมการ $y = x^2$ จะได้กราฟดังรูปที่ 2



รูปที่ 2

จะเห็นว่ากราฟของพาราโบลา $y = \frac{1}{2}x^2$ และ $y = 2x^2$ และ $y = x^2$ เป็นรูปพาราโบลาหงาย มีจุดยอดเป็นจุดเดียวกัน คือจุด (0, 0) และมีแกนสมมาตรเป็นแกนเดียวกัน คือ แกน y หรือเส้นตรง $x = 0$ แต่ลักษณะของกราฟจะมีความกว้างและแคบไม่เท่ากันกล่าวคือ เมื่อ a มากขึ้นกราฟจะแคบลง

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากทั้งหมดที่กล่าวมาสามารถสรุปลักษณะของกราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y=ax^2$ เมื่อ $a>0$ ได้ดังนี้

1. ถ้า $a > 0$ จะมีกราฟเป็นรูปพาราโบลาหงาย
2. จุดยอดของกราฟพาราโบลา คือจุด (0, 0)
3. แกนสมมาตรของกราฟพาราโบลา คือ แกน y หรือเส้นตรง $x = 0$
4. จุดต่ำสุดของกราฟพาราโบลา คือ จุด (0, 0)
5. ค่าต่ำสุดของกราฟพาราโบลา คือ 0
6. กราฟของพาราโบลา $y=ax^2$ เมื่อ $a>0$ จะแคบลงเมื่อค่า a เพิ่มขึ้น

สื่อการเรียนการสอน

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
1. ใบงานที่ T1.1 และใบงานที่ T1.2 2. เครื่องคำนวณกราฟฟิก 3. แผ่นใส่	1.ใบงานที่ C1 2.แผ่นโปร่งใสซ้อน

กิจกรรมการเรียนการสอน

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<u>ขั้นนำ</u> 1. ครูทบทวนเรื่องสมการเชิงเส้น และสมการกำลังสอง โดยใช้การถาม-ตอบ ถึงรูปทั่วไปและกราฟของสมการ พร้อมให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่าง 2. ครูถามนักเรียนว่า จากสมการกำลังสอง $ax^2+bx+c=0$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัว และ $a\neq 0$ ถ้าครูเปลี่ยน 0 ให้เป็น y เขียนสมการได้อย่างไร ($y=ax^2+bx+c$) แล้วครูบอกนักเรียนว่า สมการดังกล่าวเรียกว่า สมการพาราโบลา ซึ่งเป็นรูปทั่วไปของสมการพาราโบลา 3. ครูให้นักเรียนช่วยกันเปรียบเทียบความแตกต่าง	<u>ขั้นนำ</u> 1. ครูทบทวนเรื่องสมการเชิงเส้น และสมการกำลังสอง โดยใช้การถาม-ตอบ พร้อมให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่าง 2. ครูอธิบายสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, cเป็นค่าคงตัว และ $a\neq 0$ เรียกสมการดังกล่าวนี้ว่า สมการพาราโบลา แล้วให้นักเรียนช่วยกันเปรียบเทียบความแตกต่างของสมการเชิงเส้น สมการกำลังสองและสมการพาราโบลาโดยใช้การถาม – ตอบ

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ของสมการเชิงเส้น สมการกำลังสอง และสมการพาราโบลา โดยใช้การถาม – ตอบ ขั้นสำรวจ ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ T1.1 ข้อ 1,2 เป็นรายบุคคล โดยใช้ความรู้ความเข้าใจเดิมที่นักเรียนได้เรียนมาแล้ว มาช่วยในการทำใบงาน ขั้นปรับแนวความคิด 1. ครูให้นักเรียนเข้ากลุ่มย่อย 4 คน โดยให้นักเรียนแลกใบงานของตนเองกับเพื่อน เพื่อตรวจสอบว่า คำตอบที่เพื่อนตอบมีแนวการตอบคล้ายกับคำตอบของนักเรียนหรือขัดแย้งกับแนวการตอบของนักเรียนหรือไม่ อย่างไร แล้วให้นักเรียนช่วยกันตรวจสอบและพิจารณาความแตกต่างของคำตอบของสมาชิกในกลุ่มถึงลักษณะของกราฟพาราโบลา ซึ่งเป็นการนำหลักการที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วว่า สมการ $y = ax+b$ เมื่อแทนค่าของ x หนึ่งค่า จะได้ค่า y หนึ่งค่าเสมอ ซึ่งเป็นกราฟเส้นตรง แต่สมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ ถ้าแทนค่าของ x จะได้ค่า x จำนวน 2 ค่า ที่มีค่า y ค่าเดียวกัน ดังนั้นกราฟพาราโบลาที่ได้จะเป็นเส้นโค้ง เมื่อพับกราฟตามแนวดิ่งกราฟทั้ง 2 ข้างจะทับกันสนิท 2. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันอภิปรายเกี่ยวกับลักษณะของกราฟพาราโบลา เพื่อหาข้อสรุปว่ากราฟพาราโบลาควรจะเป็นอย่างไร แล้วครูให้นักเรียนนำเสนอกราฟพาราโบลาของแต่ละกลุ่ม 3. ครูเน้นย้ำถึงลักษณะของกราฟพาราโบลาที่ได้ แล้วซักถามเกี่ยวกับแกนสมมาตร จุดยอด จุดต่ำสุด/สูงสุด ค่าต่ำสุด/สูงสุด จนได้แนวคิดว่า	ขั้นสอน 1. ครูถามนักเรียนว่าจากรูปทั่วไปของสมการพาราโบลา ถ้าค่า b และ c เป็น ศูนย์ สมการพาราโบลาจะอยู่ในรูปใด ($y = ax^2$) 2. ครูให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างสมการพาราโบลา $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ (ตัวอย่าง เช่น $y = 12x^2$, $y = 0.3x^2$, $y = -2x^2$ $Y = -\sqrt{19}\, x^2$, ...) ครูบอกว่าสมการ $y = ax^2$ นั้น ค่า a เป็นได้ 2 กรณี คือ $a > 0$ และ $a < 0$ แต่ในการเรียนคาบนี้ เราจะเรียนในกรณี $a > 0$ เพื่อดูลักษณะของกราฟ 3. ครูยกตัวอย่างสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a>0$ เช่น $a = 1$ จะได้สมการพาราโบลาในรูป $y = x^2$ แล้วให้นักเรียนหาค่า y จากตารางของคู่อันดับโดยทำใบงานที่ C1 ข้อ 1.1 เพื่อนำค่าที่ได้มาเขียนกราฟของสมการ $y = x^2$ 4. ครูให้นักเรียน นำคู่อันดับ (x, y) จากตารางไปเขียนกราฟ โดยให้นักเรียนทำในใบงานที่ C1 ข้อ 2 5. ครูอธิบายว่า ถ้าเราแทนค่า x ในสมการ $y = x^2$ ด้วยจำนวนจริงใด ๆ จุดทั้งหมดที่เกิดจากคู่อันดับ (x, y) ที่ทำให้สมการเป็นจริงจะเรียงกันเป็นเส้นโค้ง 6.ครูบอกนักเรียนว่า กราฟของพาราโบลาที่ได้มีลักษณะสมมาตร หาแกนสมมาตรได้โดยการนำกระดาษลอกลายมาวาดกราฟแล้วพับตามแนวแกน y หรือแกน x ดูว่ากราฟจะทับกันสนิทตามแนวแกนใด แกนนั้นจะเป็นแกนสมมาตร จากกราฟจะได้ แกนสมมาตรคือ...(แกน y)

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
กราฟของพาราโบลา - มีลักษณะเป็นรูปโค้งเหมือนถ้วยหงาย ∪ - หรือมีลักษณะเป็นรูปโค้งเหมือนถ้วยคว่ำ ∩ - จุดยอดของกราฟ คือ จุดที่อยู่ต่ำสุด เมื่อกราฟเป็นพาราโบลาหงาย อาจเรียกจุดต่ำสุด หรือคือจุดที่อยู่สูงสุด เมื่อกราฟเป็นพาราโบลาคว่ำ อาจเรียกจุดสูงสุด - ค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุดของกราฟ คือ ค่าของ y ที่จุดต่ำสุดหรือจุดสูงสุดของกราฟ - แกนสมมาตร คือ เส้นตรงที่แบ่งกราฟออกเป็นสองส่วนเท่า ๆ กัน <u>ขั้นทดลอง</u> 1. หลังจากที่นักเรียนช่วยกันกำหนดแนวความคิดใหม่แล้วครูแนะนำให้นักเรียนศึกษาแนวคิดดังกล่าวให้กว้างและลึกขึ้น โดยดูลักษณะของกราฟพาราโบลาชนิดต่าง ๆ ว่าสมการพาราโบลามีกี่แบบและสัมพันธ์กับกราฟอย่างไร แล้วครูให้นักเรียนทำใบงานที่ T1.1 ข้อ 3,4 โดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกช่วยในการหาคำตอบ ซึ่งนักเรียนแต่ละคนจะป้อนสมการทั้งหมดที่ได้ลงในเครื่อง เพื่อแสดงลักษณะของกราฟ และกด TRACE เพื่อดูสมการของแต่ละกราฟ 2. เมื่อนักเรียนทำใบงานเสร็จ ครูสุ่มเรียกนักเรียนออกมาแสดงการหาคำตอบเกี่ยวกับกราฟของสมการพาราโบลา $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ และค่า b และ c เป็นศูนย์ ให้เพื่อนดู โดยแสดงผ่านเครื่องโปรเจกเตอร์ 3. ครูให้นักเรียนช่วยกันตรวจสอบคำตอบที่เพื่อนนำเสนอหน้าชั้นเรียนและช่วยกันอภิปรายจนได้มโนทัศน์ว่า สมการพาราโบลา $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ และค่า b	7. ครูบอกนักเรียนว่า จุดที่มีการเปลี่ยนโค้งหรือจุดที่มีการวกกลับ จะเรียกว่า จุดยอด ดังนั้นจุดยอดที่ได้คือ...(จุด (0,0)) และจุดยอดของกราฟที่ได้จะแสดงให้เห็นว่าเป็นจุดต่ำสุดหรือจุดสูงสุด ถ้าเป็นจุดต่ำสุด จะได้ค่าต่ำสุด ถ้าเป็นจุดสูงสุด จะได้ค่าสูงสุด โดยดูที่ค่า y 8. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ C1 ข้อ 1.2 และข้อ 1.3 แล้วนำคู่อันดับ (x, y) ที่ได้จากตารางไปเขียนกราฟลงบนแกนเดียวกับกราฟของสมการ $y = x^2$ ในข้อ 2 และตอบคำถามในใบงานที่ C1 9. เมื่อนักเรียนเขียนกราฟเสร็จ ครูเฉลยการเขียนกราฟโดยใช้แผ่นโปร่งใสซ้อน ทำให้นักเรียนเห็นภาพทีละภาพ แล้วใช้การถาม-ตอบถึงลักษณะของกราฟทั้ง 3 จุดยอดที่ได้ แกนสมมาตรของกราฟ การเปลี่ยนแปลงของค่า a

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
และ c เป็น ศูนย์ กราฟที่ได้มี 2 ลักษณะ คือ กราฟของพาราโบลาหงาย เช่น $y = 12x^2$, $y = 0.3x^2$,... และกราฟของพาราโบลาคว่ำ เช่น $y = -2x^2$,$y = -\sqrt{19}\,x^2$,... 4. ครูถามนักเรียนว่า จากการจำแนกสมการพาราโบลาออกเป็น 2 แบบ สิ่งที่บ่งบอกความแตกต่างของกราฟพาราโบลาคืออะไร (ค่าของ a ถ้าค่า a เป็นบวกกราฟจะหงาย ถ้าค่า a เป็นลบกราฟจะคว่ำ) 5. ครูให้นักเรียนสรุปให้ได้ว่า รูปแบบของสมการของกราฟพาราโบลาหงาย ค่า a จะเป็นบวกเสมอ ส่วนสมการของกราฟพาราโบลาคว่ำ ค่า a จะเป็นลบ 6. จากการที่ค่า a มี 2 กรณี คือ $a > 0$ และ $a < 0$ ครูบอกนักเรียนว่า เพื่อที่จะดูรายละเอียดเกี่ยวกับลักษณะของกราฟ ในการเรียนคาบนี้ เราจะเรียนในกรณี $a > 0$ ก่อน 7. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ T1.2 โดยให้นักเรียนเขียนสมการเองและใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกช่วยในการหาคำตอบ พร้อมทั้งตอบคำถามในใบงาน 8. ครูให้นักเรียนเข้ากลุ่ม 4 คน เพื่อช่วยกันดูผลงานของแต่ละคนและหาข้อสรุปของกลุ่ม แล้วเตรียมนำเสนอใบงานกับกลุ่มอื่น ๆ 9. ครูเลือกใบงานที่ T1.2 ของนักเรียนกลุ่มหนึ่งมาเขียนบนกระดาน แล้วสุ่มนักเรียนคนหนึ่งมาหาคำตอบให้เพื่อนดู โดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกช่วยในการหาคำตอบและแสดงกราฟผ่านโปรเจกเตอร์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องกับเจ้าของใบงานดังกล่าว 10. ครูให้นักเรียนอภิปรายในกลุ่มและสรุปให้ได้ว่า กราฟของพาราโบลา $y = ax^2$ เมื่อ $a > 0$ มี 2 กรณีคือ $a > 1$ กราฟจะแคบลง $a < 1$ กราฟจะกว้างขึ้น	

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
จุดยอดของกราฟพาราโบลา คือ จุด (0, 0) แกนสมมาตรของกราฟพาราโบลา คือแกน y หรือเส้นตรง $x = 0$ จุดต่ำสุดของกราฟพาราโบลาอยู่ที่เดียวกับจุดยอด คือจุด (0, 0) ค่าต่ำสุดของกราฟพาราโบลา คือ $y = 0$	
<u>ขั้นสรุป</u> 1. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปสิ่งที่ได้จากการเรียนคาบนี้ กราฟของพาราโบลา มี 2 ลักษณะคือ - กราฟเป็นรูปโค้งเหมือนถ้วยหงาย - หรือกราฟเป็นรูปโค้งเหมือนถ้วยคว่ำ กราฟของสมการพาราโบลา $y = ax^2$ เมื่อ $a>0$ 1. กราฟเป็นรูปพาราโบลาหงาย 2. จุดยอดของกราฟพาราโบลา คือ จุด (0, 0) 3. แกนสมมาตรของกราฟพาราโบลา คือแกน y หรือเส้นตรง $x = 0$ 4. จุดต่ำสุดของกราฟพาราโบลาอยู่ที่เดียวกับจุดยอด คือจุด (0, 0) 5. ค่าต่ำสุดของกราฟพาราโบลา คือ 0 6. กราฟของพาราโบลาจะแคบลงเมื่อ $\lvert a \rvert$ เพิ่มขึ้น	<u>ขั้นสรุป</u> 1. เหมือนกลุ่มทดลอง
2. หลังจากที่นักเรียนสรุปมโนทัศน์เกี่ยวกับกราฟของสมการพาราโบลาเสร็จแล้ว เพื่อทดสอบความเข้าใจของนักเรียนอีกครั้ง ครูให้นักเรียนเขียนสมการของกราฟพาราโบลา $y = ax^2$ ที่มีค่า $a>0$ และมีความกว้างจากมากไปหาน้อยคนละ 5 สมการลงในสมุด พร้อมทั้งบอกจุดยอด แกนสมมาตร และค่าต่ำสุดของ y แล้วสุ่มเรียกนักเรียนเฉลยสมการที่ตนเองเขียนบนกระดานดำ จำนวน 3 คน โดยครูใช้การซักถาม	2. เหมือนกลุ่มทดลอง

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ความเข้าใจของนักเรียนและเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถาม 3. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 4.2 ก หน้า 113 ในหนังสือเรียน เป็นการบ้าน	3. เหมือนกลุ่มทดลอง

การวัดและประเมินผล

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
1. สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน 2. สังเกตจากการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกในการทำใบงานและตอบคำถามในใบงาน 3. การทำงานที่ได้รับมอบหมายในสมุด 4. สังเกตจากการนำเสนอผลงานที่ทำ 5. การทำการบ้านในแบบเรียน แบบฝึกหัด 4.2 ก หน้า 113	1. สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน 2. สังเกตจากการแทนค่า x และ y ในตารางการเขียนกราฟและตอบคำถามในใบงาน 3. การทำงานที่ได้รับมอบหมายในสมุด 4. การทำการบ้านในแบบเรียน แบบฝึกหัด 4.2 ก หน้า 113

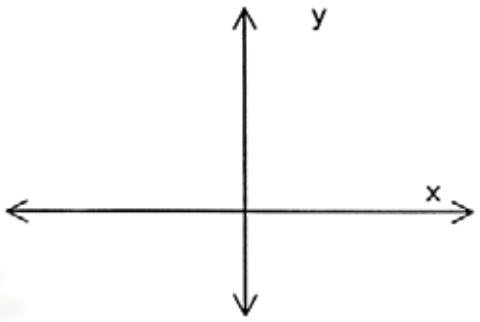
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ใบงานที่ T1.1

1. รูปทั่วไปของสมการพาราโบลา คือ .....

.....

2. กราฟของสมการพาราโบลามีลักษณะอย่างไรบ้าง



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. จากรูปทั่วไปของสมการพาราโบลา ถ้าค่า b,c = 0 สมการพาราโบลาอยู่ในรูป.....

.....

จงยกตัวอย่างสมการพาราโบลาดังกล่าว โดยแทนค่าสัมประสิทธิ์หน้า x^2 เป็นจำนวนจริงใด ๆ

1) ..... 5) .....

2) ..... 6) .....

3) ..... 7) .....

4) ..... 8) .....

4. ลักษณะของกราฟพาราโบลาที่ได้จากสมการในข้อที่ 3 มีกี่ลักษณะ อะไรบ้าง และสมการใดบ้าง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

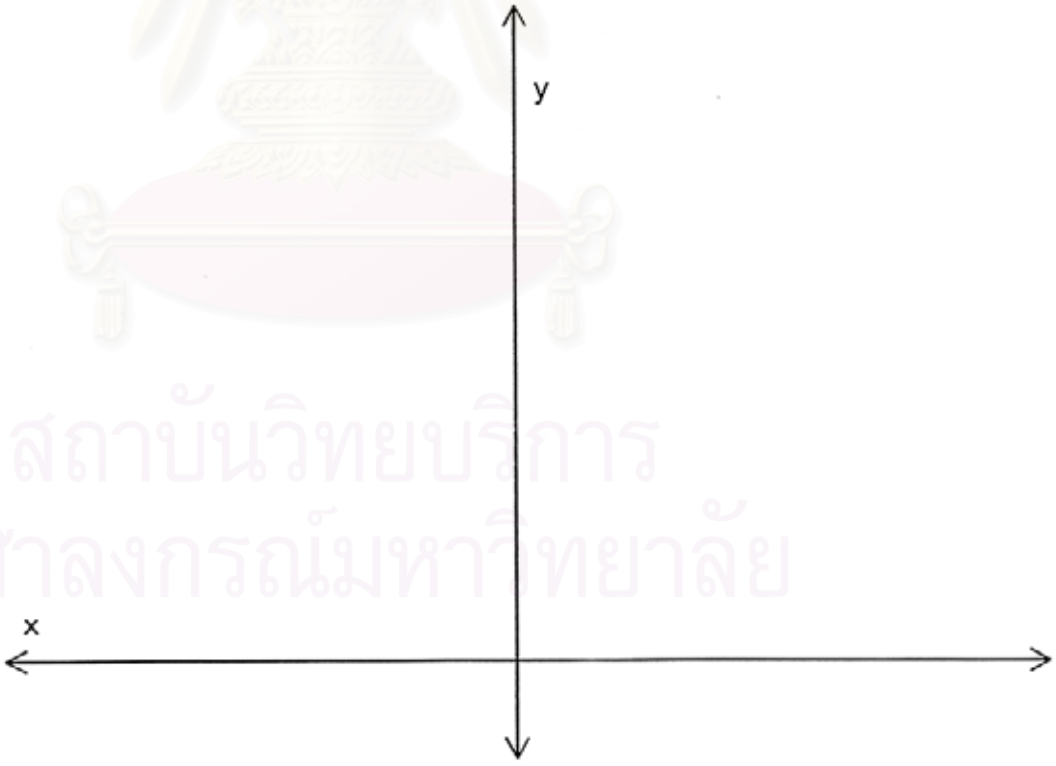
.....

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ใบงานที่ T1.2

จงเขียนสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a > 0$ จำนวน 5 สมการ **พร้อมทั้งเขียนกราฟที่ได้จากเครื่อง**
คำนวณกราฟฟิกและเติมตารางให้สมบูรณ์ แล้วตอบคำถามท้ายตาราง

สมการ	ค่า a	จุดยอด	จุดต่ำสุด/ ค่าสูงสุด	ค่าต่ำสุด/ ค่าสูงสุด	แกนสมมาตร
1).....	.....	.....	.....	.....	.....
2).....	.....	.....	.....	.....	.....
3).....	.....	.....	.....	.....	.....
4).....	.....	.....	.....	.....	.....
5).....	.....	.....	.....	.....	.....



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ใบงานที่ C1

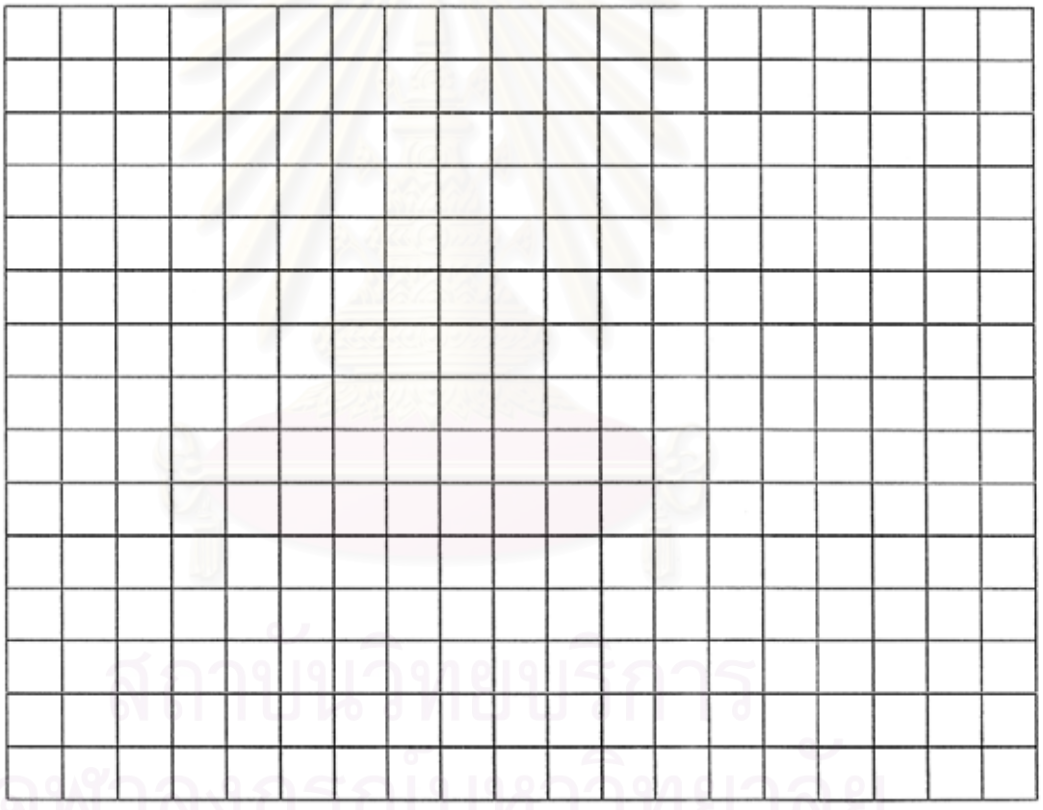
กราฟของพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a > 0$

คำสั่ง จงเขียนกราฟของสมการ $y = x^2$, $y = 2x^2$ และ $y = \frac{1}{2}x^2$ ลงบนแกนคู่เดียวกัน ดังนี้

1. ให้นักเรียนหาค่า y ที่ทำให้สมการเป็นจริง เติมในตาราง

X	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
1.1 $y = x^2$									
1.2 $y = 2x^2$									
1.3 $y = \frac{1}{2}x^2$									

2. ให้นักเรียนนำคู่อันดับ (x, y) ที่ได้ของแต่ละสมการไปเขียนกราฟลงบนแกนคู่เดียวกัน



จากกราฟ ให้นักเรียนตอบคำถาม ดังนี้

1. กราฟทั้ง 3 มีลักษณะอย่างไร.....
2. จุดยอดของกราฟทั้ง 3 คือ.....
3. แกนสมมาตรของกราฟทั้ง 3 คือ.....
4. ค่าของ a เพิ่มขึ้นกราฟจะมีลักษณะอย่างไร.....

ประวัติผู้วิจัย

นางสาวณัชชา กมล เกิดเมื่อวันที่ 13 สิงหาคม พ.ศ. 2516 ที่จังหวัดสุรินทร์ สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ในปีการศึกษา 2540 และเข้าศึกษาต่อในสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2541 ปัจจุบันเป็นอาจารย์ สังกัดภาควิชามัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย