

บทที่ 2

ทฤษฎีการวัดละเอียด,GAGE REPEATABILITY AND REPRODUCIBILITY

และ การวิเคราะห์ความแปรปรวน

2.1 การวัดละเอียดในงานวิศวกรรม(Engineering Metrology)

ในที่นี้หมายถึง การวัดละเอียด(measuring range = 1 micro meter หรือบางกรณีอาจจะถึง 0.1 micro meter) ในการผลิตชิ้นงานในรูปแบบต่างๆที่เป็น solid workpiece โดยกรรมวิธีไม่ว่าจะเป็น cutting process หรือ non-cutting process ก็ดี จะต้องมีการทดสอบคุณภาพของชิ้นงานที่ผลิตออกมาว่า ได้ตรงตามมาตรฐานที่ได้กำหนดไว้หรือไม่ ฉะนั้นจึงเป็นการจำเป็นและเป็นหน้าที่ของวิศวกร ที่จะเรียนรู้ระบบการวัดประเภทต่างๆ เช่น การวัด Dimension, Surface, Form ... etc รวมไปถึงการเลือกใช้เครื่องมือวัดและหลักปฏิบัติในการวัด

2.1.1 คำจำกัดความ

Inspection	คือ การตรวจสอบขนาดชิ้นงานว่าได้ตามที่กำหนดไว้หรือไม่โดยการ Gauging หรือ Measuring
Gauging	คือ การตรวจสอบขนาด หรือ รูปร่าง ว่าอยู่ในพิสัยความเผื่อที่ยอมรับหรือไม่ โดยที่ไม่จำเป็นที่จะอ่านค่าออกมาเป็นตัวเลข
Measuring	คือ การเปรียบเทียบค่าของงานที่จะทดสอบ กับค่าใดๆ ค่าหนึ่งทีถือเป็น Nominal Standard
Measuring Value	คือ ค่าทางตัวเลขที่ได้จากการวัดใดๆ
Value	Measuring Value = ค่าที่เป็นตัวเลข x หน่วยที่ใช้ในการเปรียบเทียบซึ่งค่าๆนี้จะไม่ใช่ measuring result โดยตรง แต่ยังคงคำนึงถึง error ที่อาจจะเกิดขึ้นระหว่างการวัดด้วย (Random error & systematic error) ส่วน Measuring result จะต้องบอกค่าพิสัยความไม่แน่นอนในการวัด (measuring uncertainty) เช่น (27.255 ± 0.0015) ซึ่งค่านี้ได้รวม error ทั้งสองแบบไว้ด้วย
Actual value	คือ ค่าจริงที่วัดได้จากชิ้นงาน
Set value	คือค่าที่กำหนดไว้ในแบบ หรือ ค่ามาตรฐาน
Nominal value	คือ ค่าตัวเลข ที่ยังไม่ได้รวมถึงพิสัยความเผื่อ (25,45.45)

Tolerance คือ ค่าพิคัดความเพื่อ โดยมีเครื่องหมายกำกับ อาจจะเป็นค่าบวก ค่าลบ หรือทั้งสองค่า

2.1.2 หน่วยการวัด

ในการวิจัยครั้งนี้จะกล่าวการวัด Dimension measurement หน่วยที่ใช้ตามระบบ SI-Unit คือ เมตร(meter,m)

2.1.3 เมตรมาตรฐาน

ความยาว 1 เมตร คือความยาว 1,650,763,730 เท่า ของความยาวคลื่นแสงนิวเคลีย ของ (^{86}Kr) -อะตอม ในสูญญากาศ ที่ส่งออกจากสถานะ $(5)d_5$ ไปยังสถานะ $(2)p_{10}$ ความละเอียดที่ได้จากการเปรียบเทียบเช่นนี้ จะได้ resolution ถึง 2×10^{-8}

ในระบบงานวัดเราใช้ resolutionละเอียดที่สุด 1 micro-meter = 10^{-6} m หรือ 10^{-3} mm

ดัชนีเลขฐานสิบ และ อักษรย่อของหน่วยในการวัดที่ใช้ตามระบบ SI-Unit

10^{12}	Tera	T	10^{-1}	Deci	d
10^9	Giga	G	10^{-2}	Centi	c
10^6	Mega	M	10^{-3}	Milli	m
10^3	Kilo	K	10^{-6}	Micro	μ
10^2	Hecto	H	10^{-9}	Nano	n
10^1	Deca	Da	10^{-12}	Pico	p
			10^{-15}	Femto	f
			10^{-18}	Atto	a

2.1.4 หลักการวัด (measuring principle) และ วิธีวัด(measuring method)

หลักการวัด นั้นมีความหมายกว้าง ว่า การที่จะวัดหาขนาดของชิ้นงานใด ๆ จะใช้เครื่องมือชนิดใด และการวัดนั้นทำอย่างไร เช่น การวัดความยาวของชิ้นงานด้วย Micrometer หรือ Vernier caliper ,การวัดขนาดฟันของเกลิยวโดยใช้ thread ring gauge GO หรือ นำไปฉายด้วย Projector เทียบกับ Master template

วิธีวัด นั้นหมายความถึง การได้มาของค่าที่ทำการวัด แยกออกเป็นสองประเภท คือ

1.Direct measuring method คือ การวัดใดๆ ก็ตาม โดยการ “เปรียบเทียบ” กับ Standard และ การอ่านค่าที่ทำการวัดได้ “โดยตรง” เช่น การวัดเส้นผ่าศูนย์กลางของเพลลาโดยใช้ Micrometer หรือการวัดความโตของรูเจาะโดยใช้นาฬิกาวัดใน และอ่านค่าได้จาก Micrometer อีกที่หนึ่ง

2.Indirect measuring method คือ การวัดใดๆก็ตามโดยค่าที่ต้องการวัดจะถูก “เปลี่ยนแปลง” ด้วยกฎเกณฑ์ของ physical relation ก่อน แล้วจะถูกนำไปคำนวณหรือเปรียบเทียบ เพื่อการได้มาของค่าที่ต้องการวัด เช่น การวัดความยาวด้วย resistance strain gauge หรือ การวัดระยะทางโดยใช้แสง Laser เป็นต้น

นอกจากนี้เรายังแยกประเภทของ measuring method ออกเป็นสองประเภท คือ การวัดแบบ analog measuring method และ digital measuring method ซึ่งการวัดสองแบบนี้ต่างกันตรง การอ่านค่า(continuous - discontinuous display)

2.1.5 ข้อผิดพลาดในการวัด (Error of measuring)

ในการวัดเราแบ่งความผิดพลาดที่เกิดขึ้นระหว่างการวัดออกเป็นสองประเภท

1.Systematic error สาเหตุที่เกิด error ประเภทนี้ ส่วนใหญ่เกิดจากเครื่องมือหรืออุปกรณ์ในการวัด อาทิเช่น

- *การ set เครื่องมือและอุปกรณ์ในการวัด
- *การเลือกใช้เครื่องมือวัด
- *ความคลาดเคลื่อนของเครื่องมือวัด เนื่องจากการผลิต เช่น nominal gauge, scale,pitch,toothing error
- *การสึกหรอของเครื่องมือวัด
- *การบิดเบี้ยวเสียรูปทรงของเครื่องมือวัด เนื่องจากแรงกระทำภายนอก
- *การขีดหรือหดตัวของเครื่องมือวัด เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ

2. Random error สาเหตุที่ทำให้เกิดความผิดพลาดประเภทนี้ บางส่วนก็คล้ายกับสาเหตุของค่าความผิดพลาดที่ควบคุมได้(systematic error) แต่สาเหตุส่วนใหญ่ได้แก่

*การเปลี่ยนแปลง Friction ในชิ้นส่วนที่เคลื่อนไหวของเครื่องมือวัด

*การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ ระหว่างชิ้นงานวัดกับเครื่องมือวัด

*บุคคลที่ทำการวัด

โดยทั่วไปการประเมินผลหาค่าของความผิดพลาดประเภทนี้ทำได้ค่อนข้างยาก เพราะการเกิดของความผิดพลาดก็เป็นไปอย่างไม่แน่นอนทั้งทิศทางและขนาด เราจะต้องใช้ทฤษฎีทางสถิติและการประเมินผลทางสถิติเข้ามาช่วย เพื่อที่จะทำให้ random error ลดน้อยลง

ข้อสังเกต

*ความผิดพลาดที่สามารถควบคุมได้(Systematic error)จะทำให้ค่าที่วัดได้(Measuring result) ผิด

*ความผิดพลาดที่ไม่สามารถควบคุมได้(Random error)จะทำให้ค่าที่วัดได้(Measuring result) ไม่แน่นอนซึ่งอาจจะถูกหรือผิดก็ได้

Error of measuring equipment

Absolute error = actual value - measurement value

Relative error = $\frac{\text{actual value} - \text{measurement value}}{\text{measurement value}} \times 100 \%$

เครื่องมือวัดบางชนิดจะบอกค่าความคลาดเคลื่อนโดยเปรียบเทียบกับค่า end value of measuring range(E.M.R.)

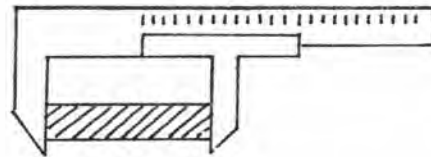
error = $\frac{\text{actual value} - \text{measurement value}}{\text{E.M.R}}$

2.1.6 หลักการเปรียบเทียบ(Comparator principle)

Abbe principle คือ การวางชิ้นงานวัดและชิ้นเปรียบเทียบมาตรฐาน ควรจะวางร่วมศูนย์ อยู่ในแนวแกนของการวัด เพื่อป้องกันความผิดพลาดในการอ่านค่า ซึ่งเกิดจากการหนีศูนย์ หรือทำมุมระหว่างชิ้นงานกับชิ้นเปรียบเทียบ

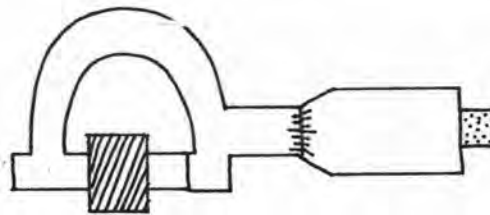
ในการวัดด้วยวิธีเปรียบเทียบกับชิ้นงานมาตรฐานนี้มีการจัดรูปแบบ 2 อย่างคือ

1.Measuring object กับ nominal วางขนานกัน



รูปที่ 2.1 แสดงการวัดแบบวางขนานกัน

2.Measuring object กับ nominal วางตามกัน



รูปที่ 2.2 แสดงการวัดแบบวางตามกัน

2.1.7ระยะฟรี (Width of backlash)

ระยะฟรี คือความแตกต่างของตัวชี้บอก(indicator) ซึ่งเกิดขึ้นในการวัดขนาดใดขนาดหนึ่ง โดยที่ตัวชี้บอก(indicator)เคลื่อนตัวจากค่าน้อยไปสู่ค่ามากและกลับกัน ค่าทั้งสองค่าเมื่อนำมาลบกันจะได้ค่า backlash ค่านี้จะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับความละเอียดของเครื่องมือวัดนั้นๆ นอกจากนี้ยังขึ้นอยู่กับสภาพของเครื่องมือและการสึกหรอ ถ้าในกรณีที่เป็นเครื่องมือที่ใหม่และมีความละเอียดในการวัดสูงก็สามารถจะเกิด backlash ได้เนื่องจากความฝืด (Friction) ในระบบกลไกของเครื่องมือวัดนั้นๆ การแก้ไขความผิดพลาด(error) ประเภทนี้ให้ถอย measuring pin ออกจากชิ้นงานมากพอสมควร แล้วจึงทำการวัด

2.2 Gauging

คือการตรวจสอบขนาดหรือรูปร่างว่าอยู่ในพิสัยความเผื่อที่กำหนดไว้หรือไม่ โดยการวัดด้วย เกจชนิดต่างๆ การตรวจสอบแบบนี้แบ่งออกเป็น 4 ประเภทคือ

1.Dimension gauging คือ การตรวจสอบขนาดใดๆของชิ้นงานชิ้นหนึ่ง เป็นการวัดขนาดเดียว ได้แก่ เกจจำพวก

- *length standard
- *parallel gauge block
- *measuring rod with spherical ends
- *barrel or plug gauge
- *thickness gauge
- *nozzle checking plug
- *hole gauge

2.Paring gauging คือ การตรวจสอบขนาดใดๆของชิ้นงานคู่หนึ่ง เป็นการวัดหาความสัมพันธ์ของชิ้นงานคู่หนึ่งในการประกอบเข้าด้วยกัน

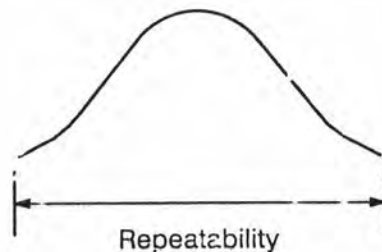
3.Limit gauging คือ การตรวจสอบขนาดใดๆของชิ้นงานชิ้นหนึ่งว่าอยู่ในพิสัยความเผื่อที่กำหนดไว้หรือไม่ (go - no go gauge)

ในการวัดแบบนี้ ขนาดที่ทำการตรวจสอบจะถูกนำไปเทียบกับค่าที่กำหนดไว้สองค่า ระยะความแตกต่างระหว่าง ค่า 2 ค่านี้คือ ค่าพิสัยความเผื่อที่ยอมรับ ขนาดจริงของชิ้นงานจะต้องมีค่าอยู่ในระหว่างค่าสองค่านี้ซึ่งในการตรวจสอบลักษณะนี้จะต้องค้ำนึ่งว่าเป็น การวัดนอกหรือวัดในด้วย เกจที่ทำมาใช้ในการตรวจสอบจะมีอยู่สองด้าน(สองขนาด) แต่ละด้านจะมีขนาดที่ตายตัว คือมีด้านที่เรียกว่า ด้านดี และมีอีกด้านที่เรียกว่า ด้านเสีย(go - nogo) ในการตรวจสอบก็มีหลักการง่ายๆว่าขนาดของชิ้นงานที่จะทำการตรวจสอบจะสามารถผ่านค่าใดค่าหนึ่งของ gauge ได้เพียงค่าเดียวเท่านั้น ถ้าชิ้นงานสามารถผ่านได้ทั้ง 2 ค่า ไม่ว่าจะเป็นการวัดภายนอกหรือการวัดภายในก็ดี จะถือว่าขนาดชิ้นงานนั้นไม่โตไปหรือเล็กไป ไม่อยู่ในพิสัยความเผื่อข้อสำคัญก็คือต้องเลือกเกจที่ใช้ตรวจสอบให้ตรงกับขนาดชิ้นงานที่ต้องการจะตรวจสอบด้วย

4.Form gauging คือ การตรวจสอบรูปร่างของชิ้นงานใดๆ โดยเทียบกับชิ้นงานมาตรฐาน

2.3 Gauge Repeatability and Reproducibility

2.3.1 Repeatability หรือ Equipment Variation (EV) คือ ความสม่ำเสมอของค่าวัดที่ได้จากการวัดในช่วงสั้นๆ ภายใต้เงื่อนไขการวัดเดียวกัน, อุปกรณ์เดียวกัน, พนักงานคนเดียว และวัดในตำแหน่งเดียวกัน



รูปที่ 2.3 แสดงการกระจายตามทฤษฎี REPEATABILITY

Repeatability Error คือ การแปรผันของการวัดที่มีสาเหตุมาจาก 2 สาเหตุหลัก คือ

1. เครื่องมือวัด
2. ตำแหน่งของการวัดชิ้นงาน

การแปรผันที่เกิดมาจาก 2 สาเหตุหลักนี้จะแสดงแทนได้ด้วย Range Chart

1. ถ้า Range Chart มีจุดที่อยู่นอกการควบคุม(out of control) จุดเหล่านั้นก็ควรที่จะต้องได้รับการตรวจสอบหาสาเหตุที่เกิดขึ้นตามสาเหตุหลักๆ ดังที่กล่าวมาแล้ว

2. ถ้า Range Chart มีจุดที่อยู่ภายใต้การควบคุม(in control) แสดงว่าการแปรผันของเครื่องมือวัดและกระบวนการวัด มีความสม่ำเสมอตลอดช่วงเวลาที่ทำการศึกษา

สูตรในการคำนวณ

$$\text{ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานสำหรับ Repeatability หรือ Equipment Variation } (\sigma_e) = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

ซึ่ง \bar{R} = ค่า Average Range ของการวัดซ้ำ

d_2 = ค่าที่ได้จากการเปิดตาราง *The Distribution of The Average Range* ที่มี

m : จำนวนการทดลองซ้ำ (Trials)

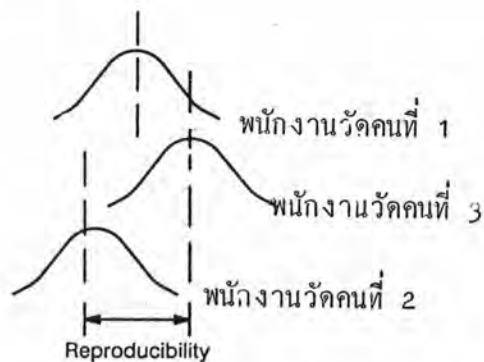
g : จำนวนชิ้นงาน x จำนวนผู้ทำการวัด

$$\text{ดังนั้น Repeatability (Equipment Variation) = } \frac{5.15 \bar{R}}{d_2^*}$$

$$EV = K_1 \cdot R \quad (\text{โดยที่ } K_1 = 5.15 / d_2^*)$$

ซึ่ง 5.15 แทนระดับความเชื่อมั่น 99% ของการวัดที่มีการกระจายแบบปกติ

2.3.2 Reproducibility หรือ Appraiser Variation (AV) คือ ความสม่ำเสมอของค่าวัดที่ได้จากการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขการวัด คือ วิธีการวัดและพนักงานวัด แต่เครื่องมือวัดและชิ้นงาน ยังคงไม่เปลี่ยนแปลง



รูปที่ 2.4 แสดงการกระจายตามทฤษฎี REPRODUCIBILITY

Reproducibility Error คือ ค่าผิดพลาดที่มีผลมาจาก ตัวพนักงานวัดแต่ละคน ซึ่งสามารถแสดงแทนได้ด้วย Average Control Chart โดยการเปรียบเทียบจากค่าเฉลี่ยของการวัดที่ได้จากพนักงานวัดแต่ละคน สำหรับในการวัดที่ศึกษา

สูตรในการคำนวณ

$$\text{ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานสำหรับ Reproducibility หรือ Appraiser Variation } (\sigma_o) = \frac{R_o}{d^*_2}$$

$$\text{ซึ่ง } R_o (X_{\text{diff}}) = X_{\text{max}} - X_{\text{min}}$$

$$d^*_2 = \text{ค่าที่ได้จากการเปิดตาราง The Distribution of The Average Range}$$

$$m = \text{จำนวนผู้ทำการวัด}$$

$$g = \text{จำนวนครั้งของการคำนวณ Range}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น Reproducibility(Appraiser Variation)} &= \frac{5.15R_o}{d^*_2} \\ &= K_2 \cdot R_o ; K_2 = 5.15/d^*_2 \\ \text{AV} &= K_2 \cdot X_{\text{Diff}} \end{aligned}$$

ซึ่ง 5.15 แทนระดับความเชื่อมั่น 99% ของการวัดที่มีการกระจายแบบปกติ

การกำจัดค่าความแปรปรวนร่วม(COVARIANCE)อันเนื่องมาจากเครื่องมือวัด

จากการคำนวณที่กล่าวมา ค่า AV ที่ได้ยังคงมีความผิดพลาดอันเนื่องมาจาก ความผิดพลาดของเครื่องมือวัดดังนั้นจึงต้องมีการปรับสูตรการคำนวณ AV ใหม่เพื่อที่จะกำจัดความผิดพลาดอันเนื่องมาจากเครื่องมือวัดโดยใช้ทฤษฎีของการวิเคราะห์ความแปรปรวน(Analysis of Variance)

ตารางที่ 2.1 แสดงการ วิเคราะห์ความแปรปรวนของแต่ละปัจจัย(ANOVA)

ANOVA TABLE	
แหล่ง ของปัจจัย	Expected Mean Square
ชิ้นงาน(Part)	$\sigma_e^2 + \sigma_p^2$
พนักงานวัด(Operator)	$\sigma_e^2 + r n \sigma_o^2$
ความผิดพลาด(Error)	σ_e^2

จากทฤษฎี Reproducibility

$$\text{ความแปรปรวนของพนักงานที่ทำกรวัด} = \sigma_e^2 = [R_o / d^*_2]^2$$

$$\text{จาก ANOVA TABLE ค่าความแปรปรวนเนื่องจากพนักงานวัด (r x n ครั้ง)} = \sigma_e^2 + r n \sigma_o^2$$

$$\text{ดังนั้น} \quad [R_o / d^*_2]^2 = \frac{\sigma_e^2 + r n \sigma_o^2}{r n}$$

$$= \frac{\sigma_e^2}{r n} + \sigma_o^2$$

$$\sigma_o^2 = [R_o / d^*_2]^2 - \frac{\sigma_e^2}{r n}$$

$$\text{จาก} \quad EV = 5.15 \sigma_e \quad EV^2 = (5.15 \sigma_e)^2$$

$$AV = 5.15 \sigma_o \quad AV^2 = (5.15 \sigma_o)^2$$

$$\text{ดังนั้น} \quad AV^2 = [5.15 R_o / d^*_2]^2 - \frac{EV^2}{r n}$$

เพราะฉะนั้นค่า AV ที่ได้จากการคำนวณครั้งนี้จะกำจัดค่าความผิดพลาดอันเนื่องมาจากเครื่องมือวัดแล้ว เรียกว่า AV (adjust reproducibility)

$$AV (\text{ Adjust Reproducibility }) = \sqrt{\left[\frac{5.15 R_o}{d^*_2} \right]^2 - \left[\frac{EV^2}{r * n} \right]}$$

เมื่อ n = จำนวนชิ้นงานที่ทำกรวัด

r = จำนวนครั้งที่ทำกรวัดซ้ำ

2.3.3 Part-to-Part Variation (PV) คือ การแปรผันที่เกิดขึ้นในชิ้นงานแต่ละชิ้นที่ทำการผลิตออกมาจากกระบวนการผลิตเดียวกัน

$$\text{ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของ Part-to-Part } (\sigma_p) = \frac{R_p}{d^*_2}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad PV = \frac{5.15 R_p}{d^*_2} = K_3 R_p$$

$$K_3 = 5.15 / d_2^*$$

ซึ่ง $R_p =$ ค่าสูงสุดของค่าเฉลี่ยของการวัดในชั้นที่ I (ทุกพนักงานที่ทำการวัด) - ค่าต่ำสุดของค่าเฉลี่ยการวัดในชั้นที่ I (ทุกพนักงานที่ทำการวัด)

$$d_2^* = \text{ค่าที่ได้จากตารางในภาคผนวก ที่มี}$$

$$m = \text{จำนวนชิ้นงาน}$$

$$g = \text{จำนวนครั้งที่มีการคำนวณ Range}$$

ซึ่ง 5.15 แทนระดับความเชื่อมั่น 99% ของการวัดที่มีการกระจายแบบปกติ

จากกระบวนการวัด จะพบว่าการแปรผันที่เกิดจากกระบวนการวัดสามารถอธิบายได้ด้วยทฤษฎี GRR โดยที่ในการประยุกต์ใช้ทฤษฎี GRR เราสามารถกำหนดค่าการแปรผัน (Variation) อันเนื่องมาจากกระบวนการวัดได้ดังต่อไปนี้

1. การแปรผันอันเนื่องมาจากชิ้นงาน (Part Variation)

โดยกำหนดให้ค่าความผิดพลาดของชิ้นงาน (part effect) มีการแจกแจงแบบปกติที่เป็นอิสระต่อกัน (independently normal distribution) ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ และมีค่าความแปรปรวนเท่ากับ σ^2 หรือเขียนแทนได้ด้วยสัญลักษณ์ $PV \sim N(0, \sigma^2)$

2. การแปรผันอันเนื่องมาจากพนักงานวัด (Appraiser Variation)

โดยกำหนดให้ค่าความผิดพลาดของพนักงานวัด (appraiser effect) มีการแจกแจงแบบปกติที่เป็นอิสระต่อกัน (independently normal distribution) ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ และมีค่าความแปรปรวนเท่ากับ ω^2 หรือเขียนแทนได้ด้วยสัญลักษณ์ $AV \sim N(0, \omega^2)$

3. การแปรผันอันเนื่องมาจากเครื่องมือวัด (Equipment Variation)

โดยกำหนดให้ค่าความผิดพลาดของเครื่องมือวัด, การวัดซ้ำ (replication error) มีการแจกแจงแบบปกติที่เป็นอิสระต่อกัน (independently normal distribution) ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ และมีค่าความแปรปรวนเท่ากับ γ^2 หรือเขียนแทนได้ด้วยสัญลักษณ์ $EV \sim N(0, \gamma^2)$

ดังนั้นจากทั้ง มดที่กล่าวมาแล้วนั้นจะพบว่า ค่าความผิดพลาดทั้งหมดที่เกิดขึ้นในระบบการวัดมีความเป็นอิสระซึ่งกันและกัน (independent) ซึ่งการคำนวณโดยใช้สูตรที่กล่าวถึงต่อไปนี้ จะอ้างอิงถึงการพิสูจน์จากทฤษฎีที่ได้กล่าวมาแล้วนี้ (รายละเอียดเพิ่มเติมดูได้ในภาคผนวก ข)

2.3.4 Repeatability and Reproducibility (R&R)

จากกระบวนการวัดการแปรผันที่เกิดขึ้นจะสามารถแสดงแทนได้ด้วยสมการต่อไปนี้

$$\sigma_m^2 = \sigma_e^2 + \sigma_o^2$$

ซึ่ง σ_m = Measurement System Standard Deviation

σ_e = Equipment Standard Deviation

σ_o = Appraiser Standard Deviation

ดังนั้น $\sigma_m = \sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_o^2}$

$$R\&R = \sqrt{EV^2 + AV^2}$$

2.3.5 Total Variation (TV) คือ การแปรผันรวมทั้งหมดที่เกิดขึ้นในระบบการวัด

จาก σ_t = Total Process Variation Standard Deviation

$$\sigma_t^2 = \sigma_p^2 + \sigma_m^2$$

และ $\sigma_t = \sqrt{\sigma_p^2 + \sigma_m^2}$

หรือ $TV = \sqrt{\sigma_p^2 + \sigma_m^2}$

สรุปเปอร์เซ็นต์การแปรผันในแต่ละสาเหตุได้ดังนี้

$$\%EV = \frac{100 \cdot EV}{TV}$$

$$\%AV = \frac{100 \cdot AV}{TV}$$

$$\%R\&R = \frac{100 \cdot R\&R}{TV}$$

$$\%PV = \frac{100 \cdot PV}{TV}$$

2.3.6 เกณฑ์มาตรฐานในการกำหนดการยอมรับระบบการวัด (อ้างอิงจาก Automotive Industrial Action Group:AIAG)

% R&R	น้อยกว่า 10 %	:ระบบการวัดนั้นดี สามารถยอมรับได้
% R&R	ตั้งแต่ 10 % ถึง 30 %	:พอที่จะยอมรับได้โดยขึ้นอยู่กับต้นทุนในการปรับปรุง
% R&R	มากกว่า 30 %	:ระบบการวัดนั้นมีปัญหาจำเป็นต้องมีการปรับปรุง

2.3.7 ลำดับขั้นตอนการศึกษา GRR

1. สุ่มชิ้นงานที่จะทำการทดลองศึกษา GRR มา 10 ชิ้น โดยที่ผู้วิจัยต้องทราบคุณลักษณะ (Specification) ของชิ้นงานเหล่านั้น คือ
 - 1.1 ต้องเป็นชิ้นงานที่สมบูรณ์(ไม่ใช่ของเสีย)
 - 1.2 ต้องอยู่ใน Part Number หรือ Lot การผลิตเดียวกัน
 - 1.3 ต้องมี Drawing ที่แสดงรายละเอียดของชิ้นงานนั้นได้
2. เตรียมเครื่องมือวัดที่จะใช้ในการทดลองครั้งนี้
3. เลือกพนักงานคนที่ 1 มาอย่างสุ่มแล้วให้ทำการวัดชิ้นงานอย่างสุ่ม ชิ้นละครั้ง(บันทึกผล) โดยใช้เครื่องมือวัดที่เตรียมให้เท่านั้น จนครบ 10 ชิ้น โดย
 - 3.1 ผู้วิจัยส่งชิ้นงานให้พนักงานวัด
 - 3.2 ให้พนักงานวัดวัดค่าออกมาและอ่านค่าให้ผู้วิจัยเป็นผู้ทำการบันทึกลงในแบบฟอร์มการบันทึกข้อมูล GRR
 - 3.3 พนักงานวัดคืนชิ้นงานให้ผู้วิจัย และไม่สามารถทราบได้ว่าชิ้นงานที่วัดนั้นหมายเลขเท่าไร
 - 3.4 ทำเช่นนี้จนสามารถวัดครบทั้ง 10 ชิ้น
4. เลือกพนักงานคนที่ 2 อย่างสุ่มแล้วทำตามวิธีการในข้อ 2 โดยยังคงใช้เครื่องมือวัดเดียวกัน
5. เลือกพนักงานคนที่ 3 มาอย่างสุ่มแล้วทำตามวิธีการในข้อ 2 โดยยังคงใช้เครื่องมือวัดเดียวกัน
6. ดำเนินการซ้ำตามข้อที่ 2-4 เพื่อทำการวัดชิ้นงานอย่างสุ่มซ้ำ(Replicate) ในครั้งที่ 2 และ 3 โดยลำดับ และ ใช้เครื่องมือวัดอัน ี่ม
7. นำข้อมูลที่ได้บันทึกไว้ในแบบฟอร์มบันทึกข้อมูล GRR มาคำนวณในแบบฟอร์มการวิเคราะห์ผล GRR
8. คำนวณ σ_{EV} , σ_{AV} และ $\sigma_{R\&R}$ โดยใช้ทฤษฎีการวิเคราะห์ตามหลักการ Gauge Repeatability and Reproducibility ; GRR
9. คำนวณ %EV, %AV และ %R&R เพื่อทำการตัดสินใจระบบการวัดนั้น

หมายเหตุ ในการทดลองศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยได้ทำเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ สำหรับการคำนวณโดยอัตโนมัติ

2.8.8 การกำหนดวิธีการควบคุมความแปรปรวนร่วม(COVARIANCE)ที่อาจจะเกิดขึ้นในระหว่างการทดลอง

1) การกำหนดจำนวนชิ้นงานที่นำมาใช้ในการทดลองศึกษา GRR ให้เหมาะสมกับประเภทของ เครื่องมือวัด โดยพิจารณาจาก ความถี่ในการตรวจสอบ, พิจารณาคัดเลือกชิ้นงานโดยคัดเลือกชิ้นงานที่อยู่ในสภาพสมบูรณ์ ไม่มีตำหนิและเป็นชิ้นงานที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพแล้ว ก็

1.1 ความหนา

1.2 ความกว้าง

1.3 ความยาว

เพื่อลดความแปรปรวนร่วม(COVARIANCE) ที่เกิดขึ้นในระหว่างที่พนักงานทำการวัด กำหนดบริเวณที่สำหรับจะทำการวัดบนทุกๆชิ้นงานเพื่อลดการแปรผันอันเนื่องมาจากชิ้นงานและใช้ชิ้นงานที่ได้เลือกออกมาแล้วตลอดช่วงการศึกษาวิจัย

2) การเลือกใช้อุปกรณ์วัดหรือเครื่องมือวัด โดยจะใช้อุปกรณ์วัดหรือเครื่องมือวัดเดียวกันตลอดช่วง การศึกษาวิจัย โดยที่อุปกรณ์วัดหรือเครื่องมือวัดจะยังคงเป็นชนิดเดียวกัน, สภาพแวดล้อมเดียวกัน, วิธีการทำงานแบบเดียวกัน, คุณสมบัติเดียวกัน, การเก็บรักษาแบบเดียวกัน

3) การกำหนดจำนวนพนักงานวัดที่ทำการศึกษาวิจัยในครั้งนี้ โดยที่จะใช้พนักงานวัด 3 คนต่อ เครื่องมือวัดหรืออุป กรณ์การวัด 1 เครื่องไปจนตลอดช่วงการศึกษาวิจัย โดยที่พนักงานทั้ง 3 คนนี้ เป็นพนักงานที่ใช้เครื่องมือวัดหรืออุปกรณ์วัดนั้นๆเป็นประจำสม่ำเสมอ, ช่วงเวลาทำงานของพนักงานทั้ง 3 คนก็เริ่มช่วงเวลาเดิมกล่าวคือถ้าพนักงานคนใดวัดชิ้นงานในกะเช้าก็จะทำการเก็บข้อมูลในเวลานั้นตลอดไปเพื่อลดการแปรผันอันเนื่องมาจากเวลาในการทำงาน, สภาพแวดล้อมในการวัดที่เหมือนกันคือ สถานที่ อุณหภูมิ สภาพแวดล้อม และ วิธีการทำงาน

ชื่อเครื่องมือวัด : ตัวอย่าง
 ส่วนงาน : QUALITY พนักงานวัดคนที่ A :
 ฝ่าย : QC พนักงานวัดคนที่ B :
 แผนก : IQCC พนักงานวัดคนที่ C :
 วันที่เก็บข้อมูล : บันทึกโดย _____

พนักงานวัดคนที่ / การวัดซ้ำครั้งที่	หมายเลขชิ้นงาน										ค่าเฉลี่ย (Average)	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
A 1	0.65	1.00	0.85	0.85	0.55	1.00	0.95	0.85	1.00	0.60		
A 2	0.60	1.00	0.80	0.95	0.45	1.00	0.95	0.80	1.00	0.70		
ค่าเฉลี่ย(Average)	0.625	1.000	0.825	0.900	0.500	1.000	0.950	0.825	1.000	0.650	\bar{X}_a	0.828
ผลต่าง (Range)	0.05	0.00	0.05	0.10	0.10	0.00	0.00	0.05	0.00	0.10	R_a	0.045
B 1	0.55	1.05	0.80	0.80	0.40	1.00	0.95	0.75	1.00	0.55		
B 2	0.55	0.95	0.75	0.75	0.40	1.05	0.90	0.70	0.95	0.50		
ค่าเฉลี่ย(Average)	0.550	1.000	0.775	0.775	0.400	1.025	0.925	0.725	0.975	0.525	\bar{X}_b	0.768
ผลต่าง (Range)	0.00	0.10	0.05	0.05	0.00	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	R_b	0.045
C 1	0.50	1.05	0.80	0.80	0.45	1.00	0.95	0.80	1.05	0.85		
C 2	0.55	1.00	0.80	0.80	0.50	1.05	0.95	0.80	1.05	0.80		
ค่าเฉลี่ย(Average)	0.525	1.025	0.800	0.800	0.475	1.025	0.950	0.800	1.050	0.825	\bar{X}_c	0.820
ผลต่าง (Range)	0.05	0.05	0.00	0.00	0.05	0.05	0.00	0.00	0.00	0.05	R_c	0.025
Part Average (\bar{X}_p)	0.567	1.008	0.800	0.825	0.456	1.017	0.942	0.783	1.008	0.667	\bar{X}	0.809
											R_p	0.558

$R = (R_a + R_b + R_c) / 3$	0.04
$X_{diff} = (X_i - X_j)$	0.06

$$X_i = X_{max}$$

$$X_j = X_{min}$$

ตารางที่ 2.2 แสดงตัวอย่างการบันทึกผลการวัด

วิธีการคำนวณเชิงตัวเลข (Numerical Calculation)

การคำนวณ Gage Repratability and Reproducibility (GRR) ตามตัวอย่างที่ได้แสดงไว้ข้างต้น สามารถอธิบายได้ดังขั้นตอนต่อไปนี้

- 1.เมื่อบันทึกผลการวัดพนักงานทุกคนแล้ว คำนวณค่า Range จากข้อมูลการวัดของพนักงานแต่ละคน ในแถวที่ 5,10,15
- 2.จากข้อมูลในแถวที่ 5,10,15 ทำการคำนวณหาค่า Average Range แต่ละแถวตามลำดับ (R_a, R_b, R_c)
- 3.นำค่า R_a, R_b, R_c ที่ได้จากการคำนวณในแถวที่ 5,10,15 มาคำนวณหา R ในแถวที่ 17
- 4.คำนวณหาค่าเฉลี่ย(Average) ในแถวที่ 1,2 แถวที่ 6,7 แถวที่ 11,12 ของแต่ละชิ้นงานแล้ว บันทึกผลลงในแต่ละช่องในแถวที่ 4,9,14 ตามลำดับ
- 5.จากนั้นนำค่าเฉลี่ยในแต่ละช่องของแถวที่ 4,9,14 มาหาค่าเฉลี่ยอีกครั้ง แล้วบันทึกลงในช่องทางขวาสุดของ แถวที่ 4,9,14
ตามลำดับ (X_a, X_b, X_c)
- 6.คำนวณหาค่า X_{diff} จากค่าที่คำนวณได้ก่อนหน้านี้ (X_a, X_b, X_c) แล้วบันทึกผลลงในแถวที่ 18
- 7.รวมข้อมูลของแต่ละชิ้นงานของ พนักงาน 3 คน และทุกๆการวัดซ้ำแล้วหารด้วยจำนวนข้อมูล แล้วบันทึกลงในแต่ละช่อง
ของแถวที่ 16
- 8.จากข้อมูลที่ได้ในแต่ละช่องของแถวที่ 16 นำมาคำนวณหาค่าเฉลี่ย(X) และค่า Range (R_p) แล้วบันทึกผลลงในช่องทาง
ขวาสุดของแถวที่ 16
- 9.นำผลของข้อมูลมา ค่าที่ได้คำนวณแล้วในตารางบันทึกผลการทดลองมาอยู่ในแบบฟอร์มการวิเคราะห์การแปรผัน

หมายเลขชิ้นงาน: ชื่อเครื่องมือวัด: วันที่วิเคราะห์:
 ลักษณะการวัด: หมายเลขเครื่องมือ: วิเคราะห์โดย:
 Specification:
 จากข้อมูลในตาราง มีค่าข้อมูล
 $R = 0.04$ $X_{diff} = 0.06$ $R_p = 0.558$

การวิเคราะห์ระบบการวัด			เปอร์เซ็นต์การผันแปรรวม(%TV)	
1.Repeatability (EV)				
$EV = R \cdot K_1$	Trials	K_1	6 %EV= 100(EV/TV)	
= 0.04 x 4.56	2	4.56	= 100(0.175/0.93)	
= 0.175	3	3.05	= 18.75 %	
2.Reproducibility (AV)				
$AV = \sqrt{K_{diff}^2 \cdot X_{diff}^2 - (EV^2/n)}$			7 %AV= 100(AV/TV)	
= $(0.06 \times 2.7)^2 - (0.175)^2 / 10 \times 2$			= 100(0.16/0.93)	
= 0.1419			= 16.80 %	
	Appraisers			
	2	3		
	K_2		8 %R&R= 100(R&R/TV)	
	3.65	2.70	= 100(0.24/0.93)	
3.Repeatability & Reproducibility (R&R)				
$R\&R = \sqrt{EV^2 + AV^2}$			= 25.20 %	
= $\sqrt{0.175^2 + 0.1419^2}$				
= 0.23	PART	K_3		
	2	3.65	9 %PV = 100(PV/TV)	
	3	2.70	= 100(0.9/0.93)	
	4	2.30	= 97.04 %	
	5	2.08		
	6	1.93		
	7	1.82		
	8	1.74		
	9	1.67		
	10	1.62		
5.Total Variation (TV)				
$TV = \sqrt{(R\&R)^2 + (PV)^2}$				
= $\sqrt{0.00791^2 + 0.0753^2}$				
= 0.932099				

ตารางที่ 2.3 แสดงตัวอย่างการวิเคราะห์ผลตามทฤษฎี

การวิเคราะห์ผลระบบการวัดของ ตัวอย่าง

จากผลการบันทึกข้อมูลการวัดตามตัวอย่าง

1.Repeatability (EV)

$$\text{หาได้จาก } EV = R.K_1 = 0.04 \times 4.56$$

$$\text{ซึ่ง } K_1 = \frac{5.15}{d_2^*} = \frac{5.15}{1.128} = 4.56$$

$$d_2^* \text{ หามาจากตารางที่มีจำนวนครั้งการวัดซ้ำ (m) = 2}$$

$$g = \text{จำนวนชิ้นงาน} \times \text{จำนวนพนักงานวัด} > 15$$

2.Reproducibility(AV)

$$\begin{aligned} \text{หาได้จาก } AV &= \sqrt{[X_{diff} \times K_2]^2 - [EV / n * r]} \\ &= \sqrt{[0.06 \times 2.7]^2 - [0.18 / 10 * 2]} = 0.16 \end{aligned}$$

$$\text{ซึ่ง } K_2 = \frac{5.15}{d_2^*} = \frac{5.15}{1.91} = 2.70$$

$$d_2^* \text{ หามาจากตารางที่มีจำนวนของพนักงาน (m) = 3}$$

$$g = 1 \text{ (เพราะว่ามีการคำนวณ Range ของ } X_a, X_b, X_c \text{ เพียงค่าเดียว)}$$

$$\text{จำนวนชิ้นงาน (n) = 10 ชิ้น}$$

$$\text{จำนวนการวัดซ้ำ (r) = 2}$$

3.Repeatability and Reproducibility (R&R)

$$\begin{aligned}
 \text{หาได้จาก } R\&R &= \sqrt{EV^2 + AV^2} \\
 &= \sqrt{0.18^2 + 0.16^2} \\
 &= 0.24
 \end{aligned}$$

4.Part - to - part Variation (PV)

$$\text{หาได้จาก } PV = Rp.K_3 = 0.56 \times 1.62 = 0.90$$

$$\text{ซึ่ง } K_3 = \frac{5.15}{d_2^*} = \frac{5.15}{3.18} = 1.62$$

$$d_2^* \text{ หาจากตารางที่มี จำนวนชิ้นงาน (m) = 10}$$

$$g = 1 \text{ (เพราะว่ามีค่าการคำนวณ Range ของ } X_a, X_b, X_c \text{ เพียงค่าเดียว)}$$

5.Total Variation (TV)

$$\begin{aligned}
 \text{หาได้จาก } TV &= \sqrt{R\&R^2 + PV^2} \\
 &= \sqrt{0.24^2 + 0.90^2} \\
 &= 0.93
 \end{aligned}$$

6. หาเปอร์เซ็นต์การแปรผันของตัวอย่างนี้

$$\begin{aligned}
 \%EV &= 100*(EV/TV) \\
 &= 100*(0.18/0.93) \\
 &= 18.7\%
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \%AV &= 100*(AV/TV) \\
 &= 100*(0.16/0.93) \\
 &= 16.8\%
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \%R\&R &= 100*(R\&R/TV) \\
 &= 100*(0.24/0.93) \\
 &= 25.2\% \\
 \%PV &= 100*(PV/TV) \\
 &= 100*(0.90/0.93) \\
 &= 96.8\%
 \end{aligned}$$

หมายเหตุ เปอร์เซ็นต์การแปรผันของแต่ละสาเหตุนั้นเมื่อนำมารวมกันจะไม่เท่ากับ 100%

7. การยอมรับระบบการวัดของตัวอย่างนี้

$$\%R\&R = 25.2\%$$

จากเกณฑ์การยอมรับ

$\%R\&R$ ระหว่าง 10% ถึง 30% แสดงถึง ระบบการวัดนี้สามารถที่จะพอยอมรับได้แต่

อาจจะต้องมีการปรับปรุงในบางสาเหตุเช่น

1. ความชำนาญในการวัด และ การใช้เครื่องมือของพนักงาน
2. การสอบเทียบเครื่องมือวัด