



บทที่ 2

## วรรณคดีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัย เรื่อง การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่มีความเชื่อในอัตถิคติและปรลิตติ ผู้วิจัยได้ศึกษาวรรณคดีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยนำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
  - 1.1 ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
  - 1.2 ชนิดของปัญหาทางคณิตศาสตร์
  - 1.3 ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ
  - 1.4 ปัจจัยที่ส่งผลต่อการขาดความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียน
  - 1.5 องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์
  - 1.6 การสอนแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์
2. การแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยใช้สมการ
  - 2.1 ความหมายของสมการ
  - 2.2 การแปลงประโยคภาษา เป็นประโยคสัญลักษณ์
  - 2.3 คุณสมบัติที่ใช้ในการแก้สมการ
  - 2.4 ขั้นตอนในการแก้โจทย์สมการ
3. ความเชื่อในอัตถิคติ-ปรลิตติ
  - 3.1 ความหมายของความเชื่อในอัตถิคติ-ปรลิตติ
  - 3.2 แนวความคิดเกี่ยวกับความเชื่อในอัตถิคติ-ปรลิตติ
  - 3.3 ลักษณะและพฤติกรรมของบุคคลที่มีความเชื่อในอัตถิคติ-ปรลิตติ
  - 3.4 พัฒนาการของความเชื่อในอัตถิคติ-ปรลิตติ
  - 3.5 การพัฒนาความเชื่อในอัตถิคติ

#### 4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

##### 4.1 งานวิจัยในประเทศ

##### 4.2 งานวิจัยในต่างประเทศ

### จิตวิทยาพัฒนาการ

#### 1. ความหมายของจิตวิทยาพัฒนาการ

มบุญ อรุณไพโรจน์ (2517 : 17) ให้ความหมายว่า "จิตวิทยาพัฒนาการหมายถึง สภาพของปัญหาทางจิตวิทยา ซึ่งประกอบด้วย จำนวนเลขและคำห้อยล้อมที่ก่อให้เกิดปัญหา ซึ่งนักเรียนต้องคิดและตัดสินใจเองว่าจะใช้วิธีการอะไรทางจิตวิทยา来解决ปัญหานี้"

แน่นน้อย ทองธวัช (2527 : 16) ได้ให้ความหมายว่า "จิตวิทยาพัฒนาการเป็นจิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ การหาคำตอบนั้นจะต้องใช้การตัดสินใจและการรวบรวมความคิด ซึ่งปัญหาพัฒนาการนี้เป็นปัญหาที่พบในชีวิตประจำวัน"

แอนเดอร์สัน และ พิงกรี (Anderson and Pingry, 1973 : 228) ได้ให้ความหมายของจิตวิทยาพัฒนาการไว้ว่า "เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการหาข้อสรุปหรือคำตอบ ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะทำได้โดยจะต้องมีกระบวนการที่เหมาะสม โดยใช้ความรู้ ประสบการณ์ การวางแผน และการตัดสินใจประกอบกันไป"

จากความหมายที่ได้กล่าวมาข้างต้นจึงพอสรุปได้ว่า จิตวิทยาพัฒนาการหมายถึงสภาพปัญหาที่ประกอบไปด้วยภาษาและตัวเลขที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องอาศัยความรู้ ทักษะ ตลอดจนประสบการณ์ที่เกี่ยวข้องมาประกอบการตัดสินใจวางแผนแก้ปัญหาด้วยตนเอง

#### 2. ชนิดของปัญหาทางจิตวิทยา

นิพนธ์ จิตต์ภักดี (2517 : 8) ได้ให้ข้อคิดเห็นว่า "จิตวิทยาพัฒนาการแบ่งออกเป็น 2 ประเภทคือ จิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันและจิตวิทยาสมมุติ เพื่อเสริมทักษะ ผูกเขาวัว และสมองเด็ก"

คณะกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์

(2520 : 140) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 5 ประเภทคือ

1. ปัญหาที่เป็นการค้นหาข้อความจริงหรือข้อสรุปใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยรู้มาก่อน
2. ปัญหาซึ่งมาจากการอภิปรายในชั้นเกี่ยวกับเนื้อหา
3. ปัญหาที่เกี่ยวกับวิธีการ การพิสูจน์ทฤษฎีบท หรือข้อสรุปที่มีผู้อื่นตั้งไว้
4. ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่อาศัยนิยาม ทฤษฎีบทต่าง ๆ มาใช้
5. ปัญหาที่ไม่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ แต่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา

โพลยา (Polya, 1957 : 154 - 156) ได้กล่าวถึง ชนิดของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งพอสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภทคือ ปัญหาให้ค้นหาและปัญหาให้พิสูจน์ ปัญหาให้ค้นหานั้นเป็นปัญหาให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหาแบ่งออกเป็น 3 ส่วนคือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนด และเงื่อนไข ส่วนปัญหาให้พิสูจน์เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผลว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหาให้พิสูจน์แบ่งออกได้เป็น 2 ส่วนคือ สมมติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้และผลสรุปหรือสิ่งที่จะต้องพิสูจน์

รัสเซล (Russel, 1961 : 255) ได้ให้ความคิดเห็นว่า "ปัญหาคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ชนิดคือ ปัญหาที่มีรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่ปรากฏอยู่ในแบบเรียนและหนังสือทั่ว ๆ ไป และปัญหาที่ไม่มีรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่พบทั่ว ๆ ไปในชีวิตประจำวัน"

ครูลิก และ เรย์ (Krulik and Reys, 1980 : 208) ได้ให้ข้อคิดเห็นว่า "ปัญหาคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 5 ประเภทคือ ปัญหาที่เป็นความรู้ ความจำ ปัญหาทางพีชคณิต ปัญหาที่เป็นการประยุกต์ใช้ ปัญหาที่ให้ค้นหาส่วนที่หายไป และปัญหาสถานการณ์"

จากทรรศนะดังกล่าวข้างต้นพอสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ คือ ปัญหาที่พบในหนังสือเรียน ซึ่งอาจเป็นปัญหาที่ให้ค้นหาคำตอบหรือปัญหาให้พิสูจน์ตามกฎ นิยาม ทฤษฎี และปัญหาที่พบในชีวิตประจำวัน ซึ่งต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาช่วยแก้ปัญหา

### 3. ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ

ลิริพร ทิพย์คง (2533 : 79) ได้ให้ความคิดเห็นว่า ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะดังนี้คือ

1. ภาษาที่ใช้สามารถเข้าใจง่าย
2. ช่วยกระตุ้นและพัฒนาความคิด
3. ไม่สั้นหรือยาวเกินไป
4. ไม่ยากหรือง่ายเกินไปสำหรับความสามารถของเด็กในวัยนั้น ๆ
5. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้
6. ข้อมูลที่มีอยู่จะต้องทันสมัยและเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง
7. สามารถใช้การวาดแผนภาพไดอะแกรมหรือแผนภูมิช่วยในการแก้ปัญหา
8. ในการแก้ปัญหานั้นต้องอาศัยจากประสบการณ์และความรู้ที่เคยเรียนมาแล้ว
9. ก่อให้เกิดการวิเคราะห์และแยกแยะปัญหาซึ่งเป็นขบวนการที่สำคัญในทาง

ความคิด

10. คำตอบที่ได้ควรเป็นคำตอบที่มีเหตุผล ไม่ใช่คำตอบที่ได้จากการจำ

โพลยา (Polya, 1957 : 3 - 5) ได้กล่าวถึงวิธีการสร้างคำถามซึ่งพอสรุปได้ว่า การกำหนดคำถามหรือข้อชวนคิดลงในตารางสำหรับใช้กับนักเรียนนั้น ครูควรมีจุดมุ่งหมาย 2 ประการคือ ต้องช่วยนักเรียนในการแก้ปัญหาใกล้ตัวได้ และต้องพัฒนาความสามารถของนักเรียน เพื่อให้เขาจะได้แก้ปัญหาในอนาคตได้ด้วยตนเอง โดยเนื้อเรื่องที่น่ามาใช้สร้างคำถามนั้นต้องมีลักษณะสอดคล้องกับสามัญสำนึกและความจริงโดยทั่ว ๆ ไป เมื่อครูฝึกให้นักเรียนได้แก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกันบ่อย ๆ จะทำให้นักเรียนเป็นคนช่างสังเกต สามารถคิดปัญหาได้ด้วยตนเองอย่างถูกต้อง

โคลด์ (Clyde, 1967 : 108) ได้กล่าวว่า "ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจควรมีความใกล้เคียงกับปัญหาในชีวิตประจำวันและสถานการณ์ที่สร้างขึ้นเป็นปัญหา ควรใช้ภาษาหรือบรรยายในลักษณะที่ผู้แก้ปัญหาไม่ประสบความล้มเหลว ไม่ควรเป็นปัญหาธรรมดาทั่ว ๆ ไป"

เฟอห์ (Fehr, 1972 : 424) ได้กล่าวว่า "เทคนิคหนึ่งซึ่งจะช่วยในการทำให้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่น่าสนใจคือ การให้นักเรียนได้ช่วยกันสร้างปัญหาขึ้นมาเอง"

ครูลิก และ เรส (Krulik and Reys, 1980 : 24) ได้กล่าวว่า "ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ เป็นปัญหาที่นักเรียนไม่ค่อยพบในห้องเรียน ซึ่งในการสร้างปัญหาควรคำนึงถึงความรู้พื้นฐานของผู้แก้ปัญหา กลวิธีที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา และความสามารถในการใช้ภาษาของผู้แก้ปัญหา"

จากแนวความคิดต่าง ๆ ที่ได้กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจควรมีลักษณะ 4 ประการดังนี้คือ

1. เป็นสภาพการณ์ที่ใกล้เคียงกับชีวิตประจำวันที่เหมาะสมกับวัย ความสามารถ ตลอดจนความรู้สึคนักคิดของนักเรียน
  2. ข้อมูลที่ใช้ทันสมัยและเป็นเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นได้จริง ซึ่งอาจเป็นปัญหาที่ครูแต่งขึ้นหรือให้นักเรียนช่วยกันแต่งก็ยิ่งดี
  3. ภาษาที่ใช้เข้าใจง่ายไม่สั้นหรือยาวเกินไป
  4. ลักษณะโจทย์ที่จะให้แก้ปัญหานั้นควรส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้ความรู้และประสบการณ์ที่เคยเรียนมา ประกอบการคิด วิเคราะห์อย่างมีเหตุผลมากกว่าใช้ความจำเพียงอย่างเดียว
4. ปัจจัยที่ส่งผลต่อการขาดความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียน

บรูคเนอร์ และ กรอสนิคเคิล (Brueckner and Grossnickle, 1947 : 452 - 453) ได้กล่าวถึงอุปสรรคในการแก้ปัญหาไว้ดังนี้คือ

1. นักเรียนไม่สามารถเข้าใจโจทย์ปัญหาทั้งหมดหรือเป็นบางส่วน เนื่องจากขาดประสบการณ์และขาดมโนภาพที่จะพิจารณาสภาพของปัญหา
2. นักเรียนมีความบกพร่องในการอ่านและทำความเข้าใจ เช่น ไม่เข้าใจโจทย์ว่า กำหนดอะไรให้ ไม่สามารถจดจำ และจัดระบบสิ่งซึ่งเขาได้อ่านมาเพื่อหา

### รายละเอียดของ เนื้อหา

3. นักเรียนไม่สามารถคิดคำนวณทั้งนี้อาจมีสาเหตุมาจาก การที่นักเรียนลืมวิธีทำหรือไม่เคยเรียนมาก่อน
4. นักเรียนขาดความเข้าใจในกระบวนการและวิธีการ เป็นผลให้นักเรียนใช้วิธีเดาสุ่มคามวิธีการที่พอจะนึกออกเพื่อจะได้คำตอบ
5. นักเรียนขาดความรู้ในเรื่องที่มีความสำคัญ ได้แก่ กฎ สูตร
6. นักเรียนขาดความเป็นระเบียบ เรียบร้อยในการเขียนคำอธิบาย
7. นักเรียนไม่ทราบความสัมพันธ์เชิงปริมาณวิเคราะห์ ทั้งนี้มีสาเหตุจากการรู้ศัพท์ทางคณิตศาสตร์เพียงจำนวนจำกัด หรือขาดความเข้าใจในหลักเกณฑ์ต่าง ๆ
8. นักเรียนขาดความสนใจเนื่องจากขาดความสามารถในการทำโจทย์ปัญหาซึ่งมีความยาก ไม่สนใจ และไม่ได้รับอะไรเป็นการตอบสนอง
9. ระดับสติปัญญาของนักเรียนต่ำเกินไปที่จะเข้าใจถึงความสัมพันธ์ซึ่งปรากฏอยู่ในโจทย์ปัญหา
10. นักเรียนขาดทักษะในการฝึกฝนทำโจทย์ปัญหา

ชายดัม และ วีเฟอร์ (Suydam and Weaver, 1977 : 142)

ได้กล่าวว่า "สาเหตุที่นักเรียนทำโจทย์คณิตศาสตร์ผิดเนื่องมาจากนักเรียนมีเหตุผลที่คลาดเคลื่อนจากความเป็นจริง ขาดความรู้เกี่ยวกับหลักเกณฑ์ กฎ และกระบวนการต่าง ๆ ขาดทักษะในการคำนวณ ขาดความเข้าใจทำให้ตีความหมายของคำศัพท์ที่ไม่ถูกต้อง ล้มเหลวต่อการอ่านเพื่อเก็บรายละเอียดต่าง ๆ"

เวสต์ (West, 1977 : 57 - 58) ได้กล่าวว่า "สาเหตุที่นักเรียนไม่สามารถทำข้อสอบที่เป็นโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง เนื่องมาจากเหตุผล 3 ประการคือ นักเรียนไม่เข้าใจในข้อความที่เป็นโจทย์ปัญหา ไม่สามารถเปลี่ยนโจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ และไม่สามารถคำนวณตามที่โจทย์ต้องการได้"

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ปัจจัยที่ส่งผลต่อการขาดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมี 6 ประการดังนี้คือ

1. นักเรียนมีความบกพร่องในด้านการอ่านและทำความเข้าใจ  
ไม่สามารถระบุได้ว่า โจทย์ต้องการหาอะไร และกำหนดสิ่งใดให้ ไม่ทราบว่าความรู้  
เรื่องใดที่จะนำมาใช้ในการหาคำตอบ
  2. นักเรียนไม่สามารถเปลี่ยนประโยคภาษา เป็นประโยคสัญลักษณ์ทาง  
คณิตศาสตร์
  3. นักเรียนขาดความรู้ในเรื่อง กฎ นิยาม และทฤษฎีทางคณิตศาสตร์
  4. นักเรียนขาดทักษะในการคิดคำนวณ
  5. นักเรียนไม่รู้จักจัดระบบความคิด เกี่ยวกับการจัด เรียงลำดับขั้นตอนใน  
การแก้ปัญหา
  6. นักเรียนขาดประสบการณ์ในการฝึกแก้ปัญหาหลาย ๆ รูปแบบ
5. องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

อำนาจ เลิศยงค์ (2523 : 105 - 108) ได้ให้ความคิดเห็นว่า บัจฉัย  
ที่ส่งเสริมความสามารถในการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีอยู่ 7 ประการคือ

1. ความรู้ ความจำในเนื้อหาวิชา ในด้านที่เกี่ยวข้องกับ คำศัพท์ สูตร  
กฎเกณฑ์ และเนื้อหาต่าง ๆ ที่เรียนไปแล้ว
2. ความรู้ ความจำในวิธีดำเนินการ
3. ความเข้าใจในการแปลความ เนื่องจากผู้แก้ปัญหาต้องมีความ เข้าใจ  
ปัญหาให้ชัดเจนทุกแง่ทุกมุม
4. ความเข้าใจในการขยายความ ทั้งนี้เพราะการคิดแก้ปัญหาต้องอาศัย  
การคาดการณ์ล่วงหน้าได้อย่างถูกต้องจึงจะคิดแก้ไขปัญหาได้
5. การวิเคราะห์ความสำคัญ ทั้งนี้เพราะผู้แก้ปัญหาต้องรู้จักแยกแยะสิ่งต่าง ๆ  
ในตัวปัญหาได้ว่า สิ่งใดที่มีประโยชน์ต่อการคิดแก้ปัญหาและสิ่งใดที่ไม่จำเป็นต่อการคิดแก้ปัญหา
6. การวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของส่วนประกอบที่สำคัญของตัวปัญหา
7. การวิเคราะห์หลักการ โดยพิจารณาว่าสิ่งต่าง ๆ ในตัวปัญหานั้นได้  
ประกอบ เป็นตัวปัญหาได้ เนื่องจากสิ่งใด เป็นแกนกลาง

นอกจากนี้ อำนวย เลิศยงค์ ได้พบว่า องค์ประกอบด้านความถนัดทางการเรียนที่มีความสัมพันธ์ทางบวกกับความสามารถในการคิดแก้ปัญหา เรียงตามลำดับความสำคัญ ดังนี้คือ ตัวเลข ความเข้าใจในการอ่าน ความถนัดเชิงความจำ ความสนใจในการจัดประเภท และยังได้พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มีส่วนช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงมาก

คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524 : 141 - 142) ได้กล่าวว่า การที่นักเรียนจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ นักเรียนควรจะต้องได้รับการฝึกฝนให้มีความรู้ ความสามารถพื้นฐาน ดังต่อไปนี้

1. มีความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา มีความเข้าใจ มีมโนคติ และทักษะในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นจริง ๆ
2. มีความสามารถในการอ่าน การแปลความ การตีความ และการขยายความ
3. มีความสามารถในการแปลงข้อความ เป็นสัญลักษณ์หรือแผนภาพ
4. มีความสามารถในการวิเคราะห์ความ เกี่ยวข้องในระหว่างข้อมูลที่มีอยู่กับประสบการณ์เก่า
5. มีความสามารถในการจัดระบบข้อมูล จัดลำดับขั้นตอน การวิเคราะห์หารูปแบบ และการหาข้อสรุป
6. มีความใฝ่ใจ ใฝ่รู้ มีความกระตือรือร้น อยากรู้อยากเห็น
7. มีศรัทธา มีกำลังใจ และมีความอดทนในการคิดแก้ปัญหา

โพลยา (Polya, 1957 : 5) ได้ให้ความเห็นว่า "ความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนสามารถพัฒนาได้โดยครูต้องสร้างความสนใจในปัญหาขึ้นในใจของนักเรียน แล้วให้เขาได้มีโอกาสสังเกตจากการเลียนแบบและได้ฝึกฝนบ่อย ๆ"

จอห์นสัน และ ไรซิง (Johnson and Rising, 1972 : 238) ได้กล่าวว่า "การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการทางสมองที่ซับซ้อนซึ่งต้องประกอบด้วย การมองเห็นภาพ (Visualizing) การจินตนาการ (Imagining) การจัดกระทำอย่างมี



ทักษะ (Manipulating) การวิเคราะห์ (Analyzing) การสรุป (Abstracting) และการโยงความคิด (Associating ideas)"

เทรท์แมน และ ลิชเทินเบิร์ก (Troutman and Lichtenberg, 1974 : 591 - 594) ได้เสนอลักษณะความสามารถเฉพาะที่ส่งเสริมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 7 ประการดังนี้คือ

1. ความสามารถในการหาลักษณะคุณสมบัติของวัตถุทางคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการแปลงข้อความจากโจทย์ เป็นประโยคคณิตศาสตร์
3. ความสามารถในการหาลักษณะที่เหมือนกันและต่างกัน
4. ความสามารถในการหาสภาพหรือเงื่อนไขซึ่ง เป็นสิ่งจำเป็นอย่างเพียงพอ และการหาสภาพที่เท่ากัน
5. ความสามารถในการวางหลักเกณฑ์ทั่ว ๆ ไป ซึ่งมีพื้นฐานจากการสังเกตลักษณะเด่นเฉพาะ
6. ความสามารถในการหาวิธีการแก้ปัญหาทางอื่นหรือวิธีการอื่น ๆ
7. ความสามารถในการกะประมาณคำตอบตามข้อเท็จจริง

ซาเลียสกี (Zalewski, 1978 : 2804 - A) ได้พบว่าองค์ประกอบในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 5 ประการคือ ความสามารถในการเข้าใจสัญลักษณ์ ความสามารถในการจัดกระทำ ความสามารถในการอ่านและตีความ ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ และทักษะในการคำนวณ

ซายดัม (Zuydam, 1980 : 36) ได้กล่าวถึงลักษณะของนักแก้ปัญหาที่ดีไว้ 10 ประการคือ

1. มีความสามารถในการเข้าใจความคิดรวบยอด (Concepts) และข้อความทางคณิตศาสตร์
2. มีความสามารถในการแยกแยะความคล้ายคลึงกันหรือความแตกต่างกัน
3. มีความสามารถในการเลือกใช้ข้อมูลและวิธีการที่ถูกต้อง
4. มีความสามารถในการแยกแยะข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องกัน
5. มีความสามารถในการกะประมาณคำตอบได้ใกล้เคียง

6. มีความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลเชิงปริมาณ
7. มีความสามารถในการกล่าวอย่างกว้าง ๆ ถึงส่วนสำคัญของตัวอย่างที่กำหนดให้ เพียงเล็กน้อย
8. มีความสามารถในการเปลี่ยนวิธีการคิดได้อย่างถูกต้อง
9. มีความมั่นใจในตนเองสูงและมีสัมพันธภาพที่ดีกับผู้อื่น
10. มีความวิตกกังวลต่ำ

จากการพิจารณาองค์ประกอบที่ช่วยในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ซึ่งได้กล่าวมาแล้วข้างต้นพอจะสรุปได้ 9 ประการดังนี้คือ

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจโจทย์ โดยการอ่านและตีความหมายโจทย์
2. ความสามารถในการมองเห็นภาพว่าโจทย์ต้องการทำอะไร และโจทย์กำหนดเงื่อนไขอย่างไรให้ ข้อมูลใดเกี่ยวข้องหรือไม่เกี่ยวข้องกับการหาคำตอบจากโจทย์
3. ความสามารถในการแปลงประโยคภาษาจากโจทย์ เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
4. ความสามารถในการคิดหาวิธีการแก้ปัญหาได้หลายรูปแบบและสามารถเปลี่ยนวิธีการได้อย่างรวดเร็ว เมื่อเห็นว่าวิธีเดิมไม่เหมาะสม
5. ทักษะในการคิดคำนวณ
6. ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับ กฎ นิยาม และทฤษฎีทางคณิตศาสตร์
7. ความสามารถในการกะประมาณคำตอบที่ได้ใกล้เคียงกับความจริง
8. ความถนัดทางการเรียนในด้านตัวเลข ความเข้าใจในการอ่านความถนัดเชิงความจำ และความสนใจในการจัดประเภท
9. ความมั่นใจในตนเอง ความอดทน และความอยากรู้อยากเห็น
6. การสอนแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอน และผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524 : 147) ได้เสนอวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังต่อไปนี้

1. อ่านปัญหา ทำความเข้าใจข้อความในปัญหานั้น แล้วหาว่าโจทย์

กำหนดอะไรบ้าง และโจทย์ต้องการหาอะไร

2. จากสิ่งที่กำหนดให้ ลองแปลงเป็นรูปภาพหรือแผนภาพ เพื่อให้เห็นเป็นรูปธรรม
3. เมื่อพิจารณาจากรูปภาพทำให้ได้เงื่อนไขอะไรเพิ่มเติม เพื่อนำไปเชื่อมโยงกับ นิยาม คุณสมบัติ ทฤษฎีต่าง ๆ ที่เคยเรียนมาแล้ว
4. ในบรรดาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และเงื่อนไขเพิ่มเติมมีความเกี่ยวข้องกันอย่างไร
5. คิดหาวิธีแก้ปัญหาคอนกรีตถึงปัญหาที่เคยแก้มาแล้ว ซึ่งคล้ายคลึงกัน โดยทดลองนำวิธีการนั้นมาปรับใช้กับปัญหานี้ ถ้าไม่เคยแก้ปัญหาลำนี้มาก่อนให้วิเคราะห์จากสิ่งที่โจทย์ต้องการหาว่าต้องการเงื่อนไขอะไรบ้างจึงจะได้ดังที่โจทย์ต้องการ เงื่อนไขที่มีอยู่เพียงพอในการแก้ปัญหหรือไม่ ถ้าไม่พอควรเพิ่มเติมข้อมูลใดจึงจะนำไปสู่เหตุเพื่อให้สรุปผลได้ตามที่โจทย์ต้องการ
6. เรียบเรียงจัดลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา
7. ทดสอบคำตอบว่าถูกต้องสมเหตุสมผลหรือไม่

ครูลิก และ เวส (Krulik and Weise, 1975 : 133) ได้เสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาวัวโดยการใช่คำถามดังต่อไปนี้

1. ท่านเข้าใจปัญหาหรือไม่ โดยพิจารณาว่า
  - 1.1 โจทย์นี้ต้องการหาอะไร โจทย์กำหนดอะไรให้
  - 1.2 เงื่อนไขใดที่จะนำไปใช้ได้บ้าง
  - 1.3 พอดีจะวาดภาพประกอบคำอธิบายที่เหมาะสมแสดงโจทย์ได้หรือไม่
2. ท่านสามารถคิดวางแผนแก้ปัญหาคือหรือไม่ โดยพิจารณาว่า
  - 2.1 เคยพบการแก้ปัญหาลักษณะคล้าย ๆ อย่างนี้หรือไม่
  - 2.2 สมมุติว่าเคยแก้ปัญหายากกว่านี้ลองวางแผนแก้ปัญหาคือหรือไม่

ลิสรายการละเอียดที่จำเป็นไปหรือไม่
3. ทำตามแผนที่กำหนดไว้ได้หรือไม่ โดยตรวจสอบว่าแต่ละขั้นที่ได้วางแผนไว้ถูกต้องหรือไม่

4. เมื่อท่านได้แก้ปัญหาแล้ว ท่านได้ตรวจสอบคำตอบหรือไม่ โดยพิจารณาว่า

- 4.1 ท่านได้ตรวจสอบว่าคำตอบนั้นสม เหตุสมผลหรือไม่
- 4.2 ท่านพอจะพบวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่นที่สั้นกว่าวิธีนี้หรือไม่
- 4.3 ท่านลองนึกดูซิว่า ท่านพอจะนำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้กับปัญหาอื่น ๆ ได้อีกหรือไม่

ชายดัม (Zuydam, 1980 : 38 - 39) ได้กล่าวว่า ลักษณะของการแก้ปัญหาโดยทั่วไปประกอบด้วยขบวนการ 4 ขั้นตอนคือ

1. การทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่ทำให้ทราบสถานการณ์ของปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหาควรตัดแปลงปัญหานั้นใหม่ด้วยตนเอง โดยการเขียน พูด หรือ เพียงแต่คิดเท่านั้นก็ได้
2. วางแผนวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้คือ
  - 2.1 แยกปัญหาออกเป็นข้อย่อย ๆ โดยระบุว่าข้อมูลใดที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งใดที่ไม่ทราบค่า
  - 2.2 ระลึกถึงสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปแล้วว่า มีประเด็นใดที่เกี่ยวข้องกับการหาคำตอบจากโจทย์บ้าง
  - 2.3 ตั้งสมมุติฐานหรือแนวความคิดที่จะนำไปสู่การหาคำตอบ
3. ดำเนินการแก้ปัญหาตามขั้นตอนดังต่อไปนี้
  - 3.1 แปลงประโยคภาษาเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ หรือสร้างสิ่งที่ใช้แทนสถานการณ์ในปัญหานั้น
  - 3.2 วิเคราะห์ประโยคให้เป็นปัญหาย่อย ๆ เพื่อจะนำไปสู่การหาคำตอบได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น
  - 3.3 ค้นหาคำตอบตามที่วางแผนไว้
4. ตรวจสอบปัญหาและคำตอบว่าสอดคล้องกันหรือไม่โดยปฏิบัติดังนี้
  - 4.1 ตรวจสอบคำตอบที่ได้เทียบกับปัญหา
  - 4.2 พิสูจน์ว่าคำตอบที่ได้นั้นถูกต้อง โดยคำตอบนี้ไม่ค้านกับสมมุติฐาน

ที่ตั้งไว้ หรือคำตอบที่คิดไว้อย่างคร่าว ๆ

#### 4.3 ค้นหาวิธีการอื่นในการหาคำตอบที่สั้นและสะดวกที่สุด

เมื่อพิจารณาขั้นตอนในการสอนแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ซึ่งได้มีผู้จัดลำดับไว้แตกต่างกันไป พอจะสรุปได้เป็น 4 ขั้นตอนนี้ คือ

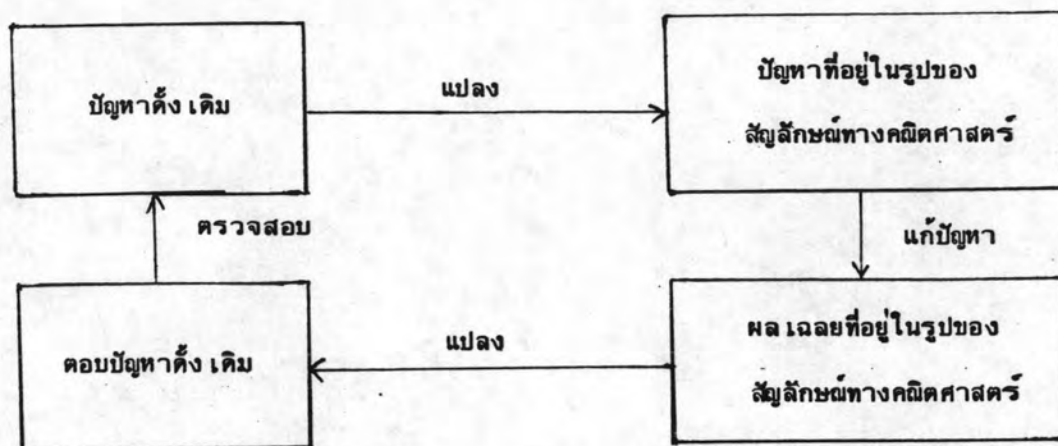
1. ขั้นทำความเข้าใจโจทย์ นักเรียนควรอ่านโจทย์อย่างละเอียดรอบคอบ แล้วจับประเด็นให้ได้ว่า โจทย์ถามหาอะไร และกำหนดเงื่อนไขอย่างไร เงื่อนไขนั้น สมบูรณ์เพียงพอรึหรือยัง เมื่อพิจารณาข้อมูลจากโจทย์แล้ว พอที่จะวาดภาพประกอบได้หรือไม่

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหาโจทย์ นักเรียนควรพิจารณาว่าเคยแก้ปัญหาที่ คล้ายคลึงกับปัญหานี้แต่ต่างกว่าบ้างหรือไม่ ถ้าเคยพอจะนำวิธีการนั้นมาปรับปรุงใช้กับปัญหานี้ ได้หรือไม่ ในการแก้ปัญหานี้นอกจากจะใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้แล้ว ต้องอาศัย กฎ นิยาม หรือทฤษฎีใดบ้าง ซึ่งเคยเรียนมาแล้วมาประกอบแนวความคิด เชื่อมโยงกับสิ่งที่โจทย์ ถามหา จากนั้นจัดลำดับขั้นตอนในการหาคำตอบจากโจทย์

3. ขั้นนำแผนไปใช้ ให้เปลี่ยนประโยคภาษาจากโจทย์ เป็นประโยค สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ แล้วดำเนินการตามลำดับขั้นตอนที่วางไว้เพื่อหาคำตอบจากโจทย์ พร้อมกับตรวจสอบว่าแต่ละขั้นถูกต้องหรือไม่

4. ขั้นตรวจคำตอบ โดยตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้สม เหตุสมผลและสอดคล้อง กับที่โจทย์ต้องการหรือไม่ ตลอดจนพิจารณาว่ามีวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่นที่ง่ายและสั้นกว่าวิธีนี้ อีกหรือไม่ และพอจะปรับวิธีการแก้ปัญหานี้ไปใช้กับปัญหาอื่น ๆ ได้หรือไม่

เมื่อพิจารณาขั้นตอนในการสอนแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์แล้ว พอสรุปได้ดัง แผนภูมิที่ 1



แผนภูมิที่ 1 แสดงขั้นตอนในการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

### การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้สมการ

#### 1. ความหมายของสมการ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2528 : 229) ได้ให้ความหมายของสมการไว้ว่า "สมการคือประโยคสัญลักษณ์ที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ของจำนวน โดยมีสัญลักษณ์ "=" บอกความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน"

รัสเซล (Russel, 1961 : 124) ได้ให้ความหมายของสมการไว้ว่า "สมการหมายถึงประโยคซึ่งแสดงความเท่าเทียมกันระหว่างปริมาณที่เท่ากัน 2 ปริมาณ โดยใช้เครื่องหมาย "=" คั่นระหว่างปริมาณทั้งสองเพื่อแสดงความเท่ากัน" ซึ่งรัสเซลได้แบ่งสมการออกเป็น 2 ชนิดคือ เอกลักษณะและสมการเงื่อนไข โดยเอกลักษณะเป็นสมการที่เป็นจริงสำหรับทุกค่าของตัวอักษร ส่วนสมการเงื่อนไขเป็นสมการที่เป็นจริงเฉพาะบางค่าของตัวที่ไม่ทราบค่าหรือตัวอักษรที่ใช้แทน

มุลเลอร์ (Mueller, 1972 : 97) ได้ให้ความหมายของสมการไว้ว่า "สมการเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแสดงความเท่ากันของนิพจน์สองนิพจน์"

(Expression) แต่ละนิพจน์เรียกว่าสมาชิกของสมการ (Member of Equation)" ซึ่งบูลเลอร์ได้แบ่งสมการออกเป็น 2 ประเภท คือ สมการที่เป็นจริงสำหรับทุกค่าของตัวแปร เรียกว่าเอกลักษณ์ เช่น  $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$  และสมการที่เป็นจริงเฉพาะบางค่าของตัวแปร เรียกว่าสมการเงื่อนไข เช่น  $x + 2 = 7$  จะเป็นจริงเมื่อ  $x = 5$

เมื่อพิจารณาความหมายของสมการดังกล่าวมาแล้วข้างต้น พอจะสรุปได้ว่าสมการเป็นประโยคสัญลักษณ์ ที่แสดงความเท่ากันระหว่างจำนวนสองจำนวน โดยใช้สัญลักษณ์ "=" เชื่อมระหว่างจำนวนทั้งสอง ซึ่งสมการอาจเขียนในรูปที่มีตัวแปรอยู่ด้วยหรือไม่ก็ได้ เช่น  $x + 3 = 9$ ,  $2 + 6 = 8$  โดยที่สมการใดจะมีค่าตอบก็ต่อเมื่อสมการนั้นมีตัวแปรอยู่ด้วย ถ้าสมการใดแทนค่าตัวแปรด้วยจำนวนจริงใด ๆ แล้วเป็นจริงสำหรับทุกค่าของตัวแปร ก็เรียกสมการนั้นว่าเอกลักษณ์ เช่น  $x + 1 = 1 + x$  แต่ถ้าสมการใดเป็นจริงเฉพาะบางค่าของตัวแปร ก็เรียกว่าสมการเงื่อนไข เช่น  $2x + 1 = 3$

การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เป็นตัวเลข บางทีเราก็ก้าววิธีเลขคณิตไม่ออก หรือไม่สามารภมองหาหนทางที่จะแก้ได้ บางครั้งแก้ปัญหาก็ได้แต่ก็ต้องใช้เวลาานมาก แต่ถ้าใช้พีชคณิตช่วย โดยเฉพาะวิธีการสร้างสมการและการแก้สมการแล้ว อาจทำให้ง่ายและรวดเร็วขึ้น นอกจากนี้ ปกรณ์ หลาหาญ (2520 : บทนำ) ยังได้กล่าวว่า "สมการคือหนทางไปสู่จุดหมายปลายทางของวิชาพีชคณิต (Algebra) เพราะถ้านักเรียนสามารถทำโจทย์สมการได้ถูกต้อง ก็แสดงว่าเข้าใจพีชคณิตเป็นอย่างดีแล้ว เพราะสมการได้รวมเอาเทคนิคและวิธีการเรื่องอื่น ๆ ในวิชาพีชคณิตมารวมไว้เกือบทั้งหมด ไม่ว่าจะเป็นตอนเข้าสมการหรือตอนถอดสมการ"

## 2. การแปลงประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์

มอร์แกน และ โปเจ (Morgan and Paige, 1958 : 138) ได้จัด

ลำดับขั้นตอนในการแปลงจากประโยคภาษาเป็นสมการไว้ดังนี้คือ

1. อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดรอบคอบและพิจารณาว่าสิ่งใดที่ต้องค้นหา
2. แทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าด้วยตัวแปร ซึ่งแบ่งเป็น 2 กรณีคือ กรณีที่

จำนวนที่ไม่ทราบค่ามีเพียงจำนวนเดียวให้ใช้ตัวแปรตัวหนึ่งแทน แต่ถ้ามีจำนวนที่ไม่ทราบค่าหลายจำนวน ให้ใช้ตัวแปรตัวหนึ่งแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าจำนวนหนึ่ง แล้วเขียนจำนวนที่ไม่ทราบค่าอื่น ๆ ในรูปของตัวแปรนี้

3. อ่านโจทย์ปัญหาซ้ำอีกครั้ง เพื่อที่จะได้พบเงื่อนไขที่ทำให้นิพจน์ 2 นิพจน์เท่ากัน แล้ว เชื่อมนิพจน์ทั้งสองด้วย เครื่องหมาย " = "

การแก้โจทย์ปัญหาโจทย์สมการนั้น การแปลงประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์เป็นขั้นตอนที่มีความสำคัญมาก ดังที่ มุลเลอร์ (Muller, 1972 : 99) ได้กล่าวว่า "การใช้สมการช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาโจทย์สมการ ประกอบด้วยกระบวนการสำคัญ 2 ประการ คือ การแปลงโจทย์คณิตศาสตร์ให้อยู่ในรูปประโยคทางพีชคณิตหรือสมการ และการแก้สมการโดยใช้วิธีการทางพีชคณิต" ซึ่งสอดคล้องกับ ปกรณ์ พลาทอายุ (2520 : 58) ที่ได้กล่าวว่า

การแก้โจทย์สมการประกอบด้วยขั้นตอนที่สำคัญ 2 ขั้น คือ การเข้าสมการและการถอดสมการหรือการแก้สมการ การที่จะเข้าสมการได้จะต้องสามารถเปลี่ยนภาษาพูดเป็นภาษาพีชคณิต ซึ่งภาษาพีชคณิตเป็นภาษาที่ประกอบด้วยตัวแปรและเครื่องหมาย ดังนั้นตอนเข้าสมการควรอ่านโจทย์ด้วยความรอบคอบ ว่าโจทย์ถามหาอะไร และกำหนดอะไรให้ จากนั้นสมมุติตัวแปรแทนจำนวนที่โจทย์ถามหา ถ้าโจทย์มีหลายตอนให้แบ่งเป็นตอน ๆ แล้วพิจารณาว่าแต่ละตอนเกี่ยวข้องกับอย่างไร และสัมพันธ์กับตัวแปรอย่างไร พยายามทำให้ทุกจำนวนที่โจทย์ถามหาเป็นตัวแปรมากที่สุด แล้วพยายามหาความสัมพันธ์ของเทอมประกอบต่าง ๆ สำหรับตอนถอดสมการให้ใช้คุณสมบัติของการเท่ากัน ถ้าตัวแปรมีเลขชี้กำลังมากกว่าหนึ่งให้ใช้หลักการแยกตัวประกอบ จากนั้นตรวจคำตอบโดยแทนค่าตัวแปรลงในจำนวนที่ไม่ทราบค่า เพื่อพิจารณาว่าคำตอบที่ได้สอดคล้องกับที่โจทย์ถามหาหรือไม่

อันที่จริงแล้ว สมการพีชคณิตสามารถใช้หาค่าตอบของสมการที่เกี่ยวข้องกับงานหลายชนิด ทั้งทางด้านวิทยาศาสตร์ เช่น วงจรไฟฟ้า กฎการเคลื่อนที่ ความดันของก๊าซ ความเร็วของอิเล็กตรอน ระบบดาวเทียม กฎการหาสมดุลย์ของแรง นอกจากนี้ยังมีด้านอุตสาหกรรมและสิ่งต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องภายในบ้าน แต่ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกล่าวถึงเฉพาะโจทย์สมการที่ต้องเผชิญอยู่ในชีวิตประจำวันได้แก่ ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนเลข ปัญหาเกี่ยวกับโจทย์เรขาคณิต ปัญหาเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ ปัญหาเกี่ยวกับแรงงาน ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและสัดส่วน ปัญหาเกี่ยวกับอายุ ปัญหาเกี่ยวกับเหรียญและธนบัตร ปัญหาเกี่ยวกับเปอร์เซ็นต์และการซื้อขาย และปัญหาอื่น ๆ เช่น ของผสม การลงทุน นาฬิกา ฯลฯ



ดังที่ได้กล่าวมาแล้วว่า การแปลงประโยคภาษา เป็นประโยคสัญลักษณ์ เป็น  
ขั้นตอนที่สำคัญ ดังนั้นผู้วิจัยจึงขอ เสนอรูปแบบการแปลง โจทย์บางประเภทของสิ่ง เชปดังนี้ คือ

ตารางที่ 1 แสดงปัญหาเกี่ยวกับจำนวน เมื่อ  $x$  แทนจำนวนเต็มใด ๆ

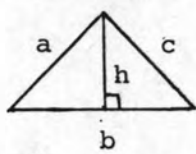
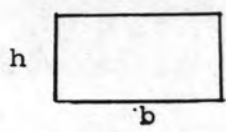
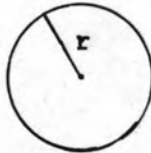
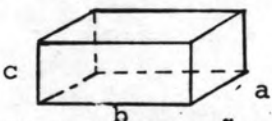
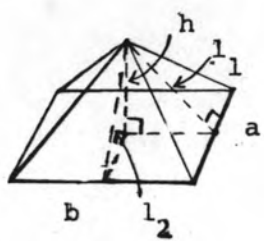
ข้อความ	สัญลักษณ์
จำนวนเต็มสามจำนวน เรียงกัน	$x, x + 1, x + 2$ หรือ $x - 1, x, x + 1$
จำนวนเต็มคู่สามจำนวน เรียงกัน	$x, x + 2, x + 4$ หรือ $x - 2, x, x + 2$
จำนวนเต็มคี่สามจำนวน เรียงกัน	$x, x + 2, x + 4$ หรือ $x - 2, x, x + 2$
ผลบวกของจำนวนเต็มสามจำนวน เรียงกัน	$3x + 3$ หรือ $3x$
ผลบวกของจำนวนเต็มคี่สามจำนวน เรียงกัน	$3x + 6$ หรือ $3x$
กระจายเลขสามหลักโดยที่เลขโดด หลักสิบมากกว่าหลักหน่วยอยู่ 2	$10(x + 2) + x$
กระจายเลขสามหลักซึ่งเป็นจำนวน เต็มคู่สามจำนวนเรียงกัน โดยที่ เลขโดดประจำหลักร้อยมีค่าน้อย ที่สุด	$100(x) + 10(x + 2) + (x + 4)$

ตารางที่ 2 แสดงปัญหาเกี่ยวกับอายุ สมมุติให้ปัจจุบันแดงมีอายุ  $x$  ปี

ข้อความ	สัญลักษณ์
อีก 4 ปีข้างหน้า แดงมีอายุ	$x + 4$ ปี
เมื่อ 5 ปีที่แล้ว แดงมีอายุ	$x - 5$ ปี
พ่อมีอายุเป็น 2 เท่าของอายุของแดง ดังนั้นพ่อมีอายุ	$2x$ ปี
ลุงมีอายุแก่กว่าพ่อของแดง 6 ปี ดังนั้นลุงมีอายุ	$2x + 6$ ปี
แม่มีอายุอ่อนกว่าพ่อของแดง 3 ปี ดังนั้นแม่มีอายุ	$2x - 3$ ปี
น้องมีอายุเป็น $\frac{2}{5}$ ใน 5 ของอายุแม่ของแดง ดังนั้นน้องมีอายุ	$\frac{2}{5}(2x - 3)$ ปี

เรขาคณิต เป็นวิชาที่ว่าด้วย เรื่องของรูปร่างต่าง ๆ ดังนั้นโจทย์ที่เกี่ยวกับเรขาคณิตจึงเป็นโจทย์ที่เกี่ยวข้องกับความยาว พื้นที่ หรือปริมาตรของรูปทรงอย่างใดอย่างหนึ่ง บางทีอาจจะต้องเกี่ยวข้องกับมุม ถ้าเป็นมุมในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ก็ภาคพิงไปถึงตรีโกณมิติด้วย ดังนั้นการ เปลี่ยนโจทย์ เรขาคณิต เป็นประโยคสัญลักษณ์ ถ้าสามารถวาดรูป และใช้สูตรได้ถูกต้องก็จะช่วยแก้ปัญหาโจทย์ได้ ซึ่งผู้วิจัยขอยกตัวอย่างพอสังเขป ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 แสดงปัญหาเกี่ยวกับรูปเรขาคณิต

รูป เรขาคณิต	สูตร
<p>สามเหลี่ยม</p>  <p>เมื่อ a, b, c แทนความยาวของด้านทั้งสาม h แทนความสูงของสามเหลี่ยม</p>	<p>ความยาวของ เส้นรอบรูป = <math>a+b+c</math></p> <p>พื้นที่ = <math>\frac{1}{2}bh</math></p>
<p>สี่เหลี่ยมผืนผ้า</p>  <p>เมื่อ h และ b แทนความยาวของด้านกว้างและยาวตามลำดับ</p>	<p>ความยาวของ เส้นรอบรูป = <math>2b + 2h</math></p> <p>พื้นที่ = <math>hb</math></p>
<p>วงกลม</p>  <p>เมื่อ r แทนรัศมีของวงกลม</p> <p><math>\pi \approx \frac{22}{7}</math></p>	<p>ความยาวของ เส้นรอบวง = <math>2\pi r</math></p> <p>พื้นที่ = <math>\pi r^2</math></p>
<p>ปริซึมฐานสี่เหลี่ยมมุมฉาก</p>  <p>เมื่อ a, b, c แทนความกว้าง ยาว สูง ตามลำดับ</p>	<p>พื้นที่ผิวทั้งหมด = <math>2ab+2bc+2ac</math></p> <p>ปริมาตร = <math>abc</math></p>
<p>พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า</p> 	<p>พื้นที่ผิวทั้งหมด = <math>ab+2\left(\frac{1}{2} a l_1\right)+2\left(\frac{1}{2} b l_2\right)</math></p> <p>ปริมาตร = <math>\frac{1}{3} abh</math></p>

## ตารางที่ 3 (ต่อ)

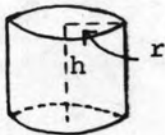
รูปเรขาคณิต	สูตร
-------------	------

เมื่อ  $a$  และ  $b$  แทนความยาวของด้านกว้างและด้านยาวของฐานตามลำดับ

$l_1$  และ  $l_2$  แทนความสูงเอียงของด้านกว้างและด้านยาวของฐานตามลำดับ

$h$  แทนความสูงตรงของพีระมิด

ทรงกระบอก



$$\text{พื้นที่ผิวทั้งหมด} = 2\pi r^2 + 2\pi rh$$

$$\text{ปริมาตร} = \pi r^2 h$$

เมื่อ  $h$  แทนความสูง

$r$  แทนรัศมีของหน้าตัด

$$\pi \approx \frac{22}{7}$$

ทรงกลม



$$\text{พื้นที่ผิวทั้งหมด} = 4\pi r^2$$

$$\text{ปริมาตร} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

เมื่อ  $r$  แทนรัศมีของทรงกลม

$$\pi \approx \frac{22}{7}$$

จากที่ได้กล่าวมาแล้วพอสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วยกระบวนการสำคัญ 2 ประการคือ กระบวนการสร้างสมการและกระบวนการแก้สมการ ซึ่งกระบวนการสร้างสมการ เป็นกระบวนการที่ยากและมีความสำคัญมาก เพราะ เป็นกระบวนการที่แปลงจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์หรือสมการ ดังนั้นผู้แก้ปัญหาคงต้องอ่านให้เข้าใจว่า โจทย์กำหนดอะไรให้ มีจำนวนที่ไม่ทราบค่ากี่จำนวน แล้วสมมุติตัวแปรแทนจำนวนที่ซับซ้อนน้อยที่สุด พยายามประยุกต์ความรู้เกี่ยวกับ กฎ นิยาม ทฤษฎี สูตร ที่ได้ศึกษาไปแล้ว เพื่อจัดรูปจำนวนที่ไม่ทราบค่าอื่น ๆ ซึ่งซับซ้อนกว่าในรูปของตัวแปรใด จากนั้นหาความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณที่โจทย์กำหนดให้กับจำนวนที่ไม่ทราบค่า เพื่อนำมา

เขียนในรูปสมการ สำหรับกระบวนการแก้สมการนั้นให้ใช้คุณสมบัติของการ เท่ากัน เข้าช่วย  
แต่ถ้าตัวแปรมี เลขชี้กำลังมากกว่าหนึ่งก็ใช้หลักการแยกตัวประกอบ เสริมอีก

### 3. คุณสมบัติที่ใช้ในการแก้สมการ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2528 : 236 - 240)  
ได้อธิบายไว้ว่า ในการแก้สมการจำเป็นต้องใช้คุณสมบัติของการ เท่ากันมาช่วยในการแก้สมการ  
ได้แก่ คุณสมบัติสมมาตร คุณสมบัติถ่ายทอด คุณสมบัติการบวกและการคูณ

3.1 คุณสมบัติสมมาตร ให้  $a$  และ  $b$  แทนจำนวนใด ๆ ถ้า  $a = b$   
แล้ว  $b = a$

3.2 คุณสมบัติการถ่ายทอด ให้  $a, b$  และ  $c$  แทนจำนวนใด ๆ ถ้า  
 $a = b$  และ  $b = c$  แล้ว  $a = c$

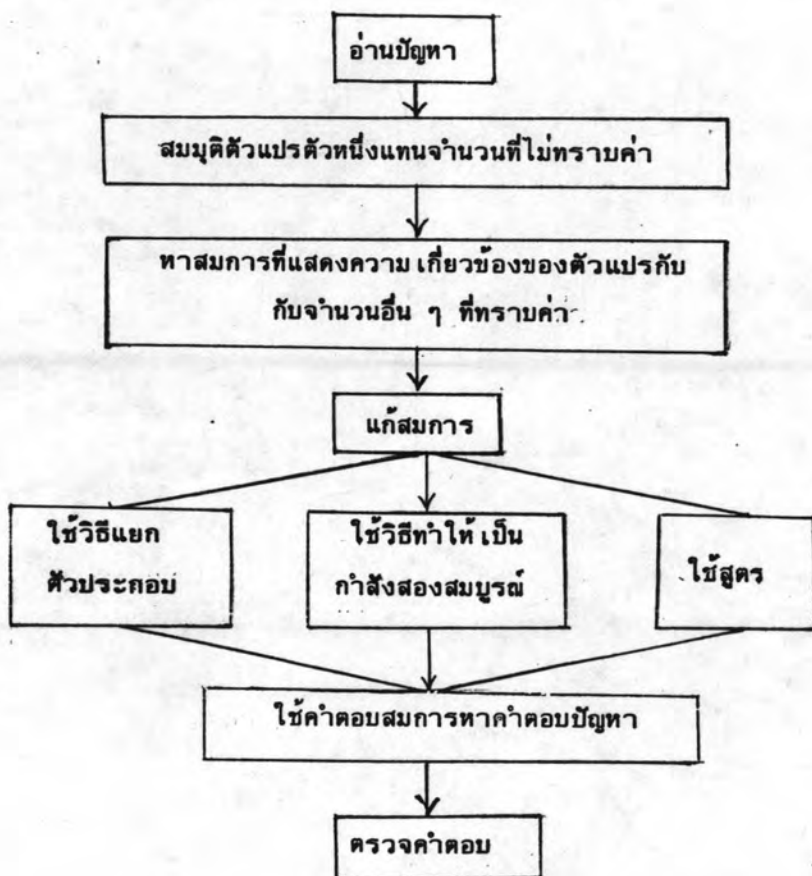
3.3 คุณสมบัติการบวก ให้  $a, b$  และ  $c$  แทนจำนวนใด ๆ ถ้า  
 $a = b$  แล้ว  $a + c = b + c$

3.4 คุณสมบัติการคูณ ให้  $a, b$  และ  $c$  แทนจำนวนใด ๆ ถ้า  
 $a = b$  แล้ว  $ac = bc$

สำหรับโจทย์สมการซึ่ง เมื่อแปลง เป็นประโยคสัญลักษณ์แล้วมี เลขชี้กำลังของตัวแปร  
เป็นหนึ่ง เช่น โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและสองตัวแปร ในการแก้สมการใช้เพียง  
คุณสมบัติของการ เท่ากันมาช่วยก็เพียงพอ แต่โจทย์สมการที่มี เลขชี้กำลังของตัวแปรมากกว่าหนึ่ง  
เช่น โจทย์สมการกำลังสองใช้เพียงคุณสมบัติของการ เท่ากันยังไม่พอดังต้องใช้หลักการแยก  
ตัวประกอบเข้าช่วยด้วย ซึ่งการแยกตัวประกอบมีหลายวิธี ได้แก่ การแยกตัวประกอบของ  
พหุนาม โดยเอาตัวร่วมออก การแยกตัวประกอบของพหุนามที่อยู่ในรูป  $x^2 + bx + c$   
 $ax^2 + bx + c$  หรือ  $a, b, c$  เป็นจำนวนใด ๆ โดยที่  $a \neq 0$  การแยกตัวประกอบ  
ของผลต่างกำลังสอง  $A^2 - B^2$  เมื่อ  $A$  และ  $B$  คือพจน์หน้าและพจน์หลังตามลำดับ  
การแยกตัวประกอบของพหุนามที่อยู่ในรูป  $ax^2 + bx + c$  โดยทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์  
การแยกตัวประกอบของผลต่างกำลังสามและผลบวกกำลังสาม เช่น  $A^3 - B^3$  หรือ  
 $A^3 + B^3$

#### 4. ขั้นตอนในการแก้โจทย์สมการ

สำหรับการวิจัยเรื่องนี้ ผู้วิจัยสนใจศึกษาเกี่ยวกับความสามารถในการแก้  
ปัญหาโจทย์สมการกำลังสอง เพราะ เป็นโจทย์คณิตศาสตร์เนื้อหาเดียวในรายวิชา ค 312  
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี  
(สสวท) (2524 : 29) ได้จัดลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาโจทย์สมการกำลังสองไว้ใน  
แผนภูมิที่ 2 ดังนี้



แผนภูมิที่ 2 แสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาโจทย์สมการกำลังสองของ สสวท

สุเทพ ทองอยู่ และ สุเทพ จันทรสมศักดิ์ (2533 : 473) ได้แบ่ง  
ขั้นตอนในการแก้ปัญหาโจทย์สมการกำลังสองออกเป็น 5 ขั้นตอนคือ

1. ระบุสิ่งที่ต้องการหาและแทนด้วยตัวแปร
2. เขียนรูปหรือแผนผังถ้าทำได้

3. สร้างสมการสำหรับตัวแปรจากสิ่งที่กำหนด (และรูป)
4. แก้มสมการ
5. นำคำตอบของสมการไปตอบปัญหา

เฮลตัน (Helton, 1958 : 202 - 203) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้  
โจทย์สมการไว้ 7 ขั้นตอน ดังนี้คือ

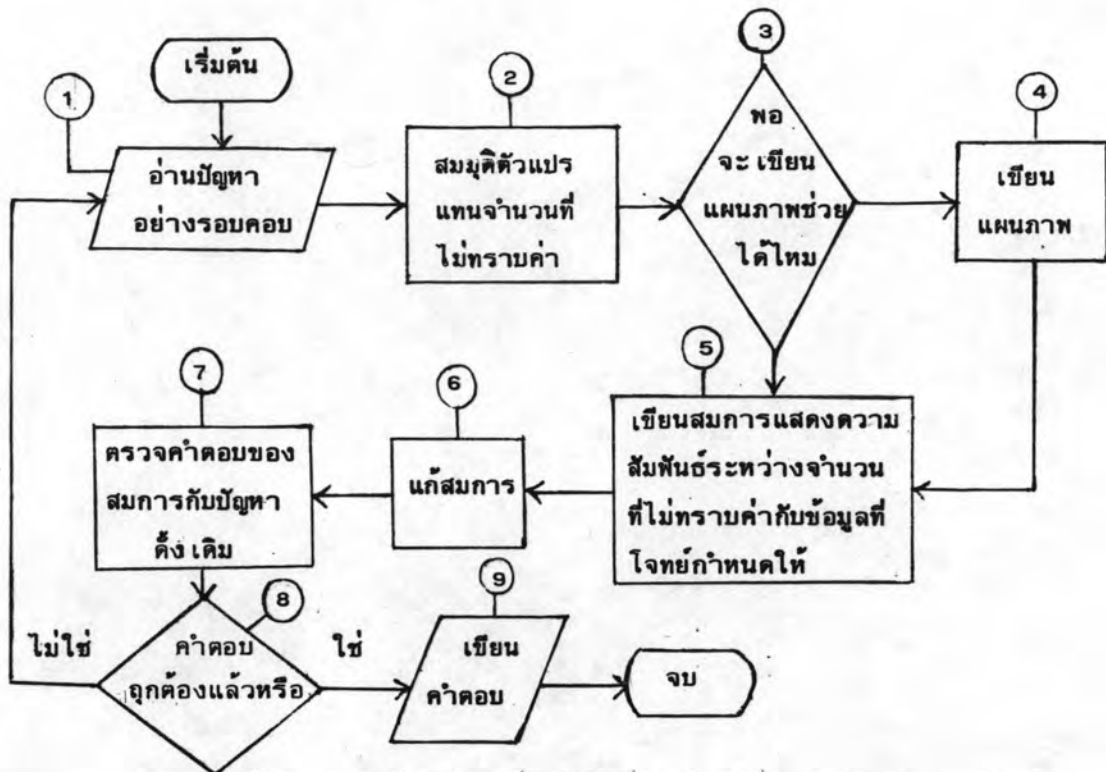
1. อ่านโจทย์ให้เข้าใจเพื่อหาว่าโจทย์ต้องการอะไร ต้องการให้หาค่า  
ตัวไม่ทราบค่าเพียงตัวเดียวหรือมากกว่านั้น
2. กำหนดสัญลักษณ์เป็นตัวแทนของตัวไม่ทราบค่า
3. หาความสัมพันธ์ของจำนวนต่าง ๆ ที่สอดคล้องกันในโจทย์
4. เขียนสมการ
5. แก้มสมการ
6. ให้ความหมายของคำตอบ เช่น บอกหน่วย, บอกคุณภาพ
7. ตรวจสอบคำตอบ

ดอลเซียนิ และคณะ (Dolciani and others, 1967 : 283 - 284)

ได้กล่าวถึงขั้นตอนในการแก้โจทย์สมการไว้ 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. พิจารณาว่าโจทย์ถามหาอะไรและมีข้อมูลใดบ้างที่โจทย์กำหนดให้  
ซึ่งเกี่ยวข้องกับปริมาณที่โจทย์ถามหา
2. สมมุติตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า
3. สามารถเขียนภาพเพื่อช่วยให้ เข้าใจปัญหาได้ชัดเจนขึ้นหรือไม่
4. เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ถามหา กับข้อมูลที่  
โจทย์กำหนดให้
5. แก้มสมการ
6. ตรวจสอบคำตอบว่าสอดคล้องกับปัญหาตั้งเดิมหรือไม่

ดอลเซียนิ และคณะ ได้แสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาโจทย์สมการ  
ไว้ในแผนภูมิที่ 3 ดังนี้



แผนภูมิที่ 3 แสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาโจทย์สมการของคอลเซียนี้ และคณะ

โมเชอร์ (Mosher, 1974 อ้างถึงใน เจริญ แก้วประคิษฐ์, 2533 :

21) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. อ่านโจทย์ให้ละเอียดรอบคอบ ถ้าเป็นไปได้ควรวาดรูปประกอบ
2. ทำความเข้าใจว่าโจทย์ให้ทำอะไร
3. สมมุติตัวแปรแทนจำนวนที่โจทย์ต้องการให้หา
4. เขียนปริมาณอื่น ๆ ในรูปของตัวแปรจากขั้นที่ 3
5. หาความสัมพันธ์ที่เท่ากันของปริมาณ 2 ปริมาณ
6. นำปริมาณ 2 ปริมาณนั้นมาเขียนให้อยู่ในรูปของสมการ
7. แก้สมการ
8. ตรวจคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดหรือไม่

แมซซิง และ แซนเดอร์ส (Massing and Sanders, 1977 : 149)

ได้แบ่งขั้นตอนในการแก้ปัญหาโจทย์สมการไว้ 4 ขั้นตอนคือ

1. ขั้นอ่านปัญหาอย่างรอบคอบ เพื่อที่จะค้นพบสิ่งที่โจทย์ต้องการหา
2. ขั้นเลือกตัวแปรแทนจำนวนที่โจทย์ต้องการค้นพบ



3. ขั้นสร้างสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ถามหา กับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

4. ขั้นแก้สมการ

5. ขั้นตรวจคำตอบ

เมื่อพิจารณาถึงขั้นตอนในการแก้ปัญหาโจทย์สมการดังที่ได้กล่าวมาแล้วจึงพอสรุปได้ว่า ขั้นตอนในการแก้ปัญหาโจทย์สมการประกอบไปด้วย 4 ขั้นตอนต่อไปนี้คือ

1. ขั้นทำความเข้าใจโจทย์ ให้นักเรียนอ่านโจทย์ให้ละเอียดรอบคอบ แล้วตีความหมายของคำทั้งหมดในปัญหา จากนั้นพิจารณาว่าโจทย์ถามหาอะไรและกำหนดข้อมูลใดให้ ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอที่จะใช้แก้ปัญหาหรือไม่ หรือมีข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหบ้าง พอนำข้อมูลที่กำหนดให้มา เขียนรูปภาพประกอบได้หรือไม่

2. สมมุติตัวแปรแทนจำนวนที่โจทย์ถามหาและเขียนแทนจำนวนอื่นที่ไม่ทราบค่าในรูปของตัวแปรนั้น

3. เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ถามหา กับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

4. แก้สมการเพื่อหาคำตอบ ตลอดจนตรวจสอบวิธีการและคำตอบที่ได้ เพื่อให้ได้คำตอบตามที่โจทย์ต้องการ

ผู้วิจัยขอเสนอตัวอย่างในการสอนแก้ปัญหาโจทย์สมการ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังตารางที่ 4

ตัวอย่างโจทย์ปัญหา ลุงแดงต้องการปลูกต้นมะพร้าวรอบคอกวี่รูป  หินห้า ซึ่งมีความยาวโดยรอบ 60 เมตร และมีพื้นที่ 216 ตารางเมตร โดยให้ต้นมะพร้าวที่ปลูกรอบคอกวี่แต่ละต้นห่างเท่า ๆ กัน และมีระยะห่างมากที่สุด จงหาว่าลุงแดงควรปลูกต้นมะพร้าวให้ห่างกันต้นละกี่ เมตร

ตารางที่ 4 แสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาโจทย์สมการ

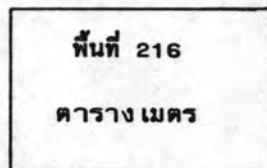
1. ขั้นทำความเข้าใจ  
โจทย์อย่างละเอียด  
รอบคอบและพิจารณา  
ว่าโจทย์กำหนดข้อมูล  
ใดให้และถามหาอะไร  
ข้อมูลจากโจทย์เพียงพอ  
ที่จะวาดรูปประกอบได้  
หรือไม่

2. ขั้นใช้ตัวแปรแทน  
จำนวนที่ไม่ทราบค่า

3. ขั้นสร้างสมการ  
แสดงความสัมพันธ์  
ตามที่โจทย์กำหนดให้

1. โจทย์กำหนดความยาวรอบคอกว้าง = 60 เมตร  
พื้นที่คอกว้าง = 216 เมตร  
ให้ระยะห่างระหว่างคันมะพร้าว เท่ากันและมีระยะ  
ห่างมากที่สุด  
โจทย์ถามหาระยะห่างที่มากที่สุดระหว่าง  
คันมะพร้าว  
ข้อมูลจากโจทย์นำมาวาดรูปได้ดังนี้

กว้าง



$$\text{ยาว} = \frac{60 - 2(\text{กว้าง})}{2}$$

2. โจทย์ถามหาระยะห่างที่มากที่สุดระหว่าง  
คันมะพร้าว ซึ่งหาได้จาก ท.ร.ม.  
ของด้านกว้างและด้านยาว  
จึงสมมติให้ คอกว้างกว้าง  $m$  เมตร  
แต่  $2(\text{กว้าง}) + 2(\text{ยาว}) = \text{ความยาวรอบคอกว้าง}$

$$\begin{aligned} \text{ความยาวของคอกว้าง} &= \frac{\text{ความยาวรอบคอกว้าง} - 2(\text{กว้าง})}{2} \\ &= \frac{60 - 2m}{2} \end{aligned}$$

3. สูตรหาพื้นที่  $\square$  พื้นผิว = กว้าง  $\times$  ยาว

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ของคอกว้าง} &= m \left( \frac{60 - 2m}{2} \right) \\ 216 &= m \left( \frac{60 - 2m}{2} \right) \end{aligned}$$

## ตารางที่ 4 (ต่อ)

<p>4. ชั้นแก้สมการ เพื่อหาคำตอบที่ถูกต้องจากโจทย์พร้อมกับตรวจสอบคำตอบที่ได้</p>	<p>4. จากสมการ <math>216 = m\left(\frac{60-2m}{2}\right)</math></p> $216 = m(30-m)$ $216 = 30m - m^2$ $m^2 - 30m + 216 = 0$ $(m-12)(m-18) = 0$ $m = 12 \text{ หรือ } 18$ <p>เมื่อให้ด้านกว้าง = 12 เมตร</p> $\text{ด้านยาว} = \frac{60-2(12)}{2} \text{ เมตร}$ $= \frac{60-24}{2} \text{ เมตร}$ <p>ดังนั้นด้านยาว = 18 เมตร</p> <p>ตรวจสอบความยาวรอบคอกว้าง</p> $= 2(12) + 2(18) \text{ เมตร}$ $= 60 \text{ เมตร}$ <p>เนื่องจากระยะห่างมากที่สุดระหว่างต้นไม้พรวัวแต่ละต้นคือ ท.ร.ม. ของด้านกว้างและด้านยาว</p> <p>ท.ร.ม. ของ 12 และ 18 หาได้ดังนี้</p> $12 = \underline{2 \times 2 \times 3}$ $18 = \underline{2 \times 3 \times 3}$ <p>∴ ท.ร.ม. ของ 12 และ 18 = 6</p> <p>นั่นคือ ระยะห่างมากที่สุดระหว่างต้นไม้พรวัวแต่ละต้น คือ 6 เมตร</p>
---	---

## ความเชื่อในอัตถิยิต-ปรลยิต

### 1. ความหมายของความเชื่อในอัตถิยิต

เมื่อกล่าวถึงบุคคลที่มีความเชื่อในอัตถิยิตหรือปรลยิตก็ทำให้นึกถึงบุคคลที่มีความเชื่อมั่นในความสามารถของตนเอง กับบุคคลที่ไม่เชื่อมั่นในความสามารถของตนเอง และเป็นที่ทราบกันดีแล้วว่า บุคคลแต่ละคนย่อมมีความแตกต่างกันแม้กระทั่งฝาแฝดกันก็ยังมีพฤติกรรมแตกต่างกัน ด้วยเหตุนี้ความเชื่อในอัตถิยิต-ปรลยิตของบุคคลแต่ละคนย่อมแตกต่างกัน ซึ่งขึ้นอยู่กับประสบการณ์ที่บุคคลได้รับ บุคคลที่ได้รับความสำเร็จอย่างสูงในชีวิตย่อมมีความเชื่อในอัตถิยิตสูง ตรงกันข้ามกับบุคคลที่ไม่ค่อยประสบความสำเร็จในชีวิตย่อมมีความเชื่อในปรลยิตสูง ดังนั้นบุคคลที่มีความเชื่อในอัตถิยิตและปรลยิตย่อมมีพฤติกรรมในหลาย ๆ ด้านแตกต่างกัน และประเด็นนี้เอง เป็นมูลเหตุให้นักจิตวิทยาหลายท่านหันมาให้ความสนใจกับความเชื่อในอัตถิยิต-ปรลยิต และได้ให้ความหมายของความเชื่อในอัตถิยิต-ปรลยิตไว้ดังนี้

ทัศนาก ทองักดี (2528 : 11) ได้สรุปความหมายของความเชื่อในอัตถิยิต-ปรลยิต ไว้ว่า

ความเชื่ออำนาจในคน (ความเชื่อในอัตถิยิต) หมายถึง ความคิด ความเชื่อ ทัศนคติ ค่านิยม หรือการรับรู้ว่ามีผลของการกระทำหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นกับคนนั้น เกิดจากการกระทำหรือความสามารถของตนเอง เป็นสิ่งที่คนสามารถควบคุมได้ ซึ่งตรงกันข้ามกับความเชื่ออำนาจนอกคน (ความเชื่อในปรลยิต) หมายถึง ความคิด ความเชื่อ ทัศนคติ ค่านิยมหรือการรับรู้ว่ามีผลของการกระทำหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นกับคนนั้นเกิดจาก โชค เคราะห์ ความบังเอิญ หรือสิ่งอื่น ๆ ที่คนไม่สามารถควบคุมได้

ร็อตเตอร์ (Rotter, 1966 : 1, quoted in Rotter, 1982 : 266) ซึ่งเป็นผู้ให้กำเนิดแนวความคิดเกี่ยวกับความเชื่อในอัตถิยิต-ปรลยิต ได้ให้ความคิดเห็นว่า

ความเชื่อในอัตถิยิตเป็นการรับรู้ของบุคคลที่ว่า เหตุการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในชีวิตของคน เป็นผลเนื่องมาจากพฤติกรรมหรือลักษณะประจำตัวของตนเอง ส่วนความเชื่อในปรลยิตเป็นการรับรู้ของบุคคลที่ว่า การเสริมแรงที่ตนได้รับนั้นไม่ได้เป็นผลเนื่องมาจากการกระทำของตนเองทั้งหมด แต่เป็นผลที่เกิดจากโชค โอกาส เคราะห์กรรม การควบคุมของบุคคลอื่นที่มีอิทธิพลหรือ เป็นผลที่ไม่อาจคาดหมายล่วงหน้าได้ เนื่องจากความซับซ้อนอย่างมากของแรงผลักดันรวม ๆ ตัว

เลฟคอร์ท (Lefcourt, 1966 : 206-207) ได้กล่าวว่า

ความเชื่อในอัตถิคติหมายถึงการรับรู้ของบุคคลที่ว่า เหตุการณ์ต่าง ๆ ทั้งที่เป็น เหตุการณ์ทางบวกและทางลบ เป็นผลที่เกิดขึ้น เนื่องจากการกระทำของตนเอง ดังนั้นคนจึงสามารถที่จะควบคุม เหตุการณ์นั้นได้ ส่วนความเชื่อในประสิทธิทธิ หมายถึง การรับรู้ของบุคคลที่ว่า เหตุการณ์ทางบวกและ เหตุการณ์ทางลบไม่มีความสัมพันธ์กับ พฤติกรรมของคนในสภาพการณ์ต่าง ๆ ดังนั้น เหตุการณ์ดังกล่าวจึงอยู่นอกเหนือ การควบคุมของคน

เมื่อพิจารณาถึงความหมายของความเชื่อในอัตถิคติ-ประสิทธิทธิ จากทฤษฎีนี้ ดังกล่าวพอจะสรุปได้ว่า ความเชื่อในอัตถิคติ เป็นลักษณะของบุคคลที่รับรู้และมีความ เชื่อว่า ผลของการ เสริมแรงที่ตนได้รับจากการแสดงพฤติกรรมของคนนั้น เป็นผล เนื่องมาจากทักษะหรือ การกระทำของตนเอง จึงสามารถควบคุมผลของการ เสริมแรงนั้นได้ ส่วนความ เชื่อใน ประสิทธิทธิ เป็นลักษณะของบุคคลที่รับรู้และมีความ เชื่อว่า ผลของการ เสริมแรงที่ได้รับจากการ แสดงพฤติกรรมของคนนั้นไม่ได้เป็นผลจากการกระทำของคนทั้งหมด แต่เป็นผลที่เกิดจากอิทธิพล หรืออำนาจภายนอกที่ตนเองไม่สามารถควบคุมหรือกำหนดได้ อันได้แก่ โชค เคราะห์ ความบังเอิญ อำนาจเหนือธรรมชาติ หรืออำนาจการควบคุมของบุคคลอื่น

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้นจะ เห็นว่า ความเชื่อในอัตถิคติ-ประสิทธิทธิมีความ เกี่ยวข้อง กับการ เสริมแรง ผู้วิจัยจึงขอกล่าวถึงความหมายของการ เสริมแรงเพิ่ม เดิมดังนี้

สมโภชน์ เอี่ยมสุภาษิต (2526 : 30) ได้กล่าวว่า

การ เสริมแรงหมายถึงการทำให้พฤติกรรมใดพฤติกรรมหนึ่งของอินทรีย์ เพิ่มขึ้น อันเป็นผล เนื่องมาจากการที่ได้รับผลกระทบ (Consequence) ที่พึงพอใจ หลังจาก การแสดงพฤติกรรมนั้นหรือ เป็นผล เนื่องมาจากความสำเร็จในการหลีกเลี่ยงหรือการหนีจาก สิ่งเร้าที่อินทรีย์ไม่พึงพอใจ (Aversive Stimulus) ซึ่งสิ่งเร้าที่นำมาวาง เจือปนแล้วมีผลทำให้พฤติกรรม เพิ่มขึ้น เรียกว่าตัว เสริมแรง (Reinforcer) โดยสิ่งเร้าที่พึงพอใจ เรียกว่าตัว เสริมแรงทางบวก (Positive Reinforcer) ส่วนสิ่ง เร้าที่ไม่พึงพอใจ เรียกว่าตัว เสริมแรงทางลบ (Negative Reinforcer)

สกินเนอร์ (Skinner, 1938 อ้างถึงใน สมคิด สฤลสถาปคย์, 2525 : 23) ได้กล่าวว่า "การเสริมแรง (Reinforcement) หมายถึง การใช้บางสิ่งบางอย่างเพื่อ เป็นเหตุให้การตอบสนองปรากฏเพิ่มขึ้นและเกิดความพอใจควบคู่ไปด้วย"

จากความหมายของการ เสริมแรงดังกล่าวข้างต้นพอสรุปได้ว่า การ เสริมแรง หมายถึง การทำให้พฤติกรรมที่พึงปรารถนาของสิ่งมีชีวิตเพิ่มขึ้น เนื่องจากได้รับสิ่งที่พึงพอใจ หรือไม่ได้รับสิ่งที่ไม่พึงพอใจหลังจากแสดงพฤติกรรมนั้น

## 2. แนวความคิด เกี่ยวกับความ เชื่อในอัครลัทธิ-ปรัลลัทธิ

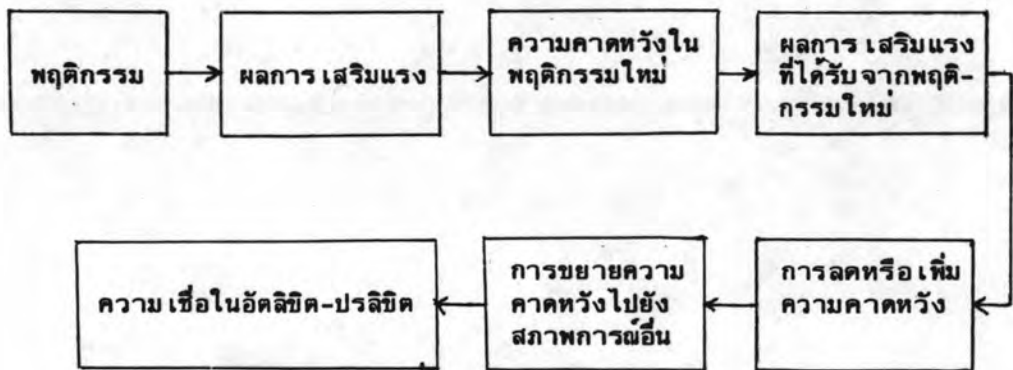
เมื่อกล่าวถึงการ เสริมแรงไม่ว่าจะเป็นการให้รางวัล การ เป็นที่ยอมรับของบุคคลอื่น การให้หรือรับความช่วยเหลือ การทราบผลงาน ความสนใจ ตลอดจนการสนับสนุนและการ เห็นพ้องด้วย ล้วนแต่เป็นสิ่งที่พึงปรารถนาของทุกคน ดังนั้น เมื่อบุคคลแสดงพฤติกรรมใดแล้วย่อมปรารถนาที่จะได้รับการ เสริมแรงด้วยกันทั้งสิ้น ซึ่งบางคนก็สมควรปรารถนาแต่บางคนก็ไม่สมควรปรารถนา และการที่บุคคลได้รับการ เสริมแรงแตกต่างกันนี้เองทำให้บุคคลนั้นมีบุคลิกภาพด้านความ เชื่อแตกต่างกันไป ซึ่ง ร็อดเตอร์ (Rotter, 1966 : 1-28, quoted in Rotter, 1982 : 171-173) ได้อธิบายลักษณะความแตกต่างของบุคคลนี้โดยอาศัยทฤษฎีการ เรียนรู้ทางสังคม (Social Learning Theory) ที่ร็อดเตอร์ตั้งขึ้น ซึ่งพอสรุปได้ดังนี้คือ ผลตอบแทนอันหนึ่งที่ได้มาจากพฤติกรรมของบุคคล ย่อมก่อให้เกิดความคาดหวังที่จะได้รับผลตอบแทน เช่นเดียวกันในพฤติกรรมใหม่ซ้ำอีกในสภาพที่คล้ายกับสภาพการณ์เดิม ถ้า เป็นตามที่บุคคลคาดหวัง ความคาดหวังของบุคคลนั้นเพิ่มขึ้น ถ้าผิดหวังความคาดหวังของบุคคลนั้นจะลดลง การลดหรือ เพิ่มความคาดหวังจะก่อตัวขึ้นจากพฤติกรรมอันใดอันหนึ่งก่อนแล้วจึงขยายครอบคลุมพฤติกรรมหรือเหตุการณ์อื่น ๆ ที่คล้ายคลึงหรือเกี่ยวข้องกับสภาพการณ์เดิม กลายเป็นบุคลิกภาพสำคัญในตัวบุคคล ถ้าประสบการณ์ที่ผ่านมาได้รับการ เสริมแรงบ่อยครั้ง เมื่อแสดงพฤติกรรม เช่นนั้นจะทำให้บุคคลนั้น เชื่อว่าเป็นผลมาจากการกระทำหรือความสามารถของตน บุคคลประเภทนี้จัดว่ามีความ เชื่อในอัครลัทธิ แต่บุคคลใดแสดงพฤติกรรมไปแล้วไม่ค่อยได้รับการ เสริมแรงจะทำให้บุคคลนั้นรับรู้ ว่า สิ่งที่ได้รับนั้นไม่ใช่ผลจากการกระทำของตนแต่เป็น เพราะโชค ความบังเอิญ หรือสิ่งแวดล้อมบันดาลให้เป็นไป โดยที่ตนเองไม่สามารถควบคุมหรือคาดคะเนได้ซึ่งบุคคลประเภทนี้จัดว่ามีความ เชื่อในปรัลลัทธิ

แมคกี และ แครนดอลล์ (Mc Ghee and Crandall, 1968 : 91-92)

ได้เสนอแนวความคิด เกี่ยวกับความ เชื่อในอัครลัทธิ-ปรัลลัทธิ ซึ่งพอสรุปได้ว่า ผลของการ เสริมแรงพฤติกรรมที่ผ่านมาในอดีตทำให้บุคคลมีบุคลิกภาพที่ต่างกัน ดังนี้คือ ผู้ที่เชื่อว่าผลของการ เสริมแรงที่ตนได้รับนั้น เกิดจากการกระทำของตนเอง จัดว่ามีความ เชื่อในอัครลัทธิ

ส่วนผู้ที่มีความเชื่อในปรัลลิตจะ เป็นผู้ที่เชื่อว่าผลของการ เสริมแรงที่คนได้รับนั้น เกิดจากสิ่งที่อยู่ภายนอกตัว ภายใต้การบังคับของสิ่งอื่นที่คนไม่สามารถควบคุมได้ อันได้แก่ โชคเคราะห์ ความบังเอิญ อำนาจเหนือธรรมชาติ ลักษณะงานหรือสถานการณ์ ความซับซ้อนทางสังคม และขบวนการทางการเมือง ตลอดจนผู้มีอำนาจเหนือกว่า

เมื่อพิจารณาแนวความคิดเกี่ยวกับความเชื่อในอัตลิต-ปรัลลิตดังกล่าวข้างต้น แล้วพอจะสรุปได้ว่า ผลของการเสริมแรงพฤติกรรมที่ผ่านมาในอดีตทำให้บุคคลมีบุคลิกภาพด้านความเชื่อแตกต่างกัน บุคคลที่ได้รับการเสริมแรงอย่างสม่ำเสมอและเหมาะสมกับพฤติกรรมของคนจะมีความเชื่อว่าการเสริมแรงที่คนได้รับเกิดจากความสามารถของตน จึงมีความคิดว่าสามารถควบคุมผลของการเสริมแรงนั้นได้ ซึ่งบุคคลเหล่านี้จัดว่ามีความเชื่อในอัตลิต ส่วนบุคคลที่ไม่ค่อยได้รับการเสริมแรงหรือได้รับอย่างไม่เหมาะสมกับพฤติกรรมของคนจะทำให้บุคคลนั้น เชื่อว่าการเสริมแรงที่ได้รับนั้นไม่ได้เกิดจากความสามารถของตน แต่เกิดจากอำนาจภายนอกตัว จึงไม่มีความสามารถในการควบคุมผลการเสริมแรงได้ ซึ่งบุคคลประเภทนี้จัดว่ามีความเชื่อในปรัลลิต ดังได้เสนอเป็นแผนภูมิที่ 4 ดังนี้



แผนภูมิที่ 4 แสดงลำดับขั้นในการเกิดความเชื่อในอัตลิต-ปรัลลิต

### 3. ลักษณะและพฤติกรรมของบุคคลที่มีความเชื่อในอัตลัษิต-ปรัลลลษิต

กรรฎา กลขยััน (2517 : 87) ได้พบว่ำ ความเชืออำนางในคนเองมี ความลัษนัธทางบวกับความมีวินัยแห่งคนอย่งมีนัยสำคัฎทางสถิตลัษิตที่ระดัับ 0.01 และ สุววรรณ ภควัคชัย (2526 : 86) ได้พบว่ำ นัคเรียนชั้นมัธยมศึกษามีที่ 5 ที่มีความเชือในอัตลัษิตมี พฤติกรรมการเลียงในระดัับกลางมากกว่านัคเรียนที่มีความเชือในปรัลลษิต

ร็อดเตอร์ (Rotter, 1966 : 25 อั้งถึงใน พจนั จันทรวิระกุล, 2515 : 15) ได้สรุปลัษณะพฤติกรรมที่สำคัฎของบุคคลที่มีความเชือในอัตลัษิต จากผลการ วิจัยของ ร็อดเตอร์ และบุคคลอื่น ๆ ไว้ดังนี

1. มีความกระตือรือร้นต่อความเป็นไปของลัษนัธแวดล้อม อันจะนำมำซึ่ง ประโยชนัสำหรับพฤติกรรมในอนาคคของคน
2. พยายามปรับปรุ้งสภาพของลัษนัธแวดล้อมไปตามลำดัับขึ้น
3. ให้คุดค้ำของทักษะหรือผลลัษนัธจากความพยายาม เป็นสำคัฎ และค้ำนัง ถึงความสามารถของคนอยู่เสมอ โดยเฉพาเมื่อประสบความลัษนัธเหลว
4. ยากที่จะชักชวนให้เชือตามโดยไม่มีเหตุผล

แม็คกี และ แครนคอลลั (Mc Ghee and Crandall, 1968 : 92-93) ได้เสนอแนวความคิดเกี่ยวกับลัษณะและพฤติกรรมของบุคคลที่มีความเชือในอัตลัษิต-ปรัลลษิต ซึ่งพอสรุปลัษนัธได้ดังนีคือ เด็กที่เชือว่ำการที่คนจะประสบความสำเร็จและความลัษนัธเหลว ในการศึกษำขึ้นอยู่กับพฤติกรรมของคนเอง จะมีแรงจูงใจที่จะพยายามเพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมาย ที่คนตั้งไว้ และมีความคั้งใจจริงที่จะท้งานเมื่ออยู่ในสถานการณัที่ต้องใช้สติปัญญาของคนเอง ในทางตรงกันขำม เด็กที่มีความเชือในปรัลลษิตจะรู้สึกว่ำการที่จะได้รับรางวัลหรือการลงโทษนั้น เกิดขึ้นไม่แน่นอน ขึ้นอยู่กับบุคคลอื่นหรือเหตุการณั จึงมีเหตุผลน้อยมำกที่จะต้องให้ความ-เพียรพยายามเพิ่มขึ้นให้ได้รับรางวัลหรือหลีกเลี่ยงการลงโทษ ซึ่งมีหลักฐานที่รองรับสมมุติฐาน นีได้แก่ แฟรงคลิน (Franklin, 1963, quoted in Mc Ghee and Crandall, 1968 : 93) ได้พบความลัษนัธทางบวกระหว่ำงความเชือในอัตลัษิตของนัคเรียนในระดัับ มัธยมศึกษาคอนปลาย กับเวลาที่ใช้ในการท้งาน และแครนคอลลั, แคทคอฟสกี และ เพรสตัน (Crandall, Katkovsky and Preston, 1962, quoted in Mc Ghee



and Crandall, 1968 : 93) ได้พบว่า เด็กชายที่มีความเชื่อในอัคลิขิตสูงใช้เวลาในการกระทำกิจกรรมอิสระในด้านที่ต้องใช้สติปัญญาเป็นเวลานานกว่า และตั้งใจปฏิบัติกิจกรรมอย่างเต็มที่มากกว่าเด็กชายที่มีความเชื่อในอัคลิขิตต่ำ ถึงแม้ว่าไม่พบความสัมพันธ์สำหรับกลุ่มเด็กหญิงที่อยู่ในระดับประถมศึกษาก็ตาม นอกจากนั้น เด็กที่มีความเชื่อในอัคลิขิตยังมีความสามารถในการค้นหาความจริง สามารถสรุปโน้มนำในเรื่องที่ศึกษาได้และมีทักษะในการแก้ปัญหา ซึ่งปรากฏให้เห็นในด้าน การแข่งขันในด้านวิชาการ เช่น เกรดและคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ คะแนนจากการทดสอบด้านการอ่าน และ เซลลुरา (Cellura, 1963, quoted in Mc Ghee and Crandall, 1968 : 93) ได้พบความสัมพันธ์ทางบวกระหว่างคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์วิชา เลขคณิตของ เด็กชายกับคะแนนจากแบบวัด IAR และอีกครั้งที่ไม่พบความสัมพันธ์ สำหรับเด็กหญิง นอกจากนี้ ชานซ์ (Chance, 1965, quoted in Mc Ghee and Crandall, 1968 : 93) ได้ใช้กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนเกรด 3 ถึงเกรด 7 ได้พบว่าความเชื่อในอัคลิขิตมีความสัมพันธ์ทางบวกกับคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการอ่าน การสะกดคำ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการ เรียน เลขคณิตสำหรับทั้งนักเรียนหญิงและชาย

วอร์ชาม์ และ วูดสัน (Warchime and Woodson, 1971 : 443-444) ได้พบว่า เด็กชายที่มีความเชื่อในอัคลิขิตสูงจะมีความรู้สึกเป็นอิสระ พอใจกับงานของคนในปัจจุบัน ตื่นตัว ว่องไว มีกระบวนการคิดที่เป็นขั้นตอนแจ่มชัด ยอมรับ และกล้าแสดงความต้องการของคน รู้สึกว่าตนปลอดภัยและพอใจในความสามารถของคน สำหรับเพศหญิงที่มีความ เชื่อในอัคลิขิตมีความสงบปราศจากความวิตกกังวล รู้สึกว่าเรวัง และปราศจากความเศร้าเสียใจ นอกจากนี้ ซอเบอร์ (Sauber, 1971 : 356-363) ยังพบว่า ผู้ที่มีความเชื่อในอัคลิขิตเมื่อได้รับความล้มเหลวจะพยายามมากขึ้น แต่ผู้ที่มีความเชื่อในปรลิตจะใช้กลวิธีป้องกันตัวแบบปฏิเสธและหลีกเลี่ยง

มัวร์ซันด์ (Moursund, 1976 : 340-341) กล่าวว่าในวัยเด็กเห็นได้ชัดว่า ผู้ที่ได้รับผลสำเร็จทางการเรียนเป็นผู้ที่มีความ เชื่อในอัคลิขิต โดยอ้างเหตุผล 3 ประการ ดังนี้คือ

1. เด็กที่มีความ เชื่อในอัคลิขิตจะให้ความพยายามอย่างหนักเพราะ เด็กเชื่อว่า ผลที่เกิดขึ้นเป็นเพราะความพยายามของคน แต่ในทางตรงกันข้ามผู้ที่มีความ เชื่อใน

ประสิทธิ์ เชื่อว่าคะแนนที่คนได้รับนั้นเป็นเพราะโชคหรือความบังเอิญที่ครูถามสิ่งที่คนรู้จัก คนคิดที่ต่างกันนี้จะทำให้สัมฤทธิ์ผลทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่างกัน

2. ในสภาพการณ์ทดลอง ผู้ที่มีความเชื่อในอัตถิภาวนิยมจะใช้ทักษะและความสามารถของตนพิจารณาหาทางออก เพื่อที่จะสังเกตเห็นวิธีที่จะทำให้สำเร็จ แต่พวกที่มีความเชื่อในประสิทธิ์จะตัดสินใจแบบสุ่ม ๆ ผู้เรียนไม่รู้วิธีที่จะทำให้ดีที่สุดต่อไป ดังนั้นผู้ที่มีความเชื่อในประสิทธิ์เป็นผู้มีความพยายามทำงานให้สำเร็จน้อย เพราะไม่แน่ใจว่าถ้าตนพยายามแล้วจะสำเร็จ ทำให้ผลการทำงานของบุคคล 2 ประเภทนี้ต่างกัน โดยผู้ที่มีความเชื่อในอัตถิภาวนิยมแก้ปัญหาได้เร็วกว่าผู้ที่มีความเชื่อในประสิทธิ์

3. รางวัลจากภายนอก เช่น คำชมเชย คะแนน ดาวเรียนเก่ง เป็นสิ่งที่ใช้แทนชั่วคราวสำหรับรางวัลภายใน เพื่อให้เด็กมีความสามารถในการนำตนเอง (Self-Direction) และมีแรงจูงใจภายใน (Self-Motivation) เกิดความต้องการเรียนรู้ที่เป็นเนื้อหาวิชาหรือทักษะ การให้รางวัลตนเองเมื่อทำงานสำเร็จ เป็นองค์ประกอบสำคัญต่อการเรียนรู้ทั้งในโรงเรียนและสังคมภายนอก ฮีตันและดัวร์เฟลด์ท์ (Heaton and Duerfeldt, 1973) ได้สร้างการทดลองเพื่อเปรียบเทียบความรู้สึกว่าตนเองได้รับรางวัลจากการกระทำของตนเอง (Self-Reward) ระหว่างกลุ่มที่มีความเชื่อในอัตถิภาวนิยมกับกลุ่มที่มีความเชื่อในประสิทธิ์ โดยให้ทำงานชิ้นหนึ่งภายในช่วงเวลาที่กำหนด แล้วแจกแบบฟอร์มให้ผู้รับการทดลองประเมินผลงานของตนเอง ผลปรากฏว่า กลุ่มที่มีความเชื่อในอัตถิภาวนิยมประเมินความสามารถของตนสูงกว่าพวกที่มีความเชื่อในประสิทธิ์อย่างมีนัยสำคัญดังนี้คือ

3.1 ผู้ที่มีความเชื่อในอัตถิภาวนิยมมีความเชื่อมั่นในการกระทำของตนเองหรือมีความพอใจในการยกย่องชื่นชมตัวเอง

3.2 ผู้ที่มีความเชื่อในอัตถิภาวนิยม เกิดความรู้สึกว่าตนเองได้รับรางวัลจากการกระทำของตนเองบ่อยครั้ง และสามารถที่จะเปลี่ยนจากการพึ่งรางวัลภายนอกสำหรับการเรียนรู้มาเป็นแบบเรียนรู้ด้วยการนำตนเอง

เมื่อพิจารณาถึงลักษณะและพฤติกรรมของบุคคลที่มีความเชื่อในอัตถิภาวนิยม-ประสิทธิ์ ดังที่ได้กล่าวมาแล้วพอจะสรุปได้ว่า ผู้ที่มีความเชื่อในอัตถิภาวนิยมมีความเชื่อว่าสิ่งต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นกับตนเป็นผลเนื่องมาจากการกระทำของตนเอง ถ้าตนต้องการสิ่งใดแล้วพยายามตั้งใจทำอย่างสุดความสามารถก็จะประสบความสำเร็จ จึงชอบเสริมแรงตนเอง ดังนั้นบุคคลประเภทนี้จึงมีแรงจูงใจและความกระตือรือร้นในการทำงานสูง รู้สึกเป็นอิสระ

ปราศจากความวิตกกังวล มีความอดทน มีวินัยแก่ตนเอง มีพฤติกรรมการเสี่ยงระดับกลาง ทำงานอย่างรอบคอบ และวางแผนอย่างเป็นระบบ ชอบทำงานที่ใช้สมองซึ่งท้าทายความสามารถ จึงมีผลทำให้มีทักษะในการแก้ปัญหาสูง มีความสามารถในการอ่านสูง ตลอดจนทำให้ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์และวิชาอื่นได้ผลดีไปด้วย ส่วนผู้ที่มีความเชื่อในปรัลิตีมีความเชื่อว่า สิ่งต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นกับคนไม่ได้เป็นผลจากการกระทำของตนเอง ทั้งหมดจึงไม่ยินดีกับความสำเร็จหรือเสียใจกับความล้มเหลว ทำให้ไม่กระตือรือร้นในการทำงาน มีความอดทนต่องานที่ยากและใช้สมองน้อยจึงมีผลทำให้ผลการเรียนด้านต่าง ๆ ค่อยกว่าผู้ที่มีความเชื่อในอัครลิตี

#### 4. พัฒนาการของความเชื่อในอัครลิตี-ปรัลิตี

อัญญรัตน์ จิรวงศ์ศุภคาร (2526 : 25-26) ได้ให้ความคิดเห็นว่า "ความเชื่อในอัครลิตี-ปรัลิตีไม่ใช่สิ่งที่บุคคลมีมาแต่กำเนิด แต่เป็นลักษณะทางบุคลิกภาพที่บุคคลจะได้รับรู้และเกิดการ เรียนรู้ในภายหลัง และเป็นพัฒนาการที่เกิดขึ้นในตัวบุคคลอย่างเป็นลำดับขั้นแบบค่อย เป็นค่อยไป" ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่า ความเชื่อในอัครลิตี-ปรัลิตีของบุคคลจะพัฒนาไปในทิศทางใดขึ้นอยู่กับอิทธิพลของสภาวะแวดล้อมต่าง ๆ ที่อยู่รายรอบตัวบุคคล เป็นสำคัญ และในบรรดาสภาวะแวดล้อมดังกล่าว สภาวะแวดล้อมที่นับว่ามีความสำคัญที่สุดในการกำหนดแนวทางของความเชื่อในอัครลิตี-ปรัลิตีของบุคคลก็คือ สภาวะแวดล้อมในช่วงวัยแรกเริ่มของชีวิต ดังที่ สมาร์ท (Smart 1977 : 408) ได้กล่าวว่า "ประสบการณ์ก่อนวัย เรียน เป็นสิ่งสำคัญที่จะ เสริมสร้างเด็กให้ เป็นผู้มีแนวทางของความเชื่อในอัครลิตีหรือปรัลิตี"

ดังนั้นจะเห็นได้ว่า ความเชื่อในอัครลิตี-ปรัลิตีมีการพัฒนามาตั้งแต่ในช่วงวัยเด็กเล็ก แต่เนื่องจากเด็กเล็ก ๆ ช่วยเหลือตนเองได้น้อย ยังต้องอยู่ในความดูแลของ ผู้ใหญ่ จึงมีความสามารถในการควบคุมสิ่งต่าง ๆ ที่จะเกิดขึ้นกับตนเองได้น้อย ในระยะนั้นเด็กจึงมีความเชื่อในปรัลิตีมาก แต่เมื่อเด็กโตขึ้นมีวุฒิภาวะ เพิ่มขึ้น รู้จักเรียนรู้ที่จะช่วยเหลืตนเองได้มากขึ้น เริ่มมีความสามารถที่จะควบคุมผลที่จะเกิดขึ้นจากการกระทำของตนได้มากขึ้น รู้จักพัฒนาตนเองให้เข้ากับผู้อื่น เปลี่ยนบทบาทจากผู้คอยรับความช่วยเหลือจากผู้อื่นมาเป็นผู้กระทำสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเอง ซึ่งถ้าเด็กได้รับการอบรม เลี้ยงดูอย่างเหมาะสม จะช่วยพัฒนาความ เชื่อในอัครลิตีให้สูงขึ้น และจากการวิจัยของ แครนคอลลี และคณะ

(Crandall et al. , 1965 : 91-109) ได้พบว่า ความเชื่อในอัคลิขิต-ปรลิตของบุคคลจะพัฒนาค่อนข้างสมบูรณ์เต็มที่ในวัยเด็ก ในช่วงอายุไม่เกินระดับ 3 และจากช่วงระดับ 3 ไปถึงระดับ 12 นั้น ระดับของความเชื่อในอัคลิขิต-ปรลิตจะเพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อยเท่านั้น ซึ่งสอดคล้องกับความเชื่อของนักจิตวิทยากลุ่มจิตวิเคราะห์ที่ว่า การพัฒนาบุคลิกภาพและความสามารถของคนเรานั้น เริ่มตั้งแต่วัยทารก โดยเฉพาะอย่างยิ่งในช่วงระหว่าง 1 - 5 ปีแรกของชีวิต

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่า สภาวะแวดล้อมในวัยเริ่มต้นของชีวิตของแต่ละบุคคลมีบทบาทต่อการพัฒนาความเชื่อในอัคลิขิต-ปรลิต และเนื่องจากในวัยนี้เด็กจะใช้เวลาส่วนใหญ่อยู่กับครอบครัว ดังนั้นครอบครัวจึงเป็นสถาบันที่มีอิทธิพลอย่างสูงในการพัฒนาลักษณะความเชื่อในอัคลิขิต-ปรลิต ดังที่ ดวงเดือน แซ่ตั้ง (2531 : 24-25) ได้เสนอแนวความคิดเกี่ยวกับบทบาทของครอบครัวที่มีต่อการปลูกฝังให้บุคคลมีความเชื่อในอัคลิขิตหรือปรลิต ซึ่งพอสรุปได้ว่า การอบรมเลี้ยงดูของพ่อแม่หรือผู้ใกล้ชิดมีส่วนส่งเสริมให้เด็กเกิดความเชื่อในอัคลิขิตหรือปรลิต โดยถ้าเด็กได้รับรางวัลหรือถูกลงโทษอย่างเหมาะสมกับเวลา คุณภาพของการกระทำด้วยความยุติธรรม คงเส้นคงวา ได้รับการปฏิบัติด้วยเหตุผลมากกว่าใช้อารมณ์ เด็กก็จะรับรู้ว่ารางวัลหรือการลงโทษที่ตนได้รับนั้นขึ้นอยู่กับการกระทำของตนเอง อันจะนำไปสู่ความเชื่อในอัคลิขิตในที่สุด แต่ถ้าเด็กได้รับในสิ่งตรงกันข้ามก็จะทำให้เด็กเกิดความเชื่อในปรลิต ซึ่ง โรบินสัน และ เชฟเฟอร์ (Robinson and Shaver, 1978 : 172) ได้พบว่า ประสบการณ์ที่มีอิทธิพลต่อการพัฒนาความเชื่อในอัคลิขิตคือประสบการณ์ที่สะสมในอดีต ซึ่งได้แก่ วัธิปฏิบัติเกี่ยวกับการอบรมเลี้ยงดูของพ่อแม่ และ อัญญรัตน์ จิรรุ่งศฤงคาร (2526 : 102) ได้พบว่า เด็กที่ได้รับการอบรมเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตยมีความเชื่อในอัคลิขิตสูงกว่าเด็กที่ได้รับการอบรมเลี้ยงดูแบบทอดทิ้ง นอกจากนี้ ทงกิติ (2528 : 73) ได้พบว่า เด็กวัยรุ่นที่ได้รับการอบรมเลี้ยงดูแบบใช้เหตุผลมากมีความเชื่อในอำนาจในตนมากกว่าเด็กวัยรุ่นที่ได้รับการอบรมเลี้ยงดูแบบใช้เหตุผลน้อย

เมื่อเด็กโตพอที่จะเรียนหนังสือได้แล้ว โรงเรียนก็เป็นสถาบันที่มีอิทธิพลต่อการพัฒนาลักษณะความเชื่อในอัคลิขิต-ปรลิต ของเด็กต่อจากสถาบันครอบครัว เพราะโรงเรียนเปรียบเสมือนสังคมขนาดย่อม เป็นแหล่งรวมประสบการณ์ทั้งหมดของ เด็ก ประสบการณ์

ที่ทางโรงเรียนจัดให้เด็กนั้นก็เพิ่มขึ้นตามระดับชั้น เด็กจะได้เรียนรู้สิ่งต่าง ๆ มีความสามารถและมีเหตุผลมากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับที่ ดวงเดือน แซ่ตั้ง (2531 : 25) ได้กล่าวถึงความสำคัญของโรงเรียนที่มีต่อการส่งเสริมให้เด็กมีความเชื่อในอัตลัษิต ซึ่งพอสรุปได้ว่า การที่เด็กได้รับรางวัลหรือถูกลงโทษจากครูอย่างเสมอภาค ยุติธรรม มีเหตุผล โดยเหมาะสมกับความพยายามและการกระทำของเด็กก็จะทำให้เด็กมีความเชื่อในอัตลัษิต แต่ถ้าเด็กได้รับในสิ่งตรงกันข้ามก็จะมี ความเชื่อในปรลัษิต นอกจากนี้ในการสอนครูควรส่งเสริมให้เด็กประสบความสำเร็จในการเรียนมากที่สุดด้วยการจัดลำดับชั้นตอนในการสอนจากง่ายไปหายาก

พัฒนาการของความเชื่อในอัตลัษิต-ปรลัษิต นอกจากจะขึ้นอยู่กับครอบครัว และโรงเรียนแล้ว ยังขึ้นอยู่กับวัฒนธรรมและประเพณี ปัจจัยทางด้านเศรษฐกิจ สังคม ตลอดจนสิ่งแวดล้อมอีกด้วย โดยเฉพาะสังคมไทยนิยมยกย่องบุคคลที่มีความความนอบน้อมถ่อมตน มีความเกรงใจ สำนวม ไม่อวดอ้างความสามารถของตน และจากงานวิจัยของ ทศนา ทองภักดี (2528 : 74-75) พบว่า เด็กวัยรุ่นที่พ่อแม่มีระดับเศรษฐกิจสูง มีอาชีพระดับสูง และมีการศึกษาระดับสูง มีความเชื่อในอำนาจในคนสูงกว่าเด็กวัยรุ่นที่พ่อแม่มีระดับเศรษฐกิจ อาชีพ และการศึกษาในระดับต่ำ นอกจากนี้ ดวงเดือน พันธุมนาวัน และคณะ (2529 : 92-93) ได้เสนอแนวความคิดเกี่ยวกับพัฒนาการของความเชื่อในอัตลัษิต-ปรลัษิต ซึ่งสรุปได้ดังนี้ ในช่วงวัยเด็กถึงผู้ใหญ่ตอนต้นบุคคลจะได้รับการปลูกฝังลักษณะความเชื่ออำนาจในคน โดยการเรียนรู้จากการปฏิบัติของผู้ที่แวดล้อมรอบตนและจากสื่อมวลชน ลักษณะความเชื่ออำนาจในคนนี้เมื่อก่อนในช่วงอายุตอนต้นแล้วจะมีความคงทนต่อไปจนตลอดชีวิต ประสบการณ์ที่บุคคลได้รับในช่วงหลังจะสามารถเปลี่ยนแปลงปริมาณความเชื่ออำนาจในคนของบุคคลได้ไม่มากนัก

เมื่อพิจารณาถึงสิ่งต่าง ๆ ที่แต่ละบุคคลได้รับในชีวิตประจำวันย่อมมีทั้ง เหตุการณ์ที่ประสบความสำเร็จและความล้มเหลว ดังนั้น แครนดอลล์ และคณะ (Crandall et al., 1965 : 94) จึงได้แบ่งความเชื่อในอัตลัษิตของบุคคลออกเป็น 2 ด้านคือ ความเชื่อในอัตลัษิตด้านการประสบความสำเร็จและความเชื่อในอัตลัษิตด้านการประสบความสำเร็จล้มเหลว ทั้งนี้ ร็อด เคอร์ให้เหตุผลว่า ความเชื่อที่บุคคลมีต่อผลการกระทำของคนทั้งที่ประสบความสำเร็จและความล้มเหลวย่อมแตกต่างกัน โดยทั่วไปคนเรามักพร้อมและเต็มใจที่จะแสดงออก

ซึ่งความรับผิดชอบต่อผลการกระทำที่เป็นความสำเร็จมากกว่าผลการกระทำที่เป็นความล้มเหลว และพัฒนาการความเชื่อในอัตถิยิตของแต่ละบุคคลต่อผลการกระทำทั้ง 2 ชนิดดังกล่าวย่อมจะมีความแตกต่างกันทั้งในระหว่างบุคคลและในลำดับขั้นของการพัฒนาการด้วย ดังที่ ลอร์เรนซ์ และวินส์เชล (Lawrence and Winschel, 1975 : 487) ได้แบ่งขั้นตอนของพัฒนาการของความเชื่อในอัตถิยิต-ปรลิตยิตของบุคคลซึ่งเริ่มตั้งแต่ยังเป็น เด็กเล็ก ออกเป็น 5 ลำดับขั้นด้วยกัน ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 : บุคคลจะเชื่อว่าเหตุการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตของตน โดยเฉพาะ เหตุการณ์ที่เป็นความล้มเหลว เป็นผลสืบเนื่องมาจากอำนาจภายนอกที่ตนไม่สามารถจะควบคุมได้

ขั้นที่ 2 : บุคคลเริ่มเกิดความเชื่ออัตถิยิตด้านการประสบความสำเร็จ ในขณะที่เดียวกันกับที่ความเชื่อด้านการประสมกับความล้มเหลว เริ่มจางหายไป

ขั้นที่ 3 : บุคคลที่บรรลุมฤติภาวะ (Maturity) จะมีความเชื่อในอัตถิยิตอย่างแท้จริง แม้ว่าจะยังคง เป็นความเชื่อในอัตถิยิตด้านการประสมกับความสำเร็จอยู่ก็ตาม

ขั้นที่ 4 : พัฒนาการในขั้นที่ 3 เริ่มคงตัวในขณะที่การเพิ่มขึ้นซึ่งการตระหนักถึงภาระรับผิดชอบและความรู้สึกกล้าที่จะเผชิญหน้ากับความยากลำบากของบุคคลได้ส่งผลให้บุคคลเกิดความเชื่อในอัตถิยิตด้านประสมกับความล้มเหลวเพิ่มมากขึ้น

ขั้นที่ 5 : เป็นขั้นตอนที่บุคคลเกิดความเชื่อในอัตถิยิตโดยแท้จริง กล่าวคือ บุคคลจะแสดงออกซึ่งความรับผิดชอบต่อผลการกระทำทั้งที่เป็นความสำเร็จและความล้มเหลว ในปริมาณที่เท่า ๆ กัน

ตามขั้นตอนที่กล่าวมานี้จะเห็นได้ว่า แรกเริ่มเดิมทีนั้นคนทั่ว ๆ ไปจะเกิดความเชื่อในปรลิตยิตก่อน แล้วต่อมาจึงค่อย ๆ พัฒนาการมาเป็นความเชื่อในอัตถิยิตอย่างแท้จริง คือมีความเชื่อในอัตถิยิตด้านการประสมกับความสำเร็จและความล้มเหลวในปริมาณที่เท่า เทียบกัน ดังได้สรุปไว้ในตารางที่ 5 ดังต่อไปนี้

**ตารางที่ 5** แสดงลำดับขั้นของพัฒนาการของความเชื่อในอัตถิภาวนิยมด้านการประสบความสำเร็จ และความล้มเหลวตามแนวความคิดของ ลอว์ เรนซ์และวินส์ เชล

ลำดับขั้นของการพัฒนา การ	ความเชื่อในอัตถิภาวนิยม				
	1	2	3	4	5
ด้านการประสบความสำเร็จ	E	I	I	I	I
ด้านการประสบความสำเร็จ	E	E	I	I	I

**หมายเหตุ** : E ย่อมาจาก External แทน ความเชื่อในปรลิติจ  
 I ย่อมาจาก Internal แทน ความเชื่อในอัตถิภาวนิยม  
 ตัวอักษรย่อที่พิมพ์เส้นหนักรกว่า หมายถึง การมีพัฒนาการของความเชื่อ  
 ด้านนั้น ๆ เค่นชัดกว่า

เมื่อพิจารณาถึงพัฒนาการของความเชื่อในอัตถิภาวนิยม-ปรลิติจ ตามที่ได้กล่าว  
 มาแล้วข้างต้นพอจะสรุปได้ว่า ในช่วงวัยทารกถึงประถมต้นนั้น เด็กจะมีพัฒนาการด้านความ  
 เชื่อในอัตถิภาวนิยมสูงสุด โดยในระยะแรกจะมีความเชื่อในปรลิติจในด้านที่ประสบความสำเร็จ ความล้มเหลว และ  
 มีทั้งสองด้านในปริมาณที่เท่ากันตามลำดับ พอช่วงประถมปลายถึงมัธยมต้น พัฒนาการด้าน  
 ความเชื่อในอัตถิภาวนิยม-ปรลิติจ เพิ่มขึ้นอีกเพียงเล็กน้อย หลังจากนั้นความเชื่อในอัตถิภาวนิยม-ปรลิติจ  
 จะคงที่ ฉะนั้นจึงเป็นหน้าที่ของ พ่อแม่ ผู้ปกครอง และครูที่จะช่วยกันส่งเสริมให้เด็กมี  
 ความเชื่อในอัตถิภาวนิยมเพิ่มขึ้น โดยการให้การอบรมเลี้ยงดู สั่งสอน อย่างมีเหตุผล ยุติธรรม  
 ฝึกให้เด็กได้รับรางวัลและถูกลงโทษอย่างเป็นแบบแผน ให้เหมาะสมกับเวลา ปริมาณการ  
 กระทำของเด็ก และเป็นไปอย่างสม่ำเสมอ ฝึกให้เด็กประสบความสำเร็จในการทำงาน  
 ด้วยตนเอง โดยจัดงานที่เหมาะสมกับความสามารถของเด็ก เพื่อให้เด็กรับรู้ว่าการที่ตนจะ  
 ประสบความสำเร็จและความล้มเหลวขึ้นอยู่กับการทำงานของตนเอง

## 5. การพัฒนาความเชื่อในอัตลัษิต

การพัฒนาความเชื่อในอัตลัษิตก็คือการเพิ่มความเชื่อในผลแห่งการกระทำของคนมากกว่าที่จะเชื่อว่าผลต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นกับคนทั้งผลดีและผลร้ายเกิดจากความบังเอิญ โชคเคราะห์

เมื่อพิจารณาจากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องจะเห็นได้ว่า ความเชื่อในอัตลัษิต เป็นสิ่งที่ควรส่งเสริมให้เกิดขึ้นกับบุคคลทั่วไป เพราะผู้ที่มีความเชื่อในอัตลัษิตมักจะเป็นผู้ที่ประสบความสำเร็จในชีวิตสูง เนื่องจากผู้ที่มีความเชื่อในอัตลัษิตเชื่อว่าสามารถบันดาลสิ่งต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในชีวิตของตนด้วยตัวเอง จึงทำให้ผู้ที่มีความเชื่อในอัตลัษิตเป็นคนที่มีความตั้งใจในการทำงานสูง มีความกระตือรือร้นในการทำงาน มีความอดทน มีผลการเรียนดี ไม่มีความวิตกกังวล มีความคิดอย่างมีลำดับขั้นคอน มีเหตุผล จึงทำให้ผู้ที่มีความเชื่อในอัตลัษิตสามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตได้สำเร็จ เมื่อตระหนักถึงความสำคัญของความเชื่อในอัตลัษิตดังนี้แล้ว จึงได้มีผู้วิจัยคิดหาวิธีการพัฒนาความเชื่อในอัตลัษิต-ประลัษิตดังต่อไปนี้คือ

บำรุง บุญยงค์ (2515 : 95) ได้ศึกษาผลการสอนแบบสืบสวน-สอบสวนที่มีต่อทัศนคติเกี่ยวกับการควบคุมจากภายนอก-ภายใน กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 จำนวน 78 คน ในการสอนวิชาวิทยาศาสตร์ ได้พบว่า การสอนแบบสืบสวน-สอบสวนช่วยพัฒนาทัศนคติเกี่ยวกับการควบคุมจากภายในได้ดีกว่าการสอนแบบปกติ

สมคิด สกลสถาปัตยกรรม (2525 : 159-160) ได้ศึกษาผลของการเสริมแรงสองแบบที่มีต่อการฝึกการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3 สังกัดกรมสามัญศึกษา จำนวน 90 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการเสริมแรงในระหว่างการฝึกมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ไม่ได้รับการเสริมแรงในระหว่างการฝึกแก้ปัญหา และนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการเสริมแรงทางสังคม ด้วยการให้รางวัลและไม่ให้รางวัล ในระหว่างการฝึกมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการเสริมแรงเป็นเบี้ยรางวัลหรือสิ่งของในระหว่างการฝึกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 ซึ่งในการวิจัยนี้ได้มีการประเมินผลหลังจากฝึกเสร็จทันทีจึงทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษาผลของการเสริมแรงหลังจากเว้นระยะช่วงเวลาห่างออกไป โดยประนอม ทองสอาด (2531 : ๖) ได้ศึกษาผลของการยืดเวลาการเสริมแรงสองแบบต่อ



การคงอยู่ของการทำแบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์ เสริมทัน เวลาและถูกต้องของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการเสริมแรงแบบยืดเวลาการเสริมแรงแบบแปรปรวนทำแบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์ เสริมทัน เวลาและถูกต้องมากกว่ากลุ่มที่ได้รับการเสริมแรงแบบทันทีในระยะติดตามผลอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 นั้นแสดงว่าการเสริมแรงมีส่วนช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดแรงจูงใจในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น เพราะเชื่อมั่นว่า เมื่อคนแก้ปัญหาได้สำเร็จก็จะได้รับรางวัลซึ่งอาจเป็นสิ่งของหรือการได้รับการยกย่อง และสำหรับเด็กวัยรุ่นแล้วการได้รับการยกย่องมีผลต่อจิตใจของเด็กมาก เพราะจะทำให้เด็กเกิดความภาคภูมิใจว่าตนมีความสามารถในการกระทำสิ่งต่าง ๆ ที่ปรารถนาได้สำเร็จด้วยตนเอง นั่นคือเกิดความเชื่อในอัตลักษณ์สูงขึ้น ดังนั้นเด็กวัยรุ่นที่ได้รับการเสริมแรงทางสังคมจึงมีความสามารถในการแก้ปัญหามากกว่ากลุ่มที่ได้รับการเสริมแรง เป็นสิ่งของ ในระหว่างฝึกแก้ปัญหา โดยเฉพาะถ้ามีการยืดเวลาการเสริมแรงแบบแปรปรวนจะทำให้เด็กมีความตั้งใจในการแก้ปัญหาให้ถูกต้องอยู่เสมอ เพราะไม่ทราบแน่นอนว่าครั้งใดจะได้รับรางวัล ซึ่ง เมื่อพฤติกรรม เช่นนี้ เกิดนานขึ้นก็จะทำให้เกิดความเคยชิน แม้จะหยุดให้การเสริมแรงแล้ว พฤติกรรม เช่นนี้ก็ยังคงอยู่

รัตน ประเสริฐสม (2526 : 83) ได้ทำการวิจัยเชิงทดลอง เรื่อง การเสริมแรงจิตลักษณะ เพื่อส่งเสริมพฤติกรรมอนามัยของนักเรียนชั้นประถมศึกษา และได้พบว่า นักเรียนที่ได้รับการฝึกการรับรู้ผลของความพยายามจะมีการรายงานการกระทำพฤติกรรมอนามัย สูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการฝึกการรับรู้ผลของความพยายาม แสดงว่านักเรียนที่ได้รับการฝึกการรับรู้ความพยายาม เกิดความเชื่อว่าการที่ตนเองจะประสบความสำเร็จในการทำกิจกรรมใด ๆ นั้นขึ้นอยู่กับกระทำของตน

แบนนิสเตอร์ (Bannister, 1968 : 203-210) ได้ศึกษาผลของการให้ข้อมูลย้อนกลับต่อการรับรู้สาเหตุของบุคคล กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักศึกษาระดับปริญญาตรี จำนวน 149 คน ถูกสุ่มเข้ากลุ่มที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับทางบวกและการให้ข้อมูลย้อนกลับทางลบ ในแต่ละกลุ่มจะได้รับแหล่งของข้อมูลย้อนกลับที่น่าเชื่อถือกับไม่น่าเชื่อถือ สำหรับงานที่ให้ทำ เป็นงานสร้างแผนที่หาเส้นทางข้ามประเทศ ผลปรากฏว่า กลุ่มที่ได้รับข้อมูลย้อนกลับทางบวก จะมีการอ้างสาเหตุภายในมากกว่ากลุ่มที่ได้รับข้อมูลย้อนกลับทางลบ แสดงว่ากลุ่มที่ประสบความสำเร็จจะเชื่อว่าเป็นผลจากการกระทำของตนมากกว่ากลุ่มที่ประสบความสำเร็จ

อีทเซน (Eitzen, 1975 อ้างถึงใน ควง เคือน แซ่ตั้ง, 2531 : 39) ได้ศึกษาการเปลี่ยนแปลงความเชื่ออำนาจในคนโดยใช้การเสริมแรงด้วยเบี้ยรางวัล กลุ่มตัวอย่างเป็นเด็กชายที่อาศัยอยู่ในที่พักอาศัย เพื่อฝึกผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งเด็กเหล่านี้ศึกษาอยู่ในระดับที่เทียบเท่ามัธยมศึกษา โดยเปรียบเทียบกับเด็กอายุเท่ากัน ผลการทดลองปรากฏว่า กลุ่มทดลองมีการเปลี่ยนแปลงความเชื่อของบุคคลจากเชื่ออำนาจนอกคนมาเป็นเชื่ออำนาจในคน

ออสโตรฟ (Ostrove, 1978 : 909-916) ได้ศึกษาถึงการให้ข้อมูลย้อนกลับกับความคาดหวังของบุคคล โดยใช้กลุ่มตัวอย่างเป็นชาย 32 คน ที่กำลังศึกษาอยู่ในระดับปริญญาตรี การทดลองครั้งนี้แบ่งเป็น 4 สภาพการณ์ดังนี้คือ

1. มีการให้ข้อมูลย้อนกลับที่คงที่และมีการให้เงินเป็นสินน้ำใจ
2. มีการให้ข้อมูลย้อนกลับที่คงที่แต่ไม่มีการให้เงินเป็นสินน้ำใจ
3. มีการให้ข้อมูลย้อนกลับที่เปลี่ยนแปลงได้ และ มีการให้เงิน เป็นสินน้ำใจ
4. มีการให้ข้อมูลย้อนกลับที่เปลี่ยนแปลงได้แต่ไม่มีการให้เงิน เป็นสินน้ำใจ

ในสถานการณ์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับแบบคงที่จะมีการ เตรียมโปรแกรมไว้ก่อน คะแนนที่ใส่ลงในคอมพิวเตอร์ของทุกคนจะออกมาเท่า ๆ กัน คือได้เกรด B ทั้ง 16 คน ส่วนในกลุ่มที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับแต่เปลี่ยนแปลงได้จะได้รับ เกรด A จำนวน 3 คน เกรด B จำนวน 3 คน ผลการทดลองปรากฏว่า กลุ่มที่ได้รับข้อมูลย้อนกลับที่เปลี่ยนแปลงได้ จะมีความคาดหวังสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับข้อมูลย้อนกลับที่คงที่ และพบว่ากลุ่มที่ได้รับข้อมูลย้อนกลับแบบ เปลี่ยนแปลงได้และได้รับสินน้ำใจจะเป็นกลุ่มที่มีความคาดหวังในผลสำเร็จสูงสุด แสดงว่ากลุ่มนี้มีโอกาสประสบความสำเร็จได้มากขึ้น จึงมีความคาดหวังว่า เมื่อคนตั้งใจเรียนแล้วคงจะได้รับผลตอบแทนสูงขึ้นอีก นั่นคือมีความเชื่อในอัครลิขิตเพิ่มขึ้น

จากเอกสารและงานวิจัยที่ผ่านมาพอจะสรุปวิธีการพัฒนาความเชื่อในอัครลิขิตได้ดังนี้คือ

1. วิธีการฝึก เพื่อให้บุคคล เกิดความคาดหวังในความสำเร็จ โดยการให้ข้อมูลย้อนกลับที่เปลี่ยนแปลงได้ตามผลงานของเขา จะทำให้บุคคล เชื่อมั่นว่าตนสามารถควบคุมผลจากการกระทำของตนเองได้

2. วิธีการฝึกการรับรู้สาเหตุของบุคคล โดยการฝึกให้บุคคลรับรู้ว่าการที่ตนจะประสบความสำเร็จหรือความล้มเหลวในการทำสิ่งใดก็ตามขึ้นอยู่กับภาระกระทำของตนเอง ไม่ได้เกิดจากโชคเคราะห์ ความบังเอิญ หรือจากบุคคลที่มีอำนาจเหนือกว่า ทั้งจากที่บ้านและทางโรงเรียน สำหรับที่บ้านพ่อแม่ควรอบรมเลี้ยงดูลูกแบบประชาธิปไตย ด้วยการให้ความยุติธรรม ไม่ตามใจ หรือเข้มงวดจนเกินไป ยอมรับนับถือความสามารถและความคิดเห็นของลูกอย่างมีเหตุผล ให้ความร่วมมือในโอกาสอันควร ส่วนทางโรงเรียนครูก็ควรให้การอบรมสั่งสอนเด็กอย่างยุติธรรม ให้รางวัลหรือลงโทษอย่างเหมาะสมกับเวลา ปริมาณการกระทำของเด็ก และเป็นอย่างสม่ำเสมอ

3. วิธีการฝึกรับรู้ผลของความพยายาม โดยครูควรมอบหมายงานที่มีความเหมาะสมกับความสามารถของเด็ก และเปิดโอกาสให้เด็กทำงานและค้นพบความสำเร็จด้วยตนเอง ด้วยการใช่วิธีการสอนที่ช่วยส่งเสริมให้เด็กได้เรียนรู้โดยการค้นพบด้วยตนเองซึ่งมีหลายวิธี เช่น การสอนแบบสืบสวน-สอบสวน โดยครูช่วยเน้นให้เด็กได้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมกับผลของพฤติกรรมนั้นว่าเป็น เพราะตัวเด็กเองทำให้เกิดขึ้น เพื่อช่วยเสริมสร้างให้เด็กเกิดความมั่นใจ ภูมิใจ มีแรงจูงใจ และพยายามที่จะทำงานต่อไป

4. ครูควรส่งเสริมให้เด็กได้มีโอกาสค้นหาและพัฒนาขอบเขตความสามารถตามศักยภาพของเขา โดยการจัดการเรียนการสอนให้เด็กทุกคนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมของชั้นเรียนอย่างทั่วถึง ครูต้องสร้างสัมพันธภาพที่ดีให้เด็กได้กล้าแสดงออกถึงความสามารถของตน และควรจัดกิจกรรมเสริมหลักสูตร เช่น การแข่งขันตอบปัญหา การอภิปรายในชั้นเรียน การจัดนิทรรศการ ฯลฯ เพื่อให้เด็กได้สำรวจและเพิ่มพูนทักษะความสามารถของตนให้กว้างขวางยิ่งขึ้น

5. วิธีการเสริมแรงทางสังคม ทั้งทางวาจาและท่าทาง เมื่อเด็กแสดงพฤติกรรมที่เหมาะสมโดยเฉพาะเด็กวัยรุ่น

6. วิธีการเสริมแรงโดยใช้เบี้ยรางวัล (Token Economy) ซึ่งเป็นวิธีที่สามารถใช้ได้ครอบคลุมตัวเสริมแรงอื่น ๆ เพราะสามารถนำสิ่งที่ใช้เป็นเบี้ย เช่น ดาว แด้ม เหรียญ ฯลฯ ไปแลกเปลี่ยนเป็นสิ่งของต่าง ๆ หรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่ตนเองพอใจ จะเห็นได้ว่าเบี้ยรางวัลเป็นวิธีการให้รางวัลที่เสมอภาค ยุติธรรมที่เห็นได้อย่างชัดเจน เพราะการได้รับเบี้ยแต่ละครั้ง เป็นไปตามคุณภาพของผลงานที่บุคคลทำและต้องเป็นไป

อย่างมีหลักเกณฑ์ตาม เงื่อนไขและสัญญาที่ไว้ต่อกัน

### งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์สมการและความเชื่อในอคติคิด-ปรีคิดทั้งในประเทศและต่างประเทศ งานวิจัยที่เกี่ยวข้องโดยตรงกับความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์สมการมีน้อยมาก ส่วนใหญ่เป็นงานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ในลักษณะของการหาความสัมพันธ์และการเปรียบเทียบ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องโดยตรงระหว่างความเชื่อในอคติคิด-ปรีคิดกับความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์สมการก็ไม่มี มีแต่งานวิจัยที่เกี่ยวข้องระหว่างความเชื่อในอคติคิด-ปรีคิดกับองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงได้เสนองานวิจัยในลักษณะดังกล่าวอันจะเป็นแนวทางในการวิจัย ดังนี้

#### 1. งานวิจัยในประเทศ

วรรณดี วรรณศิลป์ (2522 : 62) ได้ทำการวิจัย เรื่อง "ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยใช้กลุ่มตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2522 ในโรงเรียนรัฐบาล สังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร จำนวน 310 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือแบบทดสอบการแก้ปัญหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง ผลการวิจัยปรากฏว่า ความสามารถในการแก้ปัญหามีความสัมพันธ์ทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

อำนาจ เลิศขยันดี (2523 : 104) ได้ทำการวิจัย เรื่อง "การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถทางสมองกับความสามารถทางด้านความคิดแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา" กลุ่มตัวอย่างประชากร เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนรัฐบาล สังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร ปีการศึกษา 2522 จำนวน 420 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือแบบทดสอบความถนัดทางการเรียน ซึ่งใช้แบบทดสอบมาตรฐานของสำนักทดสอบ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร จำนวน 10 ประเภท แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัย

สร้างขึ้นจากเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 101 เพื่อวัดคามพฤติกรรมการเรียนรู้และแบบทดสอบ วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในวิชาคณิตศาสตร์ ค 101 ผลการวิจัย ปรากฏว่า ความสามารถทางด้านการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถทางสมองสูงมาก มีค่าสัมประสิทธิ์เท่ากับ 0.745 และ 0.7474 ตามลำดับ

จรรยา ภูอุดม (2524 : 50-51) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน ตามการประเมินของครู" โดยใช้กลุ่มตัวอย่างประชากร เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2523 สังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร จำนวน 425 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 3 ฉบับ ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.836 0.854 และ 0.812 ตามลำดับ และหาค่าออกคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มตัวอย่างจากโรงเรียน ผลการวิจัยปรากฏว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยทุกวิชาอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

บุญรวย ชูรักษา (2524 : 43) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "ความสัมพันธ์ระหว่างความเข้าใจในการอ่านกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จังหวัดสุราษฎร์ธานี" กลุ่มตัวอย่างประชากร เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2523 สังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดสุราษฎร์ธานี จำนวน 335 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือแบบทดสอบความเข้าใจในการอ่านแบบทดสอบการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยปรากฏว่า ความเข้าใจในการอ่านกับความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีสัมพันธ์กันทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

จันทร์เพ็ญ ธนาสุภกรกุล (2525 : 61-62) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความคิดสร้างสรรค์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1" โดยใช้กลุ่มตัวอย่างประชากรชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปีการศึกษา 2525 สังกัดกรมสามัญศึกษา ในจังหวัดพระนครศรีอยุธยา จำนวน 580 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบความคิด

สร้างสรรค์ แบบสอบถามเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยปรากฏว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

แก่น้อย ทองธวัช (2526 : 42) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถด้านเหตุผลเชิงถ้อยคำและความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีบทกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4" โดยใช้กลุ่มตัวอย่างประชากร เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2526 โปรแกรมวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ และโปรแกรมศิลป-คณิตศาสตร์ ของโรงเรียนรัฐบาล โรงเรียนราษฎร์ และโรงเรียนสาธิต จำนวน 936 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือแบบทดสอบความสามารถด้านเหตุผลเชิงถ้อยคำ แบบทดสอบความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีบท และแบบทดสอบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยปรากฏว่า ความสามารถด้านเหตุผลเชิงถ้อยคำ และความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีบทมีความสัมพันธ์ทางบวกกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

พรทิพย์ พรหมสาขา ณ สกลนคร (2527 : 61-62) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "ผลของการสอนที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความวิตกกังวลในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" กลุ่มตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2526 โรงเรียนประจำศีลปาคาร อำเภอเมือง จ.อุตรธานี จำนวน 3 ห้องเรียน โดยจัดเป็นกลุ่มควบคุม 1 ห้อง จำนวน 39 คน กลุ่มทดลอง 2 ห้อง ห้องหนึ่งสอนเน้นทักษะการแปลความหมายโจทย์และแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยตารางวิเคราะห์ จำนวน 41 คน อีกห้องหนึ่งสอนเน้นทักษะการแปลความหมายโจทย์และแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยอิสระ จำนวน 38 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลได้แก่ แบบทดสอบวัดทักษะการแปลความหมายโจทย์ ซึ่งผู้วิจัยสร้างเอง แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สร้างโดย จรรยา ภูอุดม และแบบวัดความวิตกกังวลของ สมบูรณ์ ชิตพงษ์ ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนเน้นทักษะการแปลความหมายโจทย์และแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยตารางวิเคราะห์ และนักเรียนที่ได้รับการสอนเน้นทักษะการแปลความหมายโจทย์และแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยอิสระ มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน แต่ทั้ง 2 กลุ่มมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้

### รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามคู่มือครู

เจริญ แก้วประดิษฐ์ (2533 : 42) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เขตการศึกษา 3" โดยใช้กลุ่มตัวอย่างประชากร เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2532 ในโรงเรียนรัฐบาล สังกัดกรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 3 จำนวน 405 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์สมการ ผลการวิจัยปรากฏว่า ความสามารถในการแก้โจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 อยู่ในระดับต่ำมาก โดยความสามารถในการตีความและทำความเข้าใจโจทย์ ความสามารถในการใช้ตัวแปรแทนตัวไม่ทราบค่าอยู่ในระดับปานกลาง ความสามารถในการเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ตามที่โจทย์กำหนดอยู่ในระดับต่ำ ความสามารถในการแก้สมการและความสามารถในการตรวจสอบคำตอบอยู่ในระดับต่ำมาก

ชมนาด สิมศรี (2533 : 68) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การเปรียบเทียบความสามารถในกระบวนการคิดแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการอบรมเลี้ยงดูแตกต่างกัน" โดยใช้กลุ่มตัวอย่างประชากร เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2532 ในโรงเรียนรัฐบาล สังกัดกรมสามัญศึกษา ในเขตกรุงเทพมหานคร จำนวน 456 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือ แบบสอบถามการอบรมเลี้ยงดูของพ่อแม่ ความรู้ของนักเรียน และแบบทดสอบวัดความสามารถในกระบวนการคิดแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนที่ได้รับการอบรมเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตยมีความสามารถในการกระบวนการคิดแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการอบรมเลี้ยงดูแบบปล่อยปละละเลย และแบบปกป้องคุ้มครองจนมากเกินไป

บำรุง บุญยงค์ (2515 : 94-95) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การศึกษาผลการสอนแบบสืบสวน-สอบสวน ที่มีต่อความคิดแบบสืบสวน-สอบสวน ความคิดสร้างสรรค์และทัศนคติเกี่ยวกับการควบคุมภายนอก-ภายใน" โดยใช้กลุ่มตัวอย่างประชากร เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 จำนวน 76 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลมี 3 ฉบับคือ แบบวัดความคิดสร้างสรรค์ แบบทดสอบวัดความคิดแบบสืบสวน-สอบสวน และแบบวัดทัศนคติเกี่ยวกับการควบคุมจากภายนอก-ภายใน วิธีดำเนินการแบ่งกลุ่มตัวอย่างประชากรออกเป็น 2 กลุ่ม ๆ ละ 38 คน โดยกลุ่มทดลองได้รับการสอนแบบสืบสวน-สอบสวน ส่วนกลุ่มควบคุม

ได้รับการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยปรากฏว่า กลุ่มที่ได้รับการสอนแบบสืบสวน-สอบสวน มีทัศนคติเกี่ยวกับการควบคุมภายในสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

พจน์ จันทรวิระกุล (2515 : 51-68) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "ความสัมพันธ์ระหว่างความอยากรู้อยากเห็น ทัศนคติแบบ เชื่ออำนาจภายใน-ภายนอกคน และความสามารถในการอ่านของนักเรียน ชั้น ป.4 และ ป.7" กลุ่มตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 7 ในเขตกรุงเทพมหานครและต่างจังหวัด จำนวน 297 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลได้แก่ แบบทดสอบความอยากรู้อยากเห็น แบบทดสอบทัศนคติแบบ เชื่อเกี่ยวกับอำนาจภายใน-ภายนอกคน และแบบทดสอบความสามารถในการอ่าน ผลการวิจัยปรากฏว่า ทัศนคติแบบ เชื่ออำนาจภายในตนเองมีความสัมพันธ์กับความเข้าใจในการอ่าน ความเร็วและความถูกต้องในการอ่านอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และ 0.01 ตามลำดับ โดยนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่มีทัศนคติแบบ เชื่ออำนาจภายในตนเองสูงมีความ เข้าใจในการอ่าน มีความเร็วและความถูกต้องในการอ่าน ตลอดจนมีความสามารถในการอ่านรวมสูงกว่านักเรียนที่มีทัศนคติแบบ เชื่ออำนาจภายในตนเองต่ำ ส่วนนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 ที่มีทัศนคติแบบ เชื่ออำนาจภายในตนเองสูงมีความ เข้าใจในการอ่านสูงกว่านักเรียนที่มีทัศนคติแบบ เชื่ออำนาจภายในตนเองต่ำ

รุ่งนภา ทิชะ (2522 : 67) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "ความสัมพันธ์ระหว่างอึดทนโน้ตค้น ความ เชื่ออำนาจภายในคน-นอกคน และสัมฤทธิ์ผลทางการเรียน" โดยใช้กลุ่มตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3-6 ปีการศึกษา 2522 ในจังหวัดฉะเชิงเทรา เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบสอบถามอึดทนโน้ตค้นของ เพียร์สและ แฮริส แบบสอบถามความ เชื่ออำนาจภายในคน-นอกคน ของแครนคอลลี และคณะ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ประจำภาคกลาง ผลการวิจัยปรากฏว่า อึดทนโน้ตค้นความ เชื่ออำนาจภายใน-ภายนอกคน และสัมฤทธิ์ผลทางการเรียน มีความสัมพันธ์ในทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 โดยนักเรียนที่มีความ เชื่ออำนาจภายในตนเองสูงมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าผู้ที่มีความ เชื่ออำนาจภายในตนเองต่ำอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01



อัญญรัตน์ จิรวงศ์ฤกษ์ (2526 : 102) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การเปรียบเทียบความเชื่อในอัตลัษิต-ปรัลลัษิตของนักเรียนที่มีเพศ ระดับการศึกษาของบิดา มารดา และการอบรมเลี้ยงดู ตามการรายงานของตนเองต่างกัน" โดยใช้กลุ่มตัวอย่าง ประชากร เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคคัน ปีการศึกษา 2525 จำนวน 508 คน ในโรงเรียนรัฐบาล สังกัศการกรมสามัญศึกษา และโรงเรียนสาธิต สังกัศททบวงมหาวิทยาลัย ในเขตกรุงเทวมมหานคร เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลมี 3 ฉบับคือ แบบสอบถาม เกี่ยวกับประวัติส่วนตัวของนักเรียน แบบสอบถามความเชื่อในอัตลัษิต-ปรัลลัษิต และแบบสอบถามเกี่ยวกับการอบรมเลี้ยงดูของพ่อแม่ ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนที่ได้รับการอบรมเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตยมีความเชื่อในอัตลัษิตสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการอบรมเลี้ยงดูแบบทอคทั้ง

ทัศนาศ ทอองภักดี (2528 : 73-75) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "ความสัมพันธ์ระหวังกการอบรมเลี้ยงดูแบบใช้เหตุผลกับความเชื่ออำนาจภายในคนของเด็กวัยรุ่นไทย" โดยใช้กลุ่มตัวอย่างประชากร เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2527 ในโรงเรียนรัฐบาล สังกัศการกรมสามัญศึกษา ประเภทสหศึกษา ในเขตกรุงเทวมมหานคร จำนวน 740 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นแบบสอบถาม 4 ฉบับคือ แบบสอบถามการอบรมเลี้ยงดูแบบใช้เหตุผล แบบสอบถามเกี่ยวกับสถานภาพของตนเอง และของครอบครัวของกลุ่มตัวอย่าง แบบสอบถามความเชื่ออำนาจภายในคนและแบบสอบถามความคิดแบบเอกนัษ ผลการวิจัยปรากฏว่า เด็กวัยรุ่นที่ได้รับการอบรมเลี้ยงดูแบบใช้เหตุผลมากและมีความคิดแบบเอกนัษสูง มีความเชื่ออำนาจภายในคนมากกว่าเด็กวัยรุ่นที่ได้รับการอบรมเลี้ยงดูแบบใช้เหตุผลน้อยและมีความคิดแบบเอกนัษต่ำอย่างมีนัษสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เด็กวัยรุ่นที่มีคามารคามัระดับ เศรษฐกิจสูง มีอาชีพระดับสูง มีระดับการศึกษาสูง มีความเชื่ออำนาจภายในคนมากกว่าเด็กวัยรุ่นที่มีคามารคามัระดับ เศรษฐกิจต่ำ อาชีพระดับต่ำอย่างมีนัษสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ดวงเคือน แซ่ตั้ง (2531 : 136-138) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "อิทธิพลของการให้แรงเสริมด้วยเบียรรางวัลต่อความเชื่ออำนาจภายในคนของเด็กก่อนวัยรุ่น" โดยใช้กลุ่มตัวอย่างประชากร เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ในจังหวัดนครราชสิมา จำนวน 154 คน ซึ่งกลุ่มตัวอย่างจะถูกแบ่งออกเป็น 4 กลุ่มอย่างสุ่มคือ กลุ่มที่อยู่ในสภาวะใช้เบียรรางวัล (มีข้อคกลงและได้รับรางวัลคามาระเบียร) กลุ่มที่อยู่ในสภาวะการใช้สัญญา (มี

ข้อตกลงแต่ไม่ได้รับรางวัลตามระเบียบ) กลุ่มที่อยู่ในสภาวะการให้รางวัลอย่างมีระเบียบ (ไม่มีข้อตกลงแต่ได้รับรางวัลตามระเบียบ) และกลุ่มที่อยู่ในสภาวะการให้รางวัลตามสะดวก (ไม่มีข้อตกลงและไม่ได้รับรางวัลตามระเบียบ) ในการฝึกทำโดยให้นักเรียนเล่นเกมชนิดที่เล่นตามลำพังและต้องใช้ความพยายามในการเล่นเพื่อให้ได้รับรางวัล โดยทั้ง 4 กลุ่มได้รับการฝึก 15 ครั้ง ๆ ละ 30-60 นาที โดยทำการฝึกติดต่อกันทุกวันวันละครั้ง โดยผู้วิจัยจะมีการวัดผล 3 ครั้ง เมื่อฝึกไปได้ 5 ครั้ง 10 ครั้ง และ 15 ครั้ง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมี 7 ฉบับคือ แบบวัดการอบรมเลี้ยงดูแบบใช้เหตุผล แบบวัดแรงจูงใจไม่สัมฤทธิ์ การสอบถามภูมิหลัง แบบวัดความเชื่ออำนาจภายในคน แบบวัดความเชื่ออำนาจภายในคนเฉพาะสถานการณ์เล่นเกม แบบวัดสุขภาพจิต และแบบวัดการตรวจสอบการจัดกระทำ โดยแบบวัด 3 อันดับแรกเป็นแบบวัดก่อนการทดลอง ส่วนแบบวัด 4 อันดับหลังเป็นแบบวัดตัวแปรตาม ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนที่อยู่ในสภาวะการใช้เบี้ยรางวัลมีความเชื่ออำนาจภายในคนทั่วไปสูงขึ้น

อดิวัฒน์ พรหมสา (2533 : 69) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การศึกษาผลของการฝึกควบคุมตนเองที่มีต่อความถูกต้องในการทำแบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีคะแนนจากแบบวัดไอ เอ อาร์ ต่างกัน" โดยใช้กลุ่มตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2532 โรงเรียนจันทร์หุ่นบำเพ็ญ สังกัดกรมสามัญศึกษา ในเขตกรุงเทพมหานคร จำนวน 90 คน โดยแบ่งเป็น 3 กลุ่ม ๆ ละ 30 คน เมื่อจัดเป็นกลุ่มที่มีคะแนนจากแบบวัดไอ เอ อาร์ สูง ต่ำ และกลุ่มที่มีคะแนนคละกัน จากนั้นจัดเข้ากลุ่มทดลองเพื่อฝึกการควบคุมตนเองโดยใช้เทคนิคการเสริมแรงตนเอง ซึ่งเป็นการให้เบี้ยรางวัลกับตนเองเพื่อนำไปแลกสิ่งของต่าง ๆ เมื่อทำแบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์ ถูกต้องตามเกณฑ์ที่ตนเองได้กำหนดไว้ ซึ่งจะแบ่งการทดลองเป็น 3 ระยะคือ ระยะเส้นฐาน ระยะทดลอง และระยะติดตามผล เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือแบบวัดไอ เอ อาร์ ซึ่งแปลมาจากของแครนคอลลี และแบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่มีคะแนนสูงจากแบบวัดไอ เอ อาร์ มีคะแนนความถูกต้องในการทำแบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่มีคะแนนต่ำจากแบบวัดไอ เอ อาร์ เมื่อได้รับการฝึกควบคุมตนเองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ทั้งในระยะทดลองและระยะติดตามผล และนักเรียนกลุ่มที่มีคะแนนสูงจากแบบวัดไอ เอ อาร์ มีคะแนน

ความถูกต้องในการทำแบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่มีคะแนนคละกันจากแบบวัด ไอ เอ อาร์ เมื่อได้รับการฝึกควบคุมตนเองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ในระยะติดตามผล

## 2. งานวิจัยในต่างประเทศ

ทักเคอร์ (Tucker, 1975 : 2620-A) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การศึกษาความสัมพันธ์ของทักษะ เบื้องต้นที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์ เลขคณิตของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4" โดยใช้กลุ่มตัวอย่างประชากร เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 80 คน เป็นชาย 41 คน หญิง 39 คน ซึ่งมีคะแนนจากแบบวัด เซาว์นปัญญา (I.Q.) อยู่ในช่วง 89-130 โดยมี I.Q. เฉลี่ย 109.8 เครื่องมือที่ใช้เก็บรวบรวมข้อมูลมี 4 ฉบับคือ แบบวัด เซาว์นปัญญา แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ (SRA) ซึ่งใช้วัดทักษะ การอ่านและทักษะการคำนวณ แบบทดสอบวัดการวิเคราะห์เชิงปริมาณ ซึ่งใช้วัดทักษะการ จัดรูปแบบของปัญหา และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยรูปภาพและภาษา ผลการวิจัยปรากฏว่า ทักษะเบื้องต้น ได้แก่ ทักษะการสอน ทักษะการคำนวณ และทักษะ การจัดรูปแบบของปัญหา มีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการจัดรูปแบบของปัญหาที่มีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่าทักษะการคำนวณและทักษะ การอ่าน

กิฟฟูน (Giffune, 1976 : 2572-A) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "ผลของการส่งเสริมการฝึกอ่านที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียน" โดยใช้กลุ่มตัวอย่างประชากร เป็นนักเรียนที่เรียนวิชาพีชคณิต เล่ม 1 จำนวน 67 คน โดยแบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลอง 31 คน กลุ่มควบคุม 36 คน ซึ่งทั้ง 2 กลุ่มได้รับการ สอนเพื่อหาคำตอบของโจทย์ปัญหา โดยใช้วิธีผสมระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาของ โพลยา (Polya) และการแปลความของ ดาห์มัส (Dahmus) แต่กลุ่มทดลองได้รับการสอนกลวิธีการอ่านเสริมจากการสอนเพื่อหาคำตอบจากโจทย์ โดยได้เรียนการอ่านอย่างเป็นขบวนการ พิจารณาคำศัพท์ที่ใช้ในการอ่านคณิตศาสตร์ และการสร้างลำดับขั้นของความเข้าใจ ตลอดจน การประยุกต์หลักการ เหล่านี้ในการหาคำตอบจากโจทย์สมการ เครื่องมือที่ใช้ในการ เก็บรวบรวมข้อมูลคือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์สมการ ผลการวิจัยปรากฏว่า เมื่อเรียนจบนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนกลวิธีการอ่านมีความสามารถในการ เขียนสมการ และหาคำตอบได้อย่างถูกต้องมากกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และ

เมื่อทดสอบความคงทนในการ เรียนรู้พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนกลวิธีการอ่านมีความสามารถในการ เขียนสมการได้อย่างถูกต้องมากกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทาง สถิติที่ระดับ 0.01

ฮอลล์ (Hall, 1977 : 6324-A) ได้ทำการวิจัย เรื่อง " การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการกะประมาณและความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5" โดยใช้กลุ่มตัวอย่างประชากร เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 60 คน ซึ่งแบ่งเป็น 2 กลุ่ม ๆ ละ 30 คน กลุ่มหนึ่งเป็นกลุ่มควบคุม อีกกลุ่มหนึ่งเป็นกลุ่มทดลอง โดยกลุ่มทดลองได้รับการสอนการกะประมาณ รวม 8 บทเรียน ๆ ละ 30 นาที ในการวิจัยครั้งนี้ทั้ง 2 กลุ่มได้รับการทดสอบก่อนและหลังเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการ เก็บรวบรวมข้อมูลคือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการกะประมาณและแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการกะประมาณสูงมีความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์มากกว่านักเรียนที่มีความสามารถในการกะประมาณต่ำ

อีโคโนโมปูลอส (Economopoulos, 1978 : 4102-A) ได้ทำการวิจัย เรื่อง " การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีการตัดสินใจ การแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ และการคิดแบบ เอนกนัยของนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาได้ดีเลิศ" โดยใช้กลุ่มตัวอย่างประชากร เป็นนักเรียนที่เรียนดีเลิศทางคณิตศาสตร์ จำนวน 56 คน โดยจัดเป็นกลุ่มทดลอง 2 กลุ่ม ๆ ละ 15 คน กลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม จำนวน 26 คน กลุ่มทดลองทั้ง 2 กลุ่มได้รับการสอนตามทฤษฎีการตัดสินใจ โดยกลุ่มหนึ่งได้รับการสอนทฤษฎีเกม ส่วนอีกกลุ่มหนึ่งได้รับการสอนทฤษฎีการตัดสินใจอย่างกว้าง ๆ ซึ่งใช้เวลาในการสอน 15 ครั้ง ๆ ละ 75 นาที เครื่องมือที่ใช้ในการ เก็บรวบรวมข้อมูลคือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ตามแนว ฮิวริสติก และแบบวัดความคิดแบบเอนกนัย ซึ่งความคิดแบบเอนกนัยแบ่งออกเป็น 3 แบบคือ ความคิดแบบคล่องตัว ความคิดแบบยืดหยุ่น ความคิดแบบริเริ่ม ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนทฤษฎีเกมมีความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกับนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนทฤษฎีการตัดสินใจอย่างกว้าง ๆ แต่นักเรียนที่ได้รับการสอนทฤษฎีการตัดสินใจทั้ง 2 กลุ่มมีความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ และนักเรียนที่มีความคิดริเริ่มสูง เมื่อได้รับการสอนทฤษฎีการตัดสินใจแล้วมีความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ เพิ่มขึ้น

มากกว่าอัตราการเพิ่มของกลุ่มที่มีความคิดริเริ่มต่ำ

พุท (Putt, 1979 : 5328-A) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การศึกษาวิธีการสอนแก้ปัญหาไจทย์คณิศาสตร์ 2 วิธีของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5" โดยใช้กลุ่มตัวอย่างประชากร เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 3 ห้องเรียน โดยแบ่ง เป็นกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม และกลุ่มทดลอง 2 กลุ่ม ซึ่งกลุ่มทดลองกลุ่มหนึ่งได้รับการสอนแก้ปัญหาไจทย์คณิศาสตร์อย่าง เป็นขบวนการตามลำดับขั้นการเรียนรู้อิงกาเยน แต่กลุ่มทดลองอีกกลุ่มหนึ่งได้รับการสอนตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา เนื้อหาที่สอนแบ่งเป็น 8 ตอน และใช้เวลาสอน 4 สัปดาห์ ในการจัดการเรียนการสอนแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 - 5 คน โดยมีผู้สังเกตการณ์ 2 คนคอยบันทึกพฤติกรรมของนักเรียน มีการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาไจทย์คณิศาสตร์และแบบวัดเจตคติที่มีต่อการแก้ปัญหาไจทย์คณิศาสตร์ ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาไจทย์คณิศาสตร์อย่าง เป็นขบวนการตามลำดับขั้นการเรียนรู้อิงกาเยน มีความสามารถในการแก้ปัญหาไจทย์คณิศาสตร์และเจตคติต่อการแก้ปัญหาไจทย์คณิศาสตร์ไม่แตกต่างกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามขั้นตอนการสอนของโพลยา อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ แต่นักเรียนที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาแบบใหม่ทั้ง 2 กลุ่มมีความสามารถในการแก้ปัญหาไจทย์คณิศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ และนักเรียนที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาแบบใหม่ทั้ง 2 กลุ่มมีเจตคติที่ดีต่อการแก้ปัญหาไจทย์คณิศาสตร์เพิ่มขึ้น

คลาร์คลสัน (Clarkson, 1979 : 4101-A) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างทักษะการแปลความและความสามารถในการแก้ปัญหา" โดยใช้กลุ่มตัวอย่างประชากร เป็นนักเรียนที่เรียนพีชคณิตปีที่ 1 จำนวน 5 ห้องเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา แบบทดสอบวัดความสามารถในการแปลความ วิธีการวิจัยให้นักเรียนทั้ง 5 ห้องเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา แล้วนำคะแนนที่ได้มาแบ่งนักเรียนออกเป็น 3 ระดับ แล้วเลือกนักเรียนมา 2 ห้องเรียนเพื่อฝึกทักษะในการแปลความหมาย 3 แบบคือ จากภาษาเป็นสัญลักษณ์ จากสัญลักษณ์เป็นสัญลักษณ์ และจากรูปภาพเป็นสัญลักษณ์ ส่วนนักเรียนกลุ่มที่เหลือ

ให้ฝึกแปลความหมาย 2 แบบ คือ ให้พิจารณาข้อความที่สมมูลกันของปัญหาเดียวกัน และให้เขียนข้อความใหม่ให้สมมูลกับข้อความที่กำหนดให้ จากนั้นให้นักเรียนทุกกลุ่มทำแบบวัดความสามารถในการแปลความหมายและแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาล้วนนำคะแนนที่ได้ไปหาความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหาล้วน ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนที่มีทักษะในการแปลความหมายครบทั้ง 3 แบบมีความสามารถในการแก้ปัญหาล้วนสูงกว่านักเรียนที่มีทักษะในการแปลความหมายไม่ครบทั้ง 3 แบบ

มูราสกี (Muraski, 1979 : 4104-A) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การศึกษาผลของการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์กับความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6" กลุ่มตัวอย่างประชากร เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งผู้วิจัยได้แบ่ง เป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมกลุ่มละ 13 คน กลุ่มทดลองได้รับการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์ 3 บทเรียน ๆ ละ 30 นาที แต่ละบทเรียนมีทักษะย่อยที่สอนอ่าน 5 ทักษะ คือ การรู้จักใช้สัญลักษณ์เฉพาะทางคณิตศาสตร์ได้อย่างรวดเร็วและอ่านได้อย่างถูกต้อง การวิเคราะห์โครงสร้าง การคาดคะเนเนื้อเรื่อง การใช้เหตุผลวินิจฉัย การคิดลงสรุป ซึ่งทั้ง 5 ทักษะนี้ช่วยให้รู้และเข้าใจข้อความต่าง ๆ ได้ดีขึ้น เวลาที่ใช้ในการสอนอ่าน 5 สัปดาห์ เมื่อสอนเสร็จให้นักเรียนทั้ง 2 กลุ่มทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนอ่านมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มากกว่ากลุ่มที่สอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

สมชัย ชินตระกูล (1983, ii-iii) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "ความสัมพันธ์ระหว่างการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์กับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากสถานการณ์" กลุ่มตัวอย่างประชากร เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 32 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่คล้ายคลึงกับชีวิตจริง ซึ่งแบบทดสอบทั้งสองฉบับ เป็นข้อสอบที่ถามเกี่ยวกับสถานการณ์ในชีวิตจริง โดยสร้างให้สอดคล้องกันในแต่ละข้อ จำนวน 8 ข้อ ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยจะไปเก็บ เป็นรายบุคคลเพื่อค้นหาความคลาดเคลื่อนในการทำแบบทดสอบของนักเรียน ผลการวิจัยปรากฏว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์กับความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่คล้ายคลึงกับชีวิตจริงมีความสัมพันธ์กันในทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดยมีค่าสหสัมพันธ์สูงถึง 0.78 แต่นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่คล้ายคลึงกับชีวิตจริงอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

เพทโควิช (Petkovich, 1986 : 4334-A) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การสอนพีชคณิตด้วยการฝึกให้ทำตัวอย่าง เป็นการศึกษากิจกรรมของคำราที่ใช้ประกอบการเรียนและขอบเขตของตัวอย่างที่มีต่อเนื้อหาที่ได้เรียนมา และความคงทนของทักษะด้านความรู้ความจำ" โดยใช้กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในเขตชานเมือง ที่เรียนพีชคณิต จำนวน 17 คน ซึ่งเป็นผู้สอบไม่ผ่านการทดสอบความรู้พื้นฐาน วิธีการสอนให้เด็กแต่ละคนได้รับการศึกษาจากตัวอย่างเพียง 1 ใน 4 โดยตัวอย่างเหล่านั้นได้สร้างเพิ่มเติมเพื่อให้ครอบคลุมในหลาย ๆ ด้าน โดยใช้เทคนิคเช่นเดียวกับการเขียนคำราเรียน เพื่อจะได้รับการปรับปรุงสิ่งที่นักเรียนได้เรียนมาแล้ว และเป็นการเสริมทักษะด้านการแก้ปัญหาโจทย์ที่นักเรียนได้เรียนมาแล้วให้ดีขึ้น โดยนักเรียนได้รับคำแนะนำเพิ่มเติมเป็นการเพิ่มความเข้าใจในเนื้อหาที่ลืมไปแล้ว นักเรียนได้รับข้อเสนอแนะเพื่อแก้ไขก่อนสอบครั้งต่อไป ผลการวิจัยปรากฏว่า การได้ศึกษาตัวอย่างหลาย ๆ แบบช่วยให้นักเรียนมีความสามารถแก้ปัญหาโจทย์สมการได้ถูกต้องมากขึ้นกว่าเดิมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

แครนดอลล์ แคทคอฟสกี และ แครนดอลล์ (Crandall, Katkovsky and Crandall, 1965 : 91-109) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "ความเชื่อในอัจฉลิต-ปรลิตในสภาพการณ์ในการเรียน" โดยใช้กลุ่มตัวอย่างประชากร เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 923 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือแบบสอบถาม The Intellectual Achievement Responsibility Questionnaire (IAR) เพื่อวัดความเชื่อในอัจฉลิต-ปรลิต แบบทดสอบวัดระดับสติปัญญา (The California of Basic Skills) ผลการวิจัยปรากฏว่า ความเชื่อในอัจฉลิต-ปรลิตมีความสัมพันธ์กับสัมฤทธิ์ผลทางการเรียน ระดับสติปัญญา อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 โดยผู้ที่มีความเชื่อในอัจฉลิตสูงจะมีผลสัมฤทธิ์สูงกว่าผู้ที่มีความเชื่อในอัจฉลิตต่ำกว่า

แครนดอลล์ และ เลซี่ (Crandall and Lacey, 1972 : 1123-1131) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การรับรู้ด้านความเชื่อในอัจฉลิต-ปรลิตในสภาพการณ์เรียนและการแก้ปัญหา" โดยใช้กลุ่มตัวอย่างประชากร เป็นเด็กอายุ 6 ปี 10 เดือน 12 ปี 5 เดือน จำนวน 50 คน เป็นชาย 28 คน หญิง 22 คน มี IQ เฉลี่ย 117.6 และมี S.D. = 15.9 ทั้งกลุ่มเด็กชายและเด็กหญิงมี IQ และอายุเฉลี่ยพอ ๆ กัน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาด้านรูปภาพ (Embedded

Figures Test หรือ EFT) จำนวน 10 รูป ของ Witkin เพื่อให้เด็กแสดงความสามารถหารูปที่ซ่อนอยู่ในพื้นภาพ แบบสอบ Intellectual Achievement Responsibility Questionnaire (IAR) ของ แครนคอลล์ เพื่อวัดความเชื่อในอัตลัษิต-ปรลัษิต และแบบทดสอบวัดระดับสติปัญญา (IQ) ผลการวิจัยปรากฏว่า เด็กหญิงและเด็กชายมีความสามารถในการแก้ปัญหาจาก EFT ไม่แตกต่างกัน เด็กที่มีคะแนนจากแบบสอบ IAR สูง สามารถแก้ปัญหาจาก EFT ได้เร็วกว่าเด็กที่มีคะแนนจากแบบสอบ IAR ต่ำ และคะแนนจากแบบทดสอบ EFT กับแบบสอบ IAR มีความสัมพันธ์กับอายุ และ IQ นั่นคือเด็กที่มีอายุมากกว่าจะมีความเชื่อในอัตลัษิตมากกว่า และสามารถแก้ปัญหาจาก EFT ได้เร็วกว่า

สซ์ลทซ์, คอลเลจ และ โปเมอแรนทซ์ (Schultz, College and Pomerantz, 1976 : 39-50) ได้ศึกษาเกี่ยวกับแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ความเชื่อในอัตลัษิต-ปรลัษิต และสัมฤทธิ์ผลทางการเรียน โดยใช้กลุ่มตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือ แบบวัดแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ Mehrabian's Resultant Achievement Motivation Scale (RAM) -- และ Herman's Prestatid Motivate Test (PMT) แบบวัดความวิตกกังวล Alpert and Harber's Achievement Anxiety Test (AAT) แบบวัดความเชื่อในอัตลัษิต-ปรลัษิต The Intellectual Achievement Responsibility Questionnaire (IAR) และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน Comprehensive Test of Basic Skills (CTBS) ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนที่มีความเชื่อในอัตลัษิตมีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่มีความเชื่อในปรลัษิต

สแปนน์ (SPann, 1977 : 7464-A) ได้ศึกษาการทำนายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนด้วยความเชื่อในอัตลัษิต-ปรลัษิต โดยใช้กลุ่มตัวอย่างประชากรเป็นนักศึกษาปีวค้ำที่ San Antonio College ใน San Antonio มลรัฐ Texas เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบวัดความเชื่อในอัตลัษิต-ปรลัษิตของ โนวิกกีและสตรีกแลนด์ (Nowicki-Strickland Internal-External Scale) ผลการวิจัยปรากฏว่า ความเชื่อในอัตลัษิตสามารถทำนายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนได้ในทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ



เมื่อประมวลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ ทำให้สรุปได้ว่า นักเรียนที่มีความเชื่อในอัตลิติน่าจะมีแนวโน้มในการแก้ปัญหาโจทย์สมการได้ดีกว่านักเรียนที่มีความเชื่อในปรลิติต เพราะฉะนั้นนักเรียนที่มีความเชื่อในอัตลิติตมีคุณสมบัติที่เอื้ออำนวยต่อการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่มีความเชื่อในปรลิติตทั้งในด้าน ความสามารถในการอ่าน ความคิดแบบเอกนัย ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ระดับสติปัญญา และความสามารถในการแก้ปัญหา