

แบบจำลองกำลังสูญเสียจากการไหลในเฟืองตรงและเฟืองเฉียงที่พิจารณารูปแบบของการกระจาย  
ภาระบนหน้าฟันเฟือง

นางสาวณัชชา พรชัย



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)

เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย

The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)

are the thesis authors' files submitted through the University Graduate School.

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2557

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

SLIDING LOSS MODEL IN SPUR AND HELICAL GEAR WITH LOAD DISTRIBUTION PATTERN  
ON GEAR TOOTH SURFACE

Miss Natcha Ponchai



A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Engineering Program in Mechanical Engineering

Department of Mechanical Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2014

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์

แบบจำลองกำลังสูญเสียจากการไหลในเฟืองตรงและเฟือง  
เฉียงที่พิจารณารูปแบบของการกระจายภาระบนหน้า  
ฟันเฟือง

โดย

นางสาวณัชชา พรชัย

สาขาวิชา

วิศวกรรมเครื่องกล

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนัดต์ รัตนสุมาวงศ์

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วน  
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบริหารธุรกิจ

.....คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์

(ศาสตราจารย์ ดร.บัณฑิต เอื้ออาภรณ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จิรพงศ์ กสิวิทย์อำนวย)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนัดต์ รัตนสุมาวงศ์)

.....กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.นภดนัย อาชวาคม)

.....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(ศาสตราจารย์ กิตติคุณ ดร. สุรินทร์ พงศ์สุภสมิทธิ์)

ณัชชา พรชัย : แบบจำลองกำลังสูญเสียจากการไถลในเฟืองตรงและเฟืองเฉียงที่พิจารณารูปแบบของการกระจายภาระบนหน้าฟันเฟือง (SLIDING LOSS MODEL IN SPUR AND HELICAL GEAR WITH LOAD DISTRIBUTION PATTERN ON GEAR TOOTH SURFACE) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: ผศ. ดร.ชนันต์ รัตนสุมาวงศ์, 113 หน้า.

แบบจำลองเพื่อประเมินกำลังสูญเสียของคู่เฟืองเป็นเครื่องมือสำคัญอย่างหนึ่ง ทำให้สามารถประเมินได้ว่ากำลังสูญเสียของคู่เฟืองมีขนาดเท่าไร และพารามิเตอร์รูปร่างของเฟืองมีผลต่อกำลังสูญเสียอย่างไร อย่างไรก็ตามแบบจำลองเพื่อประเมินกำลังสูญเสียที่มีอยู่ยังไม่สามารถทำนายผลของพารามิเตอร์รูปร่างบางตัวได้อย่างถูกต้อง ทั้งนี้เนื่องจากแบบจำลองเดิมมีสมมุติฐานให้มีการกระจายภาระบนเส้นสัมผัสอย่างสม่ำเสมอ ซึ่งไม่สอดคล้องกับความเป็นจริง สำหรับวิทยานิพนธ์นี้จะรวบรวมผลการศึกษากลับการกระจายภาระบนหน้าฟันเฟืองตรง และเฟืองเฉียง และใช้ข้อมูลนี้ในการปรับปรุงแบบจำลองกำลังสูญเสียให้สามารถประเมินได้ถูกต้องมากยิ่งขึ้น

ในวิทยานิพนธ์นี้ได้ปรับปรุงการแบ่งภาระของฟันเฟืองตรงในขณะที่ฟันขบกัน 2 คู่ เป็นอัตราส่วน 33:66 และ 45:55 ส่วนการกระจายภาระบนหน้าสัมผัสฟันเฟืองตรงเป็นการกระจายแบบสม่ำเสมอ ตามที่ได้มีการนำเสนอไว้ในงานวิจัยก่อนหน้า ในกรณีของเฟืองเฉียงจะใช้วิธีการกระจายภาระบนเส้นสัมผัสที่เสนอโดย Niemann-Richer ในการคำนวณ ภาพ contour ของการกระจายภาระบนหน้าฟันถูกตรวจสอบด้วยการทดสอบผิวสัมผัสจากการทาสีหน้าฟันเฟือง และผลการคำนวณโดยใช้แบบจำลองที่ปรับปรุงแล้ว จะถูกนำไปเปรียบเทียบกับผลการประเมินโดยแบบจำลองเดิม และผลการทดลองซึ่งทำโดยชุดทดลองเฟืองแบบ back-to-back รวมถึงเปรียบเทียบกับผลการทดลองของนักวิจัยอื่น

ผลการทดสอบผิวสัมผัสพบว่า บริเวณของสีที่หลุดออกซึ่งแสดงถึงตำแหน่งที่มีแรงกระทำสูงมีความสอดคล้องกับบริเวณรับภาระมากในภาพ contour ของรูปแบบการกระจายภาระที่ใช้ในแบบประเมินใหม่ มากกว่าภาพ contour ที่สร้างขึ้นโดยใช้สมมุติฐานเดิม สำหรับผลการประเมินกำลังสูญเสียพบว่าแบบจำลองหลังปรับปรุงแล้วประเมินกำลังสูญเสียได้ต่ำกว่าแบบจำลองเดิม และเมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองทั้งที่ทำให้ห้องปฏิบัติการเองและผลที่ทำโดยนักวิจัยอื่นพบว่า แบบจำลองที่ปรับปรุงแล้วสามารถประเมินผลของพารามิเตอร์รูปร่างต่างๆ ได้แก่ มุมกด มุมฮีลิกซ์ และความกว้างหน้าฟันได้อย่างถูกต้อง ในขณะที่แบบจำลองเดิมจะประเมินได้ถูกต้องเพียงแค่มุมกด และความกว้างหน้าฟันเท่านั้น

ภาควิชา วิศวกรรมเครื่องกล

ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา วิศวกรรมเครื่องกล

ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก .....

ปีการศึกษา 2557

# # 5670184221 : MAJOR MECHANICAL ENGINEERING

KEYWORDS: SLIDING LOSS / LOAD DISTRIBUTION / LOAD SHARING / SPUR GEAR / HELICAL GEAR

NATCHA PONCHAI: SLIDING LOSS MODEL IN SPUR AND HELICAL GEAR WITH LOAD DISTRIBUTION PATTERN ON GEAR TOOTH SURFACE. ADVISOR: ASST. PROF. CHANAT RATANASUMAWONG, 113 pp.

Gear is an important component in power transmission. In actual multi-stage gear reduction is normally used. The more stages of gear the more power loss. Due to the increasing of power loss studying power loss is necessary. However, for handiness in the calculation, load distribution in the model was assumed to be uniformly distributed along line of contact which is not practical and also estimation from the model are not agree with an experiment result in some parameter. This thesis collects studies of load distribution pattern in spur and helical gear tooth surface and uses the studies as information for improving the model.

In this thesis, sliding loss mathematical model is improved. In case of spur gear, the improvement is done by applying load sharing ratio, 33:66 and 45:55, to the model. In the other hand, empirical equation of load distribution is used for correcting the helical gear model. Contour plot of load distribution on gear tooth surface are verified by comparing photo of tooth contact pattern which done by experiment and to validate the improvement result, the sliding loss estimation after improving is compared with the estimation before improving and experimental result.

The result of contact experiment shown that contact pattern is related with high load area in contour plot of load distribution in improved model more than the former load distribution assumption. For estimation result, it is found that the estimation of improved model is lower than the former model estimation and also showed that the estimated results from the improved model agree well with experimental results in case of affects of pressure angle face width and helix angle while the former model cannot predict the affects of helix angle.

Department: Mechanical Engineering      Student's Signature .....

Field of Study: Mechanical Engineering      Advisor's Signature .....

Academic Year: 2014

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงลงได้ด้วยความกรุณาของ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชนัตต์ รัตนสุมาวงศ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ให้คำปรึกษา แนะนำ ข้อคิดเห็นอันเป็นประโยชน์ต่อ วิทยานิพนธ์ และความอนุเคราะห์ในด้านอื่น ๆ อีกหลายประการด้วยดีเสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งใน พระคุณและความกรุณาเป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จิรพงศ์ กสิวิทย์อำนวย ประธานกรรมการ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. นภดนัย อาชวาคม และ ศาสตราจารย์ กิตติคุณ ดร. สุรินทร์ พงศ์ศุภสมิทธิ์ กรรมการที่ให้คำแนะนำ ตลอดระยะเวลาทำงานวิจัย ที่ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความครบถ้วน สมบูรณ์มากขึ้น

ขอขอบพระคุณ คณะวิศวกรรมศาสตร์ ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล จุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย ที่ให้ทุนสนับสนุนในงานวิจัยนี้

ขอขอบพระคุณ นายเจษฎา แพรกนันทะ ที่ช่วยเหลือในด้านการทดลองและการ รวบรวมผลการทดลอง รวมถึงให้คำปรึกษาต่าง ๆ ในการเขียนวิทยานิพนธ์ และขอขอบพระคุณ เพื่อน ๆ รุ่นพี่ รุ่นน้องปริญาโทมหบัณฑิตทุกท่านที่ให้ความช่วยเหลือในด้าน ๆ ตลอดมา

สุดท้ายนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบิดามารดา ที่ให้กำลังใจและสนับสนุนการศึกษา ของผู้วิจัยเสมอมา และคุณค่าอันใดที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นกตัญญูตาบูชาแต่ บิดา มารดา ครูบาอาจารย์ ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่าน

## สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญรูปภาพ.....	ญ
สารบัญตาราง.....	ท
รายการสัญลักษณ์.....	ฒ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ที่มาและความสำคัญของวิทยานิพนธ์.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์.....	2
1.3 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์.....	2
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	2
1.5 ปรัชศน์วรรณกรรม.....	2
บทที่ 2 กำลังสูญเสียและการคำนวณหา กำลังสูญเสียในงานวิจัยก่อนหน้า.....	16
2.1 กำลังสูญเสียในระบบส่งกำลัง.....	16
2.1.1 กลไกการเกิดกำลังสูญเสียจากการไหล.....	16
2.2 การคำนวณหา กำลังสูญเสีย.....	19
2.2.1 การคำนวณหา กำลังสูญเสียสำหรับเฟืองตรง.....	19
2.2.2 การคำนวณหา กำลังสูญเสียสำหรับเฟืองเฉียง.....	26
2.3 สรุป 31	
บทที่ 3 กระจายภาระบนหน้าฟันของเฟืองตรงและเฟืองเฉียง.....	33
3.1 รูปแบบการกระจายภาระบนหน้าฟันของเฟืองตรง.....	33

3.1.1	งานวิจัยเกี่ยวกับการแบ่งภาระระหว่างฟันของเฟืองตรง.....	35
3.1.2	งานวิจัยเกี่ยวกับการกระจายภาระบนเส้นสัมผัสของเฟืองตรง .....	36
3.2	รูปแบบการกระจายภาระบนหน้าฟันของเฟืองเฉียง.....	38
3.3	สรุป 45	
บทที่ 4	แบบจำลองกำลังสูญเสียการไหลที่พิจารณารูปแบบของการกระจายภาระบนหน้าฟันเฟือง .....	46
4.1	ขั้นตอนการคำนวณกำลังสูญเสียจากการไหลในแบบจำลองของเฟืองตรง .....	46
4.2	ขั้นตอนการคำนวณกำลังสูญเสียจากการไหลในแบบจำลองของเฟืองเฉียง .....	55
4.3	สรุป 66	
บทที่ 5	ผลการประเมินกำลังสูญเสียจากการไหลด้วยแบบจำลองที่ปรับปรุงใหม่.....	67
5.1	ผลการเปรียบเทียบลักษณะการสัมผัสกับรูปแบบการกระจายภาระบนหน้าฟันเฟือง .....	67
5.1.1	การทดลองวัดการสัมผัสของหน้าฟันเฟือง .....	67
5.1.2	ผลการเปรียบเทียบการสัมผัสของเฟืองตรง .....	69
5.1.3	ผลการเปรียบเทียบการสัมผัสของเฟืองเฉียง.....	71
5.2	การทดลองวัดกำลังสูญเสีย.....	72
5.2.1	การทดลองในสภาวะการทำงานที่ไม่มีภาระ .....	75
5.2.2	การทดลองในสภาวะการทำงานที่มีภาระ .....	75
5.3	ผลการเปรียบเทียบกำลังสูญเสียจากการไหลจากการคำนวณกับผลการทดลองที่กระทำในห้องปฏิบัติการ .....	76
5.3.1	ผลการเปรียบเทียบในกรณีเฟืองตรง.....	77
5.3.2	ผลการเปรียบเทียบกรณีเฟืองเฉียง .....	78
5.3.3	ผลการเปรียบเทียบอันดับกำลังสูญเสียของเฟืองพารามิเตอร์ต่าง ๆ.....	80
5.4	ผลการเปรียบเทียบกำลังสูญเสียจากการไหลกับผลการทดลองของนักวิจัยภายนอก .....	83
5.5	สรุป 90	



บทที่ 6	การใช้แบบจำลองวิเคราะห์อิทธิพลของพารามิเตอร์ของเฟือง ที่มีต่อกำลังสูญเสียจากการไถล.....	92
6.1	แนวโน้มกำลังสูญเสียจากการไถล.....	92
6.2	อิทธิพลของมุมกด.....	93
6.3	อิทธิพลของมุมฮีลิคซ์.....	97
6.4	อิทธิพลของความกว้างหน้าฟัน.....	102
6.5	สรุป 104	
บทที่ 7	บทสรุป.....	106
7.1	สาระสำคัญของวิทยานิพนธ์.....	106
7.2	ข้อเสนอแนะ.....	108
	รายการอ้างอิง.....	110
	ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	113



## สารบัญรูปภาพ

รูปที่ 1.1	กราฟแสดงกำลังสูญเสียที่เกิดขึ้น ณ ตำแหน่งต่างๆ [1] .....	4
รูปที่ 1.2	Unitary potential ( u ) และ Inverse unitary potential [12] .....	6
รูปที่ 1.3	การแบ่งภาระระหว่างคูปั้นในแต่ละตำแหน่งการขบ [12] .....	7
รูปที่ 1.4	ผลของระยะความผิดพลาดของเบสพิตซ์ ( $\Delta P_b$ ) ต่อการแบ่งภาระระหว่างคูปั้นเฟือง [13].....	8
รูปที่ 1.5	ผลการเปรียบเทียบอัตราส่วนการแบ่งภาระจากการทดลอง ไฟไนท์เอลิเมนต์ และ AGMA B88 [14] .....	9
รูปที่ 1.6	การแบ่งภาระของเฟืองตรงปกติและเฟืองตรงที่มีอัตราส่วนการขบสูง [15].....	9
รูปที่ 1.7	แบบจำลองระบบส่งกำลังของเฟือง 1 คู่ [16].....	10
รูปที่ 1.8	การกระจายภาระบนหน้าฟันของเฟืองตรงที่มีความกว้างหน้าฟันมาก [16] .....	10
รูปที่ 1.9	การทดลองหาภาระที่กระจายบนเส้นสัมผัสของเฟืองเฉียง [18] .....	11
รูปที่ 1.10	เปรียบเทียบการแบ่งภาระ (static) ของฟันเฟืองเฉียงที่ดัดแปลงฟันเฟืองและไม่ได้ดัดแปลง [19] .....	12
รูปที่ 1.11	ตำแหน่งการขบต่าง ๆ ของเฟืองเฉียง [20] .....	13
รูปที่ 1.12	ขนาดภาระที่จุดต่าง ๆ บนเส้นสัมผัสของเฟืองเฉียง [20].....	14
รูปที่ 1.13	ขนาดภาระในแต่ละจุดบนเส้นสัมผัสของ Yi Zhang Umezawa Mathis และ Liu [20].....	15
รูปที่ 2.1	กลไกการเกิดกำลังสูญเสียจากการลื่นไถล .....	17
รูปที่ 2.2	แรงที่กระทำบนฟันเฟือง.....	18
รูปที่ 2.3	แรงที่กระทำกับเฟืองตามระหว่งการขบ .....	19
รูปที่ 2.4	อัตราส่วนกำลังสูญเสียที่ตำแหน่งการขบต่างๆ ของฟัน 1 คู่.....	23
รูปที่ 2.5	อัตราส่วนการแบ่งภาระ อัตราส่วนกำลังสูญเสียของฟันเฟืองแต่ละคู่ตามลำดับการขบที่เวลาต่าง ๆ และอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวม 2 คู่ฟันของเฟือง .....	24

รูปที่ 2.6	ทิศทางแรงกระทำขณะเฟืองเฉียงขบกัน.....	26
รูปที่ 2.7	ระนาบการขบของเฟืองเฉียง.....	28
รูปที่ 2.8	แบบจำลองเฟืองเฉียง.....	28
รูปที่ 2.9	กำลังสูญเสียจากการขบกันของเฟืองเฉียง 1 คู่ฟัน.....	29
รูปที่ 2.10	อัตราส่วนกำลังสูญเสียของแต่ละคู่ฟันและอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมของเฟือง เฉียง.....	30
รูปที่ 2.11	เส้นสัมผัสระหว่างฟันของเฟืองเฉียงที่เวลา $t$ .....	30
รูปที่ 3.1	การขบของฟันเฟืองขับและเฟืองตามของเฟืองตรง.....	33
รูปที่ 3.2	ตำแหน่งที่มีการขบ 1 คู่ฟัน และ 2 คู่ฟัน.....	34
รูปที่ 3.3	รูปแบบของอัตราส่วนการแบ่งภาระของผู้นำเสนอดังกล่าว.....	36
รูปที่ 3.4 (ก)	การกระจายภาระแบบสม่ำเสมอตามแนวเส้นสัมผัส (ข) รูปแบบการกระจายภาระ บนหน้าฟันเฟืองตรงของ Lars Vedmar [17].....	37
รูปที่ 3.5	ผลการทดสอบการสัมผัสของฟันเฟืองตรง [11].....	38
รูปที่ 3.6	รูปแบบการกระจายภาระบนหน้าฟันของภูวดล [5].....	40
รูปที่ 3.7	การกระจายของภาระบนเส้นสัมผัสที่พารามิเตอร์ต่าง ๆ [18].....	41
รูปที่ 3.8	แสดง $b_N$ ใน overlap ratio ต่าง ๆ [18].....	42
รูปที่ 3.9	แสดงการเปรียบเทียบรูปแบบการกระจายภาระบนหน้าฟัน ของ (ก) Lars Vedmar [17] และ (ข) Niemann-Richer [18].....	43
รูปที่ 3.10	ผลการทดสอบการสัมผัสของฟันเฟืองเฉียง [11].....	44
รูปที่ 3.11	แสดงการเปรียบเทียบภาพ contour การกระจายภาระบนหน้าฟัน กับผลการ ทดลองการสัมผัส.....	44
รูปที่ 4.1	ขั้นตอนการคำนวณกำลังสูญเสียจากการไถลในแบบจำลองของเฟืองตรง.....	47
รูปที่ 4.2	ผลการคำนวณของเฟืองตรง S1 จากโปรแกรม MATLAB.....	52
รูปที่ 4.3	อัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมของเฟืองตรง.....	54
รูปที่ 4.4	ขั้นตอนการคำนวณกำลังสูญเสียจากการไถลในแบบจำลองของเฟืองเฉียง.....	57

รูปที่ 4.5	เส้นสัมผัสของเฟืองเฉียงบนระนาบการขบ .....	58
รูปที่ 4.6	ความยาวเส้นสัมผัส 1 คู่ฟันและความยาวเส้นสัมผัสรวมของเฟืองเฉียง.....	60
รูปที่ 4.7	การกระจายภาระบนเส้นสัมผัสของเฟืองเฉียงและเฟืองตรงย่อ.....	62
รูปที่ 4.8	ผลการคำนวณของเฟืองเฉียง H1 จากโปรแกรม MATLAB .....	63
รูปที่ 4.9	อัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมของเฟืองเฉียง.....	65
รูปที่ 5.1	ขั้นตอนการทำสีหน้าสัมผัสฟันเฟือง.....	68
รูปที่ 5.2	ตำแหน่งการตั้งกล้องถ่ายรูปหน้าสัมผัสฟันเฟือง.....	68
รูปที่ 5.3	ผลการเปรียบเทียบการสัมผัสของเฟืองตรง (S1).....	70
รูปที่ 5.4	ผลการเปรียบเทียบการสัมผัสของเฟืองเฉียง (H3).....	72
รูปที่ 5.5	แผนผังการเชื่อมต่ออุปกรณ์ของชุดทดลอง back-to-back gearbox system .....	73
รูปที่ 5.6	ชุดทดลองแบบ back-to-back gearbox system.....	74
รูปที่ 5.7	แผนผังการจำแนกกำลังสูญเสียประเภทต่างๆ ในระบบชุดทดลอง.....	74
รูปที่ 5.8	การเปรียบเทียบค่าจากการประเมินกำลังสูญเสียจากการไหลจากแบบจำลองทาง คณิตศาสตร์เก่า ,แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ใหม่ และผลการทดลองของเฟือง ตรง .....	77
รูปที่ 5.9	ผลการเปรียบเทียบค่าจากการประเมินกำลังสูญเสียจากการไหลจากแบบจำลองทาง คณิตศาสตร์เก่า ,แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ใหม่ และผลการทดลองของเฟือง เฉียง .....	79
รูปที่ 5.10	การกระจายภาระบนเส้นสัมผัสของแบบจำลองเดิมและแบบจำลองใหม่.....	80
รูปที่ 5.11	ผลการเปรียบเทียบอันดับกำลังสูญเสียของเฟืองพารามิเตอร์ต่าง ๆ จากการทดลอง กับการประเมินจากแบบจำลองใหม่และแบบจำลองเดิม.....	81
รูปที่ 5.12	ผลการเปรียบเทียบการประเมินกำลังสูญเสียด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ด้วย สมการ ISOTC 60 ก่อนปรับปรุง หลังปรับปรุง และผลการทดลอง ที่ขนาดภาระ ต่าง ๆ.....	86

รูปที่ 5.13	ผลการเปรียบเทียบการประเมินกำลังสูญเสียด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ด้วยสมการ Benedict and Kelley ก่อนปรับปรุง หลังปรับปรุง และผลการทดลอง ที่ขนาดภาระต่าง ๆ.....	87
รูปที่ 5.14	ผลการเปรียบเทียบการประเมินกำลังสูญเสียด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ด้วยสมการ Drozdov and Gavrikov ก่อนปรับปรุง หลังปรับปรุง และผลการทดลอง ที่ขนาดภาระต่าง ๆ.....	88
รูปที่ 5.15	ความสัมพันธ์ระหว่างความหยาบผิวและสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานในสมการสำเร็จต่าง ๆ.....	89
รูปที่ 5.16	ผลการทดสอบการสัมผัสของฟันเฟืองเฉียงที่ทำ lead crowning 5 micron และ profile crowning 3 micron.....	90
รูปที่ 6.1	อัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันที่ถ่วงน้ำหนักด้วยการแบ่งภาระ .....	93
รูปที่ 6.2	ผลของอัตราส่วนการขบต่อกำลังสูญเสีย .....	94
รูปที่ 6.3	อิทธิพลของมุมกดที่ส่งผลต่อตัวแปรต่าง ๆ .....	95
รูปที่ 6.4	จุดเริ่มต้นและสิ้นสุดการขบของเฟืองที่มุมกด (ก) 10 (ข) 20 และ (ค) 30 องศา .....	96
รูปที่ 6.5	อิทธิพลของมุมกดที่มีต่อแนวโน้มกำลังสูญเสีย .....	97
รูปที่ 6.6	อิทธิพลของมุมฮิลิกซ์ที่ส่งผลต่อตัวแปรต่าง .....	98
รูปที่ 6.7	อิทธิพลของมุมฮิลิกซ์ที่มีต่อแนวโน้มกำลังสูญเสีย.....	99
รูปที่ 6.8	อิทธิพลของมุมฮิลิกซ์ที่มีต่อแนวโน้มกำลังสูญเสียของแบบจำลองที่ปรับปรุง และแบบจำลองเดิม.....	101
รูปที่ 6.9	เปรียบเทียบตัวแปรที่ได้จากผลการคำนวณของแบบจำลองที่ปรับปรุงและแบบจำลองเดิม .....	101
รูปที่ 6.10	อิทธิพลของความกว้างหน้าฟันที่ส่งผลต่อตัวแปรต่าง ๆ .....	103
รูปที่ 6.11	อิทธิพลของความกว้างหน้าฟันที่มีต่อแนวโน้มกำลังสูญเสีย .....	104

## สารบัญตาราง

ตารางที่ 2.1 การแทนเครื่องหมายของค่าต่างๆ สำหรับสมการ (2.13).....	22
ตารางที่ 4.1 สูตรอย่างง่ายสำหรับประเมินค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน .....	51
ตารางที่ 5.1 พารามิเตอร์ของเฟืองที่ใช้ในการทดลองการสัมผัสของฟันเฟือง.....	69
ตารางที่ 5.2 พารามิเตอร์ของเฟืองที่ใช้ในการทดลองกำลังสูญเสีย.....	76
ตารางที่ 5.3 อันดับกำลังสูญเสียของผลการทดลอง แบบจำลองเดิม และแบบจำลองหลัง ปรับปรุง.....	82
ตารางที่ 5.4 พารามิเตอร์ของชุดเฟืองและสภาวะการทำงานที่ใช้ในการทดลองของ Vaidyanathan [25] .....	83



## รายการสัญลักษณ์

$BK$	คือ Benedict and Kelley
$DG$	คือ Drozdov and Gavrikov
$F_N$	คือ แรงส่งกำลังรวม
$F_S$	คือ แรงส่งกำลังใน section ใด ๆ
$FW$	คือ ความกว้างหน้าฟัน
$F_{Z1}$	คือ แรงส่งกำลังบนฟันเฟืองตรงคู่ที่ 1
$F_{Z2}$	คือ แรงส่งกำลังบนฟันเฟืองตรงคู่ที่ 2
$H_1$	คือ กำลังเข้า
$H_2$	คือ กำลังออก
$H_3$	คือ กำลังสูญเสีย
$H_S$	คือ กำลังใน section ใด ๆ
$H_{Z1}$	คือ กำลังที่ส่งผ่านบนฟันเฟืองตรงคู่ที่ 1
$H_{Z2}$	คือ กำลังที่ส่งผ่านบนฟันเฟืองตรงคู่ที่ 2
$ISO$	คือ ISOTC 60
$LS$	คือ การแบ่งภาระ
$LT$	คือ ความยาวเส้นสัมผัส
$m$	คือ โมดูล
$m_n$	คือ นอมัลโมดูล
$m_t$	คือ ทรานส์เวิร์สโมดูล
$m_w$	คือ อัตราทด
$n$	คือ ตำแหน่งการขบต่าง ๆ
$n_{initial}$	คือ ค่าเริ่มต้นตำแหน่งการขบ
$n_k$	คือ ตำแหน่งการขบที่กำลังเกิดขึ้น
$n-n$	คือ แนวแกนส่งกำลังของเฟือง
$ns$	คือ จำนวนเฟืองตรงย่อยที่ประกอบกันเป็นเฟืองเฉียง
$N_{section}$	คือ จำนวนคู่ฟันเฟืองตรงย่อยในเฟืองเฉียง 1 คู่ที่ขบในขณะนั้น
$N_{tooth}$	คือ จำนวนคู่ฟันเฟืองตรงหรือเฉียงทั้งหมดที่ขบในขณะนั้น
$Pb$	คือ ระยะเบสพิตช์

$P_{input}$	คือ กำลังขาเข้าระบบ
$P_{max}$	คือ ความดันสูงสุดที่หน้าสัมผัส
$P_{mech}$	คือ กำลังสูญเสียที่ขึ้นกับภาวะหรือกำลังสูญเสียทางกล
$P_{spin}$	คือ กำลังสูญเสียที่ไม่ขึ้นกับภาวะหรือกำลังสูญเสียจากการหมุนต้านแรงเสียดทาน
$R$	คือ ผลรวมรัศมีความโค้ง
$R_{12}$	คือ แรงที่เฟืองขับกระทำกับเฟืองตาม ซึ่งมีทิศเบนออกจากเส้นแนวแรงกระทำ
$R_{base}$	คือ รัศมีเบส
$R_p$	คือ รัศมีพิทช์
$S$	คือ ความหยาบผิวฟัน
$step$	คือ ระยะห่างระหว่างตำแหน่งการขบ
$T$	คือ ภาวะแรงบิด
$T_c$	คือ ภาวะแรงบิดในระบบชุดทดลอง
$T_T$	คือ แรงบิดขาเข้าห้องเกียร์
$t-t$	คือ แนวแกนที่ตั้งฉากกับแนวแกนส่งกำลังของเฟือง
$u(x)$	คือ ฟังก์ชันการกระจายภาวะของ Niemann-Richer
$V_r$	คือ ผลรวมของความเร็วการกลิ้ง
$V_s$	คือ ความเร็วการไถลสัมผัส
$W$	คือ การกระจายภาวะ
$x$	คือ ตำแหน่งการขบต่าง ๆ ของ Niemann-Richer
$Z$	คือ จำนวนฟันเฟือง
$Z1a$	คือ เฟืองตามคู่ a
$Z1b$	คือ เฟืองตามคู่ b
$Z2a$	คือ เฟืองขับคู่ a
$Z2b$	คือ เฟืองขับคู่ b
$f$	คือ แรงเสียดทานในแนวแกนผิวสัมผัส
$\nu$	คือ ความหนืดพลศาสตร์ของน้ำมันหล่อลื่น
$\mu$	คือ สัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน
$\Omega$	คือ ความเร็วรอบหมุนเชิงมุมขาเข้า (rpm)
$\varphi$	คือ อัตราส่วนกำลังสูญเสีย
$\beta, HA$	คือ มุมฮิลิกซ์



$\alpha, PA$	คือ มุมกด
$\beta_g$	คือ มุมเบสอีลิคซ์
$\nu_k$	คือ ความหนืดเชิงจลศาสตร์ของน้ำมันหล่อลื่น
$\varphi_s$	คือ อัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันเฟือง
$\varphi_{total}$	คือ อัตราส่วนกำลังสูญเสียรวม
$\varphi_{ws}$	คือ อัตราส่วนกำลังสูญเสีย 1 คู่ฟันเฟืองที่ถ่วงน้ำหนักแล้ว
$\bar{\varphi}, \varphi_{avg}$	คือ อัตราส่วนกำลังสูญเสียเฉลี่ย
$\omega$	คือ ความเร็วรอบหมุนเชิงมุมขาเข้า (rad/s)



## บทที่ 1

### บทนำ

#### 1.1 ที่มาและความสำคัญของวิทยานิพนธ์

เฟืองเป็นอุปกรณ์ที่ใช้ถ่ายทอดกำลังทางกลที่มีมาเป็นระยะเวลาอันยาวนานและมีการพัฒนาขึ้นเรื่อยๆ ในปัจจุบันเฟืองยังคงเป็นอุปกรณ์ถ่ายทอดกำลังอย่างแพร่หลายในอุปกรณ์ทางกลมากมาย เช่น ชุดเฟืองรถยนต์ ชุดเฟืองท้าย แม้กระทั่งในนาฬิกา แต่ทว่าในการถ่ายทอดกำลังจากเฟืองขับไปสู่เฟืองตามนั้นจะมีกำลังสูญเสียเกิดขึ้นเสมอ ซึ่งสามารถแบ่งออกได้หลายส่วน ได้แก่ กำลังสูญเสียจากการไถล กำลังสูญเสียจากการกิ้งเนื่องจากการสัมผัสของหน้าฟันเฟือง กำลังสูญเสียจากการหมุนปั่นน้ำมัน และกำลังสูญเสียจากการหมุนต้านอากาศ สำหรับเฟืองขนาดเล็กที่มีช่วงการใช้งานที่ความเร็วต่ำถึงปานกลาง เช่น เฟืองที่ใช้ในรถยนต์ กำลังสูญเสียจากการกิ้งและกำลังสูญเสียจากการหมุนต้านอากาศจะมีค่าน้อยมากเมื่อเปรียบเทียบกับกำลังสูญเสียจากการไถล อีกทั้งเฟืองที่ใช้ทดลองไม่ได้จุ่มลงในน้ำมัน แต่ใช้วิธีฉีดน้ำมันไปที่เฟืองโดยตรงเพื่อหล่อลื่น ทำให้กำลังสูญเสียจากการหมุนปั่นน้ำมันสามารถละทิ้งได้ ดังนั้นการวิจัยนี้จึงมุ่งเน้นไปที่การศึกษา กำลังสูญเสียจากการไถลเท่านั้น

แม้ว่าเฟืองหนึ่งคู่จะมีประสิทธิภาพการส่งกำลังสูง แต่เนื่องจากระบบส่งกำลังส่วนใหญ่จำเป็นต้องใช้เฟืองเป็นจำนวนมากในการถ่ายทอดกำลังเพื่อให้ได้ทั้งกำลังและความเร็วรอบที่เหมาะสม ดังนั้นกำลังสูญเสียที่เกิดขึ้นจึงมีค่าเพิ่มมากขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ การศึกษาและการทำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ประเมินค่ากำลังสูญเสียของเฟืองในแต่ละคู่จึงมีความสำคัญ เนื่องจากช่วยทำให้เข้าใจกลไกการเกิดกำลังสูญเสีย และผลของพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่มีต่อกำลังสูญเสียได้และยังเป็นพื้นฐานที่สามารถนำไปใช้ประกอบการออกแบบ หรือเลือกใช้เฟืองเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการใช้พลังงานซึ่งจะเป็นประโยชน์อย่างมากสำหรับวิกฤตการณ์ด้านพลังงานในอนาคตอันใกล้

จากงานวิจัยของชาคริต [4] และ ภูวดล [5] ซึ่งได้สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อประเมินกำลังสูญเสียจากการไถลของคู่เฟืองตรงและเฟืองเฉียงพบว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวสามารถประเมินกำลังสูญเสียได้ถูกต้องสำหรับบางกรณีเท่านั้น ในบางกรณีเช่นผลของมุมฮิลิกซ์ และผลของความกว้างหน้าฟันนั้น แบบจำลองยังไม่สามารถประเมินแนวโน้มกำลังสูญเสียได้อย่างถูกต้องสาเหตุหนึ่งนี้อาจส่งผลต่อการคำนวณ ได้แก่ การกระจายภาระบนหน้าฟันเฟืองและการแบ่งภาระระหว่างฟันของเฟือง ซึ่งในแบบจำลองที่กล่าวไว้ข้างต้น ในส่วนของเฟืองตรงได้พิจารณาให้การกระจายภาระบนเส้นสัมผัสของฟันเฟืองนั้นเป็นแบบสม่ำเสมอ และขณะที่เฟืองมีการขบกันมากกว่า 1 คู่ ได้พิจารณาให้มีการแบ่งภาระในแต่ละฟันเท่ากัน สำหรับเฟืองเฉียงนั้นได้พิจารณาให้การกระจายภาระบนเส้นสัมผัสของฟันเฟืองนั้นเป็นแบบสม่ำเสมอ แต่จากการทดลองหาสิ้ที่หน้าฟันเฟืองเพื่อ

ตรวจสอบการพบพบว่าสิ่งที่ทำไว้ถลอกออกบางส่วนเท่านั้น ผลการทดลองแสดงให้เห็นว่าสมมติฐานที่ตั้งไว้ไม่เป็นจริง วิทยานิพนธ์นี้จึงมีเป้าหมายที่การปรับปรุงวิธีการคำนวณในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อประเมินกำลังสูญเสียจากการไหลที่มีอยู่เดิมโดยพิจารณาการกระจายภาระบนหน้าพื้นเพื่อเพิ่มความสมจริงมากขึ้น

## 1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

1. รวบรวมผลการศึกษาเกี่ยวกับการกระจายภาระบนหน้าพื้นของเฟืองตรงและเฟืองเฉียง
2. เพื่อปรับปรุงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และโปรแกรมการคำนวณเดิมให้คำนึงถึงผลของการกระจายภาระบนหน้าพื้น

## 1.3 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์

1. นำรูปแบบการกระจายภาระบนหน้าพื้นของเฟืองตรงและเฟืองเฉียงมาใช้ในการปรับปรุงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ประเมินกำลังสูญเสียที่เกิดจากการไหล
2. ตรวจสอบรูปแบบการกระจายภาระบนหน้าพื้นของเฟืองโดยการเปรียบเทียบผลกระจายภาระจากแบบจำลองกับภาพถ่ายในการทดลองผิวสัมผัสด้วยการทาสี
3. ตรวจสอบประสิทธิผลของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแล้วโดยการเปรียบเทียบผลการวัดค่ากำลังสูญเสียจากการทดลอง ผลการประเมินจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เดิมซึ่งเสนอโดยชาคริตและภูวดล และผลจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงใหม่ ด้วยการประเมินผลของพารามิเตอร์ ได้แก่ ความกว้างหน้าพื้น มุมกด และมุมฮิลิกซ์ ต่อกำลังสูญเสียที่เกิดจากการไหล

## 1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับหาค่ากำลังสูญเสียในชุดเฟืองตรงและเฟืองเฉียงที่แม่นยำขึ้น
2. เป็นพื้นฐานซึ่งการออกแบบและเลือกใช้เฟืองตรงและเฟืองเฉียง ในระบบส่งกำลังเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการใช้งาน และประหยัดพลังงานต่อไป

## 1.5 ทัศนวิสัยวรรณกรรม

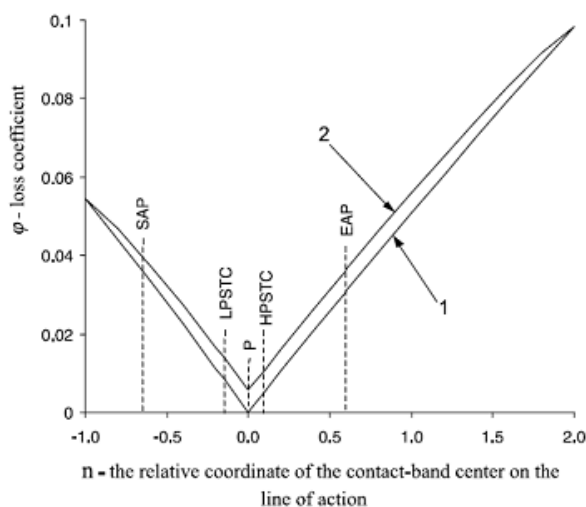
การศึกษาประสิทธิภาพและกำลังสูญเสียของระบบเฟืองส่งกำลังเป็นหัวข้อวิจัยที่ได้รับความสนใจมาเป็นเวลานาน และมีผลงานวิจัยตีพิมพ์จำนวนมาก โดยอาจแยกเป็นงานวิจัยที่เน้นด้านการทดลองวัดค่ากำลังสูญเสียของระบบเฟืองและงานวิจัยที่สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อประเมิน

ค่ากำลังสูญเสียของระบบเฟือง เนื่องจากการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์นั้นทำให้เข้าใจกลไกการเกิดกำลังสูญเสีย หากสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้มีความแม่นยำได้เพียงพอจะทำให้สามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้อย่างกว้างขวาง ในที่นี้จึงจะเน้นงานวิจัยทางด้านการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งงานวิจัยบางส่วนที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อประเมินค่ากำลังสูญเสียของเฟืองมีดังต่อไปนี้

Michlin and Myunster [1] สร้างแบบจำลองประเมินกำลังสูญเสียที่เกิดขึ้นในการส่งกำลังของคู่เฟืองตรงเนื่องจากผลของแรงเสียดทานซึ่งเกิดจากการกลิ้ง และการไถลของฟันเฟืองขณะขบ โดยศึกษาจากแรงที่ฟันเฟืองขบกระทำที่ฟันเฟืองตามขณะขบ และคำนวณหาอัตราส่วนระหว่างกำลังสูญเสียที่เกิดขึ้นต่อกำลังขาเข้าที่ตำแหน่งการขบต่าง ๆ ของฟันเฟืองที่ขบกัน 1 คู่ โดยสมการคำนวณอัตราส่วนกำลังสูญเสียจะติดอยู่ในรูปของตัวแปรต่าง ๆ ได้แก่ ตำแหน่งการขบของฟันเฟือง มุมกดหน้าฟัน สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างฟันเฟือง และอัตราทด ตัวอย่างอัตราส่วนกำลังสูญเสียที่ประเมินได้แสดงในรูปที่ 1.1 โดยกราฟเส้นที่ 1 แสดงถึงกำลังสูญเสียที่เกิดขึ้นโดยไม่คิดผลของแรงเสียดทานซึ่งเกิดจากการกลิ้ง ในขณะที่กราฟที่ 2 แสดงถึงกำลังสูญเสียที่เกิดขึ้นโดยคิดผลของแรงเสียดทานซึ่งเกิดจากการกลิ้งเข้าไปด้วย

จากรูปเมื่อพิจารณากำลังสูญเสียโดยรวมตลอดการขบ ผลของแรงเสียดทานจากการกลิ้งจะมีผลน้อยกว่าผลของแรงเสียดทานจากการไถลมาก งานวิจัยนี้ช่วยให้เข้าใจกลไกการเกิดกำลังสูญเสียได้ง่าย นอกจากนี้ยังใช้เวลาในการคำนวณน้อย เนื่องจากพิจารณาสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างพื้นผิวฟันเป็นค่าคงที่ตลอดช่วงการขบ และพิจารณาการขบกันของฟันเฟืองเพียงแค่ 1 คู่ เท่านั้น ซึ่งยังไม่สอดคล้องกับการขบกันจริงของเฟืองซึ่งในบางขณะมีการขบกันของฟันเฟืองมากกว่า 1 คู่ นอกจากนี้งานวิจัยของ Michlin and Myunster ไม่มีการเปรียบเทียบผลการประเมินกับผลการทดลอง จึงไม่สามารถยืนยันถึงความแม่นยำของแบบจำลองได้ นอกจากนี้ยังไม่ได้แสดงให้เห็นถึงผลกระทบของปัจจัยต่างๆ เช่น มุมกด โมดูล ภาระแรงบิด และความเร็วรอบ ที่มีผลต่อกำลังสูญเสีย

ชนัตต์ และคณะ [2] ปรับปรุงแบบจำลองของ Michlin and Myunster ให้สามารถประยุกต์ใช้ได้ในกรณีที่ฟันเฟืองเกิดการขบส่งกำลังมากกว่า 1 คู่ และศึกษาอิทธิพลของโมดูล ความเร็วรอบหมุน และภาระแรงบิดต่อกำลังสูญเสีย นอกจากนี้ ชนัตต์ และคณะยังได้เปรียบเทียบผลการประเมินกำลังสูญเสียจากแบบจำลองที่สร้างขึ้นกับผลการทดลองวัดกำลังสูญเสียของ Petry-Johnson et al [3]. โดยเปรียบเทียบผลเฉพาะในกรณีของสภาวะการทำงานและขนาดโมดูลแตกต่างกัน โดยผลการเปรียบเทียบพบว่าแนวโน้มโดยรวมมีความสอดคล้องกัน คือ กำลังสูญเสียเพิ่มขึ้นตามความเร็วรอบหมุน และภาระแรงบิด โดยฟันเฟืองที่มีขนาดใหญ่กว่า หรือโมดูลมากกว่าจะมีกำลังสูญเสียมากกว่า ถึงแม้ว่าผลการประเมินจะมีแนวโน้มสอดคล้องกับผลการทดลอง แต่ค่ากำลังสูญเสียที่ประเมินได้ยังมี



รูปที่ 1.1 กราฟแสดงกำลังสูญเสียที่เกิดขึ้น ณ ตำแหน่งต่าง ๆ [1]

ความแตกต่างกับค่าจากการทดลองพอสมควร ปัจจัยที่มีผลต่อความแม่นยำของการประเมินตามแบบจำลองนี้ คือ การเลือกใช้สัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน โดยในที่นี้เลือกใช้จากงานวิจัยที่มีมาก่อน สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ใช้เป็นค่าคงที่โดยเลือกเป็นค่ากลาง ๆ ที่สองคล้องกับช่วงสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่รายงานในงานวิจัยหลาย ๆ ชิ้นซึ่งอาจจะไม่สอดคล้องกับเฟืองที่ใช้ในการทดลองของ Petry-Johnson et al

จากงานวิจัยของ Michlin and Myunster และงานวิจัยของ ชนัตต์ และคณะ พบว่า สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานมีผลอย่างมากต่อความแม่นยำของกำลังสูญเสียที่ประเมินได้ หากการเลือกค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่เหมาะสมจะทำให้ผลการประเมินมีความแม่นยำ ซึ่งงานวิจัยทั้งสองไม่ได้คำนึงถึงความสัมพันธ์ของตัวแปร เช่น รูปร่างของเฟือง ความเรียบผิว ความหนืดของน้ำมันหล่อลื่น และสภาวะการทำงาน ที่มีต่อสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน

ชาคริต [4] และ ภูวดล [5] ศึกษาแบบจำลองและทำการทดลองเกี่ยวกับกำลังสูญเสียในคู่ตรง และคู่เฟืองเฉียงตามลำดับ โดยศึกษากลไกการเกิดกำลังสูญเสียของคู่เฟืองและปัจจัยต่าง ๆ ที่มีผลต่อกำลังสูญเสียในคู่เฟือง ได้แก่ มุมกด ความกว้างหน้าฟัน โมดูล ความเร็วรอบ ภาระแรงบิด และเพิ่มปัจจัยในเรื่องมุมฮิลิกซ์ในกรณีของเฟืองเฉียง ทั้งคู่มีการเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อประเมินกำลังสูญเสียจากการไถที่เกิดขึ้นในคู่เฟือง รวมทั้งออกแบบชุดทดลองและทดลองกำลังสูญเสียที่เกิดขึ้นในการส่งกำลังด้วยเฟืองเพื่อเปรียบเทียบผลจากการทดลองกับผลการประเมินกำลังสูญเสียจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

สำหรับเฟืองตรง ชาคริตได้พัฒนาแบบจำลองประเมินกำลังสูญเสียจากการไถของ Y. Michlin and V. Myunster [1] และ ชนัตต์ [2] โดยการเปลี่ยนจากการใช้ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานเป็น

ค่าคงที่ไปเป็นการใช้สมการสำเร็จ (empirica; formula) ในการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน ซึ่งแปรผันตามตำแหน่งการขบ ความเร็วรอบ และภาระการทำงาน ทั้งนี้แบบจำลองของซาคริตได้ตั้งสมมติฐานให้ภาระกระจายอย่างสม่ำเสมอบนเส้นสัมผัสและพื้นเฟืองแบ่งภาระเท่ากันเมื่อมีการขบพร้อมกัน 2 คู่ฟัน

สำหรับเฟืองเฉียง ฎวตลได้พิจารณาให้เฟืองเฉียงมีลักษณะเป็นชุดของเฟืองที่ประกอบด้วยเฟืองตรงย่อยซ้อนกันเป็นชั้น ๆ แบบขั้นบันได ซึ่งมีระยะห่างระหว่างชั้นเท่า ๆ กัน และเอียงทำมุมกันตามองศาของมุมฮิลิกซ์ ทำให้สามารถนำมาประยุกต์ใช้วิเคราะห์หากำลังสูญเสียของเฟืองเฉียงจากเฟืองตรงได้ โดยแบบจำลองของฎวตลได้ตั้งสมมติฐานให้ภาระกระจายอย่างสม่ำเสมอบนเส้นสัมผัสเช่นเดียวกับแบบจำลองของซาคริต

ในส่วน of ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่นำมาใช้ในการสร้างแบบจำลองเพื่อประเมินกำลังสูญเสียจากการไถในการส่งกำลังด้วยเฟืองนั้นทั้งซาคริตและฎวตลได้เลือกใช้สมการสำเร็จในการประเมินค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานมาใช้ในการสร้างแบบจำลองเพื่อประเมินกำลังสูญเสีย เนื่องจากสมการสำเร็จสามารถคำนวณได้ง่าย เหมาะกับการประยุกต์ใช้ในการออกแบบเฟืองจริง สมการสำเร็จที่ใช้ขึ้นโดยมีทั้งหมด 5 สมการ ได้แก่ สมการซึ่งเสนอโดย Benedict and Kelley [6], Drozdov and Gavrikov [7], ISO TC60 [8], O'donoghue and Cameron [9] และ Misharin [10] แต่ละสมการจะคำนึงปัจจัยต่าง ๆ เช่น ความหนืดเชิงจลศาสตร์และพลศาสตร์ (Kinematic and Dynamic viscosities) ของน้ำมันหล่อลื่น ความเร็วการไถสัมผัส (Relative surface sliding velocity) ผลรวมของความเร็วการกลิ้ง (Sum of the rolling velocities) ผลรวมรัศมีความโค้ง (Combined radius of curvature) หน่วยภาระ (Unit normal load) ความดันสูงสุดที่หน้าสัมผัส (Maximum contact pressure) ความเรียบผิว (Surface roughness parameter) เป็นต้น

ทางด้าน of ผลการเปรียบเทียบระหว่างการคำนวณจากแบบจำลองกับผลการทดลอง ซาคริตพบว่าเมื่อเปรียบเทียบผลการประเมินจากแบบจำลองกับผลการทดลองพบว่า แนวโน้มของกำลังสูญเสียจากการทดลองและกำลังสูญเสียที่ได้จากการประเมินมีแนวโน้มสอดคล้องกันทุกประการ แต่ยังคงมีความแตกต่างอยู่พอสมควร ส่วนฎวตลพบว่ากำลังสูญเสียที่มีผลจากอิทธิพลของมุมฮิลิกซ์และความกว้างหน้าฟันจากการทดลองนั้นมีแนวโน้มที่ไม่สอดคล้องกับแบบประเมิน โดยผลการทดลองพบว่าเฟืองเฉียงที่มีมุมฮิลิกซ์มากจะมีกำลังสูญเสียน้อยกว่า และ เฟืองเฉียงที่มีความกว้างหน้าฟันมากกว่าจะมีกำลังสูญเสียมากกว่า ซึ่งพบว่ามีแนวโน้มตรงกันข้ามกับผลการประเมินจากแบบจำลอง

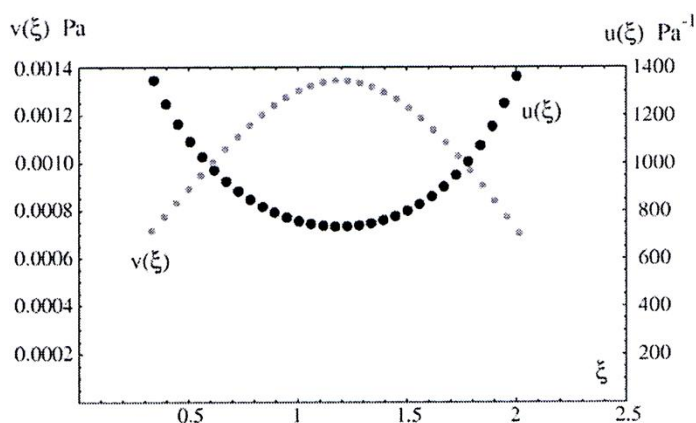
เจษฎา [11] ได้ศึกษาผลของการสัมผัสบนหน้าฟันเฟือง โดยการทดสอบการสัมผัสเบื้องต้นจากการทาสีหน้าฟันเฟือง จากนั้นให้ภาระและหมุนที่ความเร็ว 2000 รอบต่อนาที พบว่าที่ขนาดภาระน้อยสีจะหลุดออกเล็กน้อยโดยจะเริ่มหลุดออกบริเวณกลางฟัน และพื้นที่ของสีที่หลุดออกจะขยายเมื่อเพิ่มขนาดภาระ จากการเปรียบเทียบพื้นที่และบริเวณที่สีหลุดออกกับการกระจายภาระบนหน้าฟันใน

แบบจำลองของกฎดล พบว่าบริเวณที่สี่หลุดออกไม่สอดคล้องกับบริเวณที่มีขนาดการกระจายภาระสูง ดังนั้นการตั้งสมมติฐานให้รูปแบบการกระจายภาระบนเส้นสัมผัสเป็นแบบสม่ำเสมอในแบบจำลอง เพียงเฉียงยังไม่ถูกต้อง และมีส่วนทำให้การคำนวณจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์กับผลการทดลอง มีแนวโน้มไม่ตรงกัน

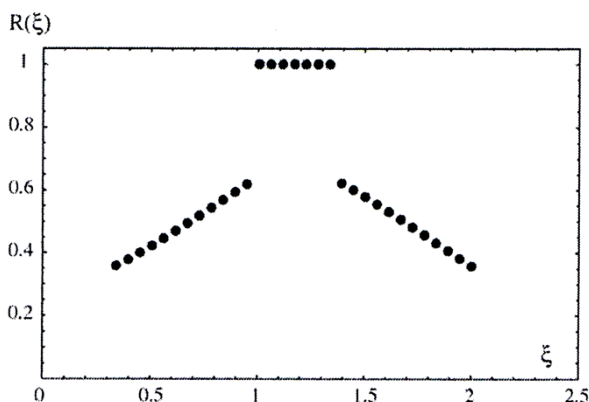
ในส่วนของกาแบ่งภาระระหว่างคู่ฟันของเฟืองตรงในแบบจำลองของชาคริตซึ่งได้ตั้งสมมติฐานให้แบ่งภาระเท่ากันนั้นยังไม่ถูกต้อง เนื่องจากแต่ละตำแหน่งของฟันเฟืองจะมีค่า stiffness ไม่เท่ากัน ทำให้คู่ฟันที่ขบกันในแต่ละตำแหน่งรับภาระไม่เท่ากัน ดังนั้นหากพิจารณาการกระจายภาระบนเส้นสัมผัสและการแบ่งภาระระหว่างคู่ฟันเฟืองให้เป็นไปตามความจริงยิ่งขึ้น จะช่วยให้ผลการประเมินกำลังสูญเสียจากการไถลของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีความแม่นยำมากยิ่งขึ้น

การแบ่งภาระระหว่างคู่ฟัน (Load sharing among several pairs) และ การกระจายภาระบนเส้นสัมผัส (Load distribution along contact line) ในที่นี้จะเรียกรวมว่า รูปแบบการกระจายภาระบนหน้าฟันเฟือง เป็นประโยชน์ในการคำนวณค่าต่าง ๆ ที่ใช้ในการออกแบบเฟือง เช่น contact stress, bending stress เป็นต้น ยิ่งใช้รูปแบบการกระจายภาระบนหน้าเฟืองได้ใกล้เคียงกับความจริง ผลการคำนวณก็จะใกล้เคียงความจริงมากยิ่งขึ้น โดยมีงานวิจัยบางส่วนที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้

Jose I. Pedrero และคณะ [12] ได้สร้างแบบจำลองการกระจายภาระบนหน้าฟันเฟืองตรง จากของค่า stiffness ที่เปลี่ยนไปตามตำแหน่งการขบของเฟือง ( $\xi$ ) หารูปแบบการแบ่งภาระระหว่างคู่ฟัน ( $R(\xi)$ ) ด้วยวิธีแปรผัน (solving the variation problem) ผลสุดท้ายจะอยู่ในรูปสมการแสดงความสัมพันธ์ของภาระที่กระทำกับเฟือง ( $F_N$ ) และค่า unitary potential ( $u(\xi)$ ) และ inverse unitary potential ( $v(\xi)$ ) ที่ได้แสดงไว้ในรูปที่ 1.2 ซึ่งค่าดังกล่าวได้มาจากการอินทิเกรตด้วยระเบียบการคำนวณเชิงตัวเลข พบว่าการแบ่งภาระระหว่างคู่ฟันที่ได้จากแบบจำลองจะเปลี่ยนไป



รูปที่ 1.2 Unitary potential ( $u$ ) และ Inverse unitary potential [12]



รูปที่ 1.3 การแบ่งภาระระหว่างคู่ฟันในแต่ละตำแหน่งการขบ [12]

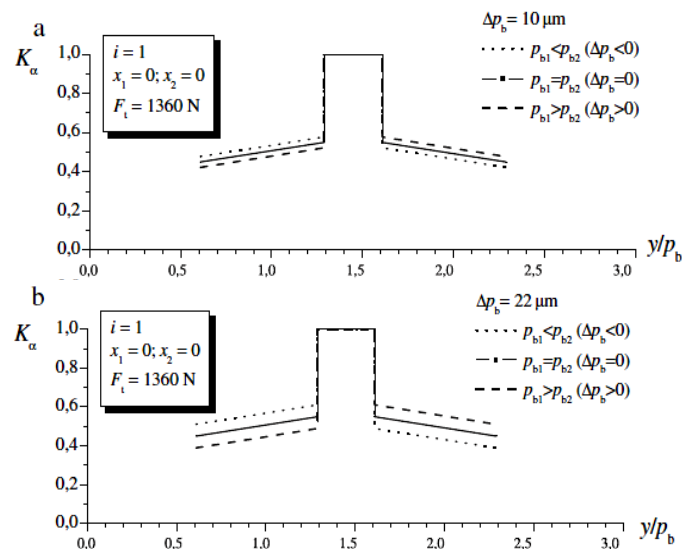
ตามตำแหน่งการขบ โดยอัตราส่วนการแบ่งภาระระหว่างการขบ 2 คู่ฟันในตำแหน่งโคนฟันและปลายฟันจะมีค่าน้อยที่สุด คือ ร้อยละ 33 หรือรับแรงแค่นั้นหนึ่งในสามของแรงส่งกำลังรวมและพบว่าตำแหน่งก่อนและหลังที่จะเกิดการขบ 1 คู่ฟันเล็กน้อยจะมีอัตราส่วนการแบ่งภาระจะมีค่ามากที่สุด คือ ร้อยละ 67 หรือรับแรงสองในสามของแรงส่งกำลังรวม ส่วนตำแหน่งการขบที่อยู่ระหว่างนี้จะมีอัตราส่วนการแบ่งภาระเพิ่มจากร้อยละ 33 ไปยัง ร้อยละ 67 ด้วยอัตราเพิ่มที่คงที่หรือเป็นเชิงเส้นดังแสดงในรูปที่ 1.3 และพบว่ารูปแบบการแบ่งภาระดังกล่าวเป็นอิสระต่อพารามิเตอร์ของเฟืองตรง เช่น จำนวนฟันของเฟือง มุมกด ความห่างระหว่างจุดศูนย์กลางเฟือง โมดูล เป็นต้น

T. Lazovic และคณะ [13] ศึกษาถึงผลกระทบของการกระจายภาระบนหน้าฟันของเฟืองตรงที่มีต่อ load capacity ซึ่งมีผลโดยตรงต่อการสึกหรอของหน้าเฟือง เพื่อพัฒนาให้แบบจำลองที่ใช้ในการวิเคราะห์ load capacity มีความแม่นยำขึ้น ในการวิเคราะห์ load capacity นั้นต้องคำนวณ contact stress ซึ่งใช้การกระจายภาระบนหน้าฟันในการคำนวณ

T. Lazovic ได้สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการแบ่งภาระระหว่างคู่ฟันเฟือง โดยผลการคำนวณสำหรับฟันเฟืองที่เป็นเฟืองอินโวลูตในอุดมคติและมีการประกอบเฟืองแบบอุดมคติ พบว่าอัตราส่วนการแบ่งภาระระหว่างการขบ 2 คู่ฟันจะมีค่าน้อยที่สุดร้อยละ 45 ณ ตำแหน่งโคนและปลายฟัน และพบว่าอัตราส่วนการแบ่งภาระจะมีค่ามากที่สุดร้อยละ 55 ณ ตำแหน่งก่อนจะมีการขบและหลังจากมีการขบ 1 คู่ฟัน ค่าอัตราส่วนการแบ่งภาระจะเพิ่มจากค่าน้อยที่สุดไปยังค่ามากที่สุดแบบเชิงเส้น ส่วนการกระจายภาระบนเส้นสัมผัสได้ตั้งสมมติฐานให้มีรูปแบบการกระจายแบบสมมาตร

อย่างไรก็ตามเนื่องจากในอุตสาหกรรมการทำเฟืองนั้นไม่สามารถสร้างเฟืองอินโวลูตในอุดมคติได้ ดังนั้น T. Lazovic จึงได้ศึกษาผลของความแม่นยำในการผลิต ในด้านระยะความผิดพลาดของเบสพิทช์ ( $\Delta P_b$ ) ที่มีผลต่อการแบ่งภาระระหว่างคู่ฟันเฟือง ดังแสดงในรูปที่ 1.4 โดยพบว่ามึผลกับการแบ่งภาระระหว่างคู่ฟันเล็กน้อยเท่านั้น



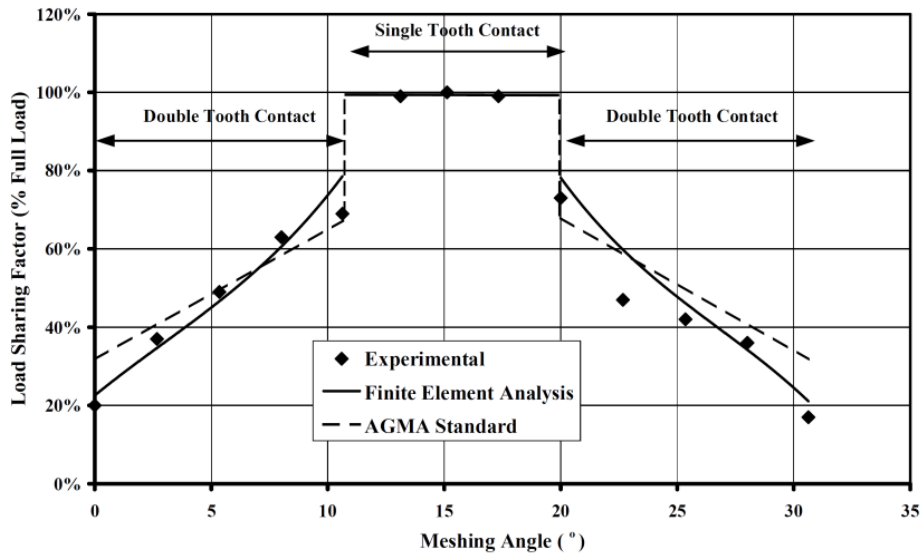


รูปที่ 1.4 ผลของระยะความผิดพลาดของเบสพิทช์ ( $\Delta P_b$ ) ต่อการแบ่งภาระระหว่างคู่ฟันเฟือง [13]

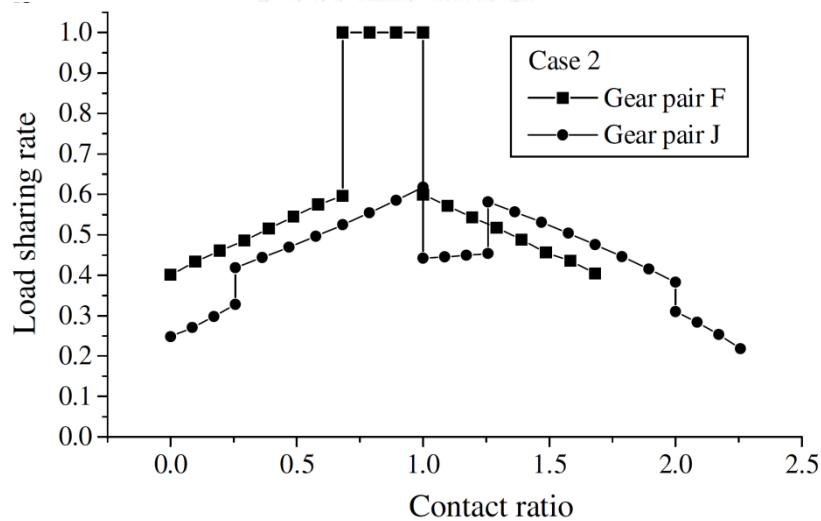
V. A. Spitas และคณะ [14] ได้ทดลองหาอัตราส่วนการแบ่งภาระของเฟืองตรงด้วยวิธีด้วยวิธีโฟโตอีลาสติกซีดี จากนั้นนำผลการทดลองมาเปรียบเทียบกับผลอัตราส่วนการแบ่งภาระจากวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์ และอัตราส่วนการแบ่งภาระด้วยมาตรฐาน AGMA B88 โดยผลการเปรียบเทียบอัตราส่วนการแบ่งภาระทั้ง 3 วิธีได้แสดงในรูปที่ 1.5 โดยจากรูปพบว่าที่บริเวณโคนฟันและปลายฟันการแบ่งภาระด้วยมาตรฐาน AGMA B88 มีค่าร้อยละ 33 ส่วนผลการทดลองมีค่าร้อยละ 20 ซึ่งใกล้เคียงกับผลจากการคำนวณด้วยวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์ สำหรับตำแหน่งก่อนเกิดการขบ 1 คู่ฟันพบว่าการแบ่งภาระด้วยมาตรฐาน AGMA B88 มีค่าร้อยละ 67 ซึ่งได้ผลใกล้เคียงกับการทดลอง ในขณะที่ผลการประเมินจากไฟไนท์เอลิเมนต์มีค่าร้อยละ 80

Shuting Li [15] ได้ศึกษาผลของแอตเดนมัดของเฟืองตรงที่มีอัตราส่วนการขบสูง (high contact ratio gear, HCRG) ต่อ contact stress และ bending stress โดยพิจารณาให้การสัมผัสของเฟืองเป็นพื้นที่และนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์ในการคำนวณหาการเสียรูปของฟันเฟือง (deformation) แรงกระจายบนพื้นที่สัมผัส และความเค้นบนฟันเฟือง

สำหรับการแบ่งภาระในแต่ละตำแหน่งสามารถหาคำนวณจากผลรวมของแรงกระจายบนหน้าสัมผัสและหารด้วยแรงส่งกำลังรวม ดังแสดงในรูปที่ 1.6 ซึ่งเปรียบเทียบระหว่างการแบ่งภาระของเฟืองตรงปกติและเฟืองตรงที่มีอัตราส่วนการขบสูง โดยแกนนอนของรูปแสดงถึงอัตราส่วนการขบเพื่อแสดงตำแหน่งการขบ จากรูปจะเห็นว่าอัตราส่วนการขบของเฟืองตรงปกติบริเวณโคนฟันและปลายฟันมีค่าร้อยละ 40 และบริเวณก่อนและหลังจากการขบ 1 คู่ฟันมีค่าร้อยละ 60 และอัตราส่วนการแบ่งภาระจะลดลงเมื่อมีอัตราส่วนการขบมากขึ้น

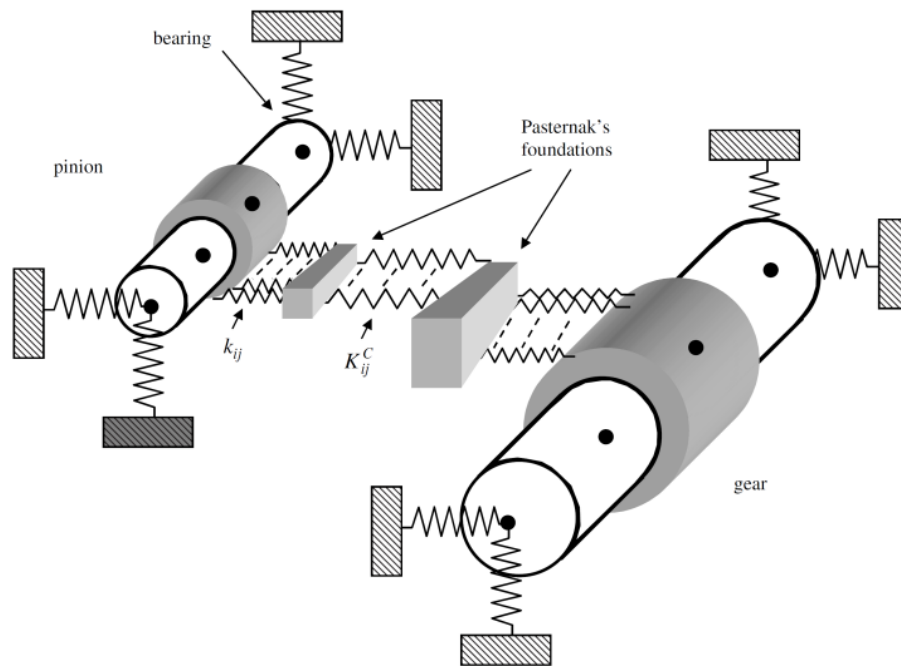


รูปที่ 1.5 ผลการเปรียบเทียบอัตราส่วนการแบ่งภาระจากการทดลอง ไฟไนท์เอลิเมนต์ และ AGMA B88 [14]



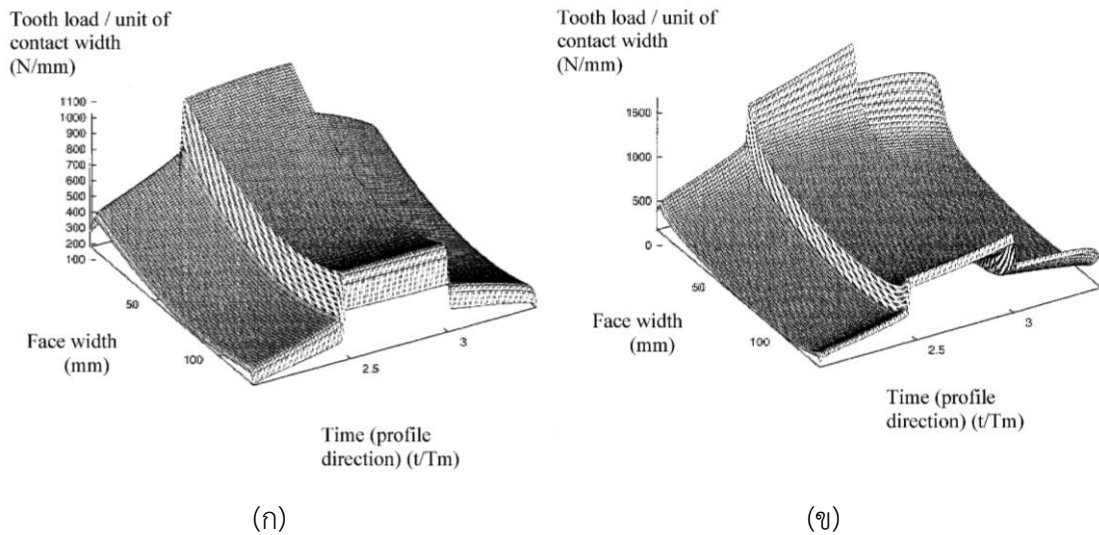
รูปที่ 1.6 การแบ่งภาระของเฟืองตรงปกติและเฟืองตรงที่มีอัตราส่วนการขบสูง [15]

M. Ajmi และ P. Velex [16] ศึกษาพฤติกรรมของเฟืองตรงที่มีความกว้างหน้าฟันมาก ในสภาวะ quasi-static และ dynamic โดยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งจำลองระบบส่งกำลังด้วยสปริงและแดมเปอร์ ดังแสดงในรูปที่ 1.7 จากนั้นแก้สมการ equation of motions ด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข โดยผลการกระจายภาระบนหน้าฟันในสภาวะ quasi-static ได้แสดงในรูปที่ 1.8



\*เพื่อความชัดเจนของรูปภาพจึงไม่แสดงแดมเปอร์

รูปที่ 1.7 แบบจำลองระบบส่งกำลังของเฟือง 1 คู่ [16]



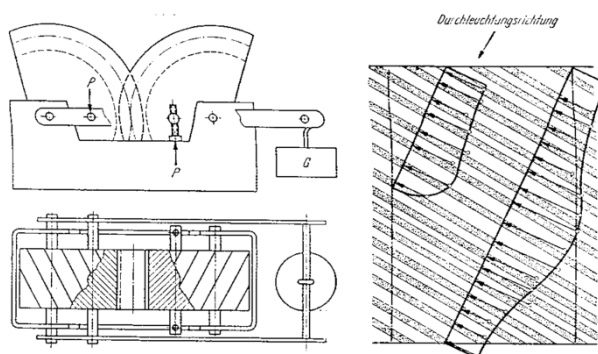
รูปที่ 1.8 การกระจายภาระบนหน้าฟันของเฟืองตรงที่มีความกว้างหน้าฟันมาก [16]

รูปที่ 1.8 (ก) แสดงการกระจายภาระบนหน้าฟันของเฟืองขับและเฟืองตามที่มีขนาดความกว้างหน้าฟันเท่ากัน และรูปที่ 1.8 (ข) แสดงการกระจายภาระบนหน้าฟันของเฟืองขับและเฟืองตามที่มีขนาดความกว้างหน้าฟันเป็น 1.3 เท่าของเฟืองตาม โดยกำหนดให้เฟืองตามมีความกว้างหน้าฟัน 127 มิลลิเมตร จากรูปจะเห็นได้ว่าการกระจายภาระบนเส้นสัมผัสซึ่งเป็นเส้นตรงขนานกับความกว้าง

หน้าฟันจะไม่สม่ำเสมอ และผลมีการแบ่งภาระระหว่างคู่ฟันคล้ายกับนักวิจัยท่านอื่น คือ มีการแบ่งภาระในบริเวณโคนและปลายฟันน้อยที่สุดและมีการแบ่งภาระในบริเวณก่อนจะถึงและหลังจากการขบ 1 คู่ฟันมากที่สุด

สำหรับเฟืองเฉียง Lars Vedmar [17] ได้ศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบการกระจายภาระบนหน้าฟันของเฟืองอินโวลูต เพื่อนำไปคำนวณหา contact stress และ bending stress ด้วยวิธีผสมผสานระหว่างไฟไนต์เอลิเมนต์และการคำนวณผ่านสูตรสำเร็จ โดยช่วงต้นของการคำนวณจะใช้วิธีการทางไฟไนต์เอลิเมนต์ ในการหาการเสียรูปจากการสัมผัสและการตัดของฟัน ในระบบ 3 มิติ จากนั้นจึงนำค่าที่ได้ไปคำนวณต่อไปในสูตรที่สำเร็จที่เตรียมไว้ และได้ขยายผลไปสู่เฟืองตรง ซึ่งสามารถคำนวณได้ในระบบ 2 มิติ โดยได้แสดงรูปแบบการกระจายภาระบนหน้าฟันของเฟืองตรงและเฟืองเฉียงไว้ในบทที่ 3

Niemann and Richer [18] ได้ทดลองหาภาระที่กระจายบนเส้นสัมผัสของเฟืองเฉียงด้วยวิธีโพโตอีลาสติคิตี ซึ่งเป็นวิธีวัดสนามความเค้นที่มีประสิทธิภาพวิธีหนึ่ง โดยอาศัยหลักการการหักเหของแสงที่จะมีการหักเหแตกต่างกันไปตามขนาดความเค้นซึ่งอยู่บนตำแหน่งต่าง ๆ ของชิ้นงาน รูปที่ 1.9 ซ้ายมือ เป็นชุดการทดลองที่มีชิ้นงานเป็นเฟืองเฉียงจำลองจำนวน 1 คู่ เมื่อถ่วงน้ำหนัก  $G$  จะทำให้เฟืองเฉียงจำลองทั้ง 2 ชิ้นกดกัน ทำให้เกิดความเค้นบนฟันเฟืองขึ้น การกระจายภาระบนเส้นสัมผัสจะสามารถหาค่าได้จากความเค้น ซึ่งทราบค่าจากการทดลองด้วยวิธีโพโตอีลาสติคิตี โดยรูปที่ 1.9 ขวามือได้แสดงกระจายภาระบนเส้นสัมผัสของเฟืองเฉียง จะเห็นได้ว่าการทดลองนี้มีข้อดีคือสามารถทราบค่าการกระจายภาระบนเส้นสัมผัสและการแบ่งภาระระหว่างฟันเฟืองได้ในเวลาเดียวกัน

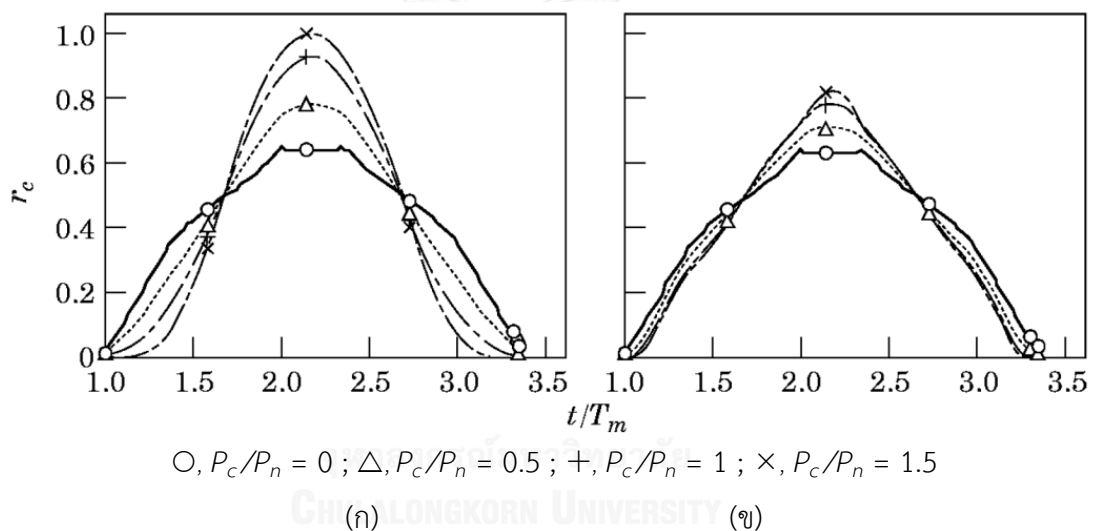


รูปที่ 1.9 การทดลองหาภาระที่กระจายบนเส้นสัมผัสของเฟืองเฉียง [18]

จากนั้น Niemann and Richer ได้สรุปผลการทดลองซึ่งได้แสดงในบทที่ 3 จำนวน 4 ข้อสั้น ๆ ได้แก่ (1) การกระจายภาระนั้นมีรูปแบบเป็นฟังก์ชัน sine (2) ตำแหน่งการขบตรงกลาง (พิตช์) จะมีภาระมากที่สุด และตำแหน่งการขบต้นและปลาย (โคนฟันและปลายฟัน) จะมีภาระน้อยที่สุด (3) ยิ่งมุมฮิลิกซ์เพิ่มขึ้น การกระจายตัวของภาระบนเส้นสัมผัสจะมีลักษณะที่สม่ำเสมอมากขึ้น (4) เมื่อมี

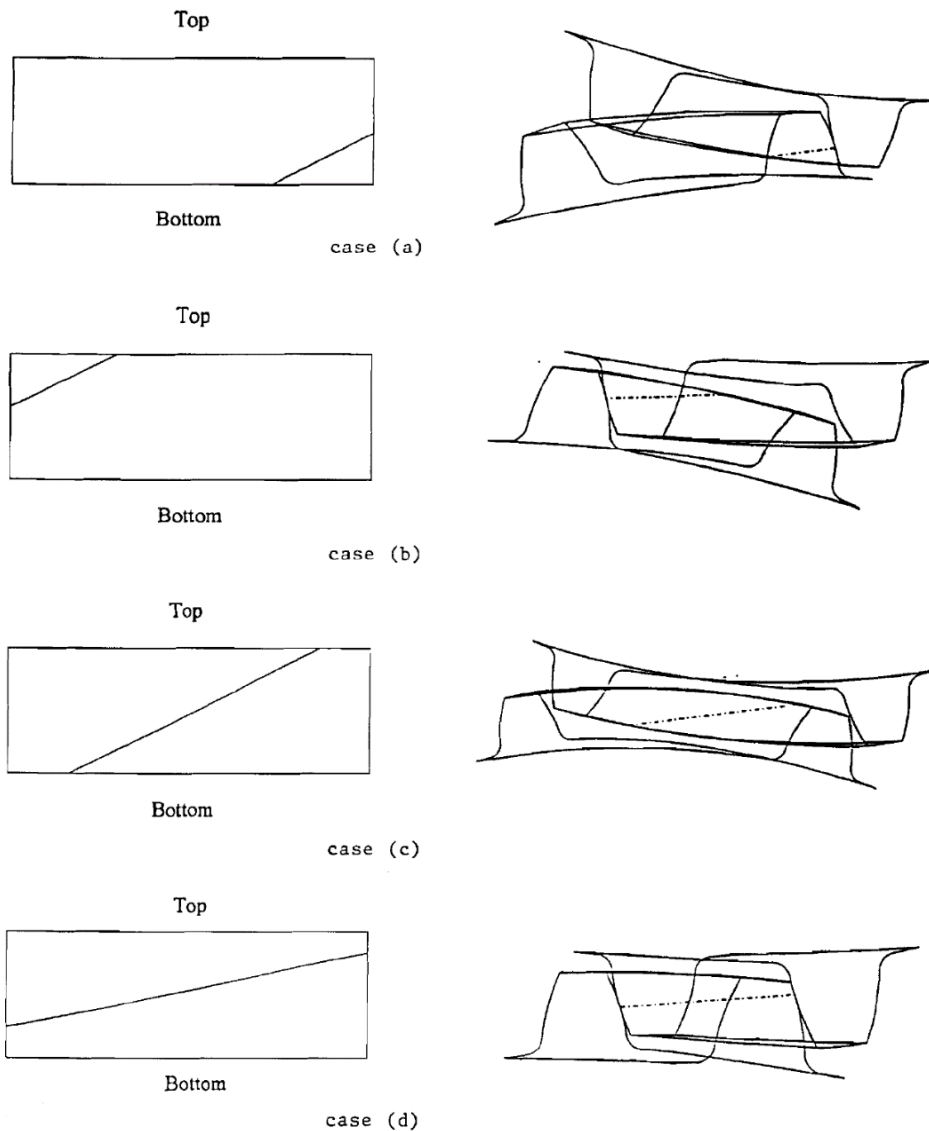
การขบของฟันหลายคู่เส้นสัมผัสที่สั้นจะรับภาระมากกว่าที่ควรจะเกิดขึ้นในตำแหน่งการขบนั้น ๆ เนื่องจากผลของ stiffness ทำให้ฟันส่วนนั้นขยายเกินความยาวเส้นสัมผัส

P.velex และ M.maatar [19] ศึกษาผลของรูปร่างฟันเฟืองที่เปลี่ยนไปและความผิดพลาดจากการประกอบเฟืองเนื่องต่อพฤติกรรมของเฟือง โดยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งจำลองระบบส่งกำลังด้วยสปริงและแดมเปอร์ จากนั้นแก้สมการ equation of motions ด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข เช่นเดียวกับ M. Ajmi และ P. Velex [16] ผลการแบ่งภาระของฟันเฟืองเฉียงในแต่ละตำแหน่งการขบได้แสดงดังรูปที่ 1.10 ซึ่งเปรียบเทียบการแบ่งภาระของฟันเฟืองเฉียงที่ตัดแปลงฟันเฟืองด้วยวิธี tip reliefs ขนาดต่าง ๆ ( $P_c/P_n$ ) และไม่ได้ตัดแปลง ( $P_c/P_n = 0$ ) โดยรูปที่ 1.10 (ก) แสดงการตัดแปลงฟันเฟืองแบบ long tip reliefs และรูปที่ 1.10 (ข) แสดงการตัดแปลงฟันเฟืองแบบ short tip reliefs



รูปที่ 1.10 เปรียบเทียบการแบ่งภาระ (static) ของฟันเฟืองเฉียงที่ตัดแปลงฟันเฟืองและไม่ได้ตัดแปลง [19]

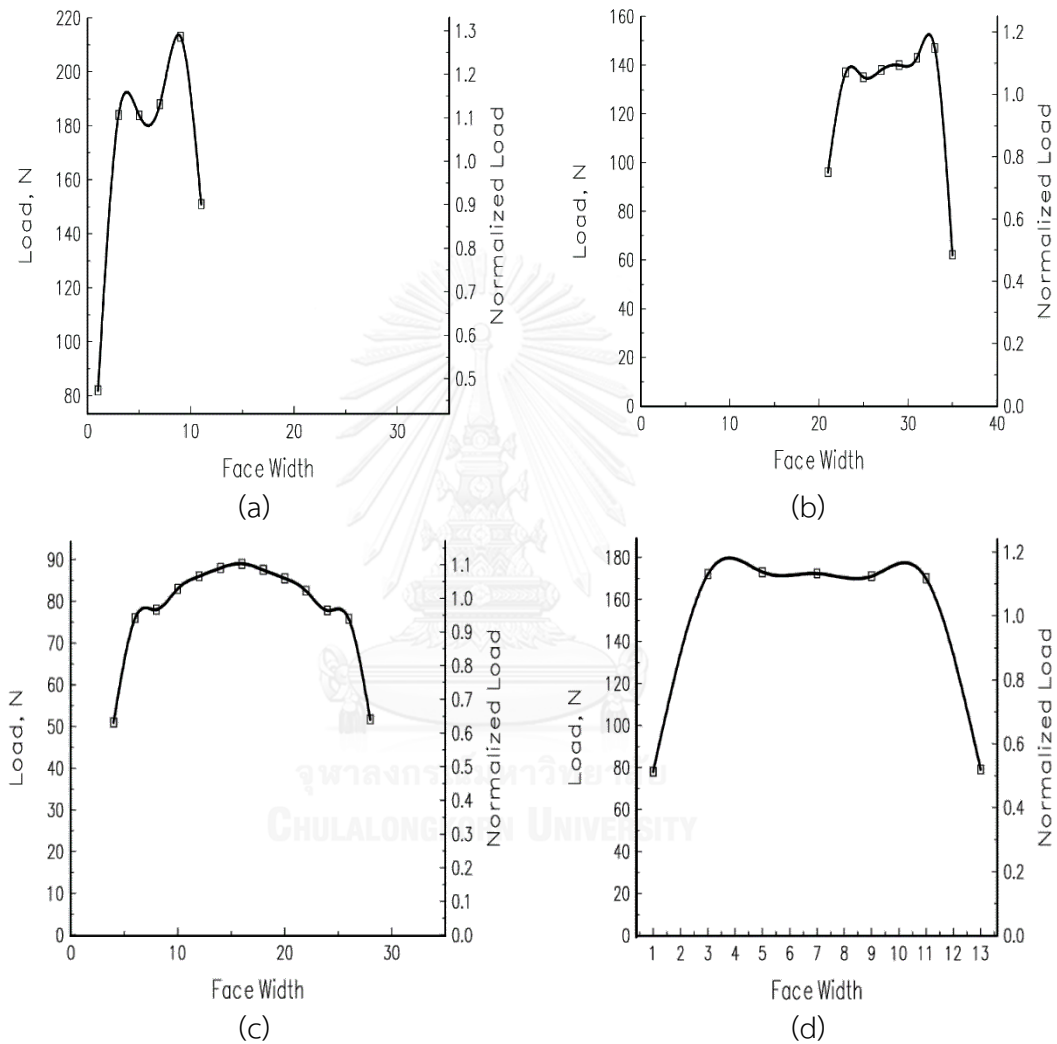
Yi Zhang [20] ศึกษาการเสียรูปของฟันเฟืองและการกระจายภาระในเฉียงด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ 3 มิติ ซึ่งพิจารณาการขบในตำแหน่งต่าง ๆ ดังแสดงในรูปที่ 1.11 โดยตำแหน่ง (a) แสดงการขบที่เพิ่งเริ่มต้น ตำแหน่ง (b) แสดงการขบที่เกือบจะสิ้นสุด ตำแหน่ง (c) แสดงการขบในเฟืองที่มีความกว้างหน้าฟันมาก และตำแหน่ง (d) แสดงการขบในเฟืองที่มีความกว้างหน้าฟันน้อย โดยได้จำลองให้กรณี (a) (b) และ (c) มีความกว้างหน้าฟัน 130 มิลลิเมตร และให้กรณี (d) ความกว้างหน้าฟัน 45 มิลลิเมตร



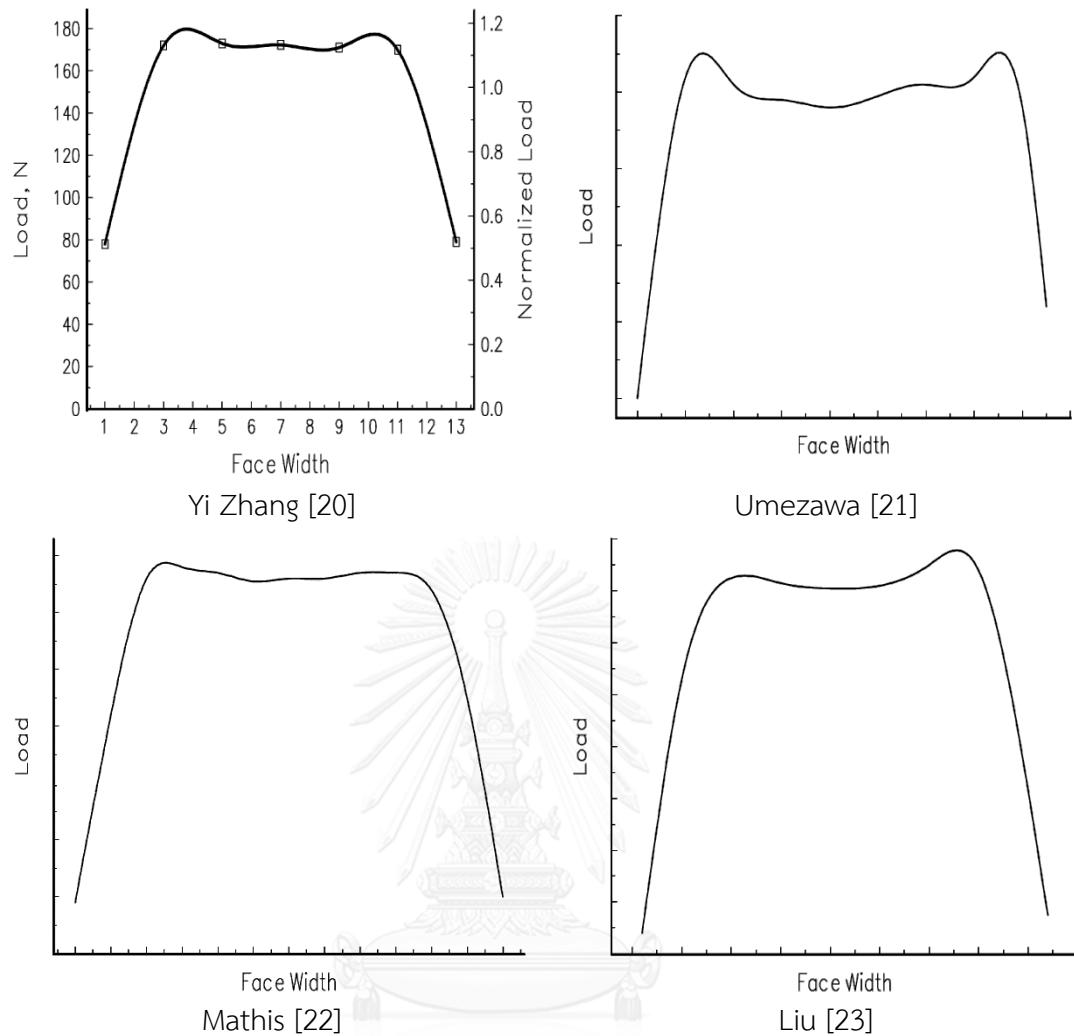
รูปที่ 1.11 ตำแหน่งการขบต่าง ๆ ของเฟืองเฉียง [20]

ผลของขนาดภาระบนจุด (node) ต่าง ๆ บนเส้นสัมผัสของเฟืองเฉียงได้แสดงใน รูปที่ 1.12 จากรูปจะเห็นว่าเมื่อเฟืองเริ่มต้นการขบซึ่งสอดคล้องกับตำแหน่งการขบ (a) จะรับภาระมาก โดยเฉพาะบริเวณใกล้โคนฟัน ในขณะที่เมื่อเฟืองใกล้จะสิ้นสุดการขบซึ่งสอดคล้องกับตำแหน่งการขบ (b) จะรับภาระน้อยกว่าเมื่อเริ่มต้นการขบ โดยพบว่าบริเวณใกล้ปลายฟันจะรับภาระมากกว่าส่วนอื่น บนเส้นสัมผัส สำหรับกรณี (c) พบว่ามีภาระในแต่ละจุดค่อนข้างคงที่และมีขนาดเล็กกว่ากรณี (a) และ (b) ส่วนกรณี (d) พบว่ามีภาระในแต่ละจุดคงที่กว่ากรณี (c) เล็กน้อยแต่มีขนาดภาระใหญ่กว่าทั้ง 3 กรณีที่ได้กล่าวมา

นอกจากนี้ Yi Zhang [20] ยังได้เปรียบเทียบผลของขนาดภาระในแต่ละจุดบนเส้นสัมผัสของกรณี (d) กับผู้วิจัยอีก 3 ท่าน ได้แก่ Umezawa [21] Mathis [22] และ Liu [23] ซึ่งมีวิธีการวิจัยใกล้เคียงกัน ดังแสดงในรูปที่ 1.13



รูปที่ 1.12 ขนาดภาระที่จุดต่าง ๆ บนเส้นสัมผัสของเฟืองเฉียง [20]



รูปที่ 1.13 ขนาดภาระในแต่ละจุดบนเส้นสัมพันธ์ของ Yi Zhang, Umezawa, Mathis และ Liu [20]

ในการศึกษานี้จะสร้างแบบจำลองเพื่อประเมินกำลังสูญเสียในคู่เฟืองตรงและเฟืองเฉียง ซึ่งมีความแม่นยำมากขึ้นและสามารถคำนวณได้ง่าย เหมาะกับการประยุกต์ใช้ในการออกแบบเฟืองจริง โดยนำแบบจำลองของซาคิริตและกวาดลมาปรับปรุง ด้วยการนำผลวิจัยการแบ่งภาระและการกระจายภาระมาใช้แทนสมมติฐานเดิม เพื่อให้รูปแบบการกระจายภาระบนหน้าฟันเฟืองมีความสอดคล้องกับสภาวะการทำงานจริงมากขึ้น โดยแบบจำลองที่สร้างขึ้นจะถูกใช้เพื่อศึกษาผลของปัจจัยต่างๆ ที่มีต่อกำลังสูญเสียเนื่องจากการไหลของเฟืองตรงและเฟืองเฉียง ได้แก่ ผลของมุมฮิลิกซ์ มุมกด ความกว้างหน้าฟัน โดยผลการประเมินกำลังสูญเสียจากแบบจำลองจะนำไปเปรียบเทียบกับกำลังสูญเสียที่วัดได้ การทดลอง เพื่อวัดประสิทธิภาพผลในการใช้งานจริง



## บทที่ 2

### กำลังสูญเสียและการคำนวณหา กำลังสูญเสียในงานวิจัยก่อนหน้า

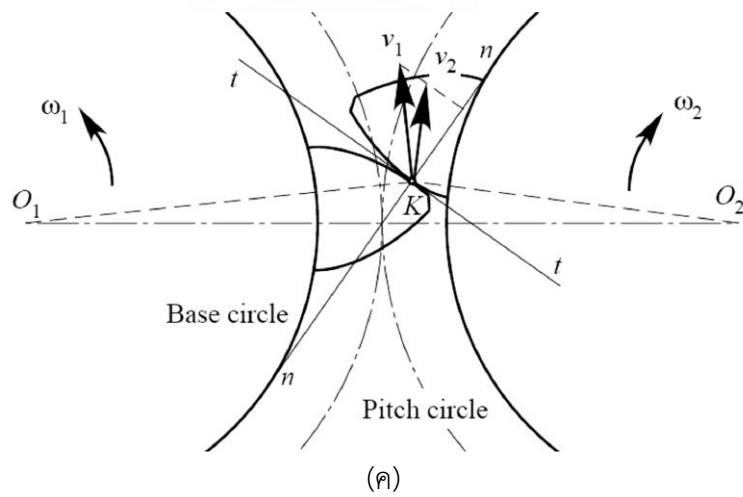
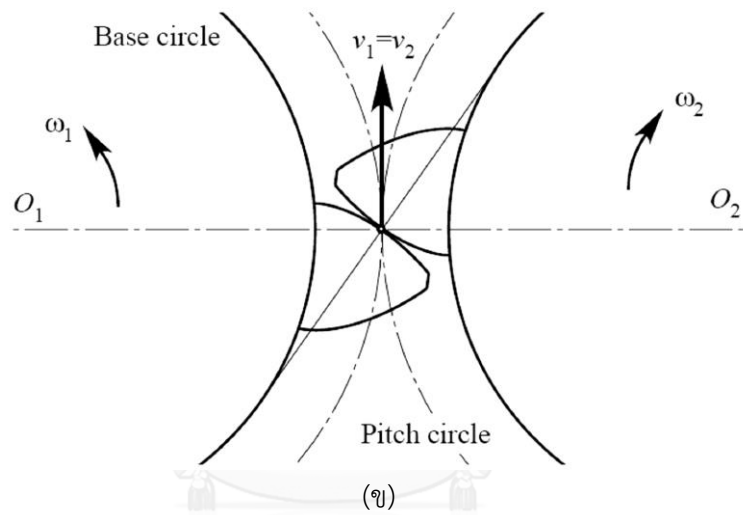
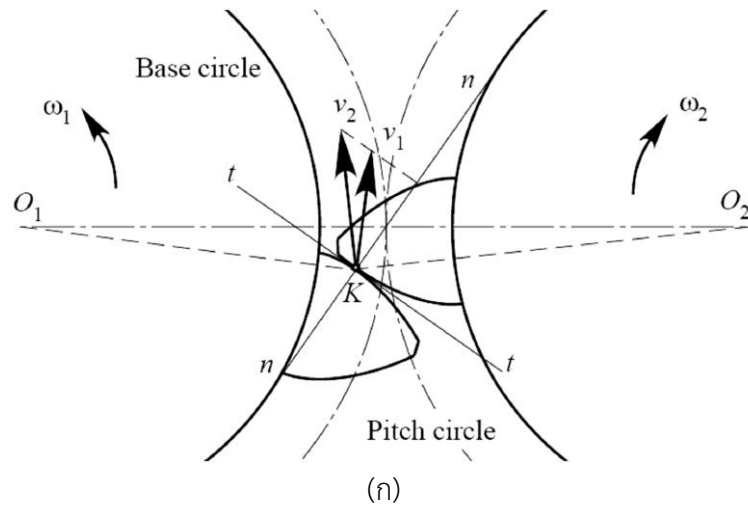
ในบทนี้จะอธิบายกลไกการเกิดกำลังสูญเสียและหลักการการคำนวณหา กำลังสูญเสียจากการไหลของเฟืองตรงและเฟืองเฉียง ซึ่งเสนอโดยซาคริต [4] และ ภูวดล [5] ก่อนที่จะอธิบายถึงการปรับปรุงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ต่อไปในบทที่ 3 และ 4

#### 2.1 กำลังสูญเสียในระบบส่งกำลัง

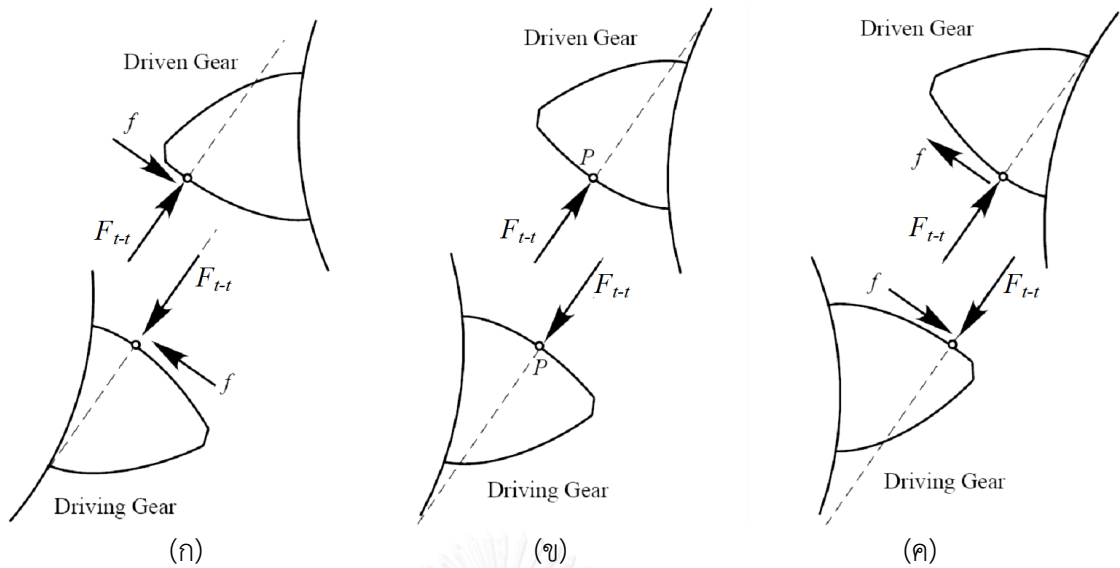
ในระบบส่งกำลังไม่มีระบบใดที่สามารถส่งกำลังออกได้อย่างสมบูรณ์ ความเสียดทานเป็นปัจจัยหนึ่งที่ทำให้เกิดกำลังสูญเสีย ทำให้ประสิทธิภาพของระบบส่งกำลังลดลง กำลังสูญเสียหลักในห้องเกียร์ ประกอบด้วย กำลังสูญเสียจากเฟือง และกำลังสูญเสียจากตลับลูกปืน ซึ่งกำลังสูญเสียจากเฟืองจะประกอบด้วย กำลังสูญเสียจากการไหล กำลังสูญเสียจากการกลิ้ง กำลังสูญเสียจากการหมุนด้านอากาศ และกำลังสูญเสียจากการหมุนปั่นน้ำมันหล่อลื่น ในกรณีเฟืองขนาดเล็กที่มีช่วงการใช้งานที่ความเร็วต่ำถึงปานกลาง เช่น เฟืองที่ใช้ในรถยนต์ กำลังสูญเสียจากการกลิ้งและกำลังสูญเสียจากการหมุนด้านอากาศจะมีค่าน้อย เมื่อเปรียบเทียบกับกำลังสูญเสียจากการไหล สำหรับกำลังสูญเสียจากการหมุนปั่นน้ำมันหล่อลื่นจะเกิดในระบบที่เฟืองจมอยู่ในน้ำมันหล่อลื่น เมื่อหมุนจะปั่นและสาดน้ำมันไปยังส่วนต่าง ๆ ในห้องเกียร์ เนื่องจากกำลังสูญเสียจากการหมุนปั่นน้ำมันนั้นจะขึ้นอยู่กับรูปร่างของห้องเกียร์เป็นอย่างมาก แตกต่างกับกำลังสูญเสียจากการไหลและการกลิ้งซึ่งขึ้นกับรูปร่างและการทำงานของคู่เฟืองเป็นหลัก สำหรับการศึกษานี้จะจำกัดขอบเขตไปที่กำลังสูญเสียจากการไหล ซึ่งเป็นกำลังสูญเสียหลักในการส่งกำลังของคู่เฟืองซึ่งมีแรงเสียดทานเป็นสาเหตุหลักของกำลังสูญเสียนี้ และเพื่อไม่ให้มีผลของกำลังสูญเสียจากการหมุนปั่นน้ำมันเกิดขึ้น ในการทดลองจะใช้น้ำมันหล่อลื่นแบบฉีด (Jet lubrication) โดยจะฉีดน้ำมันหล่อลื่นไปที่บริเวณที่ฟันเฟืองขบกัน เนื่องจากเฟืองที่ไม่ได้จุ่มลงในน้ำมัน กำลังสูญเสียจากการหมุนปั่นน้ำมันจึงมีค่าน้อยมากและสามารถละทิ้งได้

##### 2.1.1 กลไกการเกิดกำลังสูญเสียจากการไหล

กำลังสูญเสียจากการไหล เกิดจากการเสียดสีของฟันเฟืองระหว่างการขบ กลไกการเกิดกำลังสูญเสียจากการไหล แสดงดังรูปที่ 2.1 จากรูปเฟือง  $O_1$  ขบ เฟือง  $O_2$  โดยมีความเร็วของจุดสัมผัสซึ่งอยู่บนเฟือง  $O_1$  เป็น  $v_1$  ทิศทางของความเร็วจะตั้งฉากกับเส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางไปยังจุด



รูปที่ 2.1 กลไกการเกิดกำลังสูญเสียจากการสั่นไถล



ตำแหน่งการขบก่อนถึงจุดพิตช์      ตำแหน่งการขบ ณ จุดพิตช์      ตำแหน่งการขบหลังจุดพิตช์

รูปที่ 2.2 แรงที่กระทำบนฟันเฟือง

สัมผัส และมีความเร็วของจุดสัมผัสซึ่งอยู่บนเฟือง  $O_2$  เป็น  $v_2$  ซึ่งมีทิศทางของความเร็วตั้งฉากกับเส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางไปยังจุดสัมผัสเช่นกัน เมื่อพิจารณาจุดที่เฟืองทั้ง 2 ขบกัน พบว่าเวกเตอร์ความเร็วในแนวแกน  $n-n$  ต้องมีขนาดเท่ากันเพื่อให้ฟันเฟืองคู่ที่ขบสัมผัสกันตลอดเวลา การส่งกำลังจึงจะทำได้อย่างสม่ำเสมอ หากขนาดของความเร็วไม่เท่ากันแล้วเฟืองจะไม่สัมผัสกันตลอดระยะเวลาที่ขบกัน และเกิดการกระแทกขึ้น ส่วนเวกเตอร์ความเร็วในแนวแกน  $t-t$  จะพบว่าไม่ขนาดไม่เท่ากัน จึงทำให้เกิดการไถล และแรงเสียดทานจากการไถลขึ้น รูปที่ 2.1 (ก) (ข) และ(ค) แสดงการไถลของผิวเฟืองที่ตำแหน่งการขบก่อนถึงจุดพิตช์ ที่ตำแหน่งพิตช์และหลังจุดพิตช์ตามลำดับ จะเห็นได้ว่าความเร็วการไถลมีการเปลี่ยนแปลงเมื่อตำแหน่งการขบเปลี่ยนไปส่งผลให้กำลังสูญเสียจากการสั่นไถลในแต่ละช่วงเวลาจะมีค่าไม่คงที่ โดยอัตราเร็วที่จุดสัมผัสของเฟืองตามจะมีค่ามากกว่าเฟืองขับในตอนแรก แต่เมื่อตำแหน่งขบเลยจุดพิตช์ไปแล้วอัตราเร็วของเฟืองขับจะมากกว่าเฟืองตาม นอกจากนี้ยังพบว่า ที่ตำแหน่งการขบห่างจากจุดพิตช์มากจะยังมีความเร็วการไถลมาก จึงมีกำลังสูญเสียมากกว่าการขบที่ใกล้ ๆ จุดพิตช์ สำหรับที่จุดพิตช์ เนื่องจากความเร็วสัมผัสของเฟืองทั้งคู่มีค่าเท่ากัน จึงไม่เกิดการไถลขึ้น รูปที่ 2.2 (ก) (ข) และ (ค) แสดงแรงที่กระทำที่ผิวฟันเฟืองแต่ละตัวเมื่อตำแหน่งการขบต่างกัน โดยแรง  $F_{t-t}$  คือ แรงที่คู่ฟันเฟืองกระทำต่อกันในแนวเส้นแนวแรงกระทำ (Line of action) และ  $f$  คือ แรงเสียดทานในแนวแกนผิวสัมผัส จากรูปทิศของแรงเสียดทานในช่วงเริ่มต้นการขบก่อนจะถึงจุดพิตช์และที่ตำแหน่งการขบเลยจุดพิตช์ไปแล้วมีทิศทางตรงกันข้ามกัน เนื่องจากทิศทางของ

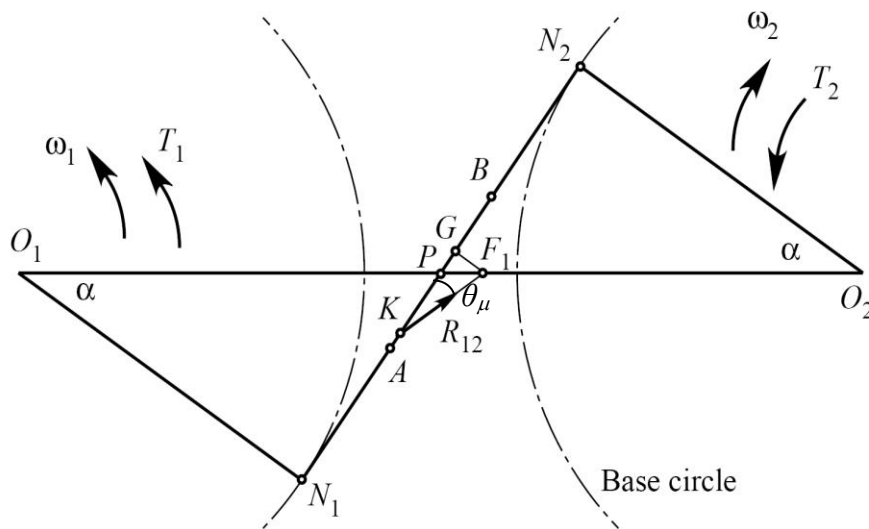
ความเร็วการไถตรงข้ามกัน สำหรับที่จุดพิทซ์ เนื่องจากไม่มีการไถเกิดขึ้นจึงไม่มีแรงเสียดทานจากการไถ

## 2.2 การคำนวณหาค่ากำลังสูญเสีย

ในส่วนนี้จะกล่าวถึงหลักการในการคำนวณหาค่ากำลังสูญเสียของเฟืองตรงและเฟืองเฉียง รวมทั้งสมการคำนวณกำลังสูญเสียซึ่งเสนอโดยซาคริต [4] และภูวตล [5] วิธีการนี้จะนำมาปรับปรุงเพื่อให้ครอบคลุมผลของการกระจายภาระบนหน้าฟันเฟืองซึ่งจะเสนอต่อไปในบทที่ 4

### 2.2.1 การคำนวณหาค่ากำลังสูญเสียสำหรับเฟืองตรง

การคำนวณหาค่ากำลังสูญเสียสำหรับเฟืองตรงจะใช้แบบจำลองประเมินกำลังสูญเสียที่เกิดขึ้นโดยเริ่มจากการขบกันของฟันเฟือง 1 คู่ก่อน ซึ่งแบบจำลองที่ใช้ในกรณีฟันขบกัน 1 คู่นี้ เป็นเช่นเดียวกับแบบจำลองที่เสนอโดย Y. Michlin and V. Myunster [1] จากนั้นจะเป็นการคำนวณหาค่ากำลังสูญเสียสำหรับเฟืองตรงเมื่อฟันเฟืองขบกันมากกว่า 1 คู่ ซึ่งทำได้โดยวิธีที่เสนอโดยซาคริต [4]



รูปที่ 2.3 แรงที่กระทำกับเฟืองตามระหว่งการขบ

#### 1) อัตราส่วนกำลังสูญเสียจากการขบกันของฟัน 1 คู่

รูปที่ 2.3 แสดงแรงที่เกิดขึ้นกับเฟืองตามระหว่งการขบ เฟืองขับมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $O_1$  และมีรัศมีวงกลมฐาน  $O_1N_1$  ส่วนเฟืองตามมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $O_2$  และมีรัศมีวงกลมฐาน  $O_2N_2$  ในการขบกันของเฟืองจะเริ่มตันที่จุด  $A$  ซึ่งเป็นจุดที่รากฟันของเฟืองขับเริ่มขบกับปลายฟันของเฟืองตาม จุดสัมผัสจะค่อย ๆ เคลื่อนไปตามเส้นแนวแรงกระทำ (Line of action หรือ Pressure angle line)  $N_1N_2$  ซึ่งมีมุมกดหน้าฟัน (Pressure angle,  $\alpha$ ) และจะสิ้นสุดการขบที่จุด  $B$  ซึ่งเป็นจุดที่ปลายฟัน

ของเฟืองขับขบกับรากฟันของเฟืองตาม ในระหว่างการขบกันฟันของเฟืองขับจะส่งกำลังไปยังฟันของเฟืองตาม โดยแรง  $R_{12}$  เป็นแรงที่เฟืองขับกระทำกับเฟืองตาม แรงนี้มีทิศเบนออกจากเส้นแนวแรงกระทำ หรือแนวแกน  $N_1N_2$  ด้วยทิศทางที่ทำมุมกับเส้นแนวแรงกระทำ  $\theta_\mu$  ซึ่งเป็นผลมาจากแรงเสียดทาน แบบจำลองกรณีเฟืองตรงนี้จะสมมติให้เส้นสัมผัสของฟันเฟืองในแต่ละขณะเวลาอยู่ในแนวเส้นตรงตามแนวความกว้างของฟัน (Face width) ซึ่งขนานกับแกนเพลลา และจะเห็นแนวสัมผัสเป็นจุดเมื่อพิจารณาจากทิศขนานแกนเพลลา ดังนั้นแรงที่กระทำจึงสามารถพิจารณาเป็นแรงในปัญหา 2 มิติได้ ในรูปที่ 2.3 ฟันเฟืองสัมผัสกันที่จุด  $K$  อัตราส่วนกำลังสูญเสีย  $\varphi$  หาได้จากความสัมพันธ์ของกำลังเข้า  $H_1$  กำลังออก  $H_2$  และกำลังสูญเสีย  $H_3$  ดังสมการ

$$\varphi = \frac{H_3}{H_1} = \frac{H_1 - H_2}{H_1} \quad (2.1)$$

เนื่องจากกำลัง  $H$  หาได้จากผลคูณของแรงบิด  $T$  และความเร็วเชิงมุมของเฟือง  $\omega$  ดังนั้นจะสามารถเขียนกำลังเข้าและกำลังออกได้ดังสมการ

$$H_1 = T_1\omega_1 = R_{12} \cdot \overline{O_1F_1} \cdot \cos(\alpha + \theta_\mu) \cdot \omega_1 \quad (2.2)$$

$$H_2 = T_2\omega_2 = R_{12} \cdot \overline{O_2F_1} \cdot \cos(\alpha + \theta_\mu) \cdot \omega_2 \quad (2.3)$$

แทนสมการ (2.2) และ (2.3) ลงในสมการ (2.1) จะได้

$$\varphi = 1 - \frac{H_2}{H_1} = 1 - \frac{\overline{O_2F_1}}{\overline{O_1F_1}} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

$$\varphi = 1 - \frac{\overline{O_2F_1}}{\overline{O_1F_1}} \cdot m_w \quad (2.4)$$

โดย  $m_w$  คือ อัตราทดของคู่เฟือง

สมการ (2.4) สามารถจัดรูปใหม่ได้ดังนี้

$$\varphi = 1 - \left( \frac{\overline{PO_2} - \overline{PF_1}}{\overline{PO_1} + \overline{PF_1}} \right) \cdot m_w = 1 - \left( \frac{\overline{PO_1}/\overline{PF_1} - m_w}{\overline{PO_1}/\overline{PF_1} + 1} \right)$$

$$\varphi = \frac{1 + m_w}{1 + \overline{PO_1}/\overline{PF_1}} \quad (2.5)$$

กำหนดให้

$$M = \frac{\overline{PO_1}}{\overline{PF_1}} \quad (2.6)$$

ดังนั้นสมการ (2.5) จะเขียนได้ดังนี้

$$\varphi = \frac{1 + m_w}{1 + M} \quad (2.7)$$

พิจารณาสามเหลี่ยม  $O_1N_1P$  และสามเหลี่ยม  $PF_1G$  ซึ่งเป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน จะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$M = \frac{\overline{PO_1}}{\overline{PF_1}} = \frac{\overline{O_1N_1}}{\overline{F_1G}} \quad (2.8)$$

ค่า  $M$  ในสมการ (2.8) จะหาค่าได้เมื่อทราบระยะ  $\overline{F_1G}$  และ  $\overline{O_1N_1}$  พิจารณาสามเหลี่ยม  $KGF_1$  จะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$\begin{aligned} \overline{F_1G} &= (\overline{KP} + \overline{F_1G} \cdot \tan \alpha) \cdot \tan \theta_\mu \\ \overline{F_1G} &= \frac{\overline{KP} \cdot \tan \theta_\mu}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \theta_\mu} \end{aligned} \quad (2.9)$$

กำหนดให้  $n$  เป็นอัตราส่วน ซึ่งแสดงตำแหน่งการขบเทียบกับระยะ  $\overline{N_1P}$  ดังแสดงในสมการ

$$n = \frac{\overline{KP}}{\overline{N_1P}} \quad (2.10)$$

โดยในช่วงการขบก่อนที่จะถึงจุดพิตช์ ค่า  $n$  จะมีค่าเป็นลบ ส่วนในช่วงการขบหลังจากจุดพิตช์ไปแล้ว  $n$  จะมีค่าเป็นบวก

พิจารณาสามเหลี่ยม  $O_1N_1P$  และใช้ความสัมพันธ์ในสมการ (2.10) จะสามารถหารระยะ  $\overline{O_1N_1}$  ได้ดังนี้

$$\overline{O_1N_1} = \frac{\overline{N_1P}}{\tan \alpha} = \frac{\overline{KP}}{-n \tan \alpha} \quad (2.11)$$

แทนสมการ (2.9) และ (2.11) ลงในสมการ (2.8) จะหาค่า  $M$  ได้ดังสมการ

$$M = \frac{1 - \tan \alpha \cdot \tan \theta_\mu}{-n \cdot \tan \alpha \cdot \tan \theta_\mu} \quad (2.12)$$

แทนค่า  $M$  และ  $\tan \theta_\mu = \mu$  ลงในสมการที่ (2.7) จะสามารถหาอัตราส่วนกำลังสูญเสียได้  
ดังนี้

$$\varphi = \frac{-n \cdot \tan \alpha \cdot \mu \cdot (1 + m_w)}{1 - (n + 1) \cdot \tan \alpha \cdot \mu} \quad (2.13)$$

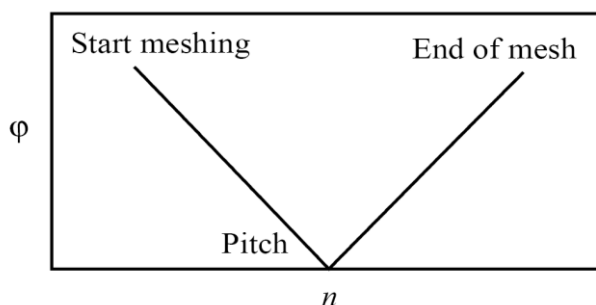
โดย  $\mu$  คือ สัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน

เนื่องจากอัตราเร็วที่จุดสัมผัสมีการเปลี่ยนแปลงเมื่อตำแหน่งการขบเปลี่ยนไป ส่งผลให้ทิศของแรงเสียดทานและทิศของแรงที่เฟืองขับกระทำกับเฟืองตามเปลี่ยนแปลงไปด้วย ดังนั้นการแทนเครื่องหมายของตัวแปรในสมการ (2.13) จึงต้องแทนให้ถูกต้องดังแสดงในตารางที่ 2.1

รูปที่ 2.4 แสดงความสัมพันธ์ของอัตราส่วนกำลังสูญเสียที่ตำแหน่งการขบต่าง ๆ ซึ่งคำนวณได้จากสมการ (2.13) เมื่อสมมติให้แรงเสียดทานมีค่าคงที่ตลอดช่วงการขบ จากรูปพบว่า กำลังสูญเสียจะมีค่ามากที่บริเวณห่างจากตำแหน่งพิตช์ และมีค่าน้อยลงจนกระทั่งเท่ากับศูนย์ที่จุดพิตช์ ซึ่งไม่เกิดการไถลเนื่องจากความเร็วสัมผัสของฟันทั้งคู่มีค่าเท่ากัน

ตารางที่ 2.1 การแทนเครื่องหมายของค่าต่างๆ สำหรับสมการ (2.13)

Parameter	$N_1P$	$PN_2$
$\mu$	+	-
n	-	+



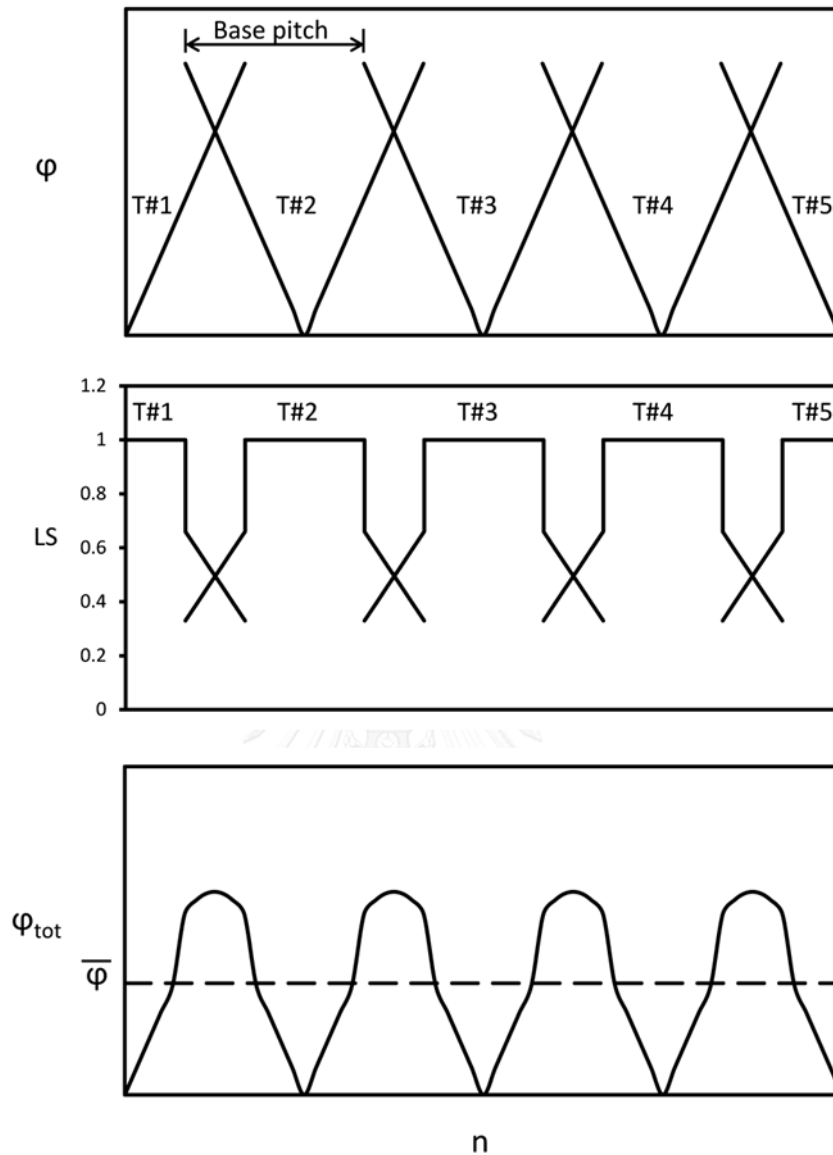
รูปที่ 2.4 อัตราส่วนกำลังสูญเสียที่ตำแหน่งการขบต่างๆ ของฟัน 1 คู่

## 2) อัตราส่วนกำลังสูญเสียรวม

อัตราส่วนกำลังสูญเสียที่ได้จากสมการ (2.13) และแสดงในรูปที่ 2.4 ตามแบบจำลองของ Y. Michlin and V. Myunster นั้น เป็นอัตราส่วนกำลังสูญเสียอันเนื่องมาจากการไถลของฟันเฟืองเพียงคู่เดียว และการส่งกำลังเกิดโดยฟันคู่นี้เพียงคู่เดียวเท่านั้น แต่ในความเป็นจริงแล้วในแต่ละช่วงเวลาเฟืองอาจจะขบกันมากกว่า 1 คู่ฟันได้ อันจะเห็นได้จากอัตราส่วนการขบ ซึ่งกรณีของเฟืองตรงมักมีค่าอยู่ในช่วง 1.5 ถึง 1.8 อัตราส่วนการขบนี้หมายความว่าในบางขณะเฟืองอาจจะขบกันเพียงแค่ฟันคู่เดียว และในบางขณะเฟืองจะขบกันสองคู่ฟัน ด้วยเหตุนี้อัตราส่วนกำลังสูญเสียจึงต้องคิดค่ารวมให้สอดคล้องกับการขบกันจริงของฟันเฟืองด้วย ในหัวข้อนี้จะแสดงถึงการคำนวณหาอัตราส่วนสูญเสียรวมรูปที่ 2.5 (ข) แสดงอัตราส่วนกำลังสูญเสียที่เกิดขึ้นจากฟันเฟืองแต่ละคู่ตามลำดับการขบที่ช่วงเวลา (ตำแหน่งการขบ) ต่าง ๆ รูปที่ 2.5 (ข) นี้ได้จากการนำเอาผลการคำนวณอัตราส่วนกำลังสูญเสียดังรูปที่ 2.4 มาต่อกันให้สอดคล้องกับตำแหน่งการขบกันของฟันเฟือง ช่วงเวลาที่มีกราฟเพียงเส้นเดียวหมายถึงในขณะนั้นเฟืองขบกันเพียงแค่คู่ฟันเดียว ส่วนช่วงเวลาที่กราฟซ้อนกันหมายถึง ในขณะนั้นฟันเฟืองมีการขบกัน 2 คู่ฟันซึ่งในช่วงเวลานั้นกำลังขาเข้าจะถูกแบ่งไปสู่เฟืองทั้ง 2 คู่ฟัน โดยอัตราส่วนการแบ่งภาระ (Load sharing, LS) ในแบบจำลองซึ่งเสนอโดยซาคริต [4] ได้ตั้งสมมติฐานให้เฟืองทั้ง 2 คู่ฟันแบ่งกำลังขาเข้าด้วยขนาดที่เท่ากัน แต่อย่างไรก็ตามอัตราส่วนการแบ่งภาระเมื่อมีการขบกัน 2 คู่ฟันนั้นไม่จำเป็นต้องเท่ากันเสมอไป เช่น ในช่วงท้ายของการขบฟันคู่แรก (T#1) ฟันคู่แรกอาจจะแบ่งภาระไปร้อยละ 33 ของภาระทั้งหมด ทำให้ฟันคู่ที่สอง (T#2) รับภาระที่เหลืออีกร้อยละ 67 ของภาระทั้งหมดดังแสดงในรูปที่ 2.5 (ก) จากรูปจะสังเกตเห็นว่าอัตราส่วนการแบ่งภาระจะเปลี่ยนไปในแต่ละช่วงเวลาการขบ ยกเว้นในช่วงเวลาที่ขบแค่คู่ฟันเดียว เนื่องจากฟันคู่หนึ่งจะรับภาระทั้งหมดทำให้มีอัตราส่วนการแบ่งภาระเป็นค่าคงที่โดยมีค่าเท่ากับ 1 และกำลังที่คู่เฟืองส่งผ่านขณะที่ฟันเฟืองขบกัน 2 คู่ เท่ากับผลรวมของกำลังที่ฟันแต่ละคู่ส่ง ดังสมการ

$$H_1 = H_{z1} + H_{z2} \quad (2.14)$$





รูปที่ 2.5 อัตราส่วนการแบ่งภาระ อัตราส่วนกำลังสูญเสียของฟืนเฟืองแต่ละคู่ตามลำดับการขบที่เวลาต่าง ๆ และอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวม 2 คู่ฟืนของเฟือง

สำหรับกำลัง ( $H$ ) ที่ฟืนแต่ละคู่ส่งถ่ายสามารถเขียนได้ในรูปของผลคูณแรงส่งกำลัง ( $F$ ) รัศมีพิตช์ ( $R_p$ ) และความเร็วยรอบหมุน ( $\omega$ ) ดังสมการ

$$F_1 \cdot R_p \cdot \omega_1 = (F_{Z1} \cdot R_p \cdot \omega_1) + (F_{Z2} \cdot R_p \cdot \omega_1)$$

โดย ตัวห้อย 1 หมายถึง ขาเข้า ตัวห้อย Z1 และ Z2 หมายถึง ฟันคู่ที่ 1 และฟันคู่ที่ 2 ตามลำดับ

อัตราส่วนกำลังสูญเสียในขณะที่ขบ 2 คู่ฟัน  $\varphi_{Total}$  หาได้จากผลรวมของกำลังสูญเสียเนื่องจากฟันคู่ที่ 1 และฟันคู่ที่ 2 ทารด้วยกำลังขาเข้า ดังสมการ

$$Loss_{Total} = Loss_{Z1} + Loss_{Z2} \quad (2.15)$$

$$\varphi_{Total} = \frac{(Loss_{Z1} + Loss_{Z2})}{H_1}$$

กำลังสูญเสียรวมทั้งสองคู่ฟัน หาได้จาก

$$\varphi_{Total} \cdot H_1 = Loss_{Z1} + Loss_{Z2}$$

$$\varphi_{Total} \cdot H_1 = \varphi_{Z1} \cdot H_{Z1} + \varphi_{Z2} \cdot H_{Z2} \quad (2.16)$$

$$\varphi_{Total} (F_1 \cdot R_p \cdot \omega_1) = \varphi_{Z1} (F_{Z1} \cdot R_p \cdot \omega_1) + \varphi_{Z2} (F_{Z2} \cdot R_p \cdot \omega_1)$$

$$\varphi_{Total} = \varphi_{Z1} \cdot \frac{F_{Z1}}{F_1} + \varphi_{Z2} \cdot \frac{F_{Z2}}{F_1}$$

$$\varphi_{Total} = \varphi_{Z1} \cdot LS_{Z1} + \varphi_{Z2} \cdot LS_{Z2} \quad (2.17)$$

สมการที่ 2.17 แสดงถึงอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมทั้งสองคู่ฟันในขณะที่เฟืองขบกัน 2 คู่ฟัน โดย  $\varphi_{Z1}$  และ  $\varphi_{Z2}$  เป็นอัตราส่วนกำลังสูญเสียของฟันคู่ที่ 1 และคู่ที่ 2 ตามลำดับ อัตราส่วนกำลังสูญเสียนี้สามารถหาได้จากสมการ (2.13) เช่นกัน

จากสมการ (2.17) จะพบว่า อัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมของ 2 คู่ฟัน จะเกิดจากการถ่วงน้ำหนักของอัตราส่วนการแบ่งภาระ ดังแสดงในรูปที่ 2.5 (ก) อัตราส่วนกำลังสูญเสียของเฟืองในช่วงเวลาต่างๆ แสดงดังรูปที่ 2.5 (ค) ช่วงที่ฟันขบกัน 2 คู่ จะเป็นช่วงที่มีกำลังสูญเสียมาก ส่วนที่จุดพิตช์ซึ่งไม่เกิดการไถลของฟันเฟืองจะไม่มีกำลังสูญเสียเลย สำหรับเส้นประในรูปแสดงขนาดของอัตราส่วนกำลังสูญเสียเฉลี่ย  $\bar{\varphi}$  ซึ่งหาได้จากสมการ

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{Pb} \int_0^{Pb} \varphi \, dn \quad (2.18)$$

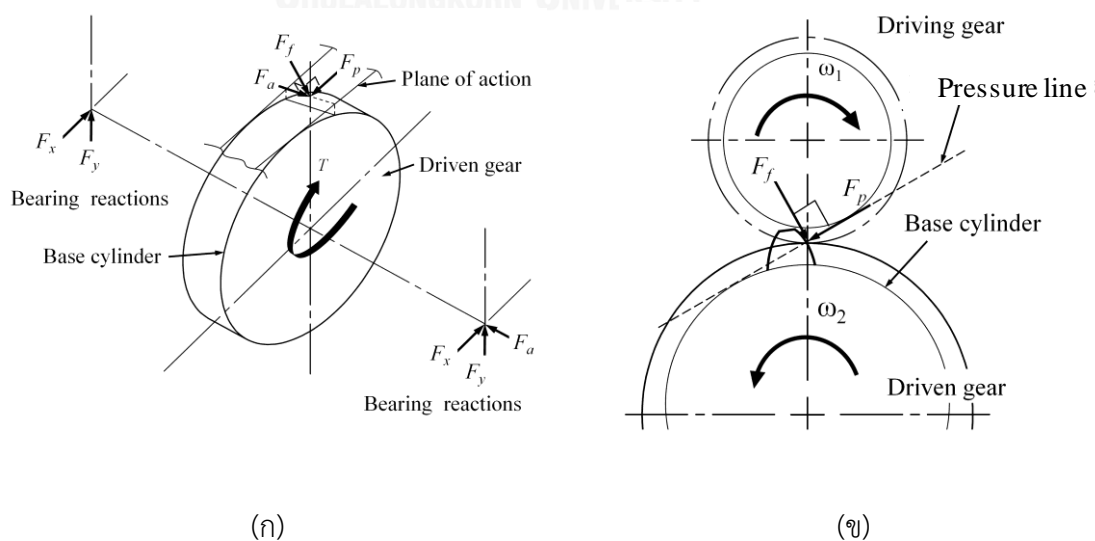
โดย  $Pb$  คือระยะเบสพิตช์

## 2.2.2 การคำนวณหากล้างสูญเสียด้านสำหรับเฟืองเฉียง

ในหัวข้อที่แล้วได้กล่าวถึงแบบจำลองประเมิณกำลังสูญเสียด้านที่เกิดขึ้นในเฟืองตรง สำหรับแบบจำลองในกรณีของเฟืองเฉียงนั้นสามารถใช้พื้นฐานจากแบบจำลองของเฟืองตรงในการคำนวณหาอัตราส่วนกำลังสูญเสียด้านรวมได้ แต่เนื่องจากรูปแบบการขบของเฟืองเฉียงกับเฟืองตรงมีความแตกต่างกัน ดังนั้นการพิจารณาอัตราส่วนกำลังสูญเสียด้านรวมจะต้องอาศัยความเข้าใจเกี่ยวกับรูปแบบการขบกันของเฟืองเฉียง รวมถึงทิศทางของแรงในการส่งกำลังที่ใช้ในการคำนวณอัตราส่วนกำลังสูญเสียด้าน

### 1) ทิศทางแรงกระทำขณะเฟืองเฉียงขบกัน

เนื่องจากฟันของเฟืองเฉียงไม่ขนานกับแกนหมุนของเฟือง แต่จะเอียงทำมุมกับเฟือง ดังนั้นแรงที่กระทำต่อฟันเฟืองจึงเป็นแบบสามมิติ ดังแสดงในรูปที่ 2.6 โดยเมื่อให้แรงบิดในระบบ ฟันของเฟืองเฉียงจะสัมผัสกันทำให้เกิดแรงกระทำในแนวตั้งฉากกับผิวหน้าฟันเฟือง โดยแรงดังกล่าวสามารถแบ่งเป็นแรงในแนวเส้นแรงกด (Pressure line) ( $F_p$ ) ซึ่งเป็นแรงที่ใช้การส่งกำลัง แรงในแนวแกนหมุน ( $F_o$ ) และแรงในแนวตั้งฉากกับเส้นแรงกด ( $F_f$ ) โดยแรงในแนวตั้งฉากกับเส้นแรงกด คือ แรงเสียดทานซึ่งเกิดเนื่องจากการไถลกันของผิวฟัน และเป็นต้นเหตุของกำลังสูญเสียด้านจากการไถล สำหรับแรงในแนวแกนนั้นหากมีการประกอบเฟืองเฉียงอย่างดีและเฟืองเฉียงไม่มีการเคลื่อนที่ตามแนวแกนแล้ว กำลังสูญเสียด้านเนื่องจากแรงในแนวแกนจะไม่เกิดขึ้น ดังนั้นในแบบจำลองนี้จะพิจารณาเฉพาะแรงในแนวเส้นแรงกดกับแรงในแนวตั้งฉากกับเส้นแรงกดเท่านั้น เนื่องจากแรงนี้เป็นเช่นเดียวกับกรณีเฟืองตรง จึงสามารถประยุกต์ใช้แบบจำลองเฟืองตรงกับกรณีเฟืองเฉียงได้



รูปที่ 2.6 ทิศทางแรงกระทำขณะเฟืองเฉียงขบกัน

## 2) รูปแบบการขบและระนาบการขบของเฟืองเฉียง

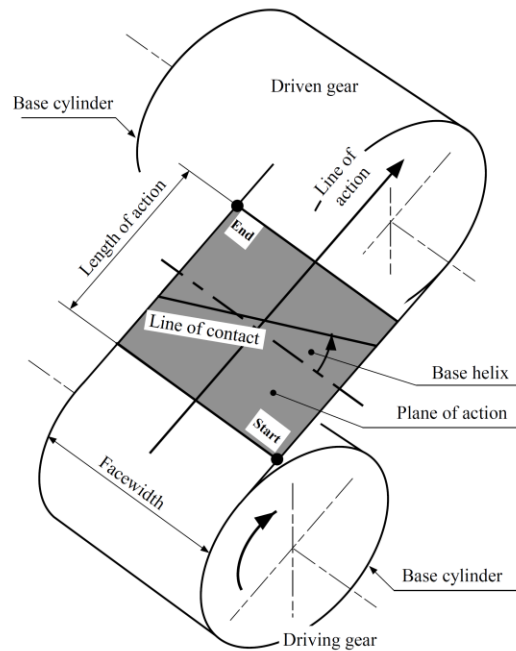
ในการขับด้วยเฟืองตรง แนวการสัมผัสระหว่างฟันเฟืองแต่ละคู่จะสัมผัสเป็นเส้น (Line contact) ขนานกับแกนเพลลา ส่วนเฟืองเฉียงการสัมผัสระหว่างฟันเฟืองแต่ละคู่จะเริ่มสัมผัสเป็นจุด (Point contact) ที่จุดเริ่มต้นขบ และเมื่อเฟืองหมุนไปการสัมผัสจะเปลี่ยนไปเป็นสัมผัสเป็นเส้น ดังแสดงในรูปที่ 2.7 จากรูปความยาวของเส้นสัมผัส (Line of contact) จะแตกต่างกันออกไปตามตำแหน่งและช่วงเวลาของการขบ และที่จุดสิ้นสุดการขบการสัมผัสของเฟืองเฉียงจะกลับมาสัมผัสเป็นจุดอีกครั้ง โดยระนาบที่แสดงการสัมผัสกันของเส้นสัมผัสที่เวลาต่างๆ เรียกว่า ระนาบการขบ (Plane of action) และความยาวของระนาบนี้เรียกว่า ความยาวการขบ (Length of action) เนื่องจากในแต่ละช่วงเวลาฟันเฟืองอาจสัมผัสกันมากกว่า 1 คู่ฟัน ดังนั้นในแต่ละช่วงเวลาในระนาบการขบอาจมีเส้นสัมผัสมากกว่า 1 เส้น โดยแต่ละเส้นห่างกันเท่ากับเบสพิทช์ ซึ่งก็คือระยะจากตำแหน่งหนึ่งบนฟันเฟืองไปยังตำแหน่งเดียวกันบนฟันถัดไปเมื่อวัดที่วงกลมเบส

## 3) แบบจำลองเฟืองเฉียง

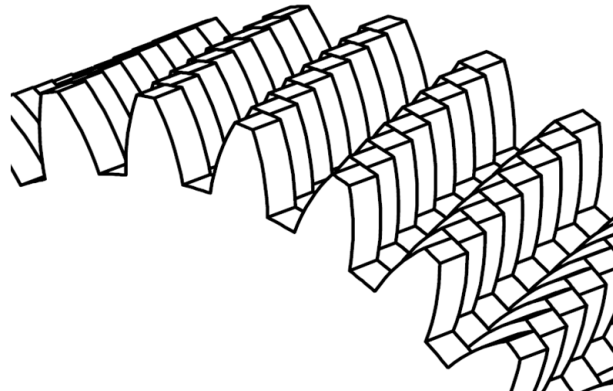
เนื่องจากแรงที่ทำให้เกิดกำลังสูญเสียของเฟืองเฉียงมีเฉพาะแรงในแนวเส้นแรงกดกับแรงในแนวตั้งฉากกับเส้นแรงกด จึงสามารถใช้แบบจำลองเฟืองตรงกับกรณีเฟืองเฉียงได้ และด้วยรูปแบบการขบของเฟืองเฉียงซึ่งมีเส้นสัมผัสเฉียงเป็นมุมเบสฮิลิกซ์ดังแสดงในรูปที่ 2.7 ทำให้สามารถจำลองเฟืองเฉียงด้วยการพิจารณาให้มีลักษณะเช่นเดียวกับชุดของเฟืองที่ประกอบด้วยเฟืองตรงย่อยซ้อนกันเป็นชั้น ๆ แบบชั้นบันไดซึ่งมีระยะห่างระหว่างชั้นเท่า ๆ กันและเอียงทำมุมกันตามองศาของมุมฮิลิกซ์ ดังแสดงในรูปที่ 2.8 และหากแบ่งให้หน้าตัดของเฟืองตรงย่อยลงไปชุดเฟืองจะคล้ายคลึงกับเฟืองเฉียงมากยิ่งขึ้น

## 4) อัตราส่วนกำลังสูญเสียจากการขบกันของเฟืองเฉียง 1 คู่ฟัน และอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวม

ในหัวข้อที่แล้วได้พิจารณาให้เฟืองเฉียงมีลักษณะเป็นชุดของเฟืองตรงย่อยที่ซ้อนกันเป็นแบบชั้นบันได ดังนั้นแบบจำลองกำลังสูญเสียเนื่องจากการไถลของเฟืองเฉียงจึงสามารถประเมินได้โดยใช้หลักการเดียวกันกับแบบจำลองกำลังสูญเสียเนื่องจากการไถลของเฟืองตรง โดยอัตราส่วนกำลังสูญเสียของเฟืองเฉียง 1 คู่ฟันจะเกิดจากนำอัตราส่วนกำลังสูญเสีย 1 คู่ฟันของเฟืองตรงย่อย ซึ่งคำนวณได้จากสมการ (2.13) มาซ้อนกันตามจำนวนที่แบ่งเป็นเฟืองตรงย่อย ดังแสดงในรูปที่ 2.9 ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ของอัตราส่วนกำลังสูญเสียที่ตำแหน่งการขบต่าง ๆ ของเฟืองเฉียง 1 คู่ฟัน จากรูป



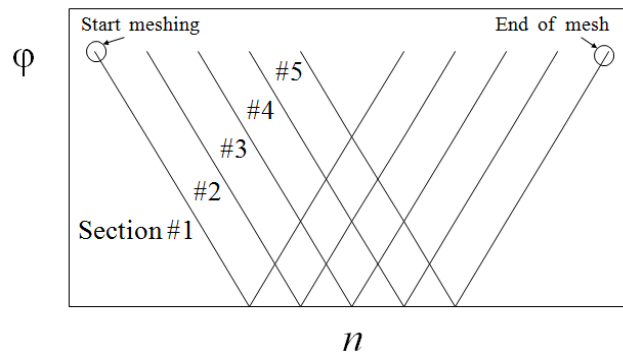
รูปที่ 2.7 ระนาบการขบของเฟืองเฉียง



รูปที่ 2.8 แบบจำลองเฟืองเฉียง

จะเห็นว่าเมื่อฟันของเฟืองตรงย่อส่วนแรก (section # 1) เริ่มต้นขบจะเกิดกำลังสูญเสียขึ้นและเมื่อเฟืองตรงส่วนแรกขบไปถึงช่วงเวลาหนึ่ง ฟันของเฟืองตรงส่วนถัดไปก็จะเริ่มมาขบซ้อนต่อในช่วงเวลา (ตำแหน่งการขบ) เดียวกัน โดยการขบเฟืองเฉียง 1 คู่ฟันจะสิ้นสุดเมื่อเฟืองตรงส่วนสุดท้าย (section # 5) สิ้นสุดการขบลง

อัตราส่วนกำลังสูญเสียที่แสดงในรูปที่ 2.9 นั้นเป็นอัตราส่วนกำลังสูญเสียอันเนื่องมาจากการไถลกันของฟันเฟืองเฉียงเพียงคู่เดียว แต่ในความเป็นจริงแล้วในแต่ละช่วงเวลาเฟืองอาจจะขบกันมากกว่า 1 ฟัน อันจะเห็นได้จากจำนวนเส้นสัมผัสบนระนาบสัมผัส หรือพิจารณาได้จากอัตราส่วนการขบ ซึ่งในกรณีของเฟืองเฉียงอาจจะมีค่ามากกว่า 2 อัตราส่วนการขบนี้หมายความว่าในบางขณะเฟือง



รูปที่ 2.9 กำลังสูญเสียจากการขบกันของเฟืองเฉียง 1 คู่ฟัน

เฟืองอาจจะขบกันเพียงสองฟัน และในบางขณะเฟืองเฉียงจะขบกันมากกว่าสองฟัน ด้วยเหตุนี้ อัตราส่วนกำลังสูญเสียจึงต้องคิดค่ารวม ให้สอดคล้องกับการขบกันจริงของฟันเฟืองเฉียงด้วย

รูปที่ 2.10 (ก) แสดงถึงอัตราส่วนกำลังสูญเสียที่เกิดขึ้นจากฟันของเฟืองเฉียงคู่ที่ 1 ถึงฟันเฟืองคู่ที่ 3 ตามลำดับ โดยช่วงเวลาการเริ่มต้นขบของแต่ละคู่ฟันจะห่างกัน 1 เบสพิตซ์ ช่วงเวลาที่กราฟซ้อนกันหมายถึงในขณะนั้นฟันเฟืองเฉียงมีการขบกันมากกว่า 1 ฟัน จากรูปที่ 2.10 (ก) จะพบว่าในช่วงเวลา  $t$  กราฟมีการซ้อนกัน 3 กราฟ แสดงว่าในขณะนั้นฟันเฟืองเฉียงมีการขบพร้อมกันกัน 3 คู่ฟัน โดยจะเกิดเส้นการสัมผัส 3 เส้น ดังแสดงในรูปที่ 2.11

เมื่อพิจารณาให้ฟันเฟืองเฉียงประกอบจากฟันเฟืองตรงที่ซ้อนกัน 5 ฟัน จะสังเกตว่า ที่เวลา  $t$  จุดเฟืองในคู่ที่ 1 มีการขบ 2 เฟืองย่อย แต่จุดเฟืองคู่ที่ 2 มีการขบถึง 5 เฟืองย่อย และจุดเฟืองคู่ที่ 3 มีการขบกัน 3 เฟืองย่อย ตำแหน่งการขบเหล่านี้สามารถแสดงในระนาบการขบได้ดังรูปที่ 2.11

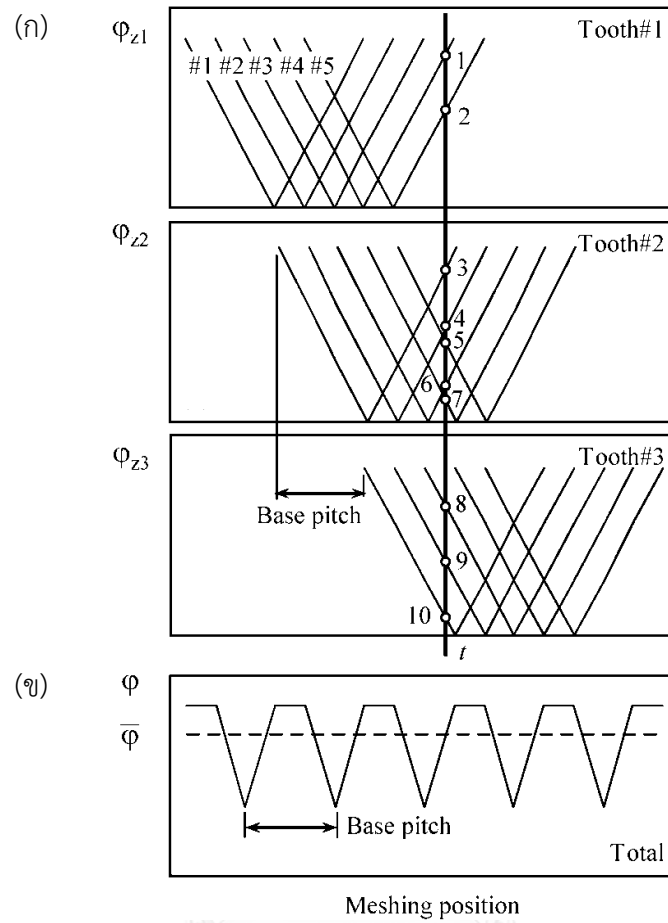
จากรูปที่ 2.11 ได้แสดงถึงระนาบการขบของเฟืองเฉียงในเวลา  $t$  ซึ่งเกิดการขบกัน 3 คู่ฟัน การกระจายภาระบนเส้นสัมผัสของเฟืองเฉียงส่งผลให้เฟืองตรงย่อยแต่ละเฟืองส่งกำลังไม่เท่ากัน ดังนั้นจุดทั้ง 10 จุดในรูปที่ 2.11 จึงมีแรงส่งกำลังที่แตกต่างกัน โดยกำลังที่แต่ละฟันของเฟืองย่อยส่งถ่ายหาได้จาก

$$H_1 = H_{S1} + H_{S2} + \dots + H_{Sn} \quad (2.19)$$

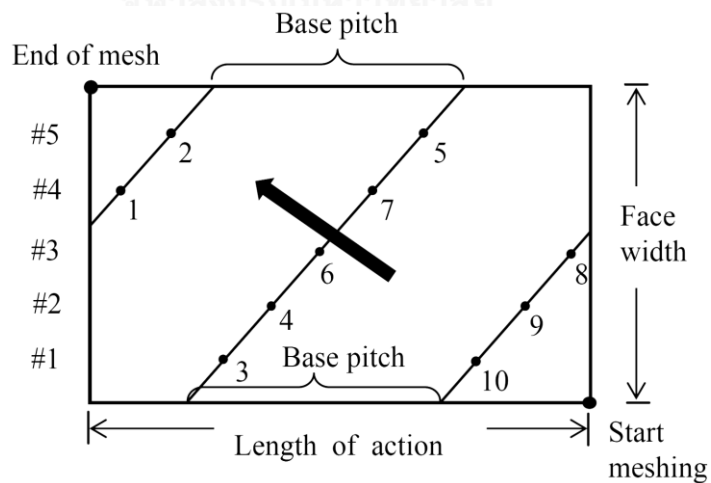
$$F_1 \cdot R_p \cdot \omega_1 = (F_{S1} \cdot R_p \cdot \omega_1) + (F_{S2} \cdot R_p \cdot \omega_1) + \dots + (F_{Sn} \cdot R_p \cdot \omega_1)$$

โดย ตัวห้อย  $S1, S2$  และ  $Sn$  หมายถึงฟันของเฟืองตรงย่อยคู่ที่ 1, 2 และ  $n$  ตามลำดับ อัตราส่วนกำลังสูญเสียรวม  $\phi_{Total}$  หาได้จาก

$$\phi_{Total} = \frac{(Loss_{S1} + Loss_{S2} + \dots + Loss_{Sn})}{H_1} \quad (2.20)$$



รูปที่ 2.10 อัตราส่วนกำลังสูญเสียของแต่ละคู่ฟันและอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมของเฟืองเฉียง



รูปที่ 2.11 เส้นสัมผัสระหว่างฟันของเฟืองเฉียงที่เวลา  $t$

กำลังสูญเสียรวมหาได้จาก

$$\begin{aligned}\varphi_{Total} \cdot H_1 &= Loss_{S1} + Loss_{S2} + \dots + Loss_{Sn} \\ \varphi_{Total} \cdot H_1 &= \varphi_{S1} \cdot H_{S1} + \varphi_{S2} \cdot H_{S2} + \dots + \varphi_{Sn} \cdot H_{Sn} \\ \varphi_{Total} (F_1 \cdot R_p \cdot \omega_1) &= \varphi_{S1} (F_{S1} \cdot R_p \cdot \omega_1) + \varphi_{S2} (F_{S2} \cdot R_p \cdot \omega_1) + \dots + \varphi_{Sn} (F_{Sn} \cdot R_p \cdot \omega_1)\end{aligned}$$

โดย  $\varphi_{S1}, \varphi_{S2}$  และ  $\varphi_{Sn}$  เป็นอัตราส่วนกำลังสูญเสียของฟันของเฟืองตรงย่อยคู่ที่ 1, 2 และ n ที่กำลังขบอยู่ตามลำดับ อัตราส่วนกำลังสูญเสีย  $\varphi$  ของแต่ละฟันเฟืองตรงย่อยสามารถหาได้จากสมการ (2.13) เช่นกัน สำหรับอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมในขณะที่เฟืองเฉียงขบกัน สามารถหาได้ดังสมการ (2.22)

$$\varphi_{Total} = \varphi_{S1} \cdot \frac{F_{S1}}{F_1} + \varphi_{S2} \cdot \frac{F_{S2}}{F_1} + \dots + \varphi_{Sn} \cdot \frac{F_{Sn}}{F_1} \quad (2.22)$$

จากสมการ (2.22) จะแสดงให้เห็นว่า อัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมจะเกิดจากการถ่วงน้ำหนักของแรงส่งกำลังในแต่ละคู่ฟันของเฟืองตรงย่อย ( $F_S$ ) ซึ่งหาได้จากการกระจายภาระบนเส้นสัมผัสซึ่งจะกล่าวในบทถัดไป อัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมของเฟืองเฉียงในช่วงเวลาต่างๆ แสดงดังรูปที่ 2.10 (ข) สำหรับเส้นประในรูปแสดงขนาดของอัตราส่วนกำลังสูญเสียเฉลี่ย  $\bar{\varphi}$  ซึ่งหาได้จากสมการ (2.23)

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{Pb} \int_0^{Pb} \varphi \, dn \quad (2.23)$$

โดย  $Pb$  คือระยะเบสพิตช์

### 2.3 สรุป

ในบทนี้ได้อธิบายถึง กลไกการเกิดการสูญเสียจากการไถล ซึ่งเกิดขึ้นเนื่องจากจากความเร็วสัมผัสระหว่างฟันเฟืองขับและฟันเฟืองตามจุดสัมผัส จากนั้นได้อธิบายหลักการคำนวณหา กำลังสูญเสียจากการไถลของเฟืองตรง และได้นำแนวคิดจากเฟืองตรงไปประยุกต์ใช้กับเฟืองเฉียงโดยพิจารณาให้เฟืองเฉียงมีลักษณะเป็นชุดของเฟืองที่ประกอบด้วยเฟืองตรงซ้อนย่อยกันเป็นชั้น ๆ แบบขั้นบันได ซึ่งมีระยะห่างระหว่างชั้นเท่า ๆ กัน และเอียงทำมุมกันตามองศาของมุมอีลิคซ์

เนื่องจากการคำนวณกำลังสูญเสียจะคำนวณผ่านทางตัวแปรอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวม และจากสมการคำนวณอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมจะเห็นว่า มีตัวแปรที่สำคัญ ได้แก่ อัตราส่วนการแบ่งภาระ และ การกระจายภาระบนเส้นสัมผัส ซึ่งหากกำหนดการแบ่งภาระระหว่างคู่ฟันและการกระจายภาระที่ไม่เหมาะสมอาจส่งผลให้การประเมินแนวโน้มของพารามิเตอร์เฟืองต่อกำลังสูญเสีย



ผิดพลาดได้ โดยจากการศึกษางานวิจัยด้านการแบ่งภาระระหว่างคู่ฟันและการกระจายภาระบนเส้นสัมผัสในเบื้องต้น [11] พบว่าการแบ่งภาระและการกระจายภาระในแบบจำลองของซาคิริต [4] และ ภูวตล [5] ยังมีบางส่วนไม่สอดคล้องกับนักวิจัยอื่น ดังนั้น ในบทถัดไปจะนำเสนองานวิจัยต่าง ๆ เกี่ยวกับอัตราส่วนการแบ่งภาระและการกระจายภาระบนเส้นสัมผัส เพื่อนำมาประยุกต์ใช้ในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ต่อไป



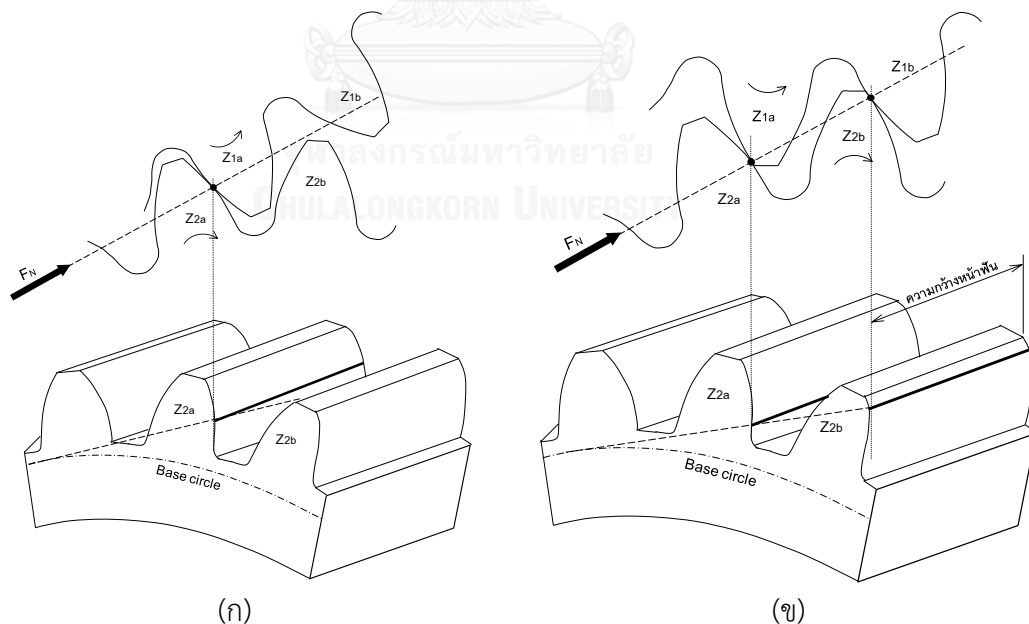
### บทที่ 3

#### กระจายภาระบนหน้าฟันของเฟืองตรงและเฟืองเฉียง

บทนี้จะเสนอข้อมูลงานวิจัยเกี่ยวกับการแบ่งภาระระหว่างฟันเฟืองและการกระจายภาระบนเส้นสัมผัสของเฟืองตรงและเฟืองเฉียง ซึ่งข้อมูลจะนำไปสู่การปรับปรุงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้กล่าวไว้ในบทที่แล้ว โดยวิธีการนำการแบ่งภาระระหว่างฟันเฟืองและการกระจายภาระบนเส้นสัมผัสไปประยุกต์ใช้กับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะนำเสนอในบทถัดไป

#### 3.1 รูปแบบการกระจายภาระบนหน้าฟันของเฟืองตรง

รูปแบบของการกระจายภาระบนหน้าฟันเฟืองนั้น ประกอบด้วย อัตราส่วนการแบ่งภาระระหว่างคู่ฟันเฟือง และการกระจายภาระบนเส้นสัมผัส ก่อนที่จะหารูปแบบของการกระจายภาระบนหน้าฟันเฟืองนั้นจะต้องทราบถึงลักษณะของการขบกันระหว่างฟันของเฟืองขับและฟันของเฟืองตามก่อน สำหรับเฟืองตรงทั่วไปที่อัตราส่วนการขบอยู่ระหว่าง 1 และ 2 นั้น จะมีจังหวะการขบจะแบ่งออกเป็น 2 จังหวะ ได้แก่ จังหวะที่เฟืองขับ 1 คู่ฟัน และ จังหวะที่เฟืองขับ 2 คู่ฟัน ซึ่งแสดงได้ด้วยรูปที่ 3.1

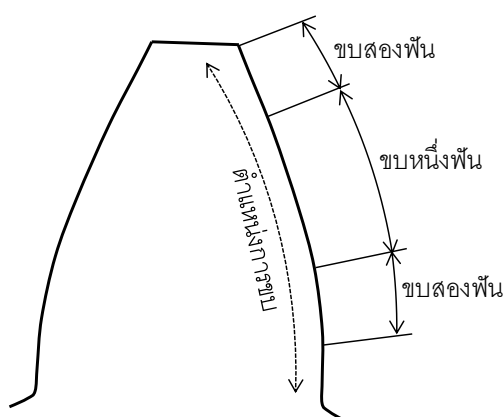


หมายเหตุ เฟืองขับ(หมายเลข 2) , เฟืองตาม(หมายเลข 1)

รูปที่ 3.1 การขบของฟันเฟืองขับและเฟืองตามของเฟืองตรง

ในจังหวะที่มีการขบ 1 คู่ฟัน (ฟัน  $Z2a$  กับ ฟัน  $Z1a$ ) ดังแสดงในรูปที่ 3.1 (ก) คู่ฟันเฟือง  $Za$  จะรับภาระแรง  $F_N$  เต็มที่ และในจังหวะที่มีการขบ 2 คู่ฟัน (ฟัน  $Z2a$  กับ ฟัน  $Z1a$  และ ฟัน  $Z2b$  กับ ฟัน  $Z1b$ ) ดังแสดงในรูปที่ 3.1 (ข) ฟันทั้ง 2 คู่จะแบ่งภาระกัน ซึ่งสัดส่วนของระยะเวลาในการขบ 1 คู่ฟันกับระยะเวลาในการขบ 2 คู่ฟันนี้ จะขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ต่าง ๆ เช่น มุมกด โมดูล เป็นต้น ซึ่งสัดส่วนของระยะเวลาการขบ 1 คู่ฟัน และ 2 คู่ฟัน แสดงได้ด้วยอัตราส่วนการขบ (contact ratio) หากอัตราส่วนการขบมีค่าใกล้ 1 เช่น ค่าอัตราส่วนการขบเท่ากับ 1.2 ระยะเวลาการขบ 1 คู่ฟันจะยาวนานกว่าระยะเวลาที่ขบ 2 คู่ฟัน แต่หากค่าอัตราส่วนการขบมีค่าใกล้ 2 เช่น ค่าอัตราส่วนการขบเท่ากับ 1.8 ระยะเวลาการขบ 2 คู่ฟันจะยาวนานกว่าระยะเวลาที่ขบ 1 คู่ฟัน ในทุก ๆ กรณีช่วงเวลาที่ขบ 1 คู่ฟันนั้นจะอยู่ในตำแหน่งการขบบริเวณกลางฟัน และช่วงเวลาที่ขบ 2 คู่ฟันนั้นจะอยู่ในตำแหน่งการขบบริเวณโคนฟันและปลายฟันดังแสดงในรูปที่ 3.2

นอกจากจะแสดงการขบ 1 คู่ฟัน และ 2 คู่ฟันแล้ว รูปที่ 3.1 ยังแสดงถึงลักษณะของการขบกันระหว่างฟันของเฟืองขับและฟันของเฟืองตามของเฟืองตรง เมื่อเฟืองตรงขบกัน หากมองใน 2 มิติ (มองขนานแกนของเพลลา) จะเห็นการขบกันของเฟืองตรงเป็นจุด แต่หากมองใน 3 มิติ จะเห็นเส้นสัมผัสที่เกิดจากการขบกันของฟันเฟืองขับและฟันเฟืองตาม เส้นสัมผัสของเฟืองตรงนั้นมีลักษณะขนานไปกับแกนของเพลลาและมีความยาวเท่ากับควมกว้างหน้าฟันของเฟือง สำหรับเฟืองขับ (หมายเลข 2) นั้น เมื่อเฟืองหมุนตามเข็มนาฬิกา ตำแหน่งการขบจะเปลี่ยนไป เส้นสัมผัสจะเลื่อนตัวขึ้นจากตำแหน่งโคนฟันไปตำแหน่งปลายฟัน จะเห็นได้จากกรุปที่ 3.1 (ข) หากพิจารณาเฉพาะฟันเฟืองคู่  $Za$  เมื่อเริ่มต้นการขบเส้นสัมผัสจะอยู่ที่ตำแหน่งโคนของฟัน  $Z2a$  และเมื่อเฟืองขับหมุนตามเข็มนาฬิกาไปเป็นระยะเวลาหนึ่ง เส้นสัมผัสจะเลื่อนขึ้นจากตำแหน่งโคนฟันไปยังตำแหน่งกลางฟัน ดังแสดงในรูปที่ 3.1 (ก) จากนั้นหากเฟืองขับหมุนตามเข็มนาฬิกาจนฟัน  $Z2a$  เคลื่อนไปแทนที่ตำแหน่ง



รูปที่ 3.2 ตำแหน่งที่มีการขบ 1 คู่ฟัน และ 2 คู่ฟัน

พื่น  $Z2b$  เส้นสัมผัสบนพื่น  $Z2a$  ก็จะเลื่อนตัวขึ้นจากตำแหน่งกลางพื่นไปตำแหน่งปลายพื่น ซึ่งเป็นตำแหน่งเดียวกับเส้นสัมผัสที่เกิดจากการขบของพื่น  $Z2b$  และ  $Z1b$  ส่วนพื่นเฟืองคู่ต่อไปก็จะเข้ามาขบแทนที่ในตำแหน่งที่  $Z1a$  และ  $Z2a$  เริ่มต้นการขบกัน

จากการอธิบายข้างต้นจะเห็นว่าเมื่อตำแหน่งการขบเปลี่ยนไปจำนวนของคู่พื่นที่ขบก็จะเปลี่ยนไป และตำแหน่งของเส้นสัมผัสก็จะเปลี่ยนไปด้วยเช่นกัน ดังนั้นจึงเกิดปัญหาขึ้นว่าเมื่ออยู่ในช่วงที่มีจังหวะการขบ 2 คู่พื่น ภาระที่แต่ละคู่พื่นรับจะเป็นอย่างไร ซึ่งการคำนวณหากำลังสูญเสีย นั้นจะต้องทราบการกระจายของภาระบนหน้าพื่น กล่าวคือ ต้องทราบปริมาณการแบ่งภาระและการกระจายตัวของภาระบนเส้นสัมผัสในตำแหน่งการขบต่าง ๆ เสียก่อน โดยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบบเดิมของซาคริต [4] นั้นได้ตั้งสมมติฐานให้แต่ละพื่นมีการแบ่งภาระปริมาณเท่ากันเมื่อเกิดการขบ 2 คู่พื่นและการกระจายภาระบนเส้นสัมผัสเป็นแบบสม่ำเสมอ ซึ่งการแบ่งภาระแบบนี้ยังไม่มีผลการศึกษาที่รองรับ

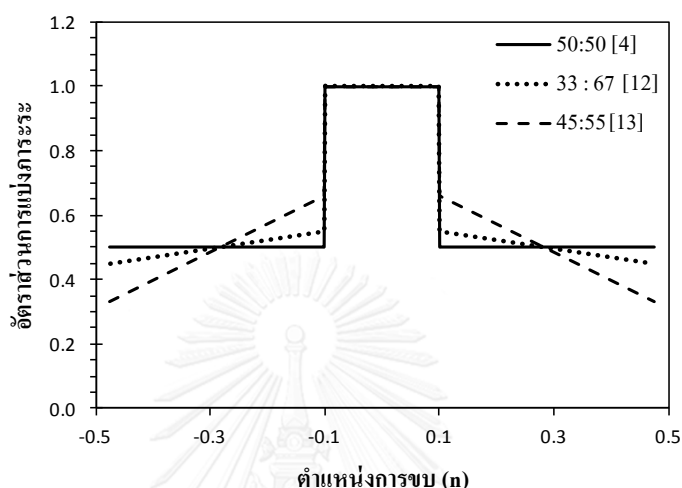
### 3.1.1 งานวิจัยเกี่ยวกับการแบ่งภาระระหว่างพื่นของเฟืองตรง

ในส่วนของการแบ่งภาระระหว่างคู่พื่นเฟือง ตามที่ได้กล่าวไว้ในข้างต้นว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เดิมของซาคริตนั้นได้ตั้งสมมติฐานให้การแบ่งภาระของแต่ละพื่นมีปริมาณเท่ากัน ดังแสดงด้วยเส้นทึบในรูปที่ 3.3 แต่เนื่องจากความหนาของพื่นเฟืองนั้นเปลี่ยนไปตามตำแหน่งการขบทำให้ stiffness มีความแตกต่างกันในแต่ละตำแหน่งการขบ กล่าวคือ ความหนาของพื่นเฟืองตำแหน่งโคนพื่นจะมาก ทำให้มี stiffness มาก และความหนาของพื่นเฟืองตำแหน่งปลายพื่นจะน้อยกว่า ทำให้มี stiffness น้อย หลักการหาการแบ่งภาระระหว่างเฟืองสามารถใช้กฎของฮุก (Hooke's law) โดยหาทราบ stiffness ของพื่นเฟืองขับและ stiffness ของพื่นตามในตำแหน่งหนึ่ง ๆ และทราบการเสียรูป (deflection) ของเฟืองขับและเฟืองตามในตำแหน่งนั้น ก็จะสามารถหาแรงกระทำที่เฟืองขับทำต่อเฟืองตามได้

จากการศึกษารูปแบบการแบ่งภาระระหว่างคู่พื่นเฟืองของนักวิจัยหลายท่าน [12-17] พบว่าในตำแหน่งที่เฟืองมีการขบกันมากกว่า 1 คู่ การแบ่งภาระระหว่างคู่พื่นเฟืองนั้นไม่ได้แบ่งภาระเท่ากันอย่างที่ได้อ้างอิงสมมติฐานไว้ในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ข้างต้น โดยการแบ่งภาระระหว่างคู่พื่นเฟืองจะเปลี่ยนไปในแต่ละตำแหน่งการขบ แต่กระนั้นถึงแม้ผู้นำเสนอแบบจำลองการแบ่งภาระจะมีแนวคิดที่คล้ายกัน กล่าวคือ การแบ่งภาระระหว่างคู่พื่นเฟืองจะเปลี่ยนไปในแต่ละตำแหน่งการขบ แต่อัตราส่วนการแบ่งภาระระหว่างพื่นในขณะที่มีเฟืองมีการขบ 2 พื่นนั้นมีค่าไม่เท่ากันดังแสดงด้วยเส้นประและเส้นจุดไขว้ปลาในรูปที่ 3.3

Jose I. Pedrero และคณะ [12] ได้หาอัตราส่วนการแบ่งภาระด้วยระเบียบวิธีแปรผัน (variation method) แล้วพบว่า อัตราส่วนการแบ่งภาระระหว่างการขบ 2 คู่พื่นจะมีค่าน้อยที่สุด

เท่ากับร้อยละ 33 ณ ตำแหน่งโคนและปลายฟัน และพบว่าอัตราส่วนการแบ่งภาระจะมีค่ามากที่สุด ร้อยละ 67 ณ ตำแหน่งก่อนการขบและหลังการขบ 1 คู่ฟัน ค่าอัตราส่วนการแบ่งภาระจะเพิ่มจากค่าน้อยที่สุดไปยังค่ามากที่สุดด้วยอัตราการเพิ่มที่คงที่ โดยไม่ขึ้นกับจำนวนฟันเพียง มุมกด ความห่างระหว่างจุดศูนย์กลางเฟือง ฯลฯ



รูปที่ 3.3 รูปแบบของอัตราส่วนการแบ่งภาระของผู้นำเสนอแต่ละท่าน

T. Lazovic และคณะ [13] ได้เสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการแบ่งภาระระหว่างฟันเฟือง ผลการคำนวณสำหรับฟันเฟืองที่เป็นเฟืองอินโวลูตในอุดมคติและมีการประกอบเฟืองแบบอุดมคติพบว่า อัตราส่วนการแบ่งภาระระหว่างกรขบ 2 คู่ฟันจะมีค่าน้อยที่สุดเท่ากับร้อยละ 45 ณ ตำแหน่งโคนและปลายฟัน และพบว่าอัตราส่วนการแบ่งภาระจะมีค่ามากที่สุดร้อยละ 55 ณ ตำแหน่งก่อนการขบและหลังการขบ 1 คู่ฟัน ค่าอัตราส่วนการแบ่งภาระจะเพิ่มจากค่าน้อยที่สุดไปยังค่ามากที่สุดโดยอัตราการเพิ่มคงที่

### 3.1.2 งานวิจัยเกี่ยวกับการกระจายภาระบนเส้นสัมผัสของเฟืองตรง

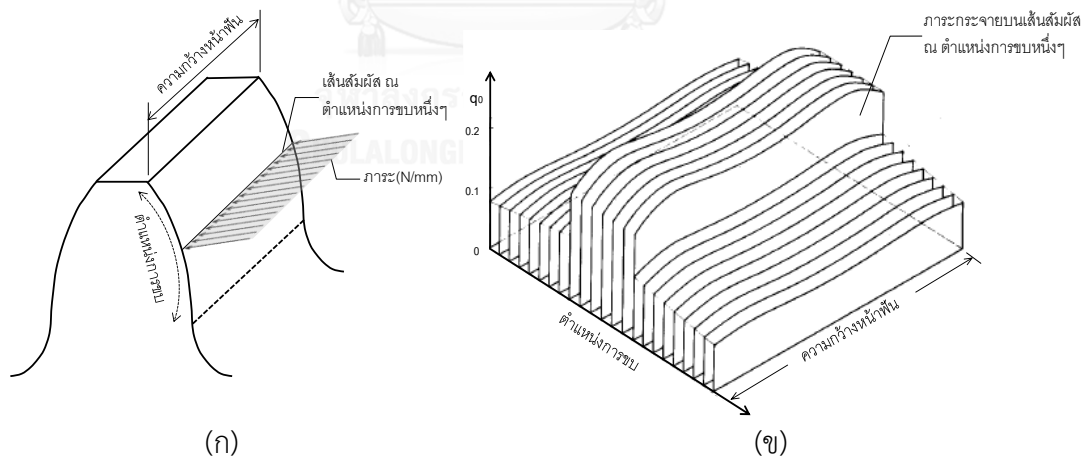
เมื่อทราบขนาดของภาระที่ถูกแบ่งไปในแต่ละฟันเฟืองแล้ว ภาระจะกระจายตัวอยู่บนเส้นสัมผัสของเฟืองตรง ซึ่งทั้งซาคริต [4], Jose I. Pedrero [12] และ T. Lazovic [13] ได้ตั้งสมมติฐานให้การกระจายภาระมีรูปแบบเป็นการกระจายแบบสมมาตร ดังแสดงในรูปที่ 3.4 (ก) ซึ่งสามารถคำนวณได้จาก

$$W = \frac{F_N \cdot LS}{LT} \quad (3.1)$$

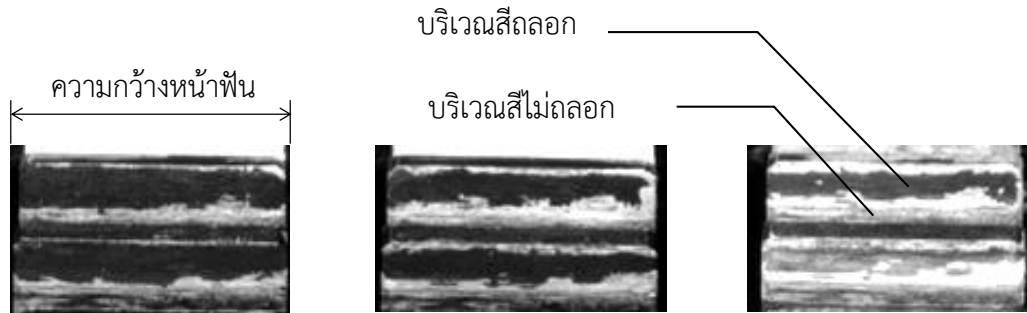
โดย  $W$  คือ การกระจายภาระบนเส้นสัมผัส  $F_N$  คือ แรงส่งกำลังรวม  $LS$  คือ อัตราส่วนการแบ่งภาระ และ  $LT$  คือ ความยาวเส้นสัมผัสรวมในขณะขบ (Total length of contact)

เพื่อตรวจสอบสมมติฐานการกระจายภาระของนักวิจัยทั้ง 3 ท่าน ในเบื้องต้นจึงได้เปรียบเทียบกับผลการศึกษการกระจายภาระบนหน้าฟันของ Lars Vedmar [17] ซึ่งใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์มาใช้ในการหาการเสียรูปของฟันเฟืองในแต่ละตำแหน่งการขบ จากนั้นนำผลการเสียรูปของฟันเฟืองมาใช้ในการหาการกระจายภาระบนหน้าฟันเฟืองด้วยวิธีวิเคราะห์ (analytical method) ซึ่งผลการกระจายภาระบนหน้าฟันเฟืองของ Lars Vedmar ได้แสดงในรูปที่ 3.4 (ข) ผลการกระจายภาระบนหน้าฟันของ Lars Vedmar แสดงให้เห็นว่าที่ตำแหน่งการขบใด ๆ ขนาดภาระในแกนความกว้างหน้าฟันนั้นเกือบจะเป็นค่าคงที่ และมีอัตราการแบ่งภาระระหว่างฟันไม่เท่ากัน โดยตำแหน่งโคนและปลายฟันจะมีอัตราการแบ่งภาระน้อยกว่าตำแหน่งใกล้จุดพิตซ์

นอกจากวิธีการวิเคราะห์แล้ว ยังมีการศึกษาการสัมผัสของเฟืองด้วยการทาสีโดยเจษฎา [11] ซึ่งได้ทดลองการสัมผัสเบื้องต้นด้วยการทาสีบนหน้าฟันเฟืองแล้วนำเฟืองไปทดลองให้ภาระและหมุนที่ความเร็วรอบ 2000 รอบต่อนาทีดังแสดงในรูปที่ 3.5 จากผลการทดลองของเจษฎาพบว่าไม่ว่าจะให้ภาระ (แรงบิด) มากหรือน้อย สีจะมีการหลุดลอกออกตลอดแนวความกว้างหน้าฟันเสมอ ทำให้เห็นเนื้อโลหะสีเงินในภาพถ่ายผลการทดลองซึ่งแสดงให้เห็นว่าการกระจายภาระเป็นแบบสม่ำเสมอ อีกทั้งยังพบว่า บริเวณที่สีหลุดออกนั้นสอดคล้องกับตำแหน่งที่มีภาระมากของ Lars Vedmar



รูปที่ 3.4 (ก) การกระจายภาระแบบสม่ำเสมอตามแนวเส้นสัมผัส  
(ข) รูปแบบการกระจายภาระบนหน้าฟันเฟืองตรงของ Lars Vedmar [17]



รูปที่ 3.5 ผลการทดสอบการสัมผัสของฟันเพื่องตรง [11]

ในด้านการแบ่งการระหว่างฟัน พบว่า การแบ่งการระหว่างฟันด้วยสมมติฐานที่ใช้ในแบบจำลองเดิมของชาคริตนั้นไม่สอดคล้องกับการแบ่งการที่เสนอโดยนักวิจัยอื่น ในที่นี้จึงแก้ไขการแบ่งการระหว่างฟันให้เป็นตามผลงานวิจัยของ Jose I. Pedrero และ T. Lazovic และในส่วนของ การกระจายภาระบนเส้นสัมผัส จากงานวิจัยต่าง ๆ พบว่าการกระจายภาระมีลักษณะที่ใกล้เคียงการกระจายภาระแบบสม่ำเสมอ ดังนั้นจึงใช้การกระจายภาระแบบสม่ำเสมอในการปรับปรุงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ต่อไป

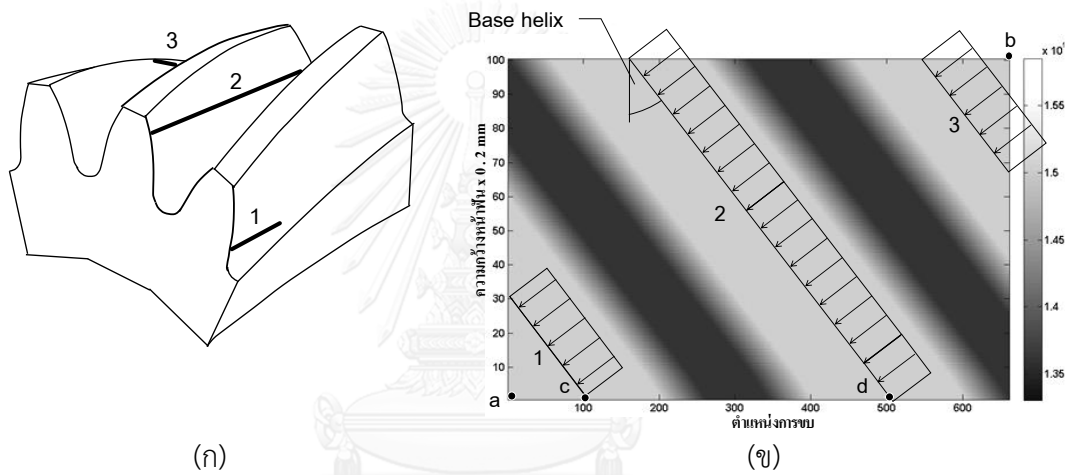
### 3.2 รูปแบบการกระจายภาระบนหน้าฟันของเพื่องเสียง

รูปแบบการขบและระนาบการขบของเพื่องเสียงได้ถูกอธิบายไว้ในหัวข้อ 2.2.2 แล้ว สำหรับในหัวข้อนี้จะแสดงรูปแบบการกระจายภาระแบบเดิมที่ใช้ในแบบจำลองของภูวดล [5] และผลการศึกษา รูปแบบการกระจายภาระบนหน้าฟันของฟันเพื่องเสียงซึ่งเสนอโดยนักวิจัย 3 ท่าน ได้แก่ Niemann and Richer [18] Lars Vedmar [17] และ เจษฎา [11]

#### 1) การกระจายภาระโดยใช้สมมติฐานว่าการกระจายภาระสม่ำเสมอบนเส้นสัมผัส

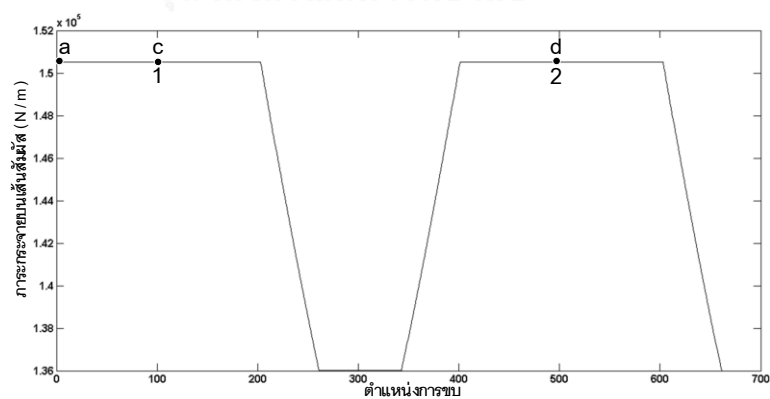
ภูวดลได้ศึกษาและประเมินค่ากำลังสูญเสียจากการไหลของเพื่องตรงและเพื่องเสียง โดยในแบบจำลองของภูวดลได้ตั้งสมมติฐานให้มีการกระจายภาระบนเส้นสัมผัสแบบสม่ำเสมอ หลักการคำนวณหาการกระจายภาระบนเส้นสัมผัสแบบสม่ำเสมอ สามารถหาได้โดยหาความยาวเส้นสัมผัสรวมในแต่ละตำแหน่งการขบ ซึ่งรูปที่ 3.6 (ก) ได้แสดงตัวอย่างฟันเพื่องเสียงในจังหวะที่ขบกัน 3 คู่ฟัน ดังนั้นความยาวเส้นสัมผัสรวมในจังหวะนี้สามารถหาได้จากการรวมความยาวเส้นสัมผัส 1 2 และ 3 จากนั้นนำภาระหารด้วยความยาวเส้นสัมผัสรวมจะได้ขนาดการกระจายบนเส้นสัมผัสออกมา เนื่องจากความยาวเส้นสัมผัสรวมในแต่ละตำแหน่งการขบไม่คงที่ ดังนั้นการกระจายภาระในแต่ละตำแหน่งการขบจึงมีค่าเปลี่ยนไปตามตำแหน่งการขบเช่นกัน โดยรูปที่ 3.6 (ข) แสดงการสัมผัสบนระนาบการขบ (plane of action) ที่มีจุดเริ่มต้นการขบที่จุด  $a$  และสิ้นสุดการขบที่จุด  $b$  โดยในขณะที่แสดงรูปเป็นจังหวะที่เพื่องมีการขบ 3 คู่ฟันดังรูปที่ 3.6 (ก) โดยการกระจายบนเส้นสัมผัสเป็นแบบ

สม่าเสมอและเนื่องจากเมื่อตำแหน่งการขบเปลี่ยนไปทำให้ความยาวเส้นสัมผัสเปลี่ยนแปลงส่งผลให้การกระจายภาระบนเส้นสัมผัสเปลี่ยนตาม ซึ่งการเปลี่ยนแปลงขนาดของภาระกระจายบนเส้นสัมผัสสามารถแสดงได้ด้วยแถบสีอ่อนและเข้มในรูปที่ 3.6 (ข) โดยพื้นที่สีอ่อน จะเป็นจังหวะที่มีการขบ 3 คู่ฟัน แต่เนื่องจากความยาวเส้นสัมผัสรวมสั้นจึงทำให้ภาระกระจายบนเส้นสัมผัสมากกว่าพื้นที่สีเข้มซึ่งมีการขบแค่ 2 คู่ฟันแต่มีความยาวเส้นสัมผัสรวมที่ยาวกว่าทำให้ภาระกระจายบนเส้นสัมผัสน้อยกว่าพื้นที่สีอ่อน ซึ่งรูปที่ 3.6 (ค) และ (ง) แสดงข้อมูลเดียวกับรูปที่ 3.6 (ข) โดยรูปที่ 3.6 (ค) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างภาระกระจายบนเส้นสัมผัสและตำแหน่งการขบ และเพื่อให้เห็นขนาดภาระกระจายบนเส้นสัมผัสที่แตกต่างกันในบริเวณสีอ่อนและเข้มของรูปที่ 3.6 (ข) จึงได้แสดงเป็น 3 มิติ ดังรูปที่ 3.6 (ง)



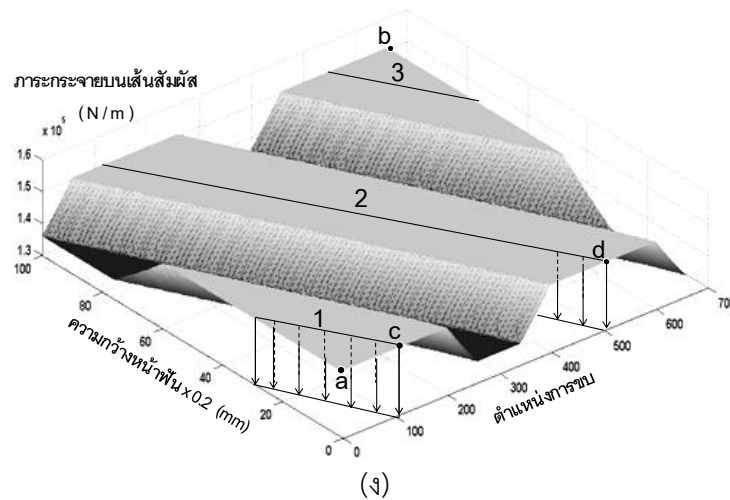
(ก)

(ข)



(ค)





รูปที่ 3.6 รูปแบบการกระจายภาระบนหน้าพื้นของกวาดล [5]

## 2) งานวิจัยของ Niemann - Richer

Niemann-Richer [18] ได้วิจัยเกี่ยวกับรูปแบบการกระจายภาระบนหน้าพื้นเพื่องเฉียงโดยทดลองด้วยวิธีโฟโตอีลาสติกซิติ ผลการทดลองของการกระจายภาระบนเส้นสัมผัสของเพื่องเฉียงที่พารามิเตอร์ต่าง ๆ ได้แสดงไว้ในรูปที่ 3.7 โดยพบว่าการกระจายภาระบนเส้นสัมผัสนั้นสามารถหาได้จากการโปรเจคฟังก์ชัน  $u(x)$  ซึ่งเป็นฟังก์ชันการกระจายตัวของภาระในแต่ละตำแหน่งการขบ ( $x$ ) หรือจะกล่าวได้ว่า  $u(x)$  เป็นรูปแบบการกระจายภาระของ Niemann-Richer ก็ได้เช่นกัน ดังนั้นเมื่อทราบรูปแบบการกระจายภาระแล้ว จึงทำให้สามารถทราบค่าการกระจายภาระบนเส้นสัมผัสของพื้นเพื่องที่ขบกันหลายคู่ได้

จากรูปที่ 3.7 จะเห็นว่าฟังก์ชัน  $u(x)$  เปลี่ยนไปตามพารามิเตอร์ของเพื่อง เช่น เมื่อมุมฮิลิกซ์ ( $\beta_0$ ) เพิ่มขึ้น การกระจายตัวของภาระในแต่ละตำแหน่งการขบจะค่อย ๆ มีความแตกต่างกันน้อยลงจนมุมฮิลิกซ์มีขนาด 45 องศาฟังก์ชัน  $u(x)$  เกือบจะไม่ขึ้นกับตำแหน่งการขบ ทำให้การกระจายภาระบนเส้นสัมผัสนั้นแทบจะสม่ำเสมอตลอดแนวเส้นสัมผัส เป็นต้น Niemann-Richer ได้เสนอสมการของฟังก์ชัน  $u(x)$  ซึ่งอยู่ในรูปแบบของฟังก์ชันไซน์ (sinusoidal function) ของมุมเบสเฮลิคส์ ( $\beta_g$ ) และ ตำแหน่งการขบ ( $x$ ) ซึ่งมีค่าระหว่าง -1 ถึง 1 โดย  $u(x)$  แสดงได้ดังสมการ

$$u(x) = u_m (1 + 0.4 \cos(2\beta_g) \cos(\pi x)) \quad (3.1)$$

โดย  $u_m$  คือ ค่าเฉลี่ยของการกระจายภาระ (kgf/mm) ซึ่งหาได้จาก

$$u_m = \frac{U}{b_N}$$

$$U = \frac{\text{Torque}}{R_p}$$

$$b_N = \sum l \cos(\beta_g)$$

หมายเหตุ ในกรณีที่ overlap ratio ( $\epsilon_{sp}$ ) เป็นจำนวนเต็ม  $b_N = \epsilon b$

โดย  $U$  คือ แรงในแนวแกนหมุน (kgf)  $b_N$  คือ ค่าความยาวเส้นสัมผัสในตำแหน่งที่สั้นที่สุดเมื่อโปรเจกต์ ลงบนความกว้างหน้าฟัน (mm)  $b$  คือ ความกว้างหน้าฟัน (mm)  $\epsilon$  คือ Transverse contact ratio และได้แสดง  $b_N$  ใน overlap ratio ต่าง ๆ ในรูปที่ 3.8

ค่าภาระสูงสุด  $u_{max}$  สามารถแบ่งการคำนวณได้เป็น 2 กรณี ได้แก่

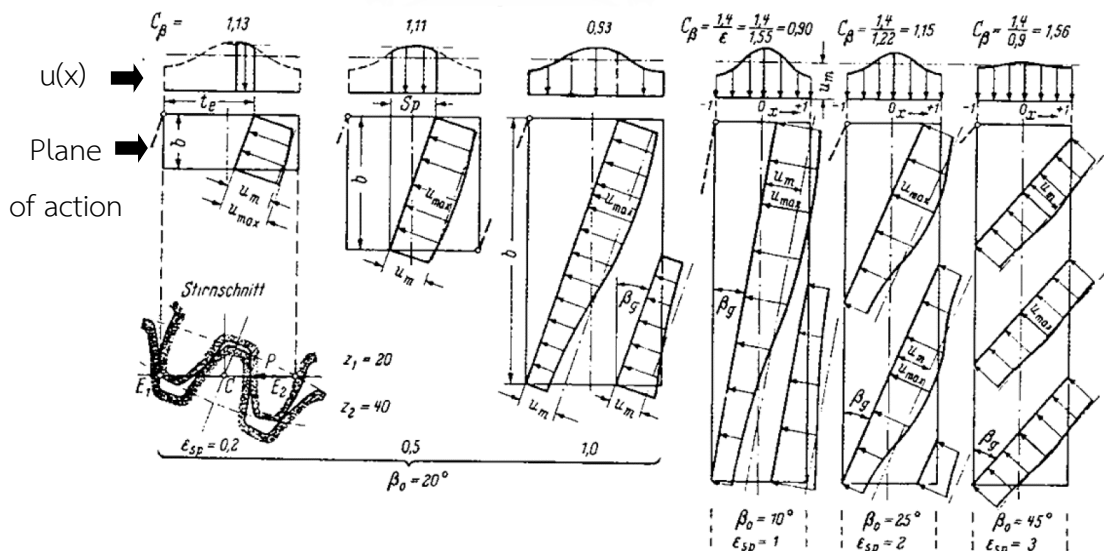
กรณีแรก overlap ratio ( $\epsilon_{sp}$ ) เป็นจำนวนเต็ม ค่าภาระสูงสุด  $u_{max}$  สามารถคำนวณได้จาก

$$u_{max} = u_m (1 + 0.4 \cos(2\beta_g)) \tag{3.2}$$

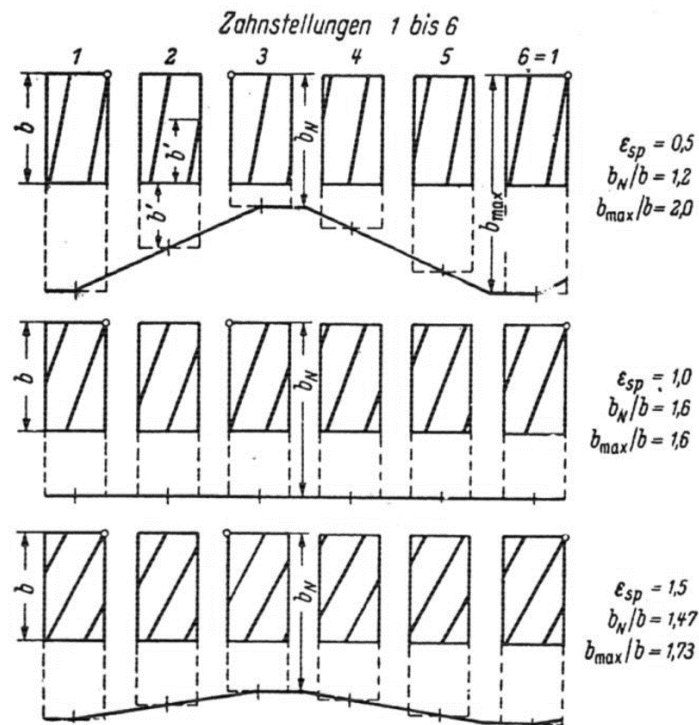
กรณีสอง overlap ratio ( $\epsilon_{sp}$ ) ไม่เป็นจำนวนเต็ม ค่าภาระสูงสุด  $u_{max}$  สามารถคำนวณได้จาก

$$u_{max} = \frac{U}{b} C_\beta \cos(\beta_g) \tag{3.3}$$

โดย  $C_\beta \approx \frac{1.4}{\epsilon}$  เมื่อ  $\epsilon_{sp} \geq 1$



รูปที่ 3.7 การกระจายของภาระบนเส้นสัมผัสที่พารามิเตอร์ต่าง ๆ [18]



Total length of simultaneous lines of contact as a function of position of point of contact and overlap ratio  $\epsilon_{sp}$  for transverse contact ratio  $\epsilon = 1.6$

รูปที่ 3.8 แสดง  $b_N$  ใน overlap ratio ต่าง ๆ [18]

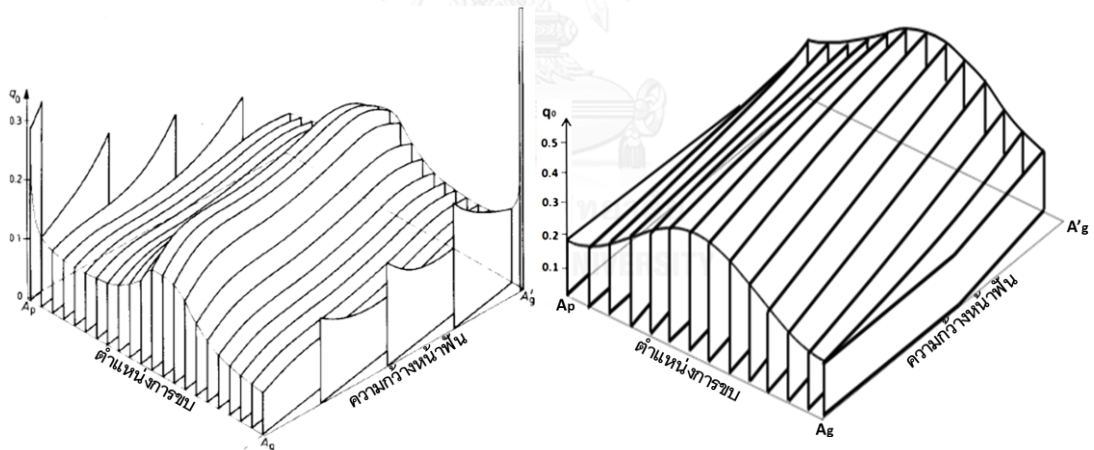
### 3) งานวิจัยของ Lars Vedmar

สำหรับงานวิจัยรูปแบบการกระจายภาระของเฟืองเฉียง นอกจากงานวิจัยของ Niemann-Richer [18] แล้วยังมีงานวิจัยของ Lars Vedmar [17] ซึ่งนำผลจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มาใช้ในการคำนวณหาการกระจายภาระบนหน้าฟันของเฟืองตรงและเฟืองเฉียงโดยการรายงานผลจะอยู่ในรูปแบบการกระจายภาระของเฟืองเฉียงที่เขียนในรูปตัวแปรไร้หน่วย (dimensionless parameter) ที่แสดงถึงการกระจายภาระบนเส้นสัมผัส ( $q_0$ )

เมื่อทดลองเปรียบเทียบผลของ Lars Vedmar ด้วยวิธีคำนวณของ Niemann-Richer ซึ่งคำนวณด้วยการใช้พารามิเตอร์เฟืองเช่นเดียวกับเฟืองของ Lars Vedmar โดยผลการเปรียบเทียบบน plane of action (เริ่มต้นการขบที่  $A_p$  และ สิ้นสุดการขบที่จุด  $A'g$ ) ดังแสดงในรูปที่ 3.9 (ก) และ(ข) พบว่าการเปลี่ยนแปลงของ  $q_0$  ในแต่ละตำแหน่งการขบ (หน้าตัด  $A'p-A'g$ ) ของทั้ง Lars Vedmar และ Niemann-Richer เป็นเส้นโค้ง แต่  $q_0$  ที่บริเวณขอบของ Lars Vedmar จะมีขนาดภาระที่สูงกว่าบริเวณอื่นในขณะที่ยังของ Niemann-Richer ไม่เป็นเช่นนั้น เนื่องจากบริเวณขอบจะมีเส้นสัมผัสที่

สั้นกว่าบริเวณอื่นและเมื่อมีการขบหลายคู่พื้นพบว่าเส้นสัมผัสที่บริเวณขอบจะมี stiffness ที่น้อยกว่า บริเวณอื่นทำให้พื้นส่วนนั้นขยายเกินความยาวเส้นสัมผัสและมีแนวโน้มที่จะรับภาระมาก แต่เนื่องจากสมการที่ (3.1) ซึ่งรายงานโดย Niemann-Richer ไม่ได้รวมถึงผลกระทบดังกล่าว จึงทำให้เกิดความแตกต่างดังที่กล่าวไว้ในข้างต้น ในส่วนของขนาด  $q_0$  พบว่า ค่าภาระในตำแหน่งกึ่งกลางของหน้าตัดด้าน  $A_p-A_g$  ของ Lars Vedmar มีค่าเท่ากับ 0.16 ซึ่งมีค่าน้อยกว่า  $q_0$  ในตำแหน่งกึ่งกลางของหน้าตัดด้าน  $A'p-A'g$  ที่มีค่าเท่ากับ 0.3 ในขณะที่ขนาด  $q_0$  ของ Niemann-Richer ในตำแหน่งกึ่งกลางหน้าตัดด้าน  $A_p-A_g$  และหน้าตัดด้าน  $A'p-A'g$  มีค่าเท่ากับ 0.4

จากผลการเปรียบเทียบได้แสดงให้เห็นว่า รูปแบบการกระจายของภาระจากสมการที่ (3.1) ซึ่งเป็นสมการสำเร็จของ Niemann-Richer ให้ลักษณะรูปแบบการกระจายของภาระบนหน้าพื้นและขนาดภาระที่ใกล้เคียงกับ ของ Lars Vedmar ที่ใช้วิธีการของไฟไนท์เอลิเมนต์ ถึงแม้โดยทั่วไประเบียบวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์จะเป็นวิธีที่ดีสำหรับวัตถุที่มีรูปร่างซับซ้อนดังเช่นเฟืองเฉียง แต่วิธีการไฟไนท์เอลิเมนต์นั้นยังไม่เหมาะสมสำหรับการนำผลไปประยุกต์ใช้คำนวณต่อ เนื่องจากมีขั้นตอนมากและซับซ้อน ดังนั้นสมการรูปแบบการกระจายภาระบนหน้าพื้นเฟืองของ Niemann-Richer ซึ่งเป็นสมการสำเร็จ จึงเหมาะสมที่จะนำไปปรับปรุงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มากกว่าผลงานวิจัยของ Lars Vedmar



จำนวนฟัน 20 มุมกด  $20^\circ$  มุมฮีลิซ  $10^\circ$  โมดูล 6 มม. แรงแรง ( $F_0$ )  $3.09 \times 10^{-4}$   
 ความกว้างหน้าพื้น 30 มม.  $q_0$  คือ ภาระที่กระจายบนเส้นสัมผัส เลขห้อย 0 หมายถึง -ตัวแปรไร้มิติ (dimensionless parameter)

(ก)

(ข)

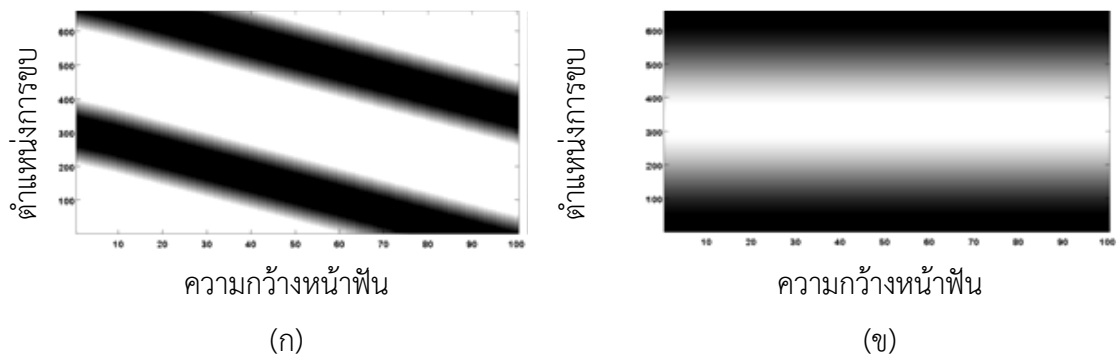
รูปที่ 3.9 แสดงการเปรียบเทียบรูปแบบการกระจายภาระบนหน้าพื้น  
 ของ (ก) Lars Vedmar [17] และ (ข) Niemann-Richer [18]

## 4) งานวิจัยของเจษฎา

จากการทดสอบการสัมผัสของพื้นเฟืองด้วยการทาสีเช่นเดียวกับเฟืองตรงพบว่า สำหรับกรณีเฟืองเฉียง สีมืดการหลุดลอกออกตลอดแนวของความกว้างหน้าฟันดังแสดงในรูปที่ 3.10 ซึ่งอาจบ่งชี้ว่าบริเวณช่วงกลางฟันที่สีหลุดลอกออกเป็นบริเวณที่มีขนาดภาระมากและบริเวณที่สีไม่หลุดลอกเป็นบริเวณที่มีขนาดภาระน้อย หากนำรูปถ่ายการสัมผัสเฟืองเฉียงจากการทดลองการดังกล่าว มาเปรียบเทียบกับรูปแบบการกระจายภาระของควอดล [5] ซึ่งแสดงโดย contour ในรูปที่ 3.11 (ก) จะพบว่าบริเวณที่มีสีอ่อนใน contour หรือบริเวณที่มีขนาดภาระมากตามสมมติฐานการกระจายภาระแบบสม่ำเสมอของควอดล แตกต่างจากบริเวณที่สีหลุดลอกในรูปผลการทดลองการสัมผัสของเฟืองเฉียงอย่างมาก ในขณะที่บริเวณสีอ่อนใน contour ที่แสดงรูปแบบการกระจายภาระของ Niemann-Richer [18] ดังแสดงในรูปที่ 3.11 (ข) นั้นมีความสอดคล้องกับบริเวณสีหลุดลอกบนหน้าฟันเฟืองของเจษฎามากกว่า



รูปที่ 3.10 ผลการทดสอบการสัมผัสของพื้นเฟืองเฉียง [11]

รูปที่ 3.11 แสดงการเปรียบเทียบภาพ contour การกระจายภาระบนหน้าฟัน  
กับผลการทดลองการสัมผัส

จากการเปรียบเทียบในข้างต้นนั้นได้ช่วยยืนยันว่า การตั้งสมมติฐานการกระจายภาระบนหน้า  
ฟันของภูวดล [5] ยังไม่เหมาะสม เพื่อให้สามารถประเมินกำลังสูญเสียได้แม่นยำยิ่งขึ้นในงานวิจัยนี้จะ  
เลือกใช้รูปแบบการกระจายภาระของเฟืองเฉียงที่เสนอโดย Niemann-Richer ซึ่งจะเสนอวิธีการ  
ประยุกต์ใช้ในบทถัดไป

### 3.3 สรุป

ในบทนี้ได้เสนอผลงานวิจัยเกี่ยวกับการกระจายภาระบนหน้าฟันเฟืองและเลือกรูปแบบการ  
กระจายภาระที่จะนำมาใช้ในการปรับปรุงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ สำหรับเฟืองตรงพบว่า การ  
กระจายภาระบนเส้นสัมผัสเป็นแบบสม่ำเสมอ และสำหรับอัตราส่วนการแบ่งภาระของแต่ละฟันเฟือง  
พบว่าภาระของแต่ละฟันเฟืองไม่เท่ากันตามที่รายงานโดย Jose I. Pedrero [12] และ T.  
Lazovic [13] ในที่นี้ได้นำผลการแบ่งภาระนี้มาใช้ปรับปรุงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ในส่วนของ  
เฟืองเฉียง พบว่ารูปแบบการกระจายภาระบนหน้าฟันของภูวดล [5] นั้นไม่สอดคล้องกับทั้งผลการ  
ทดลองการสัมผัสบนหน้าฟันและผลการศึกษาของนักวิจัยท่านอื่น ในงานวิจัยนี้ได้เลือกรูปแบบการ  
กระจายภาระของ Niemann-Richer [18] ซึ่งอยู่ในรูปของสมการสำเร็จมาไว้สำหรับปรับปรุง  
แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

## บทที่ 4

### แบบจำลองกำลังสูญเสียการไหลที่พิจารณารูปแบบของการกระจายภาระบนหน้า

#### พื้นเพื่อง

จากบทที่ 2 ที่ได้อธิบายทฤษฎีกำลังสูญเสียจากการไหลและแนวคิดในการนำทฤษฎีดังกล่าวมาประยุกต์ใช้ในเฟืองตรงและเฟืองเฉียง รวมถึงเนื้อหาในบทที่ 3 ซึ่งเกี่ยวกับสมการรูปแบบการกระจายภาระบนหน้าฟันเฟือง ในบทนี้จะแสดงขั้นตอนการคำนวณกำลังสูญเสียในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อย่างละเอียด โดยจะแสดงวิธีการนำทฤษฎีและสมการในบทที่ 2 และ 3 ไปใช้ในแต่ละขั้นตอนการคำนวณ พร้อมทั้งแสดงตัวอย่างผลการคำนวณจากโปรแกรมที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ ซึ่งเขียนในรูปโปรแกรมคำนวณด้วยภาษา MATLAB

#### 4.1 ขั้นตอนการคำนวณกำลังสูญเสียจากการไหลในแบบจำลองของเฟืองตรง

ในหัวข้อนี้จะอธิบายวิธีการคำนวณหา กำลังสูญเสียจากการไหลของเฟืองตรง โดยได้คำนึงถึงรูปแบบการกระจายภาระบนหน้าฟันเฟืองดังที่ได้อธิบายมาแล้วในบทก่อนหน้านี้มาประกอบด้วย โดยการเขียนแบบจำลองดังกล่าวให้อยู่ในรูปแบบของโปรแกรมคำนวณกำลังสูญเสีย ซึ่งประกอบด้วยสมการและขั้นตอนการคำนวณย่อย ๆ ดังแสดงในรูปที่ 4.1 โดยแต่ละขั้นตอนสามารถอธิบายรายละเอียดได้ดังนี้

##### 1) การป้อนข้อมูล (Input)

การป้อนข้อมูลเป็นขั้นตอนแรกๆ ที่จำเป็นในการคำนวณกำลังสูญเสียจากการไหล ซึ่งประกอบด้วย 4 ส่วนด้วยกันดังนี้

##### 1.1) พารามิเตอร์ของเฟือง (Gear parameter)

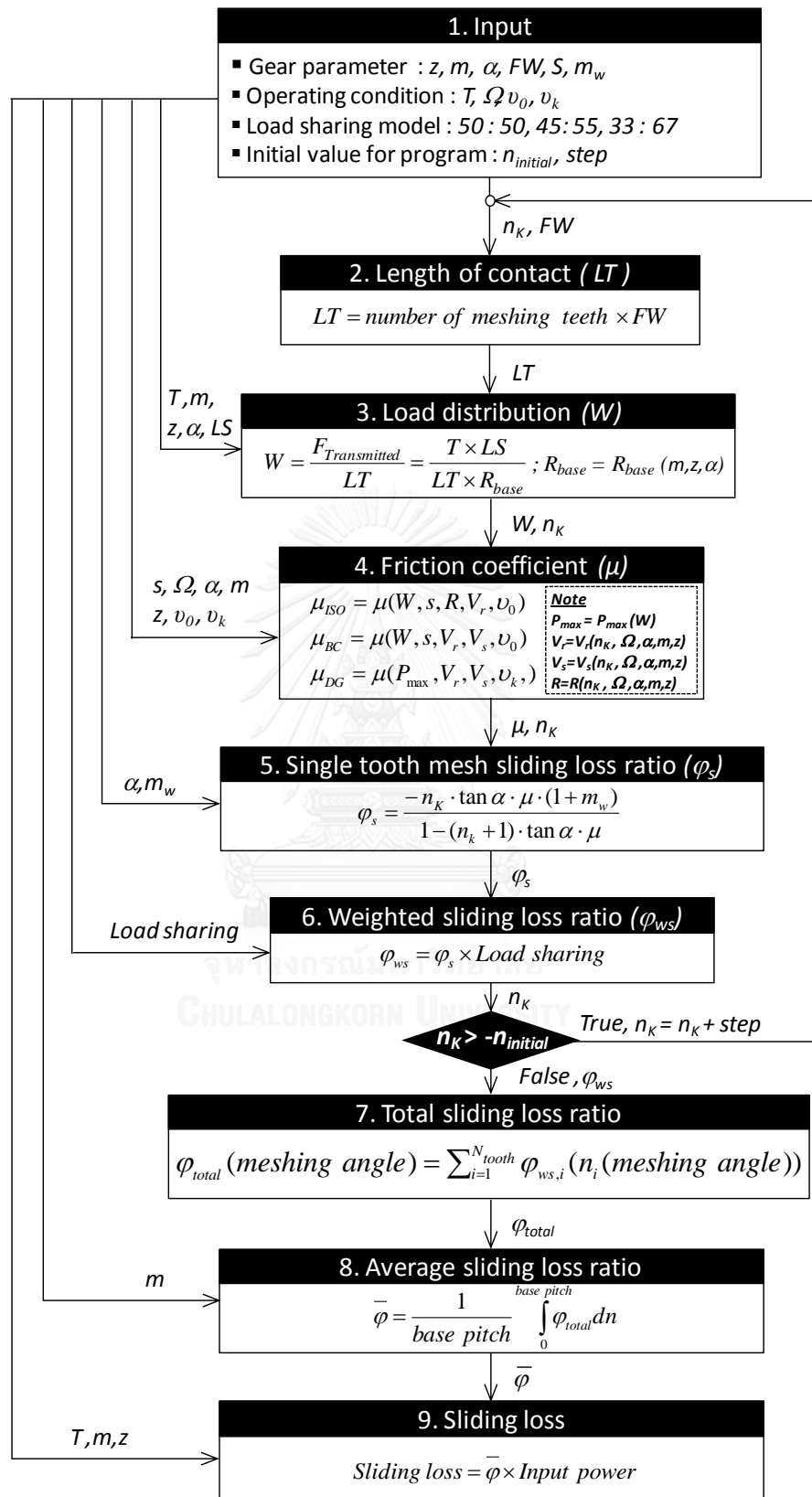
ได้แก่ จำนวนฟันเฟือง ( $Z$ ), โมดูล ( $m$ ), มุมกด ( $\alpha$ ), ความกว้างหน้าฟัน ( $FW$ ), ความหนาผิว ( $S$ ), อัตราทด ( $m_w$ )

##### 1.2) สภาวะการทำงานและสารหล่อลื่น (Operating condition)

ได้แก่ ภาระแรงบิด ( $T$ ), ความเร็วรอบการหมุน ( $\Omega$ ), ความหนืดเชิงจลศาสตร์ของน้ำมันหล่อลื่น ( $\nu_f$ ) และความหนืดพลศาสตร์ของน้ำมันหล่อลื่น ( $\nu$ )

##### 1.3) รูปแบบการแบ่งภาระ (Load sharing model)

สามารถเลือกรูปแบบแบ่งภาระในขณะที่ฟันเฟืองขบ 2 ฟันซึ่งอยู่ในรูปของร้อยละได้ 3 รูปแบบ ได้แก่ 33 : 67, 45 : 55 และ 50 : 50 ตามที่ได้เสนอไว้ในบทที่ 3



รูปที่ 4.1 ขั้นตอนการคำนวณกำลังสูญเสียจากการไถลในแบบจำลองของเฟืองตรง



1.4) ค่าเริ่มต้นที่ใช้ในการคำนวณ (Initial value) มีดังนี้

- ค่าเริ่มต้นตำแหน่งการขบ ( $n_{initial}$ ) เนื่องจากตำแหน่งการขบเป็นหนึ่งในตัวแปรสำคัญที่ใช้ในการคำนวณอัตราส่วนกำลังสูญเสีย ซึ่งตำแหน่งการขบจะมีค่าเปลี่ยนไปตามตามจุดสัมผัสของเฟือง ( $K$ ) ซึ่งเคลื่อนที่ไปบน line of action ( $N_1N_2$ ) ดังแสดงในรูปที่ 4.2 (ก) โดยสามารถคำนวณหาค่า  $n$  ได้จากผลหารของระยะจากตำแหน่งการขบถึงจุดพิตซ์ ( $KP$ ) และระยะจากเส้นสัมผัสจากวงกลมเบสถึงจุดพิตซ์ ( $N_1P$ ) ซึ่งได้แสดงคำนวณไว้ในสมการ 2.10 และจะนำมาแสดงอีกครั้งดังนี้

$$n_{initial} = \frac{\overline{KP}}{\overline{N_1P}}$$

สำหรับค่าเริ่มต้นตำแหน่งการขบจะสัมพันธ์กับจุดเริ่มต้นการขบ ( $A$ ) โดยค่าเริ่มต้นตำแหน่งการขบจะกำหนดให้มีค่าติดลบและคำนวณได้ดังนี้

$$n_{initial} = -\frac{\overline{AP}}{\overline{N_1P}}$$

- ระยะห่างระหว่างตำแหน่งการขบ ( $step$ ) เนื่องจากในแต่ละตำแหน่งการขบจะมีการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรต่าง ๆ ดังนั้นเพื่อหาอัตราส่วนกำลังสูญเสียที่เกิดขึ้นในแต่ละตำแหน่งการขบ จึงต้องเลื่อนจุดสัมผัสหรือจุดที่เกิดการขบของเฟืองไปเรื่อย ๆ ตั้งแต่เริ่มต้นการขบจนกระทั่งสิ้นสุดการขบ การระบุระยะห่างระหว่างตำแหน่งการขบจะทำให้ทราบตำแหน่งของจุดสัมผัสสุดท้ายที่กำลังจะเกิดขึ้น หากกำหนดระยะห่างระหว่างตำแหน่งการขบมากเกินไปจะส่งผลให้ประเมนกำลังสูญเสียคลาดเคลื่อน ในทางตรงกันข้ามหากกำหนดระยะห่างระหว่างตำแหน่งการขบมากเกินไปจะทำให้โปรแกรมใช้ระยะเวลาในการคำนวณมากขึ้น สำหรับวิทยานิพนธ์นี้มีวิธีการคำนวณระยะห่างระหว่างตำแหน่งการขบด้วยการกำหนดจุดสัมผัสที่ต้องการในระยะ 1 เบสพิตซ์แล้วนำไปหารระยะเบสพิตซ์ โดยในวิทยานิพนธ์นี้ได้กำหนดให้มีจำนวนจุดทั้งหมด 200 จุดในระยะ 1 เบสพิตซ์

ในขั้นตอนถัดจากนี้จะเป็นขั้นตอนที่นำข้อมูลต่าง ๆ ของเฟืองจากการป้อนข้อมูลไปคำนวณกำลังสูญเสีย โดยจะนำผลการคำนวณของเฟืองตรงจากโปรแกรม MATLAB (แสดง code ในภาคผนวก...) ซึ่งมีการป้อนข้อมูลดังต่อไปนี้

1.1) พารามิเตอร์ของเฟือง (Gear parameter)

- จำนวนฟันเฟือง ( $Z$ ) = 30 ฟัน
- โมดูล ( $m$ ) = 3
- มุมกด ( $\alpha$ ) =  $20^\circ$

- ความกว้างหน้าฟัน ( $FW$ ) = 20 mm
- ความหยาบผิว ( $S$ ) =  $0.825 \mu\text{m}$
- อัตราทด ( $m_w$ ) = 1 : 1

### 1.2) สภาวะการทำงานและสารหล่อลื่น (Operating condition)

- ภาระแรงบิด ( $T$ ) = 201 N.m
- ความเร็วรอบการหมุน ( $\Omega$ ) = 2000 rpm
- ความหนืดเชิงจลศาสตร์  
ของน้ำมันหล่อลื่น ( $\nu_f$ ) = 28.7 cst
- ความหนืดพลศาสตร์  
ของน้ำมันหล่อลื่น ( $\nu$ ) = 24.87333 cp

### 1.3) รูปแบบการแบ่งภาระ (Load sharing model)

- เลือกรูปแบบการแบ่งภาระแบบ 33 : 67

### 1.4) ค่าเริ่มต้นที่ใช้ในการคำนวณ (Initial value)

- ค่าเริ่มต้นตำแหน่งการขบ ( $n_{initial}$ ) = - 0.48
- ระยะห่างระหว่างตำแหน่งการขบ ( $step$ ) = 0.0014

## 2) ความยาวเส้นสัมผัส (Length of contact)

ในขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนการคำนวณความยาวของเส้นสัมผัส (line of contact) ที่ตำแหน่งการขบ ( $n$ ) ต่าง ๆ สำหรับในกรณีเฟืองตรง เส้นสัมผัสจะขนานไปตามความกว้างหน้าฟัน ดังนั้นการคำนวณหาความยาวเส้นสัมผัสของเฟืองตรงสามารถคำนวณได้จากผลคูณของจำนวนคู่ฟันที่ขบกัน ณ ตำแหน่งการขบที่กำลังเกิดขึ้น ( $n_k$ ) กับความกว้างหน้าฟัน โดยความยาวเส้นสัมผัส (length of contact,  $LT$ ) ในตำแหน่งการขบต่าง ๆ ได้แสดงไว้ในรูปที่ 4.2 (ข) ซึ่งเส้นทึบในรูปแสดงถึงตำแหน่งการขบที่ผ่านมาแล้วและเส้นประแสดงถึงตำแหน่งการขบที่ยังมาไม่ถึง สำหรับตำแหน่งการขบที่  $n$  มีค่าเท่ากับ 0.24 ซึ่งแสดงในรูปที่ 4.2 (ข) มีการขบของเฟืองจำนวน 2 ฟันและมีความยาวเส้นสัมผัสเท่ากับ 40 มิลลิเมตร

### 3) การกระจายภาระบนเส้นสัมผัส (Load distribution)

ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนการคำนวณการกระจายภาระบนเส้นสัมผัส โดยการหาการกระจายภาระ จะเริ่มจากการคำนวณแรงส่งกำลังรวมซึ่งเป็นหารของภาระแรงบิด ( $T$ ) กับรัศมีเบส ( $R_{base}$ ) จากนั้น หากเพียงมีการขบมากกว่า 1 คู่ฟันซึ่งเกิดขึ้นในบางตำแหน่งการขบ จะต้องแบ่งแรงส่งกำลังรวมไปยัง ฟันเพียงแต่ละคู่ ซึ่งสามารถคำนวณได้จากผลคูณของแรงส่งกำลังรวมและการแบ่งภาระ ( $LS$ ) ในขณะ นั้น โดยรูปแบบการแบ่งภาระของเฟืองตรงนั้นได้เลือกไว้ในขั้นตอนแรกแล้ว และเนื่องจากในบทที่ 3 ได้พิจารณาให้เฟืองตรงมีการกระจายภาระแบบสม่ำเสมอ ทำให้การกระจายภาระบนเส้นสัมผัสของ เฟืองตรงสามารถคำนวณได้จากการนำแรงส่งกำลังบนคู่ฟันที่ต้องการหารด้วยความยาวเส้นสัมผัสใน ขณะนั้น ( $LT$ ) ดังแสดงด้วยสมการ

$$W = \frac{F_{Transmitted}}{LT} = \frac{T \times LS}{LT \times R_{base}}$$

สำหรับการกระจายภาระที่ตำแหน่งการขบต่าง ๆ ได้แสดงไว้ในรูปที่ 4.2 (ค) ซึ่งตำแหน่งการ ขบที่ที่  $n$  มีค่าเท่ากับ 0.24 มีการกระจายภาระเท่ากับ 121 kN/m

### 4) สัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน (Friction coefficient)

สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานเป็นตัวแปรสำคัญที่จะนำไปใช้ในการคำนวณหาอัตราส่วนกำลัง สูญเสียซึ่งอยู่ในขั้นตอนถัดไป เพื่อความสะดวกและเหมาะสมสำหรับการใช้งานในแบบจำลอง คณิตศาสตร์ การใช้สมการสำเร็จที่ได้จากการทดลองหรือสูตรอย่างง่ายในการคำนวณหาสัมประสิทธิ์ แรงเสียดทานจึงเป็นทางเลือกที่ดีที่สุด

มีงานวิจัยจำนวนมาก [6-8] เสนอสูตรอย่างง่ายสำหรับประเมินค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ ได้จากการทดลองประเภท twin-disk โดยการทดลองจะประยุกต์ใช้พื้นผิวสัมผัสอย่างง่าย เช่น ผิว ทรงกระบอกคู่ แทนการขบกันของฟันเฟือง ข้อมูลค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่วัดได้จะถูกจัดให้อยู่ ในรูปของสูตรอย่างง่าย โดยสูตรอย่างง่ายที่ใช้ในงานวิจัยนี้แสดงในตารางที่ 4.1 จากตารางจะพบว่า มี ตัวแปรที่ใช้ในการคำนวณจำนวนมาก สำหรับตัวแปรที่ต้องป้อนค่าในขั้นตอนแรก ได้แก่ ความหนืด เชิงจลศาสตร์ (Kinematic viscosities,  $\nu_k$ ) และความหนืดเชิงพลศาสตร์ (Dynamic viscosities,  $\nu$ ) ของน้ำมันหล่อลื่น และสำหรับตัวแปรที่สามารถคำนวณได้จากข้อมูลที่ป้อนค่าไว้ ได้แก่ ความเร็วการ ไถลสัมผัส (Relative surface sliding velocity,  $V_s$ ) ผลรวมของความเร็วการกลิ้ง (Sum of the rolling velocities,  $V_r$ ) ผลรวมรัศมีความโค้ง (Combined radius of curvature,  $R$ ) การกระจาย ภาระ (Unit normal load,  $W$ ) ความดันสูงสุดที่หน้าสัมผัส (Maximum contact pressure,  $P_{max}$ )

และความเรียบผิว (Surface roughness parameter,  $S$ ) รูปที่ 4.2 (ง) ได้แสดงสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ตำแหน่งการขบต่าง ๆ ที่คำนวณตามสมการของนักวิจัยทั้งสามดังที่ได้แสดงในตารางที่ 4.1

5) อัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันเฟือง - 6) อัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันเฟืองที่ถ่วงน้ำหนักด้วยการแบ่งภาระ ( ขั้นตอนที่ 5 - ขั้นตอนที่ 6 ในรูปที่ 4.1 )

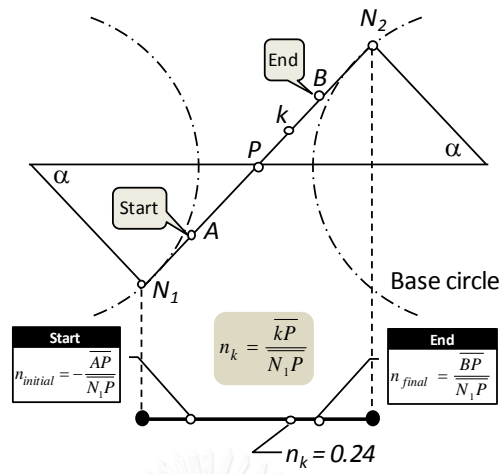
อัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันเฟือง (single tooth mesh sliding loss ratio) จะแสดงถึงอัตราส่วนกำลังสูญเสียของเฟืองตรงในกรณีที่มีการขบกันแค่ 1 คู่ฟัน และอัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันจะนำไปใช้ในการคำนวณในกรณีที่เฟืองมีการขบมากกว่า 1 คู่ฟันซึ่งเป็นกรณีที่เกิดขึ้นจริง ดังนั้นในแบบจำลองนี้การคำนวณหาอัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันเฟืองจึงเป็นพื้นฐานสำคัญที่จะนำไปในการหาลงสูญเสียรวม สำหรับอัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันเฟืองสามารถหาได้โดยการแทนค่าตำแหน่งการขบ ( $n_k$ ) สัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน ( $\mu$ ) มุมกด ( $\alpha$ ) และอัตราทด ( $m_w$ ) ในสมการที่แสดงในขั้นตอนที่ 5 ในรูปที่ 4.1 ซึ่งจะนำมาแสดงอีกครั้งดังนี้

$$\varphi_s = \frac{-n_k \cdot \tan \alpha \cdot \mu \cdot (1 + m_w)}{1 - (n_k + 1) \cdot \tan \alpha \cdot \mu}$$

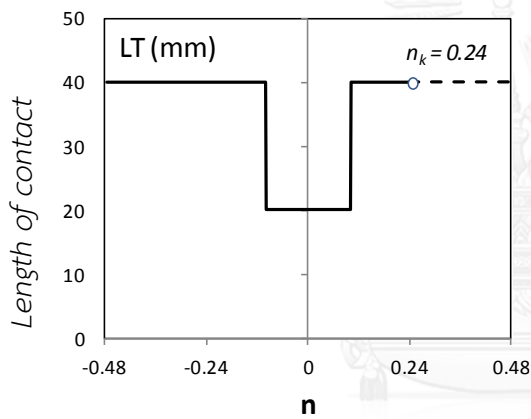
เนื่องจากในการหาอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมในแต่ละตำแหน่งการขบของเฟืองตรงนั้นได้จากการหาค่าเฉลี่ยของอัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันของเฟืองตรงที่มีการขบกันในเวลานั้น ซึ่งอาจมีเฟืองตรงหลายคู่ขบกันแต่เนื่องจากฟันแต่ละคู่รับภาระไม่เท่ากัน ดังนั้นการหาอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมจึงต้องใช้วิธีเฉลี่ยแบบถ่วงน้ำหนัก ซึ่งทำได้โดยการนำอัตราส่วนกำลังสูญเสีย ณ ตำแหน่งที่เกิดการขบคูณกับการแบ่งภาระในตำแหน่งการขบดังกล่าว ผลการคูณของตัวแปรสองตัวนี้ เรียกว่าอัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันเฟืองที่ถ่วงน้ำหนักด้วยการแบ่งภาระ (weighted sliding loss ratio) ซึ่งจะนำไปใช้ในการหาอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมในลำดับถัดไป โดยอัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันเฟืองที่ถ่วงน้ำหนักแล้วในแต่ละตำแหน่งการขบต่าง ๆ ได้แสดงในรูปที่ 4.2 (ฉ)

ตารางที่ 4.1 สูตรอย่างง่ายสำหรับประเมินค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน

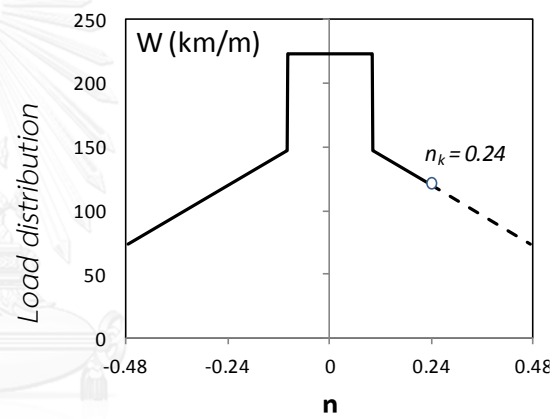
Empirical formulae	Published author
$\mu = 0.0127 \left[ \frac{50}{50 - S} \right] \text{Log}_{10} \left[ \frac{3.17(10)^8 W}{v V_s V_r^2} \right]$	Benedict and Kelley [6]
$\mu = [0.8 \sqrt{v_k V_s} + V_r \phi + 13.4]^{-1}$ $\phi = 0.47 - 0.13(10)^{-4} P_{\max} - 0.4(10)^{-3} v_k$	Drozdov and Gavrikov [7]
$\mu = 0.12 [WS / (RV_r v)]^{0.25}$	ISO TC60 [8]



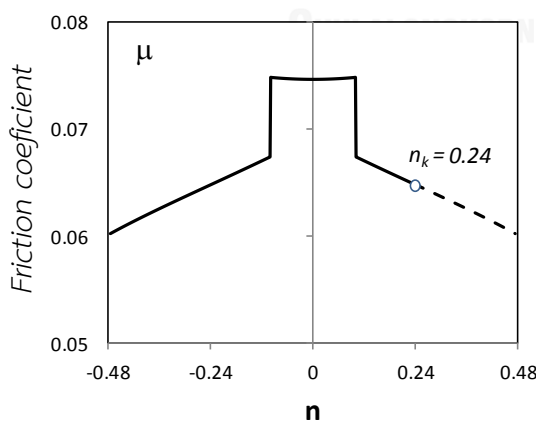
(ก)



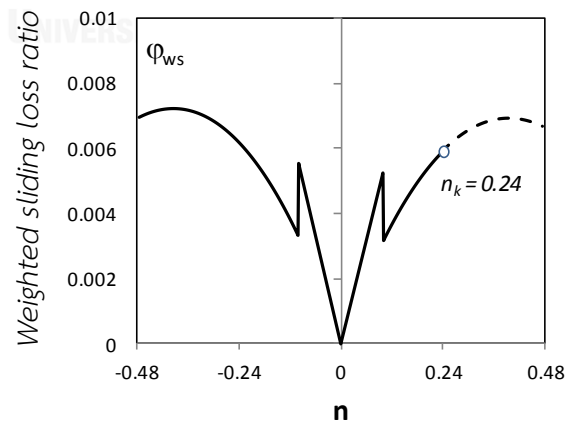
(ข)



(ค)



(ง)



(จ)

รูปที่ 4.2 ผลการคำนวณของเฟืองตรง S1 จากโปรแกรม MATLAB

### 7) อัตราส่วนกำลังสูญเสียรวม (Total sliding loss ratio)

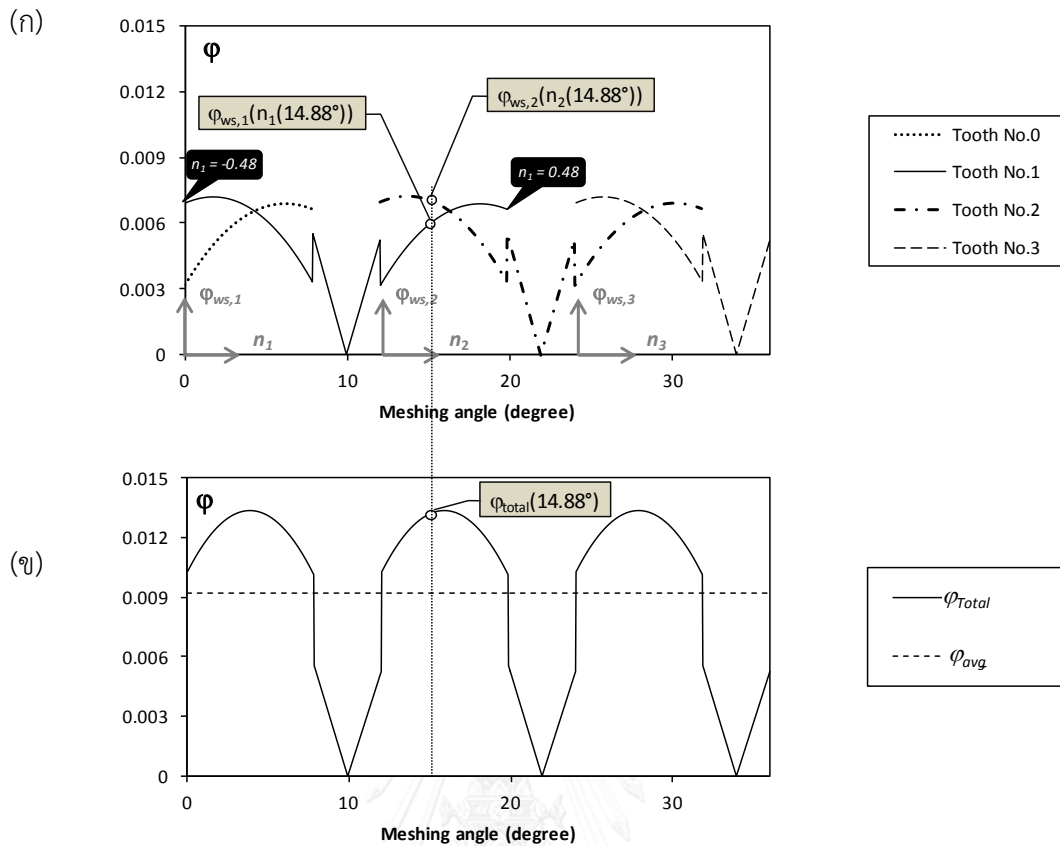
สำหรับขั้นตอนการหาอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมนั้นจำเป็นต้องทราบค่าของอัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันเฟืองที่ถ่วงน้ำหนักแล้วในทุกตำแหน่งการขบก่อน ดังนั้นค่าตำแหน่งการขบ ( $n_k$ ) จึงต้องหมุนวนเปลี่ยนแปลงตั้งแต่เริ่มต้นการขบจนกระทั่งสิ้นสุดการขบ ดังนั้นหลังจากได้ค่าอัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันเฟืองที่ถ่วงน้ำหนักแล้วในตำแหน่งสุดท้ายจึงค่อยเริ่มคำนวณอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวม ซึ่งในกรณีที่ยกตัวอย่าง  $n_k$  จะมีค่าเท่ากับ -0.48 ที่ตำแหน่งเริ่มต้นการขบและมีค่าเท่ากับ 0.48 ที่ตำแหน่งสิ้นสุดการขบ

จากที่ได้กล่าวไว้ในหัวข้อที่แล้วว่าสามารถหาอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมได้จากการนำอัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันเฟืองมาหาค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนัก และเนื่องจากได้ถ่วงน้ำหนักอัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันเฟืองด้วยการแบ่งภาระไปแล้วในหัวข้อที่ผ่านมา ดังนั้นการคำนวณหาอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมในขั้นตอนนี้จึงเหลือแค่หาอัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันเฟืองที่ถ่วงน้ำหนักแล้วมาหาผลรวมด้วยสมการที่ได้แสดงไว้ในรูปที่ 4.1 และเพื่ออธิบายรายละเอียดและตัวแปรในสมการจึงได้นำสมการดังกล่าวมาแสดงอีกครั้ง

$$\varphi_{Total}(\text{meshing angle}) = \sum_{i=1}^{N_{tooth}} \varphi_{ws,i}(n_i(\text{meshing angle})) \quad (4.1)$$

โดย  $\varphi_{Total}$  คือ อัตราส่วนกำลังสูญเสียรวม *meshing angle* คือ มุมที่เฟืองหมุนไป  $i$  คือ หมายเลขคู่ฟันเฟือง  $N_{tooth}$  คือ จำนวนคู่ฟันทั้งหมดที่ขบในขณะนั้น  $\varphi_{ws}$  คือ อัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันเฟืองที่ถ่วงน้ำหนักแล้ว  $n$  คือ ค่าตำแหน่งการขบ

สำหรับการอธิบายการใช้สมการ 4.1 จะใช้รูปที่ 4.3 (ก) และรูปที่ 4.3 (ข) ประกอบการอธิบาย โดยรูปที่ 4.3 (ก) ได้แสดงอัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันเฟืองที่ถ่วงน้ำหนักแล้วของเฟืองจำนวน 3 คู่ฟันในแกนตั้งและสำหรับในแกนนอนได้แสดงแกนจำนวน 4 แกน ได้แก่  $n_1, n_2, n_3$  และมุมที่เฟืองหมุนไป (*meshing angle*) สาเหตุที่แกน  $n_1, n_2$  และ  $n_3$  ไม่เริ่มต้นในตำแหน่งเดียวกันเนื่องจากฟันทั้ง 3 คู่ของเฟืองตรงไม่ได้เริ่มขบพร้อมกัน โดยจากรูปจะเห็นว่าฟันคู่ที่ 1 จะเริ่มการขบก่อนและเมื่อเฟืองตรงหมุนไปฟันคู่ที่ 2 และ 3 จึงเริ่มต้นขบในเวลาต่อมาตามลำดับ ดังนั้นเพื่อความสะดวกในการอ้างอิงตำแหน่งการขบเมื่อมีการขบมากกว่า 1 คู่ฟันจึงเปลี่ยนจากการใช้ค่าตำแหน่งการขบ ( $n_k$ ) ไปเป็นการใช้มุมของเฟืองที่หมุนไปแทน โดยจากรูปจะพบว่าค่าตำแหน่ง  $n_{k,1}$  เท่ากับ 0.24 ซึ่งเป็นค่า ณ ตำแหน่งการขบที่อ้างอิงในหัวข้อทั้งหมดที่ผ่านมาจะอยู่ในตำแหน่งที่เฟืองตรงหมุนไปเป็นมุม 14.88 องศา และในตำแหน่งการขบนี้จะมีฟันเฟืองคู่ที่ 2 ขบอยู่ด้วยในตำแหน่งการขบ  $n_{k,2}$  ซึ่งมีค่า



รูปที่ 4.3 อัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมของเฟืองตรง

เท่ากับ  $-0.34$  เมื่อแทนค่าอัตราส่วนกำลังสูญเสีย 1 คู่ฟันเฟืองที่ถ่วงน้ำหนักแล้วของฟันเฟืองคู่ที่ 1 ( $\varphi_{ws,1}$ ) และฟันเฟืองคู่ที่ 2 ( $\varphi_{ws,2}$ ) ในตำแหน่งที่เฟืองตรงหมุนไปเป็นมุม 10 องศาในสมการ 4.1 จะได้

$$\begin{aligned}\varphi_{Total}(14.88^\circ) &= \varphi_{ws,1}(n_1(14.88^\circ)) + \varphi_{ws,2}(n_2(14.88^\circ)) \\ n_1(14.88^\circ) &= 0.24, n_2(14.88^\circ) = -0.34\end{aligned}$$

โดย อัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมยังคงเป็นตัวแปรที่มีค่าเปลี่ยนไปในแต่ละตำแหน่งการขบดังแสดงด้วยเส้นทึบในรูปที่ 4.3 (ข)

#### 8) อัตราส่วนกำลังสูญเสียเฉลี่ย (Average sliding loss ratio)

เนื่องจากหัวข้อที่แล้วได้คำนวณอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมในทุกตำแหน่งการขบ ซึ่งจากที่ได้กล่าวไว้ในข้างต้นว่าค่าอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมที่คำนวณได้จะเปลี่ยนแปลงไปตามตำแหน่งการขบอย่างไรก็ตามเพื่อให้กำลังสูญเสียรวมที่ได้สะดวกในการนำไปใช้งานหรืออ้างอิงต่อไปจึงต้องหาค่าที่ใช้เป็นตัวแทนของอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวม ซึ่งในที่นี้เลือกใช้ค่าเฉลี่ยเป็นตัวแทนชุดข้อมูล โดย

อัตราส่วนกำลังสูญเสียเฉลี่ยไว้ด้วยเส้นประในรูปที่ 4.3 (ข) สำหรับสมการที่ใช้คำนวณอัตราส่วนกำลังสูญเสียเฉลี่ยได้แสดงไว้ในขั้นตอนที่ 8 ในรูปที่ 4.1 ซึ่งจะนำมาแสดงอีกครั้งดังนี้

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{\text{base pitch}} \int_0^{\text{base pitch}} \varphi_{\text{total}} dn$$

#### 9) กำลังสูญเสีย (Sliding loss)

การคำนวณหา กำลังสูญเสียถือเป็นขั้นตอนสุดท้ายและเป็นผลลัพธ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยกำลังสูญเสียจะมีค่าเท่ากับผลคูณของอัตราส่วนกำลังสูญเสียเฉลี่ยและกำลังขาเข้า ซึ่งได้แสดงสมการที่ใช้คำนวณกำลังสูญเสียไว้ในขั้นตอนที่ 9 ในรูปที่ 4.1 ซึ่งจะนำมาแสดงอีกครั้งดังนี้

$$\text{Sliding loss} = \bar{\varphi} \times \text{Input power}$$

### 4.2 ขั้นตอนการคำนวณกำลังสูญเสียจากการไหลในแบบจำลองของเฟืองเฉียง

ในหัวข้อนี้จะอธิบายวิธีการคำนวณหา กำลังสูญเสียที่นำรูปแบบการกระจายภาระในเฟืองเฉียง ซึ่งได้กล่าวไว้ในบทที่แล้วมาประยุกต์ใช้ในแบบจำลอง โดยรูปที่ 4.4 ได้แสดงขั้นตอนการคำนวณกำลังสูญเสียของแบบจำลองที่อยู่ในรูปของโปรแกรมคำนวณซึ่งสามารถอธิบายรายละเอียดได้ดังนี้

#### 1) การป้อนข้อมูล (Input)

สำหรับเฟืองเฉียงข้อมูลที่จำเป็นในการคำนวณกำลังสูญเสียจากการไหลจะคล้ายกับเฟืองตรง แต่สำหรับหัวข้อรูปแบบการกระจายภาระของเฟืองเฉียงนั้นจะคำนวณผ่านการกระจายภาระ ดังนั้น จะไม่มีการเลือกรูปแบบการกระจายภาระในขั้นตอนแรกเหมือนเฟืองตรง ในส่วนของ Gear parameter ในกรณีเฟืองเฉียงจะมีตัวแปรเพิ่มจากกรณีเฟืองตรง ได้แก่ มุมฮิลิกซ์ ( $\beta$ ) และเนื่องจากแบบจำลองของเฟืองตรงถูกนำมาประยุกต์ใช้ในแบบจำลองเฟืองเฉียง โดยสามารถพิจารณาให้เฟืองเฉียงมีลักษณะเช่นเดียวกับชุดของเฟืองที่ประกอบด้วยเฟืองตรงย่อยซ้อนกันเป็นชั้น ๆ แบบขั้นบันได ซึ่งมีระยะห่างระหว่างขั้นเท่า ๆ กันและเอียงทำมุมกันตามองศาของมุมฮิลิกซ์ ดังนั้นในส่วนของ Initial value หรือค่าเริ่มต้นในกรณีเฟืองเฉียงจึงมีตัวแปรเพิ่มขึ้น 1 ตัว ได้แก่ จำนวนเฟืองตรงย่อยที่ประกอบกันเป็นเฟืองเฉียง ( $n_s$ )

ในขั้นตอนถัดจากนี้จะเป็นขั้นตอนที่นำข้อมูลต่าง ๆ ของเฟืองจากการป้อนข้อมูลไปคำนวณกำลังสูญเสีย โดยจะนำผลการคำนวณของเฟืองเฉียงจากโปรแกรม MATLAB ซึ่งมีการป้อนข้อมูลดังต่อไปนี้



## 1.1) พารามิเตอร์ของเฟือง (Gear parameter)

- จำนวนฟันเฟือง ( $Z$ ) = 30 ฟัน
- โมดูล ( $m$ ) = 3
- มุมกด =  $20^\circ$
- มุมฮีลิคซ์ =  $33.5^\circ$
- ความกว้างหน้าฟัน ( $FW$ ) = 20 mm
- ความหยابผิว ( $S$ ) =  $0.825 \mu\text{m}$
- อัตราทด ( $m_w$ ) = 1 : 1

## 1.2) สภาวะการทำงานและสารหล่อลื่น (Operating condition)

- ภาระแรงบิด ( $T$ ) = 212 N.m
- ความเร็วรอบการหมุน ( $\Omega$ ) = 2000 rpm
- ความหนืดเชิงจลศาสตร์  
ของน้ำมันหล่อลื่น ( $\nu_f$ ) = 28.7 cst
- ความหนืดพลศาสตร์  
ของน้ำมันหล่อลื่น ( $\nu$ ) = 24.87333 cp

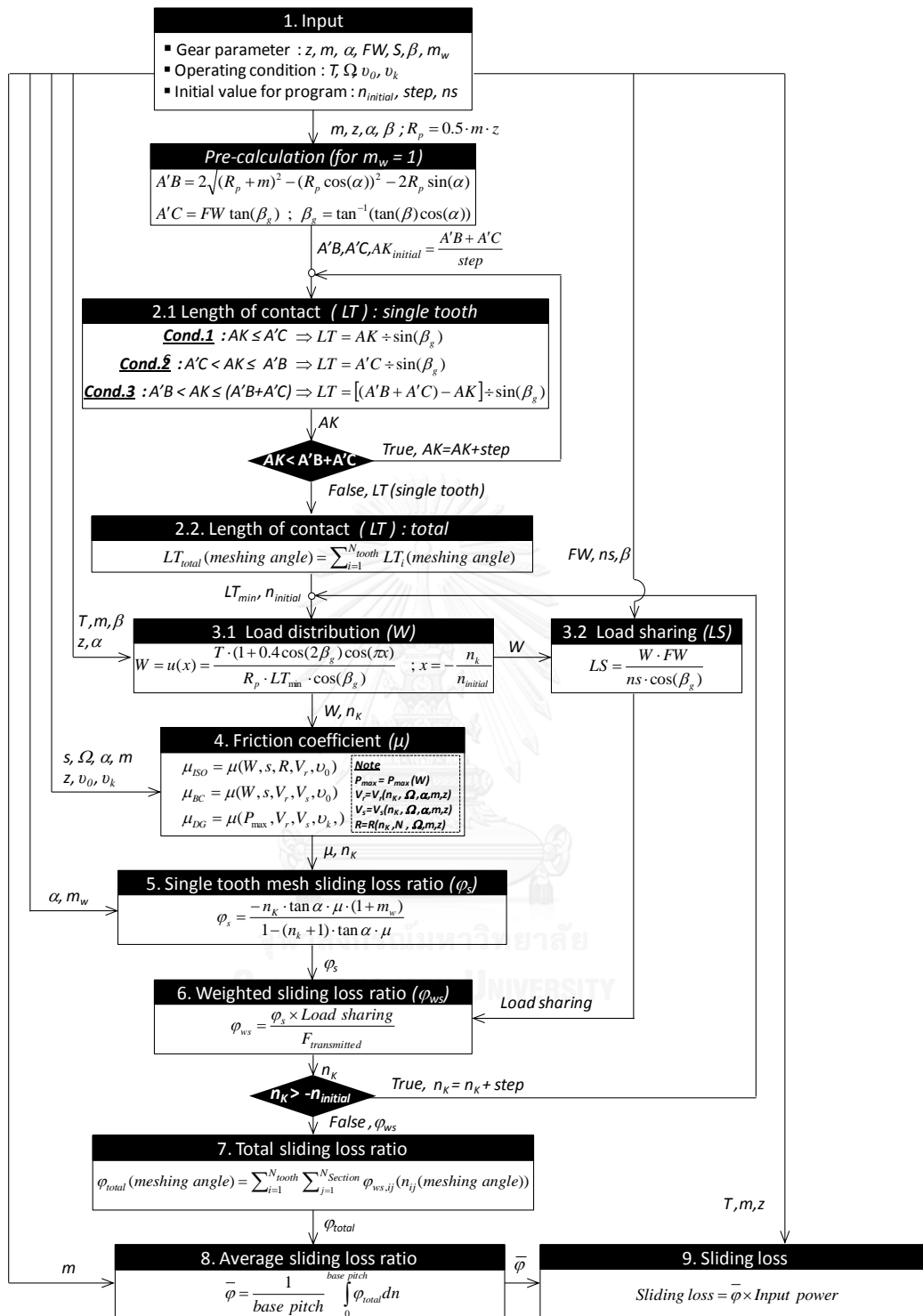
## 1.3) ค่าเริ่มต้นที่ใช้ในการคำนวณ (Initial value)

- ค่าเริ่มต้นตำแหน่งการขบ ( $n_{initial}$ ) = - 0.48
- ระยะห่างระหว่างตำแหน่งการขบ ( $step$ ) = 0.0014
- จำนวนเฟืองตรงย่อย ( $ns$ ) = 150

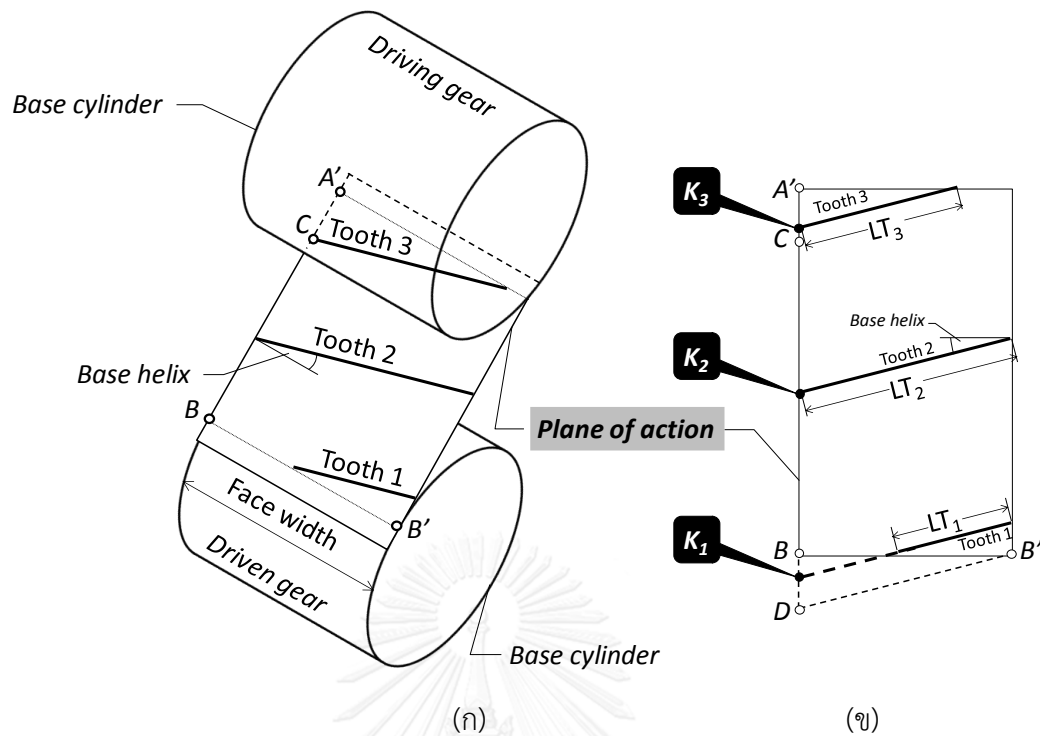
มาแสดงในรูปที่ 4.8 เพื่อประกอบการอธิบายในลำดับถัดไป

## 2.1) ความยาวเส้นสัมผัสใน 1 คู่ฟันเฟือง (length of contact in single tooth)

เส้นสัมผัส (line of contact) ที่เกิดขึ้นบนฟันเฟืองเฉียงนั้นแตกต่างที่เกิดขึ้นบนเฟืองตรงซึ่งเป็นเส้นตรงขนานกับแกนเพลลาและมีความยาวเท่ากับความกว้างหน้าฟันตลอดการขบ แต่สำหรับเฟืองเฉียงนั้นจะมีความซับซ้อนมากกว่า เนื่องจากเส้นสัมผัสที่เกิดขึ้นในกรณีเฟืองเฉียงนั้นมีการเปลี่ยนแปลงความยาวตลอดเวลา ดังนั้นในการคำนวณความยาวเส้นสัมผัสสรวมจึงต้องหาความยาวเส้นสัมผัสของฟันเฟืองเฉียงแต่ละคู่ที่ขบกันในเวลานั้นซึ่งมักจะมีมากกว่า 1 คู่ โดยในหัวข้อนี้จะแสดง



รูปที่ 4.4 ขั้นตอนการคำนวณกำลังสูญเสียจากการไถลในแบบจำลองของเฟืองเฉียง



รูปที่ 4.5 เส้นสัมผัสของเฟืองเฉียงบนระนาบการขบ

การคำนวณความยาวเส้นสัมผัสของฟันเฟืองเฉียง 1 คู่ฟันที่ตำแหน่งการขบต่าง ๆ และจะแสดงการคำนวณความยาวเส้นสัมผัสรวมของฟันเฟืองเฉียงในหัวข้อถัดไป

สำหรับลักษณะและการเปลี่ยนแปลงของเส้นสัมผัสของเฟืองเฉียงจะสามารถอธิบายได้ด้วยระนาบการขบ (plane of action) ซึ่งเป็นระนาบที่สัมผัสทรงกระบอก 2 ชิ้นซึ่งมีรัศมีเท่ากับวงกลมเบสของเฟืองขับและเฟืองตามดังแสดงในรูปที่ 4.5 (ก) ระนาบการขบใช้แสดงได้ทั้งตำแหน่งและความยาวเส้นสัมผัสของคู่ฟันเฟืองที่ขบกันในขณะนั้น ซึ่งมักจะเกิดการขบขึ้นมากกว่า 1 คู่ สำหรับในรูปที่ 4.5 (ก) จะเห็นว่ามีเฟืองขบกันทั้งหมด 3 คู่ โดยการขบจะเริ่มต้นที่จุด  $A'$  และสิ้นสุดที่จุด  $B'$  จากรูปฟันเฟืองคู่ที่ 1 ใกล้เคียงจะสิ้นสุดการขบแล้ว และฟันเฟือง คู่ที่ 3 ได้เริ่มต้นการขบมาได้ไม่นาน หากพิจารณาการเปลี่ยนแปลงความยาวเส้นสัมผัสจะสามารถแบ่งได้เป็น 3 ระยะ โดยในระยะแรกเริ่มต้นการขบ ความยาวเส้นสัมผัสจะเริ่มจากเป็นจุด และเมื่อเฟืองหมุนไปจุดสัมผัสจะยืดตัวกลายเป็นเส้นสัมผัสซึ่งเป็นเส้นตรงที่เอียงด้วยมุมเบสอีลิคซ์ ( $\beta_g$ ) ซึ่งในระยะนี้จะเป็นจะเป็นช่วงที่ความยาวเส้นสัมผัสจะยาวขึ้น ในระยะที่ 2 จะเป็นช่วงที่เส้นสัมผัสมีความยาวคงที่ตลอดและระยะสุดท้ายจะเป็นระยะที่เส้นสัมผัสจะหดตัวกลับไปจนกลายเป็นจุดสัมผัสอีกครั้งเมื่อการขบสิ้นสุดลง จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่าเส้นสัมผัสบนฟันเฟืองเฉียงนั้นมีการเปลี่ยนแปลงความยาวตลอดเวลา ทำให้การเขียนสมการแสดงความยาวเส้นสัมผัส (length of contact) ของเฟืองเฉียงในเวลาต่าง ๆ นั้นค่อนข้าง

ยุ่งยาก ดังนั้นเพื่อความสะดวกจึงเขียนสมการความยาวเส้นสัมผัสของเฟืองเดียว 1 คู่ฟันบนเงื่อนไขจำนวน 3 เงื่อนไข ซึ่งอธิบายได้โดยรูปที่ 4.5 (ข)

รูปที่ 4.5 (ข) แสดงระนาบการขบเช่นเดียวกับรูปที่ 4.5 (ก) แต่มีการเพิ่มรายละเอียดของจุดต่าง ๆ บนระนาบการขบเพื่อนำไปใช้อธิบายสมการความยาวเส้นสัมผัสซึ่งแสดงสมการไว้ขั้นตอนที่ 2.1 ในรูปที่ 4.4 ซึ่งมีทั้งหมด 3 เงื่อนไขดังนี้

เงื่อนไขที่ 1 : เมื่อ  $AK \leq A'C$

$$LT = AK \div \sin(\beta_g)$$

เงื่อนไขที่ 2 : เมื่อ  $A'C < AK \leq A'B$

$$LT = A'C \div \sin(\beta_g)$$

เงื่อนไขที่ 3 : เมื่อ  $A'B < AK \leq (A'B + A'C)$

$$LT = [(A'B + A'C) - AK] \div \sin(\beta_g)$$

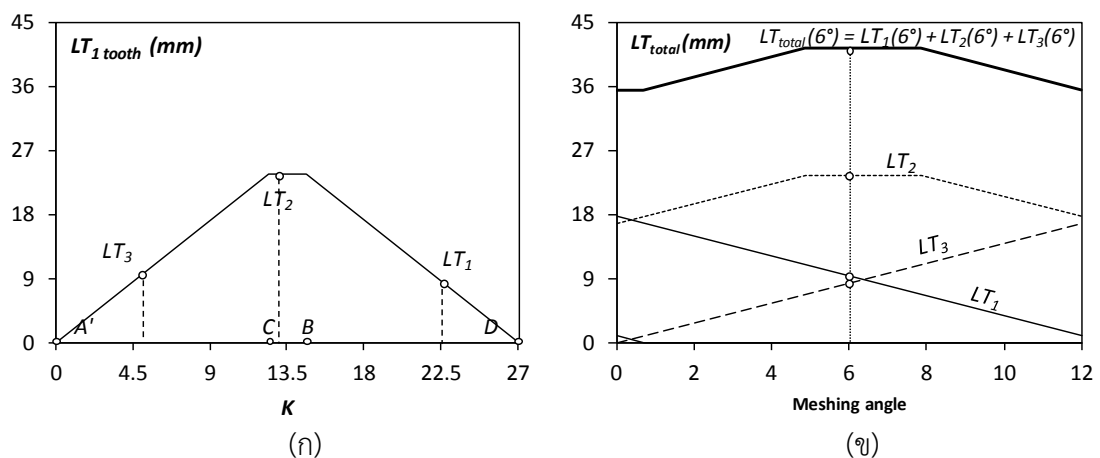
สำหรับเงื่อนไขแรกจะเป็นระยะแรกของการขบ ในระยะนี้จุดปลายเส้นสัมผัส ( $K$ ) ด้านซ้ายมือซึ่งแสดงด้วยจุดดำที่บในรูปที่ 4.5 (ข) จะอยู่ในตำแหน่งระหว่างจุด  $A'$  และจุด  $C$  โดยจากรูปจะเห็นว่าเส้นสัมผัสของฟันเฟืองคู่ที่ 3 มีตำแหน่งปลายเส้นสัมผัส ( $K_1$ ) อยู่ระหว่างจุด  $A'$  และจุด  $C$  ดังนั้นสามารถคำนวณความยาวเส้นสัมผัสของฟันเฟืองคู่ที่ 3 ( $LT_3$ ) ได้ด้วยสมการสำหรับเงื่อนไขแรก สำหรับเงื่อนไขที่ 2 จะเป็นช่วงที่เส้นสัมผัสมีความยาวคงที่ โดยสำหรับเงื่อนไขนี้ปลายเส้นสัมผัสด้านซ้ายจะอยู่ในตำแหน่งระหว่างจุด  $C$  และจุด  $B$  ซึ่งจากรูปจะเห็นว่าเส้นสัมผัสของฟันเฟืองคู่ที่ 2 มีตำแหน่งปลายเส้นสัมผัส ( $K_2$ ) อยู่ระหว่างจุดทั้งสอง ดังนั้นสามารถคำนวณความยาวเส้นสัมผัสของฟันเฟืองคู่ที่ 2 ( $LT_2$ ) ได้ด้วยสมการสำหรับเงื่อนไขที่ 2 และในเงื่อนไขสุดท้ายหรือเงื่อนไขที่ 3 จะเป็นระยะที่เส้นสัมผัสจะหดตัวลงจนกลับไปกลายเป็นจุดสัมผัสอีกครั้ง สำหรับเงื่อนไขนี้ปลายเส้นสัมผัสด้านซ้ายจะหลุดออกนอกระนาบการขบซึ่งจากรูปจะเห็นว่าเส้นสัมผัสของฟันเฟืองคู่ที่ 1 มีตำแหน่งปลายเส้นสัมผัส ( $K_1$ ) อยู่นอกระนาบการขบ ดังนั้นสามารถคำนวณความยาวเส้นสัมผัสของฟันเฟืองคู่ที่ 1 ( $LT_1$ ) ได้ด้วยสมการสำหรับเงื่อนไขที่ 3 รูปที่ 4.6 (ก) ได้แสดงความยาวเส้นสัมผัสของฟันเฟืองเดียว 1 คู่ฟันที่ตำแหน่งการขบต่าง ๆ ที่คำนวณได้ตั้งสมการข้างต้นโดยอ้างอิงบนตำแหน่งปลายเส้นสัมผัส ( $K$ ) ตั้งแต่จุด  $A'$  ถึงจุด  $D$

## 2.2) ความยาวเส้นสัมผัสรวม (Total length of contact)

เมื่อคำนวณความยาวเส้นสัมผัสของฟันเฟืองเฉียง 1 คู่ฟันในทุกตำแหน่งการขบได้แล้วขั้นตอนถัดมาจะเป็นการคำนวณความยาวเส้นสัมผัสรวมของเฟืองเฉียงซึ่งจะนำเสนอในหัวข้อนี้ โดยจากรูปที่ 4.6 (ข) ได้แสดงความยาวเส้นสัมผัสของฟันเฟืองเฉียงแต่ละคู่ฟันและความยาวเส้นสัมผัสรวมในตำแหน่งที่เฟืองเฉียงหมุนตั้งแต่ 0 ถึง 12 องศา โดยตำแหน่งการขบที่พิจารณาเป็นตำแหน่งที่เฟืองเฉียงหมุนไปเป็นมุม 6 องศา ซึ่งฟันคู่ที่ 1 2 และ 3 มีความยาวเส้นสัมผัส 8.3, 23.6 และ 9.4 มิลลิเมตรตามลำดับ ดังนั้นที่มุม 6 องศาจะมีความยาวเส้นสัมผัสรวมเท่ากับผลรวมของความยาวเส้นสัมผัสของเฟืองเฉียงคู่ที่ 1 2 และ 3 ซึ่งมีค่าเท่ากับ 41.3 มิลลิเมตร

ในกรณีเฟืองเฉียงการนำความยาวเส้นสัมผัสที่คำนวณได้ไปใช้นั้นต่างจากเฟืองตรงซึ่งจะคำนวณความยาวเส้นสัมผัสบนตำแหน่งการขบ ( $n$ ) ทีละค่า จากนั้นนำไปความยาวเส้นสัมผัสที่ตำแหน่งการขบตำแหน่งนั้นไปคำนวณการกระจายภาระบน แต่สำหรับเฟืองเฉียงจะใช้แค่ความยาวเส้นสัมผัสที่สั้นที่สุดเท่านั้นในการนำไปคำนวณการกระจายภาระ ทำให้ต้องคำนวณความยาวเส้นสัมผัสรวมตั้งแต่ตำแหน่งเริ่มต้นการขบจนถึงตำแหน่งสิ้นสุดการขบให้เสร็จก่อนแล้วจึงเริ่มขั้นตอนการคำนวณการกระจายภาระ

สำหรับการหาการกระจายภาระบนเส้นสัมผัส (load distributon) ซึ่งเป็นขั้นตอนถัดไปจนกระทั่งถึงขั้นตอนการหาอัตราส่วนกำลังสูญเสียที่ถ่วงน้ำหนักด้วยการแบ่งภาระ (weighted sliding loss ratio) จะเป็นขั้นตอนที่นำแบบจำลองของเฟืองตรงมาประยุกต์ใช้กับเฟืองเฉียงด้วยการพิจารณาให้เฟืองเฉียงประกอบไปด้วยชุดเฟืองตรงย่อยดังที่ได้กล่าวไว้ในข้างต้น ดังนั้นในขั้นตอนเหล่านี้จะพิจารณาตัวแปรต่าง ๆ บนเฟืองตรงย่อย 1 ชิ้น (section) เท่านั้น ซึ่งจะคำนวณค่าต่าง ๆ ทีละตำแหน่งการขบจนกว่าจะสิ้นสุดการขบ เช่นเดียวกับที่ได้นำเสนอไว้ในหัวข้อเฟืองตรง



รูปที่ 4.6 ความยาวเส้นสัมผัส 1 คู่ฟันและความยาวเส้นสัมผัสรวมของเฟืองเฉียง

### 3.1) การกระจายภาระบนเส้นสัมผัส (Load distribution)

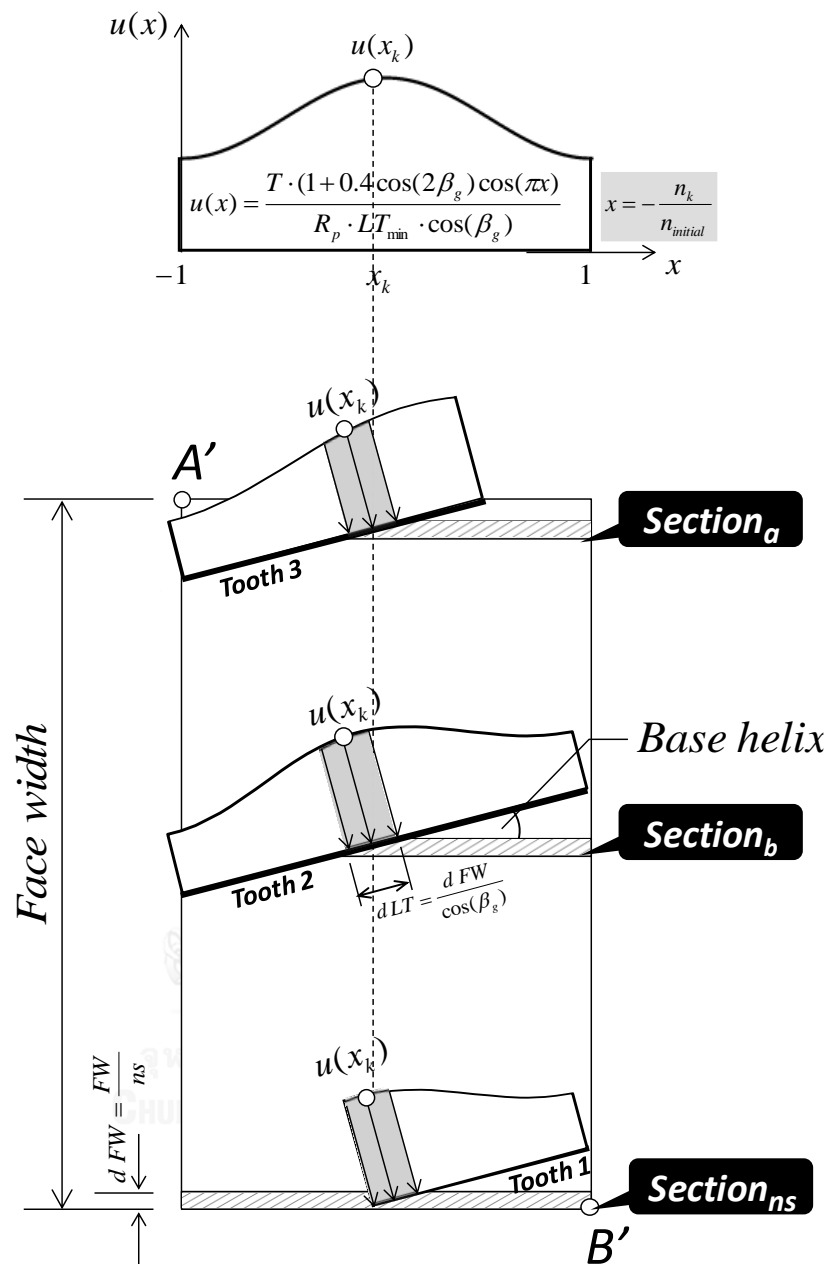
จากบทที่ 3 ได้เลือกสมการการกระจายภาระของเฟืองเฉียงที่เสนอโดย Niemann-Richer [18] ซึ่งได้แสดงไว้ในขั้นตอนที่ 3.1 ในรูปที่ 4.4 ซึ่งจะนำมาแสดงอีกครั้งดังนี้

$$W = u(x) = \frac{T \cdot (1 + 0.4 \cos(2\beta_g) \cos(\pi x))}{R_p \cdot LT_{\min} \cdot \cos(\beta_g)} ; x = -\frac{n_k}{n_{\text{initial}}}$$

โดยจากสมการสามารถคำนวณการกระจายภาระบนจุดใด ๆ บนเส้นสัมผัสด้วยการแทนค่า  $x$  ที่สอดคล้องกับตำแหน่งการขบ ( $n$ ) ลงในสมการการกระจายภาระดังกล่าว สำหรับความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งการขบและ  $x$  ได้แสดงไว้ในรูปที่ 4.7 ดังนั้นหากต้องการทราบการกระจายภาระบนเส้นสัมผัสทั้งเส้นจะต้องแทนค่าตำแหน่งการขบทุกตำแหน่งที่เส้นสัมผัสได้พาดผ่าน ซึ่งจากรูปที่ 4.7 จะเห็นว่าเส้นสัมผัสของฟันคู่ที่ 2 ได้พาดผ่านค่า  $x$  ตั้งแต่  $-1$  ถึง  $1$

เนื่องจากในขั้นตอนนี้จนกระทั่งถึงขั้นตอนการหาอัตราส่วนกำลังสูญเสียที่ถ่วงน้ำหนักด้วยการแบ่งภาระจะเป็นการคำนวณบนเฟืองตรงย่อยตามที่ได้กล่าวไว้ในข้างต้น ดังนั้นการกระจายภาระที่ใช้จะต้องเป็นภาระที่กระจายบนเฟืองตรงย่อยเท่านั้น ซึ่งจากรูปที่ 4.7 หากมีการแบ่งจำนวนเฟืองตรงย่อย ( $n_s$ ) ให้มากเพียงพอจะทำให้ความกว้างหน้าฟันของเฟืองตรงย่อย ( $dFW$ ) บางมากจนใกล้เคียงจุด และสามารถหาการกระจายภาระบนเฟืองตรงย่อยได้ด้วยการใช้สมการการกระจายภาระของเฟืองเฉียงที่เสนอโดย Niemann-Richer [18] ได้ ดังจะเห็นได้จากการกระจายภาระบนเฟืองตรงย่อยทั้ง 3 ชั้น (section) ที่ตำแหน่ง  $x_k$  ในรูปที่ 4.7 ซึ่งแสดงด้วยพื้นที่สีเทาและหากความกว้างหน้าฟันของเฟืองตรงย่อยบางจนใกล้เคียงจุด  $x_k$  จะทำให้สามารถพิจารณาให้มีการกระจายภาระบนเส้นสัมผัสเฟืองตรงย่อย ( $dLT$ ) แบบสมมาตรที่มีขนาดเท่ากับ  $u(x_k)$  จากที่กล่าวมาจะเห็นว่าเนื่องจากสมการการกระจายภาระดังกล่าวเป็นตัวแปรของ  $x$  เท่านั้น ดังนั้นที่ตำแหน่งการขบเดียวกันเฟืองตรงย่อยทุกชั้น (section) จะมีการกระจายภาระเท่ากัน และทำให้สามารถใช้ผลการคำนวณของเฟืองตรงย่อยชั้นเดียวเป็นตัวแทนเฟืองตรงย่อยทุกชั้นได้ และสำหรับการกระจายภาระของเฟืองตรงย่อย 1 คู่ฟันในแต่ละตำแหน่งการขบได้แสดงไว้ในรูปที่ 4.8 (ก)

สำหรับการแบ่งจำนวนเฟืองตรงย่อยนั้นมีข้อควรระวังอยู่เนื่องจากหากแบ่งจำนวนเฟืองตรงย่อยน้อยเกินไปจะมีผลกระทบต่อความแม่นยำของการประเมินกำลังสูญเสียโดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีมุมฮิลิกซ์น้อย แต่อย่างไรก็ตามจากการศึกษาผลของจำนวนเฟืองตรงย่อยต่อความแม่นยำในการประเมินกำลังสูญเสียของภูวดล [5] ซึ่งศึกษาการแบ่งจำนวนเฟืองตรงย่อยในเฟืองเฉียงที่มีพารามิเตอร์หลากหลาย พบว่าควรแบ่งเฟืองตรงย่อยอย่างน้อย 36 ชั้นเพื่อให้ผลการประเมินลู่เข้า



รูปที่ 4.7 การกระจายภาระบนเส้นสัมผัสของเฟืองเฉียงและเฟืองตรงย่อ

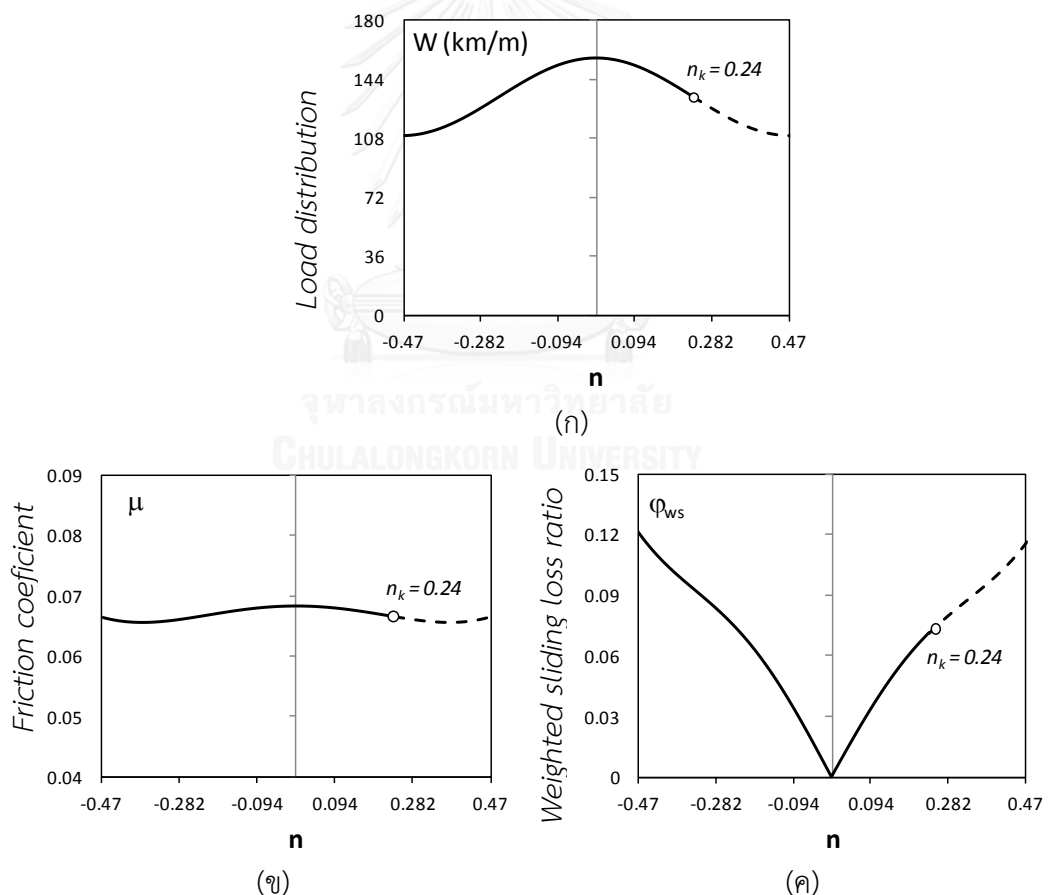
### 3.2) การแบ่งภาระ (Load sharing)

การแบ่งภาระที่ต้องคำนวณหาจะเป็นการแบ่งภาระของเฟืองตรงย่อเช่นเดียวกับการหาการกระจายภาระในหัวข้อที่แล้ว และเนื่องจากความกว้างหน้าฟันของเฟืองตรงย่อแคบมากจนใกล้เคียงจุด จึงสามารถประมาณได้ว่าการกระจายภาระบนเส้นสัมผัสของเฟืองตรงย่อเป็นแบบสม่ำเสมอ ทำให้การแบ่งภาระของเฟืองตรงย่อนั้นสามารถหาได้จากผลคูณของการกระจายภาระ ณ

ตำแหน่งการขบนั้นและความยาวเส้นสัมผัสบนของเฟืองตรงย่อ ซึ่งได้แสดงสมการที่ใช้คำนวณไว้ในรูปที่ 4.4

4) สัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน - 6) อัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันเฟืองย่อที่ถ่วงน้ำหนักด้วยการแบ่งภาระ ( ขั้นตอนที่ 4 - ขั้นตอนที่ 6 ในรูปที่ 4.4 )

สำหรับขั้นตอนการคำนวณสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน (friction coefficient) อัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันเฟืองย่อ (single tooth mesh sliding loss ratio) และอัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันเฟืองย่อที่ถ่วงน้ำหนักด้วยการแบ่งภาระ (weighted sliding loss ratio) มีรายละเอียดของการคำนวณเหมือนกับที่ได้นำเสนอไว้ในกรณีเฟืองตรง และได้แสดงสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน และอัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันเฟืองย่อที่ถ่วงน้ำหนักด้วยการแบ่งภาระไว้ในรูปที่ 4.8 (ข) และ (ค) ตามลำดับ ซึ่งจากรูปจะเห็นได้ว่าตัวแปรทั้ง 4 ตัวจะไม่เปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลันเหมือนเฟืองตรง เนื่องมาจากการเปลี่ยนแปลงความยาวเส้นสัมผัสและการกระจายภาระของเฟืองเฉียงนั้นเป็นไปอย่าง



รูปที่ 4.8 ผลการคำนวณของเฟืองเฉียง H1 จากโปรแกรม MATLAB



ต่อเนื่องต่างจากเฟืองตรงที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างกระทันหันเมื่อเฟืองเปลี่ยนจากการขบกัน 2 คู่ฟัน ไปเป็น 1 คู่ฟัน

#### 7) อัตราส่วนกำลังสูญเสียรวม (Total sliding loss ratio)

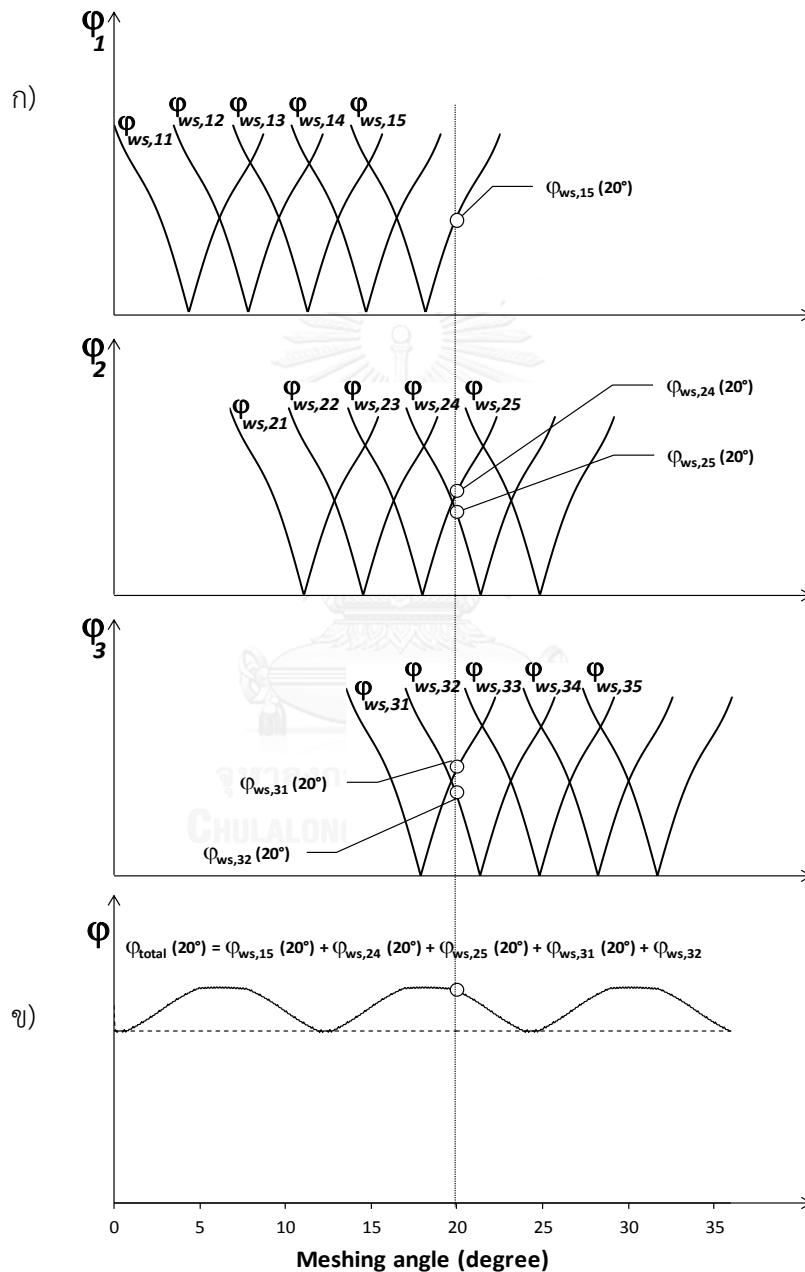
สำหรับขั้นตอนการหาอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมของเฟืองเฉียงนั้นมีหลักการเดียวกับเฟืองตรง ซึ่งใช้ค่าของอัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันเฟืองที่ถ่วงน้ำหนักแล้วในทุกตำแหน่งการขบมาคำนวณ แต่สำหรับในกรณีเฟืองเฉียงจะใช้ค่าของอัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันเฟืองย่อยที่ถ่วงน้ำหนักแล้ว มาใช้คำนวณแทนและเนื่องจากในแบบจำลองได้แบ่งเฟืองตรงย่อยไว้เป็นจำนวนมากทำให้การอธิบาย ด้วยรูปที่ได้จากการประเมินด้วยแบบจำลองนั้นไม่สะดวกดังเช่นกรณีเฟืองตรงซึ่งไม่มีการแบ่งเป็น เฟืองออกเป็นชั้นย่อย ๆ ในที่นี้จึงจะอธิบายการหาอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมของเฟืองเฉียงด้วยโดย รูปที่ 4.9 (ก) ซึ่งเป็นรูปที่วาดขึ้นโดยการสมมติให้เฟืองเฉียงมีลักษณะเป็นชุดเฟืองตรงย่อยซ้อนกันเป็น ชั้นบันได โดยมีการแบ่งเฟืองเฉียงออกเป็นเฟืองตรงย่อยจำนวน 5 ชั้น และมีเฟืองเฉียงขบกัน 3 คู่ฟัน ดังนั้นแต่ละคู่ฟันจะประกอบด้วยอัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันเฟืองที่ถ่วงน้ำหนักทั้งหมด 5 อัน ซ้อนเหลื่อมกัน สำหรับสมการที่ใช้คำนวณอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมได้แสดงไว้ในรูปที่ 4.4 และเพื่อ อธิบายรายละเอียดและตัวแปรในสมการจึงได้นำสมการดังกล่าวมาแสดงอีกครั้ง

$$\varphi_{total}(\text{meshing angle}) = \sum_{i=1}^{N_{tooth}} \sum_{j=1}^{N_{section}} \varphi_{ws,ij}(n_{ij}(\text{meshing angle})) \quad (4.2)$$

โดย  $\varphi_{Total}$  คือ อัตราส่วนกำลังสูญเสียรวม  $\text{meshing angle}$  คือ มุมที่เฟืองหมุนไป  $i$  คือ หมายเลขคู่ฟันเฟือง  $N_{tooth}$  คือ จำนวนคู่ฟันเฟืองเฉียงทั้งหมดที่ขบในขณะนั้น  $j$  คือ หมายเลขคู่ ฟันเฟืองตรงย่อย  $N_{section}$  คือ จำนวนคู่ฟันเฟืองตรงย่อยในเฟืองเฉียง 1 คู่ที่ขบในขณะนั้น  $\varphi_{ws}$  คือ อัตราส่วนกำลังสูญเสีย 1 คู่ฟันเฟืองย่อยที่ถ่วงน้ำหนักแล้ว  $n$  คือ ตำแหน่งการขบ

จากสมการจะเห็นว่า มีสัญลักษณ์ผลรวม (summation) มากกว่าสมการในกรณีเฟืองตรง 1 ตัว เนื่องจากในการระบุอัตราส่วนกำลังสูญเสีย 1 คู่ฟันเฟืองย่อยที่ถ่วงน้ำหนักแล้วนั้นจะต้องระบุว่าเป็น เฟืองตรงย่อยในเฟืองเฉียงคู่ไหน ( $i$ ) และเป็นเฟืองตรงย่อยคู่ที่เท่าไรของเฟืองเฉียงคู่ไหน ( $j$ ) ซึ่งใน กรณีของตัวอย่างในรูปที่ 4.9 (ก) จะเห็นว่า  $i$  จะมีค่าตั้งแต่ 1 ถึง 3 เนื่องจากมีฟันเฟืองเฉียงทั้งหมด 3 คู่ และ  $j$  จะมีค่าตั้งแต่ 1 ถึง 5 เนื่องจากมีการแบ่งเฟืองเฉียงออกเป็นเฟืองตรงย่อยจำนวน 5 ชั้น รูปที่ 4.9 (ข) แสดงอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมของเฟืองเฉียงด้วยเส้นทึบโดยจะเห็นได้ว่าอัตราส่วนกำลัง สูญเสียรวมของเฟืองเฉียงยังคงเป็นตัวแปรที่มีค่าเปลี่ยนไปในแต่ละตำแหน่งการขบ

8) อัตราส่วนกำลังสูญเสียเฉลี่ย - 9) กำลังสูญเสีย ( ขั้นตอนที่ 8 - ขั้นตอนที่ 9 ในรูปที่ 4.4 )  
 สำหรับขั้นตอนการคำนวณอัตราส่วนกำลังสูญเสียเฉลี่ย (average sliding loss ratio) และ  
 กำลังสูญเสีย (sliding loss) มีรายละเอียดของการคำนวณเหมือนกันที่ได้นำเสนอไว้ในกรณีเฟืองตรง  
 และได้แสดงอัตราส่วนกำลังสูญเสียเฉลี่ยด้วยเส้นประในรูปที่ 4.9 (ข)



รูปที่ 4.9 อัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมของเฟืองเฉียง

### 4.3 สรุป

บทนี้ได้กล่าวถึงขั้นตอนการคำนวณกำลังสูญเสียในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเฟืองตรง และเฟืองเฉียง ซึ่งได้อธิบายทั้งในด้านของทฤษฎีพร้อมทั้งแสดงสมการและตัวแปรที่ใช้คำนวณอย่าง ละเอียด สำหรับเฟืองตรงจะคำนวณกำลังสูญเสียโดยเริ่มจากอัตรากำลังสูญเสีย 1 คู่ฟัน ซึ่งเป็น ตัวแปรของมุมกดสัมผัสประสิทธิ์แรงเสียดทาน ตำแหน่งการขบและอัตราทด หลังจากนั้นจึงคำนวณ อัตรากำลังสูญเสียรวมซึ่งจะมีค่าเปลี่ยนไปตามตำแหน่งการขบหรือมุมที่เฟืองหมุนไป และใช้การเฉลี่ย เพื่อหาค่าตัวแทนของชุดข้อมูลอัตรากำลังสูญเสียแล้วจึงนำไปคำนวณกำลังสูญเสียเฉลี่ย สำหรับเฟือง เฉียงได้ประยุกต์แบบจำลองของเฟืองตรงด้วยการพิจารณาให้เฟืองเฉียงเป็นเฟืองตรงย่อยซ้อนกัน โดย เริ่มพิจารณาจากลักษณะการสัมผัส การแบ่งภาระระหว่างฟัน หลังจากนั้นจึงหาอัตราส่วนกำลัง สูญเสียของฟันเฟืองตรงย่อย 1 คู่ฟัน แล้วจึงนำมาหาลำลังสูญเสียตามลำดับ



## บทที่ 5

### ผลการประเมินกำลังสูญเสียจากการไหลด้วยแบบจำลองที่ปรับปรุงใหม่

ในบทนี้จะแสดงผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองที่สร้างขึ้น โดยผลที่ได้แสดงในบทนี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน ส่วนแรกเป็นการเปรียบเทียบผลการสัมผัสของฟันเฟืองจากการทดลองกับรูปแบบการกระจายภาระที่ใช้ในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และส่วนที่สองการเปรียบเทียบกำลังสูญเสียที่ได้จากการประเมินด้วยแบบจำลองกับผลการทดลอง

#### 5.1 ผลการเปรียบเทียบลักษณะการสัมผัสกับรูปแบบการกระจายภาระบนหน้าฟันเฟือง

ในหัวข้อนี้จะนำผลการทดลองวัดการสัมผัสของฟันเฟืองที่ทำด้วยวิธีการทาสี มาเปรียบเทียบกับรูปแบบการกระจายภาระบนหน้าฟันเฟืองที่นำมาประยุกต์ใช้ในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อตรวจสอบว่าแบบจำลองการกระจายที่นำมาใช้มีความเหมาะสมที่จะนำไปใช้ในการปรับปรุงแบบจำลอง สำหรับในกรณีเพื่อตรงผลการวัดการสัมผัสจะนำไปเปรียบเทียบกับผลการกระจายภาระที่เสนอโดย Jose I. Pedrero [12] และ T. Lazovic [13] ส่วนกรณีเฟืองเฉียงจะนำไปเปรียบเทียบกับสมการแสดงการกระจายภาระของ Nieman and Richer [18] รวมไปถึงการเปรียบเทียบรูปแบบการกระจายและการแบ่งภาระระหว่างฟันตามสมมติฐานของแบบจำลองเก่า

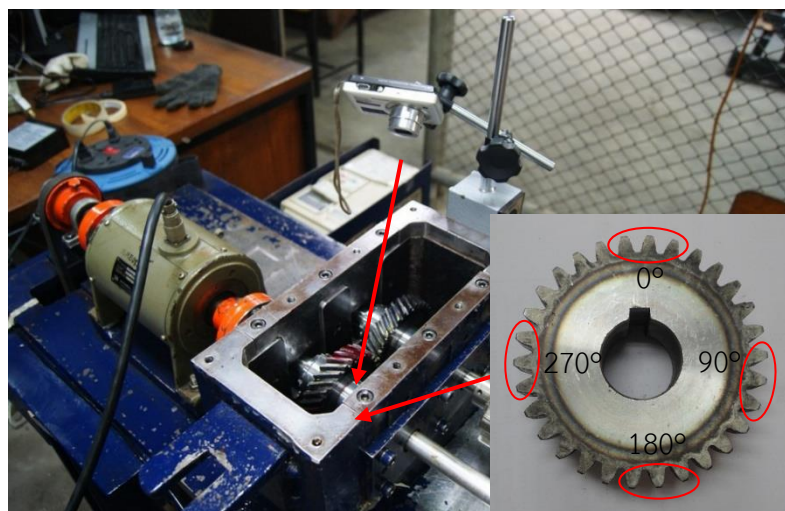
##### 5.1.1 การทดลองวัดการสัมผัสของหน้าฟันเฟือง

สำหรับการศึกษาผลการสัมผัสของหน้าฟันเฟืองระหว่างการขบกัน จะทดสอบโดยชุดทดลองแบบ back to back ซึ่งมีรายละเอียดชุดทดลองเช่นเดียวกับชุดทดลองของเจชญา [11] ซาคริต [4] และกวูดล [5] สำหรับการตรวจสอบการสัมผัสของหน้าฟันเฟืองได้ใช้สีสร้างแบบชนิดทนน้ำมัน (Dykem steel red layout fluid) ซึ่งใช้สำหรับทาบริเวณหน้าฟันเฟืองเพื่อตรวจสอบการสัมผัสของเฟืองขณะทำงานได้ภาระสูง และขั้นตอนการทดลองการศึกษาพื้นที่สัมผัสของเฟืองได้แสดงไว้ในรูปที่ 5.1 ขั้นตอนการทาสีหน้าสัมผัสฟันเฟือง 4 ตำแหน่ง แต่ละตำแหน่งห่างกันประมาณ 90 องศา ตำแหน่งละ 3 ฟัน ให้ภาระแรงบิดและทดลองที่ความเร็วรอบ 2,000 รอบต่อนาที นาน 6 นาที หลังจากนั้นจึงเก็บข้อมูลพื้นที่สัมผัสด้วยการถ่ายรูป ซึ่งได้แสดงตำแหน่งการตั้งกล้องถ่ายรูปแสดงในรูปที่ 5.2 สุดท้ายจะทำความสะอาดสีบนฟันเฟืองออกให้หมดเพื่อเริ่มทาสีใหม่อีกครั้งก่อนทดลองที่ภาระแรงบิดช่วงต่อไป โดยพารามิเตอร์ของเฟืองและช่วงภาระแรงบิดได้แสดงไว้ในตารางที่ 5.1 ซึ่งแบ่งภาระแรงบิดออกเป็น 6 ช่วง สาเหตุที่ต้องกำหนดแรงบิดเป็นช่วงเพราะข้อจำกัดของอุปกรณ์ให้

ภาระแรงบิด และค่าแบ็คแลช (backlash) ของเฟืองแต่ละคู่ที่แตกต่างกัน ส่งผลให้ไม่สามารถควบคุมภาระแรงบิดในแต่ละกรณีให้เท่ากันพอดีได้



รูปที่ 5.1 ขั้นตอนการทาสีหน้าสัมผัสฟันเฟือง



รูปที่ 5.2 ตำแหน่งการตั้งกล้องถ่ายภาพรูปหน้าสัมผัสฟันเฟือง

ตารางที่ 5.1 พารามิเตอร์ของเฟืองที่ใช้ในการทดลองการสัมผัสของฟันเฟือง

พารามิเตอร์ของเฟือง	ชุดเฟือง	
	S1	H3
จำนวนฟัน	30	30
โมดูล $m$ (mm)	2.966	2.998
นอมัลโมดูล $m_n$ (mm)	3	2.5
มุมกด $\alpha$ (deg)	20	25
มุมฮีลิคซ์ $\beta$ (deg)	0	33.5
ความกว้างหน้าฟัน $FW$ (mm)	20	20
เส้นผ่านศูนย์กลางพิตช์ (mm)	90	90
อัตราทดเฟือง $m_w$	1:1	1:1
ช่วงภาระ (Nm)	0-3 ,10-50 ,51-100 ,101-150 ,151-200 ,201-250	

### 5.1.2 ผลการเปรียบเทียบการสัมผัสของเฟืองตรง

ภาพผลการทดลองการสัมผัสของฟันเฟืองตรงถูกนำมาเปรียบเทียบกับภาพ contour ซึ่งแสดงรูปแบบการกระจายภาระบนหน้าฟันทั้ง 3 รูปแบบ ได้แก่ การแบ่งภาระระหว่างฟันแบบ 33 : 67 ซึ่งเสนอโดย Jose I. Pedrero [12] และการแบ่งภาระระหว่างฟันแบบ 45 : 55 ซึ่งเสนอโดย T. Lazovic [13] และการแบ่งภาระตามแบบจำลองเก่าซึ่งกำหนดให้ฟันทั้ง 2 คู่รับภาระเท่ากัน [4] ดังแสดงในรูปที่ 5.3

จากรูปที่ 5.3 สีอ่อนในภาพ contour แสดงถึงตำแหน่งที่รับภาระมาก ซึ่งจะสัมพันธ์กับบริเวณที่สีถลอก ส่วนสีเข้มในภาพ contour จะแสดงถึงตำแหน่งที่รับภาระน้อย ซึ่งจะสัมพันธ์กับบริเวณที่สีไม่ถลอก โดยภาพผลการทดลองการสัมผัสนั้นสามารถบ่งบอกถึงลักษณะการกระจายภาระและการแบ่งภาระของฟันเฟืองตรงได้ดังนี้

ในส่วนของเรื่องการกระจายภาระบนเส้นสัมผัส ภาพผลการทดลองการสัมผัสได้แสดงให้เห็นว่าสีที่หลุดออกมีลักษณะสม่ำเสมอตลอดความกว้างหน้าฟัน ซึ่งสอดคล้องกับภาพ contour ของรูปแบบการกระจายภาระทั้ง 3 แบบ เนื่องจากความเข้มของสีนั้นมีลักษณะเป็นแถบสม่ำเสมอตลอดความกว้างหน้าฟัน ดังนั้น การตั้งสมมติฐานให้มีการกระจายภาระอย่างสม่ำเสมอบนเส้นสัมผัสในทิศแนวแกนเพลลาของทั้ง Jose I. Pedrero และ T. Lazovic และ ชาคริต [4] จึงสมเหตุสมผล

แรงบิด ( $T_c$ )	ผลการทดลอง	Jose I. Pedrero [12]	T. Lazovic [13]	ชาคริต [4]
S1 $T_c = 42 \text{ Nm.}$				
S1 $T_c = 108 \text{ Nm.}$				
S1 $T_c = 141 \text{ Nm.}$				
S1 $T_c = 201 \text{ Nm.}$				

รูปที่ 5.3 ผลการเปรียบเทียบการล้มตัวของเฟืองตรง (S1)

สำหรับเรื่องการแบ่งภาระ ภาพผลการทดลองการล้มตัวจริง แสดงให้เห็นว่า ที่ภาระน้อย ๆ สีจะลอกโดยเริ่มต้นจากกึ่งกลางฟัน เมื่อภาระเพิ่มมากขึ้นรอยลอกจากจะขยายกว้างขึ้นไปสู่ปลายฟัน และพบว่าบริเวณปลายฟันลอกออกเมื่อภาระมากขึ้น แต่ยังคงเหลือสีบางส่วนแม้ว่าจะให้ภาระมากที่สุดแล้วก็ตาม

ในส่วนของการแบ่งภาระทั้ง 3 รูปแบบที่จะนำไปใช้ในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ พบว่าภาพ contour ที่วาดตามการแบ่งภาระที่เสนอโดย Jose I. Pedrero มีที่มืดสีกว้างขึ้นอย่างชัดเจนตามขนาดภาระที่เพิ่มขึ้น บริเวณโคนฟันและปลายฟันรับภาระน้อย (สีเข้ม) กว่าบริเวณอื่น ๆ บนหน้าฟัน มีการไล่สีจากเข้มไปอ่อน ถ้าหากการทดลองเป็นไปตามรูปภาพ contour ของ Jose I. Pedrero ควรพบว่าสีควรหลุดลอกบริเวณกลางฟันและแถบที่หลุดลอกจะขยายออกตามขนาดภาระที่ให้ สีติดที่โคนฟันและปลายฟันและจะไม่หลุดออกจนกว่าจะถึงช่วงการให้ภาระมากที่สุด (มากกว่า 200 Nm) สำหรับภาพ contour ที่วาดตามการแบ่งภาระที่เสนอโดย T. Lazovic พบว่าแถบสีไม่กว้างขึ้นตามขนาดภาระอย่างชัดเจนเหมือนรูปภาพ contour ของ Jose I. Pedrero สังเกตเห็นการไล่สีจากเข้มไปอ่อน หากการทดลองเป็นไปตามรูปภาพ contour ของ สำหรับ T. Lazovic จะพบว่า สีควรหลุดลอกบริเวณกลางฟันและแถบที่หลุดลอกจะขยายออกเล็กน้อยตามขนาดภาระที่ให้ อาจมีสีติดที่โคนฟันและปลายฟันในขณะที่มีภาระน้อยๆ แต่เมื่อภาระมากขึ้นจะหลุดลอกออกทั้งฟัน และกรณีสุดท้ายคือสมมติฐานเดิมของชาคริต ซึ่งพบว่าแถบสีของภาพ contour ที่วาดตามแบ่งภาระสมมติฐานเดิมไม่กว้างขึ้นแม้ว่าจะเพิ่มภาระจนถึงที่สุด และไม่มีการไล่สีจากเข้มไปอ่อน หากการ

ทดลองเป็นไปตามรูปภาพ contour ของซาคริต จะพบว่า สีควรหลุดลอกเฉพาะบริเวณกลางพื้นที่ ภาชนะน้อย ๆ การเพิ่มภาชนะจะไม่ทำให้แถบสีที่หลุดลอกขยายกว้างขึ้น และเมื่อภาชนะมากถึงจุดหนึ่งสีจะ หลุดออกทั้งพื้น

จากที่ได้กล่าวมาจะเห็นว่าการแบ่งภาชนะของ Jose I. Pedrero และ T. Lazovic มีแนวโน้ม ความสอดคล้องกับผลการทดลองมากกว่าการแบ่งภาชนะของซาคริต เนื่องจากแถบสีขาวในภาพ contour ของ Jose I. Pedrero และ T. Lazovic นั้นเพิ่มขึ้นตามขนาดภาชนะสอดคล้องกับรอยหลุดลอก ที่กว้างขึ้นจากการทดลอง ในขณะที่แถบสีขาวในภาพ contour ของซาคริตไม่มีการขยายออก

### 5.1.3 ผลการเปรียบเทียบการสัมผัสของเฟืองเฉียง













ภาพผลการทดลองการสัมผัสของพื้นเฟืองเฉียงถูกนำมาเปรียบเทียบกับภาพ contour แสดง การกระจายภาระบนหน้าพื้นของ Nieman and Richer [18] และ ภูวดล [5] (แบบจำลองเก่า) ดัง แสดงในรูปที่ 5.4

จากรูปที่ 5.4 ในส่วนของการทดลองจริงนั้นพบว่าสีหลุดออกตรงกลางพื้นตั้งแต่ช่วงภาชนะน้อย ๆ แถบการหลุดลอกขยายตัวออกเล็กน้อยในช่วงภาระปานกลาง จากนั้นเมื่อภาชนะมากขึ้นสีจะหลุดลอกที่โคน พื้น และปลายพื้นด้านมุมขวาบน แต่ถึงแม้จะให้ภาระมากที่สุดสีก็ยังคงหลงเหลืออยู่

สำหรับภาพ contour ที่วาดตามรูปแบบการกระจายภาระของ Nieman and Richer พบว่า ความแตกต่างของสีขาวและสีเข้มช่วงกลางพื้น โคนพื้น และปลายพื้นจะไม่ชัดเจนมากนักหากเทียบกับเฟืองตรง บริเวณโคนพื้นและปลายพื้นจะรับภาระน้อย (สีเข้ม) กว่าช่วงกลางพื้น (สีอ่อน) ถ้าหาก การทดลองเป็นไปตามรูปภาพ contour ดังกล่าวจะพบว่าที่ภาชนะน้อย ๆ สีอาจจะหลุดออกเล็กน้อย บริเวณกลางพื้นที่ ปริมาณภาระปานกลางการหลุดลอกของแถบสีบริเวณกลางพื้นจะกว้างขึ้นมากและ ชัดเจนขึ้น และหากมีภาระมากกว่านั้นสีจะหลุดออกหมดทั้งหน้าพื้น

สำหรับรูปแบบการกระจายภาระของภูวดลซึ่งมีสมมติฐานให้การกระจายภาระสม่ำเสมอตาม เส้นสัมผัส พบว่าภาพ contour มีลักษณะเป็นเส้นริ้วเอียงสลับสีเข้มสีอ่อนโดยตำแหน่งที่มีสีอ่อนจะ แสดงช่วงเวลาที่มีความยาวเส้นสัมผัสรวมน้อยซึ่งมีพื้นเฟืองขบรวม 3 คู่พื้น การกระจายภาระตาม สมมติฐานนี้มีความแตกต่างของสีเข้มและอ่อนค่อนข้างน้อย แถบสีอ่อนไม่ขยายออกตามขนาดภาระ เหมือนภาพ contour ซึ่งวาดตามการกระจายภาระของ Nieman and Richer ถ้าหากการทดลอง เป็นไปตามรูปภาพ contour ซึ่งมีการกระจายภาระตามสมมติฐานของภูวดลจะพบว่าที่ภาชนะน้อย ๆ สีอาจไม่หลุดเลย ในช่วงปริมาณภาระปานกลางสีอาจหลุดเล็กน้อยในบริเวณริ้วสีอ่อน และหากมี ภาระมากกว่านั้นสีจะหลุดออกหมดทั้งหน้าพื้น



แรงบิด ( $T_c$ )	ผลการทดลอง	Niemann and Richer [18]	ภูวตล [5]
H3 $T_c = 61 \text{ Nm.}$			
H3 $T_c = 115 \text{ Nm.}$			
H3 $T_c = 162 \text{ Nm.}$			
H3 $T_c = 237 \text{ Nm.}$			

รูปที่ 5.4 ผลการเปรียบเทียบการสัมผัสของเฟืองเฉียง (H3)

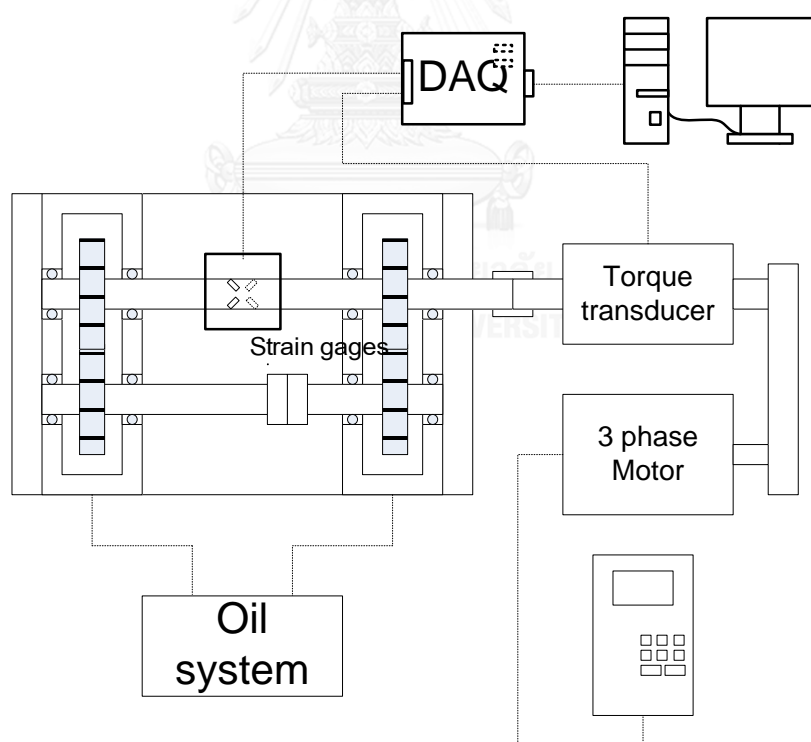
จากการเปรียบเทียบภาพ contour ที่วาดตามรูปแบบการกระจายภาระของ Nieman and Richer และภูวตลกับผลการทดลองการสัมผัสจริง พบว่าภาพ contour ของ Nieman and Richer นั้นมีแนวโน้มที่สอดคล้องการทดลองดีกว่าเนื่องจากภาระมีแนวโน้มที่จะสะสมอยู่บริเวณกลางฟันมากกว่าโคนฟัน ดังนั้น รูปแบบการกระจายภาระของ Nieman and Richer จึงมีความเหมาะสมที่จะนำไปใช้ในการปรับปรุงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

เนื่องจากในการทดลองการสัมผัสจากการทาสีนั้นมีปัจจัยมากมายที่แบบจำลองยังไม่ได้คำนึงถึง เช่น ความคลาดเคลื่อนจากการประกอบเฟือง รวมถึงลักษณะรูปร่างของฟันเฟืองซึ่งยังไม่สามารถตรวจสอบได้ว่ามีความคลาดเคลื่อนจากเฟืองมาตรฐานหรือไม่ เนื่องจากการตรวจสอบเหล่านี้จำเป็นต้องใช้อุปกรณ์เฉพาะในการวัดค่า เช่น การวัดความโค้งของเฟือง การวัดสภาพผิวหน้าฟันเฟือง เป็นต้น อีกทั้งยังไม่สามารถวัดขนาดของภาระที่เริ่มทำให้สีที่ทาถลอกออกได้ เนื่องจากข้อจำกัดด้านความละเอียดในให้ภาระแรงบิดของอุปกรณ์สร้างภาระแรงบิดซึ่งสามารถสร้างภาระแรงบิดได้เป็นช่วงห่าง ๆ เท่านั้น ทำให้การอธิบายปรากฏการณ์การถลอกของสีสามารถทำได้ในระดับของการหารูปแบบการกระจายภาระที่มีแนวโน้มที่สอดคล้องเท่านั้น

## 5.2 การทดลองวัดกำลังสูญเสีย

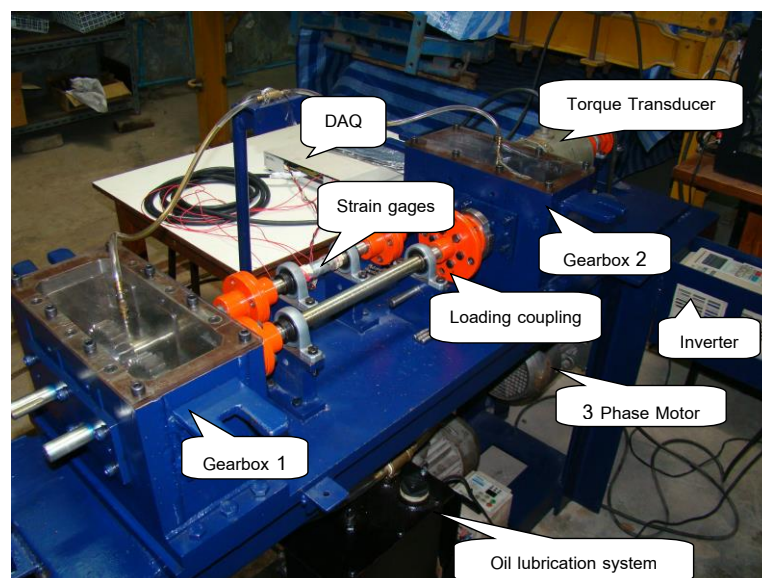
การทดลองหาค่ากำลังสูญเสียของเฟืองเฉียงในการศึกษานี้ ใช้ชุดทดลองแบบ back-to-back gearbox system เช่นเดียวกับการศึกษาของเจษฎา [11] ชาศรีต [4] และภูวตล [5] ชุดทดลองนี้ออกแบบมาเพื่อไม่ให้มีกำลังขาออก ดังนั้นกำลังที่ใส่เข้าไปจะไหลวนอยู่ในระบบเพื่อชดเชยแรงเสียดทานและกำลังสูญเสียต่าง ๆ ภายในระบบ ซึ่งแผนผังการเชื่อมต่ออุปกรณ์ของชุดทดลองและรูปชุดทดลองจริงถูกแสดงไว้ในรูปที่ 5.5 และ รูปที่ 5.6 ชุดทดลองประกอบด้วย ห้องเกียร์ 2 ห้องแต่ละ

ห้องจะมีเฟืองที่ใช้ทดสอบติดตั้งอยู่ภายในจำนวน 1 คู่ โดยเฟืองทั้ง 2 คู่ นั้นเหมือนกันทุกประการ ที่ปลายเพลจากห้องเกียร์ชุดทดสอบด้านหนึ่งจะติดกับคัปปลิงแบบ split coupling เพื่อใช้ปรับภาระแรงบิดภายในระบบ โดยแรงบิดในระบบจะสามารถวัดได้ด้วยสเตรนเกจ (strain gages) 4 ตัว ซึ่งต่อวงจรในลักษณะ full bridge ในส่วนของกำลังที่ใช้ขับเคลื่อนจะถูกส่งมาจากมอเตอร์ไฟฟ้า 3 เฟส ซึ่งมีการควบคุมความเร็วรอบจากอินเวอร์เตอร์ ผ่านการทอรอบโดยสายพานในอัตราทด 3:5 เพื่อเพิ่มความเร็วรอบของเพลาก่อนเข้าห้องเกียร์ส่งกำลัง สำหรับกำลังขาเข้าห้องเกียร์สามารถคำนวณได้จากผลคูณของแรงบิดซึ่งวัดด้วยอุปกรณ์วัดแรงบิด (torque transducer) กับความเร็วรอบหมุนของเพลาดำ ซึ่งสามารถวัดได้โดยเครื่องวัดความเร็วรอบ (tachometer) ซึ่งสัญญาณแรงเคลื่อนไฟฟ้าที่วัดได้จากสเตรนเกจและอุปกรณ์วัดแรงบิด จะถูกขยายและบันทึกสัญญาณโดยใช้อุปกรณ์ขยายสัญญาณภายใน DAQ (data acquisition hardware) ซึ่งจะเชื่อมต่อกับ PCI card ซึ่งติดตั้งอยู่ในคอมพิวเตอร์เพื่อใช้ในการเก็บสัญญาณ ในส่วนของระบบการหล่อลื่นภายในแต่ละห้องเกียร์เป็นการหล่อลื่นแบบฉีด (jet lubrication) น้ำมันหล่อลื่นที่ใช้ในการทดลองเป็นน้ำมันหล่อลื่นเบอร์ 80w90 และควบคุมให้อยู่ที่  $70\text{ }^{\circ}\text{C}$  ซึ่งเป็นอุณหภูมิที่ความหนืดน้ำมันหล่อลื่นแปรผันน้อย

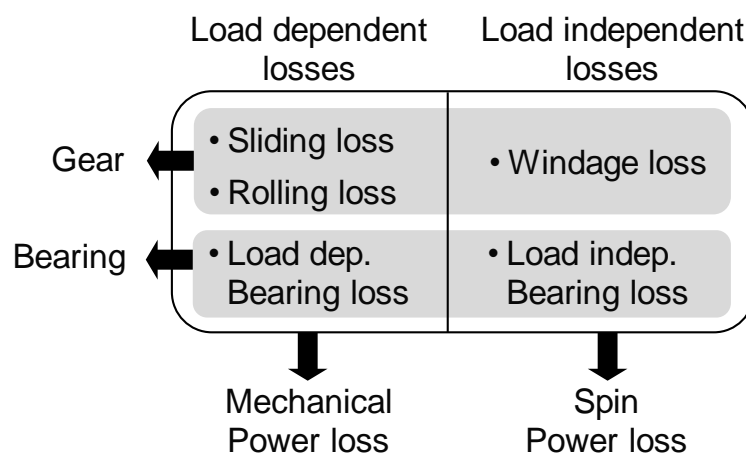


รูปที่ 5.5 แผนผังการเชื่อมต่ออุปกรณ์ของชุดทดลอง back-to-back gearbox system

กำลังสูญเสียที่เกิดขึ้นจากชุดทดลอง back-to-back gearbox system เกิดขึ้นจากชิ้นส่วนหลัก 2 ชนิด ได้แก่ เฟืองส่งกำลัง และตลับลูกปืน ดังแสดงในแผนผังรูปที่ 5.7 และยังสามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ ประเภทขึ้นกับภาระและไม่ขึ้นกับขนาดภาระ เพื่อทดลองหาค่ากำลังสูญเสียจากการไถล จึงได้แบ่งการทดลองเป็น 2 ส่วน ได้แก่ การทดลองในสภาวะการทำงานที่ไม่มีภาระ และการทดลองในสภาวะการทำงานที่มีภาระโดยทดลองที่ความเร็วรอบ 500 1000 1500 2000 และ 2500 รอบต่อนาที รายละเอียดการทดลองเป็นเช่นเดียวกับการทดลองของเจษฎา [11] ดังนั้นในที่นี้จะอธิบายถึงวิธีทดลองพอสังเขปดังนี้



รูปที่ 5.6 ชุดทดลองแบบ back-to-back gearbox system



รูปที่ 5.7 แผนผังการจำแนกกำลังสูญเสียประเภทต่าง ๆ ในระบบชุดทดลอง

### 5.2.1 การทดลองในสภาวะการทำงานที่ไม่มีภาระ

การทดลองนี้ทำเพื่อวัดกำลังสูญเสียที่ไม่ขึ้นกับขนาดของภาระ เพื่อนำไปใช้ในการคำนวณหา กำลังสูญเสียจากการไถลต่อไป ขณะทดลองจะไม่มีภาระสร้างภาระแรงบิด กำลังขาเข้าระบบ ( $P_{input}$ ) จะมีค่าเท่ากับกำลังสูญเสียที่ไม่ขึ้นกับขนาดของภาระ ( $P_{spin}$ ) โดย ( $T_c$ ) ด้วยการบิดคัปปลิ้งดังแสดง ด้วยสมการ

$$P_{input} = P_{total} \Big|_{T_c=0} = P_{spin} \quad (5.1)$$

$$P_{input} = T_T \times \omega \quad (5.2)$$

$$\omega = \frac{2\pi\Omega}{60} \quad (5.3)$$

โดย  $\omega$  คือ ความเร็วรอบหมุนเชิงมุมขาเข้า (rad/s)

$T_T$  คือ แรงบิดขาเข้า (Nm)

$\Omega$  คือ ความเร็วรอบหมุนเชิงมุมขาเข้า (rpm)

### 5.2.2 การทดลองในสภาวะการทำงานที่มีภาระ

ส่วนการทดลองในสภาวะการทำงานที่มีภาระนั้นต้องบิดคัปปลิ้งเพื่อให้เกิดภาระแรงบิดภายในระบบและเพิ่มแรงกอดอัดที่หน้าฟันเฟือง โดยการถ่วงน้ำหนักลงบนแขนที่ยื่นออกมาจากคัปปลิ้ง สำหรับแต่ละการทดลองจะให้ภาระแรงบิดทั้งหมด 5 ช่วงดังแสดงในตารางที่ 5.1 วัดค่าความเร็วรอบหมุนขาเข้า ( $\Omega$ ) และแรงบิดขาเข้า ( $T_T$ ) เพื่อนำมาคำนวณหา กำลังขาเข้าห้องเกียร์เช่นเดียวกับการทดลองในสภาวะการทำงานที่ไม่มีภาระ

กำลังสูญเสียที่ได้จากการวัดในขณะมีภาระเป็นผลรวมของกำลังสูญเสียที่ขึ้นกับภาระ ( $P_{mech}$ ) และไม่ขึ้นกับภาระ ( $P_{spin}$ ) ดังนั้นหากต้องการกำลังสูญเสียจากการไถลซึ่งเป็นส่วนประกอบของกำลังสูญเสียที่ขึ้นกับภาระ จึงต้องนำกำลังสูญเสียที่ไม่ขึ้นกับภาระที่ได้จากการทดลองในสภาวะการทำงานที่ไม่มีภาระมาหักลบจากกำลังสูญเสียที่วัดได้จากการทดลองในสภาวะการทำงานที่มีภาระ

$$P_{input} = P_{total} = P_{mech} + P_{spin} \quad (5.4)$$

$$P_{mech} = P_{total} - P_{spin} \quad (5.5)$$

จากรูปที่ 5.7 เนื่องจากกำลังสูญเสียที่ขึ้นกับภาระ ( $P_{mech}$ ) ประกอบด้วย กำลังสูญเสียเนื่องจากแรงเสียดทานจากการไถล กำลังสูญเสียเนื่องจากการกลิ้งของฟันเฟืองระหว่างการขบ และกำลังสูญเสียจากตลับลูกปืนที่ขึ้นกับขนาดของภาระ แต่เนื่องจากกำลังสูญเสียเนื่องจากการกลิ้งนั้นน้อยมาก จึงทำให้ละทิ้งได้ ส่วนกำลังสูญเสียที่ขึ้นกับภาระของตลับลูกปืนก็สามารถคำนวณได้โดยวิธีที่นำเสนอโดย Harris [24] เมื่อนำกำลังสูญเสียจากตลับลูกปืนไปหักออกจากกำลังสูญเสียที่ขึ้นกับขนาดภาระ จะสามารถหากำลังสูญเสียจากการไถลและนำไปเปรียบเทียบกับแบบจำลองได้

### 5.3 ผลการเปรียบเทียบกำลังสูญเสียจากการไถลจากการคำนวณกับผลการทดลองที่กระทำในห้องปฏิบัติการ

ในหัวข้อนี้จะเปรียบเทียบผลกำลังสูญเสียของเฟืองที่มีพารามิเตอร์ต่าง ๆ ดังแสดงในตารางที่ 5.2 โดยเปรียบเทียบผลกำลังสูญเสียที่ได้จากการทดลองในห้องปฏิบัติการกับผลกำลังสูญเสียที่ได้จากการประเมินด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งปรับปรุงโดยการนำรูปแบบการกระจายภาระที่ได้อธิบายไว้ในบทที่ 3 มาประกอบด้วย นอกจากนี้ยังเปรียบเทียบกับผลการประเมินโดยแบบจำลองเดิม [4, 5] ซึ่งมีสมมติฐานให้การกระจายภาระเป็นแบบสม่ำเสมอบนเส้นสัมผัส

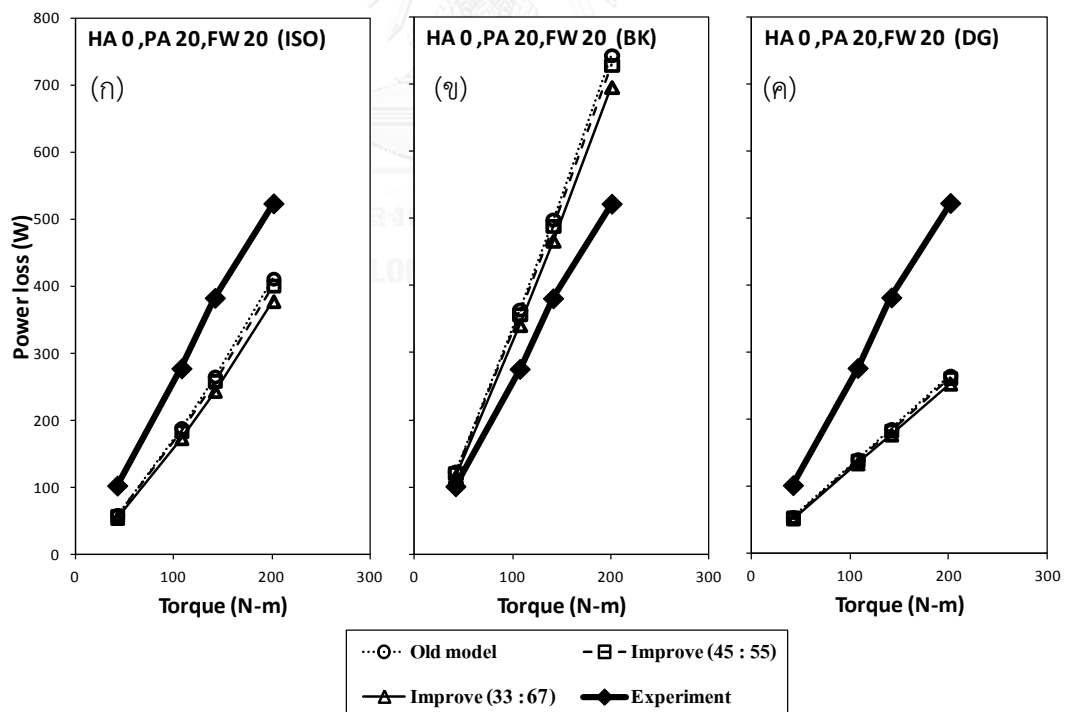
ตารางที่ 5.2 พารามิเตอร์ของเฟืองที่ใช้ในการทดลองกำลังสูญเสีย

พารามิเตอร์ของเฟือง	ชุดเฟือง							
	H1	H2	S1	H3	H4	H5	H6	
จำนวนฟัน	30	30	30	30	30	30	30	
โมดูล $m$ (mm)	2.998	3	2.966	2.998	2.998	2.998	2.998	
นอมัลโมดูล $m_n$ (mm)	2.5	2.75	3	2.5	2.5	2.5	2.5	
มุมกด $\alpha$ (deg)	20	20	20	25	14.5	20	20	
มุมฮีลิคซ์ $\beta$ (deg)	33.5	22	0	33.5	33.5	33.5	33.5	
ความกว้างหน้าฟัน $FW$ (mm)	20	20	20	20	20	30	40	
เส้นผ่านศูนย์กลางพิตช์ (mm)	90	90	90	90	90	90	90	
Transverse contact ratio	1.6535	1.6535	1.6535	1.4735	1.9466	1.6535	1.6535	
Overlap contact ratio	1.4046	0.8574	-	1.4046	1.4046	2.1068	2.8091	
อัตราทดเฟือง $m_g$	1:1	1:1	1:1	1:1	1:1	1:1	1:1	
ช่วงภาระ (Nm)	0-3 ,10-50 ,51-100 ,101-150 ,151-200 ,201-250							

### 5.3.1 ผลการเปรียบเทียบในกรณีเฟืองตรง

ผลการเปรียบเทียบกำลังสูญเสียในกรณีเฟืองตรง (S1) แสดงในรูปที่ 5.8 (ก) - (ค) ซึ่งแสดงกำลังสูญเสียที่คำนวณโดยใช้สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่คำนวณจากสมการสำเร็จซึ่งเสนอโดย ISOTC 60 (ISO) Benedict and Kelley (BK) และ Drozdov and Gavrikov (DG) ตามลำดับ แต่ละรูปจะประกอบด้วยกราฟ 4 เส้น ได้แก่ ผลการทดลองซึ่งแทนด้วยเส้นทึบหนาสุดที่ปลายจุดทึบ ผลการประเมินจากแบบจำลองเดิมที่มีการแบ่งภาระระหว่างฟันแบบ 50 : 50 ซึ่งแทนด้วยเส้นจุดไข่ปลาสุดปลายจุดโปร่ง และผลการประเมินจากแบบจำลองที่ปรับปรุงแล้วที่มีการแบ่งภาระระหว่างฟัน 2 แบบคือ แบบ 45 : 55 ซึ่งแทนด้วยเส้นประสุดปลายจุดโปร่ง และแบบ 33 : 67 แทนด้วยเส้นจุดทึบสุดปลายจุดโปร่ง

ผลการทดลองในรูปที่ 5.8 แสดงให้เห็นว่ายิ่งให้ภาระแรงบิดมากจะทำให้กำลังสูญเสียมาก ซึ่งสอดคล้องกับผลการประเมินจากทั้งแบบจำลองเดิมและใหม่ เมื่อพิจารณาในส่วนหนึ่งของแบบจำลองที่ให้แนวโน้มกำลังสูญเสียสอดคล้องกับผลการทดลอง พบว่าสมการสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ทำให้ค่าประเมินกำลังสูญเสียมีแนวโน้มใกล้เคียงผลการทดลองที่สุดทั้งในแบบจำลองก่อนปรับปรุง และหลังปรับปรุง ได้แก่ ISOTC60 ส่วนสมการของ Benedict and Kelley ประเมินแนวโน้มค่ากำลังสูญเสียได้สูงกว่าผลการทดลอง และสมการของ Drozdov and Gavrikov ประเมินแนวโน้มค่ากำลัง



รูปที่ 5.8 การเปรียบเทียบค่าจากการประเมินกำลังสูญเสียจากการไหลจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เก่า ,แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ใหม่ และผลการทดลองของเฟืองตรง

สูญเสียได้ต่ำกว่าผลการทดลอง และส่วนของการแบ่งภาระระหว่างฟันของเฟืองตรงพบว่า ผลการประเมินกำลังสูญเสียเมื่อใช้การแบ่งภาระแบบ 50 : 50 จะประเมินขนาดของค่ากำลังสูญเสียได้มากที่สุด อันดับถัดมาจะเป็นการแบ่งภาระแบบ 45 : 55 และพบว่า ผลการประเมินกำลังสูญเสียเมื่อใช้การแบ่งภาระแบบ 33-67 จะประเมินขนาดของค่ากำลังสูญเสียได้น้อยที่สุด

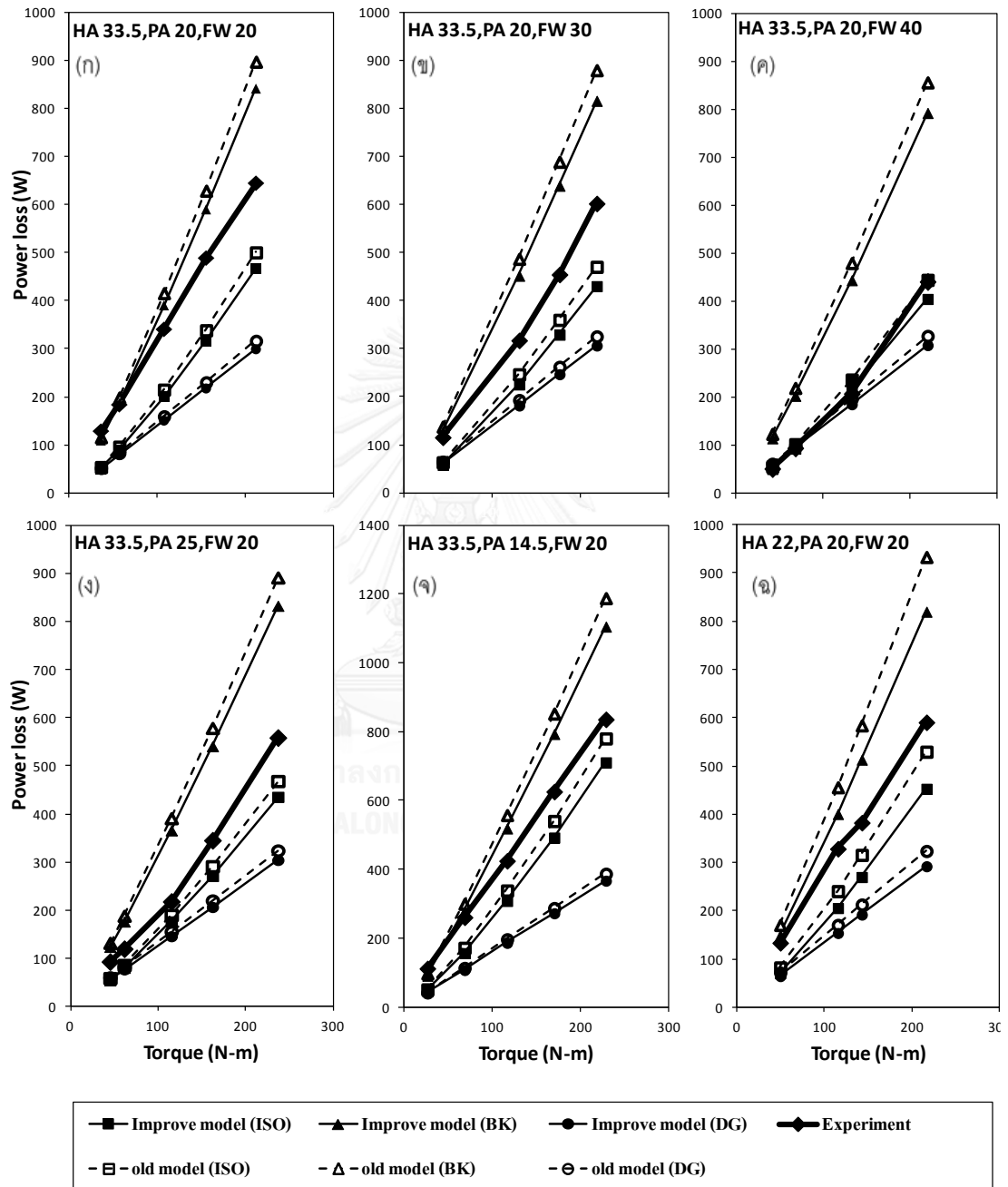
### 5.3.2 ผลการเปรียบเทียบกรณีเฟืองเฉียง

สำหรับหัวข้อนี้จะเปรียบเทียบความแตกต่างของกำลังสูญเสียที่ประเมินได้จากแบบจำลองก่อนปรับปรุง [5] แบบจำลองหลังปรับปรุง และผลการทดลองวัดกำลังสูญเสีย โดยจะแสดงผลเฟืองเฉียงทั้งหมด 6 ชุด (H1 ถึง H6) แต่ละชุดจะมีพารามิเตอร์ มุมกด มุมฮีลิกซ์ และความกว้างหน้าฟันที่แตกต่างกัน โดยผลการเปรียบเทียบกำลังสูญเสียของเฟืองเฉียงที่มีพารามิเตอร์ต่าง ๆ แสดงดังรูปที่ 5.9 (ก) - (ฉ) แต่ละรูปจะประกอบด้วยเส้นกราฟทั้งหมด 7 เส้น โดยเส้นที่บหนาแสดงถึงผลการทดลอง เส้นที่แสดงผลการประเมินกำลังสูญเสียจากแบบจำลองที่ปรับปรุงแล้ว และเส้นประแสดงผลการประเมินกำลังสูญเสียจากแบบจำลองเดิม สำหรับรูปร่างของจุดแสดงถึงสมการสำเร็จที่ใช้คำนวณหาสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานแบบต่าง ๆ ที่ใช้ในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

เช่นเดียวกับเฟืองตรงผลการทดลองในรูปที่ 5.9 (ก) - (ฉ) แสดงให้เห็นว่ายิ่งให้ภาระแรงบิดมากจะทำให้กำลังสูญเสียมาก ซึ่งสอดคล้องกับผลการประเมินจากทั้งแบบจำลองเดิมและใหม่ เมื่อพิจารณาในส่วนของแบบจำลองที่ให้แนวโน้มกำลังสูญเสียสอดคล้องกับผลการทดลอง พบว่าสมการสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ทำให้ค่าประเมินกำลังสูญเสียมีแนวโน้มใกล้เคียงผลการทดลองที่สุดทั้งในแบบจำลองก่อนปรับปรุง และหลังปรับปรุง ได้แก่ ISOTC60 ส่วนสมการของ Benedict and Kelley ประเมินแนวโน้มค่ากำลังสูญเสียได้สูงกว่าผลการทดลอง และสมการของ Drozdov and Gavrikov ประเมินแนวโน้มค่ากำลังสูญเสียได้ต่ำกว่าผลการทดลอง และพบว่าแบบจำลองเดิมประเมินค่ากำลังสูญเสียได้มากกว่าแบบจำลองที่ปรับปรุงแล้วในทุกกรณี

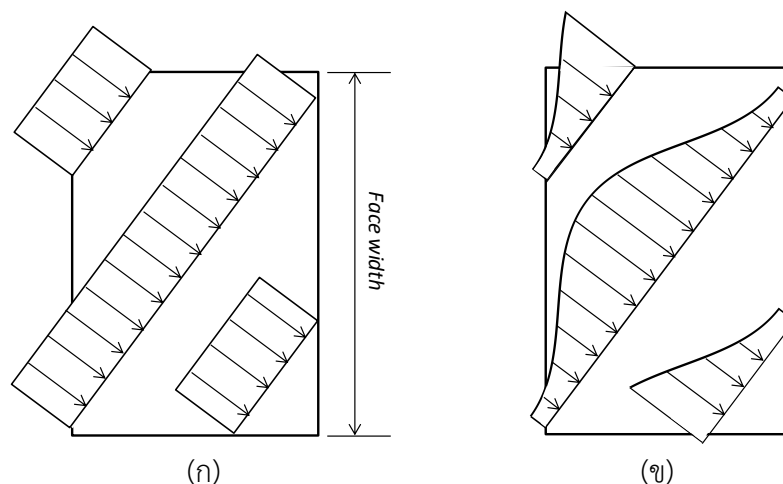
สาเหตุที่ทำให้ขนาดกำลังสูญเสียของแบบจำลองเดิมมีค่าสูงกว่าแบบจำลองหลังปรับปรุงนั้นเนื่องมาจากการกระจายภาระบนเส้นสัมผัสที่ต่างกันดังแสดงในรูปที่ 5.10 โดยรูปที่ 5.10 (ก) แสดงการกระจายภาระบนเส้นสัมผัสของแบบจำลองเดิมซึ่งเป็นการกระจายภาระแบบสม่ำเสมอ ส่วนรูปที่ 5.10 (ข) แสดงการกระจายภาระบนเส้นสัมผัสของแบบจำลองหลังปรับปรุงและเนื่องจากแรงส่งกำลังรวมของทั้งสองกรณีจะต้องเท่ากัน แต่การกระจายภาระบริเวณกลางฟันของแบบจำลองหลังปรับปรุงมีขนาดใหญ่กว่าการกระจายภาระของแบบจำลองเดิม ดังนั้นขนาดกระจายภาระบริเวณโคนและปลายฟันของแบบจำลองหลังปรับปรุงจึงมีขนาดเล็กกว่าการกระจายภาระของแบบจำลองเดิม ดังนั้นแรงเสียดทานบริเวณปลายฟันและโคนฟันของแบบจำลองหลังปรับปรุงจึงมีค่าน้อยกว่าแบบจำลองเดิม อีกทั้งบริเวณโคนฟันและปลายฟันจะมีกำลังสูญเสียมากกว่าบริเวณกลางฟันเพราะ

บริเวณกลางฟันจะมีความเร็วไถลน้อยกว่าโดยเฉพาะจุดพิทช์ซึ่งไม่มีความเร็วการไถล ดังนั้นไม่ว่าแรงเสียดทานบริเวณกลางฟันจะก่อให้เกิดกำลังสูญเสียน้อยมากถึงแม้ว่าจะมีขนาดใหญ่มากก็ตาม จากเหตุผลดังกล่าวทำให้แบบจำลองหลังปรับปรุงมีกำลังสูญเสียน้อยกว่าแบบจำลองเดิม



รูปที่ 5.9 ผลการเปรียบเทียบค่าจากการประเมินกำลังสูญเสียจากการไถลจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เก่า ,แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ใหม่ และผลการทดลองของเฟืองเฉียง



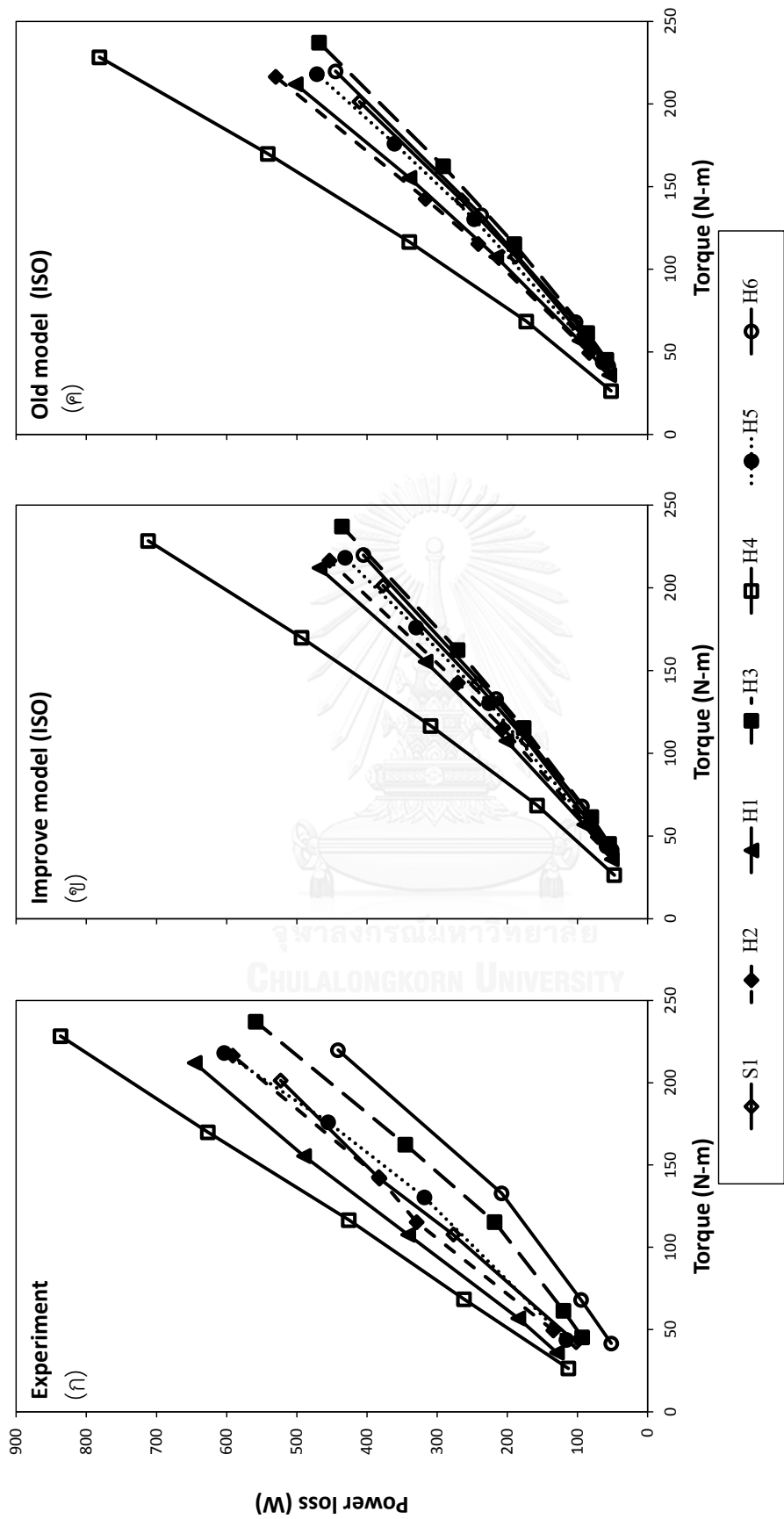


รูปที่ 5.10 การกระจายภาระบนเส้นสัมผัสของแบบจำลองเดิมและแบบจำลองใหม่

### 5.3.3 ผลการเปรียบเทียบอันดับกำลังสูญเสียของเฟืองพารามิเตอร์ต่าง ๆ

เพื่อศึกษาว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ก่อนปรับปรุงหรือหลังปรับปรุง สามารถประเมินอันดับความมากน้อยของกำลังสูญเสียในเฟืองที่มีพารามิเตอร์ต่าง ๆ ได้ถูกต้องแม่นยำหรือไม่ จึงได้นำกำลังสูญเสียของทั้งเฟืองตรงและเฟืองเฉียงที่มีพารามิเตอร์ต่าง ๆ ดังแสดงในตารางที่ 5.1 มาเปรียบเทียบกัน โดยผลการเปรียบเทียบได้แสดงดังรูปที่ 5.11

จากรูปที่ 5.11 (ก) ซึ่งแสดงผลกำลังสูญเสียจากการทดลอง พบว่าเฟือง H4 ซึ่งมีมุมคดน้อยที่สุดและเฟือง H1 ซึ่งมีมุมคดน้อยรองลงมามีค่ากำลังสูญเสียมากกว่าเฟืองอื่นอย่างชัดเจน ส่วนเฟือง H2 ซึ่งมีมุมฮิลิกซ์ขนาดปานกลาง เฟือง H5 ซึ่งมีความกว้างหน้าฟันขนาดปานกลางแต่มีมุมฮิลิกซ์มาก และเฟืองตรง S1 มีค่ากำลังสูญเสียปานกลาง และกำลังสูญเสียของเฟืองทั้ง 3 ค่อนข้างใกล้เคียงกัน และพบว่าเฟือง H3 ซึ่งมีมุมคดมากที่สุด เฟือง H6 ซึ่งมีความกว้างหน้าฟันมากที่สุด มีค่ากำลังสูญเสียน้อยกว่าเฟืองอื่นอย่างชัดเจน ในส่วนของรูปที่ 5.11 (ข) และ (ค) ได้แสดงผลการเปรียบเทียบกำลังสูญเสียที่ประเมินได้จากเฟืองทุกพารามิเตอร์ด้วยแบบจำลองที่ปรับปรุงแล้วและแบบจำลองเดิมตามลำดับ โดยตารางที่ 5.3 ได้สรุปอันดับกำลังสูญเสียของทุกชุดการทดลองของผลการทดลองแบบจำลองที่ปรับปรุงแล้ว และแบบจำลองเดิม โดยเรียงจากมากไปน้อย เฟืองที่ขีดเส้นใต้ 2 เส้น คือเฟืองที่แบบจำลองประเมินอันดับกำลังสูญเสียได้ไม่ตรงกับผลการทดลอง จากตารางจะเห็นว่าแบบจำลองเดิมประเมินอันดับเฟือง H2 H1 H6 และ H3 ไม่ตรงกับผลการทดลอง โดยประเมินเฟือง H2 มากกว่าเฟือง H1 และเฟือง H6 มากกว่าเฟือง H3 ในขณะที่แบบจำลองที่ปรับปรุงแล้วประเมินเฟือง H6 มากกว่าเฟือง H3 เช่นเดียวกับแบบจำลองเดิม แต่พบว่าหลังปรับปรุงแล้ว



รูปที่ 5.11 ผลการเปรียบเทียบอันดับกำลังสูญเสียของเฟืองพารามิเตอร์ต่าง ๆ จากการทดลองกับการประเมินจากแบบจำลองใหม่และแบบจำลองเดิม

ตารางที่ 5.3 อันดับกำลังสูญเสียของผลการทดลอง แบบจำลองเดิม และแบบจำลองหลังปรับปรุง

	อันดับกำลังสูญเสีย (เรียงลำดับจากมากไปน้อย)															
	รวมทุกชุดทดลอง						มุ่มกต			ความกว้างหน้าฟัน			มุ่มฮิลิกซ์			
ผลการทดลอง	H4	H1	H2	H5	S1	H3	H6	H4	H1	H3	H1	H5	H6	H1	H2	S1
แบบจำลองเดิม	H4	<u>H2</u>	<u>H1</u>	H5	S1	<u>H6</u>	<u>H3</u>	H4	H1	H3	H1	H5	H6	<u>H2</u>	H1	S1
แบบจำลองหลังปรับปรุง	H4	H1	H2	H5	S1	<u>H6</u>	<u>H3</u>	H4	H1	H3	H1	H5	H6	H1	H2	S1

แบบจำลองสามารถประเมินอันดับเฟือง H2 และเฟือง H1 ได้ถูกต้อง ซึ่งทำให้แบบจำลองที่ปรับปรุงแล้วประเมินอันดับกำลังสูญเสียของเฟืองพารามิเตอร์ต่าง ๆ ได้ดีกว่าแบบจำลองเดิม

ถึงแม้ว่าทั้งแบบจำลองก่อนปรับปรุง และหลังปรับปรุงนั้นไม่สามารถประเมินลำดับกำลังสูญเสียได้สอดคล้องตามผลการทดลองทั้งหมด แต่หากพิจารณาในแง่ของแนวโน้มอิทธิพลของพารามิเตอร์ต่างๆ เช่น มุ่มกต และ ความกว้างหน้าฟัน พบว่า แบบจำลองทั้ง 2 สามารถประเมินได้อย่างถูกต้อง สำหรับผลการประเมินอิทธิพลของมุ่มกตสามารถแสดงดังตารางที่ 5.3 โดยพบว่าเฟือง H4 ซึ่งมีมุ่มกต 14.5 องศา มีกำลังสูญเสียมากกว่า เฟือง H1 ที่มีมุ่มกต 20 องศา และเฟือง H3 ที่มีมุ่มกต 25 องศา เป็นเฟืองที่มีกำลังสูญเสียน้อยที่สุด จึงแสดงให้เห็นได้ว่ายิ่งมุ่มกตน้อยจะให้อันดับกำลังสูญเสียมาก ในส่วนของอิทธิพลของความกว้างหน้าฟันจากตารางที่ 5.3 พบว่าเฟือง H1 ซึ่งมีความกว้างหน้าฟัน 20 มิลลิเมตร มีกำลังสูญเสียมากกว่าเฟือง H5 ที่มีความกว้างหน้าฟัน 30 มิลลิเมตร และเฟือง H6 ที่มีความกว้างหน้าฟัน 40 มิลลิเมตร เป็นเฟืองที่มีกำลังสูญเสียน้อยที่สุด จึงแสดงให้เห็นได้ว่ายิ่งความกว้างหน้าฟันน้อยจะให้อันดับกำลังสูญเสียมาก แต่ในด้านอิทธิพลของมุ่มฮิลิกซ์ พบว่า แบบจำลองทั้ง 2 มีผลการประเมินที่แตกต่างกัน โดยแบบจำลองก่อนปรับปรุงได้ผลการประเมินว่า มุ่มฮิลิกซ์ 22 องศา หรือเฟือง H2 มีกำลังสูญเสียมากที่สุด อันดับต่อมา คือ มุ่มฮิลิกซ์ 33.5 องศา หรือเฟือง H1 และอันดับสุดท้าย ได้แก่ 0 องศา หรือเฟือง S1 ส่วนแบบจำลองหลังปรับปรุงแล้วได้ผลการประเมินว่า ยิ่งมุ่มฮิลิกซ์มากจะให้อันดับกำลังสูญเสียมาก โดยจากตารางที่ 5.3 จะเห็นว่าแบบจำลองที่ปรับปรุงแล้วประเมินค่ากำลังสูญเสียของเฟือง H1 ซึ่งมีมุ่มฮิลิกซ์ 33.5 องศา มากกว่าเฟือง H2 ที่มีมุ่มฮิลิกซ์ 22 องศา ซึ่งพบว่าสอดคล้องกับผลการทดลอง สำหรับในแง่ของขนาดของกำลังสูญเสียนั้นยังไม่สามารถระบุความถูกต้องได้แน่นอน เนื่องจากยังไม่สามารถวัดค่าความหยาบผิวได้ทำให้ไม่สามารถคำนวณค่ากำลังสูญเสียได้อย่างถูกต้อง

#### 5.4 ผลการเปรียบเทียบกำลังสูญเสียจากการไหลกับผลการทดลองของนักวิจัยภายนอก

เนื่องจากห้องปฏิบัติการยังขาดอุปกรณ์ที่ใช้วัดคุณสมบัติของผิวเฟืองที่นำมาใช้ในการทดลอง เช่น ค่าความหยาบผิว จึงทำให้ขนาดของกำลังสูญเสียที่ประเมินได้ดังแสดงในหัวข้อ 5.2 ยังไม่สามารถเปรียบเทียบกับผลการทดลองได้โดยตรง ในที่นี้จึงจึงเลือกผลการทดลองของนักวิจัยอื่นที่แสดงพารามิเตอร์ของเฟืองรวมถึงค่าความหยาบผิวที่ครบถ้วนมาเพื่อเปรียบเทียบ โดยได้เลือกผลการทดลองของ Vaidyanathan [25] ซึ่งได้ทดลองวัดกำลังสูญเสียโดยใช้ชุดทดสอบแบบ back to back เช่นเดียวกับของห้องปฏิบัติการและมีพารามิเตอร์ของเฟืองดังแสดงในตารางที่ 5.4 ซึ่งประกอบด้วยชุดเฟืองที่มีมุมกดแตกต่างกันจำนวน 3 ชุด โดยเป็นเฟืองตรง 1 ชุด ได้แก่ เฟือง A และเฟืองเฉียง 2 ชุด ซึ่งมีมุมฮีลิคซ์ 30 องศา ได้แก่ เฟือง B และ C

ตารางที่ 5.4 พารามิเตอร์ของชุดเฟืองและสภาวะการทำงานที่ใช้ในการทดลองของ Vaidyanathan [25]

Parameters	Gear set		
	A	B	C
Number of teeth	23	23	23
Transverse module, $m_t$ (mm)	3.95	3.98	3.95
Transverse pressure angle, $\alpha_t$ (deg)	25	29.3	25.8
Helix angle, $\beta$ (deg)	0	30	30
Face width (mm)	26.67	26.67	26.67
Absolute Viscosity (cP)	6.732	6.732	6.732
Surface roughness ( $\mu\text{m}$ )	0.37	0.28	0.32
Load operation condition (Nm)	140, 239, 413, 546		
Speed operation condition (rpm)	2000, 4000, 6000		

สำหรับผลการเปรียบเทียบผลการทดลองและการประเมินกำลังสูญเสียด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้สมการสำเร็จ ซึ่งเสนอโดย ISOTC 60 (ISO) Benedict and Kelley (BK) และ Drozdov and Gavrikov (DG) ในการประเมินสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน ได้แสดงดังรูปที่ 5.12 ถึงรูปที่ 5.14 ตามลำดับ โดยแต่ละรูปจะประกอบด้วยกราฟแท่งย่อยทั้งหมด 12 กราฟ แต่ละกราฟแสดงกำลังสูญเสียของเฟือง A ซึ่งแสดงด้วยแท่งสีดำ เฟือง B ซึ่งแสดงด้วยแท่งสีเทา และเฟือง C ซึ่งแสดงด้วยแท่งสีขาว โดยแสดงกำลังสูญเสียที่ความเร็วรอบ 2000 4000 และ 6000 รอบต่อนาที สำหรับ

รูปกราฟด้านซ้ายสุดของรูปที่ 5.12 ถึงรูปที่ 5.14 ได้แสดงกำลังสูญเสียที่ได้จากการทดลอง รูปกราฟตรงกลางแสดงกำลังสูญเสียที่ได้จากการประเมินด้วยแบบจำลองที่ปรับปรุงแล้ว และรูปกราฟด้านขวาสุดแสดงกำลังสูญเสียที่ได้จากการประเมินด้วยแบบจำลองเดิม รูปที่ 5.12 ถึงรูปที่ 5.14 จากบนลงล่างจะมี 4 แถว แต่ละแถวแสดงถึงภาระแรงบิดทั้ง 4 ช่วงที่ใช้ขณะทดลอง

เนื่องจากข้อมูลมีจำนวนมากและแนวโน้มแปรผันไปตามปัจจัยหลายอย่าง เช่น ขนาดของภาระแรงบิด ความเร็วรอบ เป็นต้น ดังนั้นจะพิจารณาแนวโน้มโดยการเปรียบเทียบเฟืองเป็นคู่ ได้แก่ คู่เฟืองเฉียง B และ C คู่เฟืองตรง A และเฟืองเฉียง C และคู่เฟืองตรง A และเฟืองเฉียง B

สำหรับผลการทดลองของคู่เฟืองเฉียง B และ C ที่ตัวแปรมุมกดมีค่าแตกต่างกันเท่านี้พบว่าเฟือง B ซึ่งมีมุมกดมากกว่าเฟือง C มีกำลังสูญเสียน้อยกว่าเฟือง C ในทุกขนาดภาระและทุกความเร็วรอบการหมุน จากแนวโน้มดังกล่าว พบว่าสอดคล้องกับผลการทดลองของห้องปฏิบัติการ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ก่อนปรับปรุงและหลังปรับปรุงที่ใช้สมการประเมินสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของ ISOTC 60 Benedict and Kelley และ Drozdov and Gavrikov

ในส่วนของเปรียบเทียบผลการทดลองของคู่เฟืองตรง A และ C ซึ่งมีมุมกดใกล้เคียงกันพบว่าเฟืองตรง A มีกำลังสูญเสียมากกว่าเฟืองเฉียง C เมื่อมีขนาดภาระเท่ากับ 140 นิวตัน-เมตร ในทุกความเร็วรอบ แต่ที่ขนาดภาระอื่น ๆ ในทุกความเร็วรอบ พบว่า เฟืองเฉียง C กลับมีกำลังสูญเสียมากกว่าเฟืองตรง A จากแนวโน้มในกรณีที่มีขนาดภาระเท่ากับ 140 นิวตัน-เมตร พบว่าแนวโน้มแตกต่างจากผลการทดลองของห้องปฏิบัติการ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ก่อนปรับปรุงและหลังปรับปรุง ที่มีการประเมินแนวโน้มเฟืองตรงจะมีกำลังสูญเสียน้อยกว่าเฟืองเฉียง แต่อย่างไรก็ตามแนวโน้มในกรณีอื่น ๆ ยังมีความสอดคล้องกับผลการทดลองของห้องปฏิบัติการ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ก่อนปรับปรุงและหลังปรับปรุงที่ใช้สมการประเมินสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของ ISOTC 60 Benedict and Kelley และ Drozdov and Gavrikov

จากการเปรียบเทียบของเฟือง 2 คู่ที่ได้กล่าวไปแล้วนั้นจะเห็นว่ามีการเปลี่ยนแปลงแค่เพียงตัวเดียว แต่สำหรับการเปรียบเทียบผลการทดลองของเฟืองตรง A และเฟืองเฉียง B จะมีพารามิเตอร์แตกต่างกัน 2 ตัว ได้แก่ มุมกด และมุมฮิลิกซ์ ซึ่งจากผลการทดลองได้พบว่าไม่สามารถสรุปแนวโน้มได้ชัดเจน โดยกำลังสูญเสียของเฟือง A มากกว่าเฟือง B ในกรณีที่มีขนาดภาระ 140 และ 239 นิวตัน-เมตร ในทุกความเร็วรอบ และขนาดภาระ 413 นิวตัน-เมตรที่ความเร็วรอบ 4000 และ 6000 รอบต่อนาที สำหรับกรณีที่เหลือพบว่าการสูญเสียของเฟือง B มากกว่าเฟือง A อีกทั้งยังพบว่าผลการประเมินด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้สมการประเมินแตกต่างกันมีแนวโน้มกำลังสูญเสียที่แตกต่างกัน

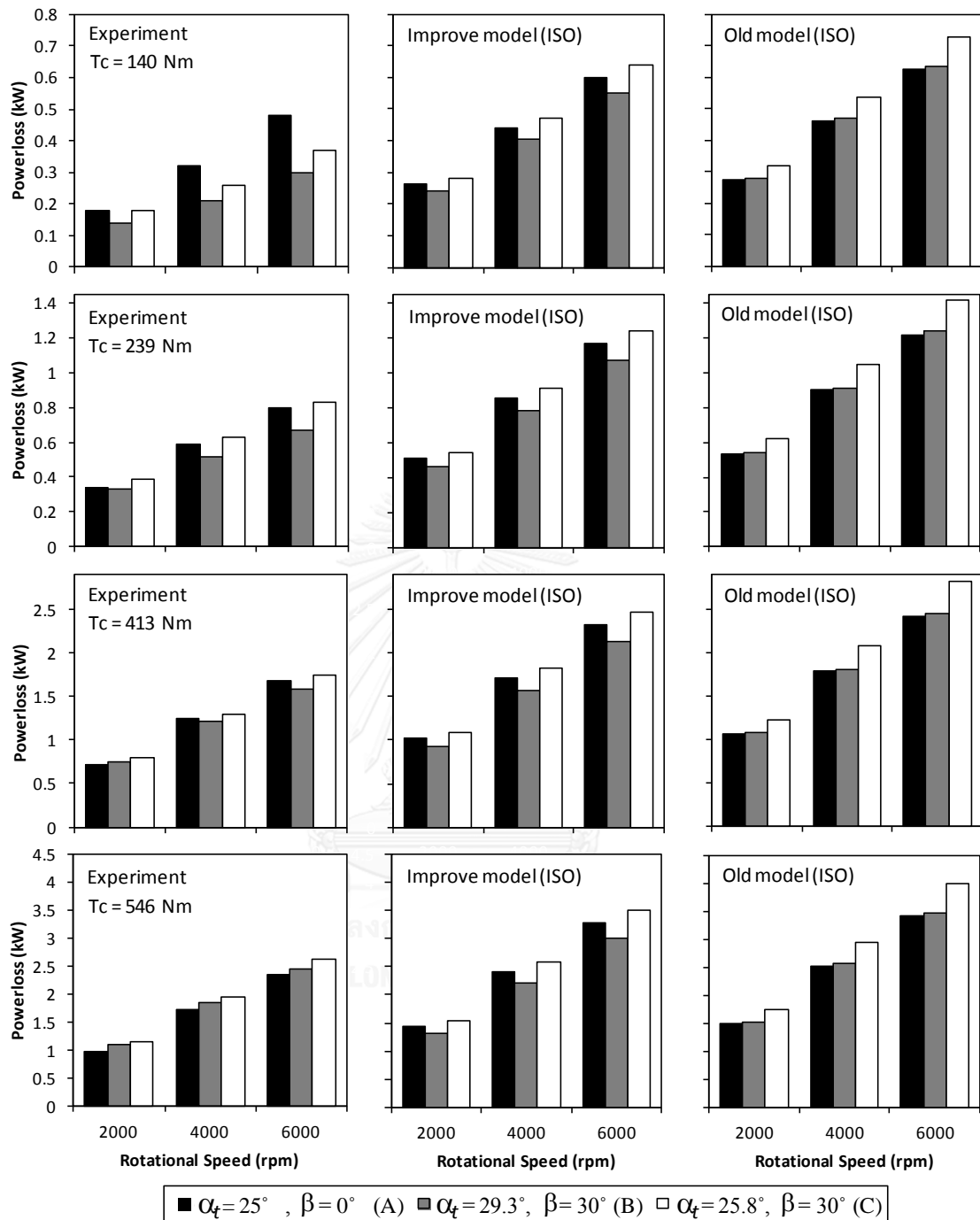
สำหรับผลการประเมินจากแบบจำลองก่อนปรับปรุงและหลังปรับปรุงโดยใช้สมการประเมินสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของ ISOTC 60 พบว่าแบบจำลองหลังปรับปรุงประเมินให้เฟือง A มีกำลัง

สูญเสียมากกว่าเฟือง B ในทุกกรณี แต่ในทางกลับกันแบบจำลองก่อนปรับปรุงได้ประเมินให้เฟือง A มีกำลังสูญเสียน้อยกว่าเฟือง B ซึ่งเมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองจะพบว่า แบบจำลองที่ปรับปรุงแล้วมีจำนวนกรณีที่ประเมินแนวโน้มได้ถูกต้องมากกว่าแบบจำลองเดิม

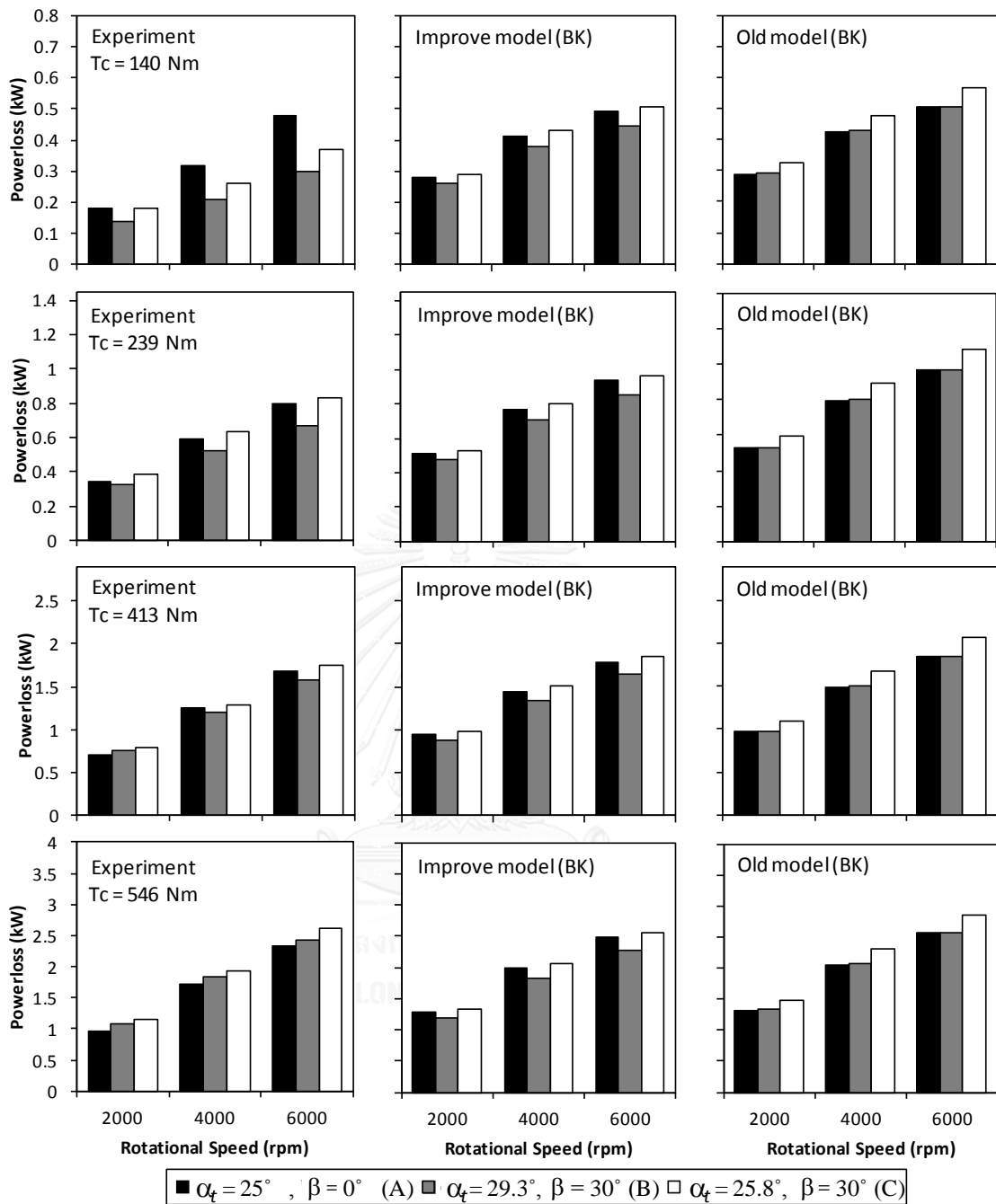
ในด้านของการใช้สมการประเมินสัมประสิทธิ์แรงเสียดทางของ Benedict and Kelley พบว่าแบบจำลองก่อนปรับปรุงได้ประเมินกำลังสูญเสียของเฟือง A และ B ใกล้เคียงกันมากในหลายกรณี และมีบางกรณีที่ประเมินให้เฟือง B มีกำลังสูญเสียมากกว่าเฟือง A ซึ่งจากการเปรียบเทียบผลการประเมินจากแบบจำลองเดิมและผลการทดลองพบว่า แบบจำลองเดิมประเมินแนวโน้มกำลังสูญเสียถูกต้องเพียงกรณีเดียว ได้แก่ กรณีที่มีขนาดการะ 546 นิวตัน-เมตร ที่ความเร็วรอบ 6000 รอบต่อ นาที สำหรับแบบจำลองหลังปรับปรุงพบว่าการประเมินแนวโน้มให้เฟือง A มากกว่าเฟือง B ในทุกกรณีทำให้แบบจำลองที่ปรับปรุงแล้วมีจำนวนกรณีที่ประเมินแนวโน้มได้ถูกต้องมากกว่าแบบจำลองเดิม

สำหรับผลการประเมินจากแบบจำลองก่อนปรับปรุงและหลังปรับปรุงโดยใช้สมการประเมินสัมประสิทธิ์แรงเสียดทางของ Drozdov and Gavrikov พบว่าแบบจำลองทั้งก่อนและหลังปรับปรุงประเมินให้เฟือง B มีกำลังสูญเสียมากกว่าเฟือง A ทั้งคู่ โดยพบว่ากำลังสูญเสียของเฟือง B และเฟือง A มีค่าใกล้เคียงกันมากขึ้นหลังจากการปรับปรุงแบบจำลอง จากแนวโน้มดังกล่าวทำให้การประเมินกำลังสูญเสียจากทั้งแบบจำลองเดิมและแบบจำลองใหม่มีจำนวนกรณีที่ประเมินแนวโน้มได้ถูกต้องไม่มากเท่าแบบจำลองที่ใช้สมการประเมินสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของ ISOTC 60 และ Benedict and Kelley

จากรูปที่ 5.12 ถึงรูปที่ 5.14 พบว่าการปรับปรุงแบบจำลองมีผลให้เกิดความแตกต่างทั้งในด้านแนวโน้มและขนาดของกำลังสูญเสีย สำหรับในด้านขนาดพบว่าแบบจำลองเดิมจะให้ขนาดมากกว่าแบบจำลองที่ปรับปรุงแล้ว โดยพบว่าแบบจำลองที่ใช้สมการประเมินสัมประสิทธิ์แรงเสียดทางของ Drozdov and Gavrikov (DG) จะให้ขนาดกำลังสูญเสียที่น้อยที่สุด อันดับต่อมา ได้แก่ แบบจำลองที่ใช้สมการประเมินสัมประสิทธิ์แรงเสียดทางของ Benedict and Kelley (BK) และพบว่าแบบจำลองที่ใช้สมการประเมินสัมประสิทธิ์แรงเสียดทางของ ISOTC 60 (ISO) จะให้ขนาดกำลังสูญเสียที่มากที่สุด ซึ่งจะแตกต่างจากหัวข้อ 5.2.2 ที่พบว่าแบบจำลองที่ใช้สมการประเมินสัมประสิทธิ์แรงเสียดทางของ Benedict and Kelley จะให้ขนาดกำลังสูญเสียที่มากที่สุด เหตุที่เป็นเช่นนั้นเพราะว่าค่าความหยาบผิวที่ใช้ในการประเมินกำลังสูญเสียในหัวข้อ 5.2.2 นั้นใช้ความหยาบผิว 0.825 ไมโครเมตรในการคำนวณ ในขณะที่ค่าความหยาบผิวเฟืองในการทดลองของ Vaidyanathan มีค่าอยู่ระหว่าง 0.28 ถึง 0.37 ไมโครเมตร ซึ่งความหยาบผิวจะมีผลต่อสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานมากหรือน้อยนั้นขึ้นอยู่กับ

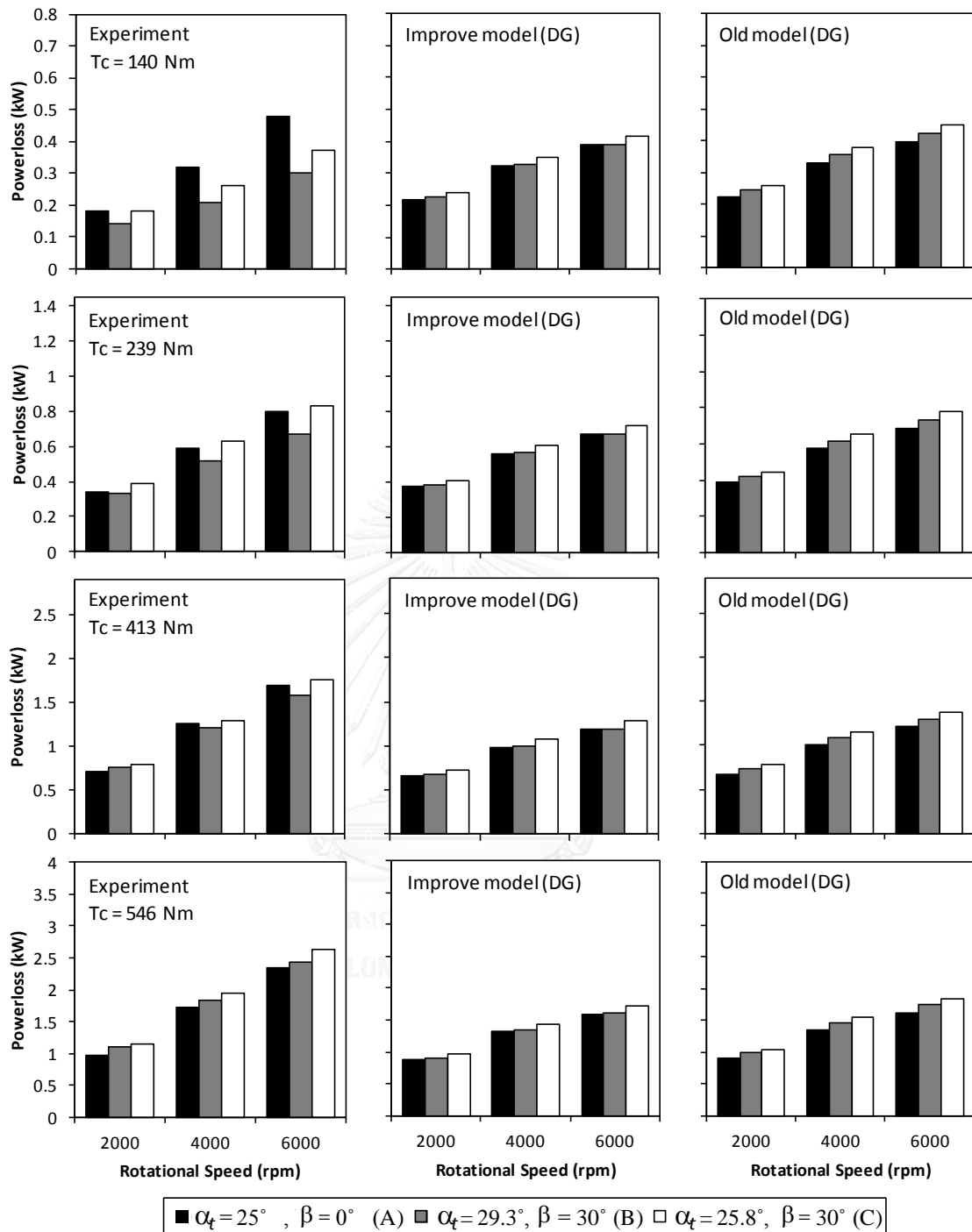


รูปที่ 5.12 ผลการเปรียบเทียบการประเมินกำลังสูญเสียด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ด้วยสมการ ISOTC 60 ก่อนปรับปรุง หลังปรับปรุง และผลการทดลอง ที่ขนาดภาระต่าง ๆ



รูปที่ 5.13 ผลการเปรียบเทียบการประเมินกำลังสูญเสียด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ด้วยสมการ Benedict and Kelley ก่อนปรับปรุง หลังปรับปรุง และผลการทดลอง ที่ขนาดภาระต่าง ๆ

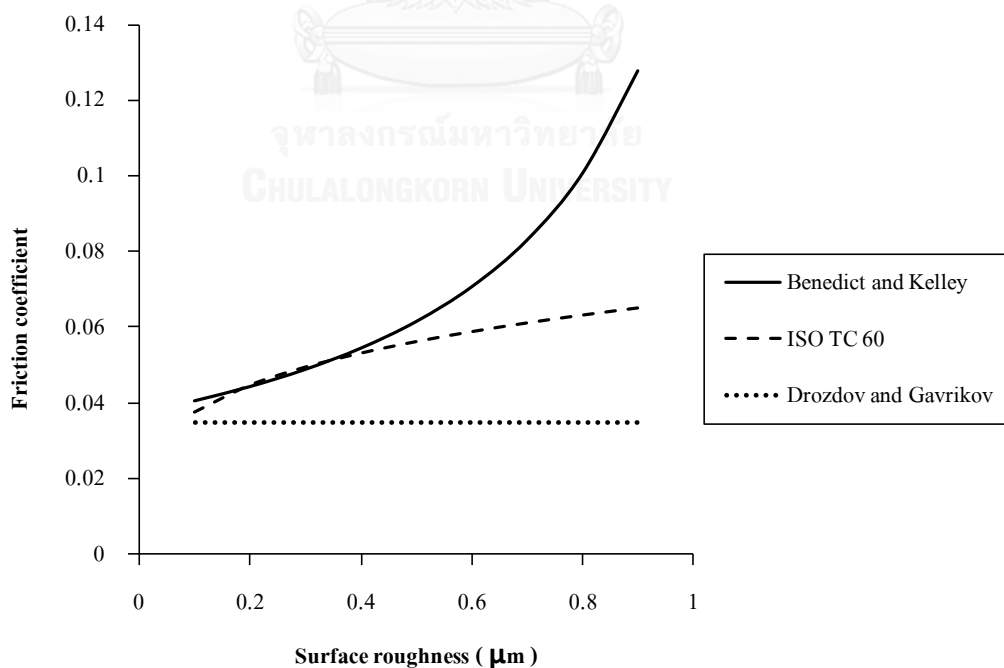




รูปที่ 5.14 ผลการเปรียบเทียบการประเมินกำลังสูญเสียด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ด้วยสมการ Drozdov and Gavrikov ก่อนปรับปรุง หลังปรับปรุง และผลการทดลอง ที่ขนาดภาระต่าง ๆ

สมการสำเร็จที่ใช้ในการคำนวณ โดยรูปที่ 5.15 ได้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความหยาบผิว และสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานในสมการสำเร็จของ ISO TC 60 Benedict and Kelley และ Drozdov and Gavrikov ซึ่งจากความชันของเส้นกราฟทั้งสามในรูปที่ 5.15 จะเห็นได้ว่า สมการสำเร็จของสมการประเมินสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของ Benedict and Kelley ไวต่อความหยาบผิว มากกว่าสมการประเมินสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของ ISO TC 60 แต่จะเห็นว่าช่วงความหยาบผิว 0.2 ถึง 0.4 ไมโครเมตร ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่คำนวณจากสมการของ Benedict and Kelley จะมีค่าน้อยกว่าของ ISO TC 60 และพบว่าความหยาบผิวไม่มีผลต่อสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่คำนวณจากสมการสำเร็จของ Drozdov and Gavrikov เลย

จากที่กล่าวมาจะเห็นว่าหลังปรับปรุงแบบจำลองแล้วแบบจำลองที่ใช้สมการประเมินสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของ ISO TC 60 และ Benedict and Kelley สามารถประเมินแนวโน้มได้ สอดคล้องผลการทดลองทั้งคู่ โดยเฉพาะในช่วงภาระแรงบิด 239 นิวตันเมตร แต่เนื่องจากผลการทดลองในช่วงดังกล่าวพบว่าขนาดผลต่างของกำลังสูญเสียของเฟือง C และ A จะใกล้เคียงกับแบบจำลองที่ใช้สมการประเมินสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของ Benedict and Kelley มากกว่าของ ISO TC 60 ดังนั้นในแง่ของการประเมินแนวโน้มกำลังสูญเสียแบบจำลองที่ใช้สมการประเมินสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของ Benedict and Kelley จึงดีที่สุด และเนื่องจากทุกแบบจำลองทุก



รูปที่ 5.15 ความสัมพันธ์ระหว่างความหยาบผิวและสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานในสมการสำเร็จต่าง ๆ

แบบจำลองประเมินผลกำลังสูญเสียได้มากกว่าผลการทดลอง โดยพบว่าแบบจำลองที่ใช้สมการประเมินสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของ ISOTC 60 ให้ขนาดมากที่สุด และของ Benedict and Kelley รองลงมา ส่วนของ Drozdov and Gavrikov น้อยที่สุด ดังนั้นในแง่การประเมินขนาดจึงพบว่าแบบจำลองที่ใช้สมการประเมินสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของ Drozdov and Gavrikov ใกล้เคียงกับผลการทดลองมากที่สุด

เนื่องจากเฟืองที่ใช้ในการทดลองของ Vaidyanathan [25] มีการทำ crowning modification ซึ่งมีผลต่อการพื้นผิวสัมผัสของเฟือง โดยทำให้เกิดการสัมผัสไม่เต็มหน้าฟัน ดังแสดงในรูปที่ 5.16 ซึ่งเป็นผลการทดลองจากเฟืองที่ทำ crowning modification และจากการทดลองของเจษฎา [11] พบว่าพื้นที่สัมผัสนั้นมีผลต่อกำลังสูญเสียโดยพบว่าพื้นที่สัมผัสน้อยจะให้กำลังสูญเสียน้อย ด้วยเหตุนี้จึงอาจทำให้ค่ากำลังสูญเสียที่คำนวณได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในวิทยานิพนธ์นี้มีค่ามากกว่ากำลังสูญเสียที่ได้จากการทดลอง เนื่องจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ยังไม่ได้คำนึงถึงผลจากพื้นที่สัมผัสที่ไม่เต็มหน้าฟัน



รูปที่ 5.16 ผลการทดสอบการสัมผัสของฟันเฟืองเฉียงที่ทำ  
lead crowning 5 micron และ profile crowning 3 micron

## 5.5 สรุป

จากการเปรียบเทียบภาพ contour พบว่าสำหรับเฟืองตรงการแบ่งภาระของ Jose I. Pedrero [12] และ T. Lazovic [13] มีแนวโน้มความสอดคล้องกับผลการทดลองมากกว่าการแบ่งภาระของ ซาคริต [4] ในส่วนของเฟืองเฉียงพบว่ารูปแบบการกระจายภาระของ Niemann and Richer [18] นั้นมีแนวโน้มที่สอดคล้องการทดลองดีกว่าของภูวดล [5]

ในการประเมินกำลังสูญเสียด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์พบว่าแบบจำลองที่ปรับปรุงแล้วให้ขนาดกำลังสูญเสียน้อยกว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เดิมแต่ทั้งคู่ยังประเมินกำลังสูญเสียได้มากกว่าผลการทดลอง สำหรับผลการเปรียบเทียบกับผลการทดลองในห้องปฏิบัติการพบว่าแบบจำลองที่ปรับปรุงแล้วสามารถประเมินแนวโน้มของพารามิเตอร์มอด มุมฮิลิกซ์ และความกว้างหน้าฟันได้ตามผลการทดลอง โดยพบว่า แบบจำลองที่ใช้สมการประเมินสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของ ISOTC 60 ให้ค่ากำลังสูญเสียใกล้เคียงผลการทดลองที่สุด และในส่วนของผลการเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Vaidyanathan [25] พบว่าแบบจำลองที่ปรับปรุงแล้วสามารถประเมินแนวโน้มของชุดทดลอง A B และ C ได้ดีกว่าแบบจำลองทาง คณิตศาสตร์ก่อนปรับปรุง โดยพบว่า แบบจำลองที่ใช้สมการประเมินสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของ Benedict and Kelley ให้ค่ากำลังสูญเสียใกล้เคียงผลการทดลองมากที่สุด



## บทที่ 6

### การใช้แบบจำลองวิเคราะห์อิทธิพลของพารามิเตอร์ของเฟือง

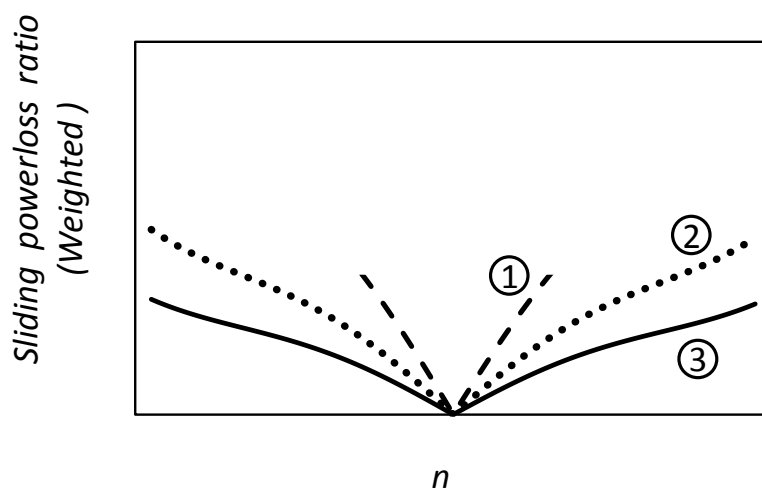
#### ที่มีต่อกำลังสูญเสียจากการไถล

จากผลการทดลองวัดกำลังสูญเสียในบทที่แล้วจะเห็นว่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ เช่น มุมกด มุมฮิลิกซ์ และความกว้างหน้าฟัน มีอิทธิพลต่อกำลังสูญเสียในทิศทางต่าง ๆ และยังพบว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สามารถประเมินแนวโน้มอิทธิพลของพารามิเตอร์ที่มีผลต่อกำลังสูญเสียได้อย่างถูกต้อง สำหรับบทนี้จะเป็นการนำแบบจำลองที่สร้างขึ้นมาใช้ในการอธิบายสาเหตุว่าพารามิเตอร์รูปร่างเฟืองส่งผลต่อกำลังสูญเสียอย่างไร

เนื่องจากพารามิเตอร์ที่สนใจศึกษา ได้แก่ มุมกด มุมฮิลิกซ์ และความกว้างหน้าฟันซึ่งเป็นพารามิเตอร์ด้านรูปร่างของเฟือง ดังนั้นพารามิเตอร์ด้านสภาวะการทำงาน เช่น ขนาดภาระ ความหนืดน้ำมัน ความเร็วรอบการหมุน จึงถูกกำหนดให้เท่ากันในทุกการคำนวณ โดยได้กำหนดให้เฟืองในแบบจำลองรับภาระขนาด 50 100 150 200 และ 250 นิวตัน-เมตร หมุนที่ความเร็วรอบ 2000 รอบต่อนาที มีอัตราทดเฟือง 1: 1 และใช้สมการ ISOTC60 [8] ในการคำนวณหาสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน

#### 6.1 แนวโน้มกำลังสูญเสียจากการไถล

จากแบบจำลองกำลังสูญเสียจากการไถลพบว่า แนวโน้มกำลังสูญเสียจากการไถลมีความเชื่อมโยงกับรูปร่างของกราฟอัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันที่ถ่วงน้ำหนักด้วยการแบ่งภาระ (weighted sliding loss ratio) และอัตราส่วนการขบ (contact ratio) โดยรูปที่ 6.1 ได้แสดงกราฟอัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันที่ถ่วงน้ำหนักด้วยการแบ่งภาระที่มีจุดเริ่มต้น (A) จุดสิ้นสุดการขบ (B) และความชันที่แตกต่างกัน ซึ่งจากแบบจำลองพบว่ากราฟที่มีความยาวของระยะการขบ (AB) มากและความชันมากจะมีแนวโน้มที่จะให้ผลการประเมินกำลังสูญเสียมาก ดังนั้นกราฟหมายเลข 2 จึงมีแนวโน้มที่จะให้ผลการประเมินกำลังสูญเสียมากกว่ากราฟหมายเลข 3 เนื่องจากมีความชันมากกว่า แต่อย่างไรก็ตามพบว่า ในกรณีที่กราฟมีรูปร่างแตกต่างกันทั้งความยาวของระยะการขบและความชัน เช่น กราฟหมายเลข 1 และ 3 อาจไม่สามารถบอกได้ว่ากราฟใดจะให้ผลกำลังสูญเสียมากกว่ากัน แต่โดยทั่วไปหากกราฟมีความชันไม่แตกต่างกันมาก เช่น กราฟหมายเลข 2 และ 1 พบว่ากราฟที่มีความยาวจะให้ผลกำลังสูญเสียมากกว่า เนื่องจากยังมีระยะการขบยาวจะยังมีความเร็วการไถลมาก โดยจะ



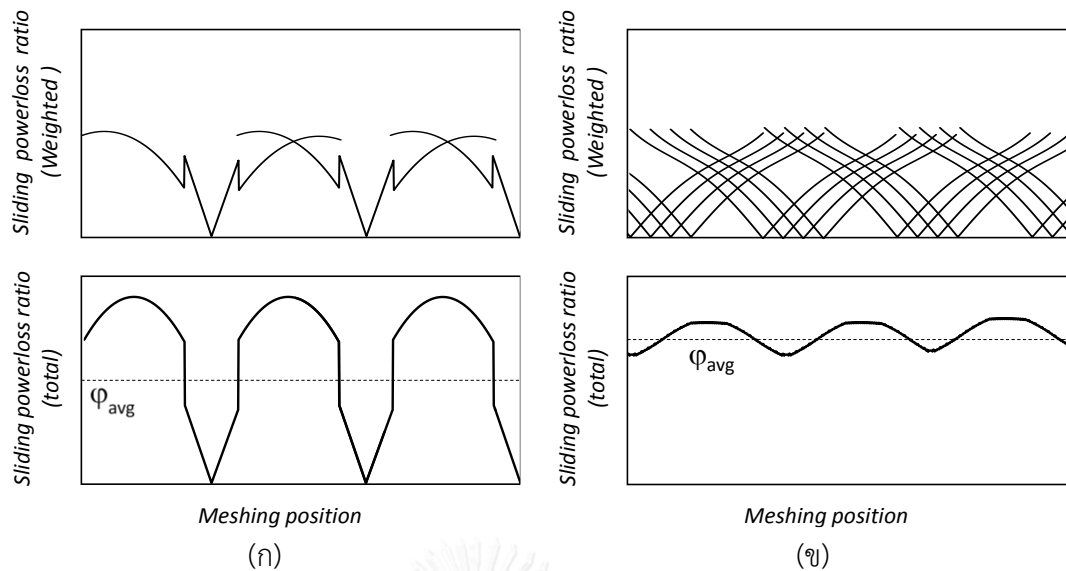
รูปที่ 6.1 อัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่พื้นที่ถ่วงน้ำหนักด้วยการแบ่งภาระ

เห็นได้ว่าค่าอัตราส่วนกำลังสูญเสียจะยิ่งมากขึ้นเมื่อห่างจากจุดพิทช์ ซึ่งความเร็วการไถลเท่ากับ 0 ดังนั้นไม่ว่าจะมีแรงเสียดทานเท่าไร จะไม่มีกำลังสูญเสียจากการไถลในตำแหน่งพิทช์ เนื่องจากไม่มีการทำงาน

ในส่วนของอัตราส่วนการขบ สำหรับกรณีอัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่พื้นที่ถ่วงน้ำหนักด้วยการแบ่งภาระไม่แตกต่างกันมากพบว่า ยิ่งอัตราส่วนการขบมากจะยิ่งทำให้มีกำลังสูญเสียมาก โดยสามารถอธิบายได้โดยรูปที่ 6.2 ซึ่งแสดงขั้นตอนการคำนวณอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวม ด้วยการนำกราฟอัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่พื้นที่ถ่วงน้ำหนักด้วยการแบ่งภาระมาซ้อนกัน จาก รูปที่ 6.2 (ก) จะเห็นว่าเฟืองตรงซึ่งมีอัตราส่วนการขบน้อยอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมจะมีความแตกต่างของค่ามากที่สุดและน้อยสุดค่อนข้างมาก เมื่อเทียบกับอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมของเฟืองเฉียงซึ่งมีอัตราส่วนการขบมากกว่า ดังแสดงในรูปที่ 6.2 (ข) ค่าเฉลี่ยของอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมของเฟืองที่มีอัตราส่วนการขบน้อยจึงมีค่าน้อยกว่าเฟืองที่มีอัตราส่วนการขบมาก

## 6.2 อิทธิพลของมุมกด

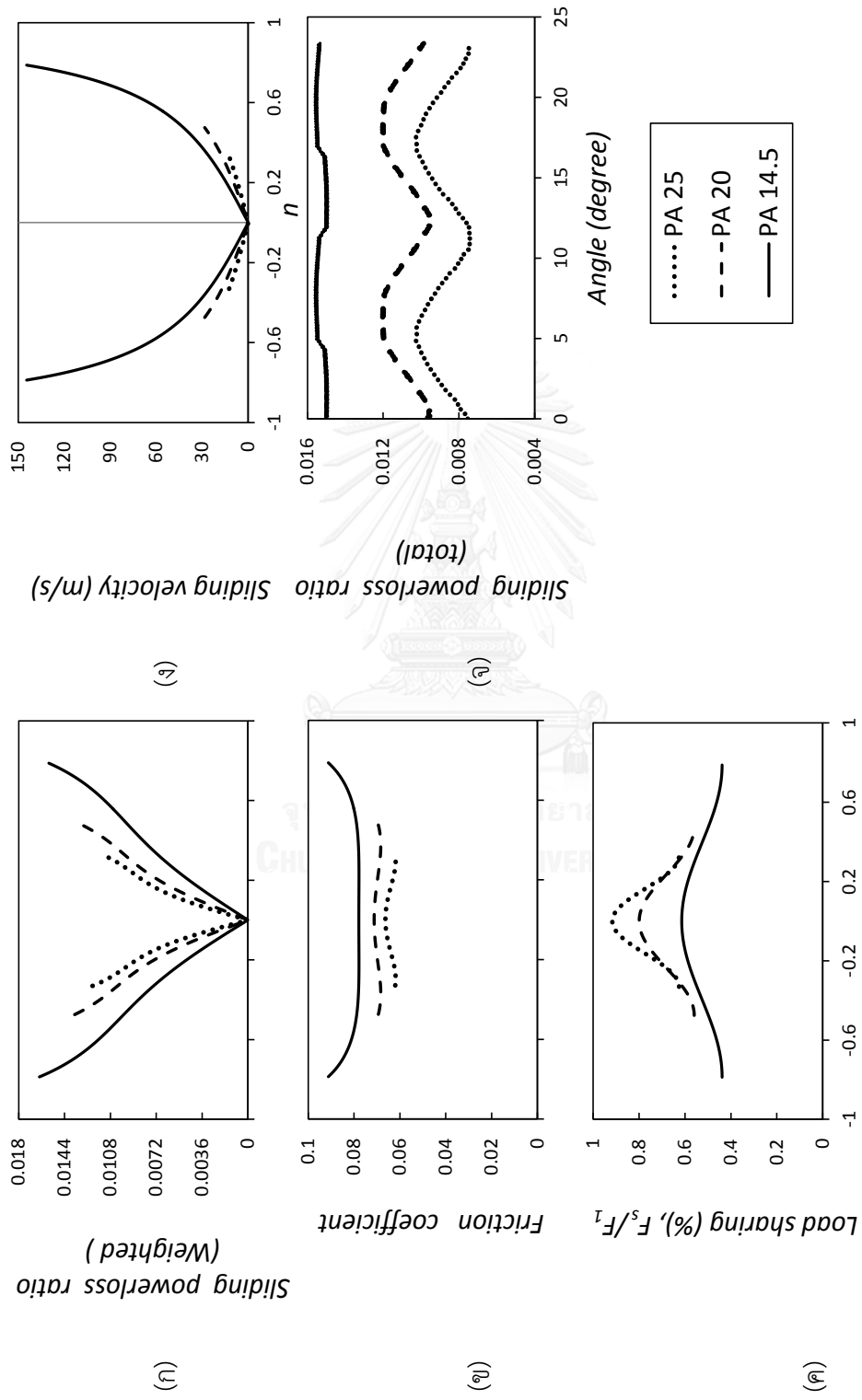
ในการวิเคราะห์อิทธิพลจากมุมกดจะใช้เฟือง H4 H1 และ H3 ซึ่งมีพารามิเตอร์ดังแสดงในตารางที่ 5.2 เฟืองทั้งสามชุดมีมุมกด 14.5, 20 และ 25 องศาตามลำดับ ผลการคำนวณอิทธิพลของมุมกดต่อพารามิเตอร์ต่าง ๆ แสดงดังรูปที่ 6.3 โดยแกนนอนของรูปที่ 6.3 (ก) ถึง รูปที่ 6.3 (ง) จะแสดงตำแหน่งการขบ ( $n$ ) ส่วนแกนนอนของรูปที่ 6.3 (จ) แสดงมุมที่หมุนไปของเฟือง โดยแต่ละรูปจะประกอบด้วยเส้นทึบ เส้นประ และจุดไขว่ปลา ซึ่งแสดงผลการคำนวณของเฟืองที่มีมุมกด 14.5, 20 และ 25 องศาตามลำดับ



รูปที่ 6.2 ผลของอัตราส่วนการขบต่อกำลังสูญเสีย

รูปที่ 6.4 แสดงจุดเริ่มต้น (A) และสิ้นสุดการขบ (B) ของเฟืองที่มีมุมกด 10 20 และ 30 องศา โดยจะเห็นว่าเฟืองที่มีมุมกดน้อยจะมีระยะการขบ (AB) ยาวกว่าเฟืองที่มีมุมกดมาก ดังนั้นมุมกดจึงมีอิทธิพลต่อความยาวของระยะการขบของที่อัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันที่ถ่วงน้ำหนักด้วยการแบ่งภาระ ดังแสดงในรูปที่ 6.3 (ก) ซึ่งมุมกด 14.5 องศาจะมีความยาวของระยะการขบมากกว่ามุมกด 20 และ 25 องศาตามลำดับ นอกจากนี้รูปที่ 6.3 (ก) ยังแสดงให้เห็นว่ามุมกดอิทธิพลต่อความชันของกราฟด้วย โดยความชันจะมีค่ามากเมื่อมุมกดมาก แต่อย่างไรก็ตามในกรณีนี้เนื่องจากความชันของกราฟทั้ง 3 แตกต่างกันน้อย ดังนั้นความยาวของระยะการขบจะส่งผลต่อกำลังสูญเสียมากกว่าความชัน โดยความยาวระยะการขบมากจะให้ผลกำลังสูญเสียมากกว่าถึงแม้ว่าจะมีความชันที่น้อยกว่าก็ตาม

ในส่วนของผลของมุมกดต่อสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน แสดงได้ดังรูปที่ 6.3 (ข) จากรูปจะเห็นว่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่มุมกดน้อยจะมีค่ามาก โดยสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่มุมกด 14.5 องศาจะมีสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานมากกว่ามุมกด 20 และ 25 องศาตามลำดับ ทั้งนี้ถึงแม้ว่าการแบ่งภาระที่มุมกด 25 องศาจะมีค่ามากกว่าการแบ่งภาระที่มุมกดอื่น ๆ ดังรูปที่ 6.3 (ค) แต่เนื่องจากความเร็วการไถลมีผลต่อการคำนวณสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานด้วยสมการ ISOTC60 [8] อย่างมาก โดยจากรูปที่ 6.3 (ง) ซึ่งแสดงให้เห็นความเร็วการไถลจะเห็นว่า จุดพิตช์มีความเร็วการไถลเป็น 0 และจะมีความเร็วการไถลมากขึ้นเมื่อห่างจากจุดพิตช์ และยิ่งมุมกดน้อยความเร็วการไถลจะยิ่งมาก จากสาเหตุดังกล่าวจึงส่งผลให้มุมกดน้อยมีสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานมาก

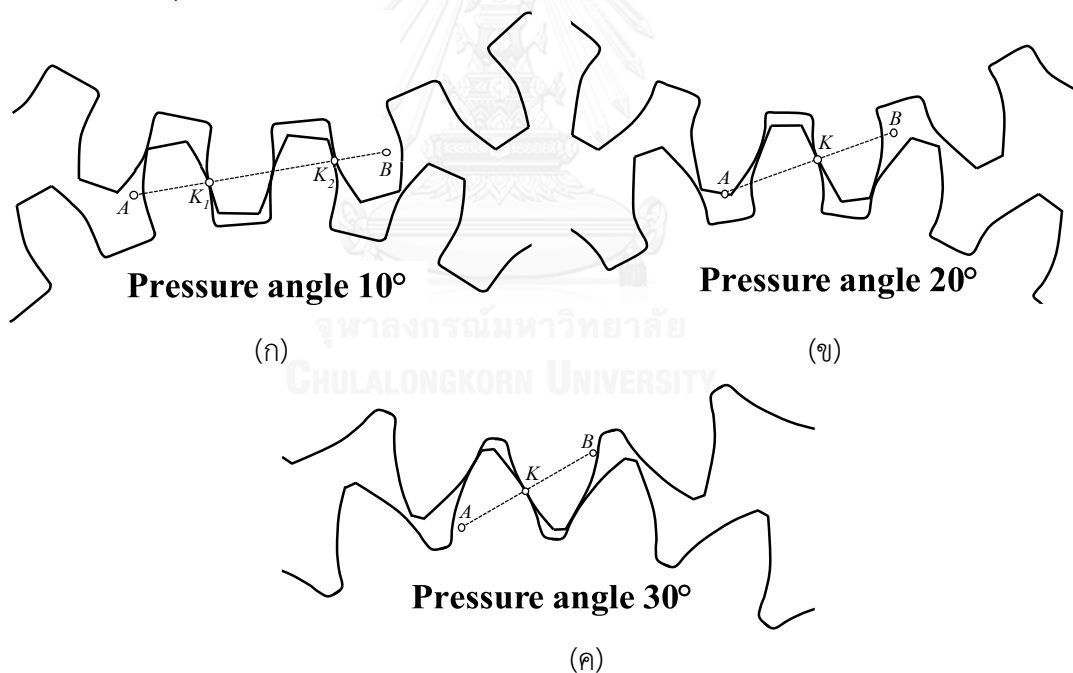


รูปที่ 6.3 อิทธิพลของมุมเกดที่ส่งผลต่อตัวแปรต่าง ๆ



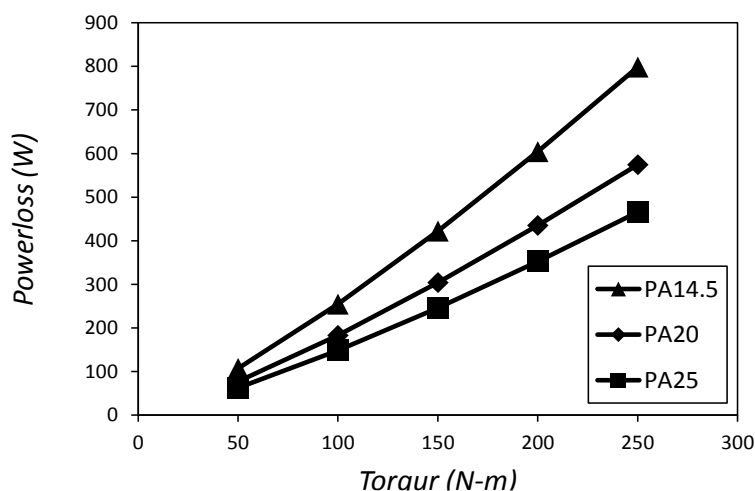
สำหรับผลของมุมกดต่ออัตราส่วนกำลังสูญเสียรวม แสดงได้ดังรูปที่ 6.3 (จ) จากรูปจะเห็นว่าเฟืองที่มีมุมกดน้อยจะมีขนาดอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมมาก เนื่องจากอัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันที่ถ่วงน้ำหนักด้วยการแบ่งภาระของเฟืองที่มีมุมกดน้อยมีความยาวระยะการขบมากกว่าเฟืองที่มีมุมกดมาก นอกจากนี้ยังพบว่าอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมในเฟืองที่มีมุมกดน้อยจะมีค่าค่อนข้างคงที่ เนื่องจากเฟืองที่มีมุมกดน้อยจะมีอัตราส่วนการขบมาก โดยมุมกด 14.5 องศาจะมีอัตราส่วนการขบเท่ากับ 3.3512 มุมกด 20 องศาจะมีอัตราส่วนการขบเท่ากับ 3.0581 และมุมกด 25 องศาจะมีอัตราส่วนการขบเท่ากับ 2.8782 ดังนั้นเมื่อค่าเฉลี่ยอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมของเฟืองที่มีมุมกดน้อยจึงมีค่ามากกว่าเฟืองที่มีมุมกดมาก

จากที่ได้กล่าวมาจะเห็นว่าเมื่อมุมกดน้อย จะส่งผลให้มีความเร็วการไหลมาก ทำให้มีสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานมาก อีกทั้งยังมีความยาวระยะการขบและอัตราส่วนการขบมาก ส่งผลให้อัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมมีค่ามากและค่อนข้างคงที่มากกว่าอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมที่มุมกดมาก ทำให้เฟืองที่มีมุมกดน้อยมีกำลังสูญเสียมากกว่าเฟืองที่มีมุมกดมาก โดยรูปที่ 6.5 ได้แสดงกำลังสูญเสียของเฟืองทั้ง 3 มุมกดที่ภาระแรงบิดต่าง ๆ



หมายเหตุ A หมายถึง จุดเริ่มต้นการขบ B หมายถึง จุดสิ้นสุดการขบ K หมายถึง จุดสัมผัส

รูปที่ 6.4 จุดเริ่มต้นและสิ้นสุดการขบของเฟืองที่มีมุมกด (ก) 10 (ข) 20 และ (ค) 30 องศา



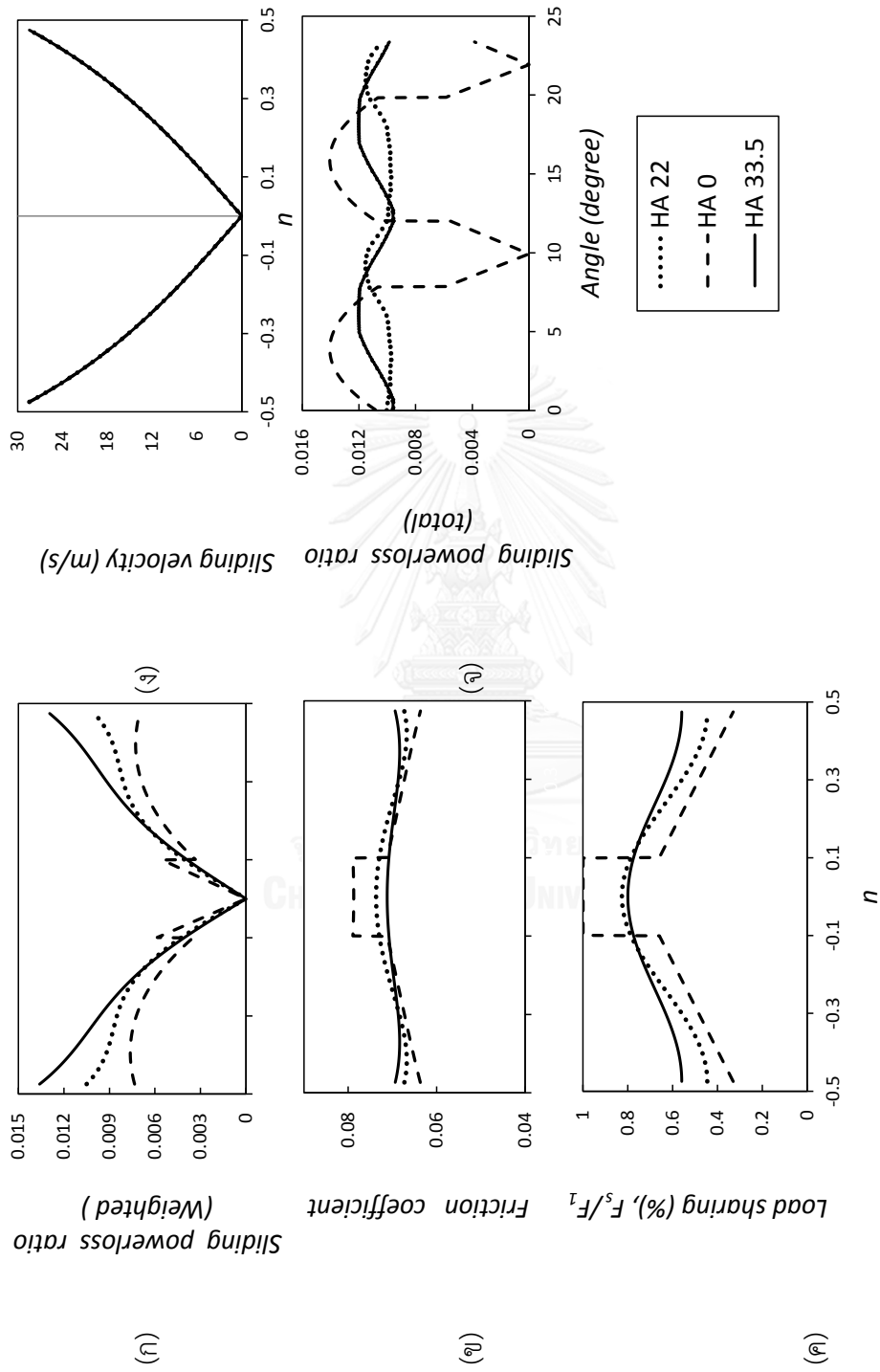
รูปที่ 6.5 อิทธิพลของมุมกอดที่มีต่อแนวโน้มกำลังสูญเสีย

### 6.3 อิทธิพลของมุมฮิลิกซ์

ในการวิเคราะห์อิทธิพลจากมุมฮิลิกซ์จะใช้เฟือง H1 H2 และ S1 ซึ่งมีพารามิเตอร์ดังแสดงในตารางที่ 5.2 เฟืองทั้งสามชุดมีมุมฮิลิกซ์ 33.5 22 และ 0 องศาตามลำดับ ผลการคำนวณอิทธิพลของมุมฮิลิกซ์ต่อพารามิเตอร์ต่าง ๆ แสดงดังรูปที่ 6.6 โดยแกนนอนของรูปที่ 6.6 (ก) ถึง รูปที่ 6.6 (ง) จะแสดงตำแหน่งการขบ (n) ส่วนแกนนอนของรูปที่ 6.6 (จ) แสดงมุมที่หมุนไปของเฟือง โดยแต่ละรูปจะประกอบด้วยเส้นทึบ เส้นประ และจุดไข่วปลา ซึ่งแสดงผลการคำนวณของเฟืองที่มีมุมฮิลิกซ์ 33.5 22 และ 0 องศาตามลำดับ

สำหรับอิทธิพลของมุมฮิลิกซ์ต่ออัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันที่ถ่วงน้ำหนักด้วยการแบ่งภาระ ได้แสดงในรูปที่ 6.6 (ก) ซึ่งกรณีของมุมฮิลิกซ์ได้กำหนดให้เฟืองทั้ง 3 มีมุมกอดเท่ากัน ดังนั้นอัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันที่ถ่วงน้ำหนักด้วยการแบ่งภาระจึงมีความยาวของระยะการขบเท่ากัน เนื่องจากความยาวของระยะการขบขึ้นกับมุมกอดเท่านั้น ดังนั้นมุมฮิลิกซ์จึงมีผลต่อความชันของกราฟเท่านั้น โดยพบว่ากราฟจะชันมากเมื่อที่มุมฮิลิกซ์มาก

ในส่วนของผลของมุมฮิลิกซ์ต่อสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน แสดงได้ดังรูปที่ 6.6 (ข) จากรูปจะเห็นว่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่มุมฮิลิกซ์ต่าง ๆ มีค่าใกล้เคียงกัน โดยเฟืองมุมฮิลิกซ์มากจะมีสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่บริเวณกลางฟันน้อยและมีสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานบริเวณโคนและปลายฟันมาก ในขณะที่มุมฮิลิกซ์น้อยจะมีค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่บริเวณกลางฟันมากและมีสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานบริเวณโคนและปลายฟันน้อย หากพิจารณารูปที่ 6.6 (ค) ซึ่งแสดงร้อยละของการแบ่งภาระใน 1 คู่ฟันเฟืองย่อย จะพบว่ารูปร่างของการแบ่งภาระมีความสอดคล้องกับ



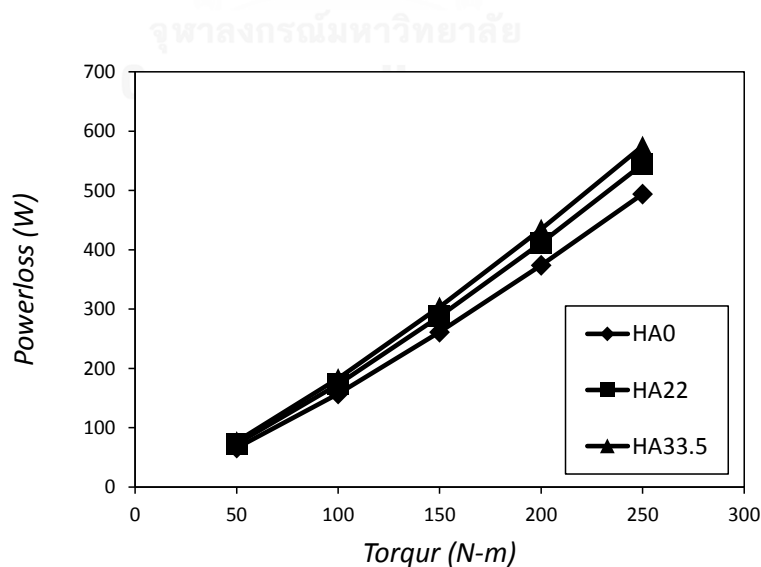
รูปที่ 6.6 อิทธิพลของมูเมอริลิกซ์ที่ส่งผลต่อตัวแปรต่าง ๆ

สัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน ทั้งนี้เนื่องจากเฟืองทั้ง 3 มีความเร็วการไหลเท่ากันดังแสดงในรูปที่ 6.6 (ง) ดังนั้นในกรณีนี้การแบ่งภาระจึงเป็นตัวแปรตัวเดียวที่มีอิทธิพลต่อสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน

จากผลของมุมฮิลิกซ์ต่อการแบ่งภาระและสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน จะเห็นว่าสาเหตุที่ทำให้กราฟอัตราส่วนกำลังสูญเสียที่ถ่วงน้ำหนักมีความชันมากเมื่อมุมฮิลิกซ์มากมาจากการแบ่งภาระ ซึ่งมากในบริเวณโคนฟันและปลายฟันส่งผลให้มีแรงเสียดทานมาก โดยในบริเวณดังกล่าวมีความเร็วไหลมาก ดังนั้นจึงทำให้ขนาดอัตราส่วนกำลังสูญเสียบริเวณโคนและปลายฟันมากกว่ากรณีที่มีมุมฮิลิกซ์น้อย

สำหรับผลของมุมฮิลิกซ์ต่ออัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมพบว่า อัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมของเฟืองตรงมีความแตกต่างของค่าสูงสุดและต่ำสุดมากที่สุดเนื่องจากมีอัตราส่วนการขบรวมเท่ากับ 1.6535 ซึ่งน้อยกว่าเฟืองเฉียงมุมฮิลิกซ์ 22 และ 33.5 องศา ซึ่งมีอัตราส่วนการขบ 2.5109 และ 3.0581 ตามลำดับ แต่อย่างไรก็ตามพบว่าอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมของเฟืองเฉียงมุมฮิลิกซ์ 22 องศาซึ่งมากกว่ามุม 33.5 ทั้งนี้เนื่องจากอัตราส่วนการขบที่ทับซ้อนกัน (overlap contact ratio) เท่ากับ 0.8574 ซึ่งใกล้เคียงจำนวนเต็มมากกว่ามุม 33.5 องศาที่มีอัตราส่วนการขบที่ทับซ้อนกันเท่ากับ 1.4046

จากที่ได้กล่าวมาจะเห็นว่าเมื่อมุมฮิลิกซ์มากจะทำให้มีสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานมาก ส่งผลให้อัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมที่มุมฮิลิกซ์มากมีค่ามากกว่าที่มุมฮิลิกซ์น้อย ทำให้เฟืองที่มีมุมฮิลิกซ์มากมีกำลังสูญเสียมากกว่าเฟืองที่มีมุมฮิลิกซ์น้อย โดยรูปที่ 6.7 ได้แสดงกำลังสูญเสียของเฟืองทั้ง 3 มุมฮิลิกซ์ที่ภาระแรงบิดต่าง ๆ



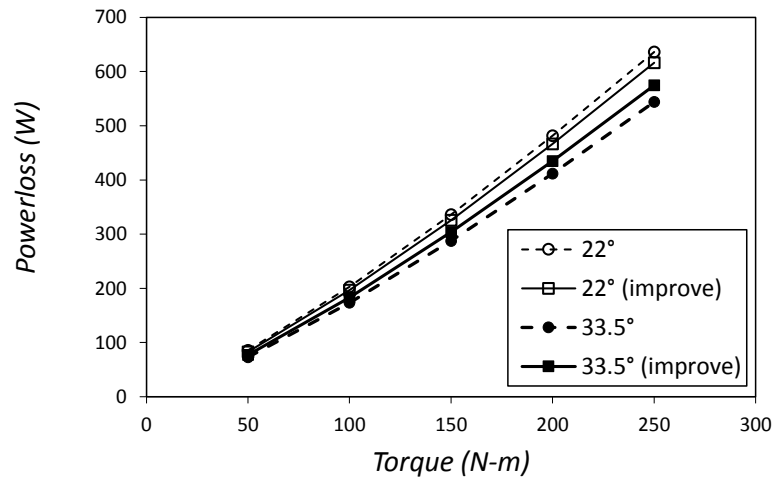
รูปที่ 6.7 อิทธิพลของมุมฮิลิกซ์ที่มีต่อแนวโน้มกำลังสูญเสีย

เนื่องจากการปรับปรุงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ส่งผลต่อการประเมินอิทธิพลของมุมฮิลิกซ์อย่างชัดเจน โดยได้ประเมินให้มุมฮิลิกซ์ 33.5 องศา มีกำลังสูญเสียมากกว่ามุมฮิลิกซ์ 22 องศา ซึ่งสอดคล้องกับผลการทดลอง ในขณะที่แบบจำลองเดิมประเมินให้มุมฮิลิกซ์ 22 องศา มีกำลังสูญเสียมากกว่า ดังแสดงในรูปที่ 6.8 ดังนั้น เพื่ออธิบายสาเหตุที่ทำให้แบบจำลองทั้ง 2 มีผลการประเมินที่แตกต่างกัน จึงได้นำการกระจายภาระบนเส้นสัมผัส อัตราส่วนกำลังสูญเสียที่ถ่วงน้ำหนักจากการแบ่งภาระ อัตราส่วนกำลังสูญเสียรวม และกำลังสูญเสียที่ขนาดภาระแรงบิดต่าง ๆ มาเปรียบเทียบกับกัน ดังแสดงในรูปที่ 6.9 โดยแต่ละรูปจะประกอบด้วยเส้นทึบ และเส้นประ ซึ่งแสดงผลการคำนวณของเฟืองที่มีมุมฮิลิกซ์ 33.5 และ 22 องศาตามลำดับ ส่วนความหนาของเส้นแสดงถึงแบบจำลองที่ปรับปรุงแล้ว (หนา) และแบบจำลองเดิม (บาง)

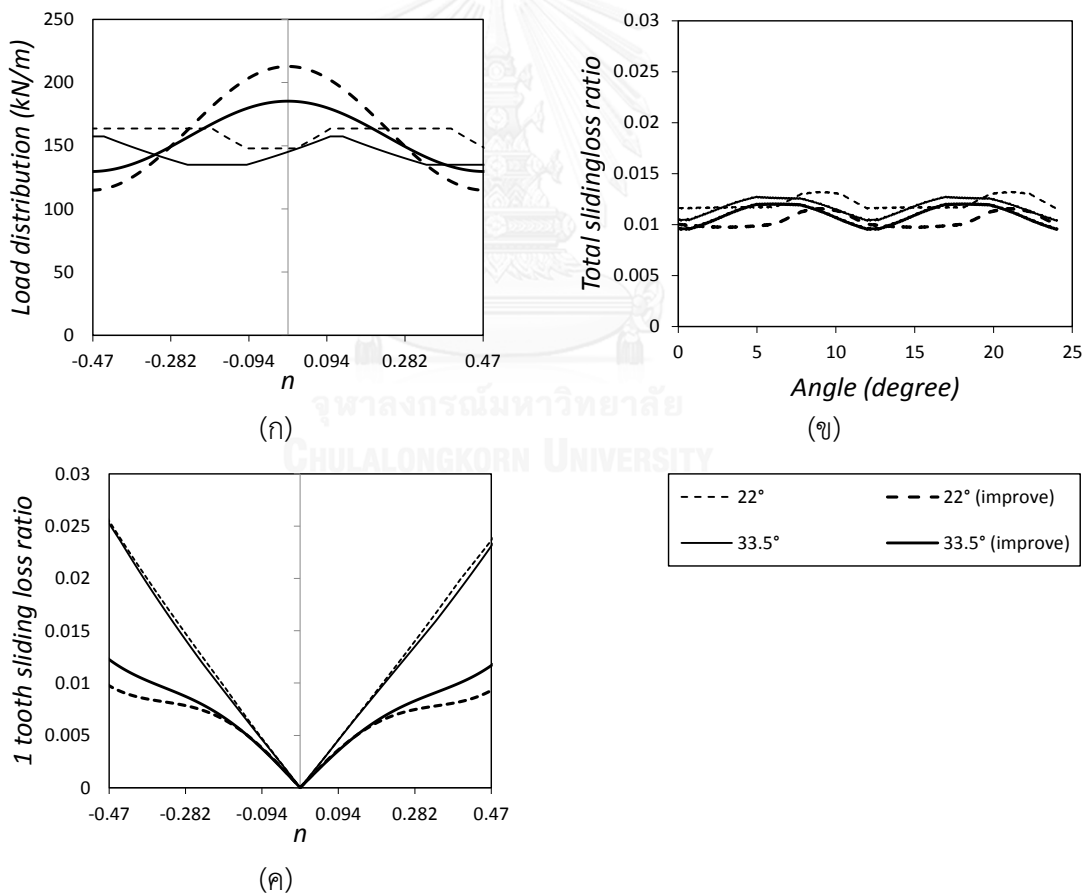
จากรูปที่ 6.9 (ก) จะเห็นความแตกต่างของการกระจายภาระของแบบจำลองทั้งสอง จากแบบจำลองเดิมจะพบว่าขนาดการกระจายภาระของมุมฮิลิกซ์ 22 องศา มีขนาดใหญ่กว่า 33.5 องศา ทั้งนี้มีการตั้งสมมติฐานให้มีการกระจายภาระสม่ำเสมอ และเฟืองที่มีมุมฮิลิกซ์ 33.5 องศา มีความยาวเส้นสัมผัสยาวกว่าเฟืองที่มีมุมฮิลิกซ์ 22 องศา ดังนั้นเฟืองที่มีเส้นสัมผัสยาวกว่าจึงมีขนาดการกระจายภาระเล็กกว่า ในทางตรงกันข้ามเมื่อพิจารณาการกระจายภาระของแบบจำลองที่ปรับปรุงแล้วจะพบว่า การกระจายภาระของมุมฮิลิกซ์ 22 องศา จะมีขนาดใหญ่กว่ามุมฮิลิกซ์ 33.5 องศา ในช่วงกลางฟัน และมีขนาดเล็กกว่ามุมฮิลิกซ์ 33.5 องศา ในช่วงโคนและปลายฟัน

ผลการกระจายภาระทำให้ความชันของกราฟอัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันที่ถ่วงน้ำหนักเกิดความแตกต่างกันดังแสดงในรูปที่ 6.9 (ข) จากรูปจะเห็นว่าอัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันของเฟืองที่มีมุมฮิลิกซ์ 22 องศา ในแบบจำลองเดิม มีความชันมากกว่าเฟืองที่มีมุมฮิลิกซ์ 33.5 องศา เล็กน้อย ทั้งนี้เนื่องจากมุมฮิลิกซ์ 22 องศา มีขนาดการกระจายที่ใหญ่กว่า ในส่วนของแบบจำลองที่ปรับปรุงแล้วพบว่า อัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันของเฟืองที่มีมุมฮิลิกซ์ 33.5 องศา ในบริเวณโคนและปลายฟันมีความชันมากกว่าเฟืองที่มีมุมฮิลิกซ์ 22 องศา และมีความชันใกล้เคียงกันในบริเวณกลางฟัน

รูปที่ 6.9 (ค) แสดงกำลังสูญเสียรวม จากรูปจะเห็นว่าขนาดของกำลังสูญเสียรวมของเฟืองทั้งสองลดลงหลังจากปรับปรุงแบบจำลอง โดยพบว่าขนาดกำลังสูญเสียรวมที่มีมุมฮิลิกซ์ 33.5 องศา มีอัตราการลดลงน้อยกว่ากำลังสูญเสียรวมที่มีมุมฮิลิกซ์ 22 องศา ทำให้แนวโน้มกำลังสูญเสียเกิดการเปลี่ยนแปลงจากเดิมคือ มุมฮิลิกซ์ 22 องศา มีกำลังสูญเสียมากกว่ามุมฮิลิกซ์ 33.5 องศา ไปเป็น มุมฮิลิกซ์ 33.5 องศา มีกำลังสูญเสียมากกว่ามุมฮิลิกซ์ 22 องศา ดังแสดงในรูปที่ 6.8



รูปที่ 6.8 อิทธิพลของมุมฮิลิกซ์ที่มีต่อแนวโน้มกำลังสูญเสียของแบบจำลองที่ปรับปรุงและแบบจำลองเดิม



รูปที่ 6.9 เปรียบเทียบตัวแปรที่ได้จากผลการคำนวณของแบบจำลองที่ปรับปรุงและแบบจำลองเดิม

#### 6.4 อิทธิพลของความกว้างหน้าฟัน

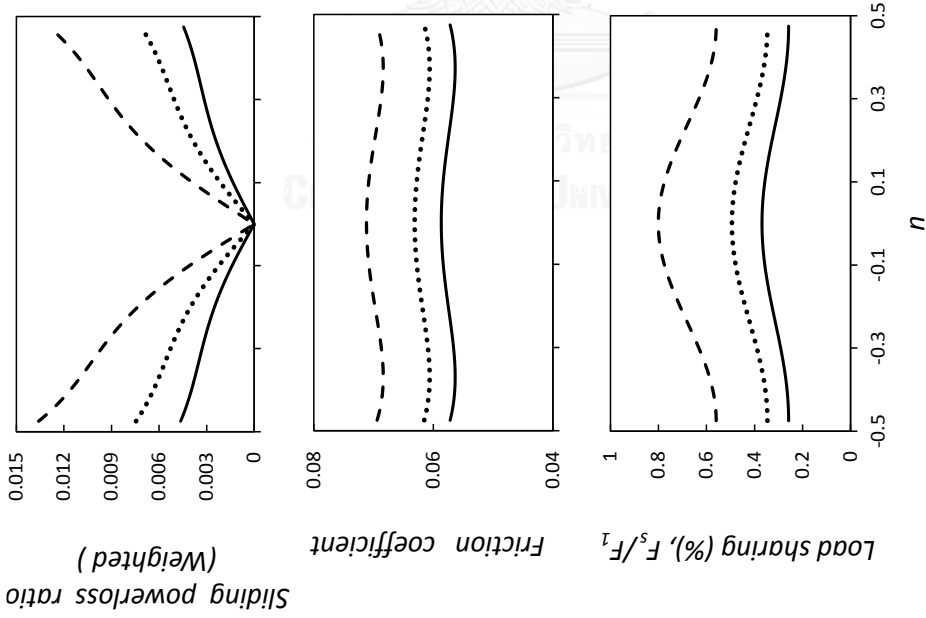
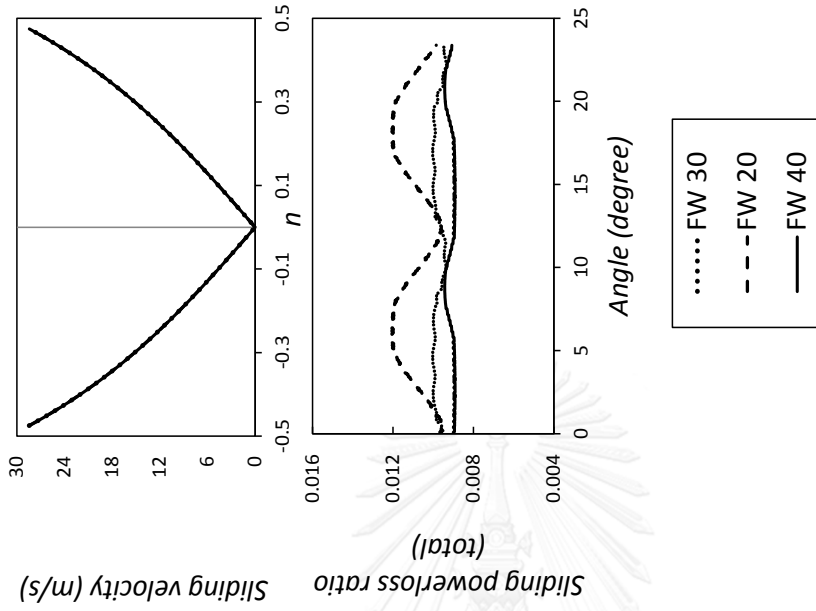
ในการวิเคราะห์อิทธิพลความกว้างหน้าฟันจะใช้เฟือง H1 H5 และ H6 ซึ่งมีพารามิเตอร์ดังแสดงในตารางที่ 5.2 เฟืองทั้งสามชุดมีความกว้างหน้าฟัน 20 30 และ 40 มิลลิเมตรตามลำดับ ผลการคำนวณอิทธิพลของความกว้างหน้าฟันต่อพารามิเตอร์ต่าง ๆ แสดงดังรูปที่ 6.10 โดยแกนนอนของรูปที่ 6.10 (ก) ถึง รูปที่ 6.10 (ง) จะแสดงตำแหน่งการขบ (n) ส่วนแกนนอนของรูปที่ 6.10 (จ) แสดงมุมที่หมุนไปของเฟือง โดยแต่ละรูปจะประกอบด้วยเส้นทึบ เส้นประ และจุดไขว่ปลา ซึ่งแสดงผลการคำนวณของเฟืองที่มีความกว้างหน้าฟัน 20 30 และ 40 มิลลิเมตรตามลำดับ

อิทธิพลของความกว้างหน้าฟันต่ออัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันที่ถ่วงน้ำหนักด้วยการแบ่งภาระ ได้แสดงในรูปที่ 6.10 (ก) และเนื่องจากได้กำหนดให้เฟืองทั้ง 3 มีมุมกดเท่ากัน เช่นเดียวกับกรณีมุมฮิลิกซ์ ทำให้อัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันที่ถ่วงน้ำหนักด้วยการแบ่งภาระมีความยาวของระยะการขบเท่ากัน ดังนั้นความกว้างหน้าฟันจึงมีผลต่อความชันของกราฟเท่านั้น โดยพบว่ากราฟจะชันมากเมื่อที่ความกว้างหน้าฟันน้อย

ในส่วนของผลของความกว้างหน้าฟันต่อสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน แสดงได้ดังรูปที่ 6.10 (ข) จากรูปจะเห็นว่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ความกว้างหน้าฟันต่าง ๆ มีความแตกต่างกันอย่างชัดเจน โดยเฟืองความกว้างหน้าฟันน้อยจะมีสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่มากกว่าเฟืองที่มีความกว้างหน้าฟันมากในทุกตำแหน่งการขบ และหากพิจารณารูปที่ 6.10 (ค) ซึ่งแสดงร้อยละของการแบ่งภาระใน 1 คู่ฟันเฟืองย่อย จะพบว่ารูปร่างของการแบ่งภาระมีความสอดคล้องกับสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน ทั้งนี้เนื่องจากเฟืองทั้ง 3 มีความเร็วการไหลเท่ากันดังแสดงในรูปที่ 6.10 (ง) ดังนั้นในกรณีนี้การแบ่งภาระจึงเป็นตัวแปรตัวเดียวที่มีอิทธิพลต่อสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน เช่นเดียวกับกรณีมุมฮิลิกซ์

จากผลของความกว้างหน้าฟันต่อการแบ่งภาระและสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน จะเห็นว่าสาเหตุที่ทำให้กราฟอัตราส่วนกำลังสูญเสียที่ถ่วงน้ำหนักมีความชันมากเมื่อความกว้างหน้าฟันน้อยมาจากการแบ่งภาระ ซึ่งเมื่อเฟืองที่มีความกว้างหน้าฟันน้อยจะมีเส้นสัมผัสสั้น ทำให้มีการกระจายภาระและการแบ่งภาระมากกว่าเฟืองที่มีความกว้างหน้าฟันมากในทุกตำแหน่งการขบ สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของเฟืองที่มีความกว้างหน้าฟันน้อยจึงมากกว่าเฟืองที่มีความกว้างหน้าฟันมาก และส่งผลให้ขนาดอัตราส่วนกำลังสูญเสียมีค่ามากกว่ากรณีของเฟืองที่มีความกว้างหน้าฟันมากในทุกตำแหน่งการขบ

สำหรับผลของความกว้างหน้าฟันต่ออัตราส่วนกำลังสูญเสียรวม แสดงได้ดังรูปที่ 6.10 (จ) จากรูปจะเห็นว่าเฟืองที่มีความกว้างหน้าฟันน้อยจะมีขนาดอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมมาก เนื่องจากอัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันที่ถ่วงน้ำหนักด้วยการแบ่งภาระของเฟืองที่มีความกว้างหน้าฟันน้อยมีความชันมากกว่าเฟืองที่มีมุมกดมาก นอกจากนี้ยังพบว่าอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมในเฟืองที่มีความ



รูปที่ 6.10 อิทธิพลของความกว้างหน้าพื้นที่ส่งผลต่อตัวแปรต่าง ๆ

(ก)

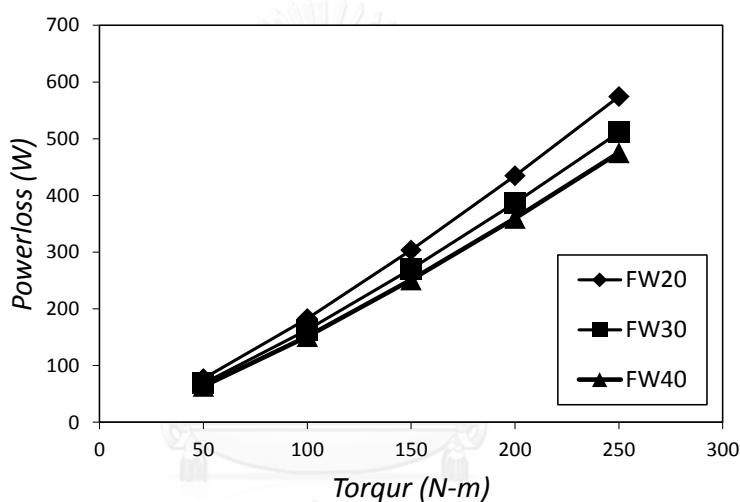
(ข)

(ค)



กว้างหน้าฟันน้อยจะมีการเปลี่ยนแปลงของค่าสูงสุดและต่ำสุดค่อนข้างมาก ในขณะที่อัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมในเฟืองที่มีความกว้างหน้าฟันมากมีค่าค่อนข้างคงที่ ทั้งนี้เนื่องจากเฟืองที่มีความกว้างหน้าฟันน้อยมีอัตราส่วนการขบน้อยกว่านั่นเอง แต่อย่างไรก็ตามเนื่องจากอัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันที่ถ่วงน้ำหนักที่ความกว้างหน้าฟันขนาดต่าง ๆ มีขนาดที่แตกต่างอย่างมาก ดังนั้นอัตราส่วนการขบมากจึงไม่ส่งผลให้มีกำลังสูญเสียมาก

จากที่ได้กล่าวมาจะเห็นว่าเมื่อความกว้างหน้าฟันน้อย จะทำให้มีสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานมาก ส่งผลให้อัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมมีค่ามากกว่าอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมที่ความกว้างหน้าฟันมาก ทำให้เฟืองที่มีความกว้างหน้าฟันน้อยมีกำลังสูญเสียมากกว่าเฟืองที่มีความกว้างหน้าฟันมาก โดยรูปที่ 6.11 ได้แสดงกำลังสูญเสียของเฟืองทั้ง 3 ความกว้างหน้าฟันที่ภาระแรงบิดต่าง ๆ



รูปที่ 6.11 อิทธิพลของความกว้างหน้าฟันที่มีต่อแนวโน้มกำลังสูญเสีย

## 6.5 สรุป

ในบทนี้ได้นำแบบจำลองที่สร้างขึ้นมาใช้ในการอธิบายสาเหตุว่าพารามิเตอร์รูปร่างเฟืองส่งผลต่อกำลังสูญเสียอย่างไร โดยมีพารามิเตอร์ที่สนใจศึกษา ได้แก่ มุมกด มุมฮิลิกซ์ และความกว้างหน้าฟันจากแบบจำลองพบว่า กราฟอัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันที่ถ่วงน้ำหนักด้วยการแบ่งภาระที่ทำให้มีกำลังสูญเสียมากจะมีระยะการขบยาวและมีกราฟที่ชัน อีกทั้งยังพบว่ากำลังสูญเสียจะมีค่ามากเมื่ออัตราส่วนการขบมาก สำหรับกรณีที่อัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันที่ถ่วงน้ำหนักไม่แตกต่างกันมาก

สำหรับอิทธิพลจากมุมกดพบว่า เฟืองที่มีมุมกดน้อยมีกำลังสูญเสียมากกว่าเฟืองที่มีมุมกดมาก เนื่องจากมุมกดน้อย จะส่งผลให้ความเร็วการไถลมาก ทำให้มีสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานมาก อีกทั้ง

ยังมีความยาวระยะการขบและอัตราส่วนการขบมาก ส่งผลให้อัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมมีค่ามากและค่อนข้างคงที่มากกว่าอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมที่มุกดมาก

ในส่วนของอิทธิพลจากมุมฮีลิกซ์พบว่า เฟืองที่มีมุมฮีลิกซ์มากมีกำลังสูญเสียมากกว่าเฟืองที่มีมุมฮีลิกซ์น้อย เนื่องจากมุมฮีลิกซ์มากจะมีการแบ่งภาระมากในบริเวณโคนฟันและปลายฟันส่งผลให้มีแรงเสียดทานมากซึ่งบริเวณดังกล่าวมีความเร็วไถลมาก ทำให้เกิดกำลังสูญเสียมาก

สำหรับอิทธิพลจากความกว้างหน้าฟันพบว่า เฟืองที่มีความกว้างหน้าฟันน้อยมีกำลังสูญเสียมากกว่าเฟืองที่มีความกว้างหน้าฟันมาก เนื่องจากเฟืองที่มีความกว้างหน้าฟันน้อยมีเส้นสัมผัสเส้นทำให้การกระจายภาระบนเส้นสัมผัสมีค่ามากกว่าเฟืองที่มีความกว้างหน้าฟันมาก ส่งผลให้อัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมมีค่ามากกว่าอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมที่ความกว้างหน้าฟันมาก



## บทที่ 7

### บทสรุป

ในบทนี้เป็นการสรุปสาระสำคัญทั้งหมดในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ซึ่งเป็นรวบรวมเนื้อหาสำคัญในแต่ละบท รวมถึงข้อเสนอแนะเพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาในด้านของกำลังสูญเสียจากการส่งกำลังด้วยเฟืองต่อไป

#### 7.1 สาระสำคัญของวิทยานิพนธ์

ในบทที่ 2 ได้กล่าวถึงกำลังสูญเสียจากการไถลซึ่งเป็นกำลังสูญเสียหลักในการส่งกำลังของคู่เฟืองโดยมีแรงเสียดทานเป็นสาเหตุหลัก และได้นำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ประเมินกำลังสูญเสียจากการไถลของเฟืองที่นำเสนอโดยซาคริต [4] และกวูตล [5] โดยแบบจำลองจะคำนวณกำลังสูญเสียผ่านทางอัตราส่วนกำลังสูญเสีย ซึ่งเป็นอัตราส่วนระหว่างกำลังสูญเสียและกำลังขาเข้า ในแบบจำลองของซาคริตและกวูตล อัตราส่วนกำลังสูญเสียของคู่ฟันเฟือง 1 คู่ สามารถหาได้จากการแทนค่าตำแหน่งการขบ สัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน มุมกด และ อัตราทด และสำหรับกรณีที่ฟันเฟืองมีการขบพร้อมกันกัน 2 คู่ฟันในตำแหน่งบางตำแหน่งการขบ เนื่องจากแบบจำลองของซาคริตได้ตั้งสมมติฐานให้เฟืองมีการแบ่งภาระระหว่างคู่ฟันเท่ากันขณะที่ฟันเฟืองมีการขบ 2 คู่ฟันในเวลาเดียวกัน ดังนั้นอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมของทั้ง 2 คู่ฟันสามารถหาได้ด้วยค่าเฉลี่ย โดยกำลังสูญเสียจะมีค่าเท่ากับผลคูณของค่าเฉลี่ยของกำลังขาเข้าและอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมในทุกตำแหน่งการขบ

สำหรับเฟืองเฉียงได้ประยุกต์แบบจำลองของเฟืองตรงมาใช้โดยพิจารณาให้เฟืองเฉียงประกอบด้วยเฟืองตรงย่อยซ้อนกันเป็นชั้นบันได ดังนั้นในแบบจำลองเฟืองเฉียงจึงมีหลักการคำนวณเหมือนเฟืองตรง โดยเริ่มต้นจากการแทนค่าหาอัตราส่วนกำลังสูญเสียของเฟืองตรงย่อย สำหรับการหาอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมทำได้โดยการพิจารณาลักษณะการขบแบบเฟืองเฉียงซึ่งทำให้ทราบได้ว่าในตำแหน่งการขบนั้นมีเฟืองตรงย่อยขึ้นใดขบกันบ้าง และเนื่องจากกวูตลได้ตั้งสมมติฐานให้การกระจายบนภาระเส้นสัมผัสเป็นแบบสม่ำเสมอ ดังนั้นเฟืองตรงย่อยทุกชั้นจะมีการแบ่งภาระเท่ากันและทำให้สามารถหาอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมในแต่ละตำแหน่งการขบด้วยการเฉลี่ยได้เช่นเดียวกับเฟืองตรง

ในบทที่ 3 ได้กล่าวถึงผลการศึกษารูปแบบการกระจายภาระของเฟืองตรงและเฟืองเฉียงของนักวิจัยหลายท่านด้วยกัน โดยพบว่า ในกรณีเฟืองตรงจะมีการกระจายภาระบนเส้นสัมผัสสม่ำเสมอ และเมื่อมีฟันเฟืองขบกัน 2 คู่ฟันในเวลาเดียวกัน การแบ่งภาระระหว่างคู่ฟันจะมีการเปลี่ยนแปลงไปตามตำแหน่งการขบ อีกทั้งยังพบว่าคู่ฟันที่มีการขบที่ตำแหน่งปลายฟันและโคนฟันจะแบ่งรับภาระ

น้อยกว่าคู่ฟันที่มีการขบที่ตำแหน่งกลางฟัน สำหรับกรณีเฟืองเฉียงพบว่าขนาดการกระจายภาระบนเส้นสัมผัสจะมากที่สุดบริเวณจุดพิชท์และตำแหน่งใกล้เคียงและน้อยที่สุดบริเวณโคนฟันและปลายฟัน

หลังจากการศึกษาผลงานวิจัยต่าง ๆ ได้เลือกผลการวิจัยของ Jose I. Pedrero [12] และ T. Lazovic [13] ซึ่งมีการแบ่งภาระแบบ 33-67 และ 45-55 ตามลำดับ และการกระจายภาระบนเส้นสัมผัสแบบสม่ำเสมอมาใช้ในการปรับปรุงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเฟืองตรง สำหรับในกรณีเฟืองเฉียงได้เลือกสมการกระจายภาระบนเส้นสัมผัสของ Niemann-Richer [18] ซึ่งเป็นสมการสำเร็จที่ได้จากการทดลองด้วยวิธีไฟโตอีลาสติกซิตี มาใช้ในการปรับปรุงแบบจำลอง

เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของรูปแบบการกระจายภาระบนหน้าฟันที่เลือกไว้ จึงได้ทดลองการสัมผัสบนหน้าฟันซึ่งทำโดยการทาสีบนหน้าฟันเฟืองก่อนนำไปให้ภาระขนาดต่าง ๆ และหมุนที่ความเร็วรอบ 2,000 รอบต่อนาที จากนั้นนำมาเปรียบเทียบกับรูปแบบการกระจายภาระบนหน้าฟันซึ่งแสดงในรูปแบบการพล็อตแบบ contour โดยผลการเปรียบเทียบระหว่างผลการทดลองและรูปแบบการกระจายภาระบนหน้าฟันของทั้งเฟืองตรงและเฟืองเฉียงพบว่าภาพผลการทาสีบนหน้าฟันเฟืองจากการทดลองมีบริเวณที่สีถลอกออกสอดคล้องกันกับบริเวณที่มีการกระจายภาระมากในรูปแบบ contour ทำให้สามารถนำรูปแบบการกระจายภาระที่เลือกไว้ไปใช้ปรับปรุงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้

ในบทที่ 4 ได้นำเสนอการนำรูปแบบการกระจายภาระในบทที่ 3 มาปรับปรุงในแบบจำลองของชาคริคและภูวดล โดยได้แสดงขั้นตอนและสมการที่ใช้ในการคำนวณรวมถึงสมการที่ใช้โดยละเอียดด้วยแผนภาพ ซึ่งเป็นแผนภาพของโปรแกรมคำนวณที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ รวมถึงแสดงตัวอย่างของตัวแปรที่ใช้ในการคำนวณในรูปแบบของกราฟ

สำหรับการประเมินผลจากการปรับปรุงรูปแบบการกระจายภาระในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้แสดงไว้ในบทที่ 5 ซึ่งแสดงผลการเปรียบเทียบกำลังสูญเสียที่ได้จากแบบจำลองที่ปรับปรุงแล้วกับแบบจำลองเดิม อีกทั้งยังเปรียบเทียบกำลังสูญเสียที่ประเมินได้จากแบบจำลองทั้งก่อนปรับปรุงและหลังปรับปรุงกับผลการวัดกำลังสูญเสียจากการทดลอง

ผลการเปรียบเทียบกำลังสูญเสียที่ได้จากการประเมินด้วยแบบจำลองก่อนปรับปรุงและหลังปรับปรุงพบว่า แบบจำลองที่ปรับปรุงประเมินกำลังสูญเสียได้ต่ำกว่าแบบจำลองเดิมในทุกกรณี ในส่วนของผลการเปรียบเทียบกำลังสูญเสียที่ได้จากการทดลองวัดค่าและการประเมินด้วยแบบจำลองพบว่า แบบจำลองที่ปรับปรุงแล้วสามารถประเมินผลของอิทธิพลจากมุมกด ความกว้างหน้าฟัน และมุมอีลิคซ์ได้สอดคล้องกับผลการทดลอง ในขณะที่ผลการประเมินกำลังสูญเสียจากแบบจำลองเดิมสอดคล้องแค่ในกรณีของมุมกด และความกว้างหน้าฟันเท่านั้น

นอกจากนั้นยังได้นำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มาเปรียบเทียบกับผลการทดลองของนักวิจัยท่านอื่น [25] ซึ่งพบว่าในกรณีที่มีการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์เพียงตัวเดียว ได้แก่ มุมกด และ

มุมฮิลิกซ์ แบบจำลองทั้งก่อนและหลังการปรับปรุงสามารถประเมินแนวโน้มได้ถูกต้องเกือบทุกเงื่อนไขการทำงาน และพบว่าหากเปลี่ยนแปลงทั้งมุมกดและมุมฮิลิกซ์พร้อมกัน แบบจำลองหลังการปรับปรุงที่ใช้สมการประเมินสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของ ISOTC 60 และ Benedict and Kelley จะให้ผลการประเมินที่สอดคล้องกับผลการทดลองมากกว่าแบบจำลองก่อนปรับปรุงที่ใช้สมการประเมินสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานเดียวกัน

จากบทที่ 5 จะเห็นว่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของเฟืองลั้วนมีอิทธิพลต่อกำลังสูญเสีย ดังนั้นเพื่อความเข้าใจถึงสาเหตุการเกิดอิทธิพลดังกล่าว ในบทที่ 6 ได้นำแบบจำลองที่สร้างขึ้นมาใช้ในการอธิบายสาเหตุว่าพารามิเตอร์รูปร่างเฟืองส่งผลต่อกำลังสูญเสียอย่างไร โดยมีพารามิเตอร์ที่สนใจศึกษา ได้แก่ มุมกด มุมฮิลิกซ์ และความกว้างหน้าฟันจากแบบจำลองพบว่า กราฟอัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันที่ถ่วงน้ำหนักด้วยการแบ่งภาระที่ทำให้มีกำลังสูญเสียมากจะมีระยะการขบยาวและมีกราฟที่ชัน อีกทั้งยังพบว่ากำลังสูญเสียจะมีค่ามากเมื่ออัตราส่วนการขบมาก สำหรับกรณีที่อัตราส่วนกำลังสูญเสียใน 1 คู่ฟันที่ถ่วงน้ำหนักไม่แตกต่างกันมาก

สำหรับอิทธิพลจากมุมกดพบว่า เฟืองที่มีมุมกดน้อยมีกำลังสูญเสียมากกว่าเฟืองที่มีมุมกดมาก เนื่องจากมุมกดน้อย จะส่งผลให้ความเร็วการไหลมาก ทำให้มีสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานมาก อีกทั้งยังมีความยาวระยะการขบและอัตราส่วนการขบมาก ส่งผลให้อัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมมีค่ามากและค่อนข้างคงที่มากกว่าอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมที่มุมกดมาก

ในส่วนของอิทธิพลจากมุมฮิลิกซ์พบว่า เฟืองที่มีมุมฮิลิกซ์มากมีกำลังสูญเสียมากกว่าเฟืองที่มีมุมฮิลิกซ์น้อย เนื่องจากมุมฮิลิกซ์มากจะมีการแบ่งภาระมากในบริเวณโคนฟันและปลายฟันส่งผลให้มีแรงเสียดทานมากซึ่งบริเวณดังกล่าวมีความเร็วไหลมาก ทำให้เกิดกำลังสูญเสียมาก

ในด้านของอิทธิพลจากความกว้างหน้าฟันพบว่า เฟืองที่มีความกว้างหน้าฟันน้อยมีกำลังสูญเสียมากกว่าเฟืองที่มีความกว้างหน้าฟันมาก เนื่องจากเมื่อความกว้างหน้าฟันน้อย จะทำให้มีสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานมาก ส่งผลให้อัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมมีค่ามากกว่าอัตราส่วนกำลังสูญเสียรวมที่ความกว้างหน้าฟันมาก

## 7.2 ข้อเสนอแนะ

ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะเพื่อให้นักวิจัยที่จะทำต่อเนื่องมีผลลัพธ์ที่ดีขึ้น ดังนี้

1. ในการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจากการใช้สมการสำเร็จนั้น ยังใช้การประมาณค่าความหยาบผิวฟัน โดยอ้างอิงความหยาบผิวจากวิธีการทำเฟืองแบบ hobbing ซึ่งมีค่าความหยาบผิวโดยประมาณเท่ากับ 0.8 ไมโครเมตร ซึ่งเป็นค่าโดยประมาณ ดังนั้นหากต้องการค่าที่เป็นจริงและแม่นยำควรทำการทดลองวัดความหยาบผิว

2. เพื่อเพิ่มความแม่นยำของแบบจำลองควรมีการหาสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจากการทดลอง วัดความเสียดทานจากการสัมผัสระหว่างผิว โดยใช้เครื่องทดสอบการสัมผัสของผิวแบบ ball disc หรือ twin disc เพื่อให้ทราบค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่แม่นยำและสอดคล้องกับ สภาวะการทำงานจริง
3. เพื่อให้ได้ความสมบูรณ์ในการหาค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานในการประเมินค่ากำลังสูญเสีย จากแบบจำลอง ควรทำการศึกษาในหลักการของ EHL เพื่อทำการหาค่าสัมประสิทธิ์แรง เสียดทานที่มีความแม่นยำมากที่สุดและสามารถใช้ได้ทุกสภาวะการทำงาน และนำไป เปรียบเทียบกับผลจากการใช้สมการสำเร็จ
4. ศึกษาผลจากปัจจัยด้านต่าง ๆ ต่อการกระจายภาระบนหน้าฟันเฟือง เช่น การทำ crowning modification การประกอบเฟือง error ต่าง ๆ จากการผลิตเฟืองที่ส่งผลต่อรูปร่างของ เฟือง เป็นต้น และเพิ่มการประเมินพื้นที่สัมผัสของฟันเฟืองเนื่องจากปัจจัยดังกล่าว



## รายการอ้างอิง

1. Michlin, Y. and V. Myunster, *Determination of power losses in gear transmissions with rolling and sliding friction incorporated*. Mechanism and Machine Theory, 2002. **37**(2): p. 167-174.
2. ชนัตต์ รัตนสุมาวงศ์ ศิริพงษ์ ลิ้มปรีชญา พงศ์ธร จุณณะภาต และภัทรพงษ์ โรจนพรณทิพย์., แบบจำลองเพื่อประเมินกำลังสูญเสียจากการส่งกำลังด้วยเฟืองตรง, in การประชุมเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 22. ตุลาคม 2008: มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ศูนย์รังสิต.
3. Petry-Johnson, T.T., et al., Experimental Investigation of Spur Gear Efficiency, in Volume 7: 10th International Power Transmission and Gearing Conference. 2007, ASME International.
4. ชาคกริต เย็นที่., การวัดและการประยุกต์ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์หาลำลังสูญเสียของเฟืองตรง, สาขาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์. 2554, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
5. ภูวดล อัครพิชญโชติ., การปรับปรุงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการทดลองเพื่อประมาณค่ากำลังสูญเสียจากการไถลในการส่งกำลังด้วยเฟืองเฉียง, สาขาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์. 2554, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
6. Benedict, G.H. and B.W. Kelley, *Instantaneous Coefficients of Gear Tooth Friction*. A S L E Transactions, 1961. **4**(1): p. 59-70.
7. Drozdov, Y.N. and Y.A. Gavrikov, Friction and scoring under the conditions of Simultaneous rolling and sliding of bodies. *Wear*, 1968. **11**(4): p. 291-302.
8. Open Systems Interconnection: service conventions (ISO/DTR 13989). BSI British Standards.
9. O'Donoghue, J.P. and A. Cameron, *Friction and Temperature in Rolling Sliding Contacts*. A S L E Transactions, 1966. **9**(2): p. 186-194.
10. Misharin, Y.A., The influence of conditions of friction on the magnitude of the coefficient of friction in conditions of rolling with sliding. *Wear*, 1959. **2**(5): p. 401-402.

11. Phraeknanthoe, J., N. Ponchai, and C. Ratanasumawong, Utilization of Tooth Contact Pattern in a Gear Meshing Model for Estimation of Sliding Loss in a Parallel-Axis Gear Pair. *AMM*, 2014. **619**: p. 68-72.
12. Pedrero, J.I., et al., *Load distribution model along the line of contact for involute external gears*. *Mechanism and Machine Theory*, 2010. **45**(5): p. 780-794.
13. Ristivojević, M., T. Lazović, and A. Vencl, *Studying the load carrying capacity of spur gear tooth flanks*. *Mechanism and Machine Theory*, 2013. **59**: p. 125-137.
14. Spitas, V., et al., Experimental Investigation of Load Sharing in Multiple Gear Tooth Contact Using the Stress-Optical Method of Caustics. *Strain*, 2009. **47**: p. e227-e233.
15. Li, S., Effect of addendum on contact strength, bending strength and basic performance parameters of a pair of spur gears. *Mechanism and Machine Theory*, 2008. **43**(12): p. 1557-1584.
16. Ajmi, M. and P. Velex, A model for simulating the quasi-static and dynamic behaviour of solid wide-faced spur and helical gears. *Mechanism and Machine Theory*, 2005. **40**(2): p. 173-190.
17. Vedmar, L., *On the Design of External Involute Helical Gears*. 1981: Lund Technical University.
18. NIEMANN, G.A., *MACHINE ELEMENTS : DESIGN AND CALCULATION IN MECHANICAL ENGINEERING*. 1978: SPRINGER-VERLAG.
19. Velex, P. and M. Maatar, A MATHEMATICAL MODEL FOR ANALYZING THE INFLUENCE OF SHAPE DEVIATIONS AND MOUNTING ERRORS ON GEAR DYNAMIC BEHAVIOUR. *Journal of Sound and Vibration*, 1996. **191**(5): p. 629-660.
20. Zhang, Y., An Adaptive Finite Element Analysis for Tooth Deformation and Load Distribution of Helical Gears. *Mechanical Aerospace and Industrial Engineering*, 2008. **Volume 2**.
21. Umezawa, K. and J. Ishikawa, *Deflection Due to Contact between Gear Teeth with Finite Width*. *Bulletin of JSME*, 1973. **16**(97): p. 1085-1093.



22. Mathis, R., *Deformation and Stress of Helical Gears*. Journal of Gear, 1984. **Vol. 8**; p. 41 - 45.
23. Liu, S.a.W., *J Study on Bending Strength of Involute Helical Gears*. Mechanical Engineering and Technology, 1992. **Vol. 1**: p. 24 - 30.
24. T. A. Harris, a.M.N.K., *Rolling Bearing Analysis - Essential Concepts of Bearing Technology*. 2007, Boca Raton: CRC Press.
25. Vaidyanathan, A. *An Experimental Investigation of Helical Gear Efficiency*, in Mechanical Engineering. 2009, The Ohio State University.



### ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวณัชชา พรชัย เกิดเมื่อวันที่ 13 พฤศจิกายน พ.ศ. 2533 ที่จังหวัด กรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล จาก จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2555 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล ที่คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2556

#### ผลงานทางวิชาการ

N. Ponchai, S. Phongsupasamit and C. Ratanasumawong, Improvement of a Mathematical Model for Estimation of Sliding Loss in a Spur Gear Pair, the 4th TSME International Conference on Mechanical Engineering (TSME-ICoME 2013), Pattaya, Chonburi, (2013.10).

J. Phraeknanthoe, N. Ponchai and C. Ratanasumawong, Utilization of Tooth Contact Pattern in a Gear Meshing Model for Estimation of Sliding Loss in a Parallel-Axis Gear Pair, the 2014 6th International Conference on Mechanical and Electrical Technology (ICMET 2014), Bangkok Thailand, (2014.7).