

การแทนอุปกรณ์ในระบบไฟฟ้ากำลังสำหรับการวิเคราะห์ทรานเซียนต์แม่เหล็กไฟฟ้า

บทนำ

การวิเคราะห์ทรานเซียนต์ในระบบไฟฟ้ากำลัง นอกจากรายละเอียดของวิธีที่ใช้ในการคำนวณตามที่ได้รายงานไว้ในบทที่ 2 โหมดของอุปกรณ์ต่าง ๆ ที่ใช้ศึกษายังมีความสำคัญต่อการวิเคราะห์เป็นอย่างมาก นอกจากนั้นการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการศึกษาทรานเซียนต์แม่เหล็กไฟฟ้ายังขึ้นกับการเลือกโหมดของอุปกรณ์ให้เหมาะสมตามชนิดของทรานเซียนต์ ซึ่งบ่งบอกถึงความถี่และช่วงเวลาของการเกิดทรานเซียนต์ นั่นคือ ความถี่หลักของทรานเซียนต์มีผลกับการเลือกช่วงเวลา (Time Step) และคำนวณค่าพารามิเตอร์ของสายส่ง ซึ่งจะได้กล่าวถึงต่อไป

ชนิดของทรานเซียนต์ในระบบไฟฟ้ากำลัง

การวิเคราะห์ทรานเซียนต์แม่เหล็กไฟฟ้าเพื่อใช้ในการศึกษาแรงดันเกิน (Overvoltage) นั้นโหมดของอุปกรณ์จำเป็นต้องให้เหมาะสมกับความถี่ของทรานเซียนต์ที่กำลังศึกษาอยู่ การประมาณแถบความถี่ที่คาดไว้สำหรับแต่ละชนิดของทรานเซียนต์ได้แสดงดังตารางที่ 3.1 (15)

ชนิดของทรานเซียนต์	ช่วงความถี่ (Frequency Band)
Transformer Energization	,1 Hz-3 KHz
Load Rejection	,1 Hz-3 KHz
Fault Clearing	10 Hz-3 KHz
Line Energization	3 Hz-15 KHz
Transient Recovery Voltage	10 Hz-30 KHz
Fault Inception	10 Hz-30 KHz
Restrike of Circuit Breaker (Single)	10 Hz-30 KHz
Multiple Restrike of Circuit Breaker	10 Hz-3 MHz
Lightning Surges or Faults in Station	5 KHz-3 MHz
Fast Transient in GIS	50 KHz-30 MHz

ตารางที่ 3.1 ประมาณแถบความถี่ที่คาดไว้สำหรับแต่ละชนิดของทรานเซียนต์ (15)

จากแถบความถี่ของแต่ละชนิดของทรานเซียนต์ในตารางที่ 3.1 อาจจัดเป็นกลุ่มตามลักษณะของแรงดันเกินได้ตามตารางที่ 3.2

ชนิดของแรงดันเกิน	ช่วงความถี่
แรงดันเกินฟ้าผ่า (Lightning Overvoltage)	5 kHz - 3 MHz
แรงดันเกินสวิตชิ่ง (Switching Overvoltage)	3 Hz - 30 kHz
แรงดันเกินชั่วคราว (Temporary Overvoltage)	.01 Hz - 5 kHz

ตารางที่ 3.2 ชนิดของแรงดันเกินที่สัมพันธ์กับแถบความถี่

1. ค่าเหตุของการเกิดทรานเซียนต์

1.1 เลิร์จฟ้าผ่า (Lightning Surge) ฟ้าผ่าประกอบด้วยอิมพัลส์ของกระแสไฟฟ้าซึ่งมีขนาดสูงในหน่วยของหลายร้อยกิโลแอมแปร์ (kA) เกิดในช่วงเวลาเป็นไมโครวินาทีแล้วลดลงอย่างช้า ๆ เลิร์จจากฟ้าผ่าลงบนสายส่งเกิดจาก Direct Stroke บนเฟลล์ของสายส่งหรือจาก Backflashover การศึกษาเพื่อนำไปหา Line Outage Rate และหาระดับของฉนวนไฟฟ้าของอุปกรณ์ภายในสถานีไฟฟ้า รวมทั้งเลือกขนาดและตำแหน่งติดตั้งของกัณฑ์ฟ้าผ่า (Lightning Arrester)

1.2 สวิตชิ่งเลิร์จ (Switching Surge) ในระบบที่มีแรงดันสูงกว่า 300 กิโลโวลต์ การออกแบบเลือกฉนวนของอุปกรณ์ไฟฟ้าต้องคำนึงถึงเลิร์จประเภทนี้ สวิตชิ่งเลิร์จที่สำคัญได้แก่

1. การสับและปลดสายส่ง (Line Energization and Reclosing) รูปร่างและขนาดของแรงดันเกินในกรณีของการสับสายส่งขึ้นอยู่กับอิมพีแดนซ์ของสายส่ง ชนิดของแหล่งกำเนิดไฟฟ้าและตำแหน่งของการสับเซอร์กิตเบรกเกอร์

องค์ประกอบความถี่ของสวิตชิ่งเลิร์จอยู่ในช่วงหลายร้อยกิโลเฮิรตซ์ถึงไม่กี่เฮิรตซ์ และช่วงเวลาของทรานเซียนต์อยู่ระหว่าง 10 ถึง 40 มิลลิวินาที (16)

2. แรงดันทรานเซียนต์รีโคเวอรี่ (Transient Recovery Voltage) เกิดเมื่อเซอร์กิตเบรกเกอร์ตัดกระแสไฟฟ้าขณะเกิดการสัดวงจรจะเกิดแรงดันทรานเซียนต์ขึ้นที่ชั่วทวิง 2 ของเซอร์กิตเบรกเกอร์ ช่วงเวลาการเกิดในช่วงหลายสิบถึงหลายร้อยไมโครวินาที

3. การสวิตชิงขดลวดเหนี่ยวนำและหม้อแปลง (Reactor and Transformer Switching) การ energize พวกอุปกรณ์ที่มีแกนเหล็ก (Magnetic Core) สามารถเป็นผลให้เกิดการอ้อมตัวของแกนเหล็กและกระแสอินรัช (Inrush Current) ซึ่งมีส่วนประกอบของความถี่จาก 50 Hz ถึงหลายกิโลเฮิรท์ (kHz) การปลด (Disconnect) อุปกรณ์เหล่านี้สามารถทำให้เกิดทรานเซียนต์ที่มีความถี่สูงขึ้นถ้าเกิด Current Chopping

4. การสวิตชิงคาปาซิเตอร์ (Capacitor Bank Switching) การ energize คาปาซิเตอร์หรือ restrike ของเซอร์กิตเบรกเกอร์ระหว่างช่วงเวลาที่สับหรือปลดมีผลให้กระแสอินรัชขนาดและความถี่สูงในหน่วยของ kHz

โมเดลของอุปกรณ์ในระบบไฟฟ้ากำลัง

1. สายส่งไฟฟ้า (Overhead Transmission Line) ประกอบด้วยโมเดล 3 แบบคือ

1.1 โมเดลของการต่อคาส์เคด (Cascade) พารามิเตอร์ก้อน (Lumped parameter) หลาย ๆ ตอนต่อกัน ซึ่งได้แก่วงจรลุ่มมูลย์กาย ไข้แทน Untransposed Line ลั้น ๆ การแทนสายส่ง 5 ถึง 20 กิโลเมตรสำหรับแต่ละตอนของวงจรลุ่มมูลย์กาย (8)

1.2 โมเดลของพารามิเตอร์แบบกระจาย (Distributed parameter) แทนสายส่งด้วยเลิร์จแอดมิตแตนซ์ (Surge Admittance) และความเร็วการเคลื่อนที่ของคลื่น (Propagation Velocity) สำหรับสายส่งหลายเฟสใช้ Modal Transform (6) ซึ่งเป็นวิธีการดีคัปเปิล (de-couple) แรงดันและกระแสเฟสในสายส่งด้วยเทคนิคการทรานส์ฟอร์ม

Modal Transform เปลี่ยนสายส่งเป็นโหมดต่าง ๆ ดังนี้

Earth Mode เหมือนกับ Zero Sequence ของ Symmetrical Component ของระบบลุ่มมูลย์ 3 เฟส ผลเมื่อความถี่สูงขึ้นจะลด Effective depth ของพื้นดินลงเป็นการเพิ่มความต้านทานและลดความเหนี่ยวนำ ดังนั้นเลิร์จอิมพีแดนซ์ (Surge impedance) ลดลงและเพิ่มความเร็วการเคลื่อนที่ของคลื่น นิยามของโหมดนี้คือลูป (Loop) ซึ่งเกิดจากทุกเฟสขนานกัน โดยมีกราวนด์ (Ground) เป็นทางย้อนกลับ (Return Path) ในที่นี้จะเรียกโหมดนี้ว่าโหมดที่ 1

Aerial Mode เหมือนกับ Positive Sequence ของ Symmetrical Component ของระบบลุ่มมูลย์ 3 เฟส นิยามของโหมดที่ 2 ถึงโหมดที่ M คือลูปซึ่งเกิดจาก



เฟลส์หนึ่ง โดยมีทางย้อนกลับผ่านเฟลส์ที่ 2 ถึงเฟลส์ที่ M ตามลำดับ

สำหรับวิทยานิพนธ์นี้แทนในลักษณะของ Symmetrical model (ลัมมิตเฟลส์อิมพีแดนซ์ เหมือนกันและ Coupling ระหว่างเฟลส์เท่ากับค่าเฉลี่ย) พารามิเตอร์ของสายส่งหาที่ความถี่เดียว ซึ่งโมเดลนี้เหมาะสมสำหรับการศึกษาเสิร์จลวิทซึ่งจำนวนมากสำหรับสายส่งแบบ Transposed และใกล้เคียงกับโมเดลที่ใช้กับ TNA

1.3 โมเดลของสายส่งแทนด้วยความเหนี่ยวนำ (Lumped inductance)

ใช้ศึกษา Capacitor Switching

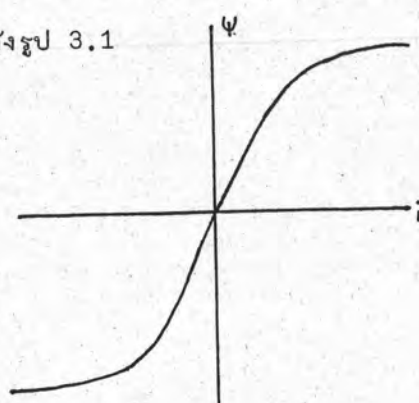
การคำนวณพารามิเตอร์ของสายส่งในแบบต่าง ๆ โดยใช้โปรแกรมคำนวณพารามิเตอร์ของสายส่ง ซึ่งได้กล่าวถึงทฤษฎีการคำนวณในบทที่ 2 และวิธีใช้โปรแกรมในบทที่ 5

2. หม้อแปลง (Transformer) โมเดลของหม้อแปลงขึ้นอยู่กับความถี่ของชนิด

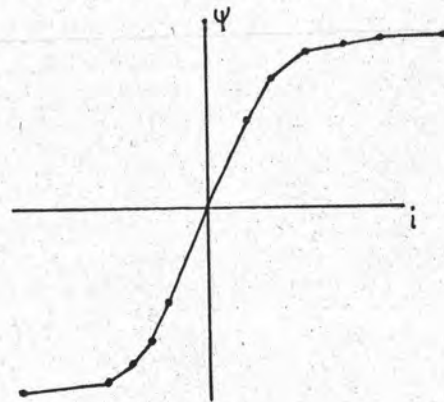
ทรานเซียนต์ที่ต้องการศึกษา ที่ความถี่สูงฮิเลคโตรสแตติก (Electrostatic) ได้แก่ พวคคาแปซิแตนซ์มีผลสำคัญ การแทนหม้อแปลงสำหรับการศึกษาเสิร์จ จากฟ้าผ่าสามารถแทนด้วยคาแปซิแตนซ์ต่อกับกราวด์ ปกติค่านี้อยู่ระหว่าง 2000 ถึง 9000 พิโคฟารัด (Picofarad) รายละเอียดเพิ่มเติมแสดงในภาคผนวก ค

ช่วงเวลาที่แกนเหล็กแสดงลักษณะของแม่เหล็กคือประมาณ 20 ไมโครวินาทีขึ้นไปเป็นทรานเซียนต์แบบลวิทซึ่งเสิร์จและทรานเซียนต์แรงดันรีโคเวอรี่ โมเดลของอิมพีแดนซ์แบบชัน (Shunt Impedance) และตัวเหนี่ยวนำค่าต่ำต่ออนุกรมใช้แทนหม้อแปลง

สำหรับการเปลี่ยนแปลงที่ความถี่ต่ำ โมเดลการอิมตัวของแกนเหล็กของหม้อแปลงจำเป็นด้วยและแทนด้วยความสัมพันธ์ไม่เชิงเส้นของฟลักซ์และกระแสไฟฟ้า ฟลักซ์เป็นสัดส่วนกับอินทิกรัลของเวลาของแรงดันคร่อมขดลวด ความสัมพันธ์แสดงลักษณะของฟลักซ์และกระแสไฟฟ้าแสดงดังรูป 3.1



รูป 3.1 ก



รูป 3.1 ข

รูป 3.1 แสดงความสัมพันธ์ของฟลักซ์และกระแสของหม้อแปลง

การแทนความสัมพันธ์ของฟลักซ์กับกระแสไฟฟ้าในโปรแกรมนี้ด้วยส่วนของเส้นตรงหลาย ๆ ส่วนดังรูป 3.2 สำหรับทรานเซียนต์ที่ต้องใช้โมเดลนี้ได้แก่ เพอร์โรริชโชนซ์ เป็นต้น

3. รีแอกเตอร์ชาน (Shunt Reactor) โมเดลด้วยตัวเหนี่ยวนำ การพิจารณาถึงลักษณะลំปัดการอิ่มตัวของแกนเหล็กเช่นเดียวกับหม้อแปลง เมื่อเกิดแรงดันเกินชั่วคราวและพาราสิติกคาแพซิแตนซ์ (Parasitic Capacitance) มีผลเมื่อเกิดเสิร์จฟ้าผ่า

4. แหล่งกำเนิดแรงดัน (Voltage Source) แบ่งออกเป็น 2 ชนิดคือ

4.1 แหล่งกำเนิดแรงดันกระแสสลับ ได้แก่ เครื่องกำเนิดไฟฟ้าแบบซิงโครนัล ซึ่งแทนด้วยแหล่งกำเนิดแรงดันคงที่กับสับทรานเซียนต์อิมพีแดนซ์หรือทรานเซียนต์อิมพีแดนซ์ขึ้นอยู่กับช่วงเวลาของการศึกษา

ข้อเสียของการแทนแบบนี้อาจไม่เพียงพอ ถ้าศึกษาถึงการลวิทซิงไกลกับแหล่งกำเนิดไฟฟ้าหรือศึกษาพวกรแรงดันเกินไดนามิก (Dynamic Overvoltage) (6)

4.2 แหล่งกำเนิดแรงดันฟ้าผ่า สามารถแทนรูปร่างและลักษณะของคลื่นฟ้าผ่าด้วยฟังก์ชันดังนี้

1. ฟังก์ชันลาด (Ramp function) ช่วงเวลา $t=0$ ถึง t_1 เป็นช่วงฟังก์ชันลาด และจากเวลา t_1 ถึงเวลา t_2 เป็นช่วงที่มีขนาดคงที่ดังรูป 3.2 ก

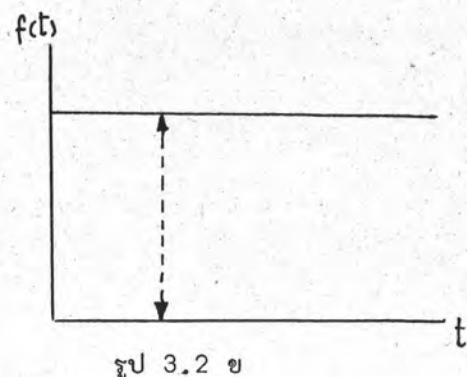
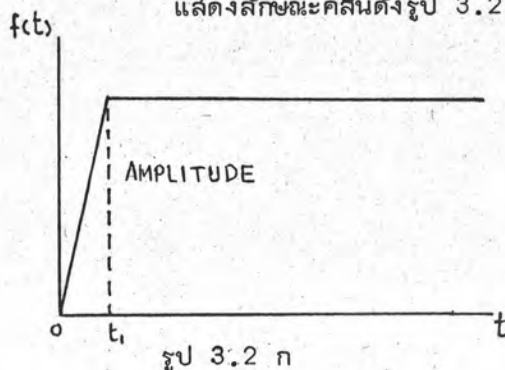
2. ฟังก์ชันขั้น (Step function) มีช่วงเวลา $t=0$ ถึง t_1 มีขนาดคงที่แสดงดังรูป 3.2 ข

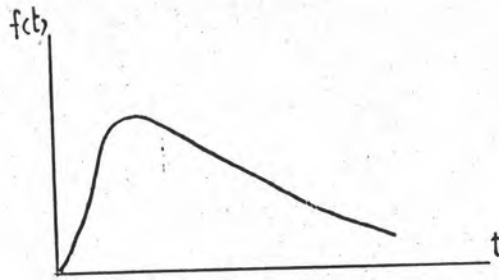
3. ฟังก์ชันคลื่นมาตรฐาน (Standard wave function) เป็นคลื่นฟ้าผ่าที่ใช้ในการทดสอบอุปกรณ์ในระบบไฟฟ้าแรงสูง โดยมีฟังก์ชันทั่วไปคือ

$$f(t) = \text{Amplitude} * (e^{\alpha t} - e^{\beta t})$$

เมื่อ α และ β ปกติเป็นค่าลบ

แสดงลักษณะคลื่นดังรูป 3.2 ค





รูป 3.2 ค

รูป 3.2 แสดงรูปคลื่นฟ้าผ่าชนิดต่าง ๆ

5. เซอร์กิตเบรคเกอร์ (Circuit Breaker) แทนด้วยสวิตช์ที่กำหนดให้ปิดหรือเปิดที่เวลาที่ต้องการโดยแรงดันคร่อมสวิตช์เป็น 0 ขณะปิด และกระแสผ่านสวิตช์เป็น 0 ขณะเปิด

สำหรับเซอร์กิตเบรคเกอร์ในระบบไฟฟ้าแรงสูงพิเศษ โดยทั่วไปจะมีความต้านทานต่ออนุกรมในขณะที่สับเซอร์กิตเบรคเกอร์ในช่วงเวลาหนึ่ง การแทนเซอร์กิตเบรคเกอร์นี้ด้วยสวิตช์ต่ออนุกรมกับความต้านทานขณะปิดและทำการขนานความต้านทานนี้ด้วยความต้านทานขนาดเล็กเข้าใกล้ 0 เพื่อ Bypass ความต้านทานนี้ออกไปเมื่อเวลาผ่านไปช่วงหนึ่ง (Preinsertion Time)

6. กัปเดตักฟ้าผ่า (Lightning Arrester) โมเดลนี้มีเพื่อจุดประสงค์ในการหาตำแหน่งติดตั้งและขนาดพิกัดที่ต้องการ ในการป้องกันอุปกรณ์ในสถานีไฟฟ้าย่อย แบ่งออกเป็น 2 ประเภทดังนี้

1. กัปเดตักฟ้าผ่าแบบซิลิกอนคาร์ไบด์ (Silicon Carbide) ใช้โมเดลของความต้านทานไม่เชิงเส้น (Nonlinear Resistance) บวกจากลักษณะสัมพันธ์ของแรงดันและกระแส (v - I Characteristic) ต่ออนุกรมกับสวิตช์ซึ่งจะปิดต่อเมื่อแรงดันคร่อมมันสูงกว่าแรงดันสปาร์คโอเวอร์ (Sparkover Voltage)

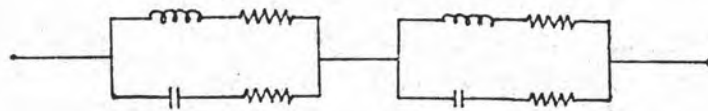
2. กัปเดตักฟ้าผ่าแบบออกไซด์ของโลหะ (Metal Oxide Arrester) ซึ่งเป็นกัปเดตักฟ้าผ่าแบบใหม่และซึ่งใช้ออกไซด์ของสังกะสี (Zinc Oxide) ซึ่งมีความสัมพันธ์ความต้านทานไม่เชิงเส้นเป็นส่วนประกอบหลัก ดังนั้นการแทนกัปเดตักฟ้าผ่าแบบนี้จึงเพียงแทนด้วยความสัมพันธ์ของแรงดันและกระแสของมันเท่านั้น

7. วงจรสมมูลย์ของระบบขนาดใหญ่ (Network Equivalent) ในการศึกษาระบบขนาดใหญ่ เพื่อเป็นการลดเวลาของคอมพิวเตอร์ตลอดจนลดขนาดของระบบให้เหมาะสมกับโปรแกรมโดยผลไม่ผิดพลาด จึงต้องอาศัยวงจรสมมูลย์ของระบบที่ห่างไกลกับเหตุการณ์ของทรานเซียนต์ วงจรสมมูลย์นี้ขึ้นอยู่กับชนิดของทรานเซียนต์ดังนี้

7.1 กรณีทรานเซียนต์ของฟ้าผ่าหรือ Restriking Overvoltage วิธีการจำลองสภาพไฟฟ้าจ่ายย่อยโดยละเอียดทั้งปลั้และอุปกรณ์อื่น ๆ ลายลิ่งและเคเบิลแทนด้วยเลิร์จ อิมพีแดนซ์ ช่วงเวลาที่ต้องการศึกษาต้องไม่มีคลื่นสะท้อนกลับมาจากปลายสายอีกด้านหนึ่ง ถ้าคลื่นสามารถสะท้อนมาถึงได้ในช่วงเวลานั้นไม่สามารถใช้วงจรสมมูลย์ได้ต้องแทนลายลิ่งนั้นด้วย

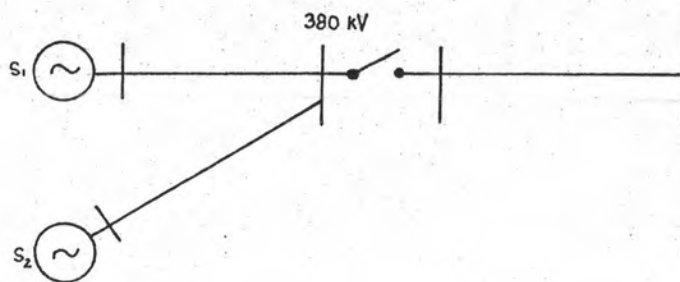
7.2 กรณีทรานเซียนต์เกิดจากลัทธิชิงเลิร์จ วิธีการในข้อ 7.1 ไม่สามารถแทนได้ เนื่องจากเวลาในการศึกษาลัทธิชิงเลิร์จนานกว่าเลิร์จฟ้าผ่ามาก การพิจารณาช่วงเวลา 100 มิลลิวินาที จะสามารถแทนด้วยวงจรสมมูลย์ในหัวข้อ 7.1 ได้ เมื่อจุดที่ทำให้เกิดคลื่นสะท้อนกลับมาจากจุดที่สนใจโดยอย่างน้อย 3000 กิโลเมตร ซึ่งเป็นไปไม่ได้สำหรับระบบไฟฟ้าทั่วไป

วิธีการสร้างวงจรสมมูลย์สำหรับทรานเซียนต์แบบนี้ได้มีการพัฒนาขึ้น (18, 19, 20) เช่น แทนด้วยวงจรสมมูลย์แบบ Foster ซึ่งประกอบด้วยความต้านทาน คาปาซิเตอร์และอินดักเตอร์ต่อกันดังรูป 3.3 นอกจากนั้นยังมีวงจรสมมูลย์ที่แทนด้วยวิธีการอื่น ๆ (18) ซึ่งความถูกต้องของแต่ละชนิดขึ้นอยู่กับผลตอบสนองเชิงความถี่ที่ต้องการ



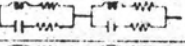
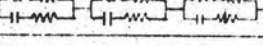
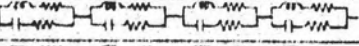
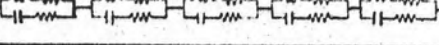


รูป 3.3 แสดงวงจรสมมูลย์แบบ Foster

สำหรับรูปที่ 3.4 แสดงถึงไดอะแกรมเส้นเดี่ยว (Single Line Diagram) ของระบบหนึ่ง ซึ่งสามารถแทนด้วยวงจรสมมูลย์เมื่อมองจากปลั้ 380 KV ไปยัง Source ส่วนรูป 3.5 เป็นการแทนวงจรสมมูลย์ชนิดต่าง ๆ และช่วงความถี่ ซึ่งวงจรสมมูลย์นั้นแทนได้ถูกต้อง (18)



รูป 3.4 ไตอะแกรมเส้นเดียว

SOURCE	TNA REPRESENTATION	POSITIVE SEQUENCE SOURCE IMPEDANCE CORRECT UP TO
Eq 1	π of 7 km (base case)	5000 Hz
Eq 2	 inductance correspondent to 50-Hz short-circuit impedance	50 Hz
Eq 3	 first series and parallel resonance	500 Hz
Eq 4	 first 2 series and parallel resonances	1000 Hz
Eq 5	 first 3 series and parallel resonances	1300 Hz
Eq 6	each line with two π	1500 Hz
Eq 7	each line with three π	1750 Hz
Eq 8	 first 4 series and parallel resonances	2000 Hz
Eq 9	 first 5 series and parallel resonances	2700 Hz

รูป 3.5 วงจรสัมพันธ์กับผลของความถี่

การวิเคราะห์หารานเขียนตแม่เหล็กไฟฟ้าด้วยป้ลแอดิตแทนซ์เมตริกซ์

1. ล้มการของระบบไฟฟ้า (Network Equations)

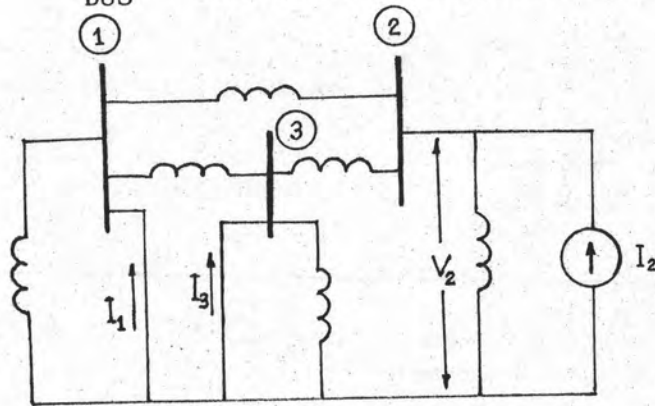
ระบบไฟฟ้ากำลังที่ประกอบด้วย n โหนด ล้สามารถจะแทนระบบนั้น ๆ ด้วยล้มการโหนด (Node Equations) จำนวน $n-1$ ล้มการซึ่งเป็นอิสระจากกันและเขียนในรูปของล้มการเมตริกซ์ได้คือ

$$\bar{I}_{BUS} = Y_{BUS} \bar{E}_{BUS} \quad (3.1)$$

โดยที่ \bar{I}_{BUS} = เวกเตอร์ของกระแสที่ไหลเข้าป้ล

Y_{BUS} = ป้ลแอดิตแทนซ์เมตริกซ์ ซึ่งประกอบด้วยอิลิเมนต์โดยที่ค่าอิลิเมนต์ในแนวทแยง (Diagonal Element) เรียกว่า Self Admittance ส่วนอิลิเมนต์นอกแนวทแยง (Off Diagonal Element) เป็น Mutual Admittance

\bar{E}_{BUS} = เวกเตอร์แรงดันที่ป้ลวัดเทียบกับป้ลอ้างอิง



รูป 3.6 วงจรแสดงการวัด Y_{22}, Y_{12} และ Y_{32}

จากรูป 3.6 ซึ่งแสดงการวัดค่าของ Y_{22}, Y_{12} และ Y_{32} ล้มการของระบบไฟฟ้า

เป็นดังนี้

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

โดยที่ Y_{11}, Y_{22}, Y_{33} คือ Self Admittance และ $Y_{12}, Y_{13}, Y_{21}, Y_{23}, Y_{31}, Y_{32}$ คือ Mutual Admittance ของโหนด 1, 2 และ 3 ตามลำดับ

การวัดค่า Self Admittance ที่โหนด 2 หาได้โดยป้อนกระแส I_2 เข้าที่โหนด 2 และสัดวงจรของโหนด 1 กับกราวด์และโหนด 3 กับกราวด์ จะได้ค่า Self Admittance ของโหนด 2 คือ

$$Y_{22} = \frac{I_2}{V_2} \Big|_{V_1 = V_3 = 0} \quad (3.3)$$

ส่วนการหาค่าแอดมิตแตนซ์ของโหนดอื่นสามารถหาได้ด้วยวิธีเดียวกับการหา Y_{22}

2. การแก้สมการโหนด (Nodal Equation Solution)

การแทนโหนดต่าง ๆ ของวงจรด้วยวงจรสมมูลย์จากบทที่ 2 จะสามารถสร้างสมการโหนดในสภาวะของระบบที่เวลา t ได้ ๆ

$$[Y][e(t)] = [i(t)] - [I] \quad (3.4)$$

โดยที่

$[Y]$ = โหนดคอนดักแตนซ์เมตริกซ์ (Nodal Conductance Matrix)

$[e(t)]$ = เวกเตอร์ของแรงดันโหนดที่เวลา t

$[i(t)]$ = เวกเตอร์ของกระแสที่ป้อนเข้าที่โหนดที่เวลา t

$[I]$ = เวกเตอร์ที่ทราบค่าคือแหล่งจ่ายกระแสสมมูลย์ I (Equivalent Current Source)

การสร้างเมตริกซ์ $[Y]$ เป็นไปตามวิธีการของการสร้างโหนดแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์ในหัวข้อ 1 และได้จัดกลุ่มของโหนด ซึ่งไม่ทราบค่าแรงดันด้วยสับเซต A ส่วนกลุ่มของโหนดซึ่งทราบค่าแรงดันด้วยสับเซต B เมื่อจัดเป็นรูปเมตริกซ์คือ

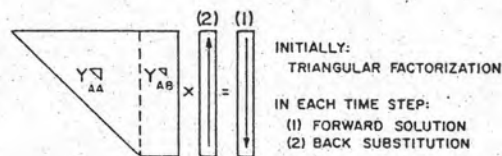
$$\begin{bmatrix} Y_{AA} & Y_{AB} \\ Y_{BA} & Y_{BB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_A(t) \\ e_B(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_A(t) \\ i_B(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

เพื่อหาค่าเวกเตอร์ของแรงดันที่ไม่ทราบค่า $e_A(t)$ โดยการแก้สมการ

$$\begin{bmatrix} Y_{AA} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_A(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{total} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Y_{AB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_B(t) \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

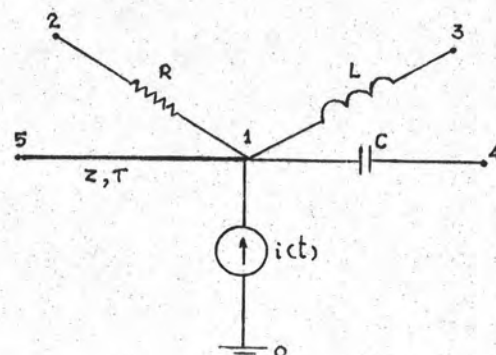
$$\text{โดย } \begin{bmatrix} I_{total} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_A(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I_A \end{bmatrix}$$

ผลลัพธ์ของการแก้สมการ 3.6 ได้ทราบค่าแรงดันของเวกเตอร์ e_A ที่เวลา t จากนั้นทำการคำนวณที่ช่วงเวลา (Time Step) ถัดมาเป็นลูบ (Loop) จนครบช่วงเวลาที่ต้องการศึกษา การแก้สมการ 3.6 โดยการทำให้ Triangular Factorization (12) ของเมตริกซ์ Y_{AA} และ Y_{AB} ก่อนเข้าสู่การคำนวณในลูบของช่วงเวลา (Time Step Loop) และทำ Forward และ Back Substitution เพื่อหาค่า $e_A(t)$ ดังรูป 3.7 ในกรณีที่ Y_{AA} และ Y_{AB} ประกอบด้วยอีลิเมนต์ที่มีค่าเป็นศูนย์จำนวนมาก เพื่อให้เป็นการประหยัดเวลาและหน่วยความจำของคอมพิวเตอร์จึงได้ทำการจัดลำดับ (Ordering) ตามวิธีที่กล่าวในภาคผนวก ง.



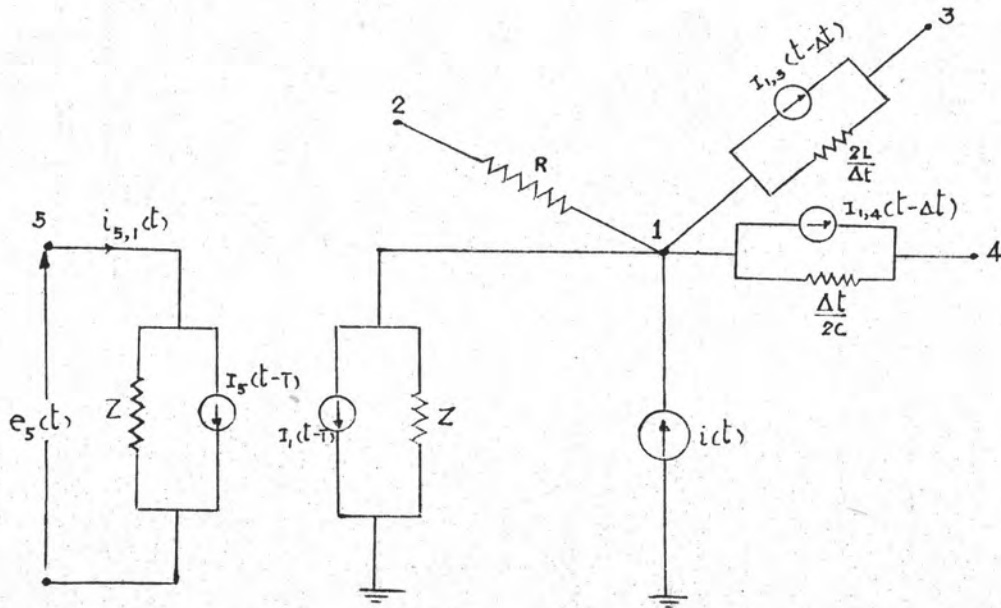
รูป 3.7 การแก้สมการเชิงเส้น

ตัวอย่าง การสร้างสมการโหนดของระบบวงจรไฟฟ้าสำหรับวิเคราะห์ทรานเซียนต์แม่เหล็กไฟฟ้า



รูป 3.8 แสดงวงจรไฟฟ้าประกอบด้วย 6 โหนด

วงจรดังรูป 3.8 ประกอบด้วยโหลดต่าง ๆ ที่มีพารามิเตอร์แบบก้อน (Lumped Parameter) ต่อระหว่างโหนด 1 กับโหนด 2 โหนด 1 กับ โหนด 3 และโหนด 1 กับโหนด 4 ส่วนโหนด 1 กับโหนด 5 เชื่อมต่อกันด้วยโหลดที่มีพารามิเตอร์แบบกระจาย (Distributed Parameter) เมื่อเขียนเป็นวงจรสมมูลแทนพารามิเตอร์เหล่านี้ตามที่ได้รายงานไว้ในบทที่ 2 สามารถเขียนได้ดังรูป 3.9



รูป 3.9 วงจรสมมูลแทนวงจรรูป 3.8

หลังจากนั้นสามารถสร้างแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์และแก้สมการโหนดดังตาราง 3.3

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R} + \frac{\Delta t}{2L} + \frac{2C}{\Delta t} + \frac{1}{Z} & -\frac{\Delta t}{2L} & \frac{2C}{-\Delta t} & -\frac{1}{Z} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{-R} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\Delta t}{-2L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{2C}{-\Delta t} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{-Z} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ e_3(t) \\ e_4(t) \\ e_5(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \\ i_3(t) \\ i_4(t) \\ i_5(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix}$$

$$[Y][e(t)] = [i(t)] - [I]$$

ตาราง 3.3 สัมการโหนดของวงจรรูป 3.8

3. เทคนิคการแก้สมการเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงอิลิเมนต์ของวงจร (6, 14)

ในการคำนวณหารานเซียนต์แม่เหล็กไฟฟ้า มีการเปลี่ยนแปลงค่าของอิลิเมนต์ของวงจรระหว่างการคำนวณ เช่น ค่าของพารามิเตอร์แบนไม่เชิงเส้น การเปิดปิดของสวิตช์ เป็นต้น ซึ่งเป็นผลให้ $[Y]$ เมตริกซ์เปลี่ยนแปลงซึ่งต้องทำ Ordered Triangular Factorization ใหม่ โดยทั่วไปการเปลี่ยนแปลงของวงจรจะเปลี่ยนแปลงเล็กน้อยคือมีการเปลี่ยนแปลงในบางกิ่งเท่านั้น เมื่อเป็นการประหยัดเวลาในการทำ Triangular Factorization ใหม่ จึงได้อาศัยเทคนิควิธีการชดเชย (Compensation Method) เข้าช่วยซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

จากทฤษฎีการชดเชย (Compensation Theorem) (14) วงจรพาสซีฟอิลิเมนต์ (Passive Element) สามารถแทนได้ด้วยแอคทีฟอิลิเมนต์ (Active Element) ซึ่งผลตอบสนองของวงจรอย่างเดียวกัน นั่นคือแหล่งกำเนิดกระแส (Current Source) สามารถแทนพาสซีฟอิลิเมนต์โดยไม่ผลต่อแรงดันและกระแสไฟฟ้าของวงจร โดยวิธีนี้สามารถจะใช้ Factorization เดิมของแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์ในการหาผลลัพธ์ได้

เมื่อ Y เป็นแอดมิตแตนซ์ของวงจรเดิม และ Y' เป็นแอดมิตแตนซ์ซึ่งมีค่ากิ่ง (Branch) ที่ต้องการเปลี่ยนแปลง ΔY เป็นแอดมิตแตนซ์ถ้าขนานกับ Y จะทำให้เกิด Y' จะได้

$$\Delta Y = Y' - Y$$

ถ้าเดิม Y ไม่มีกิ่งระหว่างคู่ซึ่งต้องการเพิ่มกิ่งใหม่เข้าไปคือ $Y = 0$ ดังนั้น

$$\Delta Y = Y'$$

ถ้าเดิมมีกิ่งระหว่างโหนดคู่ นั้น แต่ต้องการนำกิ่งนั้นออกไปเลย

$$\Delta Y = -Y$$

3.1 วิธีการชดเชยเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงเพียงกิ่งเดียว

เมื่อต้องการเพิ่มกิ่งระหว่างโหนด k และ m วงจรประกอบด้วยเวกเตอร์ของกระแสโหนด $[I^{(o)}]$ และเวกเตอร์ของแรงดัน $[E^{(o)}]$ ของวงจรเดิมก่อนที่จะมีการเพิ่มกิ่งแรงดันขณะวงจรเปิด (Open Circuit) $E_{km}^{(o)}$ คร่อมระหว่าง k และ m จากสมการ

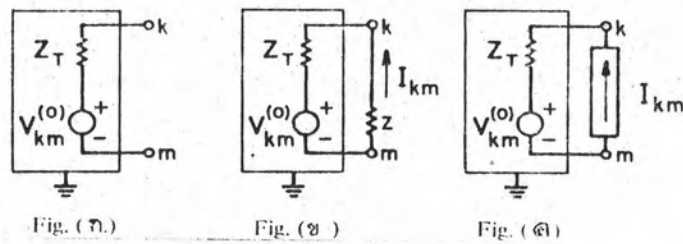
$$E_{km}^{(o)} = E_k^{(o)} - E_m^{(o)} \quad (3.7)$$

โดย $E_k^{(o)}$ และ $E_m^{(o)}$ เป็นอิลิเมนต์ของ $E^{(o)}$

เพื่อหาค่าอิมพีแดนซ์ของวงจรเดิม Z_T ดังรูป 3.10 ก โดยการป้อนเวคเตอร์กระแส $[I^{(km)}]$ ซึ่งประกอบด้วยค่า +1 ที่อิมพีแดนซ์ k และ -1 ที่อิมพีแดนซ์ m อิมพีแดนซ์ที่เหลือเท่ากับศูนย์ เหมือนกับการป้อนกระแส 1 หน่วยระหว่างโหนด k และ m ดังนั้น

$$Z_T = E_k^{(km)} - E_m^{(km)} \tag{3.8}$$

โดยที่ $E_k^{(km)}$ และ $E_m^{(km)}$ เป็นอิมพีแดนซ์ของ $[E^{(km)}]$



รูป 3.10 วิธีการชดเชยแล้ดงในลักษณะวงจรสมมูลย์ไฟฟ้า

ถ้าต่ออิมพีแดนซ์ Z ระหว่างโหนด k และ m ดังรูป 3.10 ข สามารถคำนวณกระแส I_{km} ได้ และถ้าใช้แหล่งกำเนิดกระแส I_{km} แทน Z ดังรูป 3.10 ค แรงดัน E_{km} จะไม่เปลี่ยนแปลง

$$\text{นั่นคือ } E_{km} = -Z I_{km} \tag{3.9}$$

$$E_{km} = E_{km}^{(0)} + Z_T I_{km} \tag{3.10}$$

จากสมการ (3.9) และ (3.10) จะได้

$$I_{km} = \frac{-E_{km}^{(0)}}{Z_T + Z}$$

จะได้

$$[E] = [E^{(0)}] + I_{km} [Z]$$

โดย $[Z]$ เป็นเมตริกซ์ของ Z_T

3.2 วิธีการขุดเขยเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงหลายกิ่งพร้อมกัน (Multiple Branches)

วิธีการขุดเขยสำหรับกรณีกิ่งเดียวสามารถใช้ได้กับกรณีหลายกิ่งด้วย ลมมตต้องการเพิ่มกิ่งเข้าไป 2 กิ่งพร้อมกันระหว่างโหนด km และ ij ด้วยอิมพีแดนซ์ Z_{km} และ Z_{ij} เราสามารถหาแรงดันขณะวงจรเปิดตั้งสมการ (3.11) และ (3.12)

$$E_{km}^{(0)} = E_k^{(0)} - E_m^{(0)} \quad (3.11)$$

$$E_{ij}^{(0)} = E_i^{(0)} - E_j^{(0)} \quad (3.12)$$

แทนสเกลาร์อิมพีแดนซ์ Z_T ในหัวข้อที่ 1 ด้วย 2x2 อิมพีแดนซ์เมตริกซ์ Z_T ตั้งสมการ

$$[Z_T] = \begin{bmatrix} Z_{km,km} & Z_{km,ij} \\ Z_{ij,km} & Z_{ij,ij} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

ด้วยวิธีการให้ $[I^{(km)}]$ มีค่า +1 ที่อิลิเมนต์ k และ -1 ที่อิลิเมนต์ m $[I^{(ij)}]$ มีค่า +1 ที่อิลิเมนต์ i และ -1 ที่อิลิเมนต์ j อิลิเมนต์ที่เหลือมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นอิลิเมนต์ของ $[Z_T]$ คือ

$$\begin{aligned} Z_{km,km} &= E_k^{(km)} - E_m^{(km)} \\ Z_{km,ij} &= E_k^{(ij)} - E_m^{(ij)} \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$Z_{ij,km} = E_i^{(km)} - E_j^{(km)}$$

$$Z_{ij,ij} = E_i^{(ij)} - E_j^{(ij)}$$

และ

$$\begin{bmatrix} E_{km} \\ E_{ij} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Z_{km} \\ Z_{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{km} \\ I_{ij} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$\begin{bmatrix} E_{ij} \\ E_{ij}^{(0)} \\ \begin{bmatrix} Z_{ij,km} & Z_{ij,ij} \end{bmatrix} \\ I_{ij} \end{bmatrix}$$

เมื่อเขียนสมการทั้งสองใหม่โดยใช้สัญลักษณ์ของเมตริกซ์ดังนี้

$$[E_B] = -[Z_B][I_B] \quad (3.17)$$

$$[E_B] = [E_B^{(0)}] + [Z_T][I_B] \quad (3.18)$$

หากการกำจัด $[E_B]$ จะได้

$$[I_B] = -\left[[Z_T] + [Z_B] \right]^{-1} [E_B^{(0)}] \quad (3.19)$$

หาค่าแรงดันที่ต้องการ

$$[E] = [E^{(0)}] + I_{km}[Z_T] + I_{ij}[Z_T] \quad (3.20)$$

3.3 อัลกอริทึมพื้นฐาน (Basic Algorithm)

ขั้นตอนของอัลกอริทึมเป็นดังนี้

1. คำนวณแรงดันโหนด $[E^{(0)}]$ ที่สัมพันธ์กับเวกเตอร์ของกระแสที่กำหนด

ไว้ $[I^{(0)}]$ จากสมการ

$$[L][U][E] = [I]$$

โดย L = Lower Triangular Matrix

U = Upper Triangular Matrix

E = เวกเตอร์ของแรงดันที่โหนดวัดเทียบกับโหนดอ้างอิง

I = เวกเตอร์ของกระแสที่ไหลเข้าโหนด

2. คำนวณ $[\Delta Y_B]$ สำหรับสภาวะที่มีการเปลี่ยนแปลงของวงจร จากสมการ

$$[\Delta Y_B] = [Y'_B] - [Y_B]$$

โดยเมตริกซ์ subscript B มีขนาด $b \times b$

3. คำนวณ $[Z_B]$ จากสมการ

$$[Z_B] = [\Delta Y_B]^{-1}$$

4. คำนวณแรงดันลุ่มมูลย์จำนวนเท่ากับ b $E_{km_i}^{(o)}$, $i = 1, 2, \dots, b$ จากสมการ

$$E_{km}^{(o)} = E_k^{(o)} - E_m^{(o)}$$

5. คำนวณ V_{km_i} โดยใช้สมการจากขั้นตอนที่ 1

6. คำนวณอิมพีแดนซ์ของ $[Z_T]$ โดยใช้สมการ (3.14)

7. หาค่าเวกเตอร์ของกระแส I_B จากสมการ

$$[I_B] = - [Z_T + Z_B]^{-1} [E_B^{(o)}]$$

8. นำค่าอิมพีแดนซ์ I_{km_i} ของ $[I_B]$ แทนในสมการเพื่อหาค่าแรงดัน $[E]$

$$[E] = [E^{(o)}] + I_{km_1} [E^{km_1}] + I_{km_2} [E^{km_2}] + \dots + I_{km_b} [E^{km}]$$

สำหรับพล็อตแสดงการทำงานของโปรแกรมฐานเขียนแม่เหล็กไฟฟ้าแสดงในรูป 3.11

