# บทที่ 4

## การทดลอง

ขั้นแรก ใส่ Source $Bi^{210}$ ที่ให้ Beta ไว้ในที่ไว้ Source ใน Spectrometer ปิดให้แน่นและวางไว้ระหว่างขั้วแม่เหล็ก ให้ทางเดินของ Beta อยู่ในสนามแม่เหล็กทั้งหมด เริ่มสูบอากาศออกโดยใช้ Mechanical pump ชนิดหนึ่ง จนกระทั่งได้ความดันลดต่ำลงคงที่ประมาณ 5 cm. ของปรอท (68 $gm/cm^2$) แล้ววัด Back-ground.

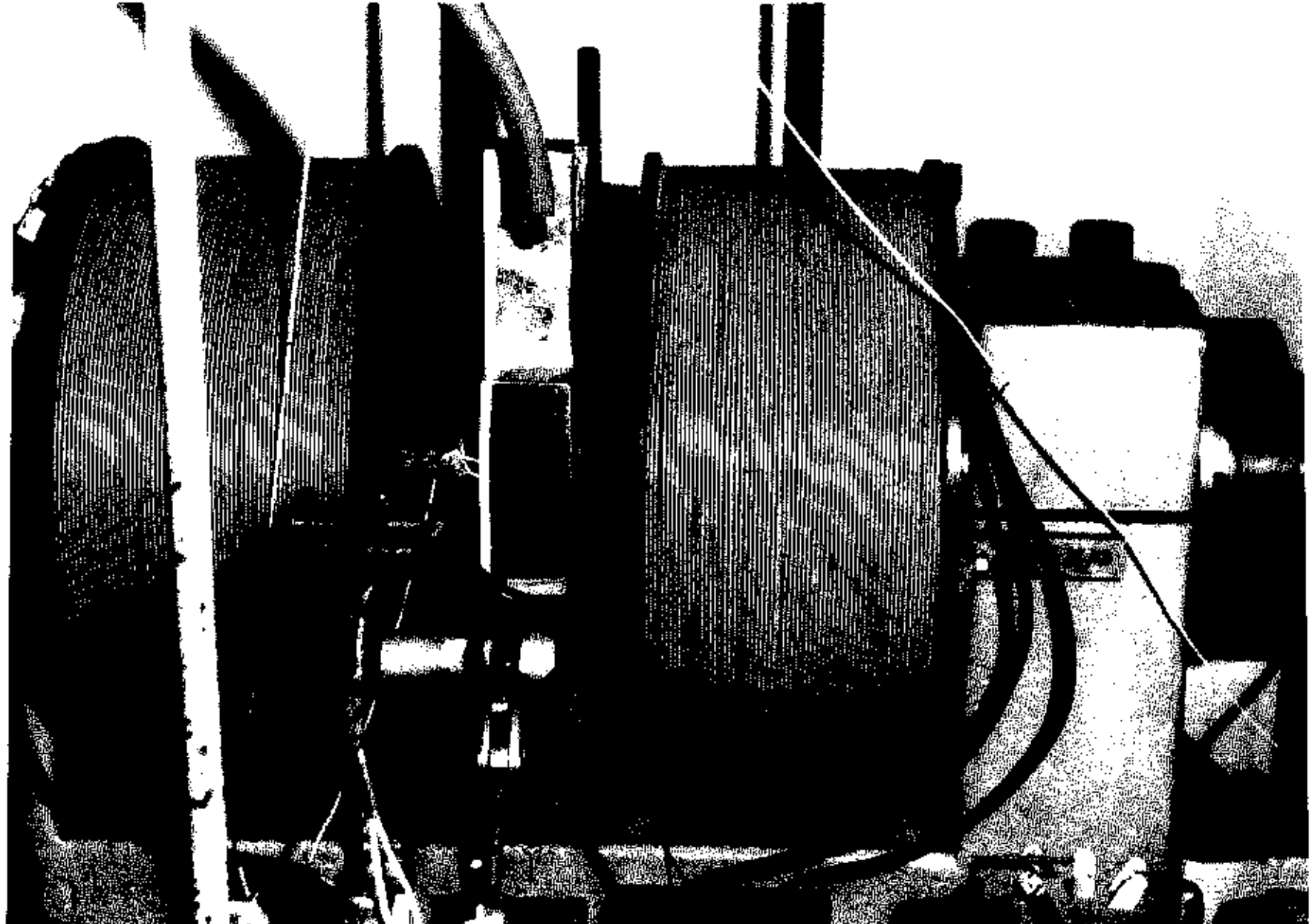
ต่อไป ผ่านกระแสไฟฟ้าจาก Batteries เข้าไปใน Coil แม่เหล็กไฟฟ้า เริ่มต้นจากค่าต่ำสุด 0.03 amp. แล้วนับ หา Counts per minute และเพิ่มกระแสเข้าไปเป็น 0.0525 amp. และเป็น 0.075 amp. ต่อ ๆ ไปเพิ่มเป็น 0.1 , 0.125 , 0.15 , ..... เรื่อย ๆ ไป

ในการนับนี้ ใช้การนับให้ได้ 1000 Counts ขึ้นไป แล้วจึงหาค่า cpm. และในขณะที่วัดทุก ๆ ครั้งที่ผ่านกระแสเข้าไปในขดลวดแม่เหล็ก ค่าหนึ่ง ๆ วัดค่าสนามแม่เหล็กทุก ๆ ครั้ง คือ ดู Deflection ที่เกิดขึ้นจากการที่ให้ Search-coil ตัดเส้นแรง แม่เหล็ก คอยตรวจสอบอยู่เสมอ แล้วจึงถือเอาค่าเฉลี่ยเป็นค่า Deflection ที่นำไปใช้

สิ่งที่ต้องระมัดระวังมาก ก็คือต้องคอยจัดให้กระแสที่ผ่านเข้าไปใน Coil แม่เหล็กมีค่าสม่ำเสมอตลอดเวลา ทั้งนี้ เพื่อรักษาให้สนามแม่เหล็กคงที่ ๆ ค่านั้น ๆ ตลอดเวลา

ในการ Calibration ของ Search Coil ก็โดยการผ่านกระแสเข้าไป ทาง primary แล้ว ยก Switch ออก การเปลี่ยน Flux

ภาพที่ ๓ แม่เหล็กที่ใช้เปลี่ยนสนามโค้ง



ที่ Mutual inductance จะทำให้เกิด Deflection ขึ้นที่ Galvanometer การทำก็ให้ผ่านกระแสไฟฟ้าเข้าไปมีค่าต่าง ๆ กัน ซึ่งจะได้ Deflection ค่าต่าง ๆ แล้ว plot graph ดู เพื่อจะทำให้ได้ค่าเฉลี่ยและนำมาใช้

การคำนวณ

ในการ Calibration สำหรับการวัดสนามแม่เหล็ก

Search coil พันไว้ $n = 1$ รอบ

ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 8 cm , $r = 4$ cm.

พื้นที่หน้าตัดของขดลวด $= 3.14 \times 4^2$ cm$^2$

กระแส i ที่ผ่านเข้าไป $i = 9$ mA

$= 0.009$ Amp.

ค่า Mutual inductance $M = 50$ mH

จะทำให้เกิด Deflection

$b = 5.6$ cm.

$= 0.056$ m.

จาก $B = \frac{M I}{A n} \cdot \frac{a}{b}$ webwr/m$^2$

$= \frac{M I}{A n} \cdot \frac{a}{b} \times 10^4$ Gauss

$$B = \frac{0.05 \times 0.009}{3.14 \times 16 \times 10^{-4}} \times 10^{4} \times \frac{a \times 10^{2}}{0.056}$$

$$\therefore \quad B = 1.6 \times 10^{2}\, a \quad \text{gauss}$$

## ตารางที่ 1

Calibration ของ Search Coil

| i. (m A) | deflection b. (cm) |
|---|---|
| 6 | 3.8 |
| 6.5 | 4.0 |
| 7.1 | 4.4 |
| 7.6 | 4.7 |
| 8.1 | 5.0 |
| 8.6 | 5.3 |
| 9.15 | 5.7 |
| 9.6 | 5.9 |
| 10.0 | 6.2 |

จากการ plot graph ใช้

เมื่อมีกระแส i = 9 mA เกิด Deflection S. 6 cm.

เมื่อใช้ Source $Bi^{210}$ ; $\rho$ = 4 cm.

เมื่อวัด Deflection ได้ในขณะที่นับเมื่อใช้สนามแม่เหล็กใด ๆ ก็คำนวณสนามแม่เหล็กจาก

$$B = 1.6 \times 10^{2}\, a$$

และหาค่า $B\rho$ ในหน่วย gauss - cm.

และหาค่า particle ต่อ 1 หน่วย $B\rho$ โดย

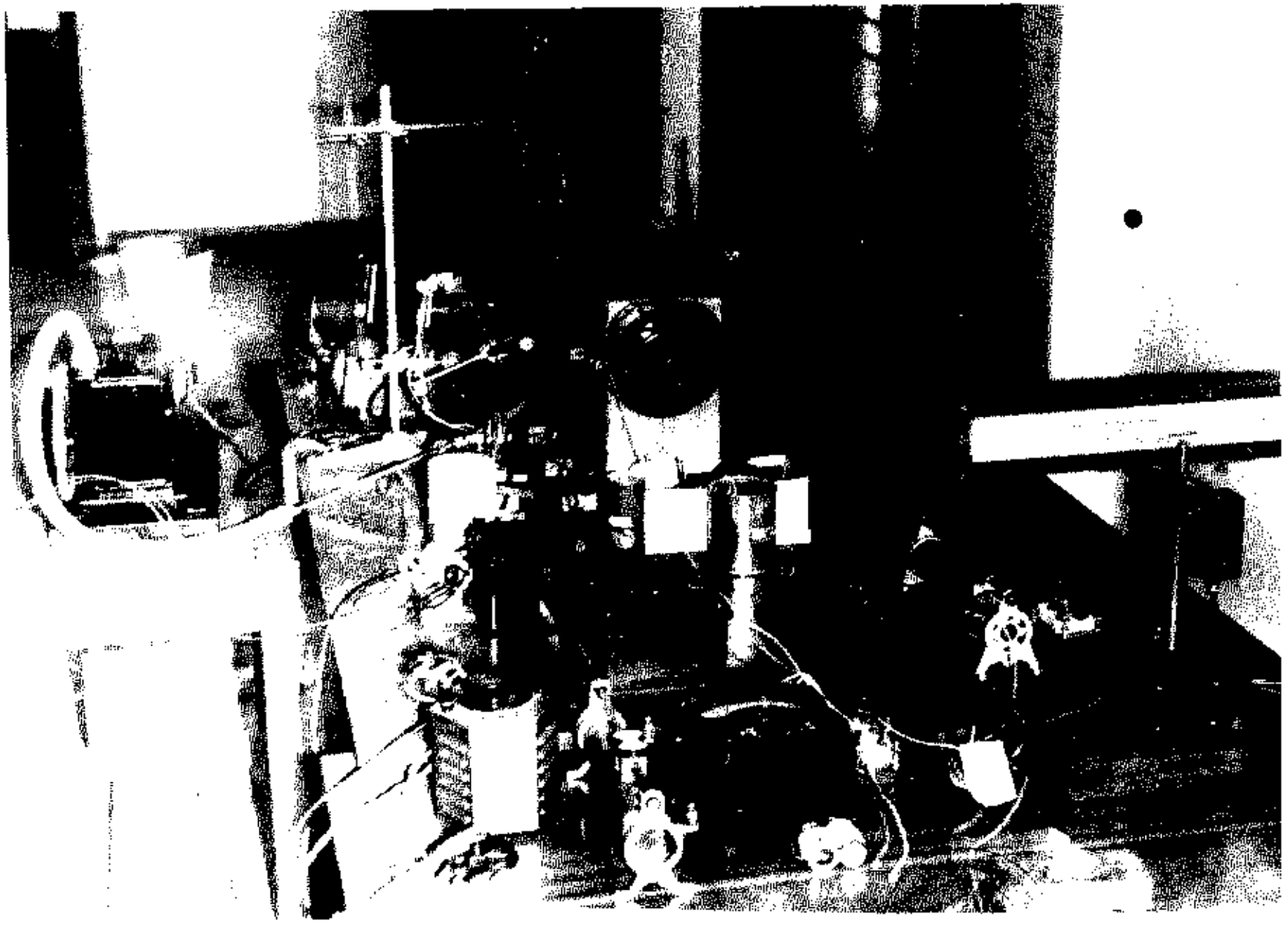
$$N(B\rho) = \frac{\text{จำนวน cpm เหนือ B.G.}}{B\rho}$$

ดังปรากฏใน ตาราง 2.

วัด Back ground ได้ $\frac{1189}{60}$ cpm

$= 19.8 \pm 0.6$ cpm.

I16673803



ภาพที่ ๔ ส่วน ระดมการวัดสนามแม่เหล็ก

ตาราง 2

| I amp. | a (deflection) | cpm. (ทั้งหมด) | N. (cpm เหนือ BG) | B (gauss) |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0.35 | 19.8 ± 0.6 | 0 | 56 |
| 0.030 | 0.60 | 19.8 ± 0.6 | 0 | 96 |
| 0.052 | 0.90 | 20.9 ± 0.6 | 1.1 | 144 |
| 0.075 | 1.00 | 21.4 ± 0.6 | 1.6 | 160 |
| 0.100 | 1.20 | 19.95± 0.6 | 0.15 | 192 |
| 0.125 | 1.50 | 20.0 ± 0.6 | 0.2 | 240 |
| 0.150 | 1.80 | 25.2 ± 0.8 | 5.4 | 288 |
| 0.175 | 2.00 | 32.3 ± 0.7 | 12.5 | 320 |
| 0.200 | 2.30 | 43.3 ± 1.1 | 23.5 | 368 |
| 0.225 | 2.50 | 54.2 ± 1.3 | 34.5 | 400 |
| 0.250 | 2.60 | 60.9 ± 1.3 | 41.1 | 426 |
| 0.275 | 3.00 | 87.5 ± 2.2 | 67.7 | 480 |
| 0.300 | 3.20 | 99.4 ± 1.9 | 79.6 | 512 |
| 0.325 | 3.50 | 120.2 ± 1.7 | 100.4 | 560 |
| 0.350 | 3.70 | 125 ± 3.5 | 105.2 | 592 |
| 0.375 | 3.90 | 134.4 ± 2.9 | 114.6 | 624 |
| 0.400 | 4.20 | 139.5 ± 3.4 | 119.7 | 672 |

ตาราง 2 (ต่อ)

| I amp. | a (deflection) | cpm. (ที่วัดได้) | N (cpm ที่หัก BG) | B (Gauss) |
|---|---|---|---|---|
| 0.425 | 4.60 | 150 ± 4.5 | 130.2 | 736 |
| 0.450 | 4.70 | 145.6 ± 3.2 | 125.8 | 752 |
| 0.475 | 4.90 | 149.0 ± 3.1 | 129.2 | 784 |
| 0.500 | 5.20 | 146.3 ± 3.0 | 126.5 | 832 |
| 0.525 | 5.40 | 128.5 ± 3.0 | 108.5 | 864 |
| 0.550 | 5.60 | 128.7 ± 3.0 | 108.9 | 896 |
| 0.575 | 6.00 | 117.6 ± 2.8 | 97.8 | 960 |
| 0.600 | 6.25 | 104.3 ± 2.7 | 84.5 | 992 |
| 0.625 | 6.50 | 100.4 ± 1.4 | 80.6 | 1040 |
| 0.650 | 6.80 | 73.6 ± 1.4 | 53.8 | 1088 |
| 0.675 | 7.00 | 65.5 ± 1.0 | 45.7 | 1120 |
| 0.700 | 7.20 | 50.3 ± 0.7 | 30.5 | 1152 |
| 0.725 | 7.50 | 33.6 ± 0.6 | 13.8 | 1200 |
| 0.750 | 7.70 | 33.3 ± 0.4 | 13.5 | 1232 |
| 0.775 | 8.05 | 23.1 ± 0.4 | 3.3 | 1288 |
| 0.800 | 8.20 | 19.8 ± 0.5 | 0 | 1312 |
| 0.825 | 8.40 | 19.8 ± 0.4 | 0 | 1344 |

ตาราง 3

| BC (gauss-cm) | $N_{(B\alpha)}$ x $10^{-2}$ | BO (gauss-cm) | $N_{(B\beta)}$ x $10^{-2}$ |
|---|---|---|---|
| 224 | 0 | 2944 | 4.42 |
| 384 | 0 | 3008 | 4.19 |
| 576 | 0.019 | 3136 | 4.14 |
| 640 | 0.025 | 3328 | 3.72 |
| 768 | 0.013 | 3456 | 3.15 |
| 960 | 0.024 | 3584 | 3.04 |
| 1152 | 0.468 | 3840 | 2.55 |
| 1280 | 0.760 | 3970 | 2.13 |
| 1472 | 1.598 | 4160 | 1.94 |
| 1600 | 2.150 | 4352 | 1.24 |
| 1704 | 2.450 | 4480 | 1.02 |
| 1920 | 3.530 | 4608 | 0.785 |
| 2048 | 3.980 | 4800 | 0.288 |
| 2240 | 4.490 | 4928 | 0.275 |
| 2368 | 4.850 | 5152 | 0.065 |
| 2496 | 4.580 | 5248 | 0 |
| 2688 | 4.460 | 5376 | 0 |

จากการ plot graph ระหว่าง $B\rho$ และ $N(B\rho)$ จะได้ค่า End-point ที่ $B\rho$ = 5300 gauss-cm.

จะหาค่า Maximum energy

$$E = 0.51\left[\sqrt{1+\left(\frac{B\rho}{1704}\right)^2}-1\right] \quad \text{MeV.}$$

$$= 0.51\left[\sqrt{1+\left(\frac{5300}{1704}\right)^2}-1\right]$$

$$= 0.51\ (\sqrt{10.58}-1\ )$$

$$= 0.51 \times 2.28$$

$$= 1.16; \quad \text{MeV.}$$

ในการพิจารณา Fermi-plot นั้น ใช้สมการ

$$\left[\frac{N(\eta)}{\eta^2 F(Z\eta)}\right]^{1/2} \propto W_0 - W$$

ซึ่ง $\eta = \frac{B\rho}{1704}$

ซึ่งในการ plot จะหาค่า $N(\eta)$ ซึ่งจะได้ ค่า $N(B\rho)$ มานั่นเอง

และสามารถจะเขียนได้เป็น

$$\left[\frac{N(\eta)}{f(Z,\eta)}\right]^{1/2} = k\ (W_0 - W)$$

ค่า $f(z,\eta) = \eta^2 F(z,\eta)$ จาก Table ใน Physical Review Vol. 78 , 1950 หน้า 376 ซึ่ง I. Feister ได้ทำไว้ สำหรับค่า z 70 , 80 , และ 90 แต่ สำหรับ $Bi^{210}$ มีค่า z = 83 ต้องหาค่าสำหรับ z อันนี้ โดยวิธีของ Numerical Analysis ดังการคำนวณต่อไปนี้

จาก Aitken's method [12]

เมื่อ
$$I_{01} = \frac{1}{X_1 - X_0} \begin{vmatrix} y_0 & y - y_0 \\ y_1 & y - y_1 \end{vmatrix}$$

$$I_{02} = \frac{1}{X_2 - X_0} \begin{vmatrix} y_0 & y - y_0 \\ y_2 & y - y_2 \end{vmatrix}$$

และ
$$I_{012} = \frac{1}{X_2 - X_1} \begin{vmatrix} I_{01} & y - y_1 \\ I_{02} & y - y_2 \end{vmatrix}$$

$I_{012}$ เป็นค่า y ซึ่งตรงกับค่าของ x

ตารางที่ 4 [13]

| Z | $\eta$ | Kinetic Energy (MeV.) | $f(Z\ \eta)$ |
|---|---|---|---|
| 70 | 0.6 | 0.085 | 2.556 |
| | 1 | 0.212 | 2.840 |
| | 2 | 0.632 | 13.359 |
| | 3 | 1.105 | 25.682 |
| | 4 | 1.597 | 41.429 |
| | 5 | 2.094 | 60.328 |
| 80 | 0.6 | 0.085 | 2.925 |
| | 1 | 0.212 | 3.429 |
| | 2 | 0.632 | 14.264 |
| | 3 | 1.105 | 26.468 |
| | 4 | 1.597 | 41.587 |
| | 5 | 2.094 | 59.312 |
| 90 | 0.6 | 0.085 | 3.257 |
| | 1 | 0.212 | 3.919 |
| | 2 | 0.632 | 14.730 |
| | 3 | 1.105 | 26.234 |
| | 4 | 1.597 | 39.955 |
| | 5 | 2.094 | 55.588 |

ซึ่งตารางที่ 4 นี้ ต้องเอาไปคำนวณ เพื่อหาค่า $f(Z,\eta)$ สำหรับ Z = 83 ได้ดังตารางที่ 5

## ตารางที่ 5

$f(z,\eta)$ สำหรับ $z = 83$

| $\eta = \frac{B/\rho}{1704}$ | $f(z\ \eta)$ |
|---|---|
| 0.6 | 3.029 |
| 1 | 5.587 |
| 2 | 14.450 |
| 3 | 26.505 |
| 4 | 41.285 |
| 5 | 58.479 |

ตัวอย่างวิธีคำนวณ : สำหรับ $\eta = 1.$

| z | $f(z,\eta)$ | | |
|---|---|---|---|
| 70 | 4.840 | | |
| | | 5.606 | |
| 80 | 5.429 | | 5.587 |
| | | 5.541 | |
| 90 | 5.919 | | |

ได้มาจาก

$$I_{0.1} = \frac{1}{80-70} \begin{vmatrix} 4.840 & 83-70 \\ 5.429 & 83-80 \end{vmatrix}$$

$$= 5.606$$

$$I_{0,2} = \frac{1}{90-70} \begin{vmatrix} 4.840 & 83-70 \\ 5.919 & 83-90 \end{vmatrix}$$

$$= 5.541$$

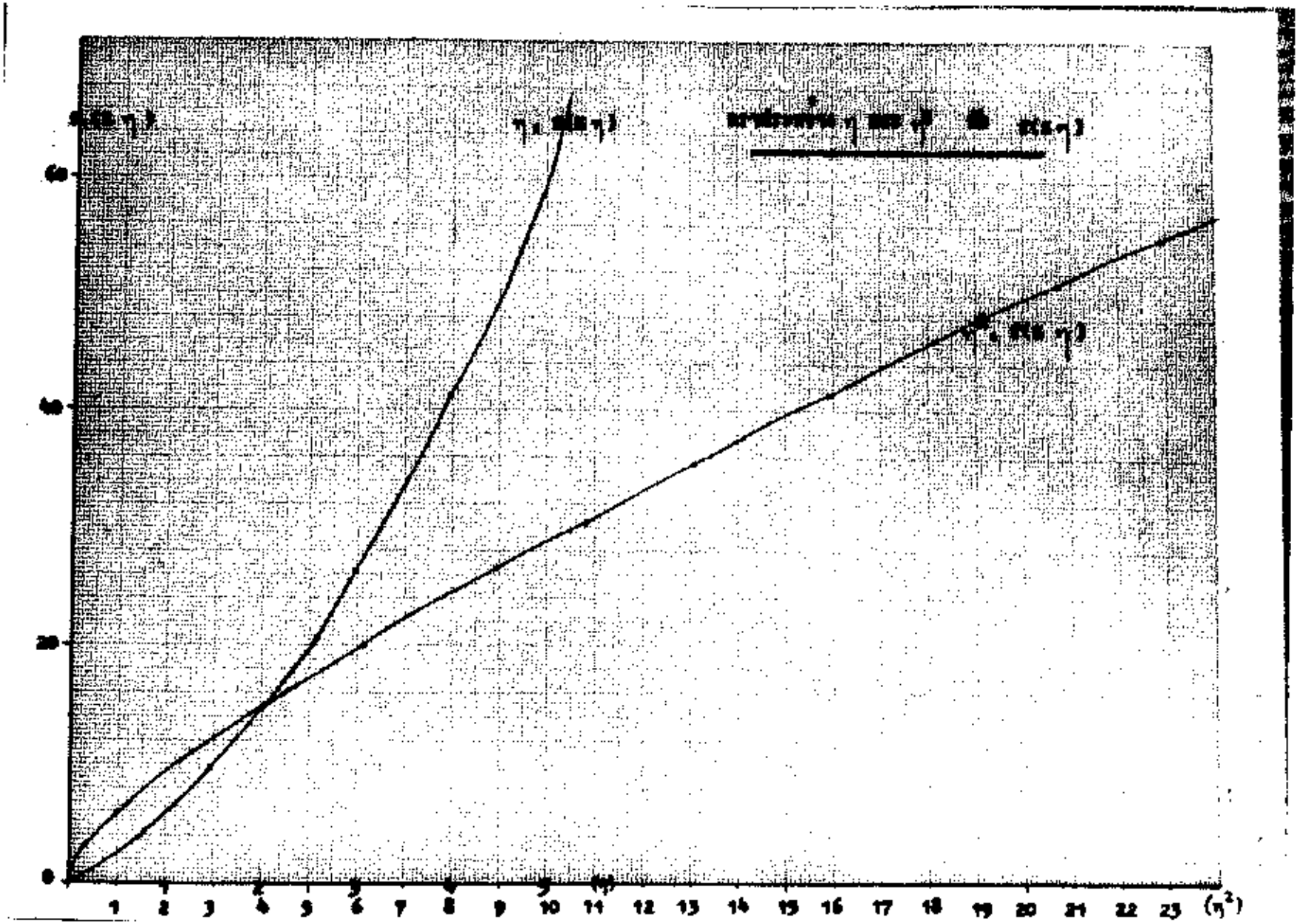
$$I_{0,1,2} = \frac{1}{90-80} \begin{vmatrix} 5.606 & 83 - 80 \\ 5.541 & 83 - 90 \end{vmatrix}$$

$$= 5.587$$

$$\therefore \quad f(83, 1) = 5.587$$

จากค่า $f(83, \eta)$ ในตาราง 5 เอาไปเขียน graph ระหว่าง $\eta$ เป็นแกน x และ $f(83, \eta)$ เป็นแกน y จะได้ graph มีลักษณะคล้ายรูป palabolae มี axis บนแกน y แล้วอ่านค่าสำหรับค่า $\eta$ ต่าง ๆ ตามผลการทดลองไว้ ดังปรากฏในตาราง 6 และสำหรับ Energy ในหน่วยของ $m_0c^2$ ก็จะหาได้จาก

$$W = \sqrt{\eta^2 + 1}$$



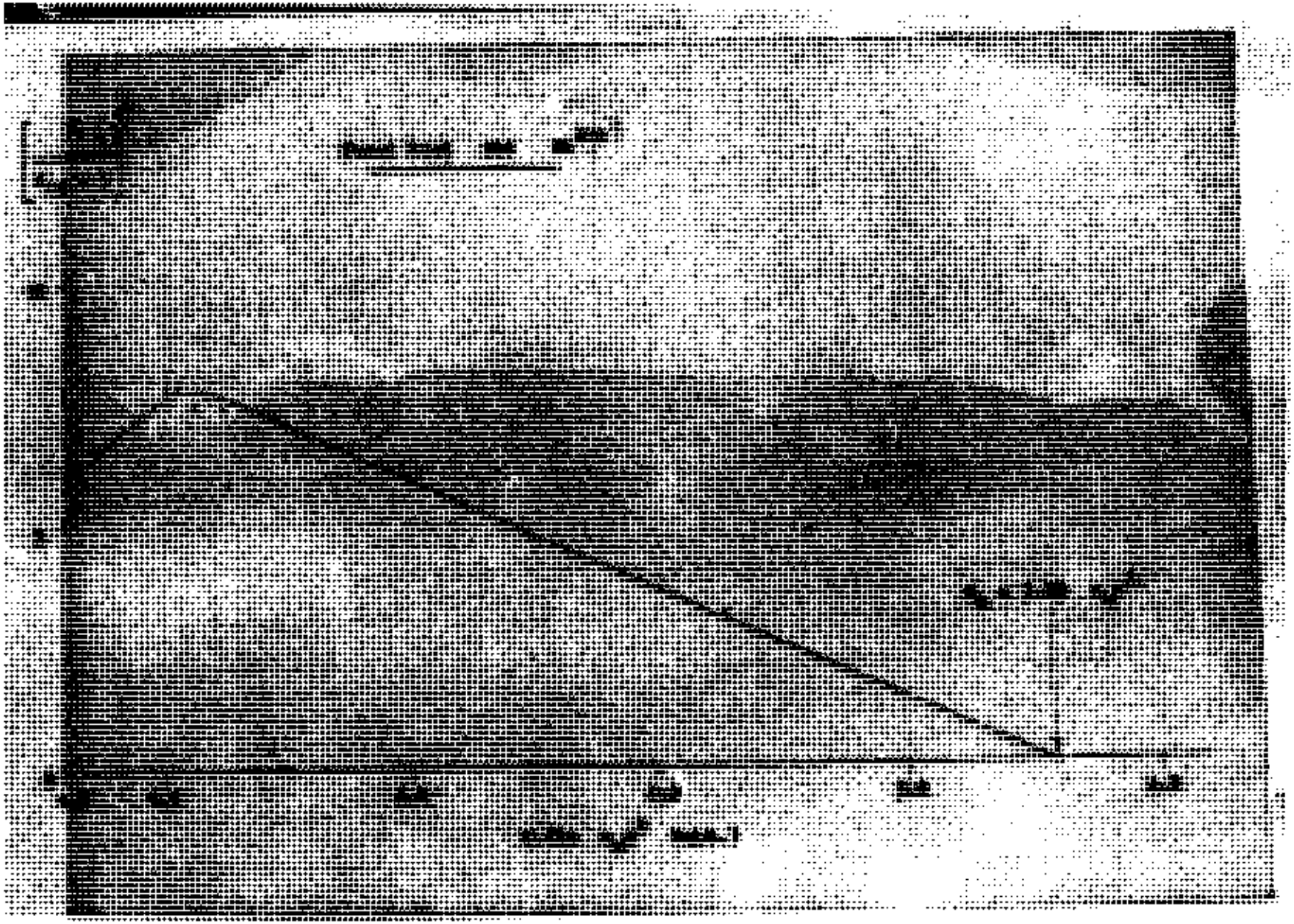
รูปที่ ๑ กราฟระหว่าง $(\eta)^{}$ กับ $\eta$ และ $\eta$

## ตารางที่ 6

| $B\rho$ Gaussm | $\eta = \frac{B\rho}{1704}$ | $\eta^2$ | $f(Z, \eta)$ | $\left[\frac{N(\eta)}{f(Z,\eta)}\right]^{\frac{1}{2}} \times 10^{-4}$ | $N(\eta) \times 10^{-2}$ | $W$ $(m_o c^2)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 224 | 0.131 | 0.017 | 0.277 | 0 | 0 | 1.008 |
| 384 | 0.226 | 0.051 | 0.718 | 0 | 0 | 1.024 |
| 576 | 0.339 | 0.115 | 1.184 | 0.126 | 0.019 | 1.053 |
| 640 | 0.376 | 0.142 | 1.482 | 0.129 | 0.025 | 1.069 |
| 768 | 0.456 | 0.208 | 1.973 | 0.081 | 0.013 | 1.100 |
| 960 | 0.563 | 0.316 | 2.416 | 0.099 | 0.024 | 1.143 |
| 1152 | 0.676 | 0.458 | 2.852 | 0.405 | 0.468 | 1.206 |
| 1280 | 0.702 | 0.492 | 3.327 | 0.542 | 0.976 | 1.203 |
| 1472 | 0.864 | 0.746 | 4.160 | 0.618 | 1.598 | 1.322 |
| 1600 | 0.938 | 0.881 | 4.803 | 0.668 | 2.15 | 1.371 |
| 1704 | 1.000 | 1.000 | 5.587 | 0.662 | 2.45 | 1.414 |
| 1920 | 1.125 | 1.270 | 6.322 | 0.797 | 3.53 | 1.504 |
| 2048 | 1.201 | 1.445 | 6.784 | 0.756 | 3.89 | 1.562 |
| 2240 | 1.315 | 1.730 | 7.843 | 0.756 | 4.49 | 1.620 |
| 2368 | 1.390 | 1.930 | 8.592 | 0.752 | 4.85 | 1.711 |
| 2496 | 1.465 | 2.150 | 9.286 | 0.703 | 4.58 | 1.773 |
| 2688 | 1.578 | 2.480 | 10.314 | 0.658 | 4.46 | 1.865 |

ตารางที่ 6 (ต่อ)

| B/C gauss cm | $\eta = \frac{B}{1704}$ | $\eta^2$ | $f(z, \eta)$ | $\left[\frac{N(\eta)}{f(z, \eta)}\right]^{\frac{1}{2}} \times 10^{-4}$ | $N(\eta) \times 10^{-2}$ | $W$ $(m_0c^2)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 2944 | 1.727 | 2.980 | 11.442 | 0.622 | 4.42 | 1.998 |
| 3008 | 1.765 | 3.120 | 12.327 | 0.584 | 4.19 | 2.031 |
| 3136 | 1.838 | 3.370 | 13.386 | 0.556 | 4.14 | 2.092 |
| 3328 | 1.955 | 3.820 | 14.363 | 0.509 | 3.72 | 2.197 |
| 3456 | 2.013 | 4.110 | 14.451 | 0.468 | 3.15 | 2.260 |
| 3584 | 2.102 | 4.420 | 15.084 | 0.447 | 3.04 | 2.328 |
| 3840 | 2.258 | 5.010 | 16.821 | 0.392 | 2.55 | 2.461 |
| 3970 | 2.328 | 5.420 | 17.305 | 0.351 | 2.13 | 2.533 |
| 4160 | 2.441 | 5.950 | 18.483 | 0.314 | 1.94 | 2.637 |
| 4352 | 2.553 | 6.510 | 20.132 | 0.249 | 1.24 | 2.741 |
| 4480 | 2.634 | 6.920 | 20.562 | 0.223 | 1.02 | 2.818 |
| 4608 | 2.705 | 7.310 | 21.527 | 0.194 | 0.785 | 2.880 |
| 4800 | 2.819 | 7.940 | 23.218 | 0.141 | 0.288 | 2.972 |
| 4928 | 2.892 | 8.370 | 24.686 | 0.107 | 0.275 | 3.059 |
| 5152 | 3.021 | 9.130 | 26.505 | 0.048 | 0.065 | 3.178 |
| 5248 | 3.078 | 9.470 | 26.561 | 0 | 0 | 3.240 |
| 5376 | 3.152 | 9.940 | 27.015 | 0 | 0 | 3.308 |



จากการ plot graph ระหว่าง W และ $\left[\frac{N(\eta)}{f(z\eta)}\right]^{1/2}$ ซึ่งเป็น Fermi plot จะปรากฏว่า ตอน Energy ต่ำ ๆ จะได้เส้น graph ที่ไม่ใช่เส้นตรง แต่สำหรับ Energy สูง ๆ แล้ว (ตั้งแต่ $1.5\ m_0c^2$ ขึ้นไป) จะปรากฏว่าเป็นเส้นตรง

และเมื่อต่อไปตัดแกน W จะได้ค่า $W_0$ ที่ $3.29\ m_0c^2$ แต่นี่เป็นจาก

$W_0$ = Energy ทั้งหมด รวมทั้ง Rest mass energy ของ Electron ด้วย

ในหน่วย $m_0c^2$

$\therefore E_{max} = 3.29 - 1$

$= 2.29\ m_0c^2$

ซึ่ง $E_{max} = 2.29 \times 5.1$ MeV.

$= 1.17$ MeV.

## ตารางที่ 7

การทดลองโดยใช้ $Au^{198}$ เป็น source

| I (mA) | cpm. | N | (a) deflection | B Gauss. | B/ρ Gauss.cm. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 100.7 | 0 | 0.35 | 56 | 224 |
| 2 | 100.9 | 0.2 | 0.4 | 64 | 256 |
| 4 | 100.9 | 0.2 | 0.6 | 96 | 384 |
| 6 | 101.0 | 0.3 | 0.8 | 128 | 512 |
| 8 | 101.7 | 1.0 | 1.0 | 160 | 640 |
| 10 | 102.2 | 1.5 | 1.2 | 192 | 768 |
| 12 | 109.1 | 8.4 | 1.4 | 224 | 896 |
| 14 | 112.8 | 12.1 | 1.6 | 256 | 1024 |
| 16 | 239.2 | 138.5 | 1.8 | 288 | 1152 |
| 18 | 472.5 | 371.8 | 2.0 | 320 | 1280 |
| 20 | 735.0 | 634.3 | 2.2 | 352 | 1408 |
| 22 | 1010.8 | 910.1 | 2.4 | 382 | 1528 |
| 24 | 1232.1 | 1131.7 | 2.55 | 408 | 1632 |
| 26 | 1586.5 | 1485.3 | 2.75 | 440 | 1760 |
| 28 | 1935.0 | 1834.3 | 2.95 | 472 | 1888 |
| 30 | 2255.3 | 2154.6 | 3.15 | 504 | 2016 |
| 31 | 2331.7 | 2231.0 | 3.2 | 512 | 2048 |
| 32 | 2580.0 | 2479.3 | 3.3 | 528 | 2112 |
| 33 | 3124.6 | 3023.7 | 3.4 | 544 | 2176 |
| 34 | 2323.7 | 2223.0 | 3.55 | 568 | 2272 |

## ตารางที่ 7 (ต่อ)

การทดลองโดยใช้ $Au^{198}$ เป็น source

| I (mA) | cpm. | N | (a) deflection | B Gauss | B Gauss cm |
|---|---|---|---|---|---|
| 36 | 2478.3 | 2377.6 | 3.7 | 600 | 2400 |
| 38 | 2217.7 | 2117.0 | 4.0 | 640 | 2560 |
| 40 | 2190.7 | 2090.0 | 4.2 | 672 | 2688 |
| 42 | 2154.8 | 2054.1 | 4.4 | 704 | 2816 |
| 44 | 2041.8 | 1941.1 | 4.6 | 736 | 2944 |
| 46 | 1814.4 | 1713.7 | 4.8 | 768 | 3072 |
| 48 | 1211.5 | 1110.8 | 5.0 | 800 | 3200 |
| 50 | 1403.6 | 1302.9 | 5.2 | 832 | 3328 |
| 52 | 1141.0 | 1040.3 | 5.4 | 864 | 3456 |
| 54 | 898.2 | 797.5 | 5.6 | 896 | 3584 |
| 56 | 675.6 | 574.9 | 5.8 | 928 | 3712 |
| 58 | 504.8 | 404.1 | 6.0 | 960 | 3840 |
| 60 | 355.4 | 254.7 | 6.2 | 992 | 3968 |
| 62 | 242.8 | 142.1 | 6.4 | 1024 | 4096 |
| 64 | 157.5 | 57.1 | 6.6 | 1056 | 4224 |
| 66 | 107.5 | 6.8 | 6.8 | 1088 | 4352 |
| 68 | 1004.6 | 5.9 | 7.0 | 1120 | 4480 |
| 70 | 100.7 | 0 | 7.2 | 1172 | 4683 |
| 72 | 100.9 | 0.2 | 7.4 | 1204 | 4816 |

ภาพที่ ๔ ตราแผ่นดิน (ด้านหลัง) ของ [illegible]

เมื่อ plot graph ระหว่าง ($B\rho$) และ (N) แล้ว จะปรากฏดังกราฟที่แสดงไว้ จากกราฟจะเห็นได้ว่า End point จะอยู่ที่ 4520 Gauss-cm.

จากสูตร $$E = .51 \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{B\rho}{1704} \right)^2} - 1 \right]$$

$$= .51 \times 1.84$$

$$= 0.94 \quad \text{MeV.}$$

นี่คือ Energyของ Beta particles ที่ $Au^{198}$ ส่งออกมามีค่าสูงสุดเท่ากับ 0.94 MeV.

Error

จากค่าที่คำนวณได้นั้น ยังมี Error ที่เกิดขึ้นจากเครื่องมือ ซึ่งจะคิดได้ ดังนี้

จาก $B = \frac{Mi}{An}\ \frac{a}{b}$

$$(\Delta B)^2 = \left(\frac{\partial B}{\partial M}\right)^2(\Delta M)^2 + \left(\frac{\partial B}{\partial i}\right)^2(\Delta i)^2 + \left(\frac{\partial B}{\partial A}\right)^2(\Delta A)^2 + \left(\frac{\partial B}{\partial a}\right)^2(\Delta a)^2 + \left(\frac{\partial B}{\partial b}\right)^2(\Delta b)^2$$

จะหาเป็น proportional error ได้ดังนี้

$$\left(\frac{\Delta B}{B}\right)^2 = \left(\frac{\Delta M}{M}\right)^2 + \left(\frac{\Delta i}{i}\right)^2 + \left(\frac{\Delta A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2$$

จากการวัดตรวจสอบ ทำให้ทราบว่า proportional error ของค่าต่าง ๆ เป็น

$$\frac{\Delta M}{M} = .25\ \%$$

$$\frac{\Delta i}{i} = .5\ \%$$

$$\frac{\Delta A}{A} = 1\ \%$$

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta b}{b} = .2\%$$

แทนค่า

$$\left(\frac{\Delta B}{B}\right)^2 = (0.0025)^2+(.005)^2+(0.01)^2+ 2(.002)^2$$

$$= 0.00000625+ .000025 +0.0001+0.000008$$

$$\therefore \left(\frac{\Delta B}{B}\right)^2 = 0.000139$$

และ $$\left(\frac{\Delta \rho}{\rho}\right)^2 = (0.01)^2$$

$$= 0.0001$$

ดังนั้น ค่า Energy ซึ่งหาจากสูตร

$$E = .51\left[\sqrt{1+\left(\frac{B\rho}{1704}\right)^2} - 1\right]$$

จะหา Error ได้ดังนี้

$$(\Delta E)^2 = \left(\frac{\partial E}{\partial B}\right)^2 (\Delta B)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial \rho}\right)^2 (\Delta \rho)^2$$

โดยการ Simplification และแทนค่า จะได้

$$\frac{\partial E}{\partial B} = .51 \times \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{B\rho}{1704}\right)^2}} \times \frac{2\rho^2 B}{(1704)^2}$$

และ $$\frac{\partial E}{\partial \rho} = .51 \times \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{B\rho}{1704}\right)^2}} \times \frac{2B^2\rho}{(1704)^2}$$

เมื่อแทน $$\frac{B\rho}{1704} = \eta$$

$$\therefore \frac{\partial E}{\partial B} = \frac{.51 \times 2\eta^2}{B\sqrt{1+\eta^2}}$$

และ $$\frac{\partial E}{\partial \rho} = \frac{.51 \times 2\eta^2}{\rho\sqrt{1+\eta^2}}$$

โดยที่ $$E = .51\left(\sqrt{1+\eta^2} - 1\right)$$

โดยการแทนค่าจะได้

$$\left(\frac{\Delta E}{E}\right)^2 = \left[\frac{2\eta^2}{(\sqrt{1+\eta^2}+1)(\sqrt{1+\eta^2}-1)}\right]^2\left[\left(\frac{\Delta B}{B}\right)^2+\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)^2\right]$$

หรือ

$$\Delta E = 0.0155\left[\frac{2\eta^2}{(1+\eta^2)-(\sqrt{1+\eta^2})}\right]E$$

สำหรับ $Bi^{210}$

หาค่า $E_{max}$ = 1.16 MeV. ที่ End point $B\rho$ = 5300 gauss-cm.

$$\eta^2 = \left(\frac{5300}{1704}\right)^2 = 9.7$$

$$\therefore \Delta E = 0.0155\left[\frac{2 \times 9.7}{10.7-\sqrt{10.7}}\right] \times 1.162$$

$$= 0.0404 \times 1.162$$

$$= 0.047 \text{ Mev.}$$

$\therefore$ Maximum energy ของ $Bi^{210}$ = 1.16 $\pm$ 0.05 MeV.

สำหรับ $Au^{198}$

หาค่า $E_{max}$ = 0.94 MeV ที่ End point $B\rho$ = 4520 gauss-cm.

$$\eta^2 = \left(\frac{4520}{1704}\right)^2 = 7.03$$

$$\therefore \Delta E = 0.0155\left[\frac{2 \times 7.03}{8.03-\sqrt{8.03}}\right] \times 0.94$$

$$= 0.042 \times 0.94$$

$$= 0.039 \text{ MeV.}$$

$\therefore$ Maximum energy of $Au^{198}$ $= 0.94 \pm 0.04$ MeV.

---