

ผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ
ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

นางสาวสุดารัตน์ ภิรมย์ราช

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2555

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย

The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the Graduate School.

EFFECTS OF USING THINK-TALK-WRITE TECHNIQUE IN ORGANIZING MATHEMATICS
LEARNING ACTIVITIES BASED ON INQUIRY MODEL ON MATHEMATICAL REASONING
AND COMMUNICATION ABILITIES

Miss Sudarat Phiromrat

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education
Department of Curriculum and Instruction
Faculty of Education
Chulalongkorn University
Academic Year 2012
Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์

ผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการ
จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อ
ความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทาง
คณิตศาสตร์

โดย

นางสาวสุดารัตน์ ภิรมย์ราช

สาขาวิชา

การศึกษาคณิตศาสตร์

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่ง
ของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบริหารศึกษาศาสตร์

.....คณบดีคณะครุศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.ชนิตา รักษ์พลเมือง)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิตมงคล)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง)

.....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ พร้อมพรรณ อุดมสิน)

สุภารัตน์ ภิรมย์ราช : ผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์. (EFFECTS OF USING THINK-TALK-WRITE TECHNIQUE IN ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES BASED ON INQUIRY MODEL ON MATHEMATICAL REASONING AND COMMUNICATION ABILITIES) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : รศ.ดร. อัมพร ม้าคอง, 157 หน้า.

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน 2) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ กับการเรียนแบบปกติ 3) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน 4) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ กับการเรียนแบบปกติ 5) เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนราชินีบนจำนวน 80 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 40 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 40 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่ามัธยฐานเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที (t-test)

สรุปผลการวิจัย

- 1) นักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
- 2) นักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
- 3) นักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
- 4) นักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
- 5) หลังจากนักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ พบว่า พัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงขึ้นอย่างเป็นลำดับ นักเรียนสามารถวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของแนวคิด แสดงข้อสรุปของข้อมูล ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ มาอธิบายเพื่อยืนยันหรือคัดค้านได้อย่างสมเหตุสมผล ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อความหมาย และแสดงแนวคิดและนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจได้

ภาควิชา.....หลักสูตรและการสอน.....ลายมือชื่อนิสิต.....
 สาขาวิชา.....การศึกษาคณิตศาสตร์.....ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก.....
 ปีการศึกษา.....2555.....

5383465527: MAJOR MATHEMATICS EDUCATION

KEYWORDS : THINK-TALK-WRITE TECHNIQUE/ INQUIRY MODEL/ MATHEMATICAL REASONING ABILITIES/
MATHEMATICAL COMMUNICATION ABILITIES

SUDARAT PHIROMRAT : EFFECTS OF USING THINK-TALK-WRITE TECHNIQUE IN ORGANIZING
MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES BASED ON INQUIRY MODEL ON MATHEMATICAL REASONING
AND COMMUNICATION ABILITIES. ADVISOR : ASSOC. PROF. AUMPORN MAKANONG, Ph.D., 157 pp.

The purposes of this research were

1) to compare mathematical reasoning abilities between before and after using Think-Talk-Write technique in organizing mathematics learning activities based on inquiry model 2) to compare mathematical reasoning abilities between students learning by using Think-Talk-Write technique in organizing mathematics learning activities based on inquiry model and by conventional approach 3) to compare mathematical communication abilities between before and after using Think-Talk-Write technique in organizing mathematics learning activities based on inquiry model 4) to compare mathematical communication abilities between students learning by using Think-Talk-Write technique in organizing mathematics learning activities based on inquiry model and by conventional approach 5) to study development of mathematical reasoning and communication abilities of students learning by Think-Talk-Write technique in organizing mathematics learning activities based on inquiry model This research was conducted with 80 tenth grade students in academic year 2012 of Rajinibon School. They were divided into two groups, one experimental group with 40 students and one controlled group with 40 students. This instruments for this research consisted of lesson plans for mathematics learning activities using Think-Talk-Write technique based on inquiry model, conventional lesson plans, pretest and posttest for mathematical reasoning ability, pretest and posttest for mathematical communication ability. The data were analyzed by using arithmetic mean, standard deviation and t-test.

The research results were revealed that:

1) Mathematics reasoning abilities of students after learning by using Think-Talk-Write technique in organizing mathematics learning activities based on inquiry model were higher than those before at the .05 level of significance.

2) Mathematics reasoning abilities of students after learning by using Think-Talk-Write technique in organizing mathematics learning activities based on inquiry model were higher than those of students learning by using conventional approach at the .05 level of significance.

3) Mathematics communication abilities of students after learning by using Think-Talk-Write technique in organizing mathematics learning activities based on inquiry model were higher than those before at the .05 level of significance.

4) Mathematics communication abilities of students after learning by using Think-Talk-Write technique in organizing mathematics learning activities based on inquiry model were higher than those of students learning by using conventional approach at the .05 level of significance.

5) After students learning by using Think-Talk-Write technique in organizing mathematics learning activities based on inquiry model, their mathematical reasoning and communication abilities were gradually developed. The students were able to analyze the relations of data, conclude, use conclusion to reasonably agree or disagree, use mathematical language to communicate, and present mathematical idea to others.

Department : Curriculum and Instruction..... Student's Signature.....

Field of Study :Mathematics Education..... Advisor's Signature.....

Academic Year :2012.....

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วย ความเมตตาและกรุณาจากการดูแลของ รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก ที่เสียสละเวลา ให้แนวคิดและคำแนะนำที่เป็นประโยชน์ ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องในการทำวิทยานิพนธ์จนสำเร็จลุล่วงด้วยดี ซึ่งผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์พร้อมพรรณ อุดมสิน กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ให้คำแนะนำและข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ต่อการวิจัยและในการปรับปรุงวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้มีความถูกต้องและสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านเป็นอย่างสูง ที่ได้เสียสละเวลาให้คำแนะนำในการปรับปรุงเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย จนเป็นเครื่องมือที่สมบูรณ์

ขอกราบขอบพระคุณผู้บริหาร ครู และขอขอบใจนักเรียนโรงเรียนราชินีบนที่ให้ความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลอย่างดียิ่ง

ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา และครอบครัววิกรมย์ราช เป็นอย่างสูงที่คอยให้กำลังใจให้การสนับสนุนในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณราชินีมูลนิธิ และโรงเรียนราชินีบนที่ได้ให้การสนับสนุนทุนการศึกษาตลอดจนจบการศึกษา

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญภาพ.....	ฐ

บทที่

1	บทนำ	1
	ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
	วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	5
	สมมติฐานของการวิจัย.....	5
	ขอบเขตของการวิจัย.....	8
	คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย	9
	ประโยชน์ที่ได้รับ.....	11
2	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	12
	การสืบสอบ.....	13
	ความหมายของการสืบสอบ.....	13
	ขั้นตอนของการสืบสอบ.....	16
	บทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบ.....	22
	ประเภทของการสืบสอบ.....	25
	เทคนิค Think-Talk-Write.....	26
	ความหมายของเทคนิค Think-Talk-Write	26
	ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write	26
	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	27
	ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	27
	ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	30
	ลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	32

บทที่	หน้า
แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	35
การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	39
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	41
ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	41
ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	42
แนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	44
การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	47
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	51
งานวิจัยในต่างประเทศ.....	51
งานวิจัยในประเทศ.....	55
3 วิธีการดำเนินการวิจัย.....	57
การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	57
การออกแบบการวิจัย.....	59
การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง	59
การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล.....	60
การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล.....	70
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	72
สถิติที่ใช้ในการวิจัย.....	72
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	75
ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ.....	76
ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ.....	80
5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	97
สรุปผลการวิจัย.....	99
อภิปรายผล.....	99
ข้อเสนอแนะจากการวิจัย.....	102
ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป.....	102
รายการอ้างอิง.....	103
ภาคผนวก.....	110
ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ.....	111
ภาคผนวก ข หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและหนังสือขอความร่วมมือในการทำวิจัย.....	113

ภาคผนวก ค	เปรียบเทียบคะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง.....	120
ภาคผนวก ง	ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง.....	123
ภาคผนวก จ	เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล.....	136
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....		157

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	บทบาทครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบ.....	23
2	เกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบอัตนัย ทักษะ/กระบวนการให้เหตุผล ของกรมวิชาการ.....	40
3	เกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย ทักษะ/กระบวนการ สื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของกรมวิชาการ.....	42 48
4	เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีค (General Rubric).....	49
5	แบบแผนการทดลอง.....	59
6	กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม.....	61
7	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านอุปนัย.....	64
8	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านนิรนัย.....	64
9	แสดงคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	67
10	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	67
11	แสดงคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	70
12	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนความ สามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบและค่าที (t-test independent) (คะแนนเต็ม 24 คะแนน).....	76
13	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนความ สามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรม การเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์แบบสืบสอบกับกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ และค่าที (t-test independent) (คะแนนเต็ม 24 คะแนน).....	77
14	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนความสามารถใน การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน ของนักเรียนที่ได้ รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัด กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบและค่าที (t-test independent) (คะแนนเต็ม 36 คะแนน).....	78

ตารางที่	หน้า	
15	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนความสามารถ ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบสืบสอบกับกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ และค่าที (t-test independent) (คะแนนเต็ม 36 คะแนน).....	79
16	ค่าเฉลี่ยคะแนนแบบทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน ม.6 วิชาคณิตศาสตร์ ของโรงเรียนราชินีบน.....	80
17	แสดงจำนวนครูฝ่ายการสอนโรงเรียนราชินีบนแบ่งตามแผนกและวุฒิการศึกษา.....	81
18	แสดงพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม.....	82
19	แสดงพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม.....	91
20	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555.....	121
21	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน (คะแนนเต็ม 24 คะแนน).....	121
22	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำ แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน (คะแนนเต็ม 36 คะแนน).....	122
23	วิเคราะห์เนื้อหาเกี่ยวกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) เรื่องจำนวนจริง.....	137
24	วิเคราะห์เนื้อหาเกี่ยวกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน) เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน.....	138
25	วิเคราะห์เนื้อหาเกี่ยวกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถ ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) เรื่องจำนวนจริง.....	139
26	วิเคราะห์เนื้อหาเกี่ยวกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถ ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน) เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน.....	140

ตารางที่	หน้า
27	ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบวัดความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน..... 155
28	ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบวัดความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน..... 155
29	ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบวัดความสามารถ ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน..... 156
30	ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบวัดความสามารถ ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียน..... 156

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	ลำดับขั้นการคิดของ Krulik & Rudnick.....	28
2	บทบาทของครูที่ส่งเสริมความสามารถด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	38
3	กรอบแนวคิดการวิจัย.....	58
4	นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนตอบในแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ได้แต่สรุปความสัมพันธ์ของข้อมูลไม่ครบถ้วน โดยตอบแบบสั้นและให้เหตุผลตามความเข้าใจของตนเองไม่มีการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์.....	83
5	นักเรียนกลุ่มควบคุมเขียนตอบในแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน วิเคราะห์หาความสัมพันธ์ได้แต่สรุปความสัมพันธ์ของข้อมูลไม่ครบถ้วน โดยตอบแบบสั้นและให้เหตุผลตามความเข้าใจของตนเองไม่มีการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์.....	83
6	นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนตอบในแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งเขียนอธิบายเหตุผลแต่ยังใช้กฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง ซึ่งเป็นการอธิบายเหตุผลจากความเข้าใจของตนเอง.....	84
7	นักเรียนกลุ่มควบคุมเขียนตอบในแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งเขียนอธิบายเหตุผลแต่ยังใช้กฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง ซึ่งเป็นการอธิบายเหตุผลจากความเข้าใจของตนเอง.....	84
8	นักเรียนกลุ่มทดลองตอบคำถามในใบกิจกรรม ซึ่งวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ได้และสามารถสรุปความสัมพันธ์ของข้อมูลได้โดยมีการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์.....	86
9	นักเรียนกลุ่มควบคุมตอบคำถามในใบกิจกรรม ซึ่งวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ได้แต่ยังไม่สามารถสรุปความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยมีการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์.....	86
10	นักเรียนกลุ่มทดลองตอบคำถามในใบกิจกรรม ซึ่งนักเรียนสามารถเขียนข้อสรุปของข้อมูลได้อย่างถูกต้อง.....	87
11	นักเรียนกลุ่มควบคุมตอบคำถามในใบกิจกรรม ซึ่งนักเรียนเขียนเป็นลักษณะของการยกตัวอย่าง จึงไม่ใช้การเขียนข้อสรุปของข้อมูล.....	87

ภาพที่	หน้า
12	นักเรียนกลุ่มทดลองตอบคำถามในแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ซึ่งนักเรียนวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ได้และสามารถสรุปความสัมพันธ์ของข้อมูลได้โดยมีการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง..... 89
13	นักเรียนกลุ่มควบคุมตอบคำถามในแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ซึ่งนักเรียนวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ได้แต่ยังไม่สามารถสรุปความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยมีการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์..... 89
14	นักเรียนกลุ่มทดลองตอบคำถามในแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ซึ่งนักเรียนสามารถเขียนข้อสรุปของข้อมูลได้อย่างถูกต้องครบถ้วน..... 90
15	นักเรียนกลุ่มควบคุมตอบคำถามในแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ซึ่งนักเรียนเขียนเป็นลักษณะของการอธิบายโดยการแทนค่า ไม่ได้อ้างอิงกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์..... 90
16	นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนตอบในแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งนักเรียนมีการใช้สัญลักษณ์แทนความหมายเป็นการแก้สมการหาคำตอบโดยไม่มีการอธิบายแนวคิด และการตรวจสอบความเหมาะสมของคำตอบที่ได้..... 92
17	นักเรียนกลุ่มควบคุมเขียนตอบในแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งนักเรียนมีการใช้สัญลักษณ์แทนความหมายเป็นการแก้สมการหาคำตอบโดยไม่มีการอธิบายแนวคิด และการตรวจสอบความเหมาะสมของคำตอบที่ได้..... 92
18	นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนตอบในใบกิจกรรม ซึ่งนักเรียนมีการใช้สัญลักษณ์แทนความหมาย มีการอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบ..... 94
19	นักเรียนกลุ่มควบคุมเขียนตอบในใบกิจกรรม ซึ่งนักเรียนมีการใช้สัญลักษณ์แทนความหมาย เป็นการหาคำตอบโดยใช้ความเข้าใจจากเนื้อหาที่เรียนมา แต่ไม่มีการอธิบายแนวคิดเพื่อให้ผู้อื่นเข้าใจได้..... 94
20	นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนตอบในแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ซึ่งนักเรียนมีการใช้สัญลักษณ์แทนความหมาย มีการอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบอย่างถูกต้องครบถ้วน..... 96

ภาพที่

หน้า

21	นักเรียนกลุ่มควบคุมเขียนตอบในแบบวัดความสามารถในการสื่อสาร ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ซึ่งนักเรียนมีการใช้สัญลักษณ์แทนความหมาย ใช้วิธีลัดเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่รวดเร็ว และบางขั้นตอนที่สำคัญไม่ได้มี การแสดงกำกับไว้.....96
----	--

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

สภาพสังคมในปัจจุบัน เป็นยุคของความเร็วและความล้ำสมัยของเทคโนโลยี การสื่อสาร ความหลากหลายทางเชื้อชาติ วัฒนธรรม การหล่อหลอมรวมความคิดและความเชื่อของกลุ่มคนที่ บุคคลในสังคมจะต้องตั้งรับการมีวิถีชีวิตยุคใหม่อย่างมีวิจารณญาณ ซึ่งจากสภาพสังคม ที่เปลี่ยนแปลงอย่างมากนี้เอง ได้ส่งผลกระทบต่อเด็กวัยเรียน ทั้งการดำเนินชีวิตท่ามกลางกระแส เทคโนโลยีที่เปลี่ยนแปลง และความคาดหวังของผู้ปกครองต่อการศึกษาต่อของบุตรหลาน ตลอดจน การเผชิญสิ่งยั่วยุหรือตัวแบบที่ไม่เหมาะสมต่าง ๆ รอบตัวก่อให้เกิดปัญหาเด็กและเยาวชนเป็นอย่างมาก ทั้งปัญหาด้านการปรับตัว ปัญหาด้านอารมณ์และจิตใจ ปัญหาสุขภาพ ปัญหาความรุนแรง ปัญหา เด็กติดเกม ปัญหาทางเพศ ปัญหายาเสพติด ฯลฯ โดยเฉพาะในเด็กและเยาวชนที่มีทักษะชีวิต ต่ำ ขาดภูมิคุ้มกันทางสังคมที่ดี เมื่อจบการศึกษาขั้นพื้นฐานไปแล้ว อาจเป็นคนที่ไม่ประสบความสำเร็จ ในชีวิตปัญหาทางอารมณ์จิตใจและมีความขัดแย้งในชีวิตได้ง่ายครูจึงต้องจัดกระบวนการ เรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพให้ผู้เรียนมีทักษะชีวิตเพื่อเป็นภูมิคุ้มกัน ให้รอดพ้นจากการครอบงำความคิด ของสื่อ เทคโนโลยีและตั้งรับต่อการก้าวรุกทางสังคมอย่างรู้เท่าทัน (แนวทางการพัฒนาทักษะชีวิต บูรณาการการเรียนการสอน 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้, 2551) เพราะทักษะชีวิตเป็นความสามารถของ บุคคลในการดำรงชีวิต เป็นทักษะที่ผู้เรียนจำเป็นต้องใช้ในชีวิตประจำวัน ซึ่งทักษะชีวิตประกอบด้วย การตัดสินใจ การแก้ปัญหา การสื่อสาร การคิดวิเคราะห์วิจารณ์ การคิดสร้างสรรค์ การรับรู้ในตน การเห็นใจผู้อื่น การจัดการกับอารมณ์ การจัดการกับความเครียด การสร้างสัมพันธภาพ (อัมพร ม้าคนอง, 2553: 8) ซึ่งทักษะต่าง ๆ เหล่านี้ หลายทักษะเป็นส่วนหนึ่งของทักษะคณิตศาสตร์ นอกจากนั้น คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิด อย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์ อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถ อยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2551: 56) รวมทั้ง คณิตศาสตร์ยังเป็นรากฐานของวิทยาการสาขาต่าง ๆ ดังที่ ยูพิน พิพิธกุล (2530: 1) ได้กล่าวไว้ว่า “คณิตศาสตร์เป็นรากฐานของวิทยาการหลายสาขา ความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยี วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ ฯลฯ ล้วนแล้วแต่อาศัยคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น”

ถึงแม้ว่าประเทศไทยให้ความสำคัญกับการเรียนคณิตศาสตร์ไม่น้อยไปกว่าวิชาอื่น ๆ โดยมุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องและตามศักยภาพ แต่เมื่อเปรียบเทียบกับต่างประเทศกลับพบว่า เรายังอยู่ในอันดับท้าย ๆ ซึ่งอาจเป็นเพราะเรายังให้ความสำคัญน้อยเกินไป ปัจจุบันเรามีคนเก่งคณิตศาสตร์ตามธรรมชาติเพียงประมาณร้อยละ 3 เท่านั้น ขณะที่ประเทศชั้นนำของโลกให้ความสำคัญต่อคณิตศาสตร์เป็นอย่างยิ่ง เช่น ไต้หวัน หรือ สิงคโปร์ จนสามารถพัฒนาเด็กให้เก่งคณิตศาสตร์ได้ถึงร้อยละ 40 (ฟาฏินา วงศ์เลขา, 2553) ซึ่งในความเป็นจริงแล้วประเทศไทยมีชั่วโมงการเรียนคณิตศาสตร์มากเป็นอันดับ 1 ของโลก แต่จากการประเมินผลการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมาพบว่า ผลการเรียนคณิตศาสตร์ระดับชั้น ม.2 ในโครงการ TIMSS-2007 (Trends in International Mathematics and Science Study 2007) ประเทศไทยอยู่อันดับที่ 29 ได้ 441 คะแนนซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ยนานาชาติที่กำหนดไว้ 500 คะแนน สะท้อนให้เห็นว่า การจัดเวลาเรียนมาก ๆ ก็ไม่ได้ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ที่ดีขึ้น (พรพรรณ ไวทยางกูร, 2551) และผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระดับชาติ (NT) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2549 ที่นักเรียนได้คะแนนคณิตศาสตร์เฉลี่ย 12.46 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 31.15 และตั้งแต่ปีการศึกษา 2547-2549 พบว่านักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยในวิชาคณิตศาสตร์ลดลง ผลการประเมินเหล่านี้แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์น้อย โครงการ TIMSS (Third International Mathematics and Science Study) พบว่า นักเรียนไทยทำข้อสอบที่ต้องใช้ความสามารถในการคิดเชิงวิเคราะห์ และยกเหตุผลประกอบ หรือเขียนข้อความยาว ๆ ไม่ได้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551) สอดคล้องกับที่ ณรงค์ ปิ่นน้อม (2551) กล่าวไว้ว่า “ข้อสอบปรนัยทำลายเด็กไทยอย่างมาก บางคนทำข้อสอบโดยไม่ต้องอ่านคำถามใช้วิธีสุ่มเดาก็สามารถสอบผ่านได้ สังกศคมการศีกษาไทยบริโภคข้อสอบปรนัยมาตั้งแต่ปี 2516 ถึงตอนนี้เป็นเวลาถึง 35 ปีแล้วที่วงจรข้อสอบปรนัยได้ทำลายเด็กไทยโดยที่ครูไทยยังไม่รู้ตัว เมื่อมาเรียนในระดับมหาวิทยาลัยมาเจอข้อสอบอัตนัยหรือข้อสอบที่ให้คิดวิเคราะห์จึงมีปัญหา เด็กไทยทุกคนเป็นเด็กที่ทำข้อสอบได้ แต่ไม่มีความรู้” จากสภาพปัญหาดังกล่าวแสดงให้เห็นว่านักเรียนยังประสบปัญหาเกี่ยวกับด้านทักษะด้านการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่เป็นอย่างมาก

การให้เหตุผลมีความสำคัญทั้งในการเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการดำรงชีวิตของมนุษย์ (Baroody, 1993) ผลการวิจัยจำนวนมากยืนยันว่าการสอนให้นักเรียนเข้าใจหลักการอย่างมีเหตุผลเป็นสิ่งที่ดีกว่าการสอนให้จำ เพราะนักเรียนจะสามารถนำความรู้ไปปรับใช้กับสถานการณ์ใหม่ได้ สามารถจดจำได้ดีและยาวนานกว่า การเป็นผู้รู้จักคิดอย่างมีเหตุผลจะเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้ตลอดชีวิต การเรียนคณิตศาสตร์ในลักษณะที่มีความเป็นเหตุเป็นผลจะส่งผลให้นักเรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์เกิดความมั่นใจและสามารถที่จะค้นพบสิ่งใหม่ ๆ ได้ด้วยตนเอง (ปิยวดี วงษ์ใหญ่, 2548) โดยให้นักเรียนมีโอกาสนำเหตุผลในกิจกรรมที่ปฏิบัติด้วยการลง

เมื่อกระทำ ใช้แผนผัง วาดภาพ กราฟฟิค อภิปราย และการเขียน ผ่านการคิด การแสดงเหตุผล และการประเมินผล ทำให้นักเรียนคิดและตรึงตรองหาเหตุผลเพื่อพิจารณาหาแนวทางในการแก้ปัญหา โดยอาศัยองค์ประกอบพื้นฐานต่าง ๆ เช่น การสังเกต ความรู้และประสบการณ์เดิม ทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้หรือแนวคิดได้อย่างสมเหตุสมผล หรือสามารถใช้ในการอธิบายความหมายของสิ่งที่รู้ด้วยคำพูดตนเอง

กระบวนการสืบสอบเป็นกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาความสามารถในการคิด การแก้ปัญหา การแสวงหาความรู้ โดยให้นักเรียนใช้กระบวนการทางความคิดในการแสวงหาความรู้ และค้นหาความรู้ด้วยตนเอง ครูผู้สอนเป็นเพียงผู้ตั้งคำถามเป็นสื่อให้นักเรียนเกิดความคิด สืบค้น และหาคำตอบต่อปัญหาของตนได้ สำหรับกระบวนการสืบสอบหาความรู้ตามแนวทางของนักการศึกษาจากกลุ่ม BSCS (Biological Science Curriculum Study) ได้เสนอไว้ 5 ขั้นตอน (Bybee, 2006) ดังนี้ คือ ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) ขั้นสำรวจและค้นคว้า (Exploration) ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป(Explanation) ขั้นขยายความรู้ (Elaboration) และขั้นประเมิน (Evaluation) ซึ่งจากการศึกษาพบว่า การฝึกฝนให้นักเรียนใช้กระบวนการสืบสอบ เป็นกระบวนการที่ได้ผลในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนเกิดทักษะการคิดหลายด้าน เพราะกระบวนการสืบสอบ เน้นการพัฒนาความสามารถของนักเรียนเกิดทักษะการคิดหลาย ๆ ด้าน ครูเป็นผู้กระตุ้นให้เกิดความคิด และเป็นผู้แนะแนวทางให้นักเรียนค้นคว้าหาความรู้ นักเรียนจะค้นพบคำตอบและข้อสรุปของปัญหาได้ด้วยตนเอง (กมลทิพย์ ต่อคิด, 2544) จากการที่นักเรียนได้เขียนอธิบายขยายความคิด หรือชี้แจงเหตุผลในการดำเนินการกับวัตถุรูปธรรมไปสู่ปัญหา เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้องนั้น จึงเป็นการคิดในลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นแนวทางในการพัฒนาให้เกิดการแสดงออกถึงความเข้าใจอันลึกซึ้งเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่าง ๆ (สิรินทร์ทิพย์ ดวงประทุม, 2549) ดังนั้นกระบวนการสืบสอบน่าจะช่วยพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเป็นอีกประการหนึ่งที่อาจเป็นปัญหาต่อการพัฒนาความเข้าใจของนักเรียนคือวิธีการสอนของครูที่มักเป็นการบรรยายหรือสาธิตประกอบการอธิบาย แล้วครูเป็นผู้สรุปกฎ ทฤษฎีต่าง ๆ ให้นักเรียนจดจำนำไปใช้ ทำให้นักเรียนเรียนด้วยการท่องจำเป็นส่วนใหญ่ (มาลินท์ อิทธิรส, 2544: 26) ดังนั้นการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ต้องใช้ในการสื่อสาร โดยให้นักเรียนได้มีโอกาสสื่อสารกับทั้งครูและเพื่อนร่วมชั้นเรียน

ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการอธิบาย ชี้แจง แสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้ ที่ผ่านมา การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยังไม่ได้เน้นเรื่องการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอมากนัก ผู้เรียนจึงยังมีความสามารถในด้านนี้ไม่ดีพอ จะเห็นได้จากการที่ผู้เรียนจำนวนมากไม่สามารถนำเสนอ

ข้อมูลให้ผู้อื่นเห็นภาพรวมหรือเข้าใจประเด็นสำคัญ ๆ ของสิ่งที่ต้องการนำเสนอได้ หรือไม่สามารถสื่อความหมายเรื่องบางเรื่องให้ผู้อื่นเข้าใจตรงกันได้ ทั้งที่ผู้เรียนผ่านการเรียนรู้การนำเสนอข้อมูลมาแล้วหลายท่านคงได้ยินคำกล่าวที่ว่า คนที่เรียนคณิตศาสตร์เก่งมาก ๆ มักสื่อความหมายหรือพูดให้คนอื่นเข้าใจไม่ได้ หรือแม้แต่ผู้เรียนที่เก่งคณิตศาสตร์บางคนก็อาจบอกว่าตนเองเข้าใจแต่อธิบายเป็นคำพูดไม่ได้ สิ่งเหล่านี้แสดงถึงปัญหาในการสื่อสาร การพัฒนาผู้เรียนให้สามารถสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอให้ผู้อื่นเข้าใจได้จึงมีความจำเป็น (อัมพร ม้าคอง, 2553: 56-57) การสื่อสารในชั้นเรียนคณิตศาสตร์เริ่มได้รับความสนใจอย่างมากจากนักการศึกษาทั่วโลกเมื่อทศวรรษที่แล้ว เมื่อสภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกาได้ตีพิมพ์เผยแพร่หนังสือที่เป็นที่รู้จักในวงการคณิตศาสตร์ศึกษา คือ Year Book 1996: Communication in Mathematics K-12 and Beyond และ Principles and Standards for School Mathematics (PSSM) ซึ่งได้กล่าวถึงประเด็นถึงความสำคัญในการสื่อสารในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ โดยมองว่าการสื่อสารเป็นหนึ่งในกุญแจสำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพ เนื่องจากการสื่อสารเป็นช่องทางการแลกเปลี่ยนความคิดและการทำความเข้าใจชัดเจนขึ้นจากการแสดงสิ่งที่ตนคิดไปยังผู้อื่นอาจจะด้วยการพูดหรือการเขียน (ดวงหทัย กาศวิบูลย์, 2552: 40) การคิดและการพูดเป็นขั้นตอนสำคัญที่จะนำไปสู่การเขียนของนักเรียน สำหรับนักเรียนส่วนใหญ่การพูดเป็นสิ่งที่เกิดขึ้นตามธรรมชาติแต่ไม่ใช้สำหรับการเขียน ถ้านักเรียนสามารถพูดอธิบายเกี่ยวกับความคิดทางคณิตศาสตร์ให้สัมพันธ์กับประสบการณ์ของตนเองได้นั้น พวกเขาจะสามารถเขียนอธิบายความคิดนั้นได้ จากการใช้เทคนิค Think-Talk-Write (Huinker and Laughlin, 1996: 81)

จากความสำคัญของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังกล่าว แสดงให้เห็นว่าทั้งสองทักษะมีความสำคัญและช่วยส่งเสริมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ และเมื่อวิเคราะห์ถึงสาเหตุของปัญหาดังกล่าวพบว่าลักษณะการเรียนการสอนประการหนึ่งอาจเป็นปัญหาต่อการพัฒนาความเข้าใจของนักเรียนคือวิธีการสอนของครูที่มักเป็นการบรรยายหรือสาธิตประกอบการอธิบาย แล้วครูเป็นผู้สรุปกฎ ทฤษฎีต่าง ๆ ให้นักเรียนจดจำนำไปใช้ ดังนั้นนักเรียนด้วยการท่องจำเป็นส่วนใหญ่(มาลินท์ อธิธิรส, 2544: 26) นักเรียนสามารถสื่อสารกับครูโดยการตอบคำถามของครูเท่านั้นซึ่งบางครั้งหากนักเรียนตอบผิด นักเรียนก็ไม่ทราบเหตุผลว่าผิดอย่างไร แต่ครูใช้วิธีถามนักเรียนคนต่อไปจนกว่าจะได้คำตอบที่ถูกต้องที่ครูต้องการ สิ่งนี้นักเรียนได้เป็นความรู้และความจำเท่านั้น(กิตติ พัฒนาตระกูลสุข, 2546: 55)ดังนั้นรูปแบบการสอนแบบใหม่ครูไม่ควรเน้นให้นักเรียนท่องจำ แต่ควรเป็นการออกแบบการเรียนรู้ คอยกระตุ้นจากการตั้งคำถามให้เด็กคิด และเด็กได้ลงมือปฏิบัติ เพื่อให้เกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ

ด้วยเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยสนใจในการนำการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ มาใช้ทดลองสอนกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่4

เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ กับการเรียนแบบปกติ ซึ่งทำให้เกิดประโยชน์ต่อการพัฒนาคุณภาพของการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ กับการเรียนแบบปกติ

3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ กับการเรียนแบบปกติ

5. เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ

สมมติฐานของการวิจัย

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้เทคนิค Think-Talk-Write และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

William (1980) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาเปรียบเทียบทัศนคติ ผลสัมฤทธิ์ และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ระหว่างการสอนแบบสืบสอบกับการสอนแบบเดิมที่ครูเป็นศูนย์กลางในวิชาประวัติศาสตร์อเมริกา ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบสืบสอบสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบเดิมที่ครูเป็นศูนย์กลาง

Goos (2004: 258-291) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบกับนักเรียนเกรด 11 และเกรด 12 ในรัฐควีนแลนด์ ประเทศออสเตรเลีย โดย

วิเคราะห์พฤติกรรมของนักเรียนในห้องเรียนที่ได้รับการสอนแบบสืบสอบและจากการอัดวีดีโอเทป ผลการวิจัยพบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบเป็นวิธีการที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการหาข้อสรุปและการอ้างเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้เป็นอย่างดี

Lavigne and Lajoie (2007: 630-666) ได้ศึกษาการจัดกิจกรรมโดยใช้กระบวนการสืบสอบ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางสถิติของนักเรียนเกรด 7 จำนวน 6 คน ซึ่งแบ่งเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มละ 3 คน โดยวิเคราะห์พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกระหว่างการพูดอภิปรายของกลุ่มในทุก ๆ ขั้นตอนของการสืบสอบ ผลการวิจัยพบว่า หลังจากจัดกิจกรรมผ่านกระบวนการสืบสอบ นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางสถิติสูงขึ้น

กมลทิพย์ ต่อดิต (2544) ได้ศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการคิดเชิงเหตุผลและ ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการฝึกกระบวนการสืบ สอบกับการสอนปกติ กลุ่มตัวอย่างจำนวน 84 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 42 คน และกลุ่มควบคุม 42 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดเชิงเหตุผล และความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของ กลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

โสมรศม์ ดาหลาย (2551) ได้ศึกษาผลของการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบที่มี ต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน มัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนามโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบกับการสอน แบบปกติ กลุ่มตัวอย่างจำนวน 79 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 41 คน และกลุ่มควบคุม 38 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ กลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สันติชัย อนุวรชัย (2553) ได้ศึกษาผลของการเรียนการสอนชีววิทยาด้วยรูปแบบการเรียน การสอนแบบสืบสอบร่วมกับกลวิธีโต้แย้งที่มีต่อความสามารถในการสร้างคำอธิบายเชิงวิทยาศาสตร์และ ความมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย กลุ่มตัวอย่างจำนวน 66 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 33 คน และกลุ่มควบคุม 33 คน พบว่าคะแนนเฉลี่ยความมีเหตุผล และคะแนนเฉลี่ยพฤติกรรมความมีเหตุผล ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากงานวิจัยเกี่ยวกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว ผู้วิจัยจึง ตั้งสมมติฐานในการวิจัยในครั้งนี้ ดังนี้

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการใช้ เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ หลังการ ทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมที่เรียนด้วยการเรียนการสอนแบบปกติ

จากการศึกษาวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้เทคนิค Think-Talk-Write และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

Senne-Dibble (1995: 387-A) ได้ศึกษาวิเคราะห์เทคนิคการประเมินเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้วยคำพูดกับการเขียนของนักเรียนเกรด 4 โดยสุ่มนักเรียนมา 2 กลุ่ม เป็นกลุ่มอภิปราย 1 กลุ่ม เป็นกลุ่มเขียนบันทึก 1 กลุ่ม ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนเกรด 4 มีความเข้าใจในการใช้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้ดี เมื่อเขาคิดเขาก็พูดได้ 84% ของนักเรียนในกลุ่มอภิปราย และ 42% ของนักเรียนในกลุ่มเขียน สามารถสื่อสารความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของตนได้เหมาะสมเมื่อนักเรียนได้รับการประเมินความสามารถในการสื่อสารความเข้าใจในคณิตศาสตร์ ปรากฏว่า 25% ของกลุ่มเขียนสื่อสารได้เข้าใจ และ 75% ของกลุ่มอภิปรายสื่อสารเข้าใจได้ตามความคิดของตนเอง

Johanning (2000: 151-160) ได้ศึกษาการวิเคราะห์การเขียน และการทำงานกลุ่มร่วมกันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาในการศึกษาในการศึกษาพีชคณิตเบื้องต้น มีการปฏิรูปโดยการส่งเสริมให้นักเรียน อ่าน เขียน อภิปรายทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากผลงานของนักเรียน งานวิจัยนี้เป็นเชิงคุณภาพ เพื่อศึกษาความเข้าใจในการคิดอย่างไรกับวิธีการแก้ปัญหาที่ได้เขียนอธิบาย กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียน เกรด 7 และเกรด 8 จำนวน 48 คน โดย ดำเนินการโดยใช้การเขียนและการทำงานกลุ่ม เพื่อให้เกิดความมั่นใจมากขึ้นในการทำงานกลุ่ม โดยการแลกเปลี่ยนความคิดภายในกลุ่ม ซึ่งบรรยากาศเช่นนี้ทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการคิด และมีส่วนร่วมในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วย

Lewison, Graves and Sanchez (2006) ได้ศึกษาเรื่องการสนทนาเสริมในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนประถมศึกษา โดยศึกษาการใช้ประโยชน์จากการสร้างกิจวัตรในการสนทนา ระหว่างนักเรียน จุดเด่นในการศึกษาครั้งนี้อยู่ที่การให้นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 2 ห้อง ได้ฝึกปฏิบัติการสนทนาทางคณิตศาสตร์ การพิจารณาจากการวิเคราะห์สภาพงานที่เป็นเอกลักษณ์ของนักเรียนในการฝึกฝนความรู้ ผลการวิจัยพบว่าการให้ความเอาใจใส่ในรายละเอียดเฉพาะเป็นการทำให้นักเรียนเกิดความชำนาญในการพูดภาษาทางการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และก่อให้เกิดความสัมพันธ์ที่เป็นเอกลักษณ์ของนักเรียนภายในกลุ่ม

Cipta (2006) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ผ่านเทคนิค Think-Talk-Write ของนักเรียนระดับเกรด 8 โดยใช้บทเรียนเรื่องวงกลม ข้อมูลจากการวิจัยพบว่าความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม

Untarti Reni (2010) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ในการเรียนเพื่อปรับปรุงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 9 พบว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม

Perrott (1988 อ้างถึงใน นิตกร อ่อนโยน, 2551) ได้วิเคราะห์บทสนทนาของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบสืบสอบกับการเรียนการสอนแบบปกติ พบว่าหลังการทดลองนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบสืบสอบมีความกล้าแสดงความคิดเห็นและแสดงความคิดออกมาได้อย่างเปิดเผย รวมถึงสามารถตอบคำถามที่ครูถามได้อย่างหลากหลาย

จากงานวิจัยเกี่ยวกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยในครั้งนี้ ดังนี้

3. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมที่เรียนด้วยการเรียนการสอนแบบปกติ

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาเอกชน กระทรวงศึกษาธิการ กรุงเทพมหานคร

2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (มัธยมศึกษาปีที่ 4 –มัธยมศึกษาปีที่ 6) รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

3. ตัวแปรที่ศึกษามีดังนี้

3.1. ตัวแปรต้น ได้แก่ การใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ และ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3.2. ตัวแปรตาม ได้แก่

3.2.1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.2.2. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. เทคนิค Think-Talk-Write คือกลวิธีที่นำมาประกอบการสอนเพื่อเน้นทักษะการคิด พูด เขียน โดยคิดในประเด็นที่สงสัยหรือต้องการหาคำตอบ พูดแลกเปลี่ยนอภิปรายความคิด และเขียนข้อสรุปจากการอภิปราย ซึ่งเทคนิค Think-Talk-Write ประกอบไปด้วย 3 ขั้นตอนได้แก่ขั้นตอนการคิดขั้นตอนการพูด (พูดคุยหรือสนทนา) และขั้นตอนการเขียน

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบ เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนเป็นผู้ค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเองโดยครูผู้สอนเป็นผู้ตั้งคำถามเป็นสื่อให้นักเรียนเกิดความคิด สืบค้นรวบรวมข้อมูลมาอธิบาย หาเหตุผลและสร้างข้อสรุปด้วยตนเอง ตลอดจนนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง ประกอบไปด้วย 5 ขั้นตอน (Bybee:2006) ดังนี้

2.1. ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นขั้นการนำเข้าสู่บทเรียนหรือเรื่องที่สนใจ ซึ่งอาจเกิดขึ้นเองจาก ความสงสัย เป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนสร้างคำถาม กำหนดประเด็นที่จะศึกษา และกำหนดขอบเขตรายละเอียดของเรื่องที่ศึกษาให้มีความชัดเจนยิ่งขึ้น อาจารย์รวมทั้งการรวบรวมความรู้ประสบการณ์เดิม หรือความรู้จากแหล่งต่างๆ ที่จะช่วยให้นำไปสู่ความเข้าใจเรื่องหรือประเด็นที่จะศึกษามากขึ้น และมีแนวทางที่ใช้ในการสำรวจตรวจสอบอย่างหลากหลาย

2.2. ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration) เป็นขั้นการวางแผนกำหนดแนวทางการสำรวจตรวจสอบ ตั้งสมมติฐาน กำหนดทางเลือกที่เป็นไปได้ ลงมือปฏิบัติเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล วิธีการตรวจสอบอาจทำได้หลายวิธี เช่น ทำการทดลอง ทำกิจกรรมภาคสนาม เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะใช้ในขั้นต่อไป

2.3. ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation) เป็นขั้นการนำข้อมูล ข้อสังเกต ที่ได้มาวิเคราะห์ แปลผล สรุปผล และนำเสนอผลที่ได้ในรูปแบบต่าง ๆ เช่น บรรยายสรุป สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ หรือวาดรูป สร้างตาราง ฯลฯ การค้นพบในขั้นนี้อาจเป็นไปได้หลายทาง เช่น สนับสนุนสมมติฐานที่ตั้งไว้ โต้แย้งกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ หรือไม่เกี่ยวข้องกับประเด็นที่ได้กำหนดไว้ แต่ผลที่ได้จะอยู่ในรูปใดก็สามารถสร้างความรู้และช่วยให้เกิดการเรียนรู้ได้

2.4. **ขั้นขยายความรู้ (Elaboration)** เป็นขั้นการนำความรู้ที่สร้างขึ้นไปเชื่อมโยงกับความรู้เดิมหรือแนวคิดที่ได้ค้นคว้าเพิ่มเติม หรือนำแบบจำลองหรือข้อสรุปที่ได้ไปใช้อธิบายสถานการณ์หรือเหตุการณ์อื่น ถ้าใช้อธิบายเรื่องต่างๆ ได้มากก็แสดงว่าข้อจำกัดน้อย ซึ่งก็จะช่วยให้เชื่อมโยงกับเรื่องต่างๆ และทำให้เกิดความรู้กว้างขวางขึ้น

2.5. **ขั้นประเมิน (Evaluation)** เป็นขั้นการประเมินการเรียนรู้ด้วยกระบวนการต่างๆ ว่านักเรียนมีความรู้อะไรบ้าง อย่างไร และมากน้อยเพียงใด จากขั้นนี้จะนำไปสู่การนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในเรื่องอื่นๆ

3. **การใช้เทคนิค Think-Talk-Write** ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ให้นักเรียนเป็นผู้หาความรู้ด้วยตนเอง โดยครูผู้สอนส่งเสริมการเรียนรู้ โดยการจัดสถานการณ์ที่ก่อให้เกิดความน่าสนใจ ทำให้นักเรียนเกิดความสงสัย สำรวจ ค้นหา ทำความเข้าใจ เพื่อสามารถอธิบายและลงข้อสรุปตลอดจนนำไปขยายความรู้กับเรื่องอื่นๆ ซึ่งในการจัดกิจกรรมครูมีการกระตุ้นให้นักเรียนคิด (Think) และอภิปรายร่วมกันเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Talk) จนนักเรียนสามารถเขียนข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง (Write) โดยมีลำดับขั้นตอนการจัดกิจกรรมดังนี้

3.1. **ขั้นสร้างความสนใจ (engagement)** เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนบทเรียน กำหนดประเด็นที่จะศึกษา ครูใช้เทคนิค Think-Talk-Write ในขั้นนี้โดยกระตุ้นให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับประเด็นที่กำหนด (Think) ให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นของตนเอง (Talk) และเขียนประเด็นที่ศึกษา (Write)

3.2. **ขั้นสำรวจและค้นหา (exploration)** เป็นการวางแผนกำหนดแนวทางการสำรวจ ตรวจสอบ ตั้งสมมติฐาน และเก็บรวบรวมข้อมูลต่างๆ ครูใช้เทคนิค Think-Talk-Write ในขั้นนี้โดยให้นักเรียนร่วมกันคิดและทำความเข้าใจ (Think) และมีการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นภายในกลุ่ม (Talk) จากนั้นให้นักเรียนเขียนข้อสรุปของกลุ่มตนเองที่ได้จากการอภิปรายร่วมกัน (Write)

3.3. **ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (explanation)** เป็นการนำข้อมูลที่ได้มาวิเคราะห์ สรุปผล และนำเสนอ ครูใช้เทคนิค Think-Talk-Write ในขั้นนี้โดยให้นักเรียนคิดวิเคราะห์ถึงข้อสรุป (Think) จากนั้นครูและนักเรียนอภิปรายร่วมกันเพื่อหาข้อสรุปของประเด็นที่กำลังศึกษา (Talk) และให้นักเรียนเขียนสรุปประเด็นที่ศึกษาโดยครูสำรวจความถูกต้อง (Write)

3.4. **ขั้นขยายความรู้ (elaboration)** เป็นการนำความรู้ที่สร้างขึ้นไปเชื่อมโยงกับความรู้เดิมหรือแนวคิดที่ได้ค้นคว้าเพิ่มเติม ครูใช้เทคนิค Think-Talk-Write ในขั้นนี้โดยให้นักเรียนคิดเชื่อมโยงความรู้ที่ได้จากการสรุปมาใช้กับสถานการณ์อื่น (Think) ให้นักเรียนอธิบายถึงการนำข้อสรุปที่ได้ไปใช้กับสถานการณ์อื่น (Talk) และเขียนข้อสรุปที่ได้จากการอภิปรายร่วมกัน (Write)

3.5. **ขั้นประเมิน (evaluation)** เป็นการประเมินการเรียนรู้ด้วยกระบวนการต่างๆ ครูใช้เทคนิค Think-Talk-Write ในขั้นนี้โดยครูจัดกิจกรรมการประเมินเพื่อให้นักเรียนได้คิด (Think) พูด (Talk) และเขียน (Write) เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของความรู้ที่ได้

4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ตามคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กระทรวงศึกษาธิการ

5. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของแนวคิด การแสดงข้อสรุปของข้อมูล และการใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์มาอธิบายเพื่อยืนยันหรือคัดค้าน ได้อย่างสมเหตุสมผล โดยในงานวิจัยจะพิจารณาการให้เหตุผล 2 ด้าน คือ

ด้านที่1 การให้เหตุผลแบบอุปนัย หมายถึง กระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของแนวคิดเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปของข้อมูล

ด้านที่2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย หมายถึง กระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่นำข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์มาอธิบายเพื่อยืนยันหรือคัดค้านได้

6. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อความหมาย แสดงแนวคิดและนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างถูกต้องและมีขั้นตอนที่เป็นระบบ ซึ่งประกอบไปด้วย 3 องค์ประกอบ ได้แก่

6.1. การใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย

6.2. การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สามารถเขียนอธิบายวิธีคิด โดยอาศัยความรู้และหลักการประกอบแนวคิดทางคณิตศาสตร์

6.3. การนำเสนอทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สามารถนำเสนออย่างมีขั้นตอนที่เป็นระบบ

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. นักเรียนที่เรียนจากการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบมีความสามารถในการเหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น

2. การใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ สามารถใช้เป็นทางเลือกสำหรับครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ เป็นแนวทางสำหรับครูและผู้เกี่ยวข้องทางการศึกษาที่จะนำไปประยุกต์ใช้ในการส่งเสริมทักษะทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น ๆ เช่น ทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการเชื่อมโยง และทักษะการคิดริเริ่มสร้างสรรค์

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้า เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. การสืบสอบ

- 1.1. ความหมายของการสืบสอบ
- 1.2. ขั้นตอนของการสืบสอบ
- 1.3. บทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบ
- 1.4. ประเภทของการสืบสอบ

2. เทคนิค Think-Talk-Write

- 2.1. ความหมายของเทคนิค Think-Talk-Write
- 2.2. ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write

3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

- 3.1. ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 3.2. ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 3.3. ลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 3.4. แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 3.5. การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

- 4.1. ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 4.2. ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 4.3. แนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 4.4. การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

- 5.1. งานวิจัยในต่างประเทศ
- 5.2. งานวิจัยในประเทศ

1. การสืบสอบ

การสืบสอบ เริ่มครั้งแรกในปี ค.ศ. 1957 ที่รัฐอิลลินอยส์ ประเทศสหรัฐอเมริกาซึ่งเป็นระยะที่อเมริกากำลังตื่นตัว เพราะพบว่ารัสเซียมีความก้าวหน้าถึงขั้นส่งจรวดขึ้นสู่อวกาศได้สำเร็จ จึงมีการปรับปรุงวิชาการด้านคณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์กันอย่างกว้างขวาง และได้มีผู้ทดลองและวิจัยตลอดมา แต่ถ้าจะมองในแง่ของการกระตุ้นให้นักเรียนคิดสงสัย อาจกล่าวได้ว่า วิธีสอนเช่นนี้ มีมาตั้งแต่สมัยโบราณแล้ว เช่น วิธีการซักถามของ โซเครตีส (Socrates) หรือ การบูชาวิสาขนาขององค์สมเด็จพระสัมมาสัมพุทธเจ้า (โสมรค์มึ ดาหลาย, 2551 : 23)

1.1. ความหมายของการสืบสอบ

คำว่า การสืบสอบ (Inquiry) มีนักการศึกษาไทยใช้ชื่อต่างกันไป เช่น “การสืบสอบ การสืบเสาะการสืบสวนสอบสวน การสืบค้น การสืบเสาะหาความรู้” สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้คำว่า “สืบสอบ” การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบหนึ่งที่ทำให้ผู้เรียนเป็นผู้ค้นหาความรู้ด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้ตั้งคำถามเป็นสื่อให้นักเรียนเกิดความคิด สืบค้น และพบคำตอบต่อปัญหาของตน ซึ่งได้มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของการสืบสอบไว้ดังนี้

Suchman (1962 อ้างถึงใน จันทรา ศรีสุข, 2530: 10) อธิบายความหมายของการสืบสอบไว้ว่า “เป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนฝึกฝนการเรียนรู้ โดยใช้ความสามารถทางด้านการคิดหาเหตุผลจากข้อมูลที่ได้รับ คือ ให้ผู้เรียนเผชิญปัญหา ตั้งสมมติฐานนิยามคำศัพท์หรือข้อความให้ชัดเจน สืบหาข้อมูล รวบรวมข้อมูล และสร้างข้อสรุปด้วยตนเอง ซึ่งช่วยให้ผู้เรียนคุ้นเคยกับความจริงของโลกที่เต็มไปด้วยปัญหา”

Beyer (1971 อ้างถึงใน แรมสมร อยู่สถาพร, 2538: 53-54) ได้อธิบายความหมายของการสืบสอบไว้ว่า “เป็นวิธีที่จะรู้ว่าเมื่อใดที่ผู้เรียนได้ลงมือสืบสอบหรือพยายามหาคำตอบของคำถามที่เกิดขึ้น เมื่อนั้นผู้เรียนกำลังลงมือปฏิบัติการสืบสอบ”

Tisher and other (1972: 139) ได้อธิบายความหมายของการสืบสอบไว้ว่า “เป็นทั้งวิธีสอนวิธีเรียน วิธีแก้ปัญหาอย่างมีหลักการ รวมทั้งเป็นเทคนิคการค้นคว้าความรู้ทางวิทยาศาสตร์ด้วย”

Good (1973: 303) อธิบายความหมายของการสืบสอบไว้ 3 แนวทางดังนี้

เป็นวิธีหนึ่งในการศึกษา เพื่อให้ได้มโนทัศน์ใหม่ โดยดำเนินการเพื่อให้ได้ความรู้ที่เป็นไปได้ในกรณีอื่นๆ ซึ่งเป็นความรู้ที่อาจเปลี่ยนแปลงได้

เป็นเทคนิคหนึ่ง ในการเรียนรู้เนื้อหาวิทยาศาสตร์ โดยมีการกระตุ้นให้นักเรียนอยากรู้ อยากรู้อยากเห็น ตั้งคำถาม แล้วหาคำตอบด้วยตนเอง

เป็นวิธีแก้ปัญหาวิธีหนึ่ง ที่มีกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนเรียนรู้โดยเผชิญกับเหตุการณ์ที่ท้าทายความคิด วิธีการนี้เริ่มต้นด้วยการสังเกตอย่างเป็นระบบ การคัดแยกสิ่งที่สังเกตกับสิ่งที่อ้างอิง คิดหาวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ เป็นวิธีการที่ทดสอบได้ และสรุปผลอย่างมีเหตุผล

Clark (1973: 64) อธิบายความหมายของการสืบสอบว่า เป็นวิธีการให้ผู้เรียนค้นพบคำตอบและข้อสรุปของปัญหาได้ด้วยตนเอง

Carin and Sund (1975: 74-75) อธิบายเกี่ยวกับการสืบสอบไว้ดังนี้ ในการสืบสอบนั้นบุคคลมีแนวโน้มที่จะกระทำวิธีการต่างๆ เพื่อแก้ปัญหาที่สงสัย ตั้งสมมติฐาน และออกแบบการทดลองหรือเป็นผู้ลงมือปฏิบัติการใช้กระบวนการทางสมองในการอ้างเหตุผล

Bybee (2006) กระบวนการสืบสอบเป็นกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาความสามารถในการคิด การแก้ปัญหา การแสวงหาความรู้ โดยให้นักเรียนใช้กระบวนการทางความคิดในการแสวงหาความรู้ และค้นหาความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งครูผู้สอนเป็นเพียงผู้ตั้งคำถามเป็นสื่อให้นักเรียนเกิดความคิดสืบค้น และหาคำตอบต่อปัญหาของตนได้

พิมพันธ์ เดชะคุปต์ (2530: 56) กล่าวว่า วิธีการสอนแบบสืบสอบ เป็นการจัดการเรียนการสอนโดยให้นักเรียนเป็นผู้ค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกเพื่อให้นักเรียนได้บรรลุเป้าหมาย

สุวัฒน์ นิยมเค้า (2531: 125) อธิบายความหมายของการสืบสอบ ไว้ว่า การสืบสอบหมายถึง การค้นหาข้อมูล ความรู้เกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ด้วยการพิจารณาอย่างถี่ถ้วน หรือด้วยการสำรวจตรวจสอบอย่างถี่ถ้วน

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ (2520 อ้างถึงใน แรมสมร อยู่สภาพ, 2538: 53) นิยามความหมายของการสืบสอบว่า เป็นการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนค้นหาคำตอบด้วยตนเองและสร้างนิสัยให้ผู้เรียนเป็นคนช่างคิด และแก้ปัญหาได้ ดังนั้นจึงเป็นวิธีที่สอดคล้องกับหลักจิตวิทยา ซึ่งทำให้นักเรียนกระตือรือร้นและมีความเชื่อมั่นในตนเอง

วารี ธีระจิตร (2534: 76-77) ได้อธิบายความหมายของการสืบสอบไว้ว่า เป็นกระบวนการที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีการตั้งคำถามหรือตั้งสมมติฐานขึ้นมา จะมีการทดสอบคำถามหรือสมมติฐานที่ตั้งขึ้น เมื่อพบกับสภาพการณ์ที่เป็นปัญหา โดยให้นักเรียนใช้ประสบการณ์หรือความรู้เดิมกับกระบวนการคิดอย่างมีเหตุผลมาประกอบในการทดสอบดังกล่าว

วีรยุทธ วิเชียรโชติ (2538: 128) ได้อธิบายความหมายของการสืบสอบสรุปได้ว่าเป็นการพัฒนาความสามารถในการคิดแก้ปัญหาด้วยวิธีการทางวิทยาศาสตร์ โดยอาศัยการตั้งคำถามในการสังเกต วิเคราะห์ปัญหาในการอธิบายปัญหา พิสูจน์ทฤษฎีด้วยการตั้งสมมติฐาน ตลอดจนการทดลองสมมติฐานและการนำกฎเกณฑ์ที่ค้นพบนั้นไปใช้

เสริมศรี ลักษณะศิริ (2540: 240) กล่าวว่า วิธีสอนแบบสืบสอบ เป็นวิธีสอนอีกแบบหนึ่งที่ทำให้ นักเรียนเป็นผู้หาความรู้ด้วยตัวเอง โดยครูผู้สอนจะกระตุ้นและส่งเสริมการเรียนรู้โดยจัดสถานการณ์ที่ก่อให้เกิดปัญหา ทำให้นักเรียนเกิดความสงสัยและต้องการค้นหาคำตอบหรือโดยที่ครูเป็นผู้ตั้งคำถาม เป็นสื่อให้นักเรียนเกิดความคิด และค้นหาคำตอบของปัญหาด้วยตนเอง ดังนั้นการจัดประสบการณ์การเรียนรู้เป็นปัจจัยสำคัญที่ทำให้เกิดกระบวนการแก้ปัญหาและแสวงหาความจริงโดยใช้การคิดอย่างมีเหตุผล

สิริลักษณ์ วงศ์เพชร (2541: 13) กล่าวว่า วิธีสอนแบบสืบสอบ เป็นวิธีสอนที่ครูผู้สอนเป็นผู้สร้างสถานการณ์กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสงสัยทำให้นักเรียนต้องค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง โดยที่นักเรียนจะเป็นผู้หาวิธีการที่จะเรียนรู้ พยายามที่จะค้นหาสาเหตุด้วยการใช้คำถาม และการรวบรวมข้อมูลมาอธิบาย การหาเหตุผล และการทดลองจนค้นพบความรู้ หรือแนวทางในการแก้ปัญหาแล้วนำมาใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวัน

กาญจนา บุญสง (2542: 67-68) กล่าวว่า วิธีสอนแบบสืบสอบ เป็นวิธีสอนที่ฝึกให้นักเรียนรู้จักค้นคว้าหาความรู้โดยใช้กระบวนการทางความคิดหาเหตุผลจนค้นพบความรู้หรือแนวทางการแก้ปัญหาที่ถูกต้องด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้ตั้งคำถามกระตุ้นให้นักเรียนใช้ความคิดหาวิธีแก้ปัญหาได้เองและสามารถนำการแก้ปัญหาเหล่านั้นมาใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวัน

กมลทิพย์ ต่อคิด (2544: 12) กล่าวว่า วิธีสอนแบบสืบสอบ เป็นวิธีการที่นักเรียนค้นคว้าแสวงหาความรู้ โดยอาศัยการซักถาม เมื่อเผชิญกับสถานการณ์หรือปัญหาที่ทำให้เกิดความสงสัยแล้วลงมือปฏิบัติเพื่อการค้นพบคำตอบ และข้อสรุปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง

โสมรค์มี ดาหลาย (2551: 26) อธิบายว่า กระบวนการแบบสืบสอบเป็นวิธีการที่เน้นการพัฒนาความสามารถในการคิด การแก้ปัญหา การแสวงหาความรู้ โดยให้นักเรียนใช้กระบวนการทางความคิดในการแสวงหาความรู้ และค้นหาความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งครูผู้สอนเป็นเพียงผู้ตั้งคำถามเป็นสื่อให้นักเรียนเกิดความคิด สืบค้น และหาคำตอบสำหรับปัญหาของตนได้

เสาวรัตน์ รามแก้ว (2552: 43) กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบ เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนเกิดองค์ความรู้จากการลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ซึ่งการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบนี้ มีผลต่อการพัฒนาความรู้ความสามารถของนักเรียน และส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และเจตคติที่ดีต่อการเรียนของนักเรียน โดยเฉพาะกับวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นวิชาที่ควรมุ่งเน้นให้นักเรียนได้ค้นพบความรู้ด้วยตนเองจากการปฏิบัติจริง

จากความหมายของการสืบสอบที่นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยจะใช้ความหมายของ Bybee (2006) เป็นแนวทางในการทำวิจัย ซึ่งสามารถสรุปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบ เป็นการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนเป็นผู้ค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเองโดยครูผู้สอนเป็นผู้ตั้งคำถามเป็นสื่อให้นักเรียนเกิดความคิด สืบค้นรวบรวมข้อมูลมาอธิบายหาเหตุผลและสร้างข้อสรุปด้วยตนเอง ตลอดจนนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง

1.2. ขั้นตอนของการสืบสอบ

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงขั้นตอนของการสืบสอบไว้ดังนี้

Romey (1968) ได้เสนอขั้นตอนของกระบวนการสืบสอบสรุปได้ดังนี้

1. ขั้นเสนอปัญหาและข้อมูลพื้นฐาน ครูเป็นผู้เสนอปัญหาพร้อมกับข้อมูลพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับปัญหาในรูปแบบต่าง ๆ
2. ขั้นแปลความหมายข้อมูล ครูนำการอภิปราย เพื่อให้นักเรียนจัดกระทำหรือแปลความหมายข้อมูล
3. ขั้นอ้างหลักการ ครูนำการอภิปรายเพื่อให้นักเรียนนำผลการจัดกระทำหรือแปลความหมายข้อมูลมาอ้างอิงตามหลักเหตุผล
4. ขั้นสรุป ครูนำการอภิปรายเพื่อให้นักเรียนนำหลักฐานหรือหลักการมาอ้างเพื่อสรุปเป็นความรู้

Jacobson and others (1989) ได้เสนอกระบวนการสืบสอบ ซึ่งมีขั้นตอน 4 ขั้น สรุปได้ดังนี้

1. ขั้นเสนอปัญหา ครูพิจารณาเนื้อหาสาระ แล้วระบุเป็นปัญหาที่จะสืบสอบ หรือครูพิจารณาจากสถานการณ์ปัญหา ซึ่งอาจบังเกิดขึ้นในชั้นเรียน แล้วระบุปัญหาให้นักเรียนสืบสอบ
2. ขั้นตั้งสมมติฐาน ครูอาจเป็นผู้ตั้งสมมติฐาน หรือใช้คำถามถามนำเพื่อให้นักเรียนตั้งสมมติฐาน
3. ขั้นรวบรวมข้อมูล ครูอาจให้นักเรียนรวบรวมข้อมูลจากสื่อ หรือแหล่งข้อมูลต่างๆ หรือทำการทดลอง ซึ่งทำได้ทั้งในและนอกชั้นเรียน หรืออาจให้นักเรียน
4. ขั้นวิเคราะห์ข้อมูลและสรุปผล ครูนำการอภิปรายให้นักเรียนนำข้อมูลมาจัดกระทำในรูปแบบต่าง ๆ เพื่ออ้างในการตรวจสอบสมมติฐาน แล้วสรุปเป็นคำตอบซึ่งเป็นสาระสำคัญบทเรียน

Massailas and Cox (1968: 115-121) ได้เสนอขั้นตอนของกระบวนการสืบสอบไว้ดังนี้

1. ขั้นเตรียมตัวเผชิญปัญหา (Orientation) เป็นขั้นที่นักเรียนได้เห็นหรือเริ่มรู้ปัญหา ซึ่งอาจเกิดขึ้นจากการอ่านข้อความจากแบบเรียนหรือบทความที่ครูเตรียมไว้เป็นเครื่องสะท้อน (Spring Board) ให้เกิดความคิด เกิดปัญหา หรือครูอาจเป็นผู้เตรียมไว้แล้ว โดยยกปัญหาหรือตั้งคำถามให้นักเรียนวิเคราะห์วิจารณ์ สรุปความจากการซักถามเพื่อให้เกิดความสงสัย อันจะนำไปสู่การหาคำตอบจากการแสวงหาข้อมูลอย่างมีระบบต่อไป
2. ขั้นตั้งสมมติฐาน (Hypothesis) เป็นการกำหนดแนวทางให้นักเรียนแสวงหาข้อมูลได้อย่างถูกต้อง โดยพิจารณาเรื่องราวที่เกี่ยวกับปัญหาที่นักเรียนได้วิเคราะห์ในขั้นที่ 1 แล้วสรุปคำตอบที่คาดว่าจะเป็นไปได้ ซึ่งจะต้องหาหลักฐานมาพิสูจน์หรือทดสอบ
3. ขั้นนิยามความหมาย (Definition) เป็นการขยายความหรือให้ความหมายของคำ เพื่อให้เข้าใจตรงกันซึ่งจะเป็นประโยชน์ในการสืบสอบข้อมูลมาทดสอบข้อสมมติฐานที่ตั้งไว้ได้ถูกต้อง
4. ขั้นสำรวจข้อมูลที่เกี่ยวข้อง (Exploration) เป็นการสำรวจข้อมูล โดยสำรวจว่าข้อมูลใดสอดคล้องหรือคัดค้านกับข้อสมมติฐานที่ได้กำหนดไว้
5. ขั้นเก็บรวบรวม (Evidencing) เป็นการนำข้อมูลที่หามาได้จากขั้นที่ 4 มาสนับสนุนและพิสูจน์สมมติฐาน โดยการค้นคว้าตามแนวของสมมติฐานที่นักเรียนช่วยกันตั้งขึ้น
6. ขั้นสรุป (Generalization) เป็นการสรุปคำตอบของประเด็นปัญหาจากหลักฐานที่ค้นคว้ามาได้ทั้งหมด ดังนั้นข้อสรุปนี้จึงมีคุณสมบัติชั่วคราว เมื่อมีหลักฐานหรือข้อมูลอื่น ๆ เพิ่มเติมข้อสรุปก็อาจเปลี่ยนแปลงได้

Martin and other (1988) ได้เสนอขั้นตอนของกระบวนการสืบสอบว่า เป็นกระบวนการที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง โดยครูและนักเรียนร่วมมือกันหาวิธีการแก้ปัญหา ตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ขั้นสำรวจและรวบรวมข้อเท็จจริง
2. ขั้นตั้งปัญหาและตั้งสมมติฐาน
3. ขั้นทดสอบสมมติฐาน
4. ขั้นสรุปวิธีแก้ปัญหา หรือย้อนกลับไปดำเนินการใหม่

Joyce and Weil (2000: 65-66) ได้เสนอขั้นตอนของกระบวนการสืบสอบ ดังนี้

1. ขั้นเสนอสถานการณ์ปัญหาที่น่าสงสัย
2. ขั้นรวบรวมข้อมูล
3. ขั้นตั้งสมมติฐาน
4. ขั้นสรุปเป็นกฎเกณฑ์ในการอธิบายปัญหา
5. ขั้นวิเคราะห์กระบวนการสืบสอบ

วีรยุทธ วิเชียรโชติ (2538: 25-26) ได้พัฒนาขั้นตอนกระบวนการสืบสอบ มี 5 ขั้นตอนคือ

1. ขั้นสร้างมโนทัศน์แนวหน้า คือขั้นการดึงความรู้เดิม วางความรู้พื้นฐานที่จำเป็นให้แก่ผู้เรียน
2. ขั้นสังเกต คือขั้นสังเกตสถานการณ์ที่เป็นปัญหาข้อจืด ครูสร้างสถานการณ์ที่เป็นปัญหาให้นักเรียนได้วิเคราะห์องค์ประกอบของตัวปัญหา
3. ขั้นอธิบาย คือขั้นที่ครูกระตุ้นให้นักเรียนหาคำอธิบาย หรือหาสาเหตุของปัญหาข้อจืด ในรูปของการใช้เหตุผล ในขั้นนี้นักเรียนมีโอกาสฝึกการตั้งทฤษฎีการคิดแบบมีเหตุผลการฝึกวิเคราะห์จากผลไปหาเหตุ หรือจากปัญหาไปหาสาเหตุ
4. ขั้นทำนายและทดสอบ คือขั้นที่ครูช่วยให้นักเรียนรู้จักหาวิธีที่จะพิสูจน์คำอธิบายหรือทฤษฎีที่นักเรียนได้สร้างขึ้น
5. ขั้นควบคุมและคิดสร้างสรรค์ คือขั้นที่ครูส่งเสริมให้นักเรียนเอาหลักการ กฎเกณฑ์และวิธีแก้ปัญหาที่พบ ไปปรับปรุงเปลี่ยนแปลงสิ่งแวดล้อม เพื่อให้เกิดการควบคุมและสร้างสรรค์สิ่งแวดล้อมทั้งภายในและภายนอกตัวมนุษย์

สวัญญ์ นิยมคำ (2531: 128) ได้เสนอขั้นตอนของกระบวนการสืบสอบ 5 ขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นสร้างสถานการณ์หรือปัญหา
2. ขั้นอภิปรายเพื่อกำหนดแนวทางคำตอบ
3. ขั้นอภิปรายเพื่อออกแบบการทดลอง
4. ขั้นดำเนินการทดลอง
5. ขั้นอภิปรายเพื่อสรุปผลการทดลอง

พิมพันธ์ เตชะคุปต์ (2544: 58) ได้เสนอขั้นตอนของกระบวนการสืบสอบไว้ดังนี้

1. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ครูเป็นผู้อภิปรายโดยตั้งปัญหาเป็นอันดับแรก
2. ขั้นอภิปรายก่อนทำกิจกรรมทดลอง อาจจะเป็นการตั้งสมมุติฐาน ครูอธิบายหรือให้คำแนะนำเกี่ยวกับอุปกรณ์ที่จะใช้ในการทดลองว่ามีวิธีการใช้อย่างไร จึงจะไม่เกิดอันตรายและมีข้อควรระวังในการทดลองอย่างไร
3. ขั้นทำการทดลองเก็บรวบรวมข้อมูล นักเรียนจะเป็นผู้ลงมือกระทำการทดลองกิจกรรมและบันทึกผลการทดลอง
4. ขั้นอภิปรายหลังการทดลอง เป็นการนำเสนอข้อมูลและสรุปผลการทดลองโดยครูนำการอภิปรายเพื่อให้นักเรียนไปสู่ข้อสรุปที่สำคัญของบทเรียน

Bybee (2006) ได้กล่าวถึงขั้นตอนของกระบวนการสืบสอบไว้ดังนี้กระบวนการสืบสอบหาความรู้ 5 ขั้นตอน เป็นรูปแบบหนึ่งของการสืบสอบหาความรู้ คือ การสร้างความสนใจ (Engagement) การสำรวจและค้นหา (Exploration) การอธิบาย (Explanation) การขยายความรู้ (Elaboration) และการประเมินผล (Evaluation) ซึ่งทั้ง 5 ขั้นตอนเป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ครูจะต้องส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิด มีความคิดสร้างสรรค์ ให้โอกาสนักเรียนได้ใช้ความคิดของตนเองได้มากที่สุด ทั้งนี้กิจกรรมที่จะให้นักเรียนสำรวจตรวจสอบ จะต้องเชื่อมโยงกับความคิดเดิม และนำไปสู่การแสวงหาความรู้ใหม่ และได้ใช้ กระบวนการและทักษะต่าง ๆ ทางวิทยาศาสตร์และการสืบเสาะหาความรู้

1. การสร้างความสนใจ เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนหรือเรื่องที่สนใจ ซึ่งอาจเกิดขึ้นเองจากความสงสัยหรือความสนใจของตัวนักเรียนเอง หรือเกิดจากการอภิปรายภายในกลุ่ม เรื่องที่น่าสนใจอาจมาจากเหตุการณ์ที่กำลังเกิดขึ้นอยู่ในช่วงเวลานั้น หรือเป็นเรื่องที่เชื่อมโยงกับความรู้เดิมที่เพิ่งเรียนรู้มาแล้วเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนสร้างคำถาม กำหนดประเด็นที่จะศึกษา ในกรณีที่ยังไม่มีประเด็นใดน่าสนใจ ครูอาจจะจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์เพื่อกระตุ้น ยั่วๆ หรือท้าทายให้นักเรียนตื่นเต้น สงสัย ใครรู้ อยากรู้อยากเห็น หรือขัดแย้ง เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาการศึกษาค้นคว้า หรือการทดลอง แต่ไม่ควรบังคับให้นักเรียนยอมรับประเด็นหรือปัญหาที่ครูกำลังสนใจเป็นเรื่องที่จะศึกษา ซึ่งในขั้นตอนนี้ครูสามารถจัดกิจกรรมได้หลายแบบ เช่น สาธิต ทดลอง นำเสนอข้อมูล เล่าเรื่อง/

เหตุการณ์ ให้ค้นคว้า/อ่านเรื่อง อภิปราย/พูดคุย สนทนา ใช้เกม ใช้สื่อ วัสดุอุปกรณ์ สร้างสถานการณ์/ปัญหาที่น่าสนใจ ที่น่าสงสัยแปลกใจ

2. การสำรวจและค้นคว้า นักเรียนดำเนินการสำรวจ ทดลอง ค้นหา และรวบรวมข้อมูลวางแผนกำหนดการสำรวจตรวจสอบ หรือออกแบบการทดลอง ลงมือปฏิบัติ เช่น สังเกต วัด ทดลอง รวบรวมข้อมูลข้อสนเทศ หรือปรากฏการณ์ต่างๆ

3. การอธิบาย นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากการสำรวจและค้นหามาวิเคราะห์ แปลผล สรุป และอภิปรายพร้อมทั้งนำเสนอผลงานในรูปแบบต่างๆ ซึ่งอาจเป็นรูปวาด ตาราง แผนผัง โดยมีการอ้างอิงความรู้ประกอบการให้เหตุผลสมเหตุสมผล การลงข้อสรุปถูกต้องเชื่อถือได้ มีเอกสารอ้างอิง และหลักฐานชัดเจน

4. การขยายความรู้ เป็นการนำความรู้ที่สร้างขึ้นไปเชื่อมโยงกับความรู้เดิมหรือแนวคิดที่ได้ศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมหรือนำแบบจำลองหรือข้อสรุปที่ได้ไปใช้อธิบายสถานการณ์หรือเหตุการณ์อื่นๆ ที่ทำให้เกิดความรู้กว้างขวางขึ้นครูจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ เพื่อให้ นักเรียนมีความรู้สึกซึ่งกันหรือขยายกรอบความคิดกว้างขึ้นหรือเชื่อมโยงความรู้เดิมสู่ความรู้ใหม่หรือนำไปสู่การศึกษาค้นคว้า ทดลอง เพิ่มขึ้น เช่น ตั้งประเด็นเพื่อให้นักเรียน ชี้แจงหรือร่วมอภิปรายแสดงความคิดเห็นเพิ่มเติมให้ชัดเจนยิ่งขึ้น ชักถามให้นักเรียนชัดเจนหรือกระจ่างในความรู้ที่ได้หรือเชื่อมโยงความรู้ที่ได้กับความรู้เดิม นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม เช่น อธิบายและขยายความรู้เพิ่มเติมมีความละเอียดมากขึ้น ยกสถานการณ์ ตัวอย่าง อธิบายเชื่อมโยงความรู้ที่ได้เป็นระบบและลึกซึ้งยิ่งขึ้นหรือสมบูรณ์ละเอียดขึ้น นำไปสู่ความรู้ใหม่หรือความรู้ที่ลึกซึ้งยิ่งขึ้น ประยุกต์ความรู้ที่ได้ไปใช้ในเรื่องอื่นหรือสถานการณ์อื่นๆ หรือสร้างคำถามใหม่และออกแบบการสำรวจ ค้นหา และรวบรวมเพื่อนำไปสู่การสร้างความรู้ใหม่

5. การประเมิน ให้นักเรียนได้ระบุสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ทั้งด้านกระบวนการและผลผลิต เพื่อเป็นการตรวจสอบความถูกต้องของความรู้ที่ได้ โดยให้นักเรียนได้วิเคราะห์วิจารณ์ แลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน คิดพิจารณาให้รอบคอบทั้งกระบวนการและผลงาน อภิปราย ประเมินปรับปรุง เพิ่มเติมและสรุป ถ้ายังมีปัญหาให้ศึกษาทบทวนใหม่อีกครั้ง อ้างอิงทฤษฎีหรือหลักการและเกณฑ์ เปรียบเทียบผลกับสมมติฐาน เปรียบเทียบความรู้ใหม่กับความรู้เดิม

สุคนธ์ สิ้นธพานนท์ และคณะ (2545 อ้างถึงใน โสมาตรมี ดาหลาย, 2551: 32-34) ได้เสนอขั้นตอนของกระบวนการสืบสอบไว้ดังนี้

1. ขั้นครูผู้สอนสร้างสถานการณ์หรือปัญหาจากเนื้อหาในหลักสูตรให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้การสอนเป็นการนำเข้าสู่บทเรียนด้วยปัญหา เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดและแก้ปัญหา การนำเข้าสู่บทเรียนอาจทำได้หลายวิธีครูผู้สอนจะต้องเลือก หรือปรับวิธีการนำเข้าสู่บทเรียนให้เหมาะสมและสอดคล้องกับเนื้อหาทั้งจุดประสงค์การเรียนรู้ที่สามารถเชื่อมโยงไปสู่การออกแบบการค้นคว้าหาความรู้หรือการทดลองเพื่อหาคำตอบด้วยตนเอง

2. ชั้นใช้คำถามในการอภิปรายเพื่อนำไปสู่แนวทางในการหาคำตอบ การใช้คำถามนี้จะต้องอาศัยสถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนดขึ้นเอง โดยใช้คำถามเป็นชุดต่อเนื่องสัมพันธ์กัน ชุดของคำถามต้องสามารถนำผู้เรียนไปสู่การตั้งสมมติฐาน เพื่อคาดคะเนคำตอบที่อาจเป็นไปได้ ซึ่งควรเป็นแนวทางของการกำหนดวิธีการศึกษาค้นคว้าหรือทำการทดลอง

3. ชั้นใช้คำถามเพื่อนำไปสู่การออกแบบและ กำหนดวิธีการศึกษาการทดลองเพื่อหาคำตอบ คำถามในชั้นนี้เป็นคำถามเพื่อนำไปสู่การอธิบายวิธีการหาความรู้หรือคำตอบ ในแต่ละขั้นตอน สิ่งที่สำคัญคืออุปกรณ์ เครื่องมือหรือข้อมูลสารสนเทศที่จะใช้ในการศึกษาหาความรู้ว่าจะออกแบบวิธีการศึกษาค้นคว้าหลายวิธีแล้วเลือกวิธีที่ดีที่สุด

4. ชั้นดำเนินการศึกษาค้นคว้าสืบสวนสอบสวน ครูต้องใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนได้ทำความเข้าใจในขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรมตามวิธีการที่ได้เลือกไว้ให้ชัดเจนพร้อมทั้งจดบันทึกข้อมูลไว้

5. ชั้นอภิปรายเพื่อสรุปผล ในชั้นนี้เป็นการใช้คำถามโดยอาศัยข้อมูลที่ได้จากการศึกษาค้นคว้าและการตอบคำถามเป็นหลัก เพื่อนำไปสู่การสรุปหาคำตอบของปัญหา ครูใช้คำถามฝึกให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ที่พบในชีวิตประจำวันซึ่งสามารถสรุปขั้นตอนการสอนโดยวิธีสอนแบบสืบสวนสอบสวนได้ดังภาพ

จากการศึกษาเกี่ยวกับขั้นตอนของการสืบสอบจากนักการศึกษาหลายท่าน ผู้วิจัยได้ทำการวิจัยโดยยึดขั้นตอนการสืบสอบของ Bybee (2006) นักการศึกษาจากกลุ่ม BSCS (Biological Science Curriculum Study) ซึ่งมี 5 ขั้นตอน ดังนี้

ชั้นสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนหรือเรื่องที่สนใจ ซึ่งอาจเกิดขึ้นเองจาก ความสงสัย หรืออาจเริ่มจากความสนใจของตัวนักเรียนเองหรือเกิดจากการอภิปรายในกลุ่ม เรื่องที่น่าสนใจอาจมา จากเหตุการณ์ที่กำลังเกิดขึ้นอยู่ในช่วงเวลานั้น หรือเป็นเรื่องที่เชื่อมโยงกับความรู้เดิมที่เพิ่งเรียนรู้มาแล้ว เป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนสร้างคำถาม กำหนดประเด็นที่จะศึกษา ในกรณีที่ยังไม่มีประเด็นใดน่าสนใจ ครูอาจให้ศึกษาจากสื่อต่าง ๆ หรือเป็นผู้กระตุ้นด้วยการเสนอประเด็นขึ้นมาก่อน แต่ไม่ควรบังคับให้นักเรียนยอมรับประเด็นหรือคำถามที่ครูกำลังสนใจเป็นเรื่องที่จะใช้ศึกษา เมื่อมีคำถามที่น่าสนใจ และนักเรียนส่วนใหญ่ยอมรับให้เป็นประเด็นที่ต้องการศึกษา จึงร่วมกันกำหนดขอบเขตและแจกแจงรายละเอียดของเรื่องที่จะศึกษาให้มีความชัดเจนยิ่งขึ้น อาจรวมทั้งการรวบรวมความรู้ประสบการณ์เดิม หรือความรู้จากแหล่งต่างๆ ที่จะช่วยให้นำไปสู่ความเข้าใจเรื่องหรือประเด็นที่จะศึกษามากขึ้น และมีแนวทางที่ใช้ในการสำรวจตรวจสอบอย่างหลากหลาย

ชั้นสำรวจและค้นหา (Exploration) เมื่อทำความเข้าใจในประเด็นหรือคำถามที่สนใจจะศึกษาอย่างถ่องแท้แล้ว ก็มีการวางแผนกำหนดแนวทางการสำรวจตรวจสอบ ตั้งสมมติฐาน กำหนดทางเลือกที่เป็นไปได้ ลงมือปฏิบัติเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล ข้อสนเทศ หรือปรากฏการณ์ต่างๆ วิธีการตรวจสอบอาจทำได้หลายวิธี เช่น ทำการทดลอง ทำกิจกรรมภาคสนาม การใช้คอมพิวเตอร์เพื่อช่วย

สร้างสถานการณ์จำลอง (Simulation) การศึกษาหาข้อมูลจากเอกสารอ้างอิงหรือจากแหล่งข้อมูลต่างๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะใช้ในขั้นต่อไป

ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation) เมื่อได้ข้อมูลอย่างเพียงพอจากการสำรวจตรวจสอบแล้ว จึงนำข้อมูล ข้อสนเทศ ที่ได้มาวิเคราะห์ แผลผล สรุปผล และนำเสนอผลที่ได้ในรูปแบบต่าง ๆ เช่น บรรยายสรุป สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ หรือวาดรูป สร้างตาราง ฯลฯ การค้นพบในขั้นนี้อาจเป็นไปได้หลายทาง เช่น สนับสนุนสมมติฐานที่ตั้งไว้ โต้แย้งกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ หรือไม่เกี่ยวข้องกับประเด็นที่ได้กำหนดไว้ แต่ผลที่ได้จะอยู่ในรูปใดก็สามารถสร้างความรู้และช่วยให้เกิดการเรียนรู้ได้

ขั้นขยายความรู้ (Elaboration) เป็นการนำความรู้ที่สร้างขึ้นไปเชื่อมโยงกับความรู้เดิมหรือแนวคิดที่ได้ค้นคว้าเพิ่มเติม หรือนำแบบจำลองหรือข้อสรุปที่ได้ไปใช้อธิบายสถานการณ์หรือเหตุการณ์อื่น ถ้าใช้อธิบายเรื่องต่างๆ ได้มากก็แสดงว่าข้อจำกัดน้อย ซึ่งก็จะช่วยให้เชื่อมโยงกับเรื่องต่างๆ และทำให้เกิดความรู้กว้างขวางขึ้น

ขั้นประเมิน (Evaluation) เป็นการประเมินการเรียนรู้ด้วยกระบวนการต่างๆ ว่านักเรียนมีความรู้อะไรบ้าง อย่างไร และมากน้อยเพียงใด จากขั้นนี้จะนำไปสู่การนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในเรื่องอื่นๆ

1.3. บทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบ

การที่จะจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบให้ประสบความสำเร็จนั้น ครูต้องมีคุณสมบัติและปฏิบัติหน้าที่ในประเด็นหลัก ๆ ต่อไปนี้ โดยตัวครูต้องมีความรู้เกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบที่ถูกต้อง มีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระอย่างเพียงพอ และรู้ความสามารถของตนเอง ในการจัดการเรียนการสอนในห้องเรียน ครูมีบทบาทเป็นผู้เรียนรู้เสมอภาคกับผู้เรียนไม่ใช่ครูเป็นผู้นำการเรียนรู้ และสนับสนุนให้นักเรียนได้ใช้เครื่องมือ วัสดุอุปกรณ์ ร่วมมือร่วมใจและมีความรับผิดชอบในการทำงาน ให้นักเรียนได้มีโอกาสพูดคุยแลกเปลี่ยนความรู้และความคิดเห็น และให้นักเรียนเข้าใจว่าพฤติกรรมและการปฏิบัติอะไรที่ต้องแสดงออกมา (NRC, 2000)

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบ 5 ขั้นตอน จะประสบความสำเร็จ นอกจากประเด็นดังที่กล่าวข้างบนแล้ว ในแต่ละขั้นตอนครูต้องแสดงบทบาทของตนเองดังตารางที่ 1 (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2550 อ้างถึงใน พจนานุกรมศัพท์, 2553)

ตารางที่ 1 บทบาทครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบ

ขั้นตอนการเรียนรู้การสอน	สิ่งที่ครูควรทำ	
	สอดคล้องกับ 5Es	ไม่สอดคล้องกับ 5Es
1. การสร้างความสนใจ	<ul style="list-style-type: none"> - สร้างความสนใจ - สร้างความอยากรู้อยากเห็น - ตั้งคำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด - ดึงเอาคำตอบที่ยังไม่ครอบคลุมสิ่งที่นักเรียนรู้หรือแนวคิดหรือเนื้อหา 	<ul style="list-style-type: none"> - อธิบายแนวคิด - ให้คำจำกัดความและคำตอบ - สรุปประเด็นให้ - จัดคำตอบให้เป็นหมวดหมู่ - บรรยาย
2. การสำรวจและค้นหา	<ul style="list-style-type: none"> - ส่งเสริมให้นักเรียนทำงานร่วมกันในการสำรวจตรวจสอบ - สังเกตและฟังการโต้ตอบกันระหว่างนักเรียนกับนักเรียน - ชักถามเพื่อนำไปสู่การสำรวจตรวจสอบของนักเรียน - ให้นักเรียนในการคิดข้อสงสัยตลอดจนปัญหาต่างๆ - ทำหน้าที่ให้คำปรึกษาแก่นักเรียน 	<ul style="list-style-type: none"> - เตรียมคำตอบไว้ให้ - บอกหรืออธิบายวิธีการแก้ปัญหา - จัดคำตอบให้เป็นหมวดหมู่ - บอกนักเรียนเมื่อนักเรียนทำไม่ถูก - ให้ข้อมูลหรือข้อเท็จจริงที่ใช้ในการแก้ปัญหา - นำนักเรียนแก้ปัญหาที่ละขั้นตอน
3. การอธิบายและลงข้อสรุป	<ul style="list-style-type: none"> - ส่งเสริมให้นักเรียนอธิบายแนวคิดหรือให้คำจำกัดความด้วยคำพูดของตนเอง - ให้นักเรียนแสดงหลักฐานให้เหตุผลและอธิบายให้กระจ่าง - ให้นักเรียนอธิบายให้คำจำกัดความและชี้บอกส่วนต่างๆในแผนภาพ - ให้นักเรียนใช้ประสบการณ์เดิมของตนเป็นพื้นฐาน - ในการอธิบายแนวคิด 	<ul style="list-style-type: none"> - ยอมรับคำอธิบายโดยมีหลักฐานหรือมีเหตุผลประกอบ - ไม่สนใจคำอธิบายของนักเรียน - แนะนำนักเรียนโดยปราศจากการเชื่อมโยง - แนวคิดหรือทักษะ

ขั้นตอนการเรียนการสอน	สิ่งที่ครูควรทำ	
	สอดคล้องกับ 5Es	ไม่สอดคล้องกับ 5Es
4. การขยายความรู้	<ul style="list-style-type: none"> - คาดหวังให้นักเรียนได้ใช้ประโยชน์จากการสืบสวนประกอบต่างๆในแผนภาพคำจำกัดความและส่วนประกอบต่างๆในแผนภาพคำจำกัดความและอธิบายสิ่งที่เรียนรู้มาแล้ว - ส่งเสริมให้นักเรียนนำสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ไปประยุกต์ใช้หรือขยายความรู้และทักษะในสถานการณ์ใหม่ - ให้นักเรียนอธิบายอย่างมีความหมาย - ให้นักเรียนอ้างอิงข้อมูลที่มีอยู่พร้อมทั้งแสดงหลักฐานและถามคำถามนักเรียนว่าได้เรียนรู้อะไรบ้างหรือได้แนวคิดอะไร 	<ul style="list-style-type: none"> - ให้คำตอบที่ชัดเจน - บอกนักเรียนเมื่อนักเรียนทำไม่ถูกต้อง - ใช้เวลามากในการบรรยาย - นำนักเรียนแก้ปัญหาที่ละขั้นตอน - อธิบายวิธีแก้ปัญหา
5. การประเมินผล	<ul style="list-style-type: none"> - สังเกตนักเรียนในการนำแนวคิดและทักษะใหม่ไปประยุกต์ใช้ - ประเมินความรู้และทักษะนักเรียน - หาหลักฐานที่แสดงว่านักเรียนเปลี่ยนความคิดหรือพฤติกรรม - ให้นักเรียนประเมินการเรียนรู้และทักษะกระบวนการกลุ่ม - ถามคำถามปลายเปิดเช่นทำไมนักเรียนจึงคิดเช่นนั้น 	<ul style="list-style-type: none"> - ทดสอบคำนิยามศัพท์และข้อเท็จจริง - ให้แนวคิดใหม่ - ส่งเสริมการอภิปรายที่ไม่เชื่อมโยงแนวคิดหรือทักษะ

1.4. ประเภทของการสืบสอบ

มีนักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของการสืบสอบ โดยแบ่งตามลักษณะของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนไว้ดังนี้

Orlich and other (2001) แบ่งประเภทการสืบสอบโดยใช้บทบาทของครูเป็นเกณฑ์ ออกเป็น 2 ประเภทดังนี้

การสืบสอบที่ครูกำหนดแนวทางการสืบสอบ ครูต้องวางแผนและเตรียมข้อมูลพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาที่สืบสอบ ให้นักเรียนกระทำการสังเกต ครูมีบทบาทในการนำให้นักเรียนดำเนินการสืบสอบตามแนวทางโดยครูใช้คำถามนำ จัดเตรียมอุปกรณ์ และกระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการดำเนินการสืบสอบและสรุปเป็นหลักการ

การสืบสอบที่ครูไม่ได้กำหนดแนวทางในการสืบสอบ ในแนวทางนี้ครูมีบทบาทน้อยกว่าในแบบแรก เมื่อครูเสนอปัญหาแล้วเปิดโอกาสให้นักเรียนหาแนวทาง และดำเนินการสืบสอบวิธีต่าง ๆ เอง แต่ครูต้องคอยตรวจสอบความถูกต้องในการอ้างเหตุผลของนักเรียน ถ้านักเรียนอ้างเหตุผลผิด ครูต้องชี้ให้เห็นจุดที่ผิดพลาด และถ้านักเรียนไม่ได้อ้างเหตุผล ครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนอ้าง เพื่อยืนยัน และครูควรกระตุ้นให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนข้อสรุปซึ่งกันและกัน

สุคนธ์ สินธพานนท์ และคณะ (2545, อ้างถึงใน โสภรัศมี ดาหลาย 2551: 27) แบ่งประเภทการสืบสอบโดยใช้บทบาทของครูและนักเรียนเป็นเกณฑ์ ออกเป็น 3 ประเภทดังนี้

ครูผู้สอนมีบทบาทสำคัญในการสืบสอบ (Passive inquiry) วิธีนี้ครูจะมีบทบาทสำคัญในการใช้คำถามกระตุ้นเป็นแนวทางให้นักเรียนคิดหาคำตอบ เหมาะสำหรับการเริ่มสอนแบบสืบสอบ เนื่องจากครูจะเป็นผู้ใช้คำถาม ถามนำไปสู่คำตอบและพยายามกระตุ้นให้นักเรียนตั้งคำถามอยู่เสมอ ครูจะเป็นผู้ตั้งคำถามเป็นส่วนใหญ่ คือประมาณร้อยละ 90 ส่วนนักเรียนจะเป็นผู้ตั้งคำถามเอง ประมาณร้อยละ 10 เท่านั้น และส่วนใหญ่นักเรียนจะเป็นผู้ตอบคำถาม

ครูผู้สอนและนักเรียนร่วมกันในการสืบสอบ (Combined inquiry) วิธีนี้ครูผู้สอน และนักเรียนเป็นผู้ดำเนินการในการสืบสอบร่วมกัน โดยครูเป็นผู้ตั้งคำถามเท่า ๆ กับนักเรียน คือประมาณร้อยละ 50 ซึ่งเหมาะสำหรับการสอนที่นักเรียนได้ผ่านขั้นของ Passive inquiry มาแล้วผู้เรียนจะคุ้นเคยกับการตอบคำถามและฝึกการตั้งคำถาม การซักถามปัญหา ในขั้นนี้เมื่อผู้เรียนตั้งคำถาม ครูผู้สอนไม่ควรให้คำตอบทันทีแต่ควรส่งเสริมโดยการกระตุ้นให้นักเรียนคิดด้วยตนเอง ครูอาจใช้คำถามนำไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งนักเรียนค้นพบคำตอบด้วยตนเอง

นักเรียนเป็นผู้มีบทบาทสำคัญในการสืบสอบ (Active inquiry) การสอนแบบนี้ผู้เรียนจะเป็นผู้ตั้งคำถามและตอบคำถามเป็นส่วนใหญ่ หลังจากที่ได้ฝึกการตั้งคำถามและตอบคำถามจนคุ้นเคยมากแล้ว นักเรียนจะได้รับพัฒนาการคิด การตั้งคำถามในกระบวนการสืบสอบเพื่อหาคำตอบด้วย

ตนเอง ทำให้ในขั้นตอนนี้ นักเรียนจึงมีความสามารถในการสร้างกรอบแนวคิด การสร้างคำถามที่นำไปสู่การค้นพบด้วยตนเอง ซึ่งนักเรียนมีส่วนร่วมในการตั้งคำถามและตอบคำถามประมาณร้อยละ 90 จึงนับว่าเป็นจุดประสงค์สูงสุดในการเรียนรู้โดยวิธีสืบสอบ

2. เทคนิค Think-Talk-Write

เทคนิค Think-Talk-Write เป็นกลวิธีที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อเน้นทักษะการคิด พูด และเขียน สื่อสารให้ผู้อื่นเข้าใจตรงกัน

2.1. ความหมายของเทคนิค Think-Talk-Write

จากการศึกษาค้นคว้ามีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของ เทคนิค Think-Talk-Write ไว้ดังนี้

Huinker and Laughlin(1996: 81) ได้อธิบายความหมายของเทคนิค Think-Talk-Write สรุปได้ว่าเทคนิค Think-Talk-Write เป็นกลวิธีที่นำมาประกอบการสอนเพื่อเน้นทักษะการคิด พูด เขียน โดยคิดในประเด็นที่สงสัยหรือต้องการหาคำตอบ พูดแลกเปลี่ยนอภิปรายความคิด และเขียนข้อสรุปจากการอภิปราย ซึ่งขั้นตอนของกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ได้แก่

2.2. ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ไว้ดังนี้

Huinker and Laughlin(1996: 81) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ไว้ดังนี้

ขั้นตอนการคิด เป็นขั้นตอนที่ฝึกให้นักเรียนคิดเมื่อนักเรียนรับคำถามหรือการกระตุ้นนักเรียนจะคิดที่จะแก้ปัญหา และคิดหาคำตอบที่เป็นไปได้ โดยจะมีการบันทึกเพียงเล็กน้อยเกี่ยวกับการคิดของตัวเอง หรืออาจบันทึกสิ่งที่ไม่เข้าใจโดยใช้ภาษาของตัวเอง

ขั้นตอนการพูด (พูดคุยหรือสนทนา) เป็นขั้นตอนที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูดคุยหรือสนทนาและอภิปรายถึงการหาคำตอบซึ่งนักเรียนแต่ละคนจะนำความคิดในขั้นตอนแรกมาพูดคุยกันด้วยภาษาที่เป็นกันเองอีกทั้งยังได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับผู้อื่นหรือสะท้อนความคิดของตัวเองร่วมกับผู้อื่น

ขั้นตอนการเขียน เป็นขั้นตอนของการเขียนคำตอบที่ได้จากการคิดและอภิปรายร่วมกัน ขั้นตอนแรกและขั้นตอนที่สองโดยนักเรียนจะเขียนตอบอย่างเป็นลำดับขั้นอย่างถูกต้อง

Silver and Smith (1996: 21 อ้างถึงใน Dila, 2012) กล่าวว่าบทบาทและหน้าที่ของครูในการใช้งานเทคนิค Think-Talk-Write ให้มีประสิทธิภาพนั้น คือการถามให้นักเรียนได้คิด และนำไปสู่การพูดและการเขียน มีการกระตุ้นส่งเสริมให้นักเรียนมีส่วนร่วม ซึ่งขั้นตอนของกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ได้แก่

ขั้นแรกนักเรียนอ่านข้อความและทำจดบันทึกส่วนบุคคล (Think) และนำมาสู่การแสดงความคิดเห็น

ขั้นที่สองนักเรียนมีแสดงความคิดเห็นร่วมกับเพื่อนในกลุ่มถึงสิ่งที่ตนเองจดบันทึก (Talk) ในกิจกรรมนี้นักเรียนใช้ภาษาและคำพูดของตัวเองในการถ่ายทอดความคิดทางคณิตศาสตร์ ความเข้าใจจะถูกสร้างขึ้นผ่านการอภิปราย

ขั้นที่สามนักเรียนสร้างข้อสรุปขึ้นเองและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ผ่านการเขียน (Write)

ขั้นสุดท้ายตัวแทนกลุ่มแสดงข้อสรุปเพื่อนให้กลุ่มอื่นแสดงความคิดเห็น

3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

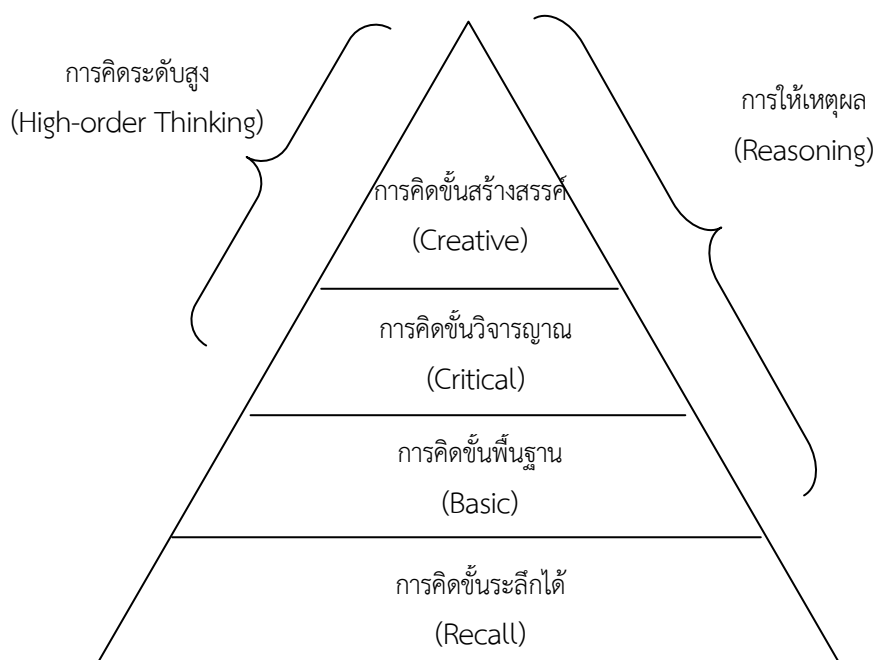
ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นมาตรฐานหนึ่งในมาตรฐานการเรียนรู้ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ซึ่งจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนได้มีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ คิดอย่างสร้างสรรค์ และคิดเป็นระบบ เพื่อนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้ เพื่อการตัดสินใจเกี่ยวกับตนเองและสังคมอย่างเหมาะสม

3.1. ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้เน้นการจัดการศึกษาโดยกำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ และจัดระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน เป็น 3 ระดับคือ ระดับประถมศึกษา (ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-6) ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3) ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6) และในแต่ละช่วงชั้นได้กำหนดสาระการเรียนรู้ไว้ทั้งหมด 6 สาระ ซึ่งความสามารถในการให้เหตุผล เป็นทักษะและกระบวนการที่จัดอยู่ในสาระที่ 6 การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Reasoning) เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างข้ออ้างอิงทั่วไป และการหาข้อสรุปที่ถูกต้องเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่สิ่งต่าง ๆ เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กัน (อัมพร ม้าคนอง, 2553: 48) การคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Thinking) เป็นสิ่งที่เกี่ยวข้องกัน โดยถือว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งมีผู้ให้ความหมายของคำทั้งสองดังนี้

Krulik & Rudnick (1993: 3-5) ได้กล่าวว่า การคิด หมายถึงความสามารถของนักเรียนในการได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนด โดยนักเรียนต้องสร้างข้อความคาดการณ์ หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงเหตุผล อธิบายข้อสรุป และยืนยันข้อสรุปนั้น ซึ่งข้อสรุปก็คือแนวคิดหรือความรู้ใหม่ที่ได้รับ

Krulik & Rudnick ได้แบ่งการคิดออกเป็น 4 ขั้นตอน คือ การคิดขั้นระลึกได้ (recall) การคิดขั้นพื้นฐาน (basic) การคิดขั้นวิจารณ์ญาณ (critical) และการคิดขั้นสร้างสรรค์ (creative) ส่วนการให้เหตุผล Krulik & Rudnick ได้จัดให้การให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดที่อยู่เหนือระดับระลึกได้ (recall) ดังภาพ



ภาพที่ 1 ลำดับขั้นการคิดของ Krulik & Rudnick

Krulik & Rudnick อธิบายว่า การคิดเป็นกระบวนการที่ซับซ้อน แต่ละขั้นตอนที่แสดงในภาพมิได้แยกขาดจากกันเลยทีเดียว แต่ละขั้นตอนอาจจะคาบเกี่ยวกันบ้าง จากแผนภาพดังกล่าวจะเห็นว่า การให้เหตุผลจะรวมถึงการคิดขั้นพื้นฐาน การคิดขั้นวิเคราะห์ และการคิดขั้นสร้างสรรค์ สำหรับการคิดขั้นวิเคราะห์และการคิดขั้นสร้างสรรค์ Krulik & Rudnick เรียกว่าเป็นการคิดระดับสูง (Higher-Order Thinking)

O'Daffer (1990: 378) ได้ให้ทัศนะเกี่ยวกับ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทำนองเดียวกันกับ Krulik & Rudnik คือมองว่าการให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ และเป็นการคิดที่เกี่ยวกับการสร้างหลักการ การสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผล และการหาความสัมพันธ์ของแนวคิด

Greenwood (1993: 144) ได้กล่าวถึง การคิดทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถในการเข้าใจแบบรูป หาสถานการณ์ร่วมของปัญหา ระบุข้อผิดพลาด และสร้างยุทธวิธีใหม่ การคิดทางคณิตศาสตร์ทำให้เกิดวิธีการเชิงระบบสำหรับปัญหาเชิงปริมาณที่เป็นผลของการเรียนรู้ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นการเน้นการเรียนรู้มากกว่าการมุ่งเพียงผลลัพธ์หรือคำตอบ Greenwood ยังกล่าวย่ำว่าถ้าสนับสนุนจุดเน้นนี้ให้เกิดขึ้นในการเรียนคณิตศาสตร์จะเป็นประโยชน์ไม่เพียงแต่การเรียนรู้ในเนื้อหาเท่านั้น แต่จะเกิดความสามารถในการคิดและให้เหตุผลในตัวนักเรียนด้วย

นอกจากนี้ O'Daffer & Thornquis (1993: 43) ได้ให้ความหมายเกี่ยวกับความคิดทางคณิตศาสตร์ว่าหมายถึง การใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่อย่างหลากหลายในการทำความเข้าใจแนวคิดและความสัมพันธ์แนวคิดและแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดนั้น

คณิตศาสตร์กับการให้เหตุผลนั้นมีความสัมพันธ์กัน สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 56) ได้กำหนดให้ การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และกล่าวว่า การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางปรากฏการณ์ต่าง ๆ ได้ ซึ่งกำหนดมาตรฐานของการให้เหตุผลและการพิสูจน์สำหรับนักเรียนระดับอนุบาลถึงเกรด 12 ดังนี้

- ตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผลและการพิสูจน์ในวิชาคณิตศาสตร์
- สร้างและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้
- พัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้

ซัชชัย คุ่มทวีพร (2534: 121) กล่าวว่า การใช้เหตุผล หมายถึง ลักษณะหนึ่งของการคิดที่พยายามอธิบายเหตุการณ์บางอย่าง ไม่ว่าจะเป็นการใช้หลักฐานการสังเกตหรือข้อความต่าง ๆ ที่ได้รับการยอมรับ

ทิสนา แคมมณี (2542: 14) ได้ให้ความหมายของการคิดอย่างมีเหตุผลว่า เป็นการคิดที่มีจุดมุ่งหมาย เพื่อเข้าใจความคิดที่สามารถอธิบายได้ด้วยหลักเหตุผล โดยสามารถจำแนกข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริงและพิจารณาเรื่องที่คิดบนพื้นฐานของข้อเท็จจริงโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัย และอุปนัยซึ่งประกอบด้วยทักษะย่อย ๆ ดังนี้

- สามารถแยกข้อเท็จจริงและความคิดเห็นออกจากกันได้
- สามารถใช้เหตุผลแบบนิรนัยหรืออุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้
- สามารถใช้เหตุผลทั้งแบบนิรนัยและอุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้

อลิสรา ชมชื่น (2550: 59) สรุปความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ความสัมพันธ์ของเหตุและผล โดยการจำแนกข้อเท็จจริง ใช้หลักเหตุผลแบบนิรนัย และแบบอุปนัยเพื่อหาคำตอบ ตัดสินความถูกต้อง หรือข้อสรุปเป็นความคิดรวบยอดที่สมเหตุสมผล และขยายหลักการไปสู่ความคิดอื่น

โสภรต์ศรี ดาหลาย (2551: 59) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่อย่างหลากหลายในการทำความเข้าใจแนวคิด ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิด ท้ายสุดคือแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดนั้น

พรรณทิพา พรหมรักษ์ (2552: 37) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การวิเคราะห์ การหาความสัมพันธ์ และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล รวมทั้งความสามารถในการพิจารณาและยืนยันข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

จากความหมายของการให้เหตุผลข้างต้น ในงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของแนวคิด การแสดงข้อสรุปของข้อมูล และการใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์มาอธิบายเพื่อยืนยันหรือคัดค้าน ได้อย่างสมเหตุสมผล

3.2. ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การให้เหตุผลนั้นเป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นพื้นฐานของการเรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เราไม่สามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยปราศจากการให้เหตุผล การแสดงเหตุผลที่ดีมีคุณค่ามากกว่าที่นักเรียนหาคำตอบได้ถูกต้อง (NCTM., 1989: 6,29,81) นักการศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่านได้ให้แนวคิดไว้ว่า การที่นักเรียนได้คำตอบที่ถูกต้องแต่ใช้เหตุผลผิดเป็นอันตรายอย่างยิ่งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากเมื่อนักเรียนได้คำตอบถูกต้องแล้ว ครูอาจไม่ได้ให้โอกาสนักเรียนแสดงเหตุผล ซึ่งทำให้ทั้งครูและนักเรียนไม่ทราบว่าที่ผิดนั้นผิดเพราะเหตุใด ดังนั้นสิ่งที่ดีกว่าการได้คำตอบถูกต้องแต่เหตุผลผิด คือ การได้คำตอบที่ผิด แต่สามารถค้นพบอย่างเป็นเหตุเป็นผลว่าอะไรผิดและผิดเพราะเหตุใด (อัมพร ม้าคนอง, 2546: 4-5) ดังนั้นการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญและจำเป็น เพราะการให้เหตุผลช่วยให้

นักเรียนได้พัฒนาความสามารถนอกเหนือไปจากการจดจำข้อเท็จจริง กฎ และการดำเนินการ จากคำกล่าวที่ว่า “คณิตศาสตร์ คือการให้เหตุผล” (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 1989) แสดงให้เห็นว่าการให้เหตุผลมีความสำคัญทั้งในการเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้ และใช้งานคณิตศาสตร์ และการดำเนินชีวิตของมนุษย์ (Baroody, 1993) บุคคลที่สามารถคิดและวิเคราะห์อย่างมีเหตุผลจะสามารถมองเห็นรูปแบบ โครงสร้าง หรือลักษณะของสถานการณ์ทั้งในโลกแห่งความจริงและสิ่งของที่เป็นสัญลักษณ์ คนที่คิดวิเคราะห์อย่างมีเหตุผลจะตั้งคำถามเมื่อพบรูปแบบที่มีความคลาดเคลื่อน หรือเมื่อเกิดข้อสงสัย ต้องการเหตุผล บุคคลผู้นี้ก็จะคาดคะเนและพิสูจน์ข้อคลาดคะเนนั้น จนกระทั่งได้ข้อสรุปที่สมเหตุสมผล ดังนั้นการให้เหตุผลจึงจำเป็นต่อทั้งการเรียนคณิตศาสตร์และการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน จากเหตุผลดังกล่าวทำให้นักการศึกษาได้แสดงแนวคิดเกี่ยวกับความสำคัญของการให้เหตุผลไว้ดังนี้

Artzt and Femia (1999: 115-126) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การให้เหตุผลเป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์นักเรียนจะไม่สามารถเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหาหรือวางแผนในการแก้ปัญหาได้ หากปราศจากการให้เหตุผล ดังนั้นอาจกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา

Baroody and Coslick (1998: 2-22 – 2-23) ได้กล่าวว่าการให้เหตุผลจำเป็นต่อการทำงานทางคณิตศาสตร์เพราะ

- การให้เหตุผลสามารถส่งเสริมอำนาจทางคณิตศาสตร์ ด้วยการช่วยให้นักเรียนมองเห็นว่าคณิตศาสตร์มีความเป็นเหตุเป็นผลและสามารถทำความเข้าใจได้
- การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญในการเรียนการสอนและการใช้ชีวิต การค้นพบรูปแบบและการใช้เหตุผล “ถ้า...แล้ว...” สามารถนำไปใช้ในเนื้อหาวิทยาศาสตร์และเนื้อหาอื่นๆ ได้นอกจากนี้การประเมินข้อโต้แย้งยังเป็นสิ่งจำเป็นในการตัดสินใจอีกด้วย

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM., 2000: 56) ได้ให้ความสำคัญเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยกำหนดให้การให้เหตุผลและการพิสูจน์เป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ และกล่าวไว้โดยสรุปว่า การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์นั้นจะเป็นแนวทางในการพัฒนาให้เกิดการแสดงออกถึงความเข้าใจอันลึกซึ้งเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่างๆ ได้อย่างกว้างขวาง ซึ่งได้กำหนดมาตรฐานของการให้เหตุผลและการพิสูจน์สำหรับนักเรียนในระดับอนุบาล-ระดับเกรด 12 สรุปได้ดังนี้

- นักเรียนต้องตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผลในการพิสูจน์ในวิชาคณิตศาสตร์
- นักเรียนสามารถสร้างและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้
- นักเรียนสามารถอ้างเหตุผลและพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้

สมวงษ์ แปลงประสพโชค (2544: คำนำ) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การให้เหตุผลเป็นเรื่องจำเป็นสำหรับการดำรงชีวิต ความเชื่อ การยอมรับ การโต้แย้ง ตลอดจนการตัดสินใจต้องอาศัยเหตุผลประกอบ หากเหตุผลดี ถูกหลักการจะทำให้การตัดสินใจไม่ผิดพลาด นอกจากนี้ยังเป็นพื้นฐานของการศึกษาหาความรู้ในศาสตร์อีกหลายสาขา เช่น คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ รัฐศาสตร์ เป็นต้น

เสาวรัตน์ รามแก้ว (2552: 80) ได้ให้ความสำคัญของการให้เหตุผลไว้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลนั้นเป็นทักษะที่จำเป็นสำหรับคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง และเป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่จะทำให้ให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ดีและถูกต้องในวิชาคณิตศาสตร์ รวมทั้งทำให้นักเรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2553: 49) ได้กล่าวว่าการให้เหตุผลของผู้เรียนมีความสำคัญต่อผู้สอนในการดำเนินการต่อไปนี้

- อธิบายระดับพัฒนาการของผู้เรียนในการเรียนมนทัศน์เฉพาะใดๆ
- ระบุความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรืออุปสรรคต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนพร้อมทั้งเหตุผล
- วิเคราะห์แนวคิดใหม่ ๆ (Emerging ideas) ที่เกิดจากการให้เหตุผลของผู้เรียน เพื่อที่จะขยายความและอภิปรายร่วมกับผู้เรียนคนอื่นๆ
- ระบุโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Mathematical structures) หรือประเภทของปัญหาที่จำเป็นสำหรับการสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายของผู้เรียน
- จัดหาสถานการณ์ที่เหมาะสมสำหรับการเรียนรู้ของผู้เรียน
- ตรวจสอบผลของสิ่งแวดล้อมและวัฒนธรรมในห้องเรียนที่มีต่อความคิดและความเข้าใจของผู้เรียน

จากความสำคัญของการให้เหตุผลที่ได้กล่าวมาข้างต้นพบว่า การให้เหตุผลเป็นส่วนสำคัญในการคิดหาคำอธิบายที่เป็นเหตุเป็นผล การคิดหาข้อสรุปที่ถูกต้องเกี่ยวกับแนวคิดนั้น อีกทั้งยังสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

3.3. ลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีหลายลักษณะ ดังนี้

O'Daffer (1990: 378) กล่าวว่าทักษะการให้เหตุผลที่มีความสำคัญต่อความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีอยู่ 2 ประเภท ซึ่งมีลักษณะดังนี้

- การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับสมาชิกบางสมาชิกในขอบเขตหนึ่ง ๆ เพื่อนำไปสู่กรณีทั่วไป หรือนำไปสู่สมาชิกทุกตัวในขอบเขตนั้น

- การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อความหรือแบบรูปที่เป็นจริงหรือสมเหตุสมผลอยู่แล้ว เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

Baroody (1993: 2-61) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่ามี 3 ประเภท โดยเพิ่ม การการให้เหตุผลแบบสัญชาตญาณ (Intuitive Reasoning) ซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลที่เกิดจากการหยั่งรู้ (insight) หรือเกิดจากกลางสังหรณ์ ไม่ได้มีข้อมูลที่จำเป็นทั้งหมดในการตัดสินใจ จึงตัดสินใจจากข้อมูลที่เห็นหรือจากความรู้สึกภายใน เหตุผลเชิงหยั่งรู้จึงเป็นเหตุผลที่วางอยู่บนสิ่งที่ปรากฏหรือข้อสมมติฐาน ซึ่งสิ่งที่ปรากฏอาจถูกหรือผิดก็ได้ ส่วนอีก 2 ประเภทคือ การให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัยเช่นเดียวกับของ O'Daffer สำหรับความสัมพันธ์ของการให้เหตุผลทั้ง 3 ประเภท Baroody ได้กล่าวสรุปไว้ว่า ในกระบวนการสืบค้นทางคณิตศาสตร์ มักเริ่มด้วยการสรุปจากการให้เหตุผลแบบสัญชาตญาณหรืออุปนัย เรียกว่าการสร้างข้อคาดการณ์ (Conjecture) แล้วตรวจสอบข้อคาดการณ์โดยการพิสูจน์ซึ่งก็คือการให้เหตุผลแบบนิรนัย

Cooney and other (1999: 8-10) ได้กล่าวไว้สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบ่งเป็น 4 ประเภทคือ

- การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นเหตุผลที่ได้จากกระบวนการเห็นสิ่งที่ร่วมกันหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วสรุปออกมาโดยมีเหตุผลสนับสนุน

- การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นเหตุผลที่มาจากหลักทั่วไปหรือหลักใหญ่อ้างอิงไปยังสิ่งที่เฉพาะเจาะจง

- การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional Reasoning) เป็นเหตุผลที่เกี่ยวข้องกับปริมาณที่เพิ่มขึ้นหรือลดลง ซึ่งนักเรียนใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนในการคำนวณเพื่อสนับสนุนหรือคัดค้านคำตอบ

- การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ (Spatial Reasoning) เป็นเหตุผลที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่ เป็น 2 มิติ หรือ 3 มิติ

สมัย เหล่าวานิชย์ (2525: 4) แบ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ 2 ลักษณะ คือ

- การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นวิธีการให้เหตุผลโดยมีเหตุย่อยหลายๆ เหตุ เหตุย่อยแต่ละเหตุจะเป็นอิสระต่อกัน และเหตุย่อยทั้งหลายนี้จะสรุปรวมเป็นเหตุการณ์ทั่ว ๆ ไปในวงกว้าง
- การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นวิธีการให้เหตุผลโดยมีเหตุใหญ่ (Major Premise) และติดตามด้วยเหตุย่อย (Minor Premise) ลดหลั่นกันตามลำดับความสัมพันธ์ระหว่างเหตุใหญ่และเหตุย่อยจนทำให้เกิดผลสรุป

อัมพร ม้าคนอง (2553: 50-56) ได้อธิบายลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

- การให้เหตุผลเชิงตรรกะ (Logical reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้การคิดเชิงตรรกะประกอบด้วยการให้เหตุผล 2 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบอุปนัย ซึ่งเป็นการคิดจากข้อเท็จจริงย่อย โดยสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญหรือแบบแผนของสิ่งที่พบ เพื่อนำไปสู่กฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป การให้แบบนี้จึงใช้ข้อมูลที่เป็นจริงจากข้อมูลย่อยๆ ไปสู่ข้อความเป็นจริงทั่วไป หรือเป็นการมองเห็นตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วใช้เหตุผลสรุปความสัมพันธ์ในรูปแบบทั่วไปของตัวอย่างเหล่านั้น

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามความคิดแบบนิรนัย ซึ่งเป็นการคิดจากกฎเกณฑ์ หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไปไปสู่ข้อเท็จจริงย่อย การให้เหตุผลแบบนี้จึงเป็นการใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์หรือหลักเกณฑ์ทั่วไปที่ยอมรับกันว่าเป็นจริงโดยมีการพิสูจน์มาแล้ว เป็นหลักการในการในการหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎหรือเกณฑ์เท่านั้น

- การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ความคิดเกี่ยวกับสัดส่วน ทั้งสัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและตัวเลขและข้อมูลเชิงคุณภาพ เช่น การหาค่าที่หายไป การเปรียบเทียบจำนวน การเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วน (Heller, Ahlgren, Post, Behr, & Lesh, 1989) การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนมีหลายลักษณะดังต่อไปนี้

- การให้เหตุผลเชิงคุณภาพ (Qualitative Reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วนและเศษส่วน เมื่อตัวเศษและ/หรือตัวส่วนของเศษส่วนเดิมเพิ่มขึ้น ลดลง หรือเท่าเดิม

- การให้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับตัวเลข แบ่งเป็น 2 ประเภท คือการระบุค่าของตัวแปรและการเปรียบเทียบเชิงตัวเลข

- การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ (Spatial Reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับมิติสัมพันธ์หรือสิ่งที่ปรากฏในมิติต่างๆ เช่น ภาพ 2 มิติ หรือ ทรง 3 มิติ

จากแนวคิดเกี่ยวกับลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ประเภทต่างๆ ของนักการศึกษาที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจะพิจารณาลักษณะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 2 ด้านคือ

ด้านที่ 1 การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของแนวคิดเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปของข้อมูล

ด้านที่ 2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่นำข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์มาอธิบายเพื่อยืนยันหรือคัดค้านได้

3.4 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ทักษะการการให้เหตุผลเป็นสิ่งที่พัฒนาได้ ซึ่งปัจจัยที่สำคัญสำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนเกิดการพัฒนาทักษะการให้เหตุผล คือ ครู โดยครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลของนักเรียน ซึ่งนักการศึกษาหลายท่านได้ให้แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Guilford and Hoepfner (1971: 28-32) ได้ให้ทัศนะไว้สรุปได้ว่า การพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้น ต้องเริ่มจากการส่งเสริมบุคคลให้ได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลนี้เป็นสิ่งที่ฝึกได้ และเป็นสิ่งจำเป็นที่โรงเรียนต้องจัดทำ โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาปกติในสถานการณ์ต่างๆ ที่เหมาะสม

Brandt (1984: 3 อ้างถึงใน สมเดช บุญประจักษ์, 2540: 39) ได้กล่าวไว้สรุปได้ว่า แนวการสอนที่ทำให้เกิดทักษะการคิดที่เป็นพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผล แบ่งเป็น 3 แนวทาง คือ แนวทางการสอนเพื่อให้เกิด (Teaching for Thinking) แนวทางการสอนการคิด (Teaching of Thinking) และแนวทางการสอนที่เกี่ยวกับการคิด (Teaching about Thinking) โดยมีรายละเอียดของแต่ละแนวทางดังนี้

1. การสอนเพื่อให้เกิด การสอนตามแนวทางที่เน้นในด้านการสอนเนื้อหาวิชา โดยมีการปรับเปลี่ยนกระบวนการสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในด้านการคิดของนักเรียน

2. การสอนการคิด การสอนตามแนวทางนี้มีจุดเน้นเกี่ยวกับกระบวนการทางสมองที่นำมาใช้ในการคิดโดยเฉพาะ โดยเน้นไปที่ทักษะการคิดหรือเป็นแนวทางที่สอนทักษะการคิดโดยตรง แนวทางในการสอนนั้นจะมีลักษณะที่แตกต่างกันหลายแนวทาง ตามความเชื่อพื้นฐานของผู้ที่จัดสร้างแนวทางการสอน

3. การสอนเกี่ยวกับการคิด การสอนตามแนวทางนี้เป็นแนวทางที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระของการสอน โดยมุ่งให้นักเรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่เป็นความคิดของตนเอง โดยรู้ว่าตนกำลังคิดอะไร ต้องการรู้อะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้นตนเองรู้อะไรและไม่รู้อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะ

ช่วยให้นักเรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเอง อันก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่า การสังเคราะห์ความคิด (Metacognition) ของตนเอง แนวทางการสอนเกี่ยวกับการคิดนี้เริ่มเป็นที่สนใจของนักการศึกษาทั่วไปเพิ่มขึ้น โดยเชื่อว่าเป็นแนวทางที่ทำให้นักเรียนสามารถควบคุมและตรวจสอบการคิดของตนเองได้ในขณะที่ทำการคิด ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนสามารถค้นหาข้อบกพร่องของตนเองได้เพื่อจะได้หาแนวทางแก้ไขได้ตรงจุด

Rowan and Morrow (1993: 16-18) ได้ให้ข้อคิดเกี่ยวกับบรรยากาศในชั้นเรียนสรุปได้ว่า บรรยากาศในชั้นเรียนเป็นสิ่งสำคัญมากต่อการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล ครูต้องจัดบรรยากาศที่แสดงให้เห็นนักเรียนเห็นว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญกว่าการได้เพียงคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งบรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้นักเรียนรู้สึกหวาดกลัว เป็นบรรยากาศที่สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิดที่ได้กระทำและสรุปหลักการที่ได้ พร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้น ๆ

Houghton and Mifflin (1995 อ้างถึงใน ปานทอง กุลนาถศิริ, 2540: 98) ได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับกลยุทธ์การใช้คำถามเพื่อพัฒนานักเรียนให้มีศักยภาพทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Power) สรุปได้ว่า ครูเป็นผู้มีบทบาทสำคัญโดยครูจะเป็นกุญแจนำไปสู่ความสำเร็จดังกล่าว เพื่อช่วยให้นักเรียนพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล ครูควรมีกลยุทธ์ในการใช้คำถามให้นักเรียนคิดวิเคราะห์ เช่น

- ก. ทำไมเธอจึงเลือกคำตอบนั้น
- ข. เธอพิสูจน์ได้ไหม
- ค. วิธีนั้นใช้ได้เสมอหรือไม่
- ง. ทำไมเธอจึงทำอย่างนั้นล่ะ

สิริพร ทิพย์คง (2545: 99) ได้กล่าวสรุปไว้ว่า การจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญ และเป็นองค์ประกอบที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักให้เหตุผล โดยเสนอแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลไว้ดังนี้

1. ครูควรให้นักเรียนได้พบโจทย์หรือปัญหาที่นักเรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่อยากเกินความสามารถของนักเรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้
2. ครูควรให้นักเรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตนเอง
3. ครูควรให้นักเรียนช่วยกันสรุปหลักการต่างๆ ด้วยตนเองก่อน แล้วครูจึงช่วยสรุปและชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจว่าเหตุผลของนักเรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ มีข้อบกพร่องที่何在อย่างไร

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท., 2547: 15) บทบาทของครูที่จะส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลคือ

1. ครูต้องสร้างบรรยากาศให้นักเรียนตระหนักในสิ่งต่อไปนี้

- การเรียนคณิตศาสตร์ให้เรียนด้วยความเข้าใจ ก่อนอื่นครูต้องทำให้นักเรียนเกิดความคิดว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สามารถเข้าใจได้ และต้องเรียนด้วยความเข้าใจ นักเรียนหรือบุคคลทั่ว ๆ ไปมักจะคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยาก เรียนไม่รู้เรื่อง ไม่มีความสามารถเพียงพอที่จะเข้าใจได้ วิธีการเรียนต้องอาศัยการจดจำวิธีการ จำสูตรเพื่อหาคำตอบโดยไม่รู้ว่าจะทำไมต้องเป็นเช่นนั้น ความคิดเช่นนี้ทำให้เบื่อวิชาคณิตศาสตร์ เห็นว่าคณิตศาสตร์มีไว้สำหรับคนเก่งเท่านั้น แนวคิดเช่นนี้สกัดกั้นการเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีความสุขและเห็นคุณค่า ครูมีบทบาทอย่างยิ่งในการสร้างบรรยากาศให้นักเรียนรู้สึกว่าการเรียนนี้ไม่ยาก

- ให้นักเรียนเรียนรู้อย่างมีเหตุผล นักเรียนจะต้องรู้ว่าทำไม เพราะอะไร และสามารถแสดงเหตุผลได้

- ครูต้องทำให้นักเรียนรู้ว่า ครูมีความสำคัญต่อความเข้าใจและการให้เหตุผล โดยครูจะต้องประเมินความเข้าใจของนักเรียนอย่างสม่ำเสมอ ที่สำคัญเมื่อนักเรียนสามารถให้เหตุผลที่ดี ครูควรให้การเสริมแรงทันที

2. ให้นักเรียนอธิบายแนวคิดและให้เหตุผลยืนยันแนวคิดนั้นๆ การให้เหตุผลอาจทำได้ด้วยวาจา ด้วยการเขียน โดยใช้ภาษาง่าย ๆ หรืออุปกรณ์แสดงให้เห็นจริง

3. ควรถามบ่อยๆ และใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดและแสดงเหตุผล

4. สนับสนุนให้นักเรียนสร้างข้อาคัดเดาบนพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผล

5. เปิดโอกาสให้ทดสอบและปรับแต่งข้อาคัดเดาโดยอาศัยเหตุผล

6. ให้นักเรียนได้วิเคราะห์แบบรูป รวมทั้งสร้างแบบรูปเอง

7. ใช้วิธีแสดงสิ่งที่เป็นตัวอย่างและสิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่างให้นักเรียนได้สรุปแนวคิดนั้น

8. ใช้ปัญหาปลายเปิด

9. ให้มีการอภิปรายในชั้นเรียน เพื่อหากรณีทั่วไป

10. ทำท่ายให้นักเรียนคิด และทำกิจกรรม

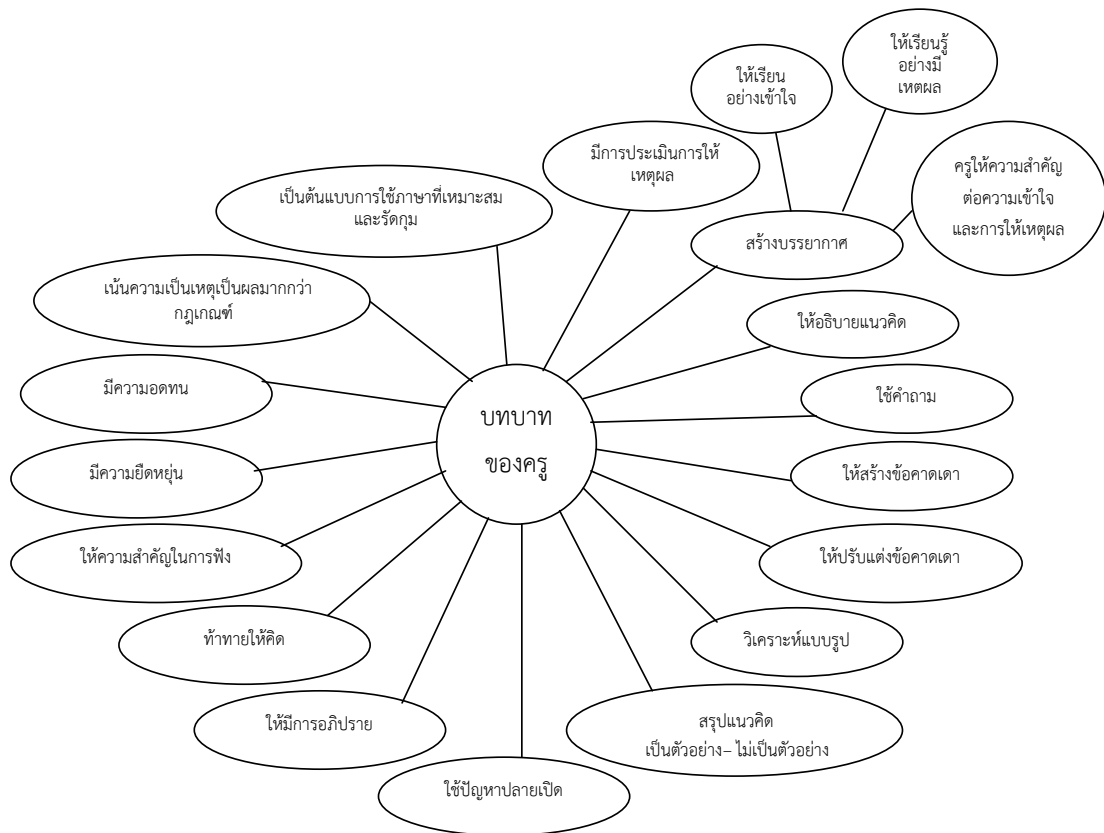
11. ให้ความสำคัญในการฟังความคิดเห็นของนักเรียน

12. มีความยืดหยุ่น สามารถปรับเปลี่ยนแนวการอภิปราย

13. มีความอดทน ใจเวลา ให้โอกาสแก่นักเรียน

14. เน้นความเป็นเหตุเป็นผลมากกว่ากฎเกณฑ์หรือการอาศัยคำที่ใช้เป็นกุญแจไปสู่การบอกวิธีการ

15. ครูควรใช้ภาษาที่เหมาะสมและรัดกุม เพื่อให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้ ครูไม่ควรตำหนิเมื่อนักเรียนใช้ภาษาไม่ถูกต้อง ไม่เหมาะสม ไม่รัดกุม ครูไม่ควรติตติง แต่ควรช่วยสรุปอีกครั้ง
16. ครูควรใช้ภาษาตรรกศาสตร์ในเหตุการณ์ทั่ว ๆ ให้นักเรียนคุ้นด้วย
17. ครูจะต้องสร้างความเข้าใจว่าครูให้ความสำคัญกับการให้เหตุผล ในการประเมินจะต้องมีคะแนนจากการประเมินการให้เหตุผลจากงานที่ทำ หรือในข้อสอบจะต้องมีส่วนที่ให้นักเรียนแสดงเหตุผล



ภาพที่ 2 บทบาทของครูที่ส่งเสริมความสามารถด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (สสวท., 2545: 195)

อัมพร ม้าคอง (2553: 49) ได้กล่าวสรุปไว้ว่า การพัฒนาทักษะการให้เหตุผลในปัจจุบันจึงเน้นเรื่องของการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลมากขึ้น เพื่อให้ผู้เรียนตระหนักว่าความรู้และทุกสิ่งทุกอย่างที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่สมเหตุสมผล (Greenwood, 1993) ซึ่งกระบวนการคิดในลักษณะนี้ ผู้เรียนต้องใช้ในการคิดหลายลักษณะ เช่น การคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง

จากการศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว ผู้วิจัยสรุปได้ว่า แนวทางการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่สนับสนุนให้นักเรียน ได้คิดและอธิบายแนวคิด โดยให้เหตุผลยืนยันหรือคัดค้านแนวคิดนั้นๆ อย่างสมเหตุสมผล และควรกระตุ้นความคิดของนักเรียนตลอดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

3.5 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เป็นหลักสูตรแกนกลางที่กระทรวงศึกษาธิการได้จัดทำขึ้น มีลักษณะเป็นกรอบเพื่อเป็นแนวทางในการจัดการศึกษาในการพัฒนาผู้เรียนให้เป็นที่ตามจุดหมายของหลักสูตร ในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้กำหนดสาระเป็นองค์ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์และสาระที่เป็นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์การประเมินผลคณิตศาสตร์ต้องประเมินทั้งความรู้ในเชิงเนื้อหา และทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป้าหมายของการประเมินผู้เรียน คือ 1) เป็นการประเมินเพื่อจัดวางผู้เรียนให้เหมาะสมกับความสามารถ 2) เป็นการประเมินเพื่อพัฒนาและปรับปรุงการเรียนรู้ของผู้เรียน รวมทั้งเพื่อพัฒนาและปรับปรุงการสอนของผู้สอน ในการประเมินผลทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในด้านการให้เหตุผล สามารถประเมินผู้เรียนด้วยวิธีการอย่างหลากหลายวิธี เช่น สังเกตจากการพูดคุย การเขียน และการประเมินจากการกระทำทางคณิตศาสตร์ (Doing mathematics) โดยปกติแล้วผู้เรียนจะสามารถสร้างข้อคาดเดาจากตัวอย่างต่าง ๆ ที่ผู้เรียนจะสามารถสร้างข้อคาดเดาจากตัวอย่างต่าง ๆ ที่ผู้เรียนได้เห็นหรือได้ลงมือกระทำ แล้วพัฒนาข้อโต้แย้งซึ่งขึ้นอยู่กับข้อมูล que ผู้เรียนมีความรู้ว่าเป็นข้อเท็จจริงหรือไม่

กรมวิชาการ(2546: 121-124)ได้กำหนดเกณฑ์การประเมินการให้คะแนนการทำข้อสอบอัตนัย ทักษะ/กระบวนการให้เหตุผล ไว้ดังนี้

ตารางที่ 2 เกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบอัตนัย ทักษะ/กระบวนการให้เหตุผล ของกรมวิชาการ

ระดับคะแนน/ความหมาย	ผลการทำข้อสอบอัตนัย	ความสามารถในการให้เหตุผล
4/ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้องครบถ้วน	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิด ประกอบการตัดสินใจอย่าง สมเหตุสมผล
3/ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้องครบถ้วน	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการ ตัดสินใจ
2/พอใช้	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน หรือไม่แสดงวิธีทำ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน หรือ การแสดงวิธีทำ ชัดเจน สมบูรณ์แต่คำตอบไม่ ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลใน การประกอบการตัดสินใจ
1/ต้องปรับปรุง	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน แต่ อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ ถูกต้องหรือไม่แสดงวิธีทำและ คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง แต่อยู่ใน แนวทางที่ถูกต้อง	มีความพยายามเสนอแนวคิด ประกอบการตัดสินใจ
0/ไม่พยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

สำหรับแผนการศึกษาแห่งรัฐแคลิฟอร์เนีย (California State Department of Education, 1989) กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนกรณีข้อสอบที่เป็นแบบอัตนัยโดยแบ่งระดับคะแนนเป็น 6 ระดับ คือ 6 5 4 3 2 1 มีรายละเอียดดังนี้

ระดับ 6 ตอบชัดเจน (Exemplary response) โดยให้คำตอบสมบูรณ์ ชัดเจน มีเหตุมีผล ไม่คลุมเครือและอธิบายได้ดีเยี่ยม ซึ่งรวมถึงการใช้แผนผังประกอบการอธิบายชัดเจน อ่านง่าย สามารถสื่อสารได้อย่างมีประสิทธิภาพ แสดงความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เพื่อตอบคำถาม จำแนกส่วนประกอบสำคัญทั้งหมดของปัญหา ยกตัวอย่างที่ใช่และไม่ใช่ มีข้อมูลสนับสนุนชัดเจนและหนักแน่น

ระดับ 5 ตอบโดยมีข้อมูลเพียงพอ (Competent response) อธิบายชัดเจน มีเหตุมีผลและสมบูรณ์ ใช้แผนผังประกอบการอธิบายได้เหมาะสม สื่อสารได้อย่างมีประสิทธิภาพ แสดงความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เพื่อตอบคำถาม จำแนกส่วนประกอบที่สำคัญโดยส่วนใหญ่ของปัญหา มีข้อมูลสนับสนุนเพียงพอ

ระดับ 4 ตอบโดยมีข้อบกพร่องเล็กน้อย แต่มีข้อมูลน่าสนใจ (Minor flaws but satisfactory) ตอบคำถามถูกต้อง ครบถ้วน แต่อธิบายสับสน ข้ออ้างหรือข้อสนับสนุนไม่สมบูรณ์ แผนผังประกอบการอธิบายไม่เหมาะสม หรือไม่ชัดเจน แสดงความเข้าใจแนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานในการตอบคำถาม ใช้แนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ระดับ 3 ตอบโดยมีข้อบกพร่องมากแต่ค่อนข้างพอใช้ (Serious flaws but satisfactory) เริ่มต้นในการตอบคำถามถูกต้องแต่ไม่ตอบคำถามบางคำถาม แสดงออกถึงความไม่เข้าใจแนวคิดหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คำนวณผิด นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ผิด แก้ปัญหาผิดวิธี

ระดับ 2 เริ่มต้นได้แต่แก้ปัญหาไม่ได้ (Begin, but fails to complete problem) อธิบายไม่เข้าใจ ใช้แผนผังประกอบการอธิบายไม่ชัดเจน แสดงถึงการไม่เข้าใจคำถาม คำนวณผิด

ระดับ 1 ไม่สามารถเริ่มต้นแก้ปัญหาได้ (Unable to begin effectively) คำตอบไม่สอดคล้องกับคำถาม นำเสนอข้อมูลที่ไม่เกี่ยวกับคำถามหรือไม่ตอบ

4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ทักษะการให้สื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นมาตรฐานหนึ่งในมาตรฐานการเรียนรู้ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการรับและส่งสาร การถ่ายทอดความคิด ความรู้ ความเข้าใจ และทัศนะของตนเองเพื่อแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสารและประสบการณ์ที่เป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาตนเองและสังคม

4.1. ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาค้นคว้าพบว่ามื่อนักการศึกษาได้กล่าวถึงความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1989: 26,214อ้างถึงใน อลิสรดา ชมชื่น, 2550: 49)ได้ให้ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงและทำความเข้าใจแนวคิด เป็นการผสมผสานความรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายความเข้าใจของตนเอง โดยนักเรียนจะเข้าใจความคิดของตนเองอย่างลึกซึ้งเมื่อนักเรียนได้นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของตนเอง ได้พิสูจน์ความมีเหตุผลของตนเองต่อคนอื่น ด้วยวิธีการ สื่อสารที่หลากหลาย เช่น การเขียน การฟัง และการพูด ต่อมาในปี 2000 NCTM ได้แยกการใช้สัญลักษณ์และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อแนวคิด ออกเป็นการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นการสื่อสารจึงเป็นวิธีการแลกเปลี่ยนแนวคิดและการทำความเข้าใจให้กระจ่างชัดเจน

Thurber (1979: 513) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นการตั้งสถานการณ์ในกิจกรรมการเขียนหรือพูดในเรื่องประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนซึ่งจะมีผลต่อการปรับปรุงที่ดีขึ้นต่อตนเอง เมื่อนักเรียนได้ฝึกหัดเพิ่มมากขึ้น ส่งผลให้นักเรียนมีพลังในการคิดด้วยตนเอง

Kennedy and Tipps (1994: 181) กล่าวถึงการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า เป้าหมายที่สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ก็คือ ให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพราะการสื่อสารจะเป็นตัวเชื่อมโยงระหว่างข้อมูล ความรู้ และสิ่งที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และเป็นการเสนอแนวคิด แลกเปลี่ยนความรู้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2543: 286) อธิบายว่า กระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร (Communication Skill) หมายถึง การให้หรือแลกเปลี่ยนความรู้ และแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการอ่าน การฟัง การสังเกต และการตรวจสอบในรูปแบบที่ชัดเจนและมีเหตุผลโดยการพูดและการเขียน

อัมพร ม้าคนอง (2553: 56) กล่าวว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการอธิบาย ชี้แจง แสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้

จากความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว สรุปเป็นความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หมายถึง ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อความหมาย แสดงแนวคิดและนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างถูกต้องและมีขั้นตอนที่เป็นระบบ

4.2. ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ในการเรียนคณิตศาสตร์นักเรียนจะเกิดความเข้าใจเมื่อนักเรียนได้ปฏิบัติสิ่งต่างๆ ดังนี้ นำเสนอวิธีในการแก้ปัญหา อธิบายเหตุผลของตนเองต่อเพื่อน ๆ หรือต่อครู ตั้งปัญหายากๆ เป็นต้น ซึ่งการปฏิบัติสิ่งเหล่านี้ต้องใช้การสื่อสารทั้งสิ้น การสื่อสารช่วยให้นักเรียนเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ในขณะที่ยังมีอุปนิสัยกิจกรรม วาดภาพ ใช้สื่ออุปกรณ์ ช่วยในการอธิบายการคำนวณ ใช้แผนผัง เขียน และใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1989: 26,214) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า การเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์และการใช้คณิตศาสตร์ในการสื่อสารมีบทบาทสำคัญที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจภาษาของคณิตศาสตร์เป็นสะพานเชื่อมโยงสาระหรือความคิดที่ไม่เป็นทางการหรือสามัญสำนึกไปสู่ภาษาที่เป็นนามธรรมและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และยังมีบทบาท

สำคัญในการช่วยให้นักเรียนสร้างความเชื่อมโยงที่สำคัญ ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับสื่อที่เป็น วัตถุ รูปภาพ กราฟ สัญลักษณ์ต่าง ๆ คำพูดและการแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ การใช้คณิตศาสตร์ใน การสื่อสารยังช่วยให้นักเรียนมีความชัดเจนในแนวคิดและเกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งกับสิ่งที่เรียน โดยที่การ สื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการ ใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงความคิดและสามารถเข้าใจแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิด ดังที่ได้ระบุความสามารถที่ ต้องการให้เกิดขึ้นในตัวของนักเรียนเกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดังนี้

1. สามารถแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยการพูด การเขียน การสาธิต และ การแสดงให้เห็นภาพ
2. สามารถทำความเข้าใจ แปลความหมาย และประเมินแนวคิดทางคณิตศาสตร์ อธิบายความสัมพันธ์ และจำลองสถานการณ์

Mumme and Shepherd (1993: 7-11) ได้เสนอความสำคัญของการสื่อสารแนวคิดทาง คณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การสื่อสารจะช่วยส่งเสริมในการทำความเข้าใจเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ของ นักเรียน กล่าวคือ การแสดงออกทางความคิด การเข้าร่วมอภิปราย การฟังนักเรียนคนอื่น ๆ จะ ช่วย ให้นักเรียนมีความเข้าใจคณิตศาสตร์ที่ลึกซึ้ง การฟังความคิดของคนอื่นจะเป็นวิธีการที่ช่วยให้นักเรียน มีความเข้าใจคณิตศาสตร์ของคนอื่นที่มีความคิดที่แตกต่างกันในสถานการณ์เดียวกัน นักเรียนจะ สามารถสร้างความเข้าใจบนพื้นฐานของประสบการณ์ตรงและส่งเสริมการสร้างความรู้ที่ช่วยให้ นักเรียนมีความชัดเจนในสิ่งที่นักเรียนคิด

2. การสื่อสารเป็นวิธีการแลกเปลี่ยนความเข้าใจคณิตศาสตร์ซึ่งกันและกันกล่าวคือ การให้นักเรียนสื่อสารโต้ตอบกันและกัน จะทำให้เกิดการช่วยเหลือแลกเปลี่ยนความคิดเห็น เกิดจาก การเรียนรู้จากเพื่อนในกลุ่มมากกว่าเรียนจากครู เพราะในกลุ่มนักเรียนด้วยกันจะใช้ภาษาในระดับ เดียวกันย่อมพูดกันรู้เรื่องและไม่เกิดความอับอายในการซักถามเรื่องที่ตนไม่เข้าใจช่วยส่งเสริมให้ นักเรียนอธิบายให้เพื่อนฟัง เกิดความเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ลึกซึ้งมากขึ้นเพราะนักเรียนที่อธิบาย ต้องศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมก่อนที่จะมาอธิบายได้ และยังทำให้เกิดความภาคภูมิใจในตนเองที่มีส่วนร่วม ในการช่วยเหลือเพื่อน

3. การสื่อสารเป็นการเสริมสร้างให้นักเรียนเป็นนักเรียนรู้ คือ เมื่อครูเป็นผู้ตั้ง คำถามและนักเรียนเป็นผู้ตอบด้วยการพูดและเขียนในสิ่งที่นักเรียนคิด หรือนักเรียนถามตอบกันเอง จะทำให้นักเรียนเกิดความเชื่อมั่นในความสามารถทางคณิตศาสตร์ของตนเอง การให้นักเรียนรายงาน ในสิ่งที่นักเรียนคิดเป็นประเด็นที่มีความสำคัญ เพราะนักเรียนจะต้องใช้ศักยภาพและควบคุมการ เรียนรู้ของตนเองในการศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติม และในที่สุดนักเรียนจะเปลี่ยนเป็นผู้เสริมสร้างความรู้ ด้วยตนเอง

4. การสื่อสารเป็นการส่งเสริมสภาพแวดล้อมที่เหมาะสมในการเรียนรู้ คือ การพูดและการฟังในกลุ่มเพื่อนจากการเรียนรู้เป็นกลุ่มย่อยเป็นวิธีที่ปลอดภัยจากความวิตกกังวลในการแสดงความคิดเห็นใหม่ๆ เมื่อมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนๆ เป็นสิ่งที่น่าสนใจสนุกสนานทำให้นักเรียนเกิดความเต็มใจในการร่วมมือกัน

5. การสื่อสารช่วยให้ครูได้หยั่งรู้ (Insight) ในความคิดของนักเรียน คือ ครูจะเรียนรู้สิ่งที่นักเรียนรู้ โดยการฟังสิ่งที่นักเรียนอธิบายโดยกระบวนการให้เหตุผล ความสามารถในการอธิบายเป็นทักษะที่ได้จากการฝึกฝนทักษะการสื่อสารในกลุ่มเพื่อนที่มีการใช้ภาษาอย่างง่าย ๆ และเหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียน

4.3. แนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

การสื่อสารแนวความคิดของตนเองกับผู้อื่นนั้นจะต้องอาศัยการสื่อสารผ่านเทคโนโลยี เช่น คอมพิวเตอร์ ที่เป็นเครื่องมือที่ต้องอาศัยคำสั่งการทำงานจากมนุษย์อย่างเป็นระบบ มีขั้นตอนที่ชัดเจนจึงจะสามารถปฏิบัติงานได้ และจากลักษณะสำคัญประการหนึ่งคือ คณิตศาสตร์เป็นภาษาที่มีความหมาย เป็นภาษาเฉพาะ รัดกุม สามารถสื่อสารและนำมาประยุกต์กับชีวิตประจำวันและมีบทบาทในการเรียนการสอน คือ เป็นตัวเชื่อมระหว่างความคิดนามธรรมกับรูปธรรม โดยใช้รูปภาพ กราฟ สัญลักษณ์ ตัวอักษร กล่าวได้ว่าการสื่อสารช่วยให้นักเรียนมีความชัดเจนในความคิดและเกิดความเข้าใจลึกซึ้งยิ่งขึ้น (Kennedy and Tipps, 1994: 181)

นักการศึกษาหลายๆ ท่านได้กล่าวถึงแนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1989: 26) เสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า ควรเป็นกิจกรรม ที่ทำให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการดำเนินการอย่างเต็มที่ในลักษณะของการสืบค้น การสืบเสาะ การพรรณนาและการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยการอ่าน การพูดและการแสดงแนวคิด จัดการเรียนการสอนให้นักเรียนมีโอกาสปฏิสัมพันธ์ต่อกัน มีโอกาสชี้แจงแนวคิด อธิบายเหตุผล และชวนเชื่อให้บุคคลอื่นเห็นด้วยกับแนวคิดของตนทั้งการพูดและการฟัง กิจกรรมดังกล่าวจะช่วยให้นักเรียนได้สร้างความรู้ เรียนรู้ที่จะรับฟังแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ และทำให้เกิดความชัดเจนใจแนวคิดของตนเอง ดังนั้นการพูด การฟัง การอ่าน การเขียนและแสดงแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ จึงเป็นกุญแจสำคัญในการส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการสื่อสาร

Rowan and Morrow (1993: 9-11 อ้างใน สมเดช บุญประจักษ์ณ์, 2540: 46) ได้เสนอแนวทางการส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. นำเสนอสื่อรูปธรรม แล้วให้นักเรียนอธิบายถึงสิ่งที่พบ
2. ใช้เนื้อหา เรื่องราว หรืองานที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวของนักเรียน เช่นโครงการที่มีกิจกรรมสืบค้นเป็นสื่อที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารโดยตรง กิจกรรมเช่นนี้ช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวของนักเรียน ทำให้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นไปได้อย่างสมบูรณ์
3. การใช้คำถาม โดยเฉพาะคำถามปลายเปิด จะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด และแสดงการตอบสนองออกมา คำถามปลายเปิดเป็นคำถามที่ให้โอกาสนักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย และคิดอย่างสร้างสรรค์
4. ให้โอกาสนักเรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด เพื่อให้นักเรียนเห็นว่า การเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนจึงต้องเข้าใจว่าทำไมจึงต้องเขียนอธิบาย นั่นคือเป้าหมายของการเขียนต้องชัดเจน
5. ในการเรียนแบบร่วมมือและช่วยเหลือกัน เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่ม เป็นการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารโดยตรง
6. ในการชี้แนะโดยตรงและชี้แนะโดยอ้อม การตอบสนองต่อคำถามของนักเรียน การบริหารและจัดระบบชั้นเรียน เป็นการชี้แนะให้นักเรียนได้ทราบถึงสิ่งที่คาดหวังและมาตรฐานการเรียนรู้ เพื่อที่นักเรียนจะได้แสดงแนวคิดเหล่านั้นได้อย่างไม่ต้องกังวล

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย (NCTM., 2000: 60-63) ได้กำหนดมาตรฐานของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับอนุบาลถึงเกรด 12 ไว้ดังนี้

1. จัดระบบและรวบรวมเหตุผลทางความคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองผ่านการสื่อสาร
 2. สื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเชื่อมโยงกันและชัดเจนแก่เพื่อน ครู และคนอื่น ๆ
 3. วิเคราะห์และประเมินความคิดและกลวิธีทางคณิตศาสตร์ของคนอื่น ๆ
 4. ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างกระชับ
- ซึ่งพฤติกรรมปฏิบัติที่บ่งชี้ถึงการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย
1. การแปลความหมายความสัมพันธ์ของเครื่องหมายทางพีชคณิต
 2. การใช้ สถิติ ตาราง และกราฟในการสื่อสารแนวคิด และข้อมูลเพื่อการสร้างความเชื่อมั่นในการนำเสนอและวิเคราะห์การนำเสนอของคนอื่นที่มีลักษณะการนำเสนอที่ลำเอียงหรือลวงตา (deceptive)
 3. สื่อสารความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของตนเอง สาธิตขั้นตอนเป็นลำดับอย่างสมเหตุสมผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุป

สถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2544: 197-198) ได้กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาและจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดังนี้

1. กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน
2. ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นตนเอง โดยผู้สอนช่วยชี้แนะแนวทางในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอซึ่งผู้สอนจะต้องสอนให้ผู้เรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่าทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะมีวิธีแก้ปัญหายังไง รูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรอย่างไร จะใช้ภาพ ตาราง หรือกราฟใดช่วยในการสื่อสารสื่อความหมาย

กรมวิชาการ (2544: 201 อ้างใน พรรณทิพา พรหมรักษ์, 2552: 53) ได้กล่าวว่า การสื่อสารการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ เป็นการให้คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา นักเรียนต้องฝึกทักษะในการสังเกต การนำเสนอรูปภาพต่าง ๆ เพื่อสื่อความหมายและนำความรู้ทางเรขาคณิตไปอธิบายปรากฏการณ์และสิ่งแวดล้อมต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน

การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอในวิชาพีชคณิต เป็นการวิเคราะห์ สังเคราะห์เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา สามารถเขียนปัญหาในรูปแบบของ ตาราง กราฟ หรือข้อความ เพื่อสื่อสารความสัมพันธ์ของจำนวนเหล่านั้นทำให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอมีแนวทางในการดำเนินดังนี้

1. กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน
2. ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นตนเอง โดยผู้สอนช่วยชี้แนะแนวทางในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอข้อมูล
3. การฝึกทักษะ/กระบวนการนี้ต้องทำต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกชั้นตอนของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ให้นักเรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่าทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะมีวิธีแก้ปัญหายังไง รูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรอย่างไร จะใช้ภาพ ตาราง หรือกราฟใดช่วยในการสื่อสารสื่อความหมาย

จากการศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว ผู้วิจัยสรุปได้ว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ควรเน้นให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ และเปิดโอกาสให้มีการแสดงแนวคิด และอธิบายแนวคิดของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจ และควรสนับสนุนอย่างต่อเนื่อง

4.4. การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย (NCTM., 1989: 214-217) ได้ระบุว่า การประเมินผลความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ควรหาหลักฐานให้ผู้เรียนมีความสามารถ ดังนี้

1. บรรยายความคิดทางคณิตศาสตร์โดยการพูด เขียน สาดิตแสดงให้เห็นภาพได้
2. เข้าใจ แปลความหมาย และประเมินความคิดทางคณิตศาสตร์จากข้อมูลที่พบเห็นจากสิ่งที่มีการนำเสนอในรูปแบบการเขียน หรือจากสิ่งที่มีการนำเสนอในรูปแบบปากเปล่าได้
3. ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ เครื่องหมาย สัญลักษณ์ ในการนำเสนอความคิดที่แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้

ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สามารถประเมินได้จากการแสดงความหมาย และมโนทัศน์ที่ผู้เรียนพูดออกมา การประเมินควรอยู่ในรูปแบบต่าง ๆ ของการสื่อสารเช่น การสื่อสารระหว่างบุคคล และการสื่อสารระหว่างการใช้เทคโนโลยีต่าง ๆ และจากการสื่อสาร หมายถึง การแสดงออกในรูปการใช้คำศัพท์ เครื่องหมาย โครงสร้างที่แสดงออกมาถึงความเข้าใจในสิ่งนั้น และความสัมพันธ์ของสิ่งนั้นจึงสรุปได้ว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นการผสมผสานกลมกลืนระหว่างความรู้และการกระทำทางคณิตศาสตร์ (Knowing and doing mathematics)

การสื่อสารนับว่า เป็นกิจกรรมทางสังคมอย่างหนึ่ง ดังนั้นการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สามารถทำได้หลายสถานการณ์ เช่น ขณะมีกิจกรรมการเรียนการสอน ผู้สอนควรสังเกตการนำเสนอความคิดทางคณิตศาสตร์ และการแปลความทั้งการพูดและการเขียน โดยการแก้ไขให้ผู้เรียนแสดงออกอย่างชัดเจน ถูกต้อง และเหมาะสมกับ คำศัพท์และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 3 ด้าน (Kennedy and Tipps, 1994: 112) ดังนี้

1. ภาษาทางคณิตศาสตร์ (Language of Mathematics)
 - ไม่ใช่หรือใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ไม่เหมาะสม
 - ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเป็นบางครั้ง
 - ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเกือบทุกครั้ง
 - ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสม ถูกต้อง สละสลวย

2. การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Representation)

- ไม่ใช่แนวคิดทางคณิตศาสตร์
- มีการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์
- ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องและเหมาะสม
- ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเข้าใจ ชัดเจน

3. ความชัดเจนของการนำเสนอ (Clarity of Presentattion)

- การนำเสนอไม่ชัดเจน (สับสน ไม่สมบูรณ์ ขาดรายละเอียด)
- การนำเสนอมีความชัดเจนในบางส่วน
- การนำเสนอมีความชัดเจนเกือบสมบูรณ์
- การนำเสนอชัดเจนสมบูรณ์ (เป็นระบบ สมบูรณ์ มีรายละเอียดครบ)

กรมวิชาการ(2546: 121-124) ได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย ทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังแสดงในตารางที่ 2

ตารางที่3เกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย ทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของกรมวิชาการ (2546: 121-124)

ระดับคะแนน/ความหมาย	ผลการทำข้อสอบอัตนัย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
4/ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้องครบถ้วน	ใช้ ภาษา ส ัญ ลั ก ษ ณ์ ท าง คณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดง ข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอน เป็นระบบ กระชับ ชัดเจนและมี รายละเอียดสมบูรณ์
3/ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่ อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบ ถูกต้อง ครบถ้วน	ใช้ ภาษา และ ส ัญ ลั ก ษ ณ์ ท าง คณิตศาสตร์นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูล ประกอบตามลำดับขั้นตอน ได้ ถูกต้อง ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์

ระดับคะแนน/ความหมาย	ผลการทำข้อสอบอัตนัย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
2/พอใช้	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน หรือไม่แสดงวิธีทำ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน หรือการแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ	ใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์พยายามนำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบชัดเจนบางส่วน
1/ต้องปรับปรุง	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้อง หรือแสดงวิธีทำและคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง	ใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างง่าย ไม่ได้ใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตาราง และการนำเสนอไม่ชัดเจน
0/ไม่พยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์	ไม่นำเสนอ

งานวิจัยของ Suzanne (1993: 16-23 อ้างใน California State Department of education, 1989) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคทั่วไป (General Rubric) นำเสนอไว้ 5 ระดับ คือ 0 1 2 3 4 ดังแสดงในตารางที่ 3

ตารางที่ 4 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค (General Rubric)

ระบบคะแนน 4	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการด้านคณิตศาสตร์ปัญหาใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์(เครื่องหมาย)ทางคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสม ปฏิบัติตามขั้นตอนการคำนวณให้สมบูรณ์ถูกต้อง
ความรู้เกี่ยวกับกลวิธี	ใช้ข้อมูลภายนอกให้ตรงประเด็น ตามคุณสมบัติที่เป็นแบบแผน ระบุส่วนประกอบที่สำคัญทั้งหมดของปัญหาและแสดงความเข้าใจในความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบนั้น พิจารณาความเหมาะสมและวิธีที่เป็นระบบสำหรับการแก้ปัญหา แสดงหลักฐานอธิบายกระบวนการแก้ไขได้ชัดเจน และอธิบายกระบวนการได้สมบูรณ์เป็นระบบ
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	อธิบายคำตอบให้สมบูรณ์ ชัดเจน ไม่คลุมเครือ อาจมีแผนภาพประกอบที่สมบูรณ์ สื่อสารอย่างมีประสิทธิภาพ เพื่อชี้แจงผู้อ่าน (ผู้ตรวจ) แสดงความเชี่ยวชาญในการให้เหตุผลอย่างสมบูรณ์ อาจมีการยกตัวอย่างประกอบการให้เหตุผล

ระบบคะแนน 3	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการด้านคณิตศาสตร์และปัญหา เกือบสมบูรณ์ ใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทาง คณิตศาสตร์ถูกต้องเกือบทั้งหมด ปฏิบัติตามขั้นตอนการคำนวณ ส่วนมากถูกต้อง แต่อาจมีความผิดพลาดอยู่เล็กน้อย
ความรู้เกี่ยวกับกลวิธี	ใช้ข้อมูลภายนอกให้ตรงประเด็น ตามคุณสมบัติที่เป็นแบบแผน ระบุ ส่วนประกอบที่สำคัญที่สุดของปัญหาและการแสดงความเข้าใจทั่ว ๆ ไปของความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบนั้น แสดงหลักฐานอธิบาย กระบวนการแก้ไขได้ชัดเจน และอธิบายกระบวนการได้สมบูรณ์และ เป็นระบบ
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	อธิบายคำตอบให้สมบูรณ์ ชัดเจน ไม่คลุมเครือ อาจจะมีแผนภาพ ประกอบที่สมบูรณ์หรือเกือบสมบูรณ์ การสื่อสารส่วนใหญ่มี ประสิทธิภาพ เพื่อชี้แจงผู้อ่าน (ผู้ตรวจ) แสดงการสนับสนุนการให้ เหตุผลอย่างเหมาะสม แต่อาจจะมีช่องว่างเล็กน้อย
ระบบคะแนน 2	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการบางส่วนในคณิตศาสตร์ ใช้ คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์(เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์ ส่วนมากผิด การคำนวณอาจผิดพลาด
ความรู้เกี่ยวกับกลวิธี	ระบุส่วนประกอบที่สำคัญได้บ้าง แต่แสดงความเข้าใจใน ความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบนั้น แสดงหลักฐานอธิบาย กระบวนการแก้ไขได้บ้าง แต่การอธิบายกระบวนการอาจไม่สมบูรณ์ หรือบางที่ไม่เป็นระบบ
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	อธิบายคำตอบไม่ชัดเจนหรือมีสองนัย แผนภาพประกอบบกพร่อง หรือไม่ชัดเจน การสื่อสารคลุมเครือหรือตีความได้ยาก การให้เหตุผล อาจไม่สมบูรณ์หรือไม่มีหลักฐานสนับสนุน

ระบบคะแนน 1	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการในปัญหาคณิตศาสตร์ได้น้อยมาก ใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์ผิด การคำนวณผิดพลาด
ความรู้เกี่ยวกับกลวิธี	พยายามใช้ข้อมูลภายนอกที่ไม่ตรงประเด็น ระบุส่วนประกอบที่สำคัญของปัญหาผิดหรือเน้นส่วนประกอบที่ไม่สำคัญมากเกินไป แสดงหลักฐานอธิบายกระบวนการแก้ไขไม่สมบูรณ์หรือไม่เหมาะสม การอธิบายกระบวนการแก้ไขผิดพลาด หรือไม่เป็นระบบ
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	อธิบายคำตอบอาจผิดพลาดหรือเข้าใจยาก แผนภาพประกอบไม่ถูกต้องตามสถานการณ์ปัญหา หรือแผนภาพไม่ชัดเจนดี ความหมายยาก
ระบบคะแนน 0	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความไม่เข้าใจในแนวคิดและหลักการในปัญหาคณิตศาสตร์
ความรู้เกี่ยวกับกลวิธี	พยายามใช้ข้อมูลภายนอกที่ไม่ตรงประเด็น ระบุส่วนประกอบของปัญหาผิด ลอกส่วนปัญหาของโจทย์มาแต่พยายามแก้ปัญหา
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	การสื่อสารไม่มีประสิทธิภาพ คำที่ใช้ไม่เกี่ยวกับปัญหา แผนภาพประกอบผิดพลาด

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

5.1. งานวิจัยในต่างประเทศ

งานวิจัยในต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการสืบสอบ เทคนิค Think-Talk-Write ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

Scott (1977: 132-143) ได้ศึกษาบทบาทของการสอนคณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อการคิดแบบต่าง ๆ โดยใช้วิธีสอนที่มีการปรับปรุงขั้นตอนมาจากวิธีสอนแบบสืบสอบของซซ์แมนกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 6 จำนวน 79 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 39 คน และกลุ่มควบคุม 40 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01 และนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบมีความสามารถในการคิดแบบสรุปอ้างอิงสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

Raynold (1976 cited in Thomson, 2000: 478) ทำการศึกษาการพิสูจน์ทางอ้อมในวิชาเรขาคณิตเกี่ยวกับเรื่องเส้นขนานและมุมภายใน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงมัธยมศึกษาปีที่ 6 ทำการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการเขียนพิสูจน์ เรื่องเส้นขนานและมุมภายใน ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย ผลการศึกษาพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ประมาณ 14% สามารถเขียนการพิสูจน์ได้ และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ประมาณ 70% สามารถเขียนพิสูจน์ได้ และมี 12-18% จากทุกระดับชั้นสามารถพิสูจน์ได้ถึงจุดที่เกิดการขัดแย้ง (Contradiction) แต่ไม่รู้วิธีที่จะทำการพิสูจน์ต่อไปให้จบกระบวนการพิสูจน์

Ray (1979: 3220-A) ได้ทดลองเพื่อเปรียบเทียบอิทธิพลของการใช้คำถามในระดับต่ำ (Lower Level Question) กับคำถามในระดับสูง (Higher Level Question) ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลเชิงนามธรรมและการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายวิชาเคมี โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม จัดการเรียนการสอนให้เหมือนกันทั้งสองกลุ่มยกเว้นการใช้คำถามที่ต่างกัน โดยกลุ่มหนึ่งจะใช้คำถามที่เป็นคำถามระดับสูง ส่วนอีกกลุ่มเป็นคำถามระดับต่ำ ใช้เวลาทดสอบ 24 สัปดาห์ผลการวิจัยพบว่าคะแนนการให้เหตุผลเชิงนามธรรมและการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนกลุ่มที่ใช้คำถามในระดับสูง สูงกว่าคะแนนของนักเรียนกลุ่มที่ใช้คำถามในระดับต่ำที่ระดับนัยสำคัญ .01

William (1981: 1605-A) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาเปรียบเทียบทัศนคติ ผลสัมฤทธิ์ และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ระหว่างการสอนแบบสืบสอบกับการสอนแบบเดิมที่ครูเป็นศูนย์กลางในวิชาประวัติศาสตร์อเมริกา ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของกลุ่มที่สอนแบบสืบสอบสูงกว่ากลุ่มที่สอนแบบเดิมที่ครูเป็นศูนย์กลาง

Senne-Dibble (1995: 387-A) ได้ศึกษาวิเคราะห์เทคนิคการประเมินเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้วยคำพูดกับการเขียนของนักเรียนเกรด 4 โดยสุ่มนักเรียนมา 2 กลุ่ม เป็นกลุ่มอภิปราย 1 กลุ่ม เป็นกลุ่มเขียนบันทึก 1 กลุ่ม แต่ละกลุ่มได้รับการสอนเรื่องเรขาคณิตเหมือนกัน มีวัตถุประสงค์เพื่อให้เข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ โดยการพูดและการเขียน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนเกรด 4 มีความเข้าใจในการใช้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้ดี เมื่อเขาคิดเขาก็พูดได้ 84% ของนักเรียนในกลุ่มอภิปราย และ 42% ของนักเรียนในกลุ่มเขียน สามารถสื่อสารความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของตนได้เหมาะสมเมื่อนักเรียนได้รับการประเมินความสามารถในการสื่อสารความเข้าใจในคณิตศาสตร์ ปรากฏว่า 25% ของกลุ่มเขียนสื่อสารได้เข้าใจ และ 75% ของกลุ่มอภิปรายสื่อสารความเข้าใจได้ตามความคิดของตนเอง

Thomson (2000: 61-10B) ได้ศึกษาการสอนแบบสืบสอบและการใช้ตัวแทนในการสืบสอบวิชาคณิตศาสตร์ในระดับวิทยาลัย โดยศึกษาจากการสังเกตครูและนักเรียนจำนวน 2 ห้องเรียน ในขณะที่มีการเรียนการสอนวิชาแคลคูลัสสำหรับคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงประกอบกับการสังเกตจากสภาพทั่ว ๆ ไปในการดำเนินการจัดกิจกรรมของห้องเรียนและทักษะการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ทำการเก็บรวบรวมข้อมูลจากการบันทึกวีดีโอเทปและสัมภาษณ์ครู 1 คน กับนักเรียน 6 คน และศึกษาจากรายงานการทดลองของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่า จุดมุ่งหมายของครูและเวลาเรียนมีผลต่อการพัฒนาการสืบสอบ การใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ การใช้สัญลักษณ์และการใช้ภาษาของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง เมื่อมีเวลามากการดำเนินการของห้องก็จะเป็นการใช้คำถามของนักเรียนในการสืบสอบเพื่อพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ พัฒนาความเข้าใจของนักเรียน และมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์บ่อยครั้ง แต่ถ้ามีเวลาน้อยเพื่อให้ครอบคลุมเนื้อหาหัวข้อต่าง ๆ ในห้องเรียนจะดำเนินไปด้วยคำถามและวิธีการของครู มีการเชื่อมโยงวิทยาศาสตร์กับคณิตศาสตร์น้อย แต่อย่างไรก็ตามนักเรียนทั้ง 2 กลุ่มยังคงไว้ซึ่งกระบวนการสร้างมโนทัศน์เกี่ยวกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ให้สอดคล้องกับสถานการณ์ในชีวิตจริงได้

Johanning (2000: 151-160) ได้ศึกษาการวิเคราะห์การเขียน และการทำงานกลุ่มร่วมกันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาในการศึกษาในการศึกษาพีชคณิตเบื้องต้น มีการปฏิรูปโดยการส่งเสริมให้นักเรียน อ่าน เขียน อภิปรายทางคณิตศาสตร์ เช่นเดียวกับพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ การศึกษาค้นคว้าได้ให้ความสำคัญกับการเขียน ซึ่งช่วยให้นักเรียนได้คิดไปพร้อม ๆ กัน โดยพิจารณาจากผลงานของนักเรียน งานวิจัยนี้เป็นเชิงคุณภาพ เพื่อศึกษาความเข้าใจในการคิดอย่างไรกับวิธีการแก้ปัญหาที่ได้เขียนอธิบาย กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียน เกรด 7 และเกรด 8 จำนวน 48 คน โดย ดำเนินการโดยใช้การเขียนและการทำงานกลุ่ม ในการเรียนวิชาพีชคณิตเบื้องต้น ใช้ระยะเวลาในการทดลอง 1 ปี โดยแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มละ 7 คน แต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนเกรด 8 จำนวน 4 คน นักเรียนเกรด 7 จำนวน 3 คน เพื่อให้เกิดความมั่นใจมากขึ้นในการทำงานกลุ่ม โดยการแลกเปลี่ยนความคิดภายในกลุ่ม ซึ่งบรรยากาศเช่นนี้ทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการคิด และมีส่วนร่วมในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วย

Good (2004: 258-291) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบกับนักเรียนเกรด 11 และเกรด 12 ในรัฐควีนแลนด์ ประเทศออสเตรเลีย ซึ่งเป็นงานวิจัยเชิงคุณภาพ ทำการศึกษาเป็นระยะมากกว่า 2 ปี โดยวิเคราะห์พฤติกรรมของนักเรียนในห้องเรียนของการสืบสอบและจากการอัดวีดีโอเทป ผลการวิจัยพบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบเป็นวิธีการที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการหาข้อสรุปและการอ้างเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้เป็นอย่างดี

Wilhelm and Walters (2006: 793-804) ได้ศึกษาผลของการสอนโดยใช้การสืบสอบในห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ซึ่งเป็นการศึกษาเชิงคุณภาพ มีวัตถุประสงค์เพื่อต้องการให้นักศึกษาคณะศึกษาศาสตร์และวิทยาศาสตร์ได้มีประสบการณ์และตระหนักถึงคุณค่าของการเรียนรู้ในบริบทของการสืบสอบ และกระตุ้นให้นักศึกษาใช้ประโยชน์จากการสอนแบบสืบสอบในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในอนาคต กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาคณะศึกษาศาสตร์และวิทยาศาสตร์จำนวน 82 คน ผู้วิจัยดำเนินการทดลองในเรื่อง การเคลื่อนที่ของดวงจันทร์ โดยใช้วิธีการสืบสอบในการเปิดโอกาสให้นักศึกษาเป็นผู้สำรวจข้อมูล สร้างข้อความคาดการณ์ เก็บรวบรวมข้อมูล และคิดวิเคราะห์ รวมทั้งนำเสนอผลที่ได้จากการค้นพบด้วยตัวของนักศึกษาเอง โดยผู้วิจัยทำการเก็บรวบรวมข้อมูลจากการนำเสนอผลงานของนักศึกษา การอธิบายของนักศึกษา การสัมภาษณ์ การอัดวิดีโอเทป และการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบของกราฟ ซึ่งแสดงให้เห็นถึงการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ในการเชื่อมโยงความรู้จากการเรียนกับโลกของความเป็นจริง ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการสอนโดยใช้การสืบสอบ ช่วยพัฒนามโนทัศน์และการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

Cipta (2006) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ผ่านเทคนิค Think-Talk-Write ของนักเรียนระดับเกรด 8 โดยใช้บทเรียนเรื่องวงกลม ข้อมูลจากการวิจัยพบว่าความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม

Lavigne and Lajoie (2007: 630-666) ได้ศึกษาการจัดกิจกรรมโดยใช้กระบวนการสืบสอบเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางสถิติของนักเรียนเกรด 7 ซึ่งกระบวนการสืบสอบที่ใช้แบ่งเป็น 4 ขั้นตอนตั้งคำถาม ขั้นเก็บรวบรวมข้อมูล ขั้นวิเคราะห์ข้อมูล และขั้นนำเสนอข้อมูล กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 6 คน ซึ่งแบ่งเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มละ 3 คน โดยผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ลักษณะของการให้เหตุผลทางสถิติของนักเรียนผ่านการอัดวิดีโอ แล้วให้ผู้ประเมินจำนวน 2 คน ทำการถอดเทป แล้ววิเคราะห์พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกระหว่างการอภิปรายของกลุ่มในทุกๆ ขั้นตอนของการสืบสอบ ผลการวิจัยพบว่า หลังจากจัดกิจกรรมผ่านกระบวนการสืบสอบ นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางสถิติสูงขึ้น และนักเรียนสามารถให้เหตุผลทางสถิติได้สูงสุดในขั้นตอนของการวิเคราะห์ข้อมูลและการนำเสนอข้อมูล

Staples (2007: 161-217) ศึกษาเกี่ยวกับผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบกับนักเรียน เกรด 9 ในรัฐคอนเนตทิคัต ประเทศสหรัฐอเมริกา ซึ่งได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบผ่านการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นของนักเรียนจำนวน 20 คนเป็นเวลา 12 สัปดาห์ และทำการเก็บรวบรวมข้อมูลจากเอกสารตัวอย่างงานของ

นักเรียน การสัมภาษณ์ครูและนักเรียน และอัดวิดีโอเทปเพื่อศึกษาพฤติกรรมของนักเรียนในห้องเรียนของการสืบสอบ ผลการวิจัยพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบเป็นวิธีการที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจโน้ตศนทางคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้น

Brown , Wilson and Fitzallen (2007: 1-12) ได้ทำการศึกษาผลการใช้แนวการสอนแบบสืบสอบที่มีต่อการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในรัฐเทสมาเนีย ประเทศออสเตรเลีย ผ่านการใช้ชุดการสอนแบบสืบสอบ 5 ชุด ผลการวิจัยพบว่า แนวการสอนแบบสืบสอบของครูมีประสิทธิภาพในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

Untarti Reni (2010) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ในการเรียนเพื่อปรับปรุงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 9 พบว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม

5.2. งานวิจัยในประเทศ

งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับการสืบสอบ เทคนิค Think-Talk-Write ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

กมลทิพย์ ต่อติด (2544) ได้ศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการคิดเชิงเหตุผลและความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการฝึกกระบวนการสืบสอบกับการสอนปกติ กลุ่มตัวอย่างจำนวน 84 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 42 คน และกลุ่มควบคุม 42 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดเชิงเหตุผล และความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

โสมรศม์ ดาหลาย (2551) ได้ศึกษาผลของการพัฒนานโน้ตศนโดยใช้กระบวนการสืบสอบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนานโน้ตศนโดยใช้กระบวนการสืบสอบกับการสอนแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างจำนวน 79 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 41 คน และกลุ่มควบคุม 38 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 338) ได้ออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งศึกษาความสามารถของนักเรียน 3 ประการ คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือและกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนโรงเรียน

นารายณ์และดงตาลวิทยา จังหวัดลพบุรี จำนวน 154 คนแบ่งเป็น กลุ่มทดลอง 75 คน กลุ่มควบคุม 79 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ระดับนัยสำคัญ .01

กิตติศักดิ์ แก้งทอง (2547) ศึกษาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยม โดยแบ่งระดับการให้เหตุผลเป็น 4 ระดับ พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงและปานกลางความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 4 มากที่สุด ส่วนนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำความสามารถในการให้เหตุผลอยู่ระดับ 3 มากที่สุด และให้เหตุผลแตกต่างกันในแต่ละระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ส่วนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ทุกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ระดับ 3 มากที่สุด และให้เหตุผลแตกต่างกันในแต่ละระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน นักเรียนที่มีตั้งของโรงเรียนต่างกันจะมีระดับการให้เหตุผลแตกต่างกัน

เทพสุดา เกตุทอง (2551: 111-119) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน จังหวัดลพบุรี พบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เสาวรัตน์ รามแก้ว (2552: 154) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลสูงกว่ากลุ่มที่ได้ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องข้างต้นพบว่า มีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และให้เทคนิค Think-Talk-Write เพื่อพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการส่งเสริมให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

ในการดำเนินการวิจัยเรื่อง ผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการศึกษาวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi - Experimental Research) ผู้วิจัยมีวิธีการดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. ออกแบบการวิจัย
3. กำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. พัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
5. ดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
6. วิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. ศึกษางานวิจัย ตำรา เอกสาร และข้อมูลจากอินเทอร์เน็ตที่เกี่ยวข้องทั้งในและต่างประเทศ เกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบ เทคนิค Think-Talk-Write ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
2. ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ตามคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กระทรวงศึกษาธิการ ช่วงชั้นที่ 4 เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันเป็นแนวทางในการจัดทำแผนการจัดการจัดการเรียนรู้อ
3. ศึกษางานวิจัย ตำรา เอกสาร และข้อมูลจากอินเทอร์เน็ตที่เกี่ยวข้องทั้งในและต่างประเทศ เกี่ยวกับหลักการวัดและประเมินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง สามารถสรุปกรอบแนวคิดการวิจัยได้ดังนี้

กิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนเป็นผู้ค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเองโดยครูผู้สอนเป็นผู้ตั้งคำถามเป็นสื่อให้นักเรียนเกิดความคิด สืบค้นรวบรวมข้อมูลมาอธิบาย หาเหตุผลและสร้างข้อสรุปด้วยตนเอง ประกอบไปด้วย 5 ขั้นตอนได้แก่

1. ขั้นสร้างความสนใจ (engagement)
2. ขั้นสำรวจและค้นหา (exploration)
3. ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (explanation)
4. ขั้นขยายความรู้ (elaboration)
5. ขั้นประเมิน (evaluation)

เทคนิค Think-Talk-Write

เทคนิคที่เน้นทักษะการคิด พูด เขียน โดยคิดในประเด็นที่สงสัยหรือต้องการหาคำตอบ พูดแลกเปลี่ยนอภิปรายความคิด และเขียนข้อสรุปจากการอภิปราย ประกอบไปด้วย 3 ขั้นตอน ได้แก่

1. ขั้นตอนการคิด (Think)
2. ขั้นตอนการพูด (Talk)
3. ขั้นตอนการเขียน (Write)

การใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ให้นักเรียนเป็นผู้หาความรู้ด้วยตนเอง โดยครูผู้สอนส่งเสริมการเรียนรู้ มีการจัดสถานการณ์ที่ก่อให้เกิดความน่าสนใจ ทำให้นักเรียนเกิดความสงสัย สำรวจ ค้นหา ทำความเข้าใจ เพื่อที่จะสามารถอธิบายและลงข้อสรุปตลอดจนนำไปขยายความรู้กับเรื่องอื่นๆ ซึ่งในการจัดกิจกรรมครูจะกระตุ้นให้นักเรียนคิดและอภิปรายร่วมกันเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็น จนนักเรียนสามารถเขียนข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง โดยมีลำดับขั้นตอนการจัดกิจกรรมดังนี้

1. ขั้นสร้างความสนใจ (engagement) กระตุ้นให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับประเด็นที่กำหนด (Think) ให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นของตนเอง (Talk) และเขียนประเด็นที่จะศึกษา (Write)
2. ขั้นสำรวจและค้นหา (exploration) นักเรียนร่วมกันคิดและทำความเข้าใจ (Think) และมีการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดภายในกลุ่ม (Talk) จากนั้นให้นักเรียนเขียนข้อสรุปของกลุ่มตนเองที่ได้จากการอภิปรายร่วมกัน (Write)
3. ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (explanation) นักเรียนคิดวิเคราะห์ถึงข้อสรุป (Think) จากนั้นครูและนักเรียนอภิปรายร่วมกันเพื่อหาข้อสรุปของประเด็นที่กำลังศึกษา (Talk) และให้นักเรียนเขียนสรุปประเด็นที่ศึกษาโดยครูสำรวจความถูกต้อง (Write)
4. ขั้นขยายความรู้ (elaboration) นักเรียนคิดเชื่อมโยงความรู้ที่ได้จากการสรุปมาใช้กับสถานการณ์อื่น (Think) ให้นักเรียนอธิบายถึงการนำข้อสรุปที่ได้ไปใช้กับสถานการณ์อื่น (Talk) และเขียนข้อสรุปที่ได้จากการอภิปรายร่วมกัน (Write)
5. ขั้นประเมิน (evaluation) ครูครูจัดกิจกรรมการประเมินเพื่อให้นักเรียนได้คิด (Think) พูด (Talk) และเขียน (Write) เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของความรู้ที่ได้

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ภาพที่ 3 กรอบแนวคิดการวิจัย

การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi Experimental Research) ซึ่งประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม

ตารางที่ 5 แบบแผนการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	การทดสอบก่อนการทดลอง	การทดลอง	การทดสอบหลังการทดลอง
E	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	X	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
C	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	~X	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการวิจัย

E	แทน	กลุ่มทดลอง
C	แทน	กลุ่มควบคุม
X	แทน	ใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบสืบสอบ
~X	แทน	การเรียนรู้แบบปกติ

การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาเอกชน กระทรวงศึกษาธิการ กรุงเทพมหานคร

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนราชินีบน สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาเอกชน กรุงเทพมหานคร กระทรวงศึกษาธิการ จากการสำรวจพบว่าในปีการศึกษา 2555 โรงเรียนราชินีบนมีนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 7 ห้องเรียนรวมทั้งสิ้น 291 คน โดยผู้วิจัยเลือกนักเรียนจำนวน 2 ห้องเรียน

ผู้วิจัยจัดนักเรียนเข้ากลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมตามขั้นตอนดังนี้

1. ผู้วิจัยนำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{X}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s)

2. ห้อง ม.4/1 มีจำนวนนักเรียน 40 คน ค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 80.63 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.12 คะแนน ห้อง ม.4/2 จำนวนนักเรียน 40 คน ค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 79.43 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.54 คะแนน นำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานมาทดสอบความแตกต่างของความแปรปรวนด้วยค่าเอฟ(F-test) พบว่าความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตด้วยค่าที (t-test) พบว่าค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนทั้งสองห้องก่อนการทดลองไม่แตกต่างกัน (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ค หน้า 121)

3. ทำการจับสลากเพื่อเลือกกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมผลปรากฏว่านักเรียนห้อง ม.4/1 เป็นกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบและนักเรียนห้อง ม.4/2 เป็นกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย แบ่งเป็น 2 ชนิดคือ

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย

1.1. แผนการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ

1.2. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

2.1. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน เรื่อง จำนวนจริง

2.2. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

2.3. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน เรื่อง จำนวนจริง

2.4. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

ซึ่งมีรายละเอียดและวิธีการสร้างดังต่อไปนี้

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แผนการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติที่ครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน จำนวน 16 ชั่วโมงโดยมีรายละเอียดการสร้างดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีและผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบและเทคนิค Think-Talk-Write

ขั้นตอนที่ 2 ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ตามคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กระทรวงศึกษาธิการโดยมีกรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ดังนี้

ตารางที่ 6 กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง (การใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ)	กลุ่มควบคุม (การเรียนแบบปกติ)
<p>1. ขั้นสร้างความสนใจ (engagement) ครู นำเข้าสู่บทเรียนกำหนดประเด็นที่จะศึกษาโดยจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์เกี่ยวกับเนื้อหาเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เพื่อกระตุ้น ยั่ว หรือ ทำทนายให้นักเรียนเกิดความตื่นเต้น สงสัย ใครรู้ อายากรู้อยากเห็น ครูใช้เทคนิค Think-Talk-Write โดยกำหนดประเด็นที่จะศึกษา กระตุ้นให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับประเด็นที่กำหนด (Think) ให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นของตนเอง (Talk) และเขียนประเด็นที่จะศึกษา (Write)</p> <p>2. ขั้นสำรวจและค้นหา (exploration) นักเรียนสำรวจและค้นหาเพื่อให้ได้ข้อมูล โดยวิธีการสำรวจและค้นหาอาจมีได้หลายวิธีเช่น การหาความเหมือน-ความต่าง การจัดประเภท ทำการทดลอง ครูใช้เทคนิค Think-Talk-Write โดยให้นักเรียนร่วมกันคิดและทำความเข้าใจ (Think)</p>	<p>1. ขั้นนำ ครูและนักเรียนช่วยกันทบทวนพื้นฐานความรู้ที่จำเป็นต้องใช้ในการเรียนหรือจัดสถานการณ์ หรือกล่าวถึงสถานการณ์ หรือ ยกตัวอย่างเรื่องต่างๆที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่เรียน เพื่อนำเข้าสู่บทเรียน</p> <p>2. ขั้นสอน ครูดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวการจัดการเรียนรู้ตามคำแนะนำในคู่มือครูรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ของสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูควรให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง และมีการอภิปรายร่วมกันภายในกลุ่มเพื่อให้ นักเรียนได้หาข้อสรุปร่วมกัน - ครูยกสถานการณ์เพิ่มเติม หรืออาจ

<p>กลุ่มทดลอง</p> <p>(การใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ)</p>	<p>กลุ่มควบคุม</p> <p>(การเรียนรู้แบบปกติ)</p>
<p>และมีการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดภายในกลุ่ม (Talk) จากนั้นให้นักเรียนเขียนข้อสรุปของกลุ่มตนเองที่ได้จากการอภิปรายร่วมกัน (Write)</p> <p>3. ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (explanation) ครูและนักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากการสำรวจและค้นหาวิเคราะห์ แผลผล สรุปและอภิปรายร่วมกัน ครูใช้เทคนิค Think-Talk-Write โดยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันคิดวิเคราะห์ถึงข้อสรุประหว่างของกลุ่มตนเองและกลุ่มอื่น (Think) จากนั้นครูและนักเรียนอภิปรายร่วมกันเพื่อหาข้อสรุปของประเด็นที่กำลังศึกษาพร้อมทั้งครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้ได้ข้อสรุปที่สมบูรณ์ (Talk) และให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเขียนสรุปประเด็นที่ศึกษาโดยครูสำรวจความถูกต้อง (Write)</p> <p>4. ขั้นขยายความรู้ (elaboration) เป็นการนำความรู้หรือข้อสรุปที่ได้ไปอธิบายสถานการณ์หรือเหตุการณ์อื่นๆ ประยุกต์ความรู้ที่ได้ไปใช้ในเรื่องอื่นหรือสถานการณ์อื่น ทำให้เกิดความรู้ที่กว้างขึ้น ครูใช้เทคนิค Think-Talk-Write โดยครูให้นักเรียนคิดเชื่อมโยงความรู้ที่ได้จากการสรุปมาใช้กับสถานการณ์อื่น (Think) ให้นักเรียนร่วมกันอธิบายถึงการนำข้อสรุปที่ได้ไปใช้กับสถานการณ์อื่น (Talk) และเขียนข้อสรุปที่ได้จากการอภิปรายร่วมกัน (Write)</p> <p>5. ขั้นประเมิน (evaluation) เป็นการประเมินการเรียนรู้ด้วยกระบวนการต่างๆว่านักเรียนมีความรู้อะไรบ้าง อย่างไร มากน้อยเพียงใด ครูใช้เทคนิค Think-Talk-Write โดยครูจัดกิจกรรมการประเมินเพื่อให้นักเรียนได้คิด (Think) พูด (Talk) และเขียน (Write) เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของความรู้ที่ได้</p>	<p>ให้นักเรียนยกสถานการณ์แล้วอภิปรายร่วมกัน</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูใช้การสาธิตหรือการถามตอบประกอบการอธิบายเพื่อให้นักเรียนได้เห็นความสำคัญของสิ่งที่เรียนรู้ - ครูเชื่อมโยงความรู้ในสิ่งที่เรียนกับสิ่งที่นักเรียนพบเห็นในชีวิตจริง - ครูใช้การถามนำเพื่อกระตุ้นความคิดให้นักเรียน จากนั้นครูสุ่มนักเรียนบางคนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยครูและเพื่อนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง - ครูให้นักเรียนที่มีวิธีหาคำตอบที่ต่างจากเพื่อนออกมานำเสนอเพื่อแสดงวิธีของตนเอง - ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมเพื่อเสริมทักษะ - ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยโดยคำนึงถึงนักเรียนเป็นสำคัญ ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรม ครูมีหน้าที่วางแผนการจัดกิจกรรมที่เหมาะสมกระตุ้นให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม ส่งเสริมความคิดและอำนวยความสะดวกให้นักเรียนได้พัฒนาตนเองอย่างเต็มความสามารถ ดังนี้ ครูนำเสนอประเด็นแล้วใช้การอธิบาย ถามตอบเพื่อให้นักเรียนเข้าใจ และสามารถคิดวิธีในการหาคำตอบ พร้อมทั้งสามารถเขียนตอบได้อย่างถูกต้อง ครบถ้วน <p>3. ขั้นสรุป ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อหาข้อสรุปจากความรู้ที่ได้</p>

ขั้นตอนที่ 3 เขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ครอบคลุมเนื้อหาเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน จำนวน 16 แผน 16 ชั่วโมง โดยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละแผนระบุรายละเอียดหัวข้อเรื่อง สารการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง สำคัญ สื่อการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล การเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนการสอน คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มทดลอง แบ่งเป็น 5 ขั้นตอน คือ ขั้นสร้างความสนใจขั้นสำรวจและค้นหาขั้นอธิบายและลงข้อสรุปขั้นขยายความรู้และขั้นประเมิน กิจกรรมการเรียนการสอนสำหรับกลุ่มควบคุมแบ่งเป็น 3 ขั้นตอน คือ ขั้นนำขั้นสอน และขั้นสรุป

ขั้นตอนที่ 4 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหาและให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข

ขั้นตอนที่ 5 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มตัวอย่างโดยกลุ่มทดลองใช้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ ส่วนกลุ่มควบคุมใช้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ง หน้า 124) ดังนี้

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1	คู่อันดับและผลคูณคาร์ทีเซียน
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2-3	ความสัมพันธ์
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4-5	โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6-7	กราฟของความสัมพันธ์
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 8	อินเวอร์สของความสัมพันธ์
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9-11	ฟังก์ชัน
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 12-13	สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน การหาโดเมน เรนจ์ของฟังก์ชัน
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 14-16	ชนิดของฟังก์ชัน

2. เครื่องมือที่ใช้ในเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบไปด้วย แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยมีรายละเอียดการสร้างแต่ละแบบวัดดังต่อไปนี้

2.1. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน เรื่อง จำนวนจริงและฉบับหลังเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันทั้งสองฉบับเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย ฉบับละ 8 ข้อ ซึ่งแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีทั้งหมด 2 ตอน ประกอบด้วย

ตอนที่ 1 ความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัย จำนวน 4 ข้อ

ตอนที่ 2 ความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัย จำนวน 4 ข้อ

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ศึกษาเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัด

ขั้นตอนที่ 2 สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน และฉบับหลังเรียนฉบับละ 16 ข้อ ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย โดยแบ่งเป็น 2 ตอน ดังนี้ ตอนที่ 1 ความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยฉบับละ 8 ข้อ ตอนที่ 2 ความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัยฉบับละ 8 ข้อ โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนนดังนี้

ตารางที่ 7 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านอุปนัย

1.การวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของแนวคิด	
ระดับคะแนน	คำอธิบาย
2	มีการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของแนวคิดได้ถูกต้องครบถ้วน
1	มีการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของแนวคิดได้ถูกต้องเป็นบางส่วน
0	ไม่สามารถแสดงความสัมพันธ์ของแนวคิด หรือไม่เขียนตอบ
2.การแสดงข้อสรุปของข้อมูล	
ระดับคะแนน	คำอธิบาย
1	แสดงข้อสรุปของข้อมูลได้อย่างสมเหตุสมผล
0	แสดงข้อสรุปของข้อมูลได้แต่ไม่สมเหตุสมผล หรือไม่แสดงข้อสรุปของข้อมูล

ตารางที่ 8 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านนิรนัย

1.การยืนยันหรือคัดค้าน	
ระดับคะแนน	คำอธิบาย
1	ยืนยันหรือคัดค้านข้อความได้ถูกต้อง
0	ยืนยันหรือคัดค้านข้อความไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการยืนยันหรือคัดค้านข้อความ
2.การอธิบายเหตุผลโดยใช้กฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์	
ระดับคะแนน	คำอธิบาย
2	อธิบายเหตุผลโดยใช้กฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องครบถ้วน
1	อธิบายเหตุผลโดยใช้กฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน
0	อธิบายเหตุผลโดยใช้กฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการอธิบายเหตุผลโดยใช้กฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 3 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนเสนออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบพิจารณาความเหมาะสม ให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข หลังจากนั้นนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 3 ท่าน (รายนามผู้ทรงคุณวุฒิแสดงในภาคผนวก ก หน้า 112) เพื่อตรวจสอบให้ข้อเสนอแนะ และนำมาปรับปรุงแก้ไข ซึ่งผู้ทรงคุณวุฒิมีความเห็นว่าแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรมีการแก้ไขด้านต่างๆ เช่น

จากสมบัติปิดการบวกของจำนวนจริง ที่ว่า ให้ a และ b แทนจำนวนจริงใดๆ ผลบวกของ a และ b เขียนแทนด้วย $a + b$ เป็นจำนวนจริง

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

”ถ้า $x - \sqrt{3}$ เป็นจำนวนจริงแล้ว x เป็นจำนวนจริง”

- 1.ข้อความข้างต้นเป็นจริงหรือไม่
 - 2.จงอธิบายเหตุผลของคำตอบในข้อ 1 โดยใช้สมบัติของจำนวนจริง
- แก้ไขใหม่เป็น

จากสมบัติปิดการบวกของจำนวนจริง ที่ว่า ให้ a และ b แทนจำนวนจริงใดๆ ผลบวกของ a และ b เขียนแทนด้วย $a + b$ เป็นจำนวนจริง

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

”ถ้า $x - \sqrt{3}$ เป็นจำนวนจริงแล้ว x เป็นจำนวนจริง”

- 1.ข้อความข้างต้นเป็นจริงหรือไม่
- 2.จงอธิบายเหตุผลของคำตอบในข้อ 1 โดยใช้สมบัติปิดการบวกของจำนวนจริง

สมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัวและ $a \neq 0$

จะมีคำตอบเป็นจำนวนจริง 2 คำตอบถ้า $b^2 - 4ac > 0$

จะมีคำตอบเป็นจำนวนจริง 1 คำตอบถ้า $b^2 - 4ac = 0$

จะไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง ถ้า $b^2 - 4ac < 0$

1. จากข้อความข้างต้นเราจะกล่าวว่า $2x^2 - 6x + 9 = 0$ มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริงได้หรือไม่

2. จงอธิบายเหตุผลของคำตอบในข้อ 1 ว่าเพราะเหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น

แก้ไขใหม่เป็น

สมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัวและ $a \neq 0$ จะได้

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

จะมีคำตอบเป็นจำนวนจริง 2 คำตอบถ้า $b^2 - 4ac > 0$

จะมีคำตอบเป็นจำนวนจริง 1 คำตอบถ้า $b^2 - 4ac = 0$

จะไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง ถ้า $b^2 - 4ac < 0$

1. จากข้อความข้างต้นเราจะกล่าวว่า $2x^2 - 6x + 9 = 0$ มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริงได้หรือไม่

2. จงอธิบายเหตุผลของคำตอบในข้อ 1 ว่าเพราะเหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น

ขั้นตอนที่ 4 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วจากขั้นตอนที่ 3 นำไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างแล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด

ขั้นตอนที่ 5 นำคะแนนที่ได้จากขั้นตอนที่ 4 มาวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดหาค่าความเที่ยงของแบบวัดโดยใช้ สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) โดยมีเกณฑ์ค่าความเที่ยง ตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป แล้วนำมาหาค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.20-0.80 และค่า อำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.2 ขึ้นไป หากแบบวัดดังกล่าวไม่ได้ตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ต้องนำมาปรับปรุงแก้ไขซึ่งผู้วิจัยเลือกข้อสอบที่มีผลการวิเคราะห์อยู่ในเกณฑ์ที่กำหนดตอนที่ 1 ฉบับละ 4 ข้อ และตอนที่ 2 ฉบับละ 4 ข้อ ซึ่งได้คุณภาพของแบบวัดดังนี้

แบบทดสอบฉบับก่อนเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.68 ค่าความยาก 0.57 – 0.78 ค่าอำนาจจำแนก 0.23 – 0.67 แบบทดสอบฉบับหลังเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.71 ค่าความยาก 0.51 – 0.72 ค่าอำนาจจำแนก 0.34 – 0.56 (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก จ หน้า 155)

ขั้นตอนที่ 6 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม (ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แสดงในภาคผนวก จ หน้า 141)

คุณภาพของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถแสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 9 แสดงคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ฉบับ	ค่าความเที่ยงเป็น	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก
ก่อนเรียน	0.68	0.57 – 0.78	0.23 – 0.67
หลังเรียน	0.71	0.51 – 0.72	0.34 – 0.56

2.2 แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน เรื่อง จำนวนจริง และฉบับหลังเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันทั้งสองฉบับเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย ฉบับละ 6 ข้อ

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ศึกษาเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัด

ขั้นตอนที่ 2 สร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน และฉบับหลังเรียนฉบับละ 8 ข้อ ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยโดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนนดังนี้

ตารางที่ 10 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1.การใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์	
ระดับคะแนน	คำอธิบาย
2	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้ถูกต้องทั้งหมด
1	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้ถูกต้องเป็นบางส่วน
0	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายไม่ถูกต้องหรือไม่มีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย

2.การแสดงผลแนวความคิดทางคณิตศาสตร์	
ระดับคะแนน	คำอธิบาย
2	เขียนอธิบายวิธีคิด โดยอาศัยความรู้และหลักการประกอบแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องทั้งหมด
1	เขียนอธิบายวิธีคิด โดยอาศัยความรู้และหลักการประกอบแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเป็นบางส่วน
0	เขียนอธิบายวิธีคิด โดยอาศัยความรู้และหลักการประกอบแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้องหรือไม่มีการเขียนอธิบายวิธีคิด โดยอาศัยความรู้และหลักการประกอบแนวความคิดทางคณิตศาสตร์
3.การนำเสนอทางคณิตศาสตร์	
ระดับคะแนน	คำอธิบาย
2	นำเสนออย่างมีขั้นตอนที่เป็นระบบได้ถูกต้องทั้งหมด
1	นำเสนออย่างมีขั้นตอนที่เป็นระบบได้ถูกต้องเป็นบางส่วน
0	-นำเสนออย่างมีขั้นตอนที่เป็นระบบแต่ไม่ถูกต้อง -นำเสนอไม่เป็นขั้นตอนที่เป็นระบบ -ไม่มีการนำเสนอ

ขั้นตอนที่ 3 นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนเสนออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความเหมาะสม ให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข หลังจากนั้นนำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 3 ท่าน (รายนามผู้ทรงคุณวุฒิแสดงในภาคผนวก ก หน้า 112) เพื่อตรวจสอบให้ข้อเสนอแนะ และนำมาปรับปรุงแก้ไข ซึ่งผู้ทรงคุณวุฒิมีความเห็นว่าแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ควรมีการแก้ไขด้านต่างๆ เช่น

“เส้นตรงเส้นหนึ่งมีความยาว 10 นิ้ว แบ่งเป็น 2 ส่วน แล้วสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนส่วนแบ่งทั้งสอง ถ้าผลบวกของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเท่ากับ 68 ตารางนิ้ว พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่เท่ากับกี่ตารางนิ้ว” จากข้อมูลที่กำหนดให้จงปฏิบัติกิจกรรมและตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงกำหนดตัวแปรแทนความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็ก และเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์จากสิ่งที่โจทย์กำหนด

2. จงหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดและแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน

แก้ไขใหม่เป็น

“แบ่งเส้นตรงที่มีความยาว 10 นิ้ว ออกเป็น 2 ส่วนแล้วสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนส่วนแบ่งทั้งสอง ถ้าผลบวกของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งสองเท่ากับ 68 ตารางนิ้ว พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่เท่ากับกี่ตารางนิ้ว” จากข้อมูลที่กำหนดให้จงปฏิบัติกิจกรรมและตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงกำหนดตัวแปรแทนความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็ก และเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์จากสิ่งที่โจทย์กำหนด

2. จงหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดและแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน

“รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มีเส้นรอบรูปยาว 44 เซนติเมตรจงเขียนฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่และด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปนี้ และหาพื้นที่ที่มากที่สุดของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปนี้” จากข้อมูลที่กำหนดให้จงปฏิบัติกิจกรรมและตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงกำหนดตัวแปรแทนความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมพร้อมทั้ง เขียนฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่และด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากนี้

2. จงหาความยาวด้านกว้างที่ทำให้รูปสี่เหลี่ยมมีพื้นที่มากที่สุด พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดและวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน

แก้ไขใหม่เป็น

“รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มีเส้นรอบรูปยาว 44 เซนติเมตรจงเขียนฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่และด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปนี้ และหาพื้นที่ที่มากที่สุดของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปนี้” จากข้อมูลที่กำหนดให้จงปฏิบัติกิจกรรมและตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงกำหนดตัวแปรแทนความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมพร้อมทั้ง เขียนฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่และด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากนี้

2. จงหาพื้นที่ที่มากที่สุดของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากพร้อมทั้งอธิบายแนวคิดและวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน

ขั้นตอนที่ 4 นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้ว จากขั้นตอนที่ 3 นำไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง แล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด

ขั้นตอนที่ 5 นำคะแนนที่ได้จากขั้นตอนที่ 4 มาวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัด หาค่าความเที่ยงของแบบวัดโดยใช้ สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) โดยมีเกณฑ์ค่าความเที่ยง ตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป แล้วนำมาหาค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.20-0.80 และค่า อำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.2 ขึ้นไป หากแบบวัดดังกล่าวไม่ได้ตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ต้องนำมาปรับปรุงแก้ไขซึ่งผู้วิจัยเลือกข้อสอบที่มีผลการวิเคราะห์อยู่ในเกณฑ์ที่กำหนด ฉบับละ 6 ข้อ ซึ่งได้คุณภาพของแบบวัดดังนี้

แบบทดสอบฉบับก่อนเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.77 ค่าความยาก 0.61 – 0.77 ค่าอำนาจจำแนก 0.33 – 0.52 แบบทดสอบฉบับหลังเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.69 ค่าความยาก 0.55 – 0.72 ค่าอำนาจจำแนก 0.37 – 0.60 (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก จ หน้า 156)

ขั้นตอนที่ 6 นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม (ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์แสดงในภาคผนวก จ หน้า 149)

คุณภาพของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สามารถแสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 11 แสดงคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ฉบับ	ค่าความเที่ยงเป็น	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก
ก่อนเรียน	0.77	0.61 – 0.77	0.33 – 0.52
หลังเรียน	0.69	0.55 – 0.72	0.37 – 0.60

การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วยตนเอง ดังนี้

1. ขั้นเตรียมการ

1.1. สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบสำหรับกลุ่มทดลอง

1.2. จัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม

1.3. ส่งหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนราชินีบน

2. ขั้นตอนการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

2.1. ให้นักเรียนทั้งสองกลุ่มทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ก่อนเรียนซึ่งห้อง ม.4/1 และ ม.4/2 มีค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 18.43 และ 17.70 คะแนน ตามลำดับ นำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนมาทดสอบความแตกต่างของความแปรปรวนด้วยค่าเอฟ (F-test) พบว่าความแปรปรวนของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตด้วยค่าที (t-test) พบว่าค่ามัชฌิมเลขคณิตของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้งสองห้องก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ค หน้า 121)

2.2. ให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งห้อง ม.4/1 และ ม.4/2 มีค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 21.90 และ 23.68 คะแนน ตามลำดับ นำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนมาทดสอบความแตกต่างของความแปรปรวนด้วยค่าเอฟ (F-test) พบว่าความแปรปรวนของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตด้วยค่าที (t-test) พบว่าค่ามัชฌิมเลขคณิตของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่าความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้งสองห้องก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ค หน้า 122)

2.3. ดำเนินการสอนนักเรียนทั้งสองกลุ่ม โดยกลุ่มทดลองสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบและกลุ่มควบคุมสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติในระหว่างสอน ผู้วิจัยทำการเก็บร่องรอยการทำงานของนักเรียนจากใบกิจกรรมและแบบฝึกหัด เพื่อนำข้อมูลมาวิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผล และสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2.4. หลังสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แล้ว ให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียน แล้วนำคะแนนจากแบบทดสอบมาวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล

นำคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน มาคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แล้ววิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Sciences: SPSS for Window) โดยมีกระบวนการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. เปรียบเทียบค่ามัชฌิมเลขคณิตของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยการทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test)

2. เปรียบเทียบค่ามัชฌิมเลขคณิตของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองก่อนเรียนและหลังเรียนโดยการทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test)

3. เปรียบเทียบค่ามัชฌิมเลขคณิตของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยการทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test)

4. เปรียบเทียบค่ามัชฌิมเลขคณิตของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองก่อนเรียนและหลังเรียนโดยการทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test)

สถิติที่ใช้ในการวิจัย

สถิติที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วยสถิติที่ใช้ในการหาค่าคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. สถิติที่ใช้ในการคำนวณหาคุณภาพของแบบวัด

สถิติที่ใช้ในการคำนวณหาคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ใช้สูตรดังนี้

1.1. หาความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ดังนี้

$$\alpha = \left(\frac{k}{k-1} \right) \left(1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right)$$

เมื่อ	α	แทน	ค่าความเที่ยงของแบบวัด
	k	แทน	จำนวนข้อในแบบวัด
	S_i^2	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ
	S_t^2	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

(พร้อมพรรณ อุตมสิน, 2544: 128)

1.2. หาค่าความยาก (ρ) ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรของวิทเนย์และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ดังนี้

$$\rho = \frac{S_h + S_l - (n_t)(X_{\min})}{(n_t)(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	ρ	แทน	ค่าความยาก
	S_h	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง
	S_l	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ
	X_{\max}	แทน	คะแนนสูงสุดที่ได้
	X_{\min}	แทน	คะแนนต่ำสุดที่ได้
	n_t	แทน	จำนวนคนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

(พร้อมพรรณ อุตมสิน, 2544: 147)

1.3. หาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรของวิทเนย์และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ดังนี้

$$r = \frac{S_h - S_l}{(n_h)(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	r	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	S_h	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง
	S_l	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ
	X_{\max}	แทน	คะแนนสูงสุดที่ได้
	X_{\min}	แทน	คะแนนต่ำสุดที่ได้
	n_h	แทน	จำนวนคนในกลุ่มสูง

(พร้อมพรรณ อุตมสิน, 2544: 147)

2. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

วิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที (t-test) โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for Social Science : SPSS) ในการวิเคราะห์ข้อมูล

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัย เรื่อง ผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 2 ตอนดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคThink-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน แสดงผลดังตารางที่ 12

2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคThink-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบกับกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ แสดงผลดังตารางที่ 13

3. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคThink-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน แสดงผลดังตารางที่ 14

4. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคThink-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบกับกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ แสดงผลดังตารางที่ 15

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

1. ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน
2. ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับครู
3. ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับนักเรียน
4. พัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผล และสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

ตารางที่ 12 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต(\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ และค่าที (t-test independent) (คะแนนเต็ม 24 คะแนน)

กลุ่มทดลอง	n	df	ก่อนเรียน		หลังเรียน		t
			\bar{x}	s	\bar{x}	s	
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	40	78	18.43	2.78	21.33	2.96	4.519*

*p<.05

จากตารางที่ 12 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบกับกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ตารางที่ 13 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบกับกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติและค่าที (t-test independent) (คะแนนเต็ม 24 คะแนน)

กลุ่มทดลอง	n	df	\bar{x}	s	t
กลุ่มทดลอง	40	78	21.33	2.96	4.945*
กลุ่มควบคุม	40		17.9	3.23	

*p<.05

จากตารางที่ 13 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

ตารางที่ 14 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ และค่าที (t-test independent) (คะแนนเต็ม 36คะแนน)

กลุ่มทดลอง	n	df	ก่อนเรียน		หลังเรียน		t
			\bar{x}	s	\bar{x}	s	
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	40	78	23.68	6.34	28.83	5.28	3.951*

*p<.05

จากตารางที่ 14 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบกับกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ตารางที่ 15 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบกับกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ และค่าที (t-test independent) (คะแนนเต็ม 36 คะแนน)

กลุ่มทดลอง	n	df	\bar{x}	s	t
กลุ่มทดลอง	40	78	28.83	5.28	3.542*
กลุ่มควบคุม	40		25.13	4.01	

*p<.05

จากตารางที่ 15 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

1. ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน

โรงเรียนที่ผู้วิจัยเลือกทำการทดลอง คือ โรงเรียนราชินีบน ซึ่งเป็นโรงเรียนสตรีล้วนขนาดใหญ่ สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาเอกชน กระทรวงศึกษาธิการ กรุงเทพมหานคร เปิดสอนในระดับชั้น อนุบาล 2 ถึงระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีจำนวนนักเรียนทั้งหมด 3,419 คน แบ่งเป็นระดับอนุบาล 2 ถึงประถมศึกษาปีที่ 6 ระดับละ 5 ห้องเรียน มัธยมศึกษาตอนต้น (ช่วงชั้นที่ 3) ระดับชั้นละ 6 ห้องเรียน โดยมีการจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถ มัธยมศึกษาตอนปลาย (ช่วงชั้นที่ 4) ม.4 จำนวน 9 ห้องเรียน ม.5 จำนวน 9 ห้องเรียน ม.6 จำนวน 7 ห้องเรียน โดยมีการจัดห้องเรียนตามแผนการเรียน แผนการเรียนที่ 1 วิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ แผนการเรียนที่ 2 คณิตศาสตร์-ภาษาอังกฤษ แผนการเรียนที่ 3 ภาษาอังกฤษ-ฝรั่งเศส, ญี่ปุ่น, จีน แผนการเรียนที่ 4 ภาษาอังกฤษ-ภาษาไทย-สังคมศึกษา แผนการเรียนที่ 5 คหกรรม-เทคโนโลยี ค่าเฉลี่ยคะแนนแบบทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน ม.6 (O-NET : Ordinary National Education Test) วิชาคณิตศาสตร์ ระหว่างปีการศึกษา 2551 -2554 (คะแนนเต็ม 100 คะแนน) เป็นดังนี้

ตารางที่ 16 ค่าเฉลี่ยคะแนนแบบทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน ม.6 วิชาคณิตศาสตร์ ของโรงเรียนราชินีบน

	2551	2552	2553	2554
ประเทศ	30.64	28.56	14.99	22.73
โรงเรียน	56.36	44.40	32.92	40.78

2. ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับครู

ในปีการศึกษา 2555 โรงเรียนราชินีบน มีครูฝ่ายการสอนทั้งหมด 174 คน ภาระงานในการสอนโดยเฉลี่ย 15 คาบต่อคนต่อสัปดาห์ โดยครูฝ่ายการสอนมีหน้าที่หลักในการสอนเพียงอย่างเดียว และครูทุกท่านสอนตรงตามวิชาเอกของตนเอง

ตารางที่ 17 แสดงจำนวนครูฝ่ายการสอนโรงเรียนราชินีบนแบ่งตามแผนกและวุฒิการศึกษา ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับนักเรียน

แผนก	ระดับวุฒิการศึกษา			
	ปริญญาตรี	ปริญญาโท	ปริญญาเอก	รวม
ปฐมวัย	26	1	-	27
ประถมศึกษา	65	7	-	72
มัธยมศึกษาตอนต้น	20	12	-	32
มัธยมศึกษาตอนปลาย	31	10	2	43

3. ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับนักเรียน

นักเรียนโรงเรียนราชินีบน เป็นนักเรียนสตรีล้วน มีทั้งนักเรียนประจำอยู่หอพักที่โรงเรียนและนักเรียนไปกลับ ผู้ปกครองของนักเรียนโรงเรียนราชินีบนส่วนใหญ่เป็นข้าราชการและนักธุรกิจ ฐานะครอบครัวค่อนข้างดี จึงสนับสนุนการศึกษาของนักเรียนอย่างเต็มความสามารถ บุคลิกของนักเรียนเป็นกุลสตรีที่ทันสมัย มีความกระตือรือร้นในการเรียนการสอน ชอบซักถาม มีความสนใจและให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมเป็นอย่างดี นักเรียนส่วนใหญ่ไม่มีปัญหาด้านเศรษฐกิจจึงทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในเกณฑ์ที่ดี ซึ่งนักเรียนกลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีจำนวน 80 คน จากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทั้งหมด 291 คน มีระดับเกรดเฉลี่ยสะสม 2.50 ขึ้นไป

4. พัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผล และสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

4.1 พัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จากการสังเกตพฤติกรรมในชั้นเรียน การตรวจแบบฝึกหัด ใบงาน ใบกิจกรรม และจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

ตารางที่ 18 แสดงพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ระยะแรก	
<p>ในระยะแรกของการเรียนโดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ จากการสังเกตพฤติกรรมมีส่วนร่วมในชั้นเรียนพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มากกว่าร้อยละ 50 ยังไม่คุ้นเคยต่อการจัดกิจกรรมที่เน้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการคิด พูด และเขียนทุกขั้นของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 5 ขั้น ได้แก่ 1) ขั้นสร้างความสนใจ 2) ขั้นสำรวจและค้นหา 3) ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป 4) ขั้นขยายความรู้ 5) ขั้นประเมิน อีกทั้งยังให้นักเรียนสังเกตวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่ออธิบายและลงข้อสรุป นักเรียนไม่สามารถยืนยันหรือคัดค้านข้อความอย่างสมเหตุสมผล และนักเรียนไม่ตอบสนองต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในแต่ละขั้น จากการตรวจแบบฝึกหัดและแบบทดสอบจะเห็นได้ว่านักเรียนจะตอบแบบสั้นและให้เหตุผลตามความเข้าใจของตนเองไม่มีการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์</p>	<p>ในระยะแรกของการเรียนแบบปกติ ครูใช้การถาม-ตอบ ประกอบการอธิบาย ซึ่งมีขั้นตอนการสอนตามคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลาง การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 คือ 1) ขั้นนำ 2) ขั้นสอน 3) ขั้นสรุป จากการสังเกตพฤติกรรมมีส่วนร่วมในชั้นเรียนพบว่านักเรียนวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของแนวคิด และเขียนข้อสรุปของข้อมูลได้ด้วยตนเองค่อนข้างน้อย เมื่อครูทราบปัญหาจึงได้แก้ไขโดยการใช้นำคำถามนำเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสามารถเขียนข้อสรุปได้ แต่ยังมีนักเรียนมากกว่าร้อยละ 50 ตอบคำถามได้แต่ไม่มีการนำกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์มาอธิบายคำตอบได้</p>

กลุ่มทดลอง

2. จงพิจารณาความสัมพันธ์ของจำนวนจริงต่อไปนี้

a	b	$\frac{1}{a}$	$\frac{1}{b}$
2	3	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
5	7	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}$
99	100	$\frac{1}{99}$	$\frac{1}{100}$
$\frac{1}{2}$	2	2	$\frac{1}{2}$

2.1 จงวิเคราะห์ตารางข้างต้นแล้วเติมเครื่องหมาย > หรือ < ลงในช่องว่าง

ถ้า $a = x$, $b = y$ โดยที่ $x < y$, $x \dots 0$ และ $y \dots 0$

จะได้ $\frac{1}{x} \dots \frac{1}{y}$ เมื่อ x, y เป็นจำนวนจริงใดๆ

2.2 จากข้อมูลในข้อ 2.1นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ของ a กับ b และ $\frac{1}{a}$ กับ $\frac{1}{b}$ ได้อย่างไร

ถ้าจำนวน $a > b$ จะได้ว่า เมื่อ เป็น $\frac{1}{a}$ และ $\frac{1}{b}$ จะได้ $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

ภาพที่ 4 นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนตอบในแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ได้ แต่สรุปความสัมพันธ์ของข้อมูลไม่ครบถ้วน โดยตอบแบบสั้นและให้เหตุผลตามความเข้าใจของตนเองไม่มีการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์

กลุ่มควบคุม

2. จงพิจารณาความสัมพันธ์ของจำนวนจริงต่อไปนี้

a	b	$\frac{1}{a}$	$\frac{1}{b}$
2	3	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
5	7	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}$
99	100	$\frac{1}{99}$	$\frac{1}{100}$
$\frac{1}{2}$	2	2	$\frac{1}{2}$

2.1 จงวิเคราะห์ตารางข้างต้นแล้วเติมเครื่องหมาย > หรือ < ลงในช่องว่าง

ถ้า $a = x$, $b = y$ โดยที่ $x < y$, $x \dots 0$ และ $y \dots 0$

จะได้ $\frac{1}{x} \dots \frac{1}{y}$ เมื่อ x, y เป็นจำนวนจริงใดๆ

2.2 จากข้อมูลในข้อ 2.1นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ของ a กับ b และ $\frac{1}{a}$ กับ $\frac{1}{b}$ ได้อย่างไร

เมื่อ $x > y$ แต่หาก $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$ เติมนอ

ภาพที่ 5นักเรียนกลุ่มควบคุมเขียนตอบในแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน วิเคราะห์หาความสัมพันธ์ได้แต่สรุปความสัมพันธ์ของข้อมูลไม่ครบถ้วน โดยตอบแบบสั้นและให้เหตุผลตามความเข้าใจของตนเองไม่มีการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์

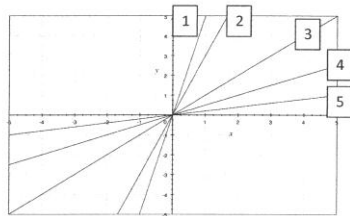
กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>ตอนที่ 2 ด้านการให้เหตุผลแบบนิรนัย</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>1. จากสมบัติปิดการบวกของจำนวนจริง ที่ว่า ให้ a และ b แทนจำนวนจริงใดๆ ผลบวกของ a และ b เขียนแทนด้วย $a + b$ เป็นจำนวนจริง จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ "ถ้า $x - \sqrt{3}$ เป็นจำนวนจริงแล้ว x เป็นจำนวนจริง"</p> </div> <p>1.1 ข้อความข้างต้นเป็นจริงหรือไม่</p> <p style="text-align: center;">จริง 1</p> <hr/> <p>1.2 จงอธิบายเหตุผลของคำตอบในข้อ 1.1 โดยใช้สมบัติปิดการบวกของจำนวนจริง</p> <p>จากโจทย์บอก $x - \sqrt{3}$ เป็นจำนวนจริง แล้ว x เป็นจำนวนจริง</p> <p>จากสมบัติปิดของการบวก จำนวนจริง $a + b = a + b$ เป็นจำนวนจริง</p>	<p>ตอนที่ 2 ด้านการให้เหตุผลแบบนิรนัย</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>1. จากสมบัติปิดการบวกของจำนวนจริง ที่ว่า ให้ a และ b แทนจำนวนจริงใดๆ ผลบวกของ a และ b เขียนแทนด้วย $a + b$ เป็นจำนวนจริง จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ "ถ้า $x - \sqrt{3}$ เป็นจำนวนจริงแล้ว x เป็นจำนวนจริง"</p> </div> <p>1.1 ข้อความข้างต้นเป็นจริงหรือไม่</p> <p style="text-align: center;">ไม่เป็นจริง 0</p> <hr/> <p>1.2 จงอธิบายเหตุผลของคำตอบในข้อ 1.1 โดยใช้สมบัติปิดการบวกของจำนวนจริง</p> <p>แก้โจทย์ $x = \sqrt{3}$ แล้วแทนค่าทำให้ $\sqrt{3} - \sqrt{3} = 0$ จึงสามารถทำให้ x เป็นจำนวนจริงได้โดย x ไม่เป็นจำนวนจริง *</p>
<p>ภาพที่ 6 นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนตอบในแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งเขียนอธิบายเหตุผลแต่ยังใช้กฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง ซึ่งเป็นการอธิบายเหตุผลจากความเข้าใจของตนเอง</p>	<p>ภาพที่ 7 นักเรียนกลุ่มควบคุมเขียนตอบในแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งเขียนอธิบายเหตุผลแต่ยังใช้กฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง ซึ่งเป็นการอธิบายเหตุผลจากความเข้าใจของตนเอง</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ระยะระหว่างทดลอง	
<p>เมื่อเวลาเวลาผ่านไปประมาณ 2 สัปดาห์นักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ ได้รับการใช้เทคนิค Think-Talk-White ในทุกๆขั้นของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 5 ขั้นได้แก่ 1) ขั้นสร้างความสนใจ 2) ขั้นสำรวจและค้นหา 3) ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป 4) ขั้นขยายความรู้ 5) ขั้นประเมิน โดยครูกระตุ้นให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ของข้อมูล และสุมให้อภิปราย ดังนั้นนักเรียนทุกคนจึงเตรียมตัวให้พร้อมเสมอในการพูดอภิปราย และฝึกการเขียนข้อสรุปของข้อมูล อีกทั้งฝึกการอ้างเหตุผลโดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ จากการสังเกตพฤติกรรมการมีส่วนร่วมในชั้นเรียนพบว่านักเรียนมีความพยายามที่จะมีส่วนร่วมในกิจกรรมมากขึ้นทั้งการการร่วมกันคิด การอภิปรายความคิด และการเขียนแสดงความคิดหรือเขียนสรุป มีการคิดวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของข้อมูลเพิ่มมากขึ้น และพยายามยืนยันหรือคัดค้านข้อมูลโดยอ้างหลักการทางคณิตศาสตร์ สังเกตจากการแสดงความคิดเห็นในหลากหลายแง่มุมมากขึ้น มีการยกตัวอย่างเพื่อยืนยันหรือคัดค้านได้เอง และอภิปรายความคิดของผู้อื่นโดยใช้ความรู้ และหลักการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนมากกว่าร้อยละ 50 สามารถเขียนข้อสรุปจากการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ และยืนยันหรือคัดค้านข้อความโดยอ้างหลักการทางคณิตศาสตร์ได้</p>	<p>เมื่อเวลาผ่านไป 2 สัปดาห์ นักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ มีความคุ้นเคยต่อครูผู้สอน มีการแสดงความคิดเห็นมากขึ้น โดยครูสอนแบบการบรรยาย มีการถาม-ตอบประกอบการอธิบาย ทั้ง ช้่นนำ ชั้นสอน ชั้นสรุป แต่นักเรียนส่วนใหญ่มากกว่าร้อยละ 50 ยังไม่สามารถแสดงเหตุผลเพื่ออ้างอิงที่มาของคำตอบโดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ได้เท่าที่ควร ซึ่งอาจเนื่องมาจากการดำเนินการจัดกิจกรรมเป็นลักษณะของการบรรยาย และไม่ได้เน้นการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ เพื่อที่จะนำไปสู่ข้อสรุป หรือเน้นการนำข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์มายืนยันหรือคัดค้านคำตอบ</p>

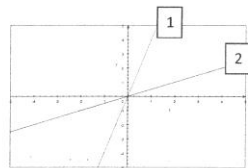
กลุ่มทดลอง

5 จงพิจารณาสมการและกราฟต่อไปนี้

1. $y=5x$ 2. $y=3x$ 3. $y=x$ 4. $y=0.5x$ 5. $y=0.2x$



5.1 จากกราฟที่กำหนดให้จงเติมคำตอบลงในช่องว่าง



กราฟ $y = ax$ และ $y = bx$ คือรูปใด ถ้า $a < b$ และ $a, b > 0$

กราฟ $y = ax$ คือรูปที่ 2

กราฟ $y = bx$ คือรูปที่ 1

5.2 จากข้อ 5.1 จะสรุปได้ว่าอย่างไร

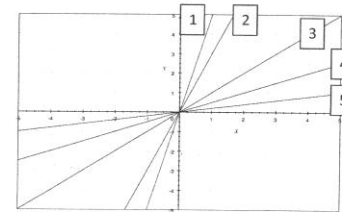
$a < b$ และ $a, b > 0$ ทั้งจากสมการ $y = mx + c$
 หาก $y = ax$ มีความชันคือ a
 $y = bx$ b
 $a < b$ หมายความว่า $b >$ ความชัน a มีความชัน
 สรุปได้ว่า $a < b$; $a, b > 0$
 กราฟ $y = ax$ จะชันน้อยกว่า $y = bx$ ❌

ภาพที่ 8 นักเรียนกลุ่มทดลองตอบคำถามในใบกิจกรรม ซึ่งวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ได้และสามารถสรุปความสัมพันธ์ของข้อมูลได้โดยมีการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์

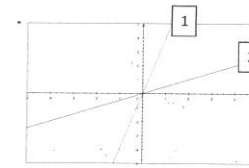
กลุ่มควบคุม

5 จงพิจารณาสมการและกราฟต่อไปนี้

1. $y=5x$ 2. $y=3x$ 3. $y=x$ 4. $y=0.5x$ 5. $y=0.2x$



5.1 จากกราฟที่กำหนดให้จงเติมคำตอบลงในช่องว่าง



กราฟ $y = ax$ และ $y = bx$ คือรูปใด ถ้า $a < b$ และ $a, b > 0$

กราฟ $y = ax$ คือรูปที่ 2

กราฟ $y = bx$ คือรูปที่ 1

5.2 จากข้อ 5.1 จะสรุปได้ว่าอย่างไร

ทั้งนี้โปรดใช้หน้า x พิมพ์ค่า ความชันของกราฟให้ครบถ้วน

ภาพที่ 9 นักเรียนกลุ่มควบคุมตอบคำถามในใบกิจกรรม ซึ่งวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ได้แต่ยังไม่สามารถสรุปความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยมีการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์

กลุ่มทดลอง

กิจกรรมที่ 3 (ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป)

ให้นักเรียนเขียนสรุปความหมายของผลคูณคาร์ทีเซียนจากการอภิปรายร่วมกันในกลุ่ม

ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และ B คือ เซตของคู่อันดับ (a, b) ทั้งหมด ซึ่ง $a \in A, b \in B$ แทนแทนด้วย $A \times B$

ภาพที่ 10 นักเรียนกลุ่มทดลองตอบคำถามในใบกิจกรรม ซึ่งนักเรียนสามารถเขียนข้อสรุปของข้อมูลได้อย่างถูกต้อง

กลุ่มควบคุม

กิจกรรมที่ 3 (ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป) $A = \{1, 2\}$ $B = \{a, b, c\}$

ให้นักเรียนเขียนสรุปความหมายของผลคูณคาร์ทีเซียนจากการอภิปรายร่วมกันในกลุ่ม

(1, a), (1, b), (1, c), (2, a), (2, b), (2, c), (a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2), (c, 1), (c, 2)

ภาพที่ 11 นักเรียนกลุ่มควบคุมตอบคำถามในใบกิจกรรม ซึ่งนักเรียนเขียนเป็นลักษณะของการยกตัวอย่าง จึงไม่ใช้การเขียนข้อสรุปของข้อมูล

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ระยะท้ายการทดลอง-หลังการทดลอง	
<p>ช่วงสุดท้ายของการทดลองการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ ครูดำเนินการสอนโดยเน้นการเทคนิค Think-Talk-White ในทุกๆขั้นของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 5 ขั้นได้แก่ 1) ขั้นสร้างความสนใจ 2) ขั้นสำรวจและค้นหา 3) ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป 4) ขั้นขยายความรู้ 5) ขั้นประเมิน นักเรียนส่วนใหญ่มีความคุ้นเคยกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และมีพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น โดยสังเกตจากการมีส่วนร่วมในกิจกรรมในชั้นเรียน นักเรียนร้อยละ 80 มีการแสดงความคิดเห็น และใส่ใจในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ทั้งให้ความร่วมมือในการพูดแสดงความคิดของตนเองและการอภิปรายความคิดของผู้อื่น และเขียนข้อสรุปของข้อความหรือข้อความคำถามได้โดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ และมีการยืนยันหรือคัดค้านข้อความได้อย่างสมเหตุสมผล มีเพียงนักเรียนส่วนน้อยเพียงร้อยละ 20 ที่ครูยังต้องคอยใช้คำถามนำเพื่อกระตุ้นความคิด และช่วยสรุปความเข้าใจ ครูแก้ไขโดยการให้เพื่อน ๆ ภายในชั้นหรือภายในกลุ่มกิจกรรมช่วยในการอภิปรายเพราะการพูดคุยกันโดยใช้ภาษาของนักเรียนมีส่วนช่วยในการทำความเข้าใจอีกทั้งนักเรียนบางคนอาจจะเกิดความอายเพื่อน ๆ ในห้องเพราะเป็นกลุ่มใหญ่ จากนั้นครูช่วยในการสรุปเพื่อความเข้าใจที่ถูกต้องและตรงกันจนนักเรียนกลุ่มนี้มีแนวโน้มของการเปลี่ยนแปลงในทางที่ดีขึ้น จนสุดท้ายนักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น</p>	<p>ช่วงสุดท้ายของการทดลองนักเรียนกลุ่มควบคุมที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ มีความพยายามในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ และเขียนข้อสรุปของข้อมูลได้มากขึ้นแต่ยังไม่มีอาการกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อยืนยันหรือคัดค้านคำตอบ จากการสอบถามนักเรียนส่วนใหญ่ให้เหตุผลว่า ทราบว่าคำตอบคืออะไรแต่ไม่ทราบว่าแสดงเหตุผลประกอบการอธิบายคำตอบได้อย่างไร ทั้งนี้คงมาจากรูปแบบการฝึกฝนในขั้นตอนของการจัดกิจกรรมที่ ครูใช้การถาม-ตอบ เพื่อให้ได้ข้อสรุป ซึ่งอาจมีนักเรียนบางคนไม่ได้ฝึกการคิดหาข้อสรุปด้วยตนเอง แต่จะสรุปตามข้อสรุปของคนส่วนใหญ่ในห้องเรียน การที่ไม่ได้เน้นการคิดวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของแนวคิดเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปนั้น สะท้อนได้จากการทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบหลังเรียน</p>

กลุ่มทดลอง

ตอนที่ 1 ด้านการให้เหตุผลแบบอุปนัย

1. จงพิจารณาเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้

ข้อที่	A	B	C	D	A×C	B×D
1	∅	{1}	{1}	{1,2}	∅	{{(1,1),(1,2)}
2	{2}	{1,2}	∅	{3}	∅	{{(1,3),(2,3)}
3	{1}	∅	{2}	{2,5}	{{(1,2)}	∅
4	{3}	{1,3}	{1}	{2,5}	{{(3,1)}	{{(1,2),(1,5)}, {(3,2),(3,5)}
5	{1,2}	{1,2}	{5}	{5,6}	{{(1,5),(2,5)}	{{(1,5),(1,6)}, {(2,5),(2,6)}
6	{5}	{5}	{6,7}	{6,7}	{{(5,6),(5,7)}	{{(5,6),(5,7)}
7	{1}	∅	{3}	∅	{{(1,3)}	∅
8	{1,2}	{1}	∅	{3}	∅	{{(1,3)}

1.1 จงวิเคราะห์ตารางข้างต้นว่าข้อใดบ้างที่ $A \subset B$ และ $C \subset D$

..... 1, 2, 5, 6

จากคำตอบดังกล่าวจงเติมเครื่องหมาย \subset หรือ $\not\subset$ ลงในช่องว่าง

$A \times C \dots \dots B \times D$

2.1 จากข้อมูลในข้อ 1.1 เขียนสรุปได้ว่าอย่างไร

..... จากข้อ 1, 2, 5, 6 และ 7, 8 มี $A \subset B$ และ $C \subset D$ เมื่อ $A \times C \dots \dots B \times D$

กลุ่มควบคุม

ตอนที่ 1 ด้านการให้เหตุผลแบบอุปนัย

1. จงพิจารณาเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้

ข้อที่	A	B	C	D	A×C	B×D
1	∅	{1}	{1}	{1,2}	∅	{{(1,1),(1,2)}
2	{2}	{1,2}	∅	{3}	∅	{{(1,3),(2,3)}
3	{1}	∅	{2}	{2,5}	{{(1,2)}	∅
4	{3}	{1,3}	{1}	{2,5}	{{(3,1)}	{{(1,2),(1,5)}, {(3,2),(3,5)}
5	{1,2}	{1,2}	{5}	{5,6}	{{(1,5),(2,5)}	{{(1,5),(1,6)}, {(2,5),(2,6)}
6	{5}	{5}	{6,7}	{6,7}	{{(5,6),(5,7)}	{{(5,6),(5,7)}
7	{1}	∅	{3}	∅	{{(1,3)}	∅
8	{1,2}	{1}	∅	{3}	∅	{{(1,3)}

1.1 จงวิเคราะห์ตารางข้างต้นว่าข้อใดบ้างที่ $A \subset B$ และ $C \subset D$

..... 1, 2, 5, 6

จากคำตอบดังกล่าวจงเติมเครื่องหมาย \subset หรือ $\not\subset$ ลงในช่องว่าง

$A \times C \dots \dots B \times D$

2.1 จากข้อมูลในข้อ 1.1 เขียนสรุปได้ว่าอย่างไร

..... $A \times C \subset B \times D$

ภาพที่ 12 นักเรียนกลุ่มทดลองตอบคำถามในแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ซึ่งนักเรียนวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ได้และสามารถสรุปความสัมพันธ์ของข้อมูลได้โดยมีการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง

ภาพที่ 13 นักเรียนกลุ่มควบคุมตอบคำถามในแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ซึ่งนักเรียนวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ได้แต่ยังไม่สามารถสรุปความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยมีการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<div data-bbox="297 419 1025 528" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>6. ให้ f เป็นฟังก์ชัน อินเวอร์สของฟังก์ชัน f จะเป็นฟังก์ชันก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชัน 1-1 ฟังก์ชันอินเวอร์สเขียนแทนด้วย f^{-1}</p> </div> <p>6.1 ให้ $f = \{(x, y) y = x \}$ อินเวอร์สของ f เป็นฟังก์ชันใช่หรือไม่</p> <p>6.2 จงอธิบายเหตุผลของคำตอบในข้อ 6.1 โดยใช้นิยามข้างต้น</p> <p>จาก ข้อความข้างต้น อินเวอร์สของฟังก์ชัน f จะ เป็น ฟังก์ชัน ก็ต่อเมื่อ f เป็น ฟังก์ชัน 1-1 แต่ $f = \{(x, y) y = x \}$ ไม่เป็น 1-1 ยกตัวอย่าง $x = 1$ จะ ได้ $y = 1$ $x = -1$ จะ ได้ $y = 1$</p> <p>\therefore อินเวอร์ส ของ f ไม่เป็นฟังก์ชัน</p>	<div data-bbox="1133 443 1861 552" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>6. ให้ f เป็นฟังก์ชัน อินเวอร์สของฟังก์ชัน f จะเป็นฟังก์ชันก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชัน 1-1 ฟังก์ชันอินเวอร์สเขียนแทนด้วย f^{-1}</p> </div> <p>6.1 ให้ $f = \{(x, y) y = x \}$ อินเวอร์สของ f เป็นฟังก์ชันใช่หรือไม่</p> <p>6.2 จงอธิบายเหตุผลของคำตอบในข้อ 6.1 โดยใช้นิยามข้างต้น</p> <p>เพราะ เมื่อ แทนค่า $(1, -1)$ จะ ไม่ เกิด ฟังก์ชัน 1-1</p> <p>ภาพที่ 15 นักเรียนกลุ่มควบคุมตอบคำถามในแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ซึ่งนักเรียนเขียนเป็นลักษณะของการอธิบายโดยการแทนค่า ไม่ได้อ้างอิงกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์</p>

4.1 พัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาพัฒนาการความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน จากการสังเกตพฤติกรรมในชั้นเรียน การตรวจแบบฝึกหัด ใบงาน ใบกิจกรรม และจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

ตารางที่ 19 แสดงพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

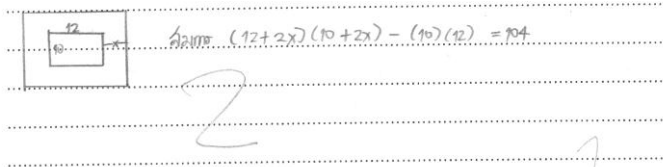
กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ระยะแรก	
<p>ในระยะแรกของการเรียนโดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ จากการสังเกตพฤติกรรมมีส่วนร่วมในชั้นเรียนพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มากกว่าร้อยละ 50 ไม่คุ้นเคยต่อการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อความหมาย แสดงแนวคิดและการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ จะเป็นการเขียนสรุปสั้นๆ ไม่มีการอธิบายเพื่อให้เข้าใจตรงกัน จนทำให้ไม่ทราบที่มาของคำตอบ อีกทั้งขั้นตอนการนำเสนอยังไม่เป็นระบบ ส่วนใหญ่ไม่มีการตรวจความเหมาะสมของคำตอบ</p>	<p>ระยะของการเรียนโดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ นักเรียนส่วนใหญ่มากกว่าร้อยละ 50 จะเขียนตอบแบบสั้นๆ และสื่อสารตามความเข้าใจ โดยวิธีการนำเสนอข้อมูลยังไม่เป็นระบบ ไม่มีการนำเสนอสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เช่น รูปภาพ กราฟ เพื่อนำเสนอ ซึ่งลักษณะการสอนของครู จะเน้นการบรรยาย โดยใช้การถาม-ตอบ ในทุกชั้นของการจัดกิจกรรม และนักเรียนเขียนอธิบายวิธีคิดได้ไม่ชัดเจน และไม่เป็นระบบ ซึ่งสังเกตจากการทำแบบทดสอบก่อนเรียน และการทำแบบฝึกหัด</p>

กลุ่มทดลอง

8. สนามแห่งหนึ่งกว้าง 10 เมตร ยาว 12 เมตร รอบนอกสนามหญ้าทำเป็นถนนที่มีความกว้างเท่ากันตลอด ถ้าถนนมีพื้นที่ 104 ตารางเมตร จงหาความกว้างของถนน

จากข้อมูลที่กำหนดให้จงตอบคำถามและปฏิบัติกิจกรรมต่อไปนี้

8.1 จงกำหนดตัวแปรแทนความกว้างของถนนและเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์จากสิ่งที่กำหนด



8.2 จงหาความกว้างของถนนพร้อมทั้งอธิบายแนวคิดและวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน

$$120 + 24x + 20x + 4x^2 - 120 = 104$$

$$4x^2 + 44x = 104$$

$$x^2 + 11x - 26 = 0$$

$$(x+13)(x-2) = 0$$

$$x = -13, 2$$

∴ $x = 2 \rightarrow$ ค. ความกว้างถนน คือ 2 m

ภาพที่ 16 นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนตอบในแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งนักเรียนมีการใช้สัญลักษณ์แทนความหมาย เป็นการแก้สมการหาคำตอบโดยไม่มีกรอธิบายแนวคิด และการตรวจสอบความเหมาะสมของคำตอบที่ได้

กลุ่มควบคุม

8. สนามแห่งหนึ่งกว้าง 10 เมตร ยาว 12 เมตร รอบนอกสนามหญ้าทำเป็นถนนที่มีความกว้างเท่ากันตลอด ถ้าถนนมีพื้นที่ 104 ตารางเมตร จงหาความกว้างของถนน

จากข้อมูลที่กำหนดให้จงตอบคำถามและปฏิบัติกิจกรรมต่อไปนี้

8.1 จงกำหนดตัวแปรแทนความกว้างของถนนและเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์จากสิ่งที่กำหนด



8.2 จงหาความกว้างของถนนพร้อมทั้งอธิบายแนวคิดและวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน

อธิบาย

$$4x^2 + 44x = 104$$

$$4x^2 + 44x - 104 = 0$$

$$x^2 + 11x - 26 = 0$$

$$(x+13)(x-2) = 0$$

$$x = -13, 2$$

∴ ความกว้างของถนน คือ 2 m

ภาพที่ 17 นักเรียนกลุ่มควบคุมเขียนตอบในแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งนักเรียนมีการใช้สัญลักษณ์แทนความหมาย เป็นการแก้สมการหาคำตอบโดยไม่มีกรอธิบายแนวคิด และการตรวจสอบความเหมาะสมของคำตอบที่ได้

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ระยะระหว่างทดลอง	
<p>เมื่อเวลาเวลาผ่านไปประมาณ 2 สัปดาห์นักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ ได้รับการใช้เทคนิค Think-Talk-White ในทุกๆขั้นของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 5 ขั้นได้แก่ 1) ขั้นสร้างความสนใจ 2) ขั้นสำรวจและค้นหา 3) ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป 4) ขั้นขยายความรู้ 5) ขั้นประเมิน ในทุกๆขั้นตอนของการจัดกิจกรรมและทุกๆคาบนั้นนักเรียนได้ฝึกการเขียนอย่างเป็นระบบ ทำให้มากกว่าร้อยละ 50 สามารถเขียนเพื่อสื่อความหมาย แสดงแนวคิดและการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง สำหรับนักเรียนส่วนที่เหลือหลังจากครูตรวจแบบฝึกหัดแล้วครูก็จะใช้การถามตอบประกอบการอธิบายเป็นรายบุคคลเพื่อให้นักเรียนสื่อสารได้อย่างมีความหมาย และนำเสนอได้อย่างเป็นระบบมากขึ้น โดยเฉพาะแล้วนักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้นอย่างเป็นลำดับ</p>	<p>หลังจากผู้วิจัยดำเนินการสอนไป 2 สัปดาห์ นักเรียนเริ่มมีปฏิสัมพันธ์ร่วมกันทั้งกับผู้สอนและระหว่างเพื่อน ๆ ภายในห้องมากขึ้น นักเรียนประมาณร้อยละ 50 มีการแสดงความคิดเห็นและเขียนอธิบายแนวคิด โดยมีการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อความหมายเพิ่มมากขึ้นแต่ยังไม่เป็นระบบอย่างถูกต้อง ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการทำกิจกรรมภายในชั้นเรียนนักเรียนจะช่วยกันเขียนตามที่ได้สรุปร่วมกันทั้งครูและเพื่อนร่วมชั้นทำให้เมื่อต้องเขียนอธิบายแนวคิดด้วยตนเองทำให้เขียนอธิบายแนวคิดยังไม่เป็นระบบมากนัก</p>

กลุ่มทดลอง

7. รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มีเส้นรอบรูปยาว 44 เซนติเมตร จงเขียนฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่และด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปนี้ และหาพื้นที่ที่มากที่สุดของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปนี้

จากข้อมูลที่กำหนดให้จงปฏิบัติกิจกรรมและตอบคำถามต่อไปนี้

7.1 จงกำหนดตัวแปรแทนความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมพร้อมทั้ง พร้อมทั้งเขียนฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่และด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากนี้

ให้ x แทน ความยาว ด้าน สี่เหลี่ยม
 แล้ว จาก รูปสี่เหลี่ยม สี่เหลี่ยม อยู่ยาว 44 เซนติเมตร
 \therefore ด้าน ยาวของรูปสี่เหลี่ยม = $44 - 2x$
 ให้ พื้นที่ = y
 พื้นที่ = กว้าง \times ยาว
 $= x(44 - 2x) = 44x - 2x^2 = 22x - x^2$

7.2 จงหาพื้นที่ที่มากที่สุดของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปนี้ พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดและวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน

เนื่องจากพื้นที่ที่มากที่สุดของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก = พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
 ให้ x แทน ความยาวด้าน ด้าน สี่เหลี่ยม
 จาก รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก มี เส้นรอบรูป ยาว 44 เซนติเมตร
 \therefore ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยม $(x) = \frac{44}{4} = 11$
 จาก $y = 22x - x^2$
 $= 22(11) - 11^2$
 $= 242 - 121 = 121$
 \therefore พื้นที่มากที่สุดของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก = 121 ตารางเซนติเมตร

ภาพที่ 18 นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนตอบในใบกิจกรรม ซึ่งนักเรียนมีการใช้สัญลักษณ์แทนความหมาย มีการอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบ

กลุ่มควบคุม

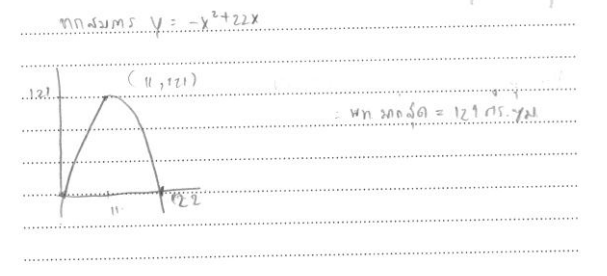
7. รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มีเส้นรอบรูปยาว 44 เซนติเมตร จงเขียนฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่และด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปนี้ และหาพื้นที่ที่มากที่สุดของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปนี้

จากข้อมูลที่กำหนดให้จงปฏิบัติกิจกรรมและตอบคำถามต่อไปนี้

7.1 จงกำหนดตัวแปรแทนความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมพร้อมทั้ง พร้อมทั้งเขียนฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่และด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากนี้

ให้ x แทน ความยาว ด้าน กว้าง
 y แทน พื้นที่ สี่เหลี่ยม
 จาก รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก มี เส้นรอบรูป ยาว 44 เซนติเมตร
 ความสัมพันธ์ $y = -x^2 + 22x$
 $44 = 2(x + y)$
 $22 = x + y$
 $y = 22 - x$

7.2 จงหาพื้นที่ที่มากที่สุดของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปนี้ พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดและวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน



ภาพที่ 19 นักเรียนกลุ่มควบคุมเขียนตอบในใบกิจกรรม ซึ่งนักเรียนมีการใช้สัญลักษณ์แทนความหมาย เป็นการหาคำตอบโดยใช้ความเข้าใจจากเนื้อหาที่เรียนมา แต่ไม่มีการอธิบายแนวคิดเพื่อให้

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ผู้อื่นเข้าใจได้	
ระยะท้ายการทดลอง-หลังการทดลอง	
<p>ช่วงสุดท้ายของการทดลองการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ ครูดำเนินการสอนโดยเน้นการเทคนิค Think-Talk-White ในทุกๆขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 5 ชั้นได้แก่ 1) ชั้นสร้างความสนใจ 2) ชั้นสำรวจและค้นหา 3) ชั้นอธิบายและลงข้อสรุป 4) ชั้นขยายความรู้ 5) ชั้นประเมิน นักเรียนส่วนใหญ่มีความคุ้นเคยกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และมีพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น นักเรียนมากกว่าร้อยละ 80 สามารถเขียนอธิบายโดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อความหมาย แสดงแนวคิดและการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง มีการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เช่นการวาดรูป กราฟ เพื่อสื่อความหมาย การอธิบายแนวคิดได้อย่างชัดเจนและนำเสนอแนวคิดได้อย่างเป็นระบบ มีการตรวจสอบความเหมาะสมของคำตอบได้ด้วยตนเอง อย่างไรก็ตามยังคงมีนักเรียนบางคนที่มีพัฒนาการความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ยังไม่ชัดเจน แต่มีแนวโน้มในการเปลี่ยนแปลงที่ดีขึ้น หลังจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองส่วนใหญ่มีการใช้สัญลักษณ์แทนความหมาย มีการอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบอย่างถูกต้องครบถ้วน</p>	<p>เมื่อดำเนินการสอนมาถึงระยะท้ายนักเรียนสามารถเขียนอธิบายแนวคิดได้ชัดเจนมากขึ้น แต่ยังมีเพียงส่วนน้อยที่จะใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อความหมาย การนำเสนอมีประมาณร้อยละ 50 ที่ทำอย่างเป็นระบบแต่ส่วนใหญ่ก็จะพยายามอธิบายโดยขั้นตอนการนำเสนอวกวน สืบเนื่องจากการทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารหลังเรียน ซึ่งส่วนใหญ่จะใช้วิธีลัดเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่รวดเร็ว และบางขั้นตอนที่สำคัญไม่ได้มีการแสดงกำกับไว้ ทำให้คำตอบของนักเรียนที่ได้มายังไม่มีความสมบูรณ์มากนัก</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยเรื่องผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีวัตถุประสงค์ในการวิจัยดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ กับการเรียนแบบปกติ
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน
4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ กับการเรียนแบบปกติ
5. เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาเอกชน กระทรวงศึกษาธิการ กรุงเทพมหานคร ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนราชินีบน สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาเอกชน กรุงเทพมหานคร กระทรวงศึกษาธิการ จากการสำรวจพบว่าในปีการศึกษา 2555 โรงเรียนราชินีบนมีนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 7 ห้องเรียนรวมทั้งสิ้น 291 คน โดยผู้วิจัยเลือกนักเรียนจำนวน 2 ห้องเรียนได้แก่ห้อง ม.4/1 และห้อง ม.4/2 ผู้วิจัยนำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และนำมาทดสอบความแตกต่าง

ของความแปรปรวนด้วยค่าเอฟ (F-test) พบว่าความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จากนั้นทดสอบ ความแตกต่างของค่ามัธยฐานเลขคณิตด้วยค่าที (t-test) พบว่าค่ามัธยฐานเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนทั้งสองห้องก่อนการทดลองไม่แตกต่างกัน

ทำการจับสลากเพื่อเลือกกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมผลปรากฏว่านักเรียนห้อง ม.4/1 เป็นกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบและนักเรียนห้อง ม.4/2 เป็นกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ และแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติที่ครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน จำนวน 16 ชั่วโมง

เครื่องมือที่ใช้เก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบไปด้วย

1. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน เรื่อง จำนวนจริงคณิตศาสตร์ และหลังเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ ซึ่งแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีทั้งหมด 2 ตอน ประกอบด้วยตอนที่ 1 ความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัย จำนวน 4 ข้อ ตอนที่ 2 ความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัยจำนวน 4 ข้อแบบทดสอบฉบับก่อนเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.68 ค่าความยาก 0.57 – 0.78 ค่าอำนาจจำแนก 0.23 – 0.67 แบบทดสอบฉบับหลังเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.71 ค่าความยาก 0.51 – 0.72 ค่าอำนาจจำแนก 0.34 – 0.56

2. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน เรื่อง จำนวนจริงคณิตศาสตร์ และหลังเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ แบบทดสอบฉบับก่อนเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.77 ค่าความยาก 0.61 – 0.77 ค่าอำนาจจำแนก 0.33 – 0.52 แบบทดสอบฉบับหลังเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.69 ค่าความยาก 0.55 – 0.72 ค่าอำนาจจำแนก 0.37 – 0.60

ให้นักเรียนทั้งสองกลุ่มทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน จากนั้นดำเนินการสอนนักเรียนทั้งสองกลุ่ม โดยกลุ่มทดลองสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค Think-Talk-

Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบและกลุ่มควบคุมสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติหลังสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แล้ว ให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแล้วนำคะแนนจากแบบทดสอบมาวิเคราะห์ข้อมูลโดยคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แล้วนำมาเปรียบเทียบค่ามัชฌิมเลขคณิตของความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม และเปรียบเทียบระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง ทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test)

สรุปผลการวิจัย

1. นักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. นักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
3. นักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
4. นักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
5. หลังจากนักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบพบว่า พัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงขึ้นอย่างเป็นลำดับ นักเรียนสามารถวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของแนวคิด แสดงข้อสรุปของข้อมูล ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์มาอธิบายเพื่อยืนยันหรือคัดค้านได้อย่างสมเหตุสมผลใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อความหมาย แสดงแนวคิดและนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจได้

อภิปรายผล

1. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ มีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนเรียน-หลังเรียน) และนักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรม

การเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ มีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนที่เรียนแบบปกติ ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังเรียน) อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานในการวิจัยที่ตั้งไว้

ทั้งนี้อาจเป็นเพราะการใช้เทคนิค Think-Talk-Writes ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนได้ใช้กระบวนการทางความคิดในการแสวงหาความรู้ และค้นหาความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งครูผู้สอนเป็นเพียงผู้ตั้งคำถามเป็นสื่อให้นักเรียนเกิดความคิด สืบค้น และหาคำตอบต่อปัญหาของตนได้ผ่านกระบวนการสืบสอบทั้ง 5 ขั้นตอนได้แก่ ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) ครูนำเข้าสู่บทเรียนด้วยเรื่องที่น่าสนใจ ตั้งคำถามหรือทบทวนความรู้เดิมเพื่อให้นักเรียนเกิดความสนใจ ในขั้นนี้นักเรียนได้ฝึกการคิดเพื่อกำหนดประเด็นที่ศึกษา ได้พูดอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิด และเขียนประเด็นที่จะศึกษา ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration) เป็นขั้นวางแผนกำหนดแนวทางการสำรวจ ครูจัดกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนร่วมกันคิดสำรวจข้อมูล นักเรียนได้ฝึกการคิดค้นหา พูดอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดของตนเองอย่างมีเหตุผล และเขียนข้อค้นพบของจากการสำรวจและค้นคว้าข้อมูล ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation) เป็นขั้นที่นักเรียนแสดงถึงความเข้าใจ ครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนอธิบายและเขียนข้อสรุป ในขั้นนี้นักเรียนได้ฝึกคิดวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของแนวคิด พูดอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิด และเขียนแสดงข้อสรุปโดยอ้างกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล ขั้นขยายความรู้ (Elaboration) เป็นการนำความรู้หรือข้อสรุปของข้อมูลที่ได้ไปอธิบายสถานการณ์หรือเหตุการณ์อื่น ครูจัดกิจกรรมให้นักเรียนคิดเชื่อมโยงความรู้ที่ได้จากการสรุปมาใช้กับสถานการณ์อื่น นักเรียนได้ฝึกคิด พูด เขียนถึงการนำข้อสรุปที่ได้ไปใช้กับสถานการณ์อื่นอย่างสมเหตุสมผล ขั้นประเมิน (Evaluation) เป็นการประเมินการเรียนรู้ว่านักเรียนมีความรู้มากน้อยเพียงใดครูจัดกิจกรรมการประเมิน นักเรียนได้ฝึกคิด พูด และเขียนเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของความรู้ที่ได้ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ กมลทิพย์ ต่อคิด (2544) ที่ว่า กิจกรรมการเรียนการสอนแบบกระบวนการสืบสอบเน้นการพัฒนาความสามารถของนักเรียน เกิดทักษะการคิดหลาย ๆ ด้าน ครูเป็นผู้กระตุ้นให้เกิดความคิด และเป็นผู้แนะแนวทางให้นักเรียน ค้นคว้าหาความรู้ นักเรียนค้นพบคำตอบและข้อสรุปของปัญหาได้ด้วยตนเอง และสอดคล้องกับแนวคิดของ สิริจันทร์ทิพย์ ดวงประทุม (2549) ที่ระบุว่า การที่นักเรียนได้เขียนอธิบายขยายความคิด หรือชี้แจงเหตุผลในการดำเนินการกับวัตถุรูปธรรมไปสู่ปัญหา เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้องนั้น จึงเป็นการคิดในลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นอกจากนี้ผลของการวิจัยยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ โสมรศมี ดาหลาย (2551) ที่ได้ศึกษาผลของการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนามโนทัศน์โดย

ใช้กระบวนการสืบสอบกับการสอนแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างจำนวน 79 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 41 คน และกลุ่มควบคุม 38 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ มีคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนเรียน-หลังเรียน) และนักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ มีคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังเรียน) อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานในการวิจัยที่ตั้งไว้

ทั้งนี้อาจเป็นเพราะการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ ทั้ง 5 ขั้นตอนซึ่งได้แก่ ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration) ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation) ขั้นขยายความรู้ (Elaboration) และขั้นประเมิน (Evaluation) เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นทักษะการคิด พูด เขียน แทรกเข้าไปด้วยทุกขั้นตอน โดยคิดในประเด็นที่สงสัยหรือต้องการหาคำตอบ พูดแลกเปลี่ยนอภิปรายความคิด และเขียนข้อสรุปจากการอภิปราย เพื่อนำไปสู่การใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย เขียนอธิบายวิธีคิดโดยอาศัยความรู้และหลักการประกอบแนวคิด และนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีขั้นตอนที่เป็นระบบ โดยนักเรียนได้ฝึกการแสดงความคิดเห็น ร่วมกันอภิปราย และเขียนอธิบายแนวคิดทั้งของตนเองและของกลุ่ม ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Huinker and Laughlin (1996: 81) ที่ว่าการคิดและการพูดเป็นขั้นตอนสำคัญที่จะนำไปสู่การเขียนของนักเรียน สำหรับนักเรียนส่วนใหญ่การพูดเป็นสิ่งที่เกิดขึ้นตามธรรมชาติแต่ไม่ใช้สำหรับการเขียน ถ้านักเรียนสามารถพูดอธิบายเกี่ยวกับความคิดทางคณิตศาสตร์ให้สัมพันธ์กับประสบการณ์ของตนเองได้นั้น พวกเขาจะสามารถเขียนอธิบายความคิดนั้นได้ และตรงกับแนวคิดของ Rowan and Morrow (1993: 9-11, อังโนพรณทิพา พรหมรักษ์, 2552) ที่ได้กล่าวว่า “การเรียนที่เน้นการอภิปรายในกลุ่ม เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนสำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดในกลุ่ม เป็นการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารโดยตรง”

นอกจากนี้ผลของการวิจัยยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ Cipta (2006) ที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ผ่านเทคนิค Think-Talk-Write ของนักเรียนระดับเกรด 8 โดยใช้บทเรียนเรื่องวงกลมข้อมูลจากการวิจัยพบว่าความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม เช่นเดียวกับงานวิจัยของ Untarti (2010) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการใช้เทคนิค Think-

Talk-Write ในการเรียนเพื่อปรับปรุงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 9 พบว่าความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม

3. จากการวิจัยพบว่าหลังจากนักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบพบว่า พัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงขึ้นอย่างเป็นลำดับ จนนักเรียนสามารถวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของแนวคิด แสดงข้อสรุปของข้อมูล ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์มาอธิบายเพื่อยืนยันหรือคัดค้านได้อย่างสมเหตุสมผลใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อความหมาย แสดงแนวคิดและนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจได้

ข้อเสนอแนะจากการวิจัย

1. การสอนโดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ให้ผู้เรียนเป็นผู้หาความรู้ด้วยตนเองดังนั้นครูจึงต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เอื้อประโยชน์ให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเองมากที่สุด โดยกระตุ้นให้นักเรียนคิดและแสดงความคิดเห็นพร้อมทั้งเขียนสรุปแนวคิด

2. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นในทุกๆขั้นของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยปราศจากความกังวล เพื่อสนับสนุนให้นักเรียนกล้าแสดงออก กล้ายืนยันคัดค้านเมื่อความคิดไม่ตรงกัน

3. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ครูควรฝึกให้นักเรียนอ้างเหตุผลทุกครั้ง เพราะจะทำให้นักเรียนตระหนักถึงการได้มาซึ่งคำตอบ และคำตอบนั้นจะต้องมีที่มาและมีเหตุผลรองรับและยืนยันได้ว่าคำตอบนั้นมีความถูกต้องและสมเหตุสมผล

4. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์นั้นครูต้องออกแบบกิจกรรมที่เอื้อให้นักเรียนแสดงการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เช่นกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นผ่านทางการพูด และการเขียน โดยใช้สัญลักษณ์หรือเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายหรือนำเสนอแนวคิดของตนเองแก่ผู้อื่น

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการศึกษาผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ ที่มีต่อทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่นๆ เช่น การแก้ปัญหา การเชื่อมโยง และการคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2. ควรมีการศึกษาผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่มีระดับผลการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน เพื่อศึกษาความเหมาะสมและข้อจำกัดต่อนักเรียนที่มีผลการเรียนระดับต่างๆ

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

- กิตติ พัฒนาตระกูลสุข. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาล้มเหลวจริงหรือ. วารสารคณิตศาสตร์ (ธันวาคม-มกราคม 2546) : 54-58.
- กิตติศักดิ์ แก้วทอง. การศึกษาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 11 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และภูมิหลังต่างกัน. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2547.
- กมลทิพย์ ต่อคิด. ผลของการฝึกกระบวนการสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการคิดเชิงเหตุผลและความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต, สาขาวิชาจิตวิทยาการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2544.
- กาญจนา บุญสง. หลักการสอน (โครงการตำราวิชาการราชภัฏเฉลิมพระเกียรติ). เพชรบุรี : สถาบันราชภัฏเพชรบุรี, 2542.
- จันทร์รา ศรีสุข. การเปรียบเทียบความสามารถในการคิดหาเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 1 ที่เรียนวิชาสังคมศึกษาด้วยวิธีสอนแบบสืบสอบและวิธีแบบถ่ายทอดความรู้. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต, ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2530.
- ซัชชัย คุ่มทวีพร. ตรรกวิทยา. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์, 2534.
- ณรงค์ ปันนิม. สถิติเด็กไทยติดอันดับเรียนหนักมากเป็นที่ 2 ของโลก อ่อน "คณิต-วิทย์" ได้ต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยนานาชาติ. [ออนไลน์]. 2551. แหล่งที่มา: <http://www.nathoncity.com/paper/2343> [10 มกราคม 2555]
- ดวงหทัย กาตวิบูลย์. กลยุทธ์การส่งเสริมทักษะการสื่อสารในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ วารสารมหาวิทยาลัยราชภัฏยะลา (มกราคม-มิถุนายน 2552) : 38-51.
- ทิตนา แชมมณี. วิทยาการด้านการคิด. กรุงเทพมหานคร : สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ, 2542.
- ทิตนา แชมมณี. รูปแบบการเรียนการสอน ทางเลือกที่หลากหลาย. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2551.
- ทิตนา แชมมณี. ศาสตร์การสอนองค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2551.
- เทพสุดา เกตุทอง. การสร้างชุดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ที่เน้นที่ทักษะการให้เหตุผลและการแก้ปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร, 2548.
- นิติกร อ่อนโยน. ผลของการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์แบบสืบสอบโดยใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์และการคิดสังเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2551.
- ปานทอง กุลนาถศิริ. Meeting NCTM Standard. ใน นิตยสารสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), 2540.

- ปิยวดี วงใหญ่. การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2554. กรุงเทพมหานคร : เอส พี เอ็น การพิมพ์, 2548.
- พจนา มะกรุดอินทร์. การเรียนรู้โดยการสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5E's of Inquiry Approach). โครงการผลิตนักวิจัยพัฒนาด้านการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2553.
- พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์. ความสัมพันธ์ระหว่างกลวิธีการสอน คุณภาพของกลวิธีการสอน เวลาที่ใช้ในการเรียนกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นในกรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญญาคุชกุฎบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2530.
- พรพรรณ ไวทยางกูร. สสวท.ชี้ผลประเมิน TIMSS ปี 50 คณิต-วิทย์ ไทยยังรั้งอันดับกว่า 20. [ออนไลน์]. 2550. แหล่งที่มา: <http://www.naewna.com/news.asp?ID=137642> [10 มกราคม 2555]
- พรรณทิพา พรหมรักษ์. การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาคุชกุฎบัณฑิต, คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2552.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2544.
- ปาภิญญา วงศ์เลขา. การเรียนคณิตศาสตร์ ความจำเป็นที่ไม่ควรมองข้าม. [ออนไลน์]. 2553. แหล่งที่มา: <http://social.obec.go.th/node/22> [10 มกราคม 2555]
- มาลินท์ อิศริส. การแก้ปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นวารสารศึกษาศาสตร์ปริทัศน์ (กันยายน-ธันวาคม 2544) : 25-30.
- ยุพิน พิพิธกุล. การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2530.
- แรมสมร อยู่สถาพร. เทคนิคและวิธีสอนในระดับประถมศึกษา. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2538.
- วารี ธีระจิตร. การพัฒนาการสอนสังคมศึกษาระดับประถมศึกษา. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2534.
- วิชาการ, กรม. คู่มือจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : กระทรวงศึกษาธิการ, 2546.
- วีระยุทธ วิเชียรโชติ. จิตวิทยาการเรียนการสอนแบบสืบสวนสอบสวน. กรุงเทพมหานคร : อำนวยการพิมพ์, 2521.
- วีระยุทธ วิเชียรโชติ. จิตวิทยาการเรียนการสอนแบบอารยวิถีในกระบวนการวิธีสืบสวนสอบสวน. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง, 2538.

- สิรินทร์ทิพย์ ดวงประทุม. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเปรียบเทียบ กระบวนการ ที่มีต่อเมตริกซ์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดนครศรีธรรมราช. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารศึกษาศาสตร์ สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2549.
- สิริพร ทิพย์คง. หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : พัฒนาคุณภาพวิชาการ, 2545
- สิริลักษณ์ วงศ์เพชร. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทาง คณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการสอน แบบสืบสวนสอบสวนกับการสอนตามคู่มือครู. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทศึกษาศาสตร์ สาขาวิชา คณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2541.
- สุธิดา เกตุแก้ว. ผลของการใช้กระบวนการสื่อสารที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารศึกษาศาสตร์ สาขาวิชา คณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2547.
- สุวัฒน์ นิยมเค้า. ทฤษฎีและทางปฏิบัติในการสอนวิทยาศาสตร์แบบสืบเสาะหาความรู้เล่ม 1-2. กรุงเทพมหานคร : เจเนอรัลบุ๊คส์ เซ็นเตอร์, 2531.
- สมเดช บุญประจักษ์. การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการ เรียนแบบร่วมมือ. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทศึกษาศาสตร์ สาขาวิชา คณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2540.
- สมบัติ การจนารักษ์พงศ์. เทคนิคการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5E ที่เน้นพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูง : กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : อารักษ์, 2549.
- สมวงษ์ แปลงประสพโชค. การให้เหตุผล. กรุงเทพมหานคร : สถาบันราชภัฏพระนคร, 2544.
- สมัย เหล่าวานิชย์. หลักและวิธีการของคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : ภาควิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2525.
- สันติชัย อนุวรชัย. ผลของการเรียนการสอนชีววิทยาด้วยรูปแบบการเรียนการสอนสืบสวนรวมกับ กลวิธีการโต้แย้งที่มีต่อความสามารถในการสร้างคำอธิบายเชิงวิทยาศาสตร์และควมมี เหตุผลของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารศึกษาศาสตร์ สาขาวิชา คณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2553.
- เสาวรัตน์ รามแก้ว. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง ที่มีต่อเมตริกซ์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปี ที่2. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารศึกษาศาสตร์ สาขาวิชา คณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2552.
- เสริมศรี ลักษณะศิริ. หลักการสอน. กรุงเทพมหานคร : สถาบันราชภัฏพระนคร, 2540.
- โสมาตรมี ดาหลาย. ผลของการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารศึกษาศาสตร์ สาขาวิชา คณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2551.

- ศึกษาธิการ,กระทรวง, สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. แนวทางการพัฒนาทักษะชีวิต บูรณาการการเรียนการสอน 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด, 2551.
- ศึกษาธิการ, กระทรวง. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2551. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด, 2551.
- อัมพร ม้าคอง. คณิตศาสตร์:การสอนและการเรียนรู้. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2546.
- อัมพร ม้าคอง. 2547. ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์: จุดเน้นของงานสอนคณิตศาสตร์. ใน ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์, หน้า 97-98. กรุงเทพมหานคร: บพิธการพิมพ์, 2547.
- อัมพร ม้าคอง. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพมหานคร : ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2553.
- อรจรรย์ ณ ตะกั่วทุ่ง. คู่มือปฏิบัติการเรียนการสอนยุคใหม่ Ten Best Teaching Practices, กรุงเทพมหานคร : เอ็กซ์เปอร์เน็ท, 2546.
- อลิสรา ชมชื่น. การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การสื่อสาร และการให้เหตุผล เพื่อเสริมสร้างสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรบัณฑิต, คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2550.

ภาษาอังกฤษ

- Artzt, A.F., and Femia, S.Y. Mathematical Reasoning During Small Group Problem Solving. In Stiff, L.V., and Curcio, F.R. (eds), Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12, pp.115-126. Virginia : NCTM, 1999.
- Baroody,A. Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8: Helping Children Think Mathematically. New York : Merrill, 1993.
- Baroody, A. J. and Coslick, R. T. Fostering children mathematical power: An investigating approach to K-8 mathematics instruction. New Jersey : Lawrence Erlbaum Association, 1998.
- Brown, N., Wilson, K., and Fitzallen, N. Using and Inquiry Approach to Develop Mathematics Thinking. AARE (November 2007) : 1-12.
- Bybee, R.W., and Joseph A.T. The BSCS 5E Instruction Model : Origin, Effectiveness, and Application [Online]. 2006. Available from : <http://www.bsccs.org> [2011, December 15]
- California State Department of Education. California Generalized Rubric for Math. [Online]. 1989. Available from : <http://lawatschalgebra.wikispaces.com/>

- file/view/Witing,+Graphing+Rubric+and+PIE.pdf [2012,February 3]
- Carin, A., and Sund, R.B. Teaching Science Through Discovery. 3rd ed. Ohio : Bell & Howell, 1975.
- Cipta, E.S. Meningkatkan Kemampuan Komunikasi Matematika Siswa SMP Melalui Strategi Think Talk Write. Universitas Islam Negeri SGD, 2006.
- Clark, L.H. Teaching Social Studies in A Handbook Secondary schools. New York : Macmillan, 1973.
- Cooney, T.J., and others. Mathematics, Pedagogy, and Secondary Teacher Education. New Hamshire : Heinemann, 1999.
- Dila. Think Talk Write (TTW) Strategies. [Online]. 2012. Available from : http://syahputri90dila.blogspot.com/2012/01/metode-pembelajaran-bahasa-inggris_12.html [2012,February 16]
- Good, C.V. Dictionary of Education. 3rd ed. New York : McGraw-Hill Book, 1973.
- Goos, M. Learning Mathematics in a Classroom Community of Inquiry. Journal for Research in Mathematics Education (2004) : 258-291.
- Greenwood, J. J. On the Nature of Teaching and Assessing. Mathematical Power and Mathematical Think, Arithmetic Teacher, 1993.
- Guilford, J.P., and Hoepfner. The Analysis of Intelligence. New York : McGrew-Hill Book, 1971.
- Huinker, D., and Laughlin, C. : Talk your way into writing. In P. Elliott & M. Kenny (eds.) Communication in mathematics, K-12 and beyond, pp. 81-88. Virginia : National Council of Teacher of Mathematics, 1996.
- Jacobson, D., and others. Methods for Teaching a Skill Approach. 3rd ed. Ohio : Merrill, 1989.
- James Hiebert.: A theory of developing competence with written mathematical symbols. Educational Studies in Mathematics 19 (1988) : 333-355.
- Jennie Bickmore-Brand : Language in Mathematics. Portsmouth, NH : Heinemann, 1993.
- Johanning. An analysis of writing and post writing group collaboration in middle school pre-algebra. School science and mathematics, pp. 151-160, 2000.
- Joyce, B.R., and Weil, M. Model of Teaching. 6th ed. Massachusetts : Allyn and Bacon, 2000.
- Kennedy, L.M., and Tipps, S. Guiding Children's Learning of Mathematics 7th ed. California : Woodworth Oubkishing, 1994.
- Krulik, S., and Rudnick, J. A. Reasoning and Problem Solving A Handbook for Elementary School Teachers. Boston : Allyn and Bacon, 1993.

- Lavigne, N.C., and Lajoie, S.P. Statistical Reasoning of Middle School Children Engaged in Survey Inquiry. Contemporary Educational Psychology, (November 2007) : 630-666.
- Lewis, M., Graves, I., Sanchez, L. Enhancing mathematical discourse in elementary classrooms. Proceedings of the 7th International Conference on the Learning Sciences, pp. 954-955. Hillsdale, NJ : Erlbaum, 2006.
- Massialas, B.G., and Cox, C.B. Inquiry in Social Study. New York : McGraw-Hill, 1968.
- Martin, R.E., and others. An Introduction of Teaching: A Question of Commitment. Boston : Allyn & Bacon, 1988.
- Mumme, J., and Shepherd, N. Communication in mathematics. In Implementing the K-8 Curriculum an Evaluation Standard, Virginia : NCTM, 1993.
- National Council of Teacher of Mathematics (NCTM). Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. Reston, VA : NCTM, 1989.
- National Council of Teacher of Mathematics (NCTM). Professional Standards for Teaching Mathematics. Reston, VA : NCTM, 1991.
- National Council of Teacher of Mathematics (NCTM). Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA: NCTM, 2000.
- National Research Council. Inquiry and the national science education standards: A guide for teaching and learning. Washington, D.C. : National Academy Press, 2000.
- O'Daffer, P. G. Inductive and Deuctive Reasoning, Mathematics Teacher, 1990.
- O'Daffer, P., and Thornquist, B. A. Critical Thinking Mathematics Reasoning and Proof. In Research Ideas for the Classroom, High School Mathematics. New York : Macmillan, 1993.
- Orlich, D.C., and Others. Teaching Strategies: A Guide to better Struction. 6th ed . Boston : Houghton Mifflin, 2001.
- Ray, C.L. A Comparative Laboratory Study of the Effects of Lower Level and Higher Level Question in Students: Abstract Reasoning and Critical Thinking in Two-Non-Directive High School Chemistry Classroom. Dissertation Abstracts International, 1979.
- Romey, W.D. Inquiry Techniques for Teaching Science. New Jersey : Prentice – Hall, 1968.
- Rowan, T.E., and Morrow, L.J. Implementing K-8 Curriculum and Evaluation Standard. Arithmetic Teacher. Virginia : NCTM, 1993.
- Scott, N.C. Inquiry Strategy, Cognitive Style, and Mathematics Achievement. Journal for Research in Mathematics Education, 1977.

- Senne-Dibble, C.M. An analysis of an authentic assessment technique: Comparing the spoken and written teacher. Virginia : NCTM, 1995.
- Staples, M. Supporting Whole-class Collaborative Inquiry in a Secondary Mathematics Classroom. Cognition and Instruction, 2007.
- Tisher, R.P., and others. Fundamental Issues in Science Education. Sydney : John Wiley & Sons, 1972.
- Thomson, H.A. Investigating and Representing Inquiry in a College Mathematics Course. Dissertation Abstracts International, 2000.
- Thurber, W.A. Teaching Science in Today's Secondary School. Boston : Allyn and Bacon, 1976.
- Untarti, R. Keefektifan Strategi Pembelajaran THINK-TALK-WRITE (TTW) Pada Pembelajaran Statistika Dan Peluang Ditinjau Dari Kompetensi Komunikasi Matematika Siswa SMP N 1 NGAGLIK. Universitas Islam Negeri SGD, 2010.
- Williams, J.A. A Comparison Study of the Effects of Inquiry and Traditional Teaching Procedures on Students Attitude, Achievement and Critical Thinking Ability in Eleventh Grade United States History. Dissertation Abstracts International, 1980.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุวรรณา ทิมสกลิต
โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม
3. อาจารย์เปรมรัตน์ ภู่อลัย
หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนเซนต์คาเบรียล

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์นภลักษณ์ รุ่งสุวรรณ
โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน
3. อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช
โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม

ภาคผนวก ข

หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและหนังสือขอความร่วมมือในการทำวิจัย



ที่ ศธ 0512.6(2771)/55- 4853

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

ธันวาคม 2555

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัยและทดลองใช้เครื่องมือ

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนราชินีบน

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวสุภารัตน์ ภิรมย์ราช นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการใช้เทคนิค THINK-TALK-WRITE ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลและทดลองใช้เครื่องมือ คือแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยและทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา รัตนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติกรแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612



ที่ ศธ 0512.6(2771)/ 55- 4843

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

ธันวาคม 2555

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวสุภารัตน์ ภิรมย์ราช นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการใช้เทคนิค THINK-TALK-WRITE ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้ใคร่ขอเชิญ ท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่าน โปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา รัตนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติกรแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612



ที่ ศธ 0512.6(2771)/ 55- **4845**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

ธันวาคม 2555

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์นภลักษณ์ รุ่งสุวรรณ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวสุดารัตน์ ภิรมย์ราช นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการใช้เทคนิค THINK-TALK-WRITE ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้ใคร่ขอเชิญ ท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติกรแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน งานหลักสูตรและการจัดการเรียนฯ ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย โทร.82681-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/55- **4847**

วันที่ ธันวาคม 2555

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช

ด้วย นางสาวสุดาวรัตน์ ภิรมย์ราช นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการใช้เทคนิค THINK-TALK-WRITE ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้ใคร่ขอเชิญ ท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา รัตนอุบล)

รองคณบดี



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน งานหลักสูตรและการจัดการเรียนฯ ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย โทร.82681-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/55- **4844**

วันที่ ธันวาคม 2555

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุวรรณา ทิมสถิตย์

ด้วย นางสาวสุดารัตน์ ภิมรัมย์ราช นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการใช้เทคนิค THINK-TALK-WRITE ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในครั้งนี้ใคร่ขอเชิญ ท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา รัตนอุบล)

รองคณบดี

ภาคผนวก ค

- คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง
- คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง
- คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง

คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ตารางที่ 20 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555

ห้อง	n	\bar{x}	s	F	t
ม.4/1	40	80.63	5.12	1.013	1.007*
ม.4/2	40	79.43	5.54		

*p>.05

จากตารางที่ 20 แสดงให้เห็นว่า คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05

คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง

ตารางที่ 21 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน (คะแนนเต็ม 24 คะแนน)

ห้อง	n	\bar{x}	s	F	t
ม.4/1	40	18.43	2.78	1.453	1.206*
ม.4/2	40	17.70	2.59		

*p>.05

จากตารางที่ 21 แสดงให้เห็นว่า คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05

คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง

ตารางที่ 22 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน (คะแนนเต็ม 36 คะแนน)

ห้อง	n	\bar{x}	s	F	t
ม.4/1	40	21.90	6.20	1.599	1.264*
ม.4/2	40	23.68	6.36		

* $p > .05$

จากตารางที่ 22 แสดงให้เห็นว่า คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05

ภาคผนวก ง

ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

แผนการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติที่ครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ประกอบด้วยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 16 แผน จำนวน 16 ชั่วโมง ดังนี้

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1	คู่อันดับและผลคูณคาร์ทีเซียน
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2-3	ความสัมพันธ์
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4-5	โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6-7	กราฟของความสัมพันธ์
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 8	อินเวอร์สของความสัมพันธ์
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9-11	ฟังก์ชัน
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 12-13	สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน การหาโดเมน เรนจ์ของฟังก์ชัน
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 14-16	ชนิดของฟังก์ชัน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ผู้สอน นางสาวสุภารัตน์ ภิรมย์ราช	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง คู่อันดับและผลคูณคาร์ทีเซียน จำนวน 1 ชั่วโมง
---	---

สาระที่ 4 : พีชคณิต

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค.4.1 ข้อ 3 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เขียนแทนความสัมพันธ์และฟังก์ชันในรูปแบบต่างๆ เช่น สมการกราฟและตารางได้

2. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายของคู่อันดับได้
2. บอกได้ว่าคู่อันดับที่กำหนดให้เท่ากันหรือไม่
3. บอกความหมายของผลคูณคาร์ทีเซียน และนำไปใช้ได้

ด้านทักษะและกระบวนการ นักเรียนสามารถ

1. แสดงเหตุผลโดยอ้างอิงความรู้ที่เรียนได้
2. สื่อสารเพื่อนำเสนอผลที่ได้จากการทำกิจกรรม

ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

1. มีความร่วมมือกับกิจกรรมในชั้นเรียน
2. ตั้งใจและมีความสนใจในการเรียน
3. ทำงานอย่างมีระบบระเบียบรอบคอบ

3. สาระการเรียนรู้

1. คู่อันดับ
2. ผลคูณคาร์ทีเซียน

4. สาระสำคัญ

คู่อันดับ (Ordered pairs) หมายถึง การจับคู่สิ่งสองสิ่งโดยถือลำดับเป็นสำคัญ ถ้า a, b เป็นสิ่งสองสิ่ง คู่อันดับ a, b เขียนแทนด้วย (a, b)

เรียก a ว่าสมาชิกตัวหน้า และเรียก b ว่าสมาชิกตัวหลัง

การเขียนคู่อันดับจะสับเปลี่ยนสมาชิกไม่ได้ จะทำให้ความหมายเปลี่ยนไป เช่น (a, b) เป็น (b, a) จะทำให้ (a, b) ไม่เท่ากับ (b, a) ยกเว้น $a = b$

บทนิยาม คู่อันดับ $(a, b) = (c, d)$ ก็ต่อเมื่อ $a = c$ และ $b = d$
 เมื่อ a, b, c, d เป็นจำนวนจริงใด ๆ

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่า x และ y ที่ทำให้ $(x + 2, y + 10) = (6, 12)$

วิธีทำ จากความหมายการเท่ากันของคู่อันดับ จะได้ว่า

$$x + 2 = 6 \quad \text{และ} \quad y + 10 = 12$$

$$\therefore \quad x = 4 \quad \text{และ} \quad y = 2$$

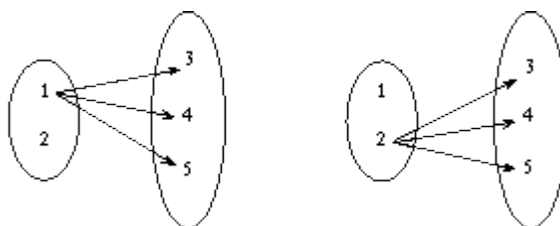
บทนิยาม ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และเซต B คือเซตของคู่อันดับ (a, b)
 ทั้งหมด โดยที่ $a \in A$ และ $b \in B$ เขียนแทนด้วย $A \times B$
 $A \times B$ อ่านว่า “A cross B”

ตัวอย่างที่ 2 จงหา $A \times B$ เมื่อกำหนดเซต A และเซต B ให้ดังนี้

(1) $A = \{1, 2\}$ และ $B = \{3, 4, 5\}$

(2) $A = \{0, 2, 4, 6\}$ และ $B = \{1, 3\}$

วิธีทำ (1) เขียนแผนภาพแสดงการจับคู่จากสมาชิกของเซต A ไปยังสมาชิกของเซต B
 โดยแยกเป็นกลุ่มได้ 2 กลุ่ม ดังนี้

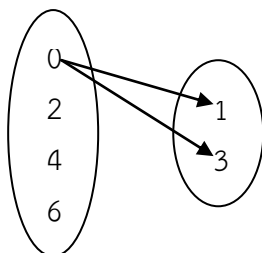


คู่อันดับกลุ่มที่ 1 ได้แก่ $(1, 3)$, $(1, 4)$, $(1, 5)$

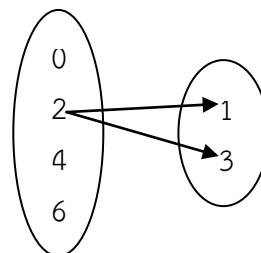
คู่อันดับกลุ่มที่ 2 ได้แก่ $(2, 3)$, $(2, 4)$, $(2, 5)$

ดังนั้น $A \times B = \{(1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5)\}$

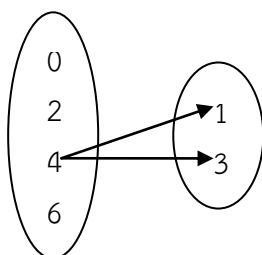
(2) เขียนแผนภาพแสดงการจับคู่จากสมาชิกของเซต A ไปยังสมาชิกของเซต B โดยแยกเป็นกลุ่มได้ 4 กลุ่ม ดังนี้



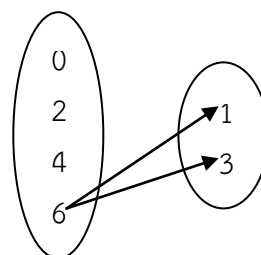
คู่อันดับกลุ่มที่ 1 คือ (0, 1), (0, 3)



คู่อันดับกลุ่มที่ 2 คือ (2, 1), (2, 3)



คู่อันดับกลุ่มที่ 3 คือ (4, 1), (4, 3)



คู่อันดับกลุ่มที่ 4 คือ (6, 1), (6, 3)

ดังนั้น $A \times B = \{(0, 1), (0, 3), (2, 1), (2, 3), (4, 1), (4, 3), (6, 1), (6, 3)\}$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนด $A = \{1,2,3\}$ $B = \{4,5,6\}$ $C = \{2,4,6\}$ $D = \{1,3,5\}$ จงหา

$$(A \times B) \cap (C \times D)$$

วิธีทำ

$$A \times B = \left\{ \begin{array}{l} (1,4) , (1,5) , (1,6) , \\ (2,4) , (2,5) , (2,6) , \\ (3,4) , (3,5) , (3,6) \end{array} \right\}$$

$$C \times D = \left\{ \begin{array}{l} (2,1) , (2,3) , (2,5) , \\ (4,1) , (4,3) , (4,5) , \\ (6,1) , (6,3) , (6,5) \end{array} \right\}$$

$$(A \times B) \cap (C \times D) = \{(2,5)\}$$

ตัวอย่างที่ 4 กำหนด $n(A)=20$ $n(B)=28$ $n(C)=16$ และ $n(B \cap C)=9$

จงหา $n((A \times B) \cup (A \times C))$

วิธีทำ เนื่องจาก $n(B \cup C) = n(B) + n(C) - n(B \cap C)$

จะได้ $n(B \cup C) = 28 + 16 - 9$

ดังนั้น $n(B \cup C) = 35$

เนื่องจาก $(A \times B) \cup (A \times C) = A \times (B \cup C)$

จะได้ $n((A \times B) \cup (A \times C)) = n(A \times (B \cup C))$

$= 20 \times 35$

ดังนั้น $n((A \times B) \cup (A \times C)) = 700$

5. กิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>ขั้นสร้างความสนใจ</p> <p>1. ครูยกตัวอย่างสถานการณ์โดยเรียกชื่อนักเรียนในห้องดังนี้ มีนักกีฬาป้องกัน 2 ทีม คือ ทีม A และ ทีม B โดยที่ทีม A มีรูปร่างตัว ทีม B มีรูปร่างตัว แพร่ ถ้าจัดให้ทั้งสองทีมแข่งขันแบบเดี่ยว และพบกันหมด ให้ทุกคนช่วยกันคิดว่าจะให้ใครคู่กับใครบ้าง (Think) สุ่มเรียกนักเรียนตอบคำถาม 3 คน (Talk) จากนั้นถ้าเราจะนำคำตอบการจัดการแข่งขันมาเขียนเป็นเซตได้อย่างไร สุ่มนักเรียนมาเขียนบนกระดานและนักเรียนทุกคนเขียนคำตอบลงในใบกิจกรรมที่ 1 (Write)</p> <p>ขั้นสำรวจและค้นหา</p> <p>2. ครูให้ความรู้เพิ่มเติมว่า คู่อันดับ (Ordered Pairs) หมายถึงการจับคู่สิ่งสองสิ่งโดยถือลำดับเป็นสำคัญ ถ้า a, b เป็นสิ่งสองสิ่งคู่ อันดับ a, b เขียนแทนด้วย (a,b)</p> <p>3. ครูยกตัวอย่างคู่อันดับที่เท่ากันและคู่ อันดับที่ไม่เท่ากัน เช่น</p> $(2,5) = (2,5)$ $(3,1) \neq (1,3)$ $(4,6) = (4,6)$ $(4,5) \neq (4,7)$ <p>ให้นักเรียนคิดว่าคู่อันดับที่เท่ากันและคู่อันดับที่ไม่เท่ากันเป็นเช่นไร (Think) สุ่มเรียกนักเรียน 3 คน แสดงความคิดเห็น (Talk) และร่วมกันอภิปราย ทั้งชั้น</p> <p>4. จากการอภิปรายให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ 2 ในใบกิจกรรม (Write)</p>	<p>ขั้นนำ</p> <p>1. ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับการแข่งขันกีฬาและลักษณะการจับคู่การแข่งขัน แต่ละทีม ใช้การถาม-ตอบ ประกอบการอธิบาย ถึงการจับคู่ สุ่มเลือกนักเรียนแสดงความคิดเห็น</p> <p>ขั้นสอน</p> <p>2. ครูให้ความรู้เพิ่มเติมว่า คู่อันดับ (Ordered Pairs) หมายถึงการจับคู่สิ่งสองสิ่งโดยถือลำดับเป็นสำคัญ ถ้า a, b เป็นสิ่งสองสิ่งคู่ อันดับ a, b เขียนแทนด้วย (a,b)</p> <p>3. ใช้การถามตอบประกอบอธิบายว่า a เรียกว่าสมาชิกตัวหน้า b เรียกว่าสมาชิกตัวหลัง</p> <p>4. ครูยกตัวอย่าง (a,b) และ (b,a) ให้นักเรียนทุกคนช่วยกันคิดว่า จากความหมายของ คู่อันดับที่ครูอธิบาย (a,b) เท่ากับ (b,a) หรือไม่ เพราะเหตุใด</p> <p>5. สุ่มเรียกนักเรียนตอบคำถามและแสดง เหตุผลของคำตอบ</p> <p>6. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายถึง ข้อสรุปการเท่ากันของคู่อันดับได้ว่า (a,b)=(c,d) ก็ต่อเมื่อ a=c และ b=d</p> <p>7. ให้นักเรียนฝึกทำตัวอย่างที่ 1 พร้อมทั้ง ร่วมกันอภิปรายคำตอบ</p> <p>8. ครูให้การถามตอบประกอบอธิบาย ว่าถ้าเรานำสมาชิกของเซต A ทั้งหมดและสมาชิกของเซต B ทั้งหมดมาจับคู่และเขียนในรูปของคู่ อันดับเราจะเรียกว่า “ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และเซต B และอ่านว่า A cross B เขียนแทน ด้วย $A \times B$”</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>ชั้นอธิบายและลงข้อสรุป</p> <p>5. แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มๆละ 5 คน ครูยกตัวอย่างเซต 2 เซตโดย $A = \{1,2\}$ $B = \{a,b,c\}$ ให้นักเรียนร่วมกันคิดจับคู่สมาชิกระหว่างเซต A กับ B และเซต B กับ A (Think)</p> <p>6. สุ่มเรียกนักเรียนตัวแทนกลุ่มแบบไม่เจาะจงนำเสนอคำตอบ (Talk)</p> <p>7. ครูเฉลยคำตอบและให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบของเพื่อนแต่ละกลุ่ม (Talk) ครูให้ความรู้เพิ่มเติมว่า เซตของคู่อันดับเรียกว่า “ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และเซต B และอ่านว่า A cross B เขียนแทนด้วย $A \times B$”</p> <p>8. จากการอภิปรายให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเขียนความหมายของผลคูณคาร์ทีเซียนตามความเข้าใจของสมาชิกในกลุ่มลงในใบกิจกรรมที่ 3 (Write)</p> <p>9. ครูสรุปความหมายของผลคูณคาร์ทีเซียนอีกครั้งหนึ่งให้นักเรียนฟังและเน้นว่าผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และ B คือ เซตของคู่อันดับ (a,b) ทั้งหมด เมื่อ $a \in A$ และ $b \in B$</p> <p>ชั้นขยายความรู้</p> <p>10. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันคิดว่าถ้าสมาชิกในเซต A มีจำนวน 2 ตัวและเซต B มีจำนวน 3 ตัว แล้วจำนวนสมาชิกใน $A \times B$ มีกี่ตัว (Think)</p> <p>11. ครูให้ความรู้เพิ่มเติมว่าจำนวนสมาชิกของเซต A เขียนแทนด้วย $n(A)$</p>	<p>9. ให้นักเรียนทำตัวอย่างที่ 2</p> <p>10. ครูเฉลยคำตอบและร่วมอภิปรายคำตอบกับนักเรียน และให้นักเรียนเขียนคำตอบที่ถูกต้อง</p> <p>11. จากคำตอบในตัวอย่างที่ 2 ครูตั้งคำถามต่อว่าจำนวนสมาชิกของ $A \times B$ เท่ากับเท่าไรโดยให้นักเรียนสังเกตจากคำตอบในแต่ละข้อ</p> <p>12. สุ่มเรียกนักเรียนแสดงความคิดเห็นและอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น</p> <p>ชั้นสรุป</p> <p>13. จากการอภิปรายทั้งหมดครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความหมายของคู่อันดับความหมายของผลคูณคาร์ทีเซียนและจำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน</p> <p>ชั้นฝึกทำกิจกรรม</p> <p>14. ให้นักเรียนทำตัวอย่างที่ 3 และ 4 โดยครูเดินดูแต่ละคน</p> <p>15. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1 เป็นการบ้าน</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>12. ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายจำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียนของเซตสองเซต (Talk)</p> <p>13. จากการอภิปรายร่วมกันในกลุ่มให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ 4 (Write)</p> <p>ขั้นประเมิน</p> <p>14. ครูยกตัวอย่างผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B$ ในใบกิจกรรมที่ 5 โดยให้นักเรียนแต่ละคนคิดคำตอบเพื่อเติมลงในช่องว่างให้สมบูรณ์ (Think) โดยมีการอภิปรายร่วมกันภายในกลุ่ม (Talk) จากนั้นให้แต่ละคนเขียนคำตอบลงในใบกิจกรรมที่ 5 (Write) ครูสุ่มให้นักเรียนนำเสนอคำตอบ โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง</p> <p>15. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1 เป็นการบ้าน</p>	

6. สื่อการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 1-5
2. เอกสารประกอบการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานชั้น ม.4
3. เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม

7. การวัดการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
สังเกตการตอบคำถามของนักเรียน	
สังเกตการร่วมอภิปรายของนักเรียน	
สังเกตการให้ความร่วมมือกับกิจกรรม	

8. บันทึกหลังการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

ใบกิจกรรม

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

กิจกรรมที่ 1 (ขั้นสร้างความสนใจ)

มีนักกีฬาป้องกัน 2 ทีม ทีม A และ ทีม B

โดย ทีม A ได้แก่

ทีม B ได้แก่

ถ้าจัดการแข่งขันแบบเดี่ยวและพบกันหมดจะจัดคู่แข่งขันโดยเขียนเป็นเซตได้อย่างไร

.....

กิจกรรมที่ 2 (ขั้นสำรวจและค้นหา)

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างแต่ละข้อให้ถูกต้องสมบูรณ์

ข้อที่	คำถาม	คำตอบ
1.	คู่อันดับสามแปด เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ใด	
2.	(10, 6) อ่านว่าอย่างไร มีสมาชิกตัวหน้าคือจำนวนใด	
3.	คู่อันดับ (2, 3) และ $(\sqrt{4}, 3)$ เท่ากันหรือไม่	
4.	จงหาค่าของตัวแปรในแต่ละข้อต่อไปนี้	
	4.1 $(x, y) = (6, 9)$	4.1
	4.2 $(x - 2, 4) = (8, y + 2)$	4.2
	4.3 $(-3, a) = (b - 4, 6)$	4.3
	4.4 $(x + y, x - y) = (6, 4)$	4.4

กิจกรรมที่ 3 (ชั้นอธิบายและลงข้อสรุป)

ให้นักเรียนเขียนสรุปความหมายของผลคูณคาร์ทีเซียนจากการอภิปรายร่วมกันในกลุ่ม

.....

.....

.....

.....

กิจกรรมที่ 4 (ชั้นขยายความรู้)

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างแต่ละข้อให้ถูกต้องสมบูรณ์

1. กำหนด $A = \{3\}$ และ $B = \{5, 6\}$ แล้ว

1.1 $A \times B =$

1.2 $B \times A =$

1.3 $A \times A =$

1.4 $B \times B =$

2. กำหนด $A = \{1, 3\}$ และ $B = \{5, 7, 9\}$ แล้ว

2.1 $A \times B =$

2.2 $B \times A =$

2.3 $A \times A =$

2.4 $B \times B =$

3. ถ้า $A = \{2, 4\}$ และ $B = \{6, 8, 10, 12\}$ แล้ว จงหา

3.1 จำนวนสมาชิกของ $A \times B =$

3.2 จำนวนสมาชิกของ $B \times B =$

กิจกรรมที่ 5 (ขั้นประเมิน)

$$\text{กำหนด } A \times B = \{ (1,2) , (1,4) , (1,6) , (1,x) , \\ (y,2) , (3,4) , (3,6) , (3,8) , \\ (5,2) , (z,4) , (5,6) , (5,8) \}$$

คำชี้แจง จาก $A \times B$ ที่กำหนดให้ จงเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

$$A = \{ \dots \}$$

$$B = \{ \dots \}$$

$$x = \dots$$

$$y = \dots$$

$$z = \dots$$

ภาคผนวก จ

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

- แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน
- แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน
- แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน
- แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียน

ตารางที่ 23 วิเคราะห์เนื้อหาเกี่ยวกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการให้
เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) เรื่องจำนวนจริง

เนื้อหา เรื่องจำนวนจริง	จำนวน คาบที่ สอน	จำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์			
		ด้านอุปนัย		ด้านนิรนัย	
		จำนวน ข้อสอบที่ ใช้ทดลอง	จำนวน ข้อสอบที่ ใช้จริง	จำนวน ข้อสอบที่ ใช้ทดลอง	จำนวน ข้อสอบที่ ใช้จริง
1. ความสัมพันธ์ของจำนวนต่างๆ ในระบบจำนวนจริง	3	2	1	-	-
2. สมบัติของจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวกและการคูณ	4	2	1	2	1
3. การนำสมบัติของจำนวนจริงไป ใช้ในการแก้สมการกำลังสอง	3	2	1	2	1
4. การแก้สมการกำลังสองตัวแปร เดียว	5	-	-	-	-
5. การไม่เท่ากัน	3	2	1	2	1
6. ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง	2	-	-	2	1
รวม	20	8	4	8	4

ตารางที่ 24 วิเคราะห์เนื้อหาเกี่ยวกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการให้
เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน) เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

เนื้อหา เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน	จำนวน คาบที่ สอน	จำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์			
		ด้านอุปนัย		ด้านนิรนัย	
		จำนวน ข้อสอบที่ ใช้ทดลอง	จำนวน ข้อสอบที่ใช้ จริง	จำนวน ข้อสอบที่ใช้ ทดลอง	จำนวน ข้อสอบที่ใช้ จริง
1. คู่อันดับและผลคูณคาร์ทีเซียน	3	2	1	2	1
2. ความสัมพันธ์	3	2	1	2	1
3. โดเมน และ เรนจ์ ของ ความสัมพันธ์	3	2	1	2	1
4. ฟังก์ชัน	3	2	1	2	1
5. การประยุกต์ของฟังก์ชัน	6	-	-	-	-
รวม	18	8	4	8	4

ตารางที่ 25 วิเคราะห์เนื้อหาเกี่ยวกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) เรื่องจำนวนจริง

เนื้อหา เรื่องจำนวนจริง	จำนวนคาบ ที่สอน	จำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถใน การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	
		จำนวนข้อสอบที่ใช้ ทดลอง	จำนวนข้อสอบที่ใช้ จริง
1. ความสัมพันธ์ของจำนวนต่างๆในระบบจำนวนจริง	3	-	-
2. สมบัติของจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวกและการคูณ	4	-	-
3. การนำสมบัติของจำนวนจริงไปใช้ในการแก้สมการกำลังสอง	3	-	-
4. การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว	5	8	6
5. การไม่เท่ากัน	3	-	-
6. ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง	2	-	-
รวม	20	8	6

ตารางที่ 26 วิเคราะห์เนื้อหาเกี่ยวกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน) เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

เนื้อหา เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน	จำนวนคาบ ที่สอน	จำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	
		จำนวนข้อสอบที่ใช้ ทดลอง	จำนวนข้อสอบที่ใช้ จริง
1. คู่อันดับและผลคูณคาร์ทีเซียน	3	-	-
2. ความสัมพันธ์	3	-	-
3. โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์	3	-	-
4. ฟังก์ชัน	3	-	-
5. การประยุกต์ของฟังก์ชัน	6	8	6
รวม	18	8	6

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน)

เรื่องจำนวนจริง

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบ่งเป็น 2 ตอน
โดยวัดองค์ประกอบ 2 ด้านคือ
 - ตอนที่ 1 ด้านการให้เหตุผลแบบอุปนัย จำนวน 4 ข้อ
 - ตอนที่ 2 ด้านการให้เหตุผลแบบนิรนัย จำนวน 4 ข้อ
2. ในการประเมินคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะพิจารณาความสามารถในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของแนวคิด การแสดงข้อสรุปของข้อมูล และการใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์มาอธิบายเพื่อยืนยันหรือคัดค้าน ได้อย่างสมเหตุสมผล
3. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 75 นาที

ตอนที่ 1 ด้านการให้เหตุผลแบบอุปนัย

1. จงสังเกต จำนวน a จำนวน b และผลคูณของ a และ b ให้เป็นจำนวนคู่หรือจำนวนคี่ แล้วปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอนต่อไปนี้

a	b	$a \times b$
-8	1	-8
-2	-5	10
0	4	0
4	-3	-12
10	6	60
12	7	84
20	8	160

1.1 จงวิเคราะห์ตารางข้างต้นแล้วตอบคำถาม

ถ้า a เป็นจำนวนคู่ และ b เป็นจำนวนคู่ จะได้ $a \times b$ เป็นจำนวน

ถ้า a เป็นจำนวนคู่ และ b เป็นจำนวนคี่ จะได้ $a \times b$ เป็นจำนวน

1.2 จากข้อมูลในข้อ 1.1นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ได้ว่าอย่างไร

.....

.....

.....

2. จงพิจารณาความสัมพันธ์ของจำนวนจริงต่อไปนี้

a	b	$\frac{1}{a}$	$\frac{1}{b}$
2	3	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
5	7	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}$
99	100	$\frac{1}{99}$	$\frac{1}{100}$
$\frac{1}{2}$	2	2	$\frac{1}{2}$

2.1 จงวิเคราะห์ตารางข้างต้นแล้วเติมเครื่องหมาย > หรือ < ลงในช่องว่าง

ถ้า $a = x$, $b = y$ โดยที่ $x < y$, $x \dots\dots 0$ และ $y \dots\dots 0$

จะได้ $\frac{1}{x} \dots\dots \frac{1}{y}$ เมื่อ x, y เป็นจำนวนจริงใดๆ

2.2 จากข้อมูลในข้อ 2.1นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ของ a กับ b และ $\frac{1}{a}$ กับ $\frac{1}{b}$ ได้ว่า

อย่างไร

.....

.....

.....

ตอนที่ 2 ด้านการให้เหตุผลแบบนิรนัย

1. จากสมบัติปิดการบวกของจำนวนจริง ที่ว่า ให้ a และ b แทนจำนวนจริงใดๆ ผลบวกของ a และ b เขียนแทนด้วย $a + b$ เป็นจำนวนจริง
จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ "ถ้า $x - \sqrt{3}$ เป็นจำนวนจริงแล้ว x เป็นจำนวนจริง"

1.1 ข้อความข้างต้นเป็นจริงหรือไม่

.....

1.2 จงอธิบายเหตุผลของคำตอบในข้อ 1.1 โดยใช้สมบัติปิดการบวกของจำนวนจริง

.....

.....

2. สมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัวและ $a \neq 0$ จะได้

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

จะมีคำตอบเป็นจำนวนจริง 2 คำตอบถ้า $b^2 - 4ac > 0$

จะมีคำตอบเป็นจำนวนจริง 1 คำตอบถ้า $b^2 - 4ac = 0$

จะไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง ถ้า $b^2 - 4ac < 0$

2.1 จากข้อความข้างต้นเราจะกล่าวว่า $2x^2 - 6x + 9 = 0$ มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริงได้หรือไม่

.....

2.2 จงอธิบายเหตุผลของคำตอบในข้อ 3.1 ว่าเพราะเหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น

.....

.....

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน)

เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบ่งเป็น 2 ตอน
โดยวัดองค์ประกอบ 2 ด้านคือ
ตอนที่ 1 ด้านการให้เหตุผลแบบอุปนัย จำนวน 4 ข้อ
ตอนที่ 2 ด้านการให้เหตุผลแบบนิรนัย จำนวน 4 ข้อ
2. ในการประเมินคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะพิจารณา
ความสามารถในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของแนวคิด การแสดงข้อสรุปของข้อมูล และการใช้
ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์มาอธิบายเพื่อยืนยันหรือคัดค้าน ได้อย่างสมเหตุสมผล
3. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 75 นาที

ตอนที่ 1 ด้านการให้เหตุผลแบบอุปนัย

1. จงพิจารณาเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้

ข้อที่	A	B	C	D	$A \times C$	$B \times D$
1	ϕ	{1}	{1}	{1,2}	ϕ	{(1,1), (1,2)}
2	{2}	{1,2}	ϕ	{3}	ϕ	{(1,3), (2,3)}
3	{1}	ϕ	{2}	{2,5}	{(1,2)}	ϕ
4	{3}	{1,3}	{1}	{2,5}	{(3,1)}	{(1,2), (1,5)} {(3,2), (3,5)}
5	{1,2}	{1,2}	{5}	{5,6}	{(1,5), (2,5)}	{(1,5), (1,6)} {(2,5), (2,6)}
6	{5}	{5}	{6,7}	{6,7}	{(5,6), (5,7)}	{(5,6), (5,7)}
7	{1}	ϕ	{3}	ϕ	{(1,3)}	ϕ
8	{1,2}	{1}	ϕ	{3}	ϕ	{(1,3)}

1.1 จงวิเคราะห์ตารางข้างต้นว่าข้อใดบ้างที่ $A \subset B$ และ $C \subset D$

.....

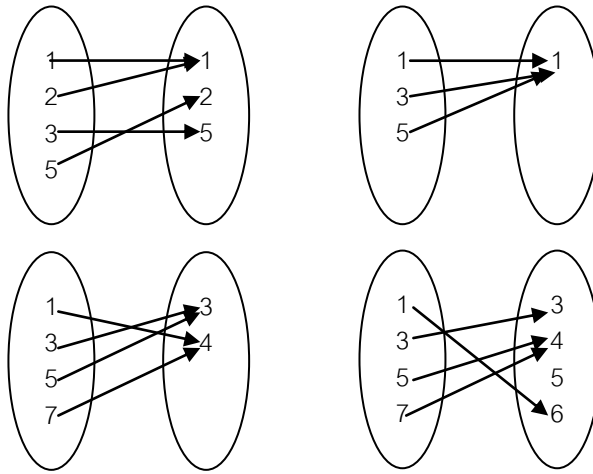
จากคำตอบดังกล่าวจงเติมเครื่องหมาย \subset หรือ $\not\subset$ ลงในช่องว่าง

$$A \times C \dots\dots\dots B \times D$$

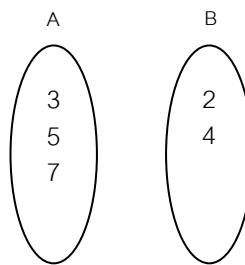
1.2 จากข้อมูลในข้อ 1.1 นักเรียนสรุปได้ว่าอย่างไร

.....

2. จงพิจารณาแผนภาพแสดงความสัมพันธ์แบบ many-to-one ที่กำหนดให้ต่อไปนี้



2.1 ถ้าต้องการให้เซต A และเซต B มีความสัมพันธ์แบบ many-to-one จะเขียนแผนภาพได้อย่างไร



2.2 จากข้อ 2.1 จะสามารถสรุปความหมายของความสัมพันธ์แบบ many-to-one จาก A ไป B ได้ว่าอย่างไร

.....

.....

.....

.....

ตอนที่ 2 ด้านการให้เหตุผลแบบนิรนัย

1. จากจากสมบัติปิดของผลคูณคาร์ทีเซียนถ้า A และ B เป็นเซตจำกัดแล้ว

$$n(A \times B) = n(A) \times n(B)$$

“กำหนดให้ A และ B เป็นเซตจำกัด $n(A) = 50$ $n(B) = 10$ ถ้า $2 \in A$

แล้ว $P = \{(a, b) \in A \times B \mid a \neq 2\}$ จะได้ $n(P) = 490$ ”

- 1.1 ข้อความข้างต้นเป็นจริงหรือไม่

.....

- 1.2 จงอธิบายเหตุผลของคำตอบในข้อ 1.1 โดยใช้สมบัติของผลคูณคาร์ทีเซียน

.....

.....

2. จากนิยามความสัมพันธ์

1. r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ $r \subset A \times B$

2. r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป A หรือเรียกว่าความสัมพันธ์ใน A ก็ต่อเมื่อ $r \subset A \times A$

- 2.1 “ \emptyset เป็นความสัมพันธ์” ข้อความนี้ถูกต้องใช่หรือไม่

.....

- 2.2 จงอธิบายเหตุผลของคำตอบในข้อ 2.1 โดยใช้นิยามความสัมพันธ์

.....

.....

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน)

เรื่องจำนวนจริง

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จำนวน 6 ข้อ
2. ให้นักเรียนนำเสนอขั้นตอนในการหาคำตอบอย่างเป็นระบบ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อสื่อความหมาย แสดงแนวคิด นำเสนอแนวคิด และวิธีการได้มาซึ่งคำตอบ เพราะทุกส่วนมีผลต่อการให้คะแนน
3. ในการประเมินคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จะพิจารณาลักษณะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจาก
 - การใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
 - การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์
 - การนำเสนอทางคณิตศาสตร์
4. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 75 นาที

2. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีผลบวกของความยาวด้านประกอบมุมฉากเท่ากับ 51 เซนติเมตร ถ้าพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมนี้เท่ากับ 270 ตารางเซนติเมตรแล้วความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมนี้เท่ากับเท่าใด

2.1 จงกำหนดตัวแปรแทนความยาวด้านประกอบมุมฉาก และเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์จากสิ่งที่โจทย์กำหนด

.....

.....

.....

.....

2.2 จงหาความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดและแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน)

เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จำนวน 6 ข้อ
2. ให้นักเรียนนำเสนอขั้นตอนในการหาคำตอบอย่างเป็นระบบ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อสื่อความหมาย แสดงแนวคิด นำเสนอแนวคิด และวิธีการได้มาซึ่งคำตอบ เพราะทุกส่วนมีผลต่อการให้คะแนน
3. ในการประเมินคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จะพิจารณาลักษณะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจาก
 - การใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
 - การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์
 - การนำเสนอทางคณิตศาสตร์
4. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 75 นาที

2. เมื่อจุดเยือกแข็งของน้ำเท่ากับ 0 องศาเซลเซียส หรือ 32 องศาฟาเรนไฮต์ และจุดเดือดของน้ำเท่ากับ 100 องศาเซลเซียส หรือ 212 องศาฟาเรนไฮต์ จงเขียนความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิที่เป็นองศาเซลเซียสและองศาฟาเรนไฮต์ในรูปของฟังก์ชันเชิงเส้นและถ้าวัดอุณหภูมิของน้ำได้ 110 องศาฟาเรนไฮต์จงหาอุณหภูมิที่เป็นองศาเซลเซียส

2.1 จงกำหนดตัวแปรแทนอุณหภูมิที่เป็นองศาเซลเซียสและองศาฟาเรนไฮต์ และเขียนความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิที่เป็นองศาเซลเซียสและองศาฟาเรนไฮต์ในรูปของฟังก์ชันเชิงเส้น

.....

.....

.....

.....

2.2 จงหาอุณหภูมิเป็นองศาเซลเซียสถ้าวัดอุณหภูมิของน้ำได้ 110 องศาฟาเรนไฮต์ พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดและวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตารางที่ 27 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบวัดความสามารถในการให้
เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

ข้อที่		ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก	ค่าความเที่ยงของ แบบวัดทั้งฉบับ
1	อุปนัย	0.67	0.27	
2	อุปนัย	0.73	0.33	0.68
3	อุปนัย	0.65	0.37	
4	อุปนัย	0.72	0.37	
1	นิรนัย	0.57	0.53	
2	นิรนัย	0.78	0.37	
3	นิรนัย	0.68	0.23	
4	นิรนัย	0.60	0.67	

ตารางที่ 28 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบวัดความสามารถในการให้
เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน

ข้อที่		ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก	ค่าความเที่ยงของ แบบวัดทั้งฉบับ
1	อุปนัย	0.51	0.33	
2	อุปนัย	0.65	0.37	0.71
3	อุปนัย	0.71	0.43	
4	อุปนัย	0.55	0.34	
1	นิรนัย	0.60	0.37	
2	นิรนัย	0.72	0.53	
3	นิรนัย	0.68	0.56	
4	นิรนัย	0.57	0.47	

ตารางที่ 29 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบวัดความสามารถในการ
สื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

ข้อที่	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก	ค่าความเที่ยงของ แบบวัดทั้งฉบับ
1	0.77	0.33	
2	0.73	0.37	0.77
3	0.71	0.52	
4	0.74	0.35	
5	0.73	0.48	
6	0.61	0.42	

ตารางที่ 30 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบวัดความสามารถในการ
สื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียน

ข้อที่	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก	ค่าความเที่ยงของ แบบวัดทั้งฉบับ
1	0.55	0.42	
2	0.63	0.48	0.69
3	0.72	0.37	
4	0.67	0.58	
5	0.61	0.52	
6	0.71	0.60	

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวสุตารัตน์ ภิรมย์ราช เกิดเมื่อวันที่ 21 กันยายน 2522 สำเร็จการศึกษาปริญญาครุศาสตรบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์ โครงการเร่งรัดการผลิตและพัฒนาบัณฑิตระดับปริญญาตรี สาขาวิชาคณิตศาสตร์ของประเทศ (รพค.) คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปีการศึกษา 2544 เป็นครูคณิตศาสตร์ที่โรงเรียนราชินีบนตั้งแต่ปี 2545 จนถึงปัจจุบัน ได้รับทุนเพื่อศึกษาต่อระดับปริญญาโทจากราชินีมูลนิธิ โดยเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปีการศึกษา 2553