บทที่ 2

สถิติทดสอบและผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในกรณีที่ผู้วิจัยต้องการตรวจสอบดูว่าความคลาดเคลื่อนมีอัตตสหสัมพันธ์หรือไม่ในการวิเคราะห์สมการถดถอยที่มีตัวแปรตามย้อนเวลาร่วมเป็นตัวแปรอิสระนั้น สถิติที่ใช้ในการทดสอบมีอยู่หลายวิธี สถิติทดสอบที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ก็คือ สถิติทดสอบเดอร์บิน-วัตสัน สถิติทดสอบ H สถิติทดสอบ H-M สถิติทดสอบบอกซ์-เพียซและสถิติทดสอบ m ดังนั้นในบทนี้จะกล่าวถึงรายละเอียดของสถิติทดสอบแต่ละวิธี พร้อมทั้งตัวอย่างการคำนวณ ส่วนในตอนท้ายของบทนี้จะนำเสนอผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องพอเป็นสังเขป ซึ่งรายละเอียดต่าง ๆ เป็นดังนี้

2.1 สถิติทดสอบที่ใช้ในการศึกษา

ในการวิจัยครั้งนี้ใช้รูปแบบของสมการถดถอยเชิงเส้นที่มีตัวแปรตามย้อนเวลาร่วมเป็นตัวแปรอิสระกับตัวแปรอิสระ x_t หนึ่งตัว มีรูปแบบดังนี้

$$Y_t = \beta_o + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 x_t + u_t$$

และรูปแบบของอัตตสหสัมพันธ์ในความคลาดเคลื่อนสุ่มเป็นแบบ AR(1) คือ

$$u_t = \rho u_{t-1} + e_t$$

สมมติฐานของการทดสอบอัตตสหสัมพันธ์คือ

สำหรับศึกษาความผิดพลาดประเภทที่ 1

$H_o \; : \; \rho = 0$

$H_1 \; : \; \rho \neq 0$

สำหรับศึกษาอำนาจการทดสอบ

$H_o \; : \; \rho = 0$

$H_1 \; : \; \rho > 0$

ตัวสถิติทดสอบต่าง ๆ ที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานข้างต้นมีรายละเอียดดังนี้

2.1.1 สถิติทดสอบเดอร์บิน-วัตสัน (D)

เดอร์บินและวัตสัน (Durbin and Watson 1950 : 409-428) ได้เสนอสถิติทดสอบปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนที่มีรูปแบบเป็น AR (1) ในการวิเคราะห์สมการถดถอย ซึ่งเป็นวิธีที่มีผู้นิยมใช้อย่างกว้างขวางและเป็นวิธีที่ถือเป็นมาตรฐานในการทดสอบปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ดังจะเห็นได้จากการที่โปรแกรมสำเร็จรูปทั่ว ๆ ไปจะมีค่าสถิติทดสอบเดอร์บิน-วัตสันแสดงไว้ด้วย สถิติทดสอบเดอร์บิน-วัตสัน มีขั้นตอนการดำเนินงานทดสอบดังนี้

2.1.1.1 วิเคราะห์สมการถดถอย $\underset{\sim}{Y} = X\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{u}$;

$\underset{\sim}{Y}' = (Y_1, Y_2, \ldots, Y_n)$ $X = [\underset{\sim}{1}\ \underset{\sim}{Y}_*\ \underset{\sim}{x}_*]$, $\underset{\sim}{Y}'_* = (Y_o, Y_1, \ldots, Y_{n-1})$

$\underset{\sim}{x}'_* = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ ด้วยวิธี OLS ได้ $\hat{\underset{\sim}{\beta}} = (X'X)^{-1}(X'Y)$ ค่าพยากรณ์

$\hat{\underset{\sim}{Y}} = X\hat{\underset{\sim}{\beta}}$ และเวคเตอร์ของเศษตกค้าง (residual vector) คือ $\hat{\underset{\sim}{u}} = \underset{\sim}{Y} - \hat{\underset{\sim}{Y}}$

2.1.1.2 จากเวคเตอร์ $\hat{u}$; $\hat{\underset{\sim}{u}}' = (u_1, u_2, \ldots, u_n)$ นำมาคำนวณค่าสถิติทดสอบเดอร์บิน-วัตสัน

$$D = \frac{\sum_{t=2}^{n} (\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} \hat{u}_t^2}$$

2.1.1.3 เกณฑ์การตัดสินใจแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ ดังนี้

2.1.1.3.1 สำหรับการศึกษาความผิดพลาดประเภทที่ 1

จะตัดสินใจปฏิเสธ H_o เมื่อ $D < d_u$

หรือ $D > 4 - d_u$

จะตัดสินใจยอมรับ H_o เมื่อ $d_u < D < 4 - d_u$

2.1.1.3.2 สำหรับการศึกษาอำนาจการทดสอบ

จะตัดสินใจปฏิเสธ H_o เมื่อ $D < d_u$

จะตัดสินใจยอมรับ H_o เมื่อ $D > d_u$

โดยที่ d_u เป็นค่าวิกฤตที่เปิดจากตารางค่าของเดอร์บินและวัตสัน ที่ระดับนัยสำคัญ α และขนาดตัวอย่าง n $(n \geqslant 15)$

2.1.2 <u>สถิติทดสอบ h ของเดอร์บิน</u> (H)

เดอร์บิน (Durbin . J. 1970:410-421) ได้เสนอสถิติทดสอบนี้ขึ้น ซึ่งใช้สำหรับกรณีที่มีตัวแปรตามย้อนเวลา (Lagged Dependent Variable) คือ Y_{t-1} ปรากฏร่วมเป็นตัวแปรอิสระ โดยมีขั้นตอนการดำเนินงานทดสอบดังนี้

2.1.2.1 วิเคราะห์สมการถดถอย $\underset{\sim}{Y} = X\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{u}$ ด้วยวิธี OLS ได้ $\hat{\underset{\sim}{\beta}} = (X'X)^{-1} X'Y$ และเศษตกค้าง $\hat{\underset{\sim}{u}} = \underset{\sim}{Y} = X\hat{\underset{\sim}{\beta}}$

2.1.2.2 จากเวคเตอร์ $\hat{\underset{\sim}{u}}$ นำมาคำนวณค่า $\hat{\rho}$; $\hat{\rho}^* = 1 - \frac{D}{2}$

D = ค่าสถิติทดสอบเดอร์บิน-วัตสัน

2.1.2.3 คำนวณค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองหรือ SS(residual) จาก

$$SS(residual) = \sum_{t=1}^{n} \hat{u}_t^2$$

$$MS(residual) = \frac{SS(residual)}{n - p} \; ; \quad p = 3$$

$$= \hat{MSE} = \hat{\sigma}^2$$

---

* ในปี 1970 เดอร์บินเสนอให้ใช้ค่า $1 - \frac{D}{2}$ เป็นค่าประมาณของ ρ และในการศึกษาโดยวิธีมอนติคาร์โลของผู้วิจัยท่านอื่น ๆ เช่น Spencer (1975), Y.K. Tse (1985) ก็ใช้ค่า $\hat{\rho} = 1 - \frac{D}{2}$ ในการศึกษา

2.1.2.4 คำนวณค่าประมาณความแปรปรวนของสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ของ Y_t (β_1) จาก

$$\hat{v}(\hat{\beta}_1) = (\hat{MSE})\, C_{22}, \quad C_{22} \text{ คือ ค่าในเมตริกซ์ } (X'X)^{-1}$$

ณ ตำแหน่งที่ 2 x 2

2.1.2.5 คำนวณค่าสถิติทดสอบ

$$H = \hat{\rho}\sqrt{\frac{n}{1 - n\hat{v}(\hat{\beta}_1)}}$$

ภายใต้สมมติฐานหลัก (Null Hypothesis) และ $n \to \infty$ ตัวสถิติทดสอบ H จะมีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน (Standard Normal Distribution : N (0,1))

2.1.2.6 เกณฑ์การตัดสินใจ

2.1.2.6.1 สำหรับการศึกษาความผิดพลาดประเภทที่ 1

จะตัดสินใจปฏิเสธ H_o เมื่อ $|H| > Z_{1-\alpha/2}$

จะตัดสินใจยอมรับ H_o เมื่อ $|H| < Z_{1-\alpha/2}$

2.1.2.6.2 สำหรับการศึกษาอำนาจการทดสอบ

จะตัดสินใจปฏิเสธ H_o เมื่อ $H > Z_{1-\alpha}$

จะตัดสินใจยอมรับ H_o เมื่อ $H < Z_{1-\alpha}$

โดยที่ $Z_{1-\alpha/2}$ และ $Z_{1-\alpha}$ เป็นค่าวิกฤตจากตารางการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน ที่ระดับนัยสำคัญ $1-\alpha/2$ และ $1-\alpha$ ตามลำดับ

2.1.3 สถิติทดสอบ h ของเดอร์บินที่ปรับปรุงใหม่ (H-M)

สถิติทดสอบนี้มีพื้นฐานมาจากสถิติทดสอบ h ของเดอร์บินและได้ถูกพัฒนาขึ้นโดย Y.K. Tse (1985:534-538) เป็นการทดสอบที่ใช้ได้กับสมการถดถอยที่มีตัวแปรอิสระและตัวแปรตามย้อนเวลาตั้งแต่ 1 ตัวขึ้นไป ซึ่งมีรูปแบบสมการดังนี้

$$Y_t = \beta_1 Y_{t-1} + \ldots + \beta_p Y_{t-p} + \beta_{p+1} x_{t1} + \ldots + \beta_{p+s} x_{ts} + u_t$$

$$u_t = \rho u_{t-1} + e_t$$

$$\underset{\sim}{Y}' = (Y_1, \ldots, Y_T)$$

$$X^{**} = \begin{bmatrix} Y_o & \ldots Y_{1-p} & x_{11} & \ldots & x_{1s} \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ Y_{T-1} & \ldots Y_{T-p} & x_{T1} & \ldots & x_{Ts} \end{bmatrix}$$

$$= \left[\underset{\sim}{Y}_{-1} \cdots \underset{\sim}{Y}_{-p} \underset{\sim}{x}_1 \cdots \underset{\sim}{x}_s\right]$$

$$= \left[Y^* \;\; X^*\right]$$

การวิจัยครั้งนี้ได้ทำการศึกษาในกรณีที่มีตัวแปรตามย้อนเวลา และตัวแปรอิสระเพียง 1 ตัว ; p = 1 และ s = 1 นั่นคือศึกษาสมการถดถอยที่มีรูปแบบ $Y_t = \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 x_t + u_t$ ซึ่งมีขั้นตอนการดำเนินงานทดสอบดังนี้

2.1.3.1 วิเคราะห์สมการถดถอย $\underset{\sim}{Y} = X\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{u}$ ด้วยวิธี OLS โดยที่ $X = [\underset{\sim}{1} \; \underset{\sim}{Y}_{-1} \; \underset{\sim}{x}_1]$ ได้ $\hat{\underset{\sim}{\beta}} = (X'X)^{-1} X'Y$ และเศษตกค้าง $\hat{\underset{\sim}{u}} = \underset{\sim}{Y} - X\hat{\underset{\sim}{\beta}}$

2.1.3.2 จากเวคเตอร์ $\hat{\underset{\sim}{u}}$ นำมาคำนวณค่า $\hat{\rho}$; $\hat{\rho} = 1 - \frac{D}{2}$; D = ค่าสถิติทดสอบเดอร์บิน-วัตสัน

2.1.3.3 คำนวณค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองหรือ SS (residual) จาก

$$SS(\text{residual}) = \sum_{t=1}^{n} \hat{u}_t^2$$

$$MS(\text{residual}) = \frac{SS(\text{residual})}{n-p} \; ; \; p = 3$$

$$= \hat{MSE} = \hat{\sigma}^2$$

2.1.3.4 คำนวณค่าเวคเตอร์ $\hat{\underset{\sim}{m}}'_{-1} = (m_o \; \ldots \; m_{n-1})$

$m_o = y_o$ และ $m_t = \hat{\beta}_1 m_{t-1} + \hat{\beta}_2 x_t$; $t = 1,2,\ldots, n-1$

2.1.3.5 คำนวณค่า $\hat{M}$; $\hat{M} = I - \underset{\sim}{x}_1 (\underset{\sim}{x}'_1 \underset{\sim}{x}_1)^{-1} \underset{\sim}{x}_1$; $x'_1 =$

$= (x_1, \ldots, x_n)$; Iคือ เมตริกซ์หน่วย (Indentity matrix)

2.1.3.6 คำนวณค่า $\hat{v}^*$; $\hat{v}^* = n\hat{\sigma}^2 / (n\hat{\sigma}^2 / (1 - \hat{\beta}_1^2) +$

$\hat{\underset{\sim}{m}}'_{-1} \hat{M} \hat{\underset{\sim}{m}}_{-1})$

2.1.3.7 คำนวณค่าสถิติทดสอบ

$$H\text{-}M = \hat{\rho} \sqrt{n/(1-\hat{v}^*)}$$

ภายใต้สมมติฐานหลักและ $n \to \infty$ ตัวสถิติทดสอบ H-M จะมีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน (N(0,1))

2.1.3.8 เกณฑ์การตัดสินใจแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะดังนี้

2.1.3.8.1 สำหรับการศึกษาความผิดพลาดประเภทที่ 1

จะตัดสินใจปฏิเสธ H_o เมื่อ $|H\text{-}M| > Z_{1-\alpha/2}$

จะตัดสินใจยอมรับ H_o เมื่อ $|H\text{-}M| < Z_{1-\alpha/2}$

2.1.3.8.2 สำหรับการศึกษาอำนาจการทดสอบ

จะตัดสินใจปฏิเสธ H_o เมื่อ $H\text{-}M > Z_{1-\alpha}$

จะตัดสินใจยอมรับ H_o เมื่อ $H\text{-}M < Z_{1-\alpha}$

โดยที่ $Z_{1-\alpha/2}$ และ $Z_{1-\alpha}$ เป็นค่าวิกฤตจากตารางการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน ที่ระดับนัยสำคัญ $1 - \frac{\alpha}{2}$ และ $1 - \alpha$ ตามลำดับ

2.1.4 <u>สถิติทดสอบบอกซ์-เพียซ</u> (Q)

จี.อี.พี. บอกซ์ (G.E.P.Box) และเดวิด.เอ.เพียซ (David A Pierce) ได้คิดวิธีการตรวจสอบวินิจฉัย (Diagnostic checking) สมการอนุกรมเวลาบอกซ์-เจนกินส์ (Box-Jenkins) โดยตรวจสอบอัตตสหสัมพันธ์ ณ แลก (lag) ต่าง ๆ พร้อมกัน ($H_o : \rho_1 = \rho_2 = \ldots = \rho_K = 0$) โดยทั่วไปจะตรวจสอบประมาณ $\frac{1}{4}$ แลกของจำนวนข้อมูล สถิติทดสอบบอกซ์-เพียซ มีขั้นตอนการดำเนินการทดสอบดังนี้

2.1.4.1 วิเคราะห์สมการถดถอย $\underset{\sim}{Y} = X\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{u}$ โดยวิธี OLS ได้ $\hat{\underset{\sim}{\beta}} = (X'X)^{-1}X'\underset{\sim}{Y}$ และ $\hat{\underset{\sim}{u}} = \underset{\sim}{Y} - X\hat{\underset{\sim}{\beta}}$

2.1.4.2 จากเวคเตอร์ $\hat{u}$ นำมาคำนวณค่า $r_{\hat{u}}(k)$;

$$\hat{r}_{\hat{u}}(k) = \frac{\sum_{t=k+1}^{n} \hat{u}_t \cdot \hat{u}_{t-k}}{\sum_{t=1}^{n} \hat{u}_t^2} \quad ; \quad k = 1,2,\ldots, K, K \simeq \frac{n}{4}$$

2.1.4.3 คำนวณค่าสถิติทดสอบ

$$Q = n \sum_{k=1}^{K} \hat{r}_{\hat{u}}^2(k)$$

ภายใต้สมมติฐานหลัก ตัวสถิติ Q จะมีการแจกแจงเข้าใกล้การแจกแจงแบบไคสแควร์ มีจำนวนขั้นของความเป็นอิสระ (degrees of freedom) = K-1

2.1.4.4 เกณฑ์การตัดสินใจสำหรับการศึกษาทั้งความผิดพลาดประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบ

จะตัดสินใจปฏิเสธ H_o เมื่อ $Q > \chi^2_{(K-1),\alpha}$

จะตัดสินใจยอมรับ H_o เมื่อ $Q < \chi_{(K-1),\alpha}$

โดยที่ $\chi^2_{(K-1),\alpha}$ เป็นค่าวิกฤตจากตารางการแจกแจงแบบไคสแควร์ที่ระดับนัยสำคัญ α

2.1.5 สถิติทดสอบ m (m-test)

Tobert F. McNown and Kenneth R. Hunter (1980:313-317) เป็นผู้เสนอสถิติทดสอบนี้ขึ้น โดยสมมติว่าสมการถดถอยที่ศึกษานั้นผ่านจุดศูนย์กลาง ; $\beta_o = 0$ และตัวแปรอิสระ (x_t) มีอยู่ในสมการ ; $\beta_2 \neq 0$

จากสมการถดถอยที่มีตัวแปรตามย้อนเวลาร่วมเป็นตัวแปรอิสระดังนี้

$$Y_t = \beta_o + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 x_t + u_t \qquad t = 1,2,\ldots, n$$

และ $$u_t = \rho u_{t-1} + e_t$$

$$Y_t = \beta_o + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 x_t + \rho u_{t-1} + e_t$$

$$u_{t-1} = Y_{t-1} - \beta_o - \beta_1 Y_{t-2} - \beta_2 x_{t-1}$$

$$Y_t = \beta_o + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 x_t + \rho (Y_{t-1} - \beta_o - \beta_1 Y_{t-2} - \beta_2 x_{t-1}) + e_t$$

$\beta=0$ $$Y_t = (\beta_1+\rho) Y_{t-1} - \beta_1 \rho Y_{t-2} + \beta_2 x_t - \beta_2 \rho x_{t-1} + e_t$$

$$Y_t = d_1 y_{t-1} + d_2 y_{t-2} + a_o x_t + a_1 x_{t-1} + e_t$$

สถิติทดสอบ m มีขั้นตอนการดำเนินการทดสอบดังนี้

2.1.5.1 วิเคราะห์สมการถดถอย $\underset{\sim}{Y} = X\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{u}$; $X = [\underset{\sim}{Y}_{t-1}, \underset{\sim}{Y}_{t-2}, \underset{\sim}{x}_t, \underset{\sim}{x}_{t-1}]$ โดยวิธี OLS ได้ $\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'\underset{\sim}{Y}$ และ $\hat{\underset{\sim}{u}} = \underset{\sim}{Y} - X\hat{\underset{\sim}{\beta}}$

2.1.5.2 จากเวคเตอร์ $\hat{u}$ นำมาคำนวณค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองหรือ SS(residual) จาก

$$SS(residual) = \sum_{t=1}^{n} \hat{u}_t^2$$

$$MS\ (residual) = \frac{SS(residual)}{n-p} \quad ; \quad p = 4$$

$$= \hat{MSE}$$

2.1.5.3 คำนวณค่าประมาณความแปรปรวนของสัมประสิทธิ์การถดถอยของ $x_{t-1}(\hat{a}_1)$ จาก

$$\hat{v}(\hat{a}_1) = (\hat{MSE})\ C_{44} \quad ; \quad C_{44} \text{ คือ ค่าในเมตริกซ์}$$

$(X'X)^{-1}$ ณ ตำแหน่งที่ 4 x 4

2.1.5.4 คำนวณค่าสถิติทดสอบ

$$M = \frac{\hat{a}_1}{\sqrt{\hat{v}\ (\hat{a}_1)}}$$

ภายใต้สมมติฐานหลัก (H_o) และ $n \to \infty$ ตัวสถิติทดสอบ m จะมีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน (N(0,1))

2.1.5.5 เกณฑ์การตัดสินใจ สำหรับการศึกษาทั้งความผิดพลาดประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบ

จะตัดสินใจปฏิเสธ H_o เมื่อ $M < Z_\alpha$

จะตัดสินใจยอมรับ H_o เมื่อ $M > Z_\alpha$

โดยที่ Z_α เป็นค่าวิกฤตจากตารางการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน (N(0,1)) ณ ระดับนัยสำคัญ α

<u>ตัวอย่างวิธีการคำนวณหาค่าตัวสถิติทดสอบ</u>

ในการวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาอัตตสหสัมพันธ์ตำแหน่งที่ 1 ในความคลาดเคลื่อน ($\hat{u}_t$) ผู้วิจัยได้จำลองข้อมูลขึ้นภายใต้ข้อกำหนดของพารามิเตอร์ β_o, β_1, β_2, θ ค่า ρ และขนาดตัวอย่างดังนี้

$$Y_t = 0 + 0.1\, Y_{t-1} + 1x_t + u_t$$

$$x_t = 0.9x_{t-1} + \eta_t$$

$$u_t = 0.7x_{t-1} + e_t$$

$$n = 30$$

e_t และ η_t ต่างเป็นเลขสุ่มที่อิสระกันและมีการแจกแจงปกติค่าเฉลี่ยเป็น 0 และความแปรปรวนเป็น 1.2 และ 10 ตามลำดับ ซึ่งได้ข้อมูลดังตารางที่ 2.1

<u>ตารางที่ 2.1</u> แสดงรายละเอียดข้อมูลที่สร้างขึ้นจากการทดลอง

t	Y_t	Y_{t-1}	x_t
1	12.4469500		9.3976580
2	13.2872300	12.4469500	10.9610900
3	9.5596190	13.2872300	6.9624790
4	8.0940620	9.5596190	5.7846250
5	3.1312400	8.0940620	3.8379150
6	3.0959710	3.1312400	4.1773340
7	2.7095670	3.0959710	2.9928440
8	3.7385560	2.7095670	3.1176440
9	0.8951607	3.7385560	2.3414440
10	1.7591170	0.8951607	0.9627705
11	3.4915010	1.7591170	3.0408890
12	4.6694170	3.4915010	2.1771140
13	3.9707290	4.6694170	4.0093310
14	-0.9242525	3.9707290	1.9053930
15	0.5496044	-0.9242525	3.7709150
16	-4.2129990	0.5496044	-0.3412895
17	1.0547350	-4.2129990	4.8824240
18	6.9672400	1.0547350	7.1307320
19	11.7035600	6.9672400	9.0115140
20	11.2701000	11.7035600	10.5470000
21	14.7129200	11.2701000	13.8641600
22	11.6075200	14.7129200	10.2382200
23	8.1439020	11.6075200	7.2767560
24	9.9249750	8.1439020	7.5490080
25	12.1757300	9.9249750	10.9090600
26	15.7393400	12.1757300	16.3791900
27	15.9310500	15.7393400	15.7404700
28	11.8679100	15.9310500	11.2345700
29	11.0168900	11.8679100	14.3535700
30	6.4820050	11.0168900	8.2274790

การคำนวณค่าตัวสถิติทดสอบทั้ง 5 ตัว มีรายละเอียดดังนี้

1. <u>การคำนวณหาค่าสถิติทดสอบเดอร์บิน-วัตสัน</u> (D) มีสูตรและวิธีการคำนวณดังต่อไปนี้

นำข้อมูล (y_t , y_{t-1}, x_t) มาหาค่า $\hat{\beta}$ โดยวิธี OLS

คำนวณค่า $\hat{u} = y - \hat{y}$; $\hat{y} = X\hat{\beta}$

$\hat{u}_t$	$\hat{u}_t^2$	$(\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2$
1.5683270	2.4596510	
1.0451600	1.0923590	0.2737043
1.5451190	2.3873920	0.2499590
-1.3758520	1.8929700	8.5320750
-0.4260340	0.1815049	0.9021553
0.2098351	0.0440307	0.4043294
1.2313750	1.5162850	1.0435440
-1.2125090	1.4701770	5.9725720
1.5615010	2.4382860	7.6951350
1.2942390	1.6750540	0.0714292
2.7658080	7.6496940	2.1655140
0.1971283	0.0388596	6.5981150
-2.7185920	7.3907450	8.5014270
-1.5825050	2.5043220	1.2906940
-3.2063200	10.2804900	2.6367750
-1.1829590	1.3993930	4.0939900
1.4525630	2.1099390	6.9459800
3.0605830	9.3671680	2.5857270
0.0964527	0.0093031	8.7860680
0.8131914	0.6612803	0.5137143
-0.0753946	0.0056843	0.7895851
-0.2077074	0.0431424	0.0175067

2.2306190	4.9756620	5.9454370
1.1494660	1.3212720	1.1688900
-0.5444832	0.2964619	2.8694640
-0.7222528	0.5216491	0.0316021
-0.9803238	0.9610347	0.0666006
-3.4551250	11.9378900	6.1246440
-2.5310610	6.4062700	0.8538954
	83.0378100	87.1303700

$$D = \frac{\sum_{t=1}^{n} (\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} \hat{u}_t^2}$$

$$D = \frac{87.13037}{83.03781} = 1.049284$$

ซึ่ง $d_u = 1.56$ เพราะฉะนั้น $D < d_u$

ดังนั้นเราจึงสรุปได้ว่ามีอัตตสหสัมพันธ์ตำแหน่งที่ 1 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

2. <u>สถิติทดสอบ H</u> มีสูตรและวิธีการคำนวณดังต่อไปนี้

$$H = \hat{\rho} \sqrt{\frac{n}{(1 - n\,\hat{v}(\hat{\beta}_1))}}$$

$$\hat{\rho} = 1 - \frac{D}{2}$$ D คือค่าสถิติทดสอบเดอร์บิน-วัตสัน .

$$= 1 - \frac{1.049284}{2} = 0.47536$$

$$\hat{v}(\hat{\beta}_1) = 0.0096614$$

$$H = 0.47536 \sqrt{\frac{29}{(1-29\text{x}0.0096614)}} = 3.0172$$

$$Z_{.95} = 1.645 \qquad H > Z$$

ดังนั้นเราสรุปได้ว่า ความคลาดเคลื่อนมีอัตตสหสัมพันธ์ ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

3. <u>การคำนวณหาค่าสถิติทดสอบ H-M</u> มีสูตรและวิธีการคำนวณดังต่อไปนี้

$$H\text{-}M = \hat{\rho}\sqrt{\frac{n}{1-\hat{v}^*}}$$

$$\hat{\rho} = 1 - \frac{D}{2} = 0.47536$$ D คือค่าสถิติทดสอบเดอร์บิน-วัตสัน

$$\hat{v}^* = \frac{n\hat{\sigma}^2}{\frac{n\hat{\sigma}^2}{1-\beta_1^2} + \hat{\underset{\sim}{m}}'\hat{M}\,\hat{\underset{\sim}{m}}}$$

$$\hat{\underset{\sim}{m}}' = (m_o , m_1, \ldots, m_{n-1})$$

$$\hat{m}_o = y_1 = 13.28723$$

$$\hat{m}_t = \hat{\beta}_1 \hat{m}_{t-1} + \hat{\beta}_2 x_t \; ; \; \hat{\beta}_1 = 0.25700, \quad \hat{\beta}_2 = 0.85540$$

$$\hat{m}_1 = (0.25700 \times 13.28723) + (0.85540 \times 10.96109) = 12.44695$$

$$\hat{m}_2 = (0.25700 \times 12.44695) + (0.85540 \times 6.96248) = 12.57489$$

$$\vdots$$

$$\hat{m}_{28} = (0.257000 \times 14.19281) + (0.85540 \times 8.22748) = 15.92549$$

$$\hat{u} = I - \underset{\sim}{x}_1 (\underset{\sim}{x}_1'\underset{\sim}{x}_1)^{-1} \underset{\sim}{x}_1$$ $\underset{\sim}{x}_1$ เป็นเวคเตอร์ของตัวแปรอิสระ (x_t)

$$= I - \frac{\underset{\sim}{x}_1' \underset{\sim}{x}_1}{\sum_{t=1}^{29} x_t^2} = I - \frac{1}{\sum_{t=1}^{29} x_t^2}\begin{bmatrix} x_1^2 & x_1x_2 & \cdots & x_1x_{29} \\ & x_2 & x_2x_3 \cdots & x_2x_{29} \\ & & & \\ & & & x_{29}^2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.9404 & -0.0378 & \cdots & -0.0447 \\ -0.0378 & 0.9760 & \cdots & -0.0284 \\ \vdots & & & \vdots \\ -0.0447 & -0.0284 & \cdots & 0.9664 \end{bmatrix}_{29\times 29}$$

$$\underset{\sim}{m}' M = \begin{bmatrix} 13.2872 & 12.4470 & \ldots & 15.9255 \end{bmatrix}_{1x29} \begin{bmatrix} 0.9404 & \ldots & -0.0447 \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ -0.0447 & \ldots & 0.9664 \end{bmatrix}_{29x29}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.6670 & 5.0923 & \ldots & 7.0834 \end{bmatrix}_{1x29}$$

$$\underset{\sim}{m}' M \underset{\sim}{m} = 304.2172$$

$\hat{\beta}_1 = 0.2570$ และ $\hat{\sigma}^2 = \hat{MSE} = 3.42453$

$$\hat{v}^* = \frac{29 \times 3.42453}{\dfrac{29 \times 3.42453}{1-(.2570)^2} + 304.21720}$$

$$= 0.22960$$

$$H\text{-}M = 0.47536 \sqrt{\frac{29}{1 - 0.22960}}$$

$$= 2.9165$$

$$Z_{.95} = 1.645$$

$$H\text{-}M > Z_{.95}$$

ดังนั้นเราสรุปว่าความคลาดเคลื่อนมีอัตตสหสัมพันธ์ ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

4. <u>การคำนวณหาค่าสถิติทดสอบบอกซ์-เพียซ</u> (Q) มีสูตรและวิธีการคำนวณดังต่อไปนี้

$$Q = n \sum_{k=1}^{K} \hat{r}_u^2(k)$$

$$\hat{r}_u(k) = \frac{\sum_{t=k+1}^{n} \hat{u}_t \cdot \hat{u}_{t+k}}{\sum_{t=1}^{n} \hat{u}_t^2} \quad ; \quad k = 1,2,\ldots, K$$

$$K \simeq \frac{n}{4} = \frac{29}{4} \simeq 7$$

ที่ $k = 1$ $$\hat{r}_u(1) = \frac{\hat{u}_2 \cdot \hat{u}_1 + \hat{u}_3 \cdot \hat{u}_2 + \ldots + \hat{u}_{29} \cdot \hat{u}_{28}}{\sum_{t=1}^{29} \hat{u}_t^2} = 0.4219726$$

ที่ $k = 2$ $$\hat{r}_u(2) = \frac{\hat{u}_3 \cdot \hat{u}_1 + \hat{u}_4 \cdot \hat{u}_2 + \ldots + \hat{u}_{29} \cdot \hat{u}_{27}}{\sum_{t=1}^{29} \hat{u}_t^2} = 0.0503150$$

ที่ $k = 3$ $$\hat{r}_u(3) = \frac{\hat{u}_4 \cdot \hat{u}_1 + \hat{u}_5 \cdot \hat{u}_2 + \ldots + \hat{u}_{29} \cdot \hat{u}_{26}}{\sum_{t=1}^{29} \hat{u}_t^2} = -0.2212975$$

$$\vdots$$

$k = 7$ $$\hat{r}_u(7) = \frac{\hat{u}_8 \cdot \hat{u}_1 + \hat{u}_9 \cdot \hat{u}_2 + \ldots + \hat{u}_{29} \cdot \hat{u}_{22}}{\sum_{t=1}^{29} \hat{u}_t^2} = 0.0431683$$

$$Q = 29\,(\hat{r}_u^2(1) + \hat{r}_u^2(2) + \ldots + \hat{r}_u^2(7))$$

$$= 11.4632$$

$$\chi^2_{0.05\ d.f = k-1=6} = 12.59$$

$$Q < \chi^2_{0.05,6}$$

ดังนั้นเราสรุปว่าความคลาดเคลื่อนไม่มีอัตตสหสัมพันธ์ ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

5. <u>การคำนวณหาค่าสถิติทดสอบ m</u> มีสูตรและวิธีการคำนวณดังนี้

$$M = \frac{\hat{a}_1}{\sqrt{\hat{v}(\hat{a}_1)}}$$

นำข้อมูล (Y_t, Y_{t-2}, Y_{t-1}, x_t,x_{t-1}) มาหาค่า

$\hat{\beta}$; $\hat{\beta}'$ = ($\hat{d}_1$, $\hat{d}_2$, $\hat{a}_o$, $\hat{a}_1$) โดยวิธี OLS จะได้

$$\hat{a}_1 = -\ 0.45380$$

$$\hat{v}(\hat{a}_1) = 0.03424$$

$$M = \frac{-0.45380}{\sqrt{0.03424}}$$

$$= -2.4523$$

$$Z_\alpha = -1.645$$

$$M < Z_\alpha$$

ดังนั้นเราสรุปว่าความคลาดเคลื่อนมีอัตตสหสัมพันธ์ ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

2.2 เกณฑ์ในการพิจารณาความสามารถในการควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบ

ในการเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อน ตำแหน่งที่ 1 โดยการเปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 5 ตัว จะดำเนินการ 2 ขั้นตอนตามลำดับดังนี้

2.2.1 พิจารณาความสามารถในการควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 โดยใช้ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองในแต่ละสถานการณ์เป็นตัวกำหนดการควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1

ในการตรวจสอบว่าตัวสถิติทดสอบใดสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้หรือไม่นั้น ผู้วิจัยใช้เกณฑ์ของแบรดเลย์ (Bradley) ดังนี้ ถ้าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองในแต่ละสถานการณ์ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 มีค่าอยู่ในช่วง $[0.025, 0.075]$ ตัวสถิติทดสอบนั้นจะควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้สำหรับสถานการณ์นั้น

2.2.2 พิจารณาเปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบ

เมื่อทำการทดลองและตรวจสอบแล้วว่า ตัวสถิติทดสอบใดสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้ในสถานการณ์ใดบ้าง จะทำการพิจารณาหาค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเหล่านั้นสำหรับสถานการณ์นั้น แล้วจึงนำค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเหล่านั้นมาเปรียบเทียบว่าตัวสถิติ ทดสอบใดให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุดในสถานการณ์นั้น ๆ ต่อไป

สำหรับตัวสถิติทดสอบใดที่ไม่สามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้ จะไม่พิจารณาหาค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบนั้น ๆ สำหรับสถานการณ์นั้น

2.3 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

สำหรับผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องในการศึกษาเกี่ยวกับการทดสอบอัตตสหสัมพันธ์ในการวิเคราะห์การถดถอยที่มีตัวแปรตามย้อนเวลาร่วมเป็นตัวแปรอิสระนั้น มีนักวิจัยหลายท่านได้ทำการศึกษาไว้ ซึ่งในส่วนนี้จะเสนอเฉพาะผลงานวิจัยที่สำคัญพอเป็นสังเขปเท่านั้น

Robert F. McNown and Renneth R. Hunter (1980:313-317) ได้เสนอการทดสอบ m และได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบของการทดสอบเดอร์บิน-วัตสัน การทดสอบ H และการทดสอบ m เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 32 , 76 $\sigma_e^2 = 64$ โดยแบ่งการศึกษาเป็น 2 กรณี ตามค่าของตัวแปรอิสระ (x_t) ดังนี้

1. ใช้ข้อมูล GNP ของประเทศสหรัฐอเมริกาเป็นตัวแปรอิสระ

2. สร้างตัวแปรอิสระจาก $x_t^* = x_t + 80\ v_t$ โดยที่ $v_t \sim N(0,1)$ และ x_t เป็นข้อมูล GNP ของสหรัฐอเมริกา ณ คาบเวลาก่อน

ภายใต้การทดลอง 200 ครั้ง มีข้อสรุปดังนี้

1. สำหรับตัวอย่างขนาดใหญ่ (n = 76) และทุกรูปแบบของตัวแปรอิสระ การทดสอบ m จะให้ค่าอำนาจการทดสอบมีค่าสูงใกล้เคียงกับการทดสอบเดอร์บิน-วัตสัน และการทดสอบ H

2. สำหรับตัวอย่างขนาดเล็ก (n = 32) และตัวแปรอิสระ x_t รูปแบบที่ 1 ซึ่งมีอัตตสหสัมพันธ์สูง การทดสอบ m จะให้ค่าอำนาจการทดสอบต่ำกว่าการทดสอบเดอร์บิน-วัตสัน และการทดสอบ H ซึ่งให้ค่าอำนาจการทดสอบใกล้เคียงกัน สำหรับตัวแปรอิสระ x_t รูปแบบที่ 2 ซึ่งมีอัตตสหสัมพันธ์ต่ำ การทดสอบทั้ง 3 วิธีให้ค่าอำนาจการทดสอบมีค่าสูงใกล้เคียงกัน