หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในชีวิตประจำวันมนุษย์จะต้องเกี่ยวข้องกับตัวเลข (Numeral) และจำนวน (Number) อยู่เสมอ ตัวเลขและจำนวนเป็นหัวใจของคณิตศาสตร์ และคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญต่อการดำรงชีวิตของมนุษย์ทุก ๆ คน (Burington 1954: 295-298) ที่มนุษย์ไม่เพียงแต่นำคณิตศาสตร์ไปใช้ประโยชน์ภายในครอบครัว การศึกษา ธุรกิจ อุตสาหกรรม การเมือง การปกครอง การทหาร และวิทยาศาสตร์เท่านั้น (Steen 1989: 251) แต่มนุษย์ยังนำคณิตศาสตร์ไปจัดทำแผนการคำนวณด้วยเครื่องจักรตลอดจนกิจกรรมอื่น ๆ อีกมากมาย (Brueckner and Grossnikle 1964: 3) คณิตศาสตร์จึงเป็นรากฐานแห่งความเจริญเติบโตทางเทคโนโลยี

คณิตศาสตร์เป็นสาขาวิชาที่เนื้อหามีลักษณะเป็นนามธรรม (Carnahan 1950: 321-327) ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณหรือจำนวนและคำตอบที่ต้องการ ก็จะเกี่ยวข้องกับปริมาณหรือจำนวน (Adam 1977: 176) เด็กที่มีความสามารถและเกิดทักษะทางคณิตศาสตร์จะต้องใช้ความคิดแบบสมเหตุสมผลเพื่อการเรียนรู้และความเข้าใจ

ปัจจัยทางสังคม วัฒนธรรม เศรษฐกิจ การศึกษา อารมณ์ สมอง อายุ สุขภาพและสิ่งแวดล้อมต่าง ๆ เป็นองค์ประกอบที่จะช่วยหล่อหลอมบุคคลให้มีบุคลิกลักษณะและความสามารถทั่ว ๆ ไปแตกต่างกัน (วรรณี ม้าลำพอง 2530: 14-25) และยังมีอิทธิพลต่อความสามารถและทักษะทางคณิตศาสตร์ของเด็ก (Greeholz and Keiffer 1970: 587-595) เด็กอายุ 3-5 ปี เป็นวัยที่มีความอยากรู้อยากเห็น (Stone 1987: 16-23) และแสวงหาความรู้ความเข้าใจจากสิ่งที่

เด็กได้พบเห็นอยู่รอบตัวด้วยการตั้งคำถามประเภท "ทำไม" ซึ่งเป็นพัฒนาการด้านการตั้งคำถาม (Development of Questions) ที่พบได้ในเด็กวัยก่อนเข้าเรียน (เพ็ญพิไล ฤทธาคณานนท์ 2528: 51-52) ปัจจัยจากสิ่งรอบตัวจะช่วยพัฒนาความสามารถและทักษะต่าง ๆ ของเด็กเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาชีวิตประจำวันได้ดียิ่งขึ้น (Meder 1952: 131; 134) แล้วเด็กแต่ละคนก็จะสร้างสมประสบการณ์ที่ผ่านมาของตนเอง (สุมน อมรวิวัฒน์ และคณะ 2532) มีพัฒนาการในขั้นที่สูงขึ้นด้วยตนเองภายในขบวนการทางสติปัญญาและการคิด เมื่อเด็กมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมมากยิ่งขึ้น (Piaget, cited by Copeland 1984: 12-25) พ่อแม่ ครูและคนใกล้ชิดมีส่วนสำคัญมากต่อการส่งเสริมพัฒนาการของเด็ก (Hurlock 1984: 367; Smart and Smart 1978: 6) โดยเฉพาะอย่างยิ่งพัฒนาการด้านความสามารถทางสติปัญญาและการคิด (Lewis and Rosenblum, eds. 1979: 93) จึงพบว่าโครงสร้างของมโนทัศน์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์มีลำดับขั้นตอนและพัฒนาแตกต่างกันในตัวเด็กแต่ละคนและแต่ละระดับอายุ ก่อนที่จะให้การศึกษาแก่เด็ก จึงต้องศึกษาธรรมชาติของความต้องการและพื้นฐานของเด็กเพื่อให้การศึกษาแก่เด็กได้อย่างถูกต้อง (Irving 1966: 706-715) ควรจะทราบว่าเด็กแต่ละคน และแต่ละระดับอายุมีความรู้ความเข้าใจเรื่องอะไร ด้วยวิธีใด และยังไม่มีความรู้ความเข้าใจเรื่องอะไร (Ambron 1978: 256) เนื่องจากในระยะหนึ่ง ๆ ของการเจริญเติบโตของเด็กแต่ละคนจะไม่เหมือนกัน จึงต้องตระหนักถึงความสำคัญของพัฒนาการทุกด้าน เพื่อให้ทราบว่าเราควรจะให้การศึกษาอบรมในช่วงใดจึงจะเหมาะสมกับแต่ละเรื่องหรือเนื้อหาวิชา ช่วงใดเหมาะสมที่จะเน้นการศึกษาด้านความถนัดของมือ กล้ามเนื้อแขนขา ด้านสติปัญญาและการปรับตัวของเด็ก (จิตรา วสุวานิช 2519: 14) ครูผู้สอนจะต้องเข้าใจขั้นพัฒนาการของเด็ก เพราะเด็กในขั้นพัฒนาการที่แตกต่างกันไม่สามารถที่จะเรียนเรื่องที่มีเนื้อหาเช่นเดียวกันได้ทั้งหมด ความแตกต่างในตัวเด็กนั้นเป็นสิ่งสำคัญหากไม่สามารถเห็นความแตกต่างหรือไม่เข้าใจในขั้นตอนของพัฒนาการก็จะก่อให้เกิดปัญหาเกี่ยวกับการเรียนการสอน การอบรมเลี้ยงดูสำหรับ ครู ผู้ปกครองและผู้ที่เกี่ยวข้อง ปัญหาในเรื่องนี้ ส่วนมากจะมีสาเหตุมาจากผู้สอนขาดความรู้ความเข้าใจโครงสร้างของมโนทัศน์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของเด็กทั้งด้านลำดับขั้น

และขบวนการพัฒนาการ (Brow, in Floyd, ed. 1979: 356-367) จึงทำให้เด็กมีประสบการณ์ในทางไม่ดีต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และอาจจะทำให้เด็กเกิดสภาพของอารมณ์ที่เรียกว่า "Math anxiety" กล่าวคือเด็กจะรู้สึกวิตกกังวล กลัว ประหม่า ไม่กล้าแสดงออก และขาดความเชื่อมั่นในตนเองอย่างมากต่อการคิดปฏิบัติการด้านจำนวน (Resnick 1989: 166) ซึ่งจะมีผลทำให้พัฒนาการทางสติปัญญาและการคิดถดถอยลง และมีทัศนคติไม่ดีต่อคณิตศาสตร์

ดังนั้นการสอนคณิตศาสตร์แก่เด็กต้องคำนึงถึงการจัดหลักสูตรการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับเด็กและสอดคล้องกับพัฒนาการด้านอื่น เพื่อการส่งเสริมความรู้ความเข้าใจโดยเฉพาะในช่วง 5-6 ปีแรกของชีวิต เป็นระยะที่เด็กกำลังมีพัฒนาการด้านการเรียนรู้สิ่งแวดล้อม ถ้าเด็กได้รับการสอนอย่างถูกต้อง สอดคล้องและเปลี่ยนแปลงไปตามขั้นพัฒนาการทุกด้านแล้ว จะช่วยให้เด็กมีพัฒนาการที่ดีเจริญเติบโตเป็นคนกล้าแสดงออก มีเหตุมีผลและรู้จักคิดพิจารณาไตร่ตรอง (สมใจ ทิพย์ชัยเมธา 2521: 2) อีกทั้งยังเป็นการเตรียมความพร้อมทางด้านการเรียนของเด็กในเวลาต่อ ๆ มา (อรพินทร์ ชูชม และคณะ 2530:87-95) เนื่องจากประสบการณ์ในช่วงเด็กวัยก่อนเข้าเรียนจะมีผลต่อพัฒนาการของเด็กในชั้นประถม (Mantzicopoulos and others 1989: 107-121) และพบว่าประสบการณ์ในช่วงเด็กวัยก่อนเข้าเรียน มีความสัมพันธ์ทางบวกกับความสามารถและทักษะต่าง ๆ ได้แก่ ทักษะการอ่านการเขียน การสะกดคำและทักษะด้านคณิตศาสตร์เมื่อเด็กเรียนชั้นประถม (Huberty and Swan 1974: 311-316) และจะมีพัฒนาการสูงขึ้นในช่วงที่เด็กเข้าโรงเรียน (Entwisle and Stevenson 1987: 1149-1150)

ในชีวิตประจำวันของเด็กหลายคนโดยเฉพาะเด็กวัยก่อนเข้าเรียนจะเกี่ยวข้องกับตัวเลขและจำนวนอยู่เสมอ ตัวเลขและจำนวนจึงเป็นสิ่งที่จำเป็นมากและมีอิทธิพลต่อการดำรงชีวิตไปจนสิ้นอายุ (สมจิต ชิวปรีชา 2531: 64) เด็กจะพบคำถามและอาจจะต้องตอบคำถามที่เกี่ยวข้องกับเรื่องนี้อยู่เสมอ (ยุพิน พิพิธกุล 2530: 2) อาทิเช่น คนในครอบครัวมีกี่คน มีสัตว์เลี้ยงกี่ตัว มีรถกี่คัน คนในห้องประชุมมีครบตามจำนวนเก้าอี้หรือไม่ ฝาจุกน้ำอัดลมรวมกันสองแถวมีกี่อัน

ใครมีลูกปัดมากกว่ากัน ฯลฯ ประสบการณ์เหล่านี้มีคุณค่าต่อการเสริมสร้างความรู้ ความเข้าใจและพัฒนาการด้านมโนทัศน์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ (วัลลภา อารีรัตน์ 2528: 38; Miller and Gelman 1983: 1470-1479) โดยเฉพาะเรื่องเกี่ยวกับจำนวนซึ่งเด็กจะได้รับมาตามขั้นพัฒนาการและได้รับผ่านประสบการณ์จนพอที่จะมีทักษะบ้างแล้วในช่วง 5 ปีแรกของชีวิต ก่อนที่เด็กจะมีโอกาสศึกษาหาความรู้อย่างเป็นทางการในโรงเรียน

เด็กวัยก่อนเข้าเรียนนี้จะมีความสามารถคิดปฏิบัติการทางด้านจำนวนในลักษณะที่ไม่เป็นทางการ (Informal) ที่ส่วนหนึ่งได้จากการเรียนรู้ด้วยตนเองโดยไม่มีใครสั่งสอนและแนะนำ (Flavell 1985: 63) อีกส่วนหนึ่งจะเกิดจากการมีปฏิสัมพันธ์กับคนใกล้ชิด (Wolf 1964, cited by Almy and associates 1970: 22) เด็กจะเกิดทักษะในการคิดปฏิบัติการด้านจำนวนอย่างช้า ๆ และเป็นลำดับตามขั้นพัฒนาการที่เกิดขึ้นตามปรกติของเด็กแต่ละคน เด็กจะค่อย ๆ เริ่มมีความสามารถคิดปฏิบัติการด้านจำนวนได้เพิ่มมากขึ้นทีละน้อย ในลักษณะการเพิ่มแบบอนุกรมเลขคณิต (Arithmetical progress) เริ่มจากการคิดปฏิบัติการด้านจำนวนน้อยไปสู่จำนวนมากกว่าเมื่ออายุเพิ่มขึ้น (Piaget 1960, cited by Flavell 1977: 96) จนถึงช่วงอายุ 7-11 ปี เด็กจะมีพัฒนาการด้านมโนทัศน์ 4 อย่างคือ มโนทัศน์เกี่ยวกับการอนุรักษ์ (Conservation concept) มโนทัศน์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ (Relation concept) มโนทัศน์เกี่ยวกับการจัดประเภท (Classification concept) และมโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวน (Number concept) มโนทัศน์ทั้ง 4 อย่างดังกล่าว เป็นการคิดปฏิบัติการด้านการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ในเชิงคณิตศาสตร์ (Logico-mathematic operation) อันเป็นความรู้และทักษะด้านคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญเนื่องจากเป็นพัฒนาการที่นำไปสู่ขบวนการคิดให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) และความคิดสร้างสรรค์เชิงนามธรรม (Abstract creatives) ในขั้นพัฒนาการที่สูงขึ้น (Piaget, in Gruber and Voneche, eds. 1977: 726;728) ขั้นต่อมาเด็กสามารถคิดปฏิบัติการด้านนามธรรม (Formal operation) ราวช่วงอายุ 11-15 ปีขึ้นไป ความสามารถเหล่านี้จะเป็นรากฐานที่สำคัญของ

โครงสร้างทางความคิดด้านคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และตรรกศาสตร์อย่างแท้จริง (Inhelder and Piaget 1969: 159; Piaget 1957, cited by Feather ed.1985: 79) ความสามารถนี้มีลักษณะเป็นสากลเช่นเดียวกันกับความสามารถด้านภาษาของเด็กปรกติทุก ๆ คน (Gelman 1980: 54-68)

ความสามารถในการคิดปฏิบัติการด้านจำนวนที่ไม่เป็นทางการของเด็กวัยก่อนเข้าเรียนที่กล่าวมาแล้ว เป็นความคิดความเข้าใจและทักษะที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัญลักษณ์ที่ใช้เขียน เช่น มีความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนและการคิดปฏิบัติการด้านจำนวนในลักษณะของการเปลี่ยนแปลงได้ (Gelman 1972: 75-90) มีความเข้าใจความสมนัยแบบหนึ่งต่อหนึ่ง (One-to-One correspondence) ซึ่งเป็นพื้นฐานอย่างหนึ่งของมโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวน (Bryant 1972: 78-96; Gelman 1982: 209-220) แม้แต่เด็กทารกก็มีรายงานที่แสดงให้เห็นว่าเด็กทารกมีความสามารถด้านจำนวน เช่น Keil, (1981: 197-227); Strauss and Curtis (1981: 1146-1152); Antell and Keating (1983: 695-701) เป็นต้น เด็กวัยก่อนเรียนมีความสามารถในการเปรียบเทียบขนาดของสองชุด (Donalson and Balfour 1968: 461-471; Harasym, Boersma and Maguire 1971: 767-777; Palermo 1974: 827-829; Holland and Palermo 1975: 437-443; Bullock and Gelman 1977: 427-434) และเด็กวัยนี้ยังมีความสามารถในการเปรียบเทียบเชิงอนุมานอีกด้วย (Shultz, Pardo and Altman 1982: 235-241)

Smith and Wendelin (1981: 10-15) กล่าวว่าเด็กวัยก่อนเข้าเรียนมีทักษะด้านจำนวน 5 อย่าง ได้แก่ (1) การจัดประเภท (Classification) (2) การบอกลำดับที่และจัดลำดับน้อย-มาก (Ordering and Sequence) (3) การเข้าใจจำนวนทั้งหมดในชุดและความรู้จักจำนวน (Cardinal number and Number recognition), (4) การเปรียบเทียบ (Comparision) และ (5) การอนุรักษ์จำนวน (Conservation of Number) ทักษะดังกล่าวเป็นพื้นฐานของมโนทัศน์ด้านคณิตศาสตร์ของเด็กวัยก่อนเข้าเรียนโดยเฉพาะในเรื่อง

การเปรียบเทียบขนาดของสองชุด การนับ เรขาคณิต การวัด เวลา เงิน เศษส่วน และการคิดคำนวณตัวเลขอื่น ๆ

Copeland (1979: 119) พบว่าเด็กวัยก่อนเข้าเรียนมักจะมีประสบการณ์เกี่ยวข้องกับ "การเปรียบเทียบ" เด็กจะพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างของสองชุดเพื่อให้ทราบว่าของสองชุดนั้น "เหมือนกัน" "เท่ากัน" "มากกว่า" "ใหญ่กว่า" เป็นต้น ความสามารถในการเปรียบเทียบสิ่งที่เด็กเกี่ยวข้องและรับรู้ในชีวิตประจำวัน จะช่วยให้เด็กรู้ความมแตกต่าง สามารถจัดกลุ่ม ตั้งชื่อ หรือเรียกชื่อสิ่งเหล่านั้นได้

Song (1987: 1286-1296) พบว่าเด็กวัยก่อนเข้าเรียนอายุเพียง 2-3 ปี มีพัฒนาการทางด้านความคิดและทักษะเบื้องต้นเกี่ยวกับการเพิ่มจำนวน (Addition) และการลดจำนวน (Subtraction) เด็กอายุ 4-5 ปี สามารถที่จะตัดสินความสัมพันธ์ระหว่างของสองชุดและการเพิ่มจำนวน โดยใช้วิธีพื้นฐานที่สำคัญมากอย่างหนึ่งที่เด็กวัยนี้สามารถทำได้ คือ "<u>การนับ</u>" (Counting) การนับช่วยให้เด็กรู้ว่าจำนวนหนึ่งมากกว่าหรือเท่ากับอีกจำนวนหนึ่ง ช่วยให้เด็กมีความสามารถบวกเลขในใจที่ง่ายได้และยังช่วยให้เด็กจดจำจำนวนของได้ดียิ่งขึ้น (Mussen, Conger and Huston 1984: 248) ถึงแม้ว่าเด็กวัยนี้จะยังไม่มีความสามารถแทนสิ่งต่าง ๆ ด้วยวิธีการเขียนอย่างคล่องแคล่ว

การนับจึงมีความสำคัญต่อการเรียนรู้และเข้าใจจำนวนของเด็ก ต่อมาเด็กมีโอกาสเรียนรู้ด้านคณิตศาสตร์อย่างเป็นทางการในโรงเรียน การนับเป็นกิจกรรมอย่างหนึ่งที่ได้รับการพิจารณาจัดไว้ในหลักสูตรการเรียน การสอนวิชาคณิตศาสตร์สำหรับเด็กวัยก่อนเข้าเรียนและชั้นประถม (Cowan 1978: 157) การนับยังเป็นวิธีการอย่างหนึ่งที่ใช้วัดประเมินทักษะทางคณิตศาสตร์เบื้องต้นและทดสอบความสามารถทางการเรียนของเด็กวัยก่อนเข้าเรียนและชั้นเด็กประถมที่นอกจากบรรดาวิธีการอื่น ๆ อีกที่นิยมใช้ได้แก่ ตาชั่งสมดุลย์ (Balance scale), ภาพเงา (Projection of shadow), ความน่าจะเป็น (Probablilities),

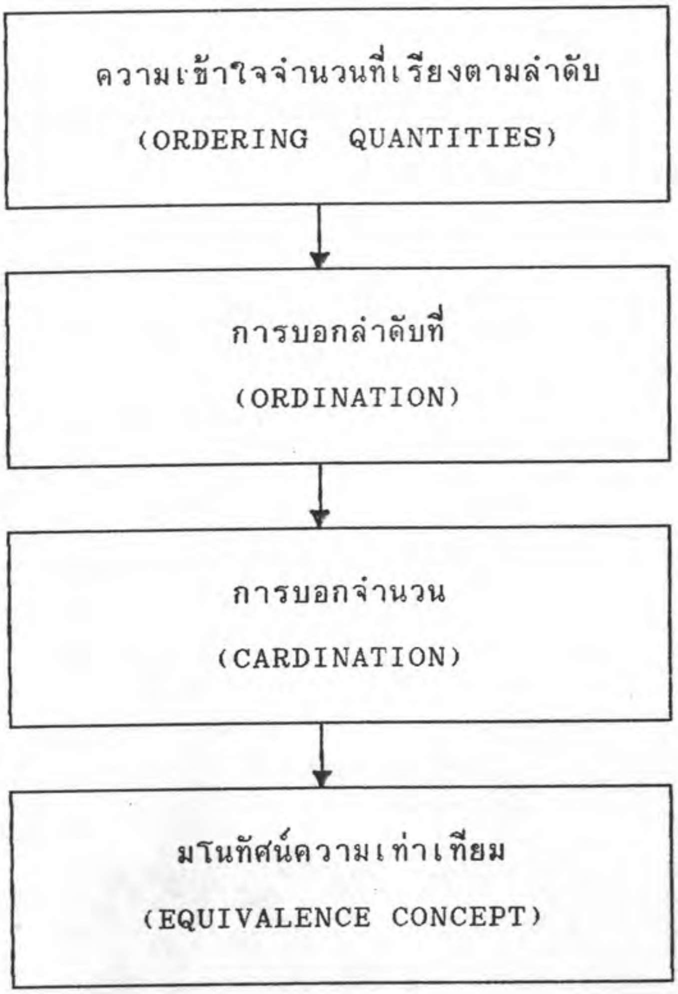
การต่อเติมภาพให้สมบูรณ์, การอนุรักษ์ของเหลว (Liquid conservation), การอนุรักษ์ปริมาณ (Quantity conservation), การอนุรักษ์จำนวน (Number conservation), เกมหอคอยฮานอย (Tower of Hanoi), มโนทัศน์เกี่ยวกับเวลา, มโนทัศน์เกี่ยวกับระยะทาง และการแยกสัตว์จริงกับสัตว์ปลอม (Klahr and Robinson 1981;Siegler 1976; 1981; Siegler and Klahr 1982; Siegler and Richards 1979; Siegler and Vago 1978; Briars and Siegler 1983; Richards 1981, cited by Siegler 1983: 236-277) พัฒนาการด้านความสามารถทางด้านการนับก็จะมีมากขึ้นเรื่อย ๆ ตามประสบการณ์ที่เด็กได้รับขณะที่อยู่ในโรงเรียน (Bowie 1979; Carpenter, Hiebert and Moser 1981: 27-39; Hiebert 1982: 341-349; Ibarra and Lindvall 1982: 145)

Carpenter (1985: 70-75) กล่าวว่า การนับเป็นวิธีการอย่างหนึ่งที่เด็กวัยก่อนเข้าเรียนพยายามนำมาใช้ในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์เบื้องต้น โดยเฉพาะเรื่องที่เกี่ยวกับการคิดปฏิบัติการด้านจำนวน เด็กวัยนี้มีสามารถนับได้อย่างถูกต้องบ้างแล้ว โดยเริ่มจากการนับที่ส่วนใหญ่ได้รับจากการฝึกฝนและการสอนที่ไม่เป็นทางการ (Groen and Parkman 1972: 329-343) นักวิจัยหลายท่านพบว่าการนับออกเสียงและชี้ (Counting) เป็นความสามารถที่มีมาก่อนความสามารถในการบอกจำนวนโดยไม่ออกเสียงนับและไม่ชี้ (Subitizing) ซึ่งมักพบอยู่เสมอแม้ว่าจะให้เด็กบอกจำนวนของเพียง 1-3 อันที่มีตำแหน่งการวางคงที่ (Backman 1924, cited by Bryant 1974: 120; Scaffer, Eggleston & Scott 1974: 357-379; Gelman & Tucker 1975: 167-175 and Silverman & Rose 1980: 539-540) หรือเปลี่ยนแปลงตำแหน่งการวางแตกต่างกัน (Gelman 1972:75-90) เรื่องนี้เคยมีรายงานว่าเด็กมักจะใช้วิธีการบอกจำนวนโดยไม่ออกเสียงนับและไม่ชี้บ่อยครั้งมากกว่าการนับออกเสียงและชี้ และพบว่าเป็นความสามารถที่มีมาก่อนความสามารถในการนับออกเสียงและชี้ด้วย (Klahr & Wallace 1973: 301-307 and Pufall, Shaw & Syrdal-Lasky 1973: 21-27)

Wilkinson (1982: 874-891) กล่าวว่า "การนับ" เป็นทักษะด้านความคิดความเข้าใจ (Cognitive skill) ประการแรก การนับเป็นทักษะ (Skill) เพราะอาศัยการประสานงานระหว่างกิจกรรมการรับรู้ทางตา (Visual activity) กิจกรรมด้านการใช้มือ (Manual activity) หรือการรับรู้ทางการสัมผัส (Touch perception) และกิจกรรมด้านการออกเสียง (Vocal activity) เด็กวัยก่อนเข้าเรียนอายุ 3-5 ปี มีทักษะทั้งสามด้านนี้เป็นอย่างดีแล้ว (Abravanel 1972: 171-175) ทักษะทั้งสามด้านตามที่กล่าวมาอยู่ภายใต้การควบคุมของระบบประสาทส่วนกลาง มีศูนย์กลางการทำงานอยู่ในสมองซีกขวา เป็นกิจกรรมที่แสดงให้เห็นการกระตุ้นทางจลศาสตร์ (Kinesthetic stimulation) เกิดจากการเคลื่อนไหวของกล้ามเนื้อและอวัยวะส่วนที่เกี่ยวข้องกับการทำงานดังกล่าว (Smart and Smart 1978: 80) ในขณะเดียวกันสมองซีกซ้ายซึ่งควบคุมในเรื่อง การพูด การฟัง การอ่าน และการนับ เริ่มทำหน้าที่ได้เกือบจะสมบูรณ์เต็มที่แล้ว (Crinella 1971: 2033-2054)

ประการที่สอง การนับเป็นความคิดความเข้าใจเพราะว่าต้องอาศัยความรู้เชิงนามธรรม (Abstract knowledge) ที่เกี่ยวข้องกับการบอกลำดับที่ (Ordination) และการบอกจำนวน (Cardination) ความเข้าใจการบอกลำดับที่อาศัยความเข้าใจจำนวนที่เรียงตามลำดับ (Ordering quantities) ความเข้าใจการบอกลำดับที่ จะช่วยให้เด็กมีความสามารถตัดสินจำนวนเบื้องต้นหรือการเปรียบเทียบจำนวน เช่น เด็กจะรู้ว่า 3 มากกว่า 2 เพราะว่า 3 อยู่ในลำดับที่ (Sequence) ต่อจาก 2 จึงทำให้ 3 มากกว่า 2 (Piaget 1960, cited by Bryant 1974: 115-116) เมื่อเด็กมีความเข้าใจการบอกลำดับที่จะเป็นพื้นฐานของความเข้าใจการบอกจำนวน (Siegel 1974: 907-912) ความเข้าใจการบอกจำนวน จะช่วยให้เด็กรู้ว่าจำนวนของทั้งหมด (Cardinal number or Whole number) แต่ละชุด (Set) และยังเป็นพื้นฐานของมโนทัศน์เกี่ยวกับความเท่าเทียม (Equivalence concept) เด็กจึงจะมีความสามารถในการเปรียบเทียบขนาดของสองชุดและตัดสินความสัมพันธ์ระหว่างชุด รู้ว่าชุด

ไหนมีจำนวนมากกว่ากัน (Brainerd 1973: 101-109) จากที่กล่าวมาแล้ว พอที่จะเขียนแผนภาพแสดงให้เห็นลำดับขั้นพัฒนาการเกี่ยวกับจำนวน ได้ดังนี้



สรุปได้ว่า ความเข้าใจการบอกลำดับที่และความเข้าใจการบอกจำนวนเป็นพื้นฐานจำเป็นมากที่จะช่วยให้เด็กมีความสามารถในการนับด้วยการเข้าใจจำนวนอย่างแท้จริง (Rational counting) เด็กที่รู้ว่าของชุดหนึ่งมากกว่าของอีกชุดหนึ่งนั้น เด็กจะต้องเข้าใจว่าจำนวนของทั้งหมด (Cardinal number) ในชุดที่หนึ่งมากกว่าจำนวนของทั้งหมดในอีกชุดหนึ่ง ส่วนมโนทัศน์ความเท่าเทียมเป็นพื้นฐานของความเข้าใจการตัดสินจำนวน หรือการเปรียบเทียบจำนวน เช่น การเปรียบเทียบขนาดของสองชุด

ในเรื่องการนับ Piaget (Ripple and Rockcastle, eds. 1964: 6-18) ได้กล่าวว่า เด็กอายุ 3-5 ปี ซึ่งเป็นเด็กวัยก่อนเข้าเรียน มีความสามารถในการนับเบี้ย 10 อัน ที่วางเรียงกันเป็นเส้นตรงได้โดยการนับจากซ้ายไปขวาหรือนับจากขวาไปซ้ายและมีความสามารถนับเบี้ย 10 อันนี้ ถ้าวางเป็นวงกลมได้เช่นกัน การนับของเด็กมีความหมายเสมือนว่าเป็นเครื่องมือด้านสัญลักษณ์ (Symbolic tool) ใช้แทนความสัมพันธ์ของจำนวน แต่ไม่ได้หมายความว่าเด็กที่นับได้จะมีมโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวน หรือเข้าใจจำนวนอย่างแท้จริงเสมอไป เช่น เด็กบางคนนับได้ทั้ง ๆ ที่ อาจจะยังไม่เข้าใจความสมนัยแบบหนึ่งต่อหนึ่ง (One-to-One correspondence) ตามทฤษฎีของพีอาเจท์ ความเข้าใจนี้เป็นพื้นฐานที่สำคัญอย่างหนึ่งของมโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวน (Piaget 1941, cited by Ginsburg and Opper 1979: 138-149) ตามแนวคิดนี้เด็กที่นับได้อาจจะยังไม่มีมโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวน การนับได้อาจจะเป็นการนับซ้ำในลักษณะที่เป็นกิจกรรมการเล่นขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (Sensori-motor stage) และเด็กวัยนี้มักจะนับจากความจำหรือนับแบบท่องจำชื่อจำนวน (Number name) ตามตัวเลขที่บอกลำดับที่ (Piaget 1941, cited by Greeno, Riley and Gelman 1984: 96) เนื่องจากเด็กวัยนี้มีความสามารถใช้ภาษาเป็นสื่อแทนความนึกคิด พูดคุยติดต่อกับคนอื่น สามารถนึกคิดในใจแทนของที่ไม่ได้มีอยู่ขณะนั้นและเลียนแบบคนอื่นได้ (Piaget 1953, cited by Jersild, Telford and Sawrey: 439-441) เด็กบางคนอาจจะนับได้อย่างถูกต้องแต่ไม่ได้หมายความว่า เด็กคนนั้นจะเข้าใจจำนวนของทั้งหมดที่นับไปแล้ว (Cardinal number) เสมอไป เช่น เมื่อเด็กนับเสร็จเรียบร้อยแล้วถามเด็กว่ามีกี่อัน เด็กอาจจะตอบไม่ได้หรืออาจจะนับซ้ำอีกก็ได้ เพราะเด็กขั้นนี้ยังไม่เข้าใจการบอกจำนวน (Markman 1979: 395-411) เนื่องจากเด็กยังไม่เข้าใจจำนวนอย่างแท้จริง (Stake 1980) พอที่จะสรุปได้ว่า เด็กเข้าใจการบอกลำดับที่ก่อนที่จะเข้าใจการบอกจำนวน (William 1976: 301-302) เด็กอาจจะนับได้อย่างถูกต้องทั้งที่ ๆ ไม่เข้าใจจำนวนที่นับได้

ส่วน Gelman (1980: 54-68) กล่าวว่า การนับเป็นความคิดกว้าง ๆ ที่เป็นพื้นฐานสำคัญ สำหรับการเกิดทักษะทางคณิตศาสตร์ด้านการเพิ่มจำนวน (Addition) และการลดจำนวน (Substraction) Groen and Parkman (1972: 329-343) พบว่าการนับมีความสัมพันธ์กับความสามารถด้านการเพิ่มจำนวนและการลดจำนวน นอกจากนี้ยังพบว่า การนับของเด็กเป็นกิจกรรมที่เด็กวัยก่อนเข้าเรียนมักจะทำอยู่เสมอ และเป็นทักษะทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญมากอย่างหนึ่ง (Siegler and Robinson 1982: 242-312) การนับเป็นทักษะที่เกิดก่อนความสามารถในการอนุรักษ์จำนวน (Russac 1978: 728-735; Scaffer, Eggleston and Scott 1974: 367-379) เด็กจะนำการนับไปใช้เมื่อต้องการเปรียบเทียบหรือบอกจำนวนของสองชุด (Copeland 1984: 115) เพื่อการตัดสินความความแตกต่างกันของจำนวน ในกรณีที่ระยะห่างในแต่ละแถวเท่ากัน (Static correspondence) แล้วพัฒนาไปสู่กรณีที่ระยะห่างในแต่ละแถวไม่เท่ากัน (Dynamic correspondence) การเปรียบเทียบขนาดของสองชุด (Saxe 1979: 180-187) เด็กอาจจะใช้การนับช่วยให้ได้คำตอบที่ถูกต้องและใช้การนับตรวจสอบการตัดสินจำนวนในงานการคิดปฏิบัติการด้านจำนวนอีกหลายอย่าง (Inhelder, Sinclair and Bovet, in Floyd, ed. 1979: 162-194) การนับจึงเป็นความสามารถของเด็กที่นำไปใช้ทางด้านกิจกรรมเกี่ยวกับจำนวน

แม้ว่าเด็กวัยก่อนเข้าเรียนในช่วงอายุ 3-5 ปี จะมีความสามารถในการนับได้ บางครั้งอาจจะพบว่าเด็กนับผิดซึ่งอาจจะเป็นเพราะว่าท่องชื่อจำนวนหรือเลขนับตามลำดับไม่ได้ เนื่องจากมีขีดจำกัดในเรื่องความสามารถในการจำและการคิดในใจ ทำให้เด็กมีความสามารถลดน้อยลงที่จะจดจำเลขนับที่ได้นับไปแล้ว เด็กจึงลืมวัตถุอันที่นับไปแล้วก่อนหน้านี้ ดังนั้นความสามารถในการจำและการคิดในใจอาจจะเป็นสาเหตุที่ทำให้เด็กนับผิดพลาดและเป็นปัจจัยที่เกี่ยวกับความสามารถในการนับของเด็ก (Plotter and Levy 1968, cited by Flavell 1977: 92)

Gelman (1979: 900-905; Gelman 1980: 54-68; Gelman and Gallistel 1978,cited by Flavell 1985: 65-67) กล่าวว่า ความสามารถในการนับของเด็กเกี่ยวข้องกับความรู้ ความเข้าใจ และการนำ "หลักการนับ" (Counting principles) ทั้ง 5 อย่างไปใช้ได้อย่างสัมพันธ์กัน หลักการนับประกอบด้วย (1) หลักการหนึ่งต่อหนึ่ง (One-One-principle), (2) หลักการว่าด้วยการเรียงลำดับคงที่ (Stable-Order principle), (3) หลักการบอกจำนวน (Cardinal principle), (4) หลักการว่าด้วยความเป็นนามธรรม (Abstract principle) และ (5) หลักการว่าด้วยความไม่คงที่ของการเรียงลำดับ (Order-Irrelevance principle)* เกลแมนพบว่าเด็กวัยก่อนเข้าเรียนจะมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการนับด้วยการเรียนรู้อย่างมีทักษะโดยใช้หลักการนับทั้ง 5 อย่าง แบบอัตโนมัติส่วนหนึ่ง อีกส่วนหนึ่งอาจจะเกิดจากการเรียนรู้ด้วยการสังเกตวิธีการนับของคนอื่น ถ้าเด็กเข้าใจหลักการนับแล้วจะช่วยให้เด็กมีความสามารถในการนับได้อย่างถูกต้อง เด็กสามารถใช้การนับเพื่อบอกจำนวนของในชุดหนึ่ง ๆ ด้วยวิธีการแทนจำนวนต่าง ๆ ให้กับของทั้งชุดนั้นและเด็กยังใช้การนับเพื่อการคิดหาเหตุผลที่เกี่ยวข้องกับจำนวนในเชิงคณิตศาสตร์ รวมทั้งการอ้างอิงถึงจำนวนเฉพาะที่ใช้แทนของในชุดได้ เด็กจะใช้จำนวนหรือตัวเลขที่ได้จากการนับไปเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างของสองชุดเพื่อให้ทราบว่ามากกว่าหรือน้อยกว่ากัน หลักการนับจึงมีประโยชน์สำหรับเด็กและมีความจำเป็นมากที่จะช่วยให้เด็กมีความรู้และความสามารถในการตัดสินระหว่างการนับที่ถูกต้องกับการนับที่ไม่ถูกต้อง ทั้งที่เป็นการนับด้วยตนเอง และสังเกตคนอื่นนับก็ตามซึ่งแสดงว่าเด็กมี "ความรู้เกี่ยวกับการนับ" (Knowledge of counting)**

ลักษณะการนับของเด็กซึ่งเป็นความสามารถที่เด็กวัยก่อนเข้าเรียนทำได้ตามที่กล่าวมาแล้วนั้น มีลักษณะที่แตกต่างกันตามขั้นพัฒนาการของเด็กแต่ละ

---

*ดูรายละเอียดหน้า 24

**ดูรายละเอียดหน้า 28

คนตามลำดับ คือ เด็กจะเริ่มมีความสามารถในการนับแบบท่องจำโดยไม่ต้องมีของอยู่ต่อหน้า ต่อมาเด็กเริ่มนับได้จาก "หนึ่ง" แล้วเพิ่มทีละหนึ่ง ("หนึ่ง", "สอง", "สาม",..) และต่อมาเด็กจะมีความสามารถที่จะนับด้วยการเพิ่มทีละมากกว่าหนึ่ง ("หนึ่ง", "สาม", "ห้า",...) ขั้นต่อมาเด็กมีความสามารถในการนับของ เด็กจะสามารถนับโดยการเริ่มนับของอันแรกแล้วนับไปเรื่อย ๆ จนครบจำนวนของที่มีอยู่ ความสามารถของเด็กในขั้นนี้เรียกว่า "ความสามารถในการนับของที่มีอยู่ทั้งหมด" (Counting all) เมื่อผ่านขั้นนี้ไปแล้วถ้าให้เด็กนับของทั้งสองชุดรวมกัน เด็กสามารถนับโดยไม่จำเป็นต้องเริ่มนับของชุดเดิมซ้ำอีกครั้ง แต่เด็กสามารถนับชุดใหม่ต่อจากชุดเดิมไปได้เลย ความสามารถในขั้นนี้เรียกว่า "ความสามารถในการนับต่อ" (Counting on) ทั้งการนับแบบท่องจำ และการนับของต่าง ๆ (Secada, Fuson and Hall 1983: 47-57; Wearne and Hiebert 1984: 239-245 and Baroody 1987: 141-157)

ความสามารถในการนับต่อมีประโยชน์แก่เด็กสำหรับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ง่าย ๆ ในเรื่องการบวก-การลบ ตัวอย่างเช่น ให้เด็กหาผลลัพธ์ของ "4" บวกกับ "7" (แทนด้วยสมการ 4 + 7 = Y) หรือให้เด็กหาจำนวนที่มาบวกกับ "4" แล้วได้ผลลัพธ์เป็น "7" (แทนด้วยสมการ 4 + Y = 7) เด็กสามารถจะหาจำนวนมาแทนค่า Y ได้ด้วยวิธีพื้นฐานขั้นต่ำสุดที่เด็กจะเลือกใช้ก็คือการนับนิ้วมือ เป็นวิธีการขั้นแรกเพื่อใช้แก้ปัญหานี้ (Groen and Parkman 1972: 329-342; Carpenter and Moser, in Carpenter, Moser and Romberg, eds. 1982: 9-24) กรณีคำถามแรกเด็กจะแทนค่า Y ด้วยจำนวนที่นับครั้งสุดท้ายเมื่อนับต่อจาก "สี่" ไปอีก 7 นิ้ว หรือ 7 จำนวน ("สี่"..., "ห้า"[1], "หก"[2], "เจ็ด"[3], "แปด"[4], "เก้า"[5], "สิบ"[6], "สิบเอ็ด"[7]) คำตอบคือ 11 ส่วนคำถามที่สองเด็กจะใช้การนับต่อจาก "สี่" จนถึง "เจ็ด" จึงหยุดนับ แล้วใช้จำนวนที่นับเพิ่มไปจาก "สี่" จนถึง "เจ็ด" เป็นค่าของ Y ("สี่"..., "ห้า"[1], "หก"[2], "เจ็ด"[3]) คำตอบคือ 3 (Collis 1984: 150) ตามที่กล่าวมาแล้ว ผู้วิจัยพบว่าเด็กมีความสามารถใน

การแก้ปัญหาและเข้าใจวิธีการอันแรกได้ดีกว่าปัญหาและวิธีการอันที่สอง (Ibarra 1979)

โดยสรุป การนับของเด็กวัยก่อนเข้าเรียน เป็นวิธีการที่จะช่วยในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะเรื่องที่เกี่ยวข้องกับจำนวน เพราะการนับเป็นทักษะด้านจำนวน (Numerical skill) ที่สำคัญอย่างหนึ่ง เด็กจะใช้การนับเพื่อค้นหา และก่อให้เกิดความรู้ความเข้าใจจำนวนของที่อยู่รอบตัว ในลักษณะที่เป็นข้อมูลข่าวสารเชิงปริมาณ (Quantitative information) ช่วยให้เด็กเข้าใจความหมายของ "จำนวน" มากขึ้นในลักษณะที่เด็กรู้ความแตกต่างของจำนวนเฉพาะเชิงปริมาณ ได้แก่ ความเป็นหนึ่ง (Oneness), ความเป็นสอง (Twoness), ความเป็นสาม (Threeness),........ เช่นนี้เรื่อยไป (McCarthy and Houston 1980: 261) และช่วยให้รู้จำนวนที่มีอยู่ทั้งหมดในชุดหนึ่ง ๆ ในกรณีที่จำนวนมากกว่า 3-4 อัน ซึ่งเกินความสามารถจะบอกจำนวนโดยวิธีไม่ออกเสียงนับและไม่ชี้ จำนวนทั้งหมดในแต่ละชุด (Cardinal number) สามารถใช้เปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างของสองชุด การนับ เป็นวิธีหนึ่งใน 3 อย่าง ที่เด็กจะใช้ใน การเปรียบเทียบขนาดของสองชุด ส่วนวิธีอีก 2 อย่างคือ วิธีบอกจำนวนโดยไม่ออกเสียงนับและไม่ชี้ และความสมนัยแบบหนึ่งต่อหนึ่ง วิธีการเหล่านี้เด็กวัยก่อนเข้าเรียนสามารถทำได้ (Flavell 1977: 93-94) และจัดไว้ในหลักสูตรการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เบื้องต้นเกี่ยวกับเรื่องจำนวนสำหรับเด็กวัยก่อนเข้าเรียนและประถม (Day and Parker 1965: 224-225)

ด้วยเหตุนี้ ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาความสามารถในการเปรียบเทียบขนาดของสองชุด ความสามารถในการนับและความรู้เกี่ยวกับการนับในเด็กวัยก่อนเข้าเรียนอายุ 3-5 ปี ความสามารถและความรู้ต่าง ๆ เหล่านี้เป็นความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญที่เด็กจะนำไปใช้ในการเรียนชั้นสูงต่อไปและยังสามารถที่จะนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ เด็กวัยนี้เป็นพื้นฐานของการเรียนในระดับที่สูงขึ้น จึงจำเป็นที่จะต้องเน้นให้เห็นความสำคัญตั้งแต่ระดับนี้เพื่อความเสมอภาคของระบบการศึกษา (ศุภชัย พานิชภักดิ์ 2532: 1) และการวิจัย

ในประเทศไทยที่เกี่ยวกับเด็กวัยก่อนเข้าเรียนในเรื่องความสามารถทางด้านคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะเรื่องที่จะดำเนินการวิจัยครั้งนี้ ยังมีน้อย ผู้วิจัยต้องการจะศึกษาให้ทราบว่าพัฒนาการของความสามารถทั้ง 3 อย่างของเด็กวัยนี้ในแต่ละอย่างและระดับอายุ เป็นอย่างไรและสัมพันธ์กันอย่างไร เพื่อให้ทราบความสามารถและทักษะทางคณิตศาสตร์เบื้องต้นที่สำคัญและเป็นพื้นฐานของมโนทัศน์ด้านจำนวนของเด็ก อันจะเป็นประโยชน์ทางด้านการจัดหลักสูตรการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ให้มีความสอดคล้องกับระดับความสามารถ ขั้นพัฒนาการทางสติปัญญาและการคิด ตลอดจนประสบการณ์ของเด็กแต่ละวัย และเป็นการเตรียมความพร้อมด้านการเรียนของเด็กให้ดำเนินไปอย่างมีประสิทธิภาพ รวมทั้งช่วยส่งเสริมพัฒนาการด้านต่าง ๆ ในเวลาต่อมา

แนวความคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาและการคิด

(Theory of Cognitive development)

Piaget (piaget and Inhelder 1969: 53-54; 152-159) แบ่งขั้นพัฒนาการทางสติปัญญาและการคิดของเด็กเป็น 4 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (Sensorimotor stage) อยู่ในช่วงอายุ 0-2 ปี เด็กที่อยู่ในขั้นนี้จะมีโครงสร้างทางสติปัญญาและการคิดที่เกิดขึ้นช่วงแรกเป็นโครงสร้างทางด้านประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหวโดยรับสัมผัสจากสิ่งแวดล้อมและแสดงพฤติกรรมออกมาโดยมีแบบแผนของปฏิกิริยาสะท้อน (Reflex pattern) ตั้งแต่แรกเกิด ต่อมาปฏิกิริยาสะท้อนจะเริ่มเปลี่ยนแปลง แสดงออกลดน้อยลง เนื่องจากเด็กเริ่มมีการทำงานประสานกันของอวัยวะบางอย่างเช่น ตากับมือ ตากับหู มือกับปาก เมื่อเด็กได้มีโอกาสปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมรอบตัวมากขึ้น โครงสร้างทางสติปัญญาจะพัฒนาขึ้นเรื่อย ๆ ช่วงท้ายของขั้นนี้เด็กเริ่มเรียนรู้โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ได้ดียิ่งขึ้น สามารถรับรู้ว่าของต่าง ๆ และบุคคลยังคงมีอยู่ต่อไปเมื่อของเหล่านี้ไม่ได้ปรากฏอยู่

017209

ต่อหน้า ทราบว่าสิ่งรอบตัวสามารถที่จะเป็นสาเหตุของเหตุการณ์ต่าง ๆ ได้ เด็กจะสามารถควบคุมการเคลื่อนไหวร่างกายและส่วนต่าง ๆ ของร่างกายได้ดีขึ้นในระยะตอนปลาย

ขั้นที่ 2 ขั้นคิดก่อนปฏิบัติการ (Preoperational stage) อยู่ในช่วงอายุ 2-7 ปี ขั้นนี้อาจจะเรียกว่า "ขั้นก่อนมีมโนทัศน์และการคิดเองในใจ" (Preconceptual thought and Intuitive thought stage) เด็กขั้นนี้สามารถคิดโดยการใช้สัญลักษณ์ (Symbols) แทนวัตถุ (Object) เหตุการณ์ (Event) และการกระทำ (Action) ที่ไม่ต้องมีสิ่งเหล่านี้ปรากฏอยู่ต่อหน้าได้ดีขึ้น เพราะเด็กขั้นนี้สามารถนึกคิดในใจเพื่อแทนของต่าง ๆ ที่ไม่ได้มีอยู่ในขณะนั้น (Representational thought) และสามารถรับรู้ความเป็นเอกลักษณ์ (Identity) ซึ่งเป็นกระบวนการคิดภายใน เด็กขั้นนี้สามารถเล่นสมมติ (Symbolic play) แสร้งทำ (Pretending) และเลียนแบบ (Imitation of models) เมื่อเด็กนึกถึงของอย่างหนึ่งก็สามารถนึกคิดแทนของนั้นในใจหรือมีมโนภาพในใจ (Mental imagery) เด็กในขั้นนี้สามารถแทนของต่าง ๆ ด้วยคำพูด (Verbal representation) ได้ดีกว่าเด็กในขั้นแรก คำพูดและภาษาจึงเป็นเครื่องมือสำคัญต่อการนึกคิดกระทำการในมโนภาพ (Imaginative act) และการกระทำที่ต้องใช้สัญลักษณ์ (Symbolic act) เกิดขึ้นตลอดชีวิต ภาษาจึงเป็นเครื่องมือสำคัญอย่างหนึ่งที่จะช่วยพัฒนาสติปัญญาและการคิดของเด็กขั้นนี้ให้สูงขึ้น เด็กจะใช้ภาษาเป็นสื่อติดต่อสมาคมกับบุคคลอื่นที่แสดงให้เห็นลักษณะของพัฒนาการทางสังคม

จากความสามารถนึกคิดในใจเพื่อแทนสิ่งต่าง ๆ ที่ไม่ได้ปรากฏอยู่ต่อหน้าในขณะนั้น จะช่วยให้เด็กในขั้นนี้ สามารถนึกคิดถึงการกระทำ หรือเหตุการณ์ทั้งในอดีต และอนาคต นอกจากนี้เด็กในช่วงอายุ 2-7 ปี เริ่มมีโครงสร้างทางสมองที่จะใช้คิดปฏิบัติการเชิงเหตุผล (Logical thinking or operation) เด็กเรียนรู้แนวทางที่จะคิดปฏิบัติการกับจำนวนของต่าง ๆ โดยผ่านทางประสบการณ์ด้านการคิดให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ในเชิงคณิตศาสตร์ (Logico-mathematic

experience) เบื้องต้น เช่น การจัดระเบียบ (Arranging), การแบ่งกลุ่ม (Grouping), การนับ (Counting) เป็นต้น ประสบการณ์เหล่านี้ จะช่วยให้เด็กมีพัฒนาการดำเนินไปสู่ขั้นการคิดให้เหตุผลเชิงรูปธรรม (Concrete logical operational stage) อย่างแท้จริงในลำดับอายุต่อมา

ขั้นที่ 3 ขั้นคิดปฏิบัติการด้านรูปธรรม (Concrete operational stage) อยู่ในช่วงอายุ 7-11 ปี เด็กที่อยู่ในขั้นนี้สามารถนึกคิดสิ่งที่เป็นรูปธรรมที่สัมผัสได้และสิ่งที่เป็นจริงตามธรรมชาติ พัฒนาการด้านการคิดจะมีแบบแผนและมีเหตุผลมากขึ้น ลักษณะการคิดอย่างหนึ่งที่เกิดขึ้นในเด็กขั้นนี้คือ การคิดย้อนกลับ (Reversibility) เช่น เด็กเข้าใจว่า 3 + 5 = 8 และ 8 - 5 = 3 ซึ่งลักษณะการคิดนี้จะเป็นรากฐานของการคิดปฏิบัติการเชิงตรรกศาสตร์ (Logical operation) โครงสร้างทางสติปัญญาและการคิดที่มีพัฒนาการสูงขึ้นในขั้นนี้ Piaget แบ่งออกเป็น 2 กลุ่มใหญ่ ๆ คือ

ก. การคิดปฏิบัติการทางตรรกศาสตร์ในเชิงคณิตศาสตร์ (Logico-mathematic operations เป็นโครงสร้างทางสติปัญญาและการคิดที่เกี่ยวกับการคิดปฏิบัติการตรรกศาสตร์ในเชิงคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยมโนทัศน์ที่สำคัญ 4 อย่าง คือ

1. มโนทัศน์เกี่ยวกับการอนุรักษ์ (Conservation concept) เป็นมโนทัศน์เกี่ยวกับความคงถาวร (Concept of permanence) ที่เรียกว่า "การอนุรักษ์" (Conservation) หมายความว่า เด็กต้องมีความสามารถที่จะเข้าใจว่าคุณสมบัติ (Properties) ของวัตถุ รวมทั้งน้ำหนัก (Weight) ปริมาณ (Quantity) ปริมาตร (Volume) จำนวน (Number) ความยาว (Lenght) ความหนาแน่น (Density) และ พื้นที่ (Area) จะต้องคงที่ เมื่อไม่มีการเพิ่มเข้าไปหรือทำให้ลดลง แม้ว่าจะมีการเคลื่อนย้ายเปลี่ยนแปลงลักษณะรูปร่างหรือตำแหน่งที่วางอยู่ก็ตาม

2. มโนทัศน์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของวัตถุ (Relation concept) ได้แก่ การจัดเรียงลำดับ (Seriation) และการเปรียบเทียบเชิงอนุมาน (Transitive inference)

3. มโนทัศน์เกี่ยวกับการจัดประเภท (Classification) เป็นความสามารถในการจัดวัตถุเป็นหมวดหมู่ โดยอาศัยความสัมพันธ์กันของวัตถุ

4. มโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวน (Number concept) เป็นความสามารถในการเข้าใจ คิดปฏิบัติการเกี่ยวกับจำนวน และการนับ

ข. การคิดปฏิบัติการเชิงมิติสัมพันธ์ (Spatial operations) เป็นโครงสร้างทางสติปัญญาและการคิดที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ทางเรขาคณิต

นอกจากที่กล่าวมา เด็กขั้นนี้ยังมีความสามารถที่จะนึกคิดถึงความรู้สึกนึกคิดของผู้อื่นและนำมาช่วยตรวจสอบการให้เหตุผลรวมทั้งการแก้ปัญหาต่าง ๆ ของตนเองได้ดียิ่งขึ้น

<u>ขั้นที่ 4</u> ขั้นคิดปฏิบัติการด้านนามธรรม (Formal operational stage) อยู่ในช่วงอายุ 11-15 ปี ขั้นนี้ถือว่าเป็นพัฒนาการขั้นสุดท้ายหรือขั้นสูงสุดตามทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาและการคิด เด็กขั้นนี้เริ่มมีความรู้สึกนึกคิดแบบผู้ใหญ่ที่มีวุฒิภาวะ สามารถที่จะแก้ปัญหาและคิดให้เหตุผลทั้งรูปธรรมและนามธรรม ซึ่งไม่สามารถสัมผัสได้โดยตรง หรือคิดถึงสิ่งที่ไม่มีตัวตน สามารถใช้กระบวนการตั้งสมมติฐาน และการทดสอบสมมติฐานที่ตั้งขึ้น เพื่อการแก้ปัญหาต่าง ๆ ตามวิธีของตรรกศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ โครงสร้างทางสติปัญญาและการคิดที่พัฒนาขึ้นในขั้นนี้ได้แก่ โครงสร้างเรื่องสัดส่วน (Proportion) ความสมดุลย์สภาวะที่เป็นของเหลว (Hydrostatic equilibrium) การอ้างอิง (Reference) และความน่าจะเป็น (Probability) เด็กขั้นนี้จึงสามารถใช้ความคิดหาเหตุ และแก้ปัญหาได้อย่างสมบูรณ์เช่นเดียวกันกับผู้ใหญ่

ตามทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาและการคิดของพีอาเจท์ เด็กอายุ 3-5 ปี ที่จะศึกษาครั้งนี้ จัดอยู่ในขั้นคิดก่อนปฏิบัติการ (Preoperational stage) ซึ่งเด็กขั้นนี้มีความสามารถบางอย่าง เช่น ความสามารถแทนสิ่งต่าง ๆ ด้วยคำพูด ใช้คำพูดติดต่อสื่อสารกับผู้อื่นและที่สำคัญมากก็คือ มีความสามารถในการเรียงลำดับที่และการนับ เด็กจะมีความสามารถในการนับแบบท่องจำด้วยคำพูดและการนับของต่าง ๆ ซึ่งนอกจากจะต้องใช้ประสาทสัมผัสทางตาและใช้มือ (ใช้นิ้วชี้) แล้วยังจะต้องใช้คำพูดเพื่อออกเสียงแสดงจำนวนหรือตัวเลขที่นึกคิดใช้แทนจำนวนของต่าง ๆ แต่ละอันในลำดับที่กำลังนับ ความสามารถเหล่านี้ เด็กอายุ 3-5 ปี ทำได้แล้ว ถึงแม้ว่าเด็กในระดับอายุดังกล่าวตามแนวทฤษฎีนี้ ยังไม่มีมโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวนก็ตาม กล่าวคือ เด็กอาจจะนับได้ถูกต้อง แต่ไม่ได้หมายความว่า เด็กมีความเข้าใจจำนวนอย่างแท้จริงเสมอไป เพราะเด็กยังไม่มีความสามารถในการอนุรักษ์จำนวน

<u>ความรู้ความสามารถเกี่ยวกับจำนวน</u>

Gelman (Gelman and Gallistel 1978: 204; Gelman 1980;1982, cited by Flavell 1985: 63-73) แบ่งความรู้และทักษะเกี่ยวกับจำนวนของเด็กในช่วงวัยเด็กตอนต้น ออกเป็น 2 อย่างที่สำคัญ คือ

1. <u>ความสามารถเกี่ยวกับจำนวนเชิงนามธรรม</u> (Number-abstraction abilities) เป็นความสามารถของเด็กที่เข้าใจจำนวนปริมาณ รวมทั้งความสามารถในการนับ เป็นกระบวนการที่เด็กเข้าใจและสามารถใช้จำนวนแทนของในแถว (ชุด) เช่น ถ้าเด็กนับของในแถวได้ เด็กจะต้องมีความสามารถที่จะใช้จำนวนหรือตัวเลขใด ๆ แทนของที่มีอยู่ทั้งหมด สามารถบอกได้ว่าของในแถวนั้น มีกี่อัน โดยระบุเป็นตัวเลข เช่น 1, 2, 3, 4,..........

2. <u>หลักการให้เหตุผลเกี่ยวกับจำนวน</u> (Numerical-reasoning principle) เป็นความสามารถที่จะคิดปฏิบัติการด้านจำนวนอย่างมีเหตุผล เข้าใจผลลัพธ์ของจำนวนที่เกิดจากการคิดปฏิบัติการ เช่น การบวก การลบ หรือการเปลี่ยนแปลงจำนวน เช่น เด็กจะสรุปความเข้าใจว่า จำนวนไม่ได้เปลี่ยนแปลงไปเนื่องจากการขยายความยาวของแถว (Number-Irrelevant transformation) แต่จำนวนจะเปลี่ยนแปลงเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงจำนวนของในแถว เช่น การเพิ่มเข้า จะทำให้จำนวนของทั้งหมดในแถวนั้นเปลี่ยนแปลง (Number-relevant manipulation) เด็กมีความเข้าใจหลักการให้เหตุผลเกี่ยวกับจำนวนได้ดีพอ ๆ กับการเข้าใจจำนวนเชิงนามธรรม ในช่วงท้ายของวัยเด็กตอนต้น พบว่าเด็กมีความเข้าใจว่าการเปลี่ยนแปลงสี ลักษณะ ตำแหน่งที่วางด้วยการขยาย-ลดความยาวของแถวไม่ได้ทำให้จำนวนเปลี่ยนแปลงไป เด็กเริ่มเข้าใจว่าการเพิ่มของเข้าไปมีผลทำให้จำนวนทั้งหมดเพิ่มขึ้น การนำของออกไปทำให้จำนวนของทั้งหมดลดลงและยังมีความเข้าใจว่า ถ้าเพิ่มของเข้าเท่า ๆ กับนำของออก จำนวนของทั้งหมดจะไม่เปลี่ยนแปลง เด็กวัยนี้ยังมีควาสามารถในการเปรียบเทียบขนาดของสองชุด เด็กจะทราบว่าสองชุดเท่ากัน หรือไม่เท่ากัน ความสามารถนี้เด็กจะยึดถือการนับไปใช้ตัดสินความสัมพันธ์ระหว่างสองชุด การเข้าใจจำนวนซึ่งเป็นนามธรรม จะช่วยให้เด็กมีความสามารถในการคิดให้เหตุผลเกี่ยวกับจำนวนได้ดีขึ้น เมื่อเด็กอายุมากขึ้น เด็กจะใช้ประโยชน์จากความสามารถในการนับของตนเอง เพื่อคิดปฏิบัติการเกี่ยวกับการเพิ่มจำนวน (Addition) และการลดจำนวน (Substraction) ที่ไม่มากจนเกินไป ด้วยการลงมือทำจริง หรือคิดในใจ

<u>พัฒนาการด้านความสามารถในการนับ</u>

(Development of Counting)

Copeland (1984: 115-117) แบ่งขั้นพัฒนาการด้านความสามารถในการนับของเด็กออกเป็น 3 ขั้น ดังนี้

1. ขั้นการนับแบบท่องจำหรือการนับปากเปล่า (Rote counting stage) เด็กที่อยู่ในขั้นนี้เป็นเด็กที่เรียนรู้และจดจำวิธีการนับจากการสั่งสอนของพ่อแม่ ผู้ใกล้ชิดและสื่อมวลชนเช่น วิทยุ โทรทัศน์ เด็กจะจดจำ "คำบอกลำดับที่การนับ" หรือ "คำออกเสียงนับ" (Counting words) หรือ "ชื่อจำนวน" (Number names) คือ "หนึ่ง" "สอง" "สาม" "สี่"...... เสมือนแสดงว่าเด็กมีความสามารถในการนับ ถ้าให้เด็กในขั้นนี้บอกจำนวนที่นับได้ทั้งหมด เด็กอาจจะตอบด้วยการเดาสุ่ม เพราะการนับของเด็กในขั้นนี้เป็นการนับที่เกิดจากการท่องจำจากความสามารถในการจำคำบอกลำดับที่การนับ ซึ่งเกิดจากการเรียนรู้ซ้ำ ๆ และยังไม่มีความสามารถที่จะเข้าใจความสมนัยกันระหว่างคำที่ออกเสียงนับ (Words) และของที่ถูกนับ

2. ขั้นการนับที่ถูกต้อง (Rational counting stage) เด็กที่อยู่ในขั้นนี้เป็นเด็กที่มีความเข้าใจความสมนัยกันระหว่างคำที่ออกเสียงนับและของที่ถูกนับแบบหนึ่งต่อหนึ่ง ด้วยการนึกภาพจับคู่เชื่อมโยงในใจประสานงานกับการมองเห็นของที่ถูกนับและการใช้นิ้วมือสัมผัสหรือชี้ของที่ถูกนับ

3. ขั้นการนับด้วยความสามารถในการอนุรักษ์จำนวน (Conservation of number stage) เด็กที่อยู่ในขั้นนี้จะใช้การนับเพื่อตัดสินจำนวนหรือการเปรียบเทียบจำนวนด้วยความเข้าใจจำนวนอย่างแท้จริงและใช้การนับเพื่อการตัดสินความเท่าเทียมกันระหว่างของสองชุด โดยใช้หลักเหตุผลเกี่ยวกับการไม่เปลี่ยนแปลงของจำนวน (Invariance of number) และความเข้าใจการบอกจำนวน

ตามแนวคิดของ Copeland เน้นการนับของต่าง ๆ และการบอกจำนวนได้อย่างถูกต้อง เด็กที่มีมโนทัศน์เกี่ยวกับการอนุรักษ์เท่านั้น จึงจะนับของต่าง ๆ และบอกจำนวนทั้งหมดจากการนับได้ถูกต้อง ด้วยความเข้าใจจำนวนอย่างแท้จริง เด็กจะนับแบบท่องจำหรือการนับปากเปล่าได้ก่อนการนับของต่าง ๆ

ทฤษฎีว่าด้วยแบบการนับของเด็ก

(Theory of Children's Counting Types)

Steff, Glaserfeld, Richards and Copp (1983, cited by Carpenter 1985: 70-76) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับแบบการนับของเด็กโดยกล่าวว่า "การนับ" เป็นความสมนัย (Correspondence) ของคำบอกจำนวน (Number words) กับของที่ถูกนับเรียกว่า "หน่วยนับ" (Unit item) พัฒนาการด้านความสามารถในการนับของเด็กมีความเกี่ยวข้องกับความสามารถในการนับของต่าง ๆ ที่เป็นนามธรรม (Abstract unit items) แบบการนับมีหลายระดับ แต่ละระดับจะแตกต่างกันในด้านความสามารถในการคิดในใจ และความคล่องแคล่วในการคิดของกระบวนการนับ แบบการนับแบ่งออกเป็น 5 ระดับ ดังนี้

1. เด็กที่นับโดยใช้การรับรู้ (Counters of perceptual unit items) เด็กที่อยู่ในระดับนี้จะนับได้เฉพาะของที่ใช้ประสาทสัมผัสรับรู้ได้โดยตรงเท่านั้น เช่น ตามองเห็น สัมผัสได้ เนื่องจากเด็กระดับนี้ขาดความสามารถในการนึกภาพในใจแทนสิ่งต่าง ๆ การนับของเด็กระดับนี้ส่วนมาก จะเป็นการนับแบบท่องจำเรียงคำบอกจำนวน (Reciting a Number Word Sequences) และมักจะนับได้เฉพาะที่เริ่มนับจาก "หนึ่ง" หรือของอันที่มองเห็นอันแรกเท่านั้น

2. เด็กที่นับด้วยการนึกภาพรูปร่างของที่จะนับ (Counters of Figural unit items) เด็กที่อยู่ในระดับนี้ สามารถนับได้โดยไม่ต้องอาศัยประสาทสัมผัสโดยตรง แต่ของเหล่านั้นจะต้องมีเนื้อหาที่เด็กสามาถนึกภาพในใจแทนได้อย่างชัดเจน เช่น ให้เด็กบอกจำนวนของที่มีผ้าปิดไว้ เด็กขั้นนี้สามารถนึกภาพของที่ปิดไว้ และเคยมองเห็นก่อนหน้านี้โดยการนับในใจ

3. เด็กที่นับโดยการเคลื่อนไหวอวัยวะ (Counters of Motor Unit Items) เด็กที่อยู่ในระดับนี้มีความสามารถนับได้โดยไม่ต้องอาศัยการนึกภาพในใจเพื่อแทนจำนวนของที่มีเนื้อหาชัดเจน แต่เด็กขั้นนี้ใช้

การเคลื่อนไหวอวัยวะภายนอกร่างกาย (Physical motor action) เช่น ใช้นิ้วมือชี้ในขณะที่กำลังนับ แต่ไม่ได้หมายความว่า การชี้จะสมนัยกับลำดับที่ของที่วางอยู่เสมอไป เด็กอาจจะชี้ที่เดิมซ้ำ ๆ ขณะที่กำลังนับ คล้ายการเคาะจังหวะ

4. <u>เด็กที่มีความสามารถบอกจำนวนโดยไม่ต้องนับ</u> (Counters of Verbal Unit Items) เด็กที่อยู่ในระดับนี้สามารถบอกจำนวนของทั้งหมดที่มีอยู่โดยไม่ต้องนับออกเสียงและชี้ สามารถใช้คำบอกจำนวน (Number word) แทนจำนวนของที่มีอยู่ทั้งหมดได้ทันที

5. <u>เด็กที่มีความสามารถนับของเป็นนามธรรม</u> (Counters of Abstract Unit Items) เด็กที่อยู่ในขั้นนี้เข้าใจว่าของทุกอย่างสามารถนับได้ บอกจำนวนของที่นับได้ เพราะจำนวนหรือตัวเลขเป็นนามธรรม การนับได้ของเด็กในระดับนี้เป็นการนับที่เด็กเข้าใจจำนวนอย่างแท้จริง สามารถนำความสามารถในการนับไปใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการบวกและการหาจำนวนที่หายไป โดยเฉพาะอย่างยิ่งความาสามารถในการนับต่อ (Counting on) เช่น ถามเด็กว่า "5" บวกกับ "7" ได้ผลลัพธ์เป็นเท่าไร เด็กในระดับนี้จะใช้การนับต่อโดยการนับต่อจาก "5" ไปอีก 7 ตัว ตามลำดับตัวเลขน้อยไปมากดังนี้ " 5,...หยุด, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12" หรือกรณีถามเด็กว่า "8" บวกกับอะไรจึงจะได้ผลลัพธ์เป็น "14" เด็กในระดับนี้จะใช้วิธีการนับต่อจาก "8" ไปจนถึง "14" แล้วจึงหยุดนับ เป็นต้น

จากแนวคิดของ Steff และคณะ เด็กจะเริ่มมีความสามารถนับแบบท่องจำได้ก่อน การนับของเด็กในระดับแรก ๆ สามารถทำได้เฉพาะการนับของที่เด็กมองเห็นและมีเนื้อหาชัดเจนเท่านั้น ต่อมาพัฒนาเป็นความสามารถในการนับสิ่งต่าง ๆ จนถึงระดับสุดท้ายเป็นความสามารถในการนับด้วยความเข้าใจจำนวนซึ่งเป็นนามธรรมได้อย่างแท้จริง ความสามารถในการนับระดับสุดท้ายเป็นรากฐานที่เด็กจะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เช่น การบวก การลบ การเปรียบเทียบจำนวน เป็นต้น

หลักการนับ (Counting principle)

Gelman (1979: 900-905; 1982, cited by Flavell 1985: 65-67) เชื่อว่าเด็กวัยก่อนเข้าเรียนมีความสามารถในการนับและปฏิบัติการด้านการนับโดยให้ความสนใจเป็นพิเศษในเรื่อง "ขบวนการเข้าใจจำนวนเชิงนามธรรมของการนับ" (Number-abstraction process of counting) เด็กวัยนี้จะใช้การนับเสมือนว่าเป็นวิธีการหลักสำหรับกำหนดจำนวนแทนของทั้งหมด และการแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนโดยยึดถือและนำ "หลักการนับ" ไปใช้

หลักการนับนี้มีพื้นฐานจากแนวคิดเรื่องความสมนัยแบบหนึ่งต่อหนึ่ง (One-to-One correspondence) การบอกลำดับที่ (Ordination) และการบอกจำนวน (Cardination or Cardinality) หลักการนับมีความสำคัญและจำเป็นมากต่อความสามารถในการนับของที่มีอยู่ได้อย่างถูกต้อง เด็กวัยนี้จะมีความรู้ความเข้าใจ และยึดถือหลักการนี้ได้ตั้งแต่ช่วงอายุแรก ๆ แม้ว่าอาจจะยังใช้ไม่ได้สมบูรณ์ ด้วยเหตุที่มีข้อจำกัดต่าง ๆ เช่น ความสามารถทางภาษา ความจำ การคิดในใจ ฯลฯ การนับได้อย่างถูกต้อง จะเกี่ยวข้องกับการที่เด็กนำหลักการนับไปใช้อย่างสัมพันธ์กันโดยการฝึกฝนด้วยตนเองส่วนหนึ่ง พยายามนับให้ได้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้ อีกส่วนหนึ่งเรียนรู้จากการสังเกตการนับที่ถูกต้องของผู้อื่น ความสามารถในการนับขั้นต้น ๆ (นับได้น้อย) จะเป็นพื้นฐานของความสามารถในการนับขั้นสูง (นับได้มากและบอกจำนวนได้) ในช่วงอายุต่อมา เมื่อเด็กนำหลักการนับไปใช้ได้ ก็จะช่วยพัฒนาทักษะการนับได้ดียิ่งขึ้นอันจะเป็นการส่งเสริมให้เด็กมีความสามารถกำหนดจำนวน หรือตัวเลขให้กับของที่ถูกนับไปแล้ว เพื่อแทนจำนวนของที่มีอยู่ทั้งหมดได้อย่างถูกต้องและพัฒนาการของความสามารถในการคิดให้เหตุผลเกี่ยวกับจำนวนดีขึ้นรวมทั้ง ความสามารถในการแยกระหว่างการนับที่ถูกต้องกับการนับที่ไม่ถูกต้องตามหลักการนับอีกด้วย

จากแนวคิดนี้เอง Gelman and Gallistel (1978: 204) ตั้งสมมติฐานว่า "ความรู้เกี่ยวกับหลักการนับ จะเป็นพื้นฐานสำหรับการเกิด

ทักษะการนับ" โดยเชื่อว่าเด็กที่เข้าใจและนำหลักการนับไปใช้ได้อย่างถูกต้อง ย่อมจะมีความสามารถในการนับได้อย่างถูกต้องและคล่องแคล่ว

หลักการนับแบ่งออกเป็น 5 อย่าง หลักการข้อที่ 1-3 เกี่ยวข้องกับเรื่องการบอกให้เด็กรู้ว่า วิธีการนับที่ถูกต้องควรเป็นอย่างไร หลักการข้อที่ 4 เกี่ยวข้องกับเรื่องการบอกให้เด็กรู้ว่า อะไรบ้างที่จะถูกนับได้ ส่วนหลักการข้อที่ 5 เป็นการรวมจากหลักการข้อที่ 1-4 รายละเอียดมีดังต่อไปนี้

1. <u>หลักการหนึ่งต่อหนึ่ง</u> (One-One principle) หลักการข้อนี้เกี่ยวข้องกับความรู้ความเข้าใจที่ว่าของแต่ละอันในแถวหรือชุดหนึ่ง ถูกกำหนดด้วยตัวเลข (Numeral) อย่างเฉพาะเจาะจงเพียงตัวเดียวเท่านั้น ไม่มีการซ้ำไม่ข้าม ของหนึ่งอันนับครั้งเดียว ตัวเลขที่ใช้นับต้องเรียงลำดับก่อน-หลังอย่างเด่นชัดและสม่ำเสมอ เมื่อของอันสุดท้ายถูกนับแล้ว จะต้องหยุดนับ หลักการข้อนี้เป็นหลักการข้อแรกที่เด็กวัยก่อนเข้าเรียนมีความรู้ ความเข้าใจ และนำไปใช้ได้เป็นประการแรก

2. <u>หลักการว่าด้วยการเรียงลำดับคงที่</u> (Stable-Order principle) หลักการข้อนี้เกี่ยวข้องกับความรู้ความเข้าใจที่ว่า กำหนดตัวเลขเดี่ยว ๆ อย่างเฉพาะเจาะจง (Specific numeral) ให้กับของแต่ละอันที่กำลังนับนับ อย่างเฉพาะเจาะจง (Specific object) ในแถวหนึ่งตามลำดับที่ของจำนวนจริง (1, 2, 3,....) และลำดับที่การวางในแถวนั้น ("ที่หนึ่ง", "ที่สอง", "ที่สาม", ...) อย่างคงเส้นคงวา เด็กที่เข้าในหลักการข้อนี้จะมีความสามารถนับเรียงลำดับคงที่ที่ถูกต้อง และยึดถือแบบการนับนี้เมื่อจะนับครั้งต่อไป เช่น ให้เด็กนับเบี้ย 10 อัน เด็กจะนับ "หนึ่ง" "สอง" "สาม"..."เก้า" "สิบ" เด็กที่เข้าใจหลักการข้อนี้ สามารถพบความผิดพลาดในการนับของผู้อื่น เด็กจะบอกได้ว่าผู้อื่นนับผิดหรือไม่และนับผิดอย่างไรซึ่งแสดงให้เห็นว่าเด็กมีความรู้ที่เรียกว่า "ความรู้เกี่ยวกับการนับ" (Knowledge of counting) เช่น เมื่อผู้อื่นนับของอันใดอันหนึ่งข้ามไป เด็กจะรู้ว่าผู้อื่นนับผิดเพราะผู้อื่นนับข้าม (Skipped object)

เป็นต้น โดยที่เด็กจะพิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่การวางของในแถวกับคำที่ออกเสียงนับ

3. <u>หลักการบอกจำนวน</u> (Cardinal principle) หลักการข้อนี้เกี่ยวข้องกับความรู้ความเข้าใจที่ว่า ตัวเลขหรือคำออกเสียงนับจากการนับของอันสุดท้ายในแถว หรือชุดหนึ่ง (Cardinal number) จากการนับเรียงลำดับก่อนหลังและเรียงตัวเลขนับอย่างถูกต้อง จะเป็นจำนวนของที่ถูกนับและมีอยู่ทั้งหมดในแถวนั้น เด็กจะต้องเข้าใจว่าจำนวนของทั้งหมดสมนัยกับจำนวนที่นับของอันสุดท้าย เด็กอายุน้อยพบว่า มีแนวโน้มที่จะนับใหม่ซ้ำอีก หลังจากถามจำนวนของที่เด็กนับไปแล้วนั้น เนื่องจากเด็กยังไม่มีความรู้ความเข้าใจหลักการข้อนี้ ส่วนเด็กที่อายุมากกว่าจะมีความรู้ความเข้าใจ และนำหลักการข้อนี้ไปใช้ สามารถตัดสินได้ว่าเป็นการนับที่ถูกต้องหรือไม่ถูกต้องอย่างไร ทั้งที่เป็นการนับด้วยตนเองหรือดูผู้อื่นนับก็ตาม โดยพิจารณาจำนวนสุดท้ายที่ใช้นับของอันสุดท้าย ความสามารถเหล่านี้พบในเด็กวัยก่อนเข้าเรียน ถึงแม้ว่าเด็กวัยนี้บางคนอาจจะยังทำด้วยตนเองไม่ได้

4. <u>หลักการว่าด้วยความเป็นนามธรรม</u> (Abstraction principle) หลักการข้อนี้เกี่ยวข้องกับความรู้ความเข้าใจที่ว่า อะไร ๆ ก็นับได้ ทุกอย่างมีค่าคงที่ สามารถนับได้ ไม่ว่าจะเป็นเหตุการณ์ สิ่งมีชีวิต สิ่งไม่มีชีวิต สิ่งที่สัมผัสได้ สิ่งที่สัมผัสไม่ได้ ฯลฯ เด็กที่มีความรู้ความเข้าใจหลักการข้อนี้ จะสามารถนับ และบอกจำนวนอะไรก็ได้อย่างถูกต้อง โดยที่สิ่งต่าง ๆ ไม่จำเป็นต้องมีลักษณะเหมือนกัน ไม่จำเป็นต้องวางเรียงแถวเป็นระเบียบ

5. <u>หลักการว่าด้วยความไม่คงที่ของการเรียงลำดับ</u> (Order-Irrelevance principle) หลักการข้อนี้เกี่ยวข้องกับความรู้ความเข้าใจที่ว่า การนับจะเริ่มอันไหนก่อนหรือนับไปในทิศทางใดก่อนก็ได้ เด็กจะเข้าใจและรู้ว่าผลจากการนับแบบต่าง ๆ กัน สามารถบอกจำนวนของทั้งหมดที่ถูกนับได้อย่างถูกต้องเหมือนกัน นั่นคือ เด็กเข้าใจว่าของแต่ละอันจะต้องถูกนับครั้งเดียว

หรือกำหนดคำออกเสียงนับเพียงครั้งเดียวเท่านั้น คำที่ออกเสียงนับจะต้องเรียงกันตามจำนวนจริงตามลำดับ สม่ำเสมอ ไม่ว่าของที่จะถูกนับวางเรียงกันอยู่เป็นอย่างไร เช่น เริ่มนับอันที่ 2 หรือ 3 นับจากขวาไปซ้าย เป็นต้น

จากแนวคิดของเกลแมนที่กล่าวมาแล้ว เด็กวัยก่อนเข้าเรียนจะมีความสามารถในการนับและเข้าใจจำนวนของที่นับได้ สามารถบอกจำนวนของด้วยการใช้คำออกเสียงนับหรือตัวเลขแทนของที่นับได้และมีอยู่ทั้งหมด การนับทำให้เด็กรู้ว่ามีจำนวนของกี่อัน และยังช่วยให้เด็กนำจำนวนของแต่ละแถวหรือชุดมาเปรียบเทียบกันได้ และใช้ในการตัดสินจำนวน แม้ว่าเด็กบางคนอาจจะเลือกใช้วิธีบอกจำนวนโดยไม่ออกเสียงนับและไม่ชี้หรืออาจจะเลือกใช้วิธีความสมนัยแบบหนึ่งต่อหนึ่ง เด็กวัยก่อนเข้าเรียนสามารถเรียนรู้และเข้าใจหลักการของการนับทั้ง 5 อย่างโดยเด็กจะยึดถือหลักการนี้เพื่อช่วยให้นับได้อย่างถูกต้องตามมาตรฐาน ช่วยให้เด็กเข้าใจจำนวนของในแต่ละชุดได้ดีขึ้นและยังช่วยพัฒนาความสามารถในการคิดให้เหตุผลเกี่ยวกับจำนวนได้ดีขึ้นด้วย มีความเข้าใจการใช้จำนวนของทั้งหมดในแต่ละชุดนำมาเปรียบเทียบกัน หลักการนับจะช่วยให้เด็กพัฒนาความสามารถคิดพิจารณาแยกระหว่างการนับที่ถูกต้องตามมาตรฐานและการนับผิดทั้งการนับด้วยตนเองและดูผู้อื่นนับ ประการหลังนี้จัดเป็นความรู้เกี่ยวกับการนับของเด็ก

<u>ลักษณะที่จำเป็นในการนับ</u>

Greeno, Riley and Gelman (1984: 94-143) ได้แบ่ง ลักษณะที่จำเป็นในการนับออกเป็น 5 อย่าง ดังต่อไปนี้

1. <u>ความสมนัยระหว่างคำที่ออกเสียงนับกับของที่ถูกนับ</u> (Word/Object Correspondence) ลักษณะนี้สำคัญมากที่สุดต่อการนับอย่างถูกต้อง ลักษณะนี้คำที่ออกเสียงนับ (Words) ตรงกับลำดับที่ของที่ถูกนับในแถว (Order) ของหนึ่งอันจะต้องออกเสียงนับครั้งเดียวและกำหนดเลขนับเพียง

ตัวเดียว

2. ทิศทางการนับแบบมาตรฐาน (Standard direction) เป็นการนับที่มีทิศทางเริ่มต้นจากซ้ายไปขวาจนถึงอันสุดท้าย

3. การนับติดต่อกัน (Adjacency) เป็นการนับโดยเรียงติดต่อกันอย่างคงที่

4. การชี้ (Pointing) เป็นการชี้ของที่ถูกนับเพียงหนึ่งครั้งต่อการนับของหนึ่งอันและจะต้องชี้ไปพร้อม ๆ กับการออกเสียงนับอย่างสอดคล้องกัน

5. การเริ่มนับริมสุดในแถว (Start at an end) เป็นการเริ่มนับของอันที่อยู่ริมสุดของแถว ในการนับครั้งหนึ่ง ๆ

ลักษณะที่จำเป็นในการนับทั้ง 5 อย่าง จัดเป็นกฎที่เกี่ยวข้องกับหลักการนับมีความจำเป็นต่อการนับที่ถูกต้อง และความรู้เกี่ยวกับการนับ

ความรู้เกี่ยวกับการนับ (Knowledge of Counting)

Greeno and others กล่าวว่าความรู้เกี่ยวกับการนับเป็นความสามารถที่จะคิดพิจารณาตัดสินความถูกต้องของการนับของผู้อื่นโดยยึดถือลักษณะที่จำเป็นในการนับเป็นเกณฑ์พิจารณาตัดสินการนับ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง "กฎความสมนัยระหว่างคำที่ออกเสียงนับและของที่ถูกนับ" (Word/Object Correspondence Rule)" ใช้เป็นกฎหลักการทดสอบความรู้เกี่ยวกับการนับของเด็ก จะเป็นการวัดความรู้ความเข้าใจในการพิจารณาการนับของผู้อื่นว่าเป็นการนับที่ผิดหรือไม่ อาทิเช่น ถ้าผู้อื่นนับไม่ถูกต้อง (นับผิด) ฝ่าฝืนกฎความสมนัยระหว่างคำที่ออกเสียงนับกับของที่ถูกนับ เด็กที่เข้าใจจะต้องตอบยอมรับ (Acceptance) ยอมรับว่าผู้อื่นนับผิดจริงหรือถ้าผู้อื่นนับถูกต้องสอดคล้องกับกฎความสมนัยระหว่างคำที่ออกเสียงนับกับของที่ถูกนับ เด็กที่เข้าใจกฎจะต้องตอบปฏิเสธ (Rejection) ไม่ยอมรับว่าผู้อื่นนับผิดเพราะเด็กคิดว่าผู้นั้นนับได้ถูกต้อง

Greeno and others แบ่งประเภทการนับเป็น 3 ประเภท ดังต่อไปนี้

ประเภทที่ 1 การนับผิดหรือมีความผิดพลาดในการนับ (Counting Errors) การนับที่อยู่ในประเภทนี้ เป็นการนับที่ไม่ถูกต้องหรือฝ่าฝืนกฎความสมนัยระหว่างคำที่ออกเสียงนับกับของที่ถูกนับด้วยการออกเสียงนับของอันใดอันหนึ่งมากกว่าหรือน้อยกว่าที่มีอยู่ แบ่งออกเป็น 4 แบบ คือ

1.1 การนับข้าม (Skipped object counting) การนับแบบนี้ ไม่ออกเสียงนับและไม่ชี้ของอันใดอันหนึ่ง

1.2 การนับที่ไม่ออกเสียงนับ (Omitted word counting) การนับแบบนี้ไม่มีออกเสียงนับของอันใดอันหนึ่ง แต่ชี้ในลำดับที่ถูกต้อง

1.3 การนับซ้ำ (Doubly counted objects) การนับแบบนี้ ออกเสียงนับและชี้ซ้ำที่ของอันใดอันหนึ่ง

1.4 การออกเสียงนับเกิน (Extra word counting) การนับแบบนี้ ออกเสียงนับเกินจำนวนของที่มีอยู่ แต่ไม่ได้ชี้ของอันนั้น

ประเภทที่ 2 การนับที่ถูกต้องแต่ไม่ใช่การนับตามปรกติ (Unusual correct countings) การนับที่อยู่ในประเภทนี้ เป็นการนับที่ถูกต้อง หรือไม่ฝ่าฝืนกฎความสมนัยระหว่างคำที่ออกเสียงนับกับของที่ถูกนับ จำนวนสุดท้ายที่นับของอันสุดท้ายถูกต้องตรงกับจำนวนของที่มีอยู่ สามารถใช้จำนวนสุดท้ายนี้ ไปแทนจำนวนของทั้งหมดในแถว (ชุด) ตรงตามหลักการบอกจำนวน แต่ไม่สอดคล้องกับลักษณะที่จะเป็นในการนับอื่น ๆ ได้แก่ ทิศทางการนับแบบมาตรฐาน การนับติดต่อกัน การชี้ และการเริ่มนับริมสุดในแถว แต่ลักษณะการนับประเภทนี้ ไม่มีจำเป็นที่จะทำเช่นนั้น เพราะไม่ใช่ลักษณะการนับตามปรกติทั่วไป การนับประเภทที่ 2 แบ่งออกเป็น 4 แบบ ดังนี้

2.1 การนับจากขวาไปซ้าย (Reverse direction counting) การนับแบบนี้เป็นการนับที่ถูกต้องทั้งการออกเสียงนับและการชี้ เพียงแต่นับสวนทิศทางไปทางตรงข้ามกับการนับปรกติซึ่งเด็กส่วนใหญ่ที่ถนัดมือขวาจะนับจากซ้ายไปขวา

2.2 การนับไม่ติดต่อกัน (Nonadjacent object counting) การนับแบบนี้มีทิศทางการนับไม่คงที่ สลับซ้าย-ขวา และขวา-ซ้าย แต่การออกเสียงนับ และการชี้ถูกต้อง

2.3 การเริ่มนับตรงกลางแถว (Start in the middle's counting) การนับแบบนี้เป็นเริ่มนับของอันแรกตรงกลางแถวแล้วนับต่อไปทางขวาย้อนกลับมาทางซ้ายแล้วทางซ้ายย้อนกลับไปทางขวาจนครบ การออกเสียงนับและการชี้ถูกต้อง

2.4 การนับที่มีการชี้ซ้ำ (Double point counting) การนับแบบนี้ เป็นการนับที่ชี้ของอันที่อยู่ตรงกลางแถวซ้ำหนึ่งครั้ง แต่ไม่ออกเสียงนับ

ประเภทที่ 3 การนับที่ถูกต้องตามมาตรฐาน (Standard correction counting) การนับประเภทนี้ เป็นการนับที่ถูกต้อง ไม่ฝ่าฝืนกฎความสมนัยระหว่าง คำที่ออกเสียงนับและของที่ถูกนับและสอดคล้องกับลักษณะที่จะเป็นในการนับอื่น ๆ ได้แก่ ทิศทางการนับแบบมาตรฐาน การนับติดต่อกัน การชี้ และการเริ่มนับริมสุดในแถว คำที่ออกเสียงนับ (Words) ตรงกับลำดับที่ของที่ถูกนับในแถว (Order) ของหนึ่งอันจะต้องออกเสียงนับครั้งเดียวและกำหนดเลขนับเพียงตัวเดียว ทิศทางการนับเริ่มต้นจากซ้ายไปขวาจนถึงอันสุดท้าย การนับจะต้องเรียงติดต่อกันอย่างคงที่ มีการชี้ของที่กำลังนับเพียงหนึ่งครั้งต่อการนับของหนึ่งอัน จะต้องชี้ไปพร้อม ๆ กับการออกเสียงนับด้วยความสอดคล้องกัน เมื่อของอันสุดท้ายถูกนับแล้วจะต้องหยุดนับ

จากแนวคิดดังกล่าว พบว่าความรู้ความเข้าใจกฎความสมนัยระหว่างคำที่ออกเสียงนับกับของที่ถูกนับ เป็นกฎที่จำเป็นมากในการช่วยให้เด็กมี

ความสามารถคิดพิจารณาการนับของคนอื่นว่าเป็นการนับที่ถูกต้อง หรือไม่ถูกต้องอย่างไร ถ้าเป็นการนับที่ไม่ถูกต้องเด็กจะรู้ว่าการนับนั้นฝ่าฝืนกฎนี้ และเด็กจะสามารถคิดพิจารณาว่าไม่ถูกต้อง มีการนับผิดตรงตำแหน่ง (Location) ไหน และลักษณะที่ผิดนั้นเป็นอย่างไร เช่น ข้าม (Skipped), ละไว้ (Omitted), ซ้ำ (Double), เกิน (Extra) เป็นต้น

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Donaldson and Balfour (1968: 461-471) ศึกษาความเข้าใจคำว่า "มากกว่า" และ "น้อยกว่า" กลุ่มตัวอย่างเป็นเด็กอายุ 3-4 ปี จำนวน 15 คน ใช้ต้นแอปเปิ้ลจำลองสองต้น มีผลทั้งหมด 12 ผล ผู้ทดลองจัดให้เด็กแต่ละคนเปรียบเทียบผลแอปเปิลสองต้น ในสถาการณ์ที่มีการเพิ่มและลดจำนวนผลแอปเปิลในต้นหนึ่ง ผลการศึกษาพบว่า เด็กระดับอายุ 3-4 ปี สามารถเข้าใจคำว่า "มากกว่า" และ "น้อยกว่า" แต่มีแนวโน้มที่จะแสดงว่าเด็กเข้าใจคำว่า "มากกว่า" ได้ดีกว่าคำว่า "น้อยกว่า"

Wiener (1975: 151) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างคำว่า "มากกว่า" และ "น้อยกว่า" กับการคิดปฏิบัติการด้านการเพิ่มจำนวน และการลดจำนวน กลุ่มตัวอย่างเป็นเด็กระดับอายุ 2-3 ปี ให้เด็กเปรียบเทียบขนาดของสองแถว เมื่อเพิ่มเข้าไป หรือหักออกในอีกแถวหนึ่ง ผลการศึกษาพบว่าการเพิ่มจำนวน และการลดจำนวนจะมีผลต่อความเข้าใจคำว่า "มากกว่า" และ "น้อยกว่า" ของในระดับต่ำมาก (สัมพันธ์กันน้อยมาก) เด็กระดับอายุ 2 ปี เข้าใจคำว่า "มากกว่า" เมื่อทั้งสองแถวมีจำนวนแตกต่างกัน โดยที่เด็กจะใช้คำว่า "มากกว่า" คล้ายกับคำว่า "ใหญ่กว่า" และเด็กระดับอายุ 3 ปี จะเข้าใจคำว่า "น้อยกว่า" ภายหลังการเข้าใจ
คำว่า "มากกว่า"

Kavanough (1976: 855-887) ศึกษาความเข้าใจความหมายของคำว่า "มากกว่า" และ "น้อยกว่า" กลุ่มตัวอย่างเป็นเด็กระดับอายุ 3-4 ปี จำนวน 24 คน งานแรก โดยใช้วิธีการทดสอบสลับคำถาม คือ วันแรกใช้คำว่า "น้อยกว่า" และ "มากกว่า" และวันต่อมาใช้คำว่า "มากกว่า" และ "น้อยกว่า" งานที่สองให้เด็กจัดของสองชุดหนึ่งที่เท่ากันอยู่ก่อนแล้ว ให้ของชุดหนึ่งมากกว่า/น้อยกว่าอีกชุดหนึ่ง ผลการศึกษาพบว่า เด็กอายุ 3-4 ปี ใช้คำว่า "มากกว่า" ผิดพลาดน้อยกว่า คำว่า "น้อยกว่า" และเด็กระดับอายุ 4 ปี จะใช้ทั้งสองคำผิดพลาดน้อยกว่าเด็กระดับอายุ 3 ปี

Pike and Olson (1977: 579-586) ศึกษาพัฒนาการด้านความคิดความเข้าใจเกี่ยวกับการเพิ่มจำนวนและการลดจำนวน กลุ่มตัวอย่างเป็นเด็กชั้นอนุบาลอายุเฉลี่ย 5.2 ปี 17 คน และเกรดสอง อายุเฉลี่ย 7.2 ปี 19 คน โดยให้เด็กเปรียบเทียบลูกแก้วในแก้ว 2 ใบ ในสถานการณ์ที่มีการเพิ่มและลดจำนวนลูกแก้วในแก้วใบหนึ่ง ผลการศึกษาพบว่า เด็กระดับอายุ 7 ปี จำนวน 15 คน (78.95%) และเด็กระดับอายุ 5 ปี จำนวน 8 คน (47.06%) สามารถเข้าใจคำว่า "มากกว่า" และ "น้อยกว่า" แต่การเพิ่มจำนวน และการลดจำนวน มีเด็กระดับอายุ 7 ปี จำนวน 13 คน (68.42%) และเด็กระดับอายุ 5 ปี จำนวน 5 คน (29.41%) ที่สามารถตอบคำถามในเรื่องนี้ได้อย่างถูกต้อง

Wannecmacher and Ryan (1978: 660-668) ศึกษาความเข้าใจคำว่า"น้อยกว่า" "มากกว่า" "ไม่น้อยกว่า" และ "ไม่มากกว่า" กลุ่มตัวอย่างเป็นเด็กอายุ 3-5 ปี จำนวน 45 คน โดยใช้ลูกปัด ลูกแกะพลาสติก กระดาษสีเขียว ตุ๊กตาเพศชายเพศหญิง ให้เด็กเปรียบเทียบจำนวนลูกปัดที่จัดไว้เป็นแถว, จำนวนเส้นผมของตุ๊กตาสนามหญ้าที่มีลูกแกะ รูปแก้วน้ำสองใบ และใช้คำถามโดยไม่มีอุปกรณ์ เช่น ม้ากับกระต่ายตัวไหนกินหญ้ามากกว่ากัน เป็นต้น ผลการทดลองพบว่า เด็กกลุ่มอายุ 4 ปี และ 5 ปีเข้าใจคำว่า "น้อยกว่า" ได้มากกว่าเด็กกลุ่มอายุ 3 ปี ในทุก ๆ งาน เด็กอายุ 3 ปีร้อยละ 26.67 (4/15 คน)

เข้าใจคำว่า "ไม่มากกว่า" และ "เท่ากัน" มีความหมายเหมือนกัน และร้อยละ 13.33 (2/15 คน) เข้าใจคำว่า "ไม่น้อยกว่า" และ "เท่ากัน" มีความหมายเช่นเดียวกัน ส่วนเด็กอายุ 4 ปีขึ้นไปมีร้อยละ 6.67 (2/30 คน) ที่เข้าใจเช่นเดียวกับเด็กอายุ 3 ปี

Baroody (1979) ศึกษาความสัมพันธ์ความเข้าใจเกี่ยวกับการอนุรักษ์จำนวน ความเข้าใจการเพิ่มจำนวนและการลดจำนวน กลุ่มตัวอย่างเป็นเด็กชั้นอนุบาล 66 คน ผลการศึกษาพบว่า การนับมีความสัมพันธ์อย่างสูงกับความสามารถในการอนุรักษ์จำนวน และพัฒนาไปสู่การนับอย่างมีความหมายที่เข้าใจจำนวนอย่างแท้จริง ความสามารถในการเพิ่มจำนวนและการลดจำนวนสัมพันธ์กับการนับ การนับเป็นพื้นฐานของพัฒนาการด้านความสามารถในการเพิ่มจำนวน และการลดจำนวน

Silverman and Rose (1980: 539-540) ศึกษาทักษะการบอกจำนวนโดยไม่ออกเสียงนับและไม่ชี้ (Subitizing) และทักษะการนับ (Counting skill) กลุ่มตัวอย่างเป็นเด็กอายุระหว่าง 3 ปีบริบูรณ์ถึง 3 ปี 9 เดือน รวม 32 คน แบ่งเป็นชาย 15 คน และหญิง 17 คน งานแรก วิธี Subitizing ให้เด็กบอกจำนวนรูปดาวขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 1.2 ซม. ในแผ่นการ์ด 3 แผ่น แต่ละแผ่นมีรูปดาว 2, 3 และ 4 ดวง ตามลำดับ งานที่สอง การนับ ให้เด็กนับเบี้ยกลม ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 3.7 ซม. เรียงห่าง 3 ซม.เท่า ๆ กัน 3 แถว มีแถวละ 2, 3 และ 4 อัน ตามลำดับ โดยให้เด็กออกเสียงนับและชี้ของที่ถูกนับ ผลการศึกษาพบว่า ถ้าให้บอกจำนวน 2-3 อัน เด็กจะใช้เลือกวิธี Subitizing และการนับ แตกต่างกันไม่ชัดเจนนัก และเด็กมักจะใช้การนับทั้ง ๆ ที่ไม่ให้นับ ส่วนการบอกจำนวน 4 อันขึ้นไป เด็กส่วนใหญ่จะใช้การนับ ดังนั้น ในเรื่องการบอกจำนวนนั้น วิธี Subitizing ไม่ได้เป็นวิธีแรกและไม่ดีกว่าการนับ แม้ว่าจะมีน้อยเพียง 2-3 อันก็ตาม

Baroody and Price (1983: 361-368) ศึกษาพัฒนาการด้านการนับของเด็ก ตามหลักการนับ (Counting principles) ตามแนวคิดของเกลแมน กลุ่มตัวอย่างเป็นเด็กหญิง 4 คน อายุ 3 ปี 2 เดือน ถึง 3 ปี 7 เดือน งานแรก ให้เด็กนับแบบท่องจำ และงานที่สอง ให้เด็กนับรูปวงกลมขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 2.5 ซม. จำนวน 5, 10, 15, 20, และ 25 อัน ตามลำดับ ผลการศึกษาพบว่า การนับของเด็กอยู่ภายใต้หลักการหนึ่งต่อหนึ่ง (One-One principle) และหลักการว่าด้วยการเรียงลำดับคงที่ (Stable-Order principle) ตามหลักการนับ

Arai (1984: 13-19) ศึกษาพัฒนาการด้านการนับของเด็กวัยก่อนเข้าเรียนชาวญี่ปุ่น กลุ่มตัวอย่างเป็นเด็กอายุ 2 ปี 7 เดือน ถึง 6 ปีบริบูรณ์ ทั้งชายและหญิงในสถานรับเลี้ยงเด็ก 6 แห่ง และโรงเรียนอนุบาล 3 แห่ง รวมทั้งสิ้น 200 คน ดังนี้ งานแรก ให้เด็กนับบล็อกสี่เหลี่ยมวางเรียงติดกัน 10 อัน งานที่สอง ให้เด็กนับแผ่นการ์ดสามเหลี่ยม 15 แผ่น แขวนอยู่ในเส้นลวด งานที่สาม เปรียบเทียบจำนวนการ์ดสีเหลืองจากการแบ่ง 4 แผ่นออกเป็นสองชุด (1 กับ 3 หรือ 2 กับ 2) โดยที่การ์ดสีเหลืองอยู่ปะปนกับการ์ดสีอื่นอีก 4 สี สีละ 4 แผ่น และงานที่สี่ การนับแบบท่องจำ

ผลการศึกษาพบว่า

- การนับแบบท่องจำ เด็กอายุ 0-3 ปี ร้อยละ 40.48 (17/42) นับได้ 2-9 และร้อยละ 16.67 (7/42) นับได้สูงสุด 20-29 เด็กอายุ 4 ปี ร้อยละ 81.48 (22/27) นับได้ 2-9 และร้อยละ 22.22 (6/27) นับได้เกิน 30 เด็กอายุ 5 ปี ทุกคนนับได้ 10 ร้อยละ 90.48 (19/21) นับได้ 10-19 และร้อยละ 66.67 (14/21) นับได้เกิน 30 และเด็กอายุมากกว่า 5 ปี ร้อยละ 92.86 (26/28) นับได้เกิน 30

- การนับแผ่นการ์ด เด็กอายุ 2-3 ปี คิดเป็นร้อยละ 33.33 (14/42) นับได้ 2-3 อัน และร้อยละ 2.38 (1/42) นับได้เกิน 15 อัน เด็กอายุ 4 ปี ร้อยละ 85.20 (23/19) นับได้ 4-5 อัน และร้อยละ 40.74 (11/19) นับได้เกิน 15 อัน เด็กอายุ 5 ปี ทุกคนนับได้ 10 อัน ร้อยละ

95.65 (22/23) นับได้เกิน 15 อัน และเด็กอายุมากกว่า 5 ปี ทุกคนนับได้ 4 อัน และร้อยละ 96.43 (27/28) นับได้เกิน 15 อัน

- การเปรียบเทียบขนาดของสองชุด เด็กอายุ 2-3 ปี ส่วนใหญ่ทำไม่ได้ ร้อยละ 2.38 (1/42) ตอบได้เพียงบอกจำนวนในแต่ละชุด เด็กอายุ 4 ปี ทำได้คิดเป็นร้อยละ 18.52(5/27) เด็กอายุ 5 ปี ทำได้คิดเป็นร้อยละ 73.91 (17/23) และเด็กอายุเกิน 5 ปี ทำได้คิดเป็นร้อยละ 92.86 (26/28)

สรุปได้ว่า เด็กอายุระดับ 2-3 ปี ส่วนใหญ่จะนับแบบท่องจำ มีความสามารถน้อยในการนับออกเสียงและชี้ ไม่เข้าใจการบอกจำนวนและการเปรียบเทียบขนาดของสองชุด เพราะว่าเด็กวัยนี้ยังขาดความสามารถที่คล่องแคล่วในการใช้วิธีการออกเสียงให้สอดคล้องกับการชี้หรือการใช้มือจับของให้เลื่อนไปข้าง ๆ มักพบว่าเด็กช่วงอายุนี้มีการนับแบบเดาและนับข้าม เด็กอายุ 4 ปี ส่วนใหญ่สามารถนับได้อย่างถูกต้องทั้งการออกเสียงและการชี้หรือเลื่อน สามารถนับโดยใช้ตัวเลขสอดคล้องกับของในลำดับที่วางอยู่ เข้าใจว่าการนับที่ถูกต้องนั้น จะต้องนับโดยที่ของหนึ่งอันแทนด้วยจำนวนเพียงจำนวนเดียว ออกเสียงนับ ชี้ หรือเลื่อนอย่างละครั้งเท่านั้น จำนวนสุดท้ายที่ใช้นับอันสุดท้ายจะเป็นจำนวนของทั้งหมดในชุดนั้น ส่วนเด็กอายุ 5 ปีขึ้นไป จะนับได้ทั้งการนับแบบท่องจำ การนับของต่าง ๆ การบอกจำนวนและเปรียบเทียบขนาดของสองชุดถูกต้องมากกว่าเด็กอายุ 2-4 ปี อีกทั้งยังเข้าใจ และสามารถแยกได้ระหว่างจำนวน "มากกว่า" และ "น้อยกว่า" รวมทั้งมีความสามารถในการบอกจำนวนโดยใช้วิธีไม่ออกเสียงนับและไม่ชี้

Briars and Siegler (1984: 607-618) ศึกษาความรู้เกี่ยวกับการนับของเด็กวัยก่อนเข้าเรียน โดยยึดถือหลักการนับของเกลแมน กลุ่มตัวอย่างเป็นเด็กอายุ 3, 4 และ 5 ปี กลุ่มละ 10 คน โดยใช้เบี้ยกลมแบนพลาสติกสีเขียวและสีแดงขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 3/4 นิ้ว วางสลับสีทีละอันทีละสี เรียงกันเป็นแนวตรงบนกระดาษแข็ง เว้นระยะห่าง 1/2 นิ้ว เท่า ๆ กัน รวม 4 แถว แถวละ 3, 4, 9 และ 10 อันตามลำดับ ผู้ทดลองนับเบี้ยให้เด็กดูทีละแถวในลักษณะการนับแบบต่าง ๆ แล้วถามเด็กว่าเป็นการนับที่ผิดหรือไม่ ถ้าเด็กตอบ

i17280822A1

ยอมรับ (Acceptance) แสดงว่าเด็กคิดว่าผู้ทดลองนับผิดจริง หรือถ้าเด็กตอบปฏิเสธ (Rejection) แสดงว่าเด็กคิดว่าผู้ทดลองนับถูกต้อง แบบการนับที่ใช้นั้นเป็นไปตามกฎความสมนัยระหว่างคำที่ออกเสียงนับกับของที่ถูกนับ แบบการนับที่ใช้ในการทดลองประกอบด้วย (1) การนับข้าม (เริ่มต้น, ตรงกลางและสุดท้าย), (2) การนับที่ไม่ออกเสียงนับ (เริ่มต้น, ตรงกลาง และสุดท้าย), (3) การนับซ้ำ (เริ่มต้น, ตรงกลาง และสุดท้าย), (4) การนับที่ออกเสียงนับเกิน (เริ่มต้น, ตรงกลาง และสุดท้าย), (5) การนับจากขวาไปซ้าย, (6) การนับไม่ติดต่อกัน, (7) การนับที่เริ่มนับตรงกลางแถว, (8) การนับที่มีการชี้ซ้ำ และ (9) การนับที่ถูกต้องตามมาตรฐาน รวมการนับทั้งสิ้น 72 อย่าง ตามจำนวนเบี้ย 4 ชุด และตำแหน่งที่นับผิด

ผลการศึกษาพบว่าเด็กช่วงอายุ 3-5 ปี มีความรู้เกี่ยวกับการนับ รู้ว่ากฎความสมนัยระหว่างคำที่ออกเสียงนับกับของที่ถูกนับ เป็นสิ่งสำคัญที่จะช่วยในการพิจารณาว่าการนับทั้งที่เป็นการด้วยตนเองและผู้อื่นนั้น ผิดหรือไม่ และผิดอย่างไร ถ้าผู้อื่นนับให้เด็กดู แล้วถามว่า "นับผิดหรือไม่" กรณีที่ผู้อื่นนับได้ถูกต้อง เด็กที่มีความรู้ความเข้าใจกฎข้อนี้มักจะปฏิเสธมากกว่ายอมรับ เด็กอายุ 3 ปี พบว่า ตอบปฏิเสธน้อยกว่าเด็กอายุ 4 และ 5 ปี พบว่าเด็กทั้ง 3 กลุ่มอายุ ตอบจะปฏิเสธการนับข้ามมากที่สุด ปฏิเสธการนับที่ถูกต้องตามมาตรฐานและการนับจากขวาไปซ้ายน้อยที่สุด เด็กมีความรู้เกี่ยวการนับในงานที่มีจำนวนน้อยมากกว่างานที่มีจำนวนมาก เพราะจำนวนมาก-น้อยเกี่ยวข้องกับสามารถในการคิดพิจารณาตัดสินความถูกต้องการนับของผู้อื่น จากการนับ 9 แบบ โดยเฉลี่ยแล้วเด็กตอบได้ถูกต้องเรียงจากน้อยไปมาก ดังนี้ การนับ 4 แบบแรกซึ่งเป็นการนับที่ผิดได้แก่ การนับข้าม (87.00%), การนับที่ไม่ออกเสียงนับ (79.00%), การนับเกิน (75.00%), และการนับซ้ำ (71.33%) ส่วนการนับแบบที่ 5-9 ซึ่งเป็นการนับที่ถูกต้อง ได้แก่ การนับที่ถูกต้องตามมาตรฐาน (97.67), การนับจากขวาไปซ้าย (89.33%) การนับที่มีการชี้ซ้ำ (70.67%), การนับที่เริ่มนับตรงกลางแถว (50.33%) และ การการนับไม่ติดต่อกัน (47.67%) ตามลำดับ

Daniel (1984) ศึกษาการนับ และการตัดสินจำนวนในเด็กอายุ 5 ปี และ 7.5 ปี ก่อนการทดลองเด็กแต่ละคนได้รับการทดสอบความสามารถในการใช้หลักการนับตามแนวคิดของเกลแมนและทดสอบความรู้เกี่ยวกับการนับแบบต่าง ๆ รวมทั้งได้รับการฝึกให้รู้จักจำนวนแตกต่างกันที่มีอยู่ในแต่ละแถวรวม 5 แถว ต่อมาดำเนินการทดลอง แล้วเก็บบันทึกข้อมูลของเด็กแต่ละคน คือ ความถูกต้องในการตันสินจำนวน กลวิธีที่เด็กใช้ในการตัดสินจำนวนและความคงเส้นคงวาของการเรียงลำดับตัวเลขในการนับ ผลการทดลองพบว่า ความถูกต้องในการตัดสินจำนวน และการนับจะลดลง เมื่อมีจำนวนเพิ่มมากขึ้น การอ้างอิงถึงจำนวนและความสามารถในการตัดสินจำนวนได้อย่างถูกต้อง มีความสัมพันธ์กันทางบวก

Branndt (1985) ศึกษาการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการนับของเด็กวัยก่อนเข้าเรียน โดยสังเกตการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการนับ เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับความความรู้ที่วัดจากความสามารถในการอนุรักษ์จำนวนและการนับแบบท่องจำ และการแก้ปัญหา และเพื่อศึกษาผลกระทบของลักษณะงาน (แบบแผนและจำนวน) ที่มีต่อการแก้ปัญหา ผลการศึกษาพบว่า เด็กที่มีความสามารถในการอนุรักษ์จำนวนและมีทักษะในการนับแบบท่องจำ สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการนับได้ดีขึ้น ถ้างานมีลักษณะเป็นแบบแผนและจำนวนน้อย ๆ เด็กจะแก้ปัญหาได้ถูกต้องมากกว่างานที่ไม่เป็นแบบแผนและมีจำนวนมาก ๆ

ส่วนงานวิจัยในประเทศไทย ในเรื่องที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะทำการวิจัยครั้งนี้ยังมีน้อย และงานวิจัยที่ดำเนินการไปแล้ว ส่วนใหญ่เน้นเรื่องมโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวน และการอนุรักษ์จำนวน ตามทฤษฎีของพีอาเจท์เป็นแนวทางในการวิจัย พอจะกล่าวถึงได้ดังต่อไปนี้

รัชรี คบคงสนิท (2522) ศึกษาพัฒนาการด้านมโนทัศน์ในการอนุรักษ์จำนวนและ เปรียบเทียบพัฒนาการด้านการอนุรักษ์จำนวนของเด็กที่มาจากครอบครัวฐานะทางเศรษฐกิจสูง และต่ำ กลุ่มตัวอย่างเป็นเด็กชั้นอนุบาลโรงเรียนเอกชนใน

เขตกรุงเทพ ฯรวม 192 คน อายุ 3-6 ปี มีวิธีดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

- งานการอนุรักษ์จำนวน ให้เด็กเปรียบเทียบจำนวนบล็อกไม้ทรงลูกบาศก์ที่วางเรียงกันเป็นแถว 2 แถว ในลักษณะต่าง ๆ กัน

- งานความสมนัยแบบหนึ่งต่อหนึ่ง ให้เด็กจัดแถวบล็อกให้มีจำนวนเท่ากับแบบที่จัดเรียงไว้แล้ว

- งานการนับ การเรียงลำดับที่ และการบอกจำนวน ให้เด็กนับ เรียงลำดับ และบอกจำนวนบล็อก

งานทั้งสามอย่างยึดถือทฤษฎีของพีอาเจท์ ผลการศึกษาพบว่า พัฒนาการด้านมโนทัศน์ในการอนุรักษ์จำนวนของเด็ก สอดคล้องกับทฤษฎีของพีอาเจท์ และเป็นลำดับขั้นเมื่อเด็กอายุมากขึ้น จะมีความสามารถในการตัดสินจำนวน สร้างแถวให้มีจำนวนเท่ากับแบบอย่าง มีความเข้าใจเกี่ยวกับการนับ การเรียงลำดับที่ และการบอกจำนวนได้อย่างถูกต้องมากขึ้น และพบว่าพัฒนาการด้านการอนุรักษ์จำนวนของเด็ก ที่มาจากครอบครัวที่มีฐานะทางเศรษฐกิจสูง และต่ำไม่แตกต่างกัน

อมรรัตน์ สุทธิพินิจธรรม (2828) ศึกษาพัฒนาการด้านการอนุรักษ์จำนวน การเพิ่ม และการลดจำนวนของเด็กวัยก่อนเข้าเรียนและเด็กชั้นประถมปีที่ 1 ที่เป็นลูกพ่อค้าและไม่ใช่ลูกพ่อค้า เป็นเด็กจากโรงเรียนในเขตกรุงเทพมหานคร รวมทั้งสิ้น 160 คน อายุระหว่าง 3-6 ปี เครื่องมือที่ใช้เป็นไปตามแนวความคิดของพีอาเจท์ ใช้ลูกสี่เหลี่ยมลูกบาศก์สีเขียวและแดงอย่างละ 12 ลูก รวม 24 ลูก โดยใช้คำถามว่า "จำนวนทั้งสองแถวเท่ากันหรือไม่" "แถวใดมีจำนวนมากกว่า" และ "ทราบได้อย่างไร" และให้เด็กนับรถยนต์สำหรบเด็กเล่น 40 คัน ผลการศึกษา พบว่า พัฒนาการทั้ง 3 ด้านเพิ่มขึ้นตามระดับอายุ ในกลุ่มที่เป็นลูกพ่อค้าและไม่ใช่ลูกพ่อค้าไม่แตกต่างกัน ส่วนความสามารถในการนับพบว่าเด็กกลุ่มอายุ 3, 4, 5 และ 6 ปี สามารถนับได้ ดังนี้

- นับได้ 1-10 คัน คิดเป็นร้อยละ 72.5 (29/40 คน), 100 (40/40 คน), 100 (40/40 คน) และ 100 (40/40 คน) ตามลำดับ
- นับได้ 11-20 คัน คิดเป็นร้อยละ 37.5 (15/40 คน),

92.5 (37/40 คน), 100 (40/40 คน) และ 100 (40/40 คน) ตามลำดับ

- นับได้ 21-30 คัน คิดเป็นร้อยละ 22.5 (9/40 คน), 67.5 (27/40 คน), 92.5 (37/40 คน) และ 100 (40/40 คน) ตามลำดับ

- นับได้ 31-40 คัน คิดเป็นร้อยละ 5.0 (2/40 คน), 52.5(21/40 คน), 92.5 (37/40 คน) และ 95.0 (38/40 คน) ตามลำดับ

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. ศึกษาพัฒนาการด้านความสามารถในการเปรียบเทียบขนาดของสองชุดในเด็กอายุ 3-5 ปี

2. ศึกษาพัฒนาการด้านความสามารถในการนับ ในเด็กอายุ 3-5 ปี

3. ศึกษาพัฒนาการด้านความรู้เกี่ยวกับการนับ ในเด็กอายุ 3-5 ปี

4. ศึกษาความสัมพันธ์ของความสามารถในการเปรียบเทียบขนาดของสองชุดและความสามารถในการนับ ความสามารถในการนับและความรู้เกี่ยวกับการนับ และความสามารถในการเปรียบเทียบขนาดของสองชุดและความรู้เกี่ยวกับการนับในเด็กอายุ 3-5 ปี

สมมติฐานของการวิจัย

1. มีความแตกต่างระหว่างกลุ่มอายุในพัฒนาการด้านความสามารถในการเปรียบเทียบขนาดของสองชุด พัฒนาการด้านความสามารถในการนับและพัฒนาการด้านความรู้เกี่ยวกับการนับ ในเด็กอายุ 3-5 ปี

2. ความสามารถในการเปรียบเทียบขนาดของสองชุดและความสามารถในการนับในเด็กอายุ 3-5 ปี มีความสัมพันธ์กันทางบวก ในทุก ๆ กลุ่มอายุ

3. ความสามารถในการนับและความรู้เกี่ยวกับการนับในเด็กอายุ 3-5 ปี มีความสัมพันธ์กันทางบวก ในทุก ๆ กลุ่มอายุ

4. ความสามารถในการเปรียบเทียบขนาดของสองชุดและความรู้เกี่ยวกับการนับ ในเด็กอายุ 3-5 ปี มีความสัมพันธ์กันทางบวก ในทุก ๆ กลุ่มอายุ

<u>คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย</u>

ในการวิจัยเรื่องพัฒนาการด้านความสามารถในการเปรียบเทียบขนาดของสองชุด พัฒนาการด้านความสามารถในการนับ และพัฒนาการด้านความรู้เกี่ยวกับการนับของเด็กอายุ 3-5 ปี มีคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย ดังต่อไปนี้

1. <u>เด็กวัยก่อนเข้าเรียน</u> (Preschoolers) หมายถึง เด็กอายุ 3 ปี ถึง 5 ปี ในศูนย์พัฒนาเด็กเล็กของกรมการพัฒนาชุมชน กระทรวงมหาดไทยเท่านั้น

2. <u>อายุ</u> (Age) หมายถึง กลุ่มอายุของเด็กที่แบ่งออกเป็น 3 กลุ่มอายุ ได้แก่

- กลุ่มอายุ 3 ปี หมายถึง กลุ่มอายุ 2 ปี 6 เดือน ถึง 3 ปี 5 เดือน
- กลุ่มอายุ 4 ปี หมายถึง กลุ่มอายุ 3 ปี 6 เดือน ถึง 4 ปี 5 เดือน
- กลุ่มอายุ 5 ปี หมายถึง กลุ่มอายุ 4 ปี 6 เดือน ถึง 5 ปี 5 เดือน

3. <u>กฎความสมนัยระหว่างคำที่ออกเสียงนับและของที่ถูกนับ</u> (Word/Object correspondence rule) หมายถึง กฎที่กล่าวถึง คำที่ออกเสียงนับ (Words) ที่ถูกต้องตรงกับลำดับที่ (Orders) ของวางอยู่ การนับที่ถูกต้องจะต้องออกเสียงนับครั้งเดียวและกำหนดตัวเลขเดี่ยว ๆ เพียงตัวเดียวพร้อมชี้ของที่ถูกนับอย่างสอดคล้องกัน

4. <u>การบอกจำนวน</u> (Cardinality or Cardination) หมายถึง ความเข้าใจที่ว่า ตัวเลขหรือจำนวน (Numerals) สุดท้าย ที่ใช้นับของอันสุดท้าย

ในชุดหนึ่ง ๆ เป็นตัวเลขที่ใช้แทนจำนวนของทั้งหมด (Cardinal number) ซึ่งได้จากการนับตามลำดับที่วางอยู่ โดยออกเสียงหนึ่งครั้งและชี้หนึ่งครั้งต่อการนับของหนึ่งอัน การนับจะเริ่มจาก "1 (หนึ่ง)" แล้วนับเพิ่มทีละหนึ่งเรียงลำดับไปเรื่อย ๆ อย่างสม่ำเสมอดังนี้ "1 (หนึ่ง)" ออกเสียงนับและชี้ของอันที่หนึ่ง, "2 (สอง)" ออกเสียงนับและชี้ของอันที่สอง, "3 (สาม)" ออกเสียงนับและชี้ของอันที่สาม เป็นต้น เมื่อนับอันสุดท้ายแล้ว จะต้องหยุดออกเสียงนับและชี้ การบอกจำนวนยังอาจจะได้จากวิธีบอกจำนวนโดยไม่ออกเสียงนับและไม่ชี้

5. <u>ความสมนัยแบบหนึ่งต่อหนึ่ง</u> (One-to-One correspondence) หมายถึง การจัดเรียงของสองชุดทีละคู่ (Matching set) โดยของอันแรกในชุดที่หนึ่งตรงกับของอันแรกในชุดที่สอง, ของอันที่สองในชุดที่หนึ่งอยู่ตรงกับของอันที่สองในชุดที่สอง เช่นนี้จนครบ ในการวิจัยครั้งนี้มีความหมายเฉพาะการจัดให้ระยะห่างระหว่างของแต่ละอัน ทุกอันในแถวเดียวกันเท่ากับระยะห่างระหว่างของแต่ละอัน ทุกอันในอีกแถวหนึ่ง

6. <u>ความสามารถในการนับ</u> (Ability of counting) หมายถึง ความสามารถในการออกเสียงนับที่ไม่ต้องมีของที่จะถูกนับอยู่ขณะนั้นเรียกว่า "การนับแบบท่องจำ หรือการนับปากเปล่า (Rote counting)" และหมายถึง ความสามารถในการออกเสียงนับและชี้ของที่ถูกนับแต่ละอันไปพร้อม ๆ กัน เรียกว่า "การนับของ (Object counting)" การออกเสียงนับในการนับทั้งสองอย่างนี้ จะใช้ตัวเลข ที่เป็นจำนวนเต็มเท่านั้น ได้แก่ 1, 2, 3, 4,.... 7,.....11,..

7. <u>การบอกจำนวนโดยไม่ออกเสียงนับและไม่ชี้</u> (Subitizing) หมายถึง การบอกจำนวนของที่มีอยู่ขณะนั้น โดยไม่ออกเสียงนับและไม่ชี้ สามารถบอกจำนวนของทั้งหมดได้ในทันทีที่มองเห็น โดยการใช้ตัวเลขใดตัวเลขหนึ่งแทนจำนวนทั้งหมดของชุด

8. <u>ความสามารถในการเปรียบเทียบขนาดของสองชุด</u> (Ability of comparing two set sizes) หมายถึง ความสามารถที่จะบอกได้ว่า จำนวนของทั้งหมดในชุดที่หนึ่งมีมากกว่า เท่ากันหรือน้อยกว่าอีกชุดหนึ่ง โดยใช้วิธี การนำทั้งของสองชุดเรียงเป็นแถวคู่ในลำดับที่ตรงกัน มีระยะห่างเท่า ๆ ทั้งสอง แถว เรียกว่า "ความสมนัยแบบหนึ่งต่อหนึ่ง" หรืออาจจะใช้วิธีการเปรียบเทียบ จำนวนของทั้งหมดด้วยการนับออกเสียงและชี้ หรืออาจจะใช้วิธีการบอกจำนวนไม่ ออกเสียงนับและชี้

9. <u>ความรู้เกี่ยวกับการนับ</u> (Knowledge of counting) หมายถึง ความสามารถที่จะตัดสินการนับแบบต่าง ๆ ของผู้อื่นว่าเป็นการนับที่ถูกต้องหรือผิด เมื่อสามารถตัดสินได้ว่ามีการนับผิดแล้ว จะต้องมีความสามารถที่จะบอกว่า ผู้อื่น นับผิดตรงตำแหน่งไหนของการนับ เด็กจะต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจ กฎความสมนัยระหว่างคำที่ออกเสียงนับและของที่ถูกนับ ใช้เป็นเกณฑ์กำหนดใน การคิดพิจารณาตัดสินว่าผู้อื่นนับถูกต้องหรือผิด โดยที่การนับที่ไม่สอดคล้องหรือ ฝ่าฝืนกฎนี้ จัดว่าเป็นการนับที่ถูกต้อง เมื่อเด็กรู้ว่าผู้อื่นนับผิดแล้ว จะต้องสามารถ ตอบยอมรับ การนับของผู้อื่นว่า เป็นการนับที่ผิดจริง ในทางตรงข้ามถ้าผู้อื่นนับ ถูกต้องแล้ว เด็กจะต้องมีความสามารถตอบปฏิเสธ การนับของผู้อื่น นั่นคือ เด็กรู้ ว่าผู้อื่นนับได้ถูกต้อง

10. <u>ประเภทการนับ</u> หมายถึง ประเภทการที่จัดแบ่งประเภท โดย ยึดถือกฎความสมนัยระหว่างคำที่ออกเสียงนับและของที่ถูกนับ แบ่งออกเป็น 3 ประเภท คือ

<u>ประเภทที่ 1</u> การนับผิดหรือมีความผิดพลาดในการนับ (Counting errors) หมายถึง การนับที่ฝ่าฝืนกฎความสมนัยระหว่างคำที่ออก เสียงนับและของที่ถูกนับ

<u>ประเภทที่ 2</u> การนับที่ถูกต้องแต่ไม่ใช่การนับตามปรกติ (Unusual correct counting) หมายถึง การนับที่ไม่ฝ่าฝืนกฎความสมนัย ระหว่างคำที่ออกเสียงนับและของที่ถูกนับ แต่ไม่สอดคล้องกับลักษณะที่จะเป็นใน

การนับอื่น ๆ ได้แก่ ทิศทางการนับแบบมาตรฐาน การนับติดต่อกัน การชี้ และการเริ่มนับริมสุดในแถวแต่ไม่ใช่การนับตามปรกติที่คนส่วนใหญ่นับ

ประเภทที่ 3 การนับที่ถูกต้องตามมาตรฐาน (Standard correct counting) หมายถึง การนับที่ไม่ฝ่าฝืนกฎความสมนัยระหว่างคำที่ออกเสียงนับและของที่ถูกนับ และยึดถือหลักการที่ว่าด้วยลักษณะที่จำเป็นในการนับ

11. แบบการนับ หมายถึง ลักษณะการนับแบบต่าง ๆ ได้แก่

ประเภทที่ 1 การนับผิดหรือมีความผิดพลาดในการนับ แบ่งเป็น 4 แบบ คือ

- การนับข้าม (Skipped object counting) หมายถึง การนับที่ไม่ออกเสียงนับและไม่ชี้ของอันใดอันหนึ่งในแถว ในการวิจัยครั้งนี้หมายถึงเฉพาะการนับข้ามของอันที่อยู่ตรงกลางแถวเท่านั้น

- การนับที่ไม่ออกเสียงนับ (Omitted word counting) หมายถึง การนับที่ไม่ออกเสียงนับของอันใดอันหนึ่งในแถว แต่ชี้ของอันที่ถูกนับในลำดับที่ถูกต้อง ในการวิจัยครั้งนี้หมายถึงเฉพาะการนับที่ไม่ออกเสียงนับของอันที่อยู่ตรงกลางแถวเท่านั้น

- การนับซ้ำ (Doubly counted objects) หมายถึง การนับที่ออกเสียงนับและชี้ของอันใดอันหนึ่งในแถวซ้ำกัน ในการวิจัยครั้งนี้หมายถึงเฉพาะการนับซ้ำของอันที่อยู่ตรงกลางแถวเท่านั้น

- การนับที่ออกเสียงนับเกิน (Extra word counting) หมายถึง การนับที่ออกเสียงนับเกินจำนวนของที่มีอยู่ในแถวแต่ไม่ได้ชี้ ในการวิจัยครั้งนี้หมายถึงเฉพาะการออกเสียงนับเกินในลำดับที่อยู่ถัดจากของอันที่อยู่ตรงกลางแถวเท่านั้น

ประเภทที่ 2 การนับที่ถูกต้องแต่ไม่ใช่การนับตามปรกติ (Unusual correct countings) แบ่งออกเป็น 4 แบบ ดังนี้

- การนับจากขวาไปซ้าย (Reverse direction counting) หมายถึง การนับที่มีทิศทางการนับจากขวาไปซ้าย ของหนึ่งอันออกเสียงนับและชี้ครั้งเดียว

- การนับไม่ติดต่อกัน (Nonadjacent object counting) หมายถึง การนับที่มีทิศทางการนับไม่คงที่ สลับซ้าย-ขวาและขวา-ซ้าย แต่การออกเสียงนับและการชี้ถูกต้อง

- การนับที่เริ่มนับตรงกลางแถว (Start in the middle's counting) หมายถึง การนับที่เริ่มนับตรงของอันที่อยู่กลางแถว แล้วนับต่อไปทางขวาย้อนกลับมาทางซ้าย แล้วย้อนกลับไปทางขวาจนครบจำนวนของที่มีอยู่ทั้งหมด แต่การออกเสียงนับและการชี้ถูกต้อง

- การนับที่มีการชี้ซ้ำ (Double point counting) หมายถึง การนับที่ชี้ของอันที่อยู่ตรงกลางแถวซ้ำหนึ่งครั้ง แต่ไม่ออกเสียงนับ

ประเภทที่ 3 การนับที่ถูกต้องตามมาตรฐาน มีอยู่ 1 แบบดังนี้

- การนับที่ถูกต้องตามมาตรฐาน (Standard correct counting) หมายถึง การนับที่ถูกต้อง ไม่ฝ่าฝืนกฎความสมนัยระหว่างคำที่ออกเสียงนับและของที่ถูกนับ คำที่ออกเสียงนับตรงกับลำดับที่ของที่ถูกนับในแถว ของหนึ่งอันถูกออกเสียงนับครั้งเดียว และกำหนดเลขนับเพียงตัวเดียว ทิศทางการนับเริ่มต้นจากซ้ายไปขวาจนถึงอันสุดท้าย การนับจะต้องเรียงติดต่อกันอย่างคงที่ มีการชี้ของที่กำลังนับเพียงหนึ่งครั้งต่อการนับของหนึ่งอัน จะต้องชี้ไปพร้อม ๆ กับการออกเสียงนับอย่างความสอดคล้องกัน เมื่อของอันสุดท้ายถูกนับแล้วจะต้องหยุดนับ

12. ลำดับชั้นงาน (Task categories) หมายถึง ลำดับชั้นความยากง่ายของงานแต่ละอย่าง

13. ความถี่สะสม (Cumulative frequency: rf) หมายถึง จำนวนคนในแต่ละลำดับชั้นงานที่หาจากการบวกสะสมความถี่ โดยเริ่มจากลำดับชั้นงานสุดท้าย เช่น มีคนทั้งหมด 10 คน กระจายอยู่ในลำดับชั้นงาน 5 ลำดับ เป็นดังนี้ 3, 3, 2, 1, 1 ตามลำดับ ดังนั้นความถี่สะสมที่ได้คือ 3+3+2+1+1=10, 3+2+1+1=7, 1+1+2=4, 1+1=2, 1 เป็นต้น

14. <u>ระดับทำได้ผ่าน</u> (Passing rate) หมายถึง จำนวนคนที่มีความสามารถในการทำงานแต่ละอย่างในลำดับชั้นงานหนึ่ง ๆ ในการวิจัยครั้งนี้ใช้เกณฑ์ร้อยละ 75 หรือความถี่สะสมสัมพัทธ์ .75 ขึ้นไปเป็น Passing rate ซึ่งหมายความว่า มีคนจำนวน 75 คนขึ้นไปที่มีความสามารถในการทำงานอย่างหนึ่งในลำดับชั้นงานนั้นได้

15. <u>สี</u> หมายถึง สีที่จัดไว้ได้แก่ สลับสี (แดง-เขียว และเหลือง-น้ำเงิน) และสีเดียวกัน (แดง 1 ชุด และ เหลือง 1 ชุด)

<u>ขอบเขตของการวิจัย</u>

1. กลุ่มตัวอย่างในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเด็กวัยก่อนเข้าเรียนอายุ 3-5 ปี ใช้วิธีสุ่มตัวอย่างแบบแบ่งชั้น (Stratified random sampling) จากศูนย์พัฒนาเด็กเล็กเขตท้องที่จังหวัดนครราชสีมา แบ่งออกเป็นเด็กอายุ 3 ปี รวม 40 คน (อายุ 2 ปี 6 เดือน ถึง 3 ปี 5 เดือน) อายุ 4 ปี รวม 40 คน (อายุ 3 ปี 6 เดือน ถึง 4 ปี 5 เดือน) และเด็กอายุ 5 ปี รวม 40 เดือน (อายุ 4 ปี 6 เดือน ถึง 5 ปี 5 เดือน) ในแต่ละกลุ่มอายุมีชายและหญิงเพศละ 20 คน เท่า ๆ กัน รวมทั้งสิ้น 120 คน

2. ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

2.1. ตัวแปรอิสระ (Independent variable) ได้แก่ อายุ

2.2. ตัวแปรตาม (Dependent variables) ได้แก่ ความสามารถในการเปรียบเทียบขนาดของสองชุด ความสามารถในการนับ และความรู้เกี่ยวกับการนับ

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย

1. แนวทางในการจัดหลักสูตร และแบบเรียนวิชาคณิตศาสตร์สำหรับชั้นเด็กก่อนวัยเรียนและชั้นเด็กอนุบาล ให้เหมาะสมกับระดับความสามารถ พื้นฐานความคิด และสติปัญญาของเด็กที่แตกต่างกันตามระดับอายุ เพื่อให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น อีกทั้งยังเป็นการเตรียมเด็กให้มีความพร้อมทางด้านการเรียน และมีทัศนคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์และเรื่องเกี่ยวข้องในการเรียนชั้นที่สูงขึ้นต่อ ๆ ไป

2. เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับ พัฒนาการด้านคิดปฏิบัติการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ในเชิงคณิตศาสตร์ของเด็กวัยก่อนเข้าเรียนและเด็กชั้นประถมให้กว้างขวางและมีความละเอียดมากยิ่งขึ้น