บทที่ 2

ทฤษฎีหลักในการวิเคราะห์ทรานเซียนต์แม่เหล็กไฟฟ้า

บทนำ

การวิเคราะห์ทรานเซียนต์แม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Transient) สำหรับระบบไฟฟ้ากำลังด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์นั้นมีทฤษฎีการวิเคราะห์ทรานเซียนต์ได้หลายวิธีทั้งทางโดเมนเวลา (Time Domain) และโดเมนความถี่ (Frequency Domain) ซึ่งแต่ละโดเมนยังมีวิธีการต่าง ๆ แยกออกไปได้หลายวิธี เช่น ในโดเมนเวลาใช้วิธีการของแลททิซ (Lattice's Method) ซึ่งเป็นวิธีเหมาะสำหรับการศึกษา Traveling Wave ของเสิร์จเนื่องจากฟ้าผ่าบนสายส่งไฟฟ้า โดยอาศัยข้อมูลของเสิร์จอิมพีแดนซ์ของสายส่งและเวลาที่เสิร์จเคลื่อนที่ไป (Travel Time) บนสายส่ง ส่วนอีกวิธีหนึ่งคือวิธีลักษณะสมบัติของเบอร์เจอรอน (Bergeron's Method of Characteristic) ซึ่งเป็นวิธีที่เหมาะสำหรับการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์และสามารถประยุกต์ใช้กับการแทนอุปกรณ์ในระบบไฟฟ้ากำลังได้ดีกว่า (5) จึงได้เลือกวิธีการหลังนี้ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้

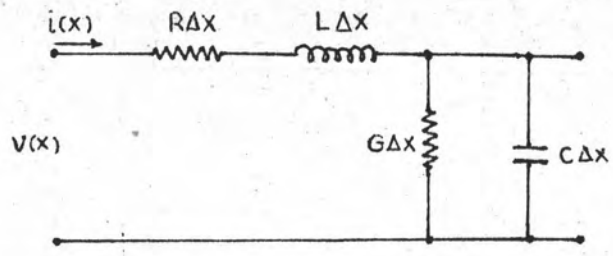
การแทนสายส่ง

1. วิธีลักษณะสมบัติของเบอร์เจอรอน (Bergeron's Method of Characteristic) (5, 7)

วิธีลักษณะสมบัติเป็นการรวมความสัมพันธ์ของแรงดันและกระแสไฟฟ้าโดยอาศัยแนวความคิดของการเคลื่อนที่ของคลื่น (Wave Propagation) เพื่อแทนสายส่ง

การสร้างสมการแสดงความสัมพันธ์ของแรงดันและกระแสไฟฟ้าของสายส่งที่ไม่มีกำลังสูญเสีย (Lossless Line) ด้วยวิธีลักษณะสมบัติของเบอร์เจอรอนมีรายละเอียดดังนี้

เมื่อพิจารณาสายส่งไฟฟ้าจากทฤษฎีวงจรไฟฟ้าสำหรับวงจร 1 เฟสสามารถแทนด้วยวงจรสมมูลย์ดังรูป 2.1



รูป 2.1 วงจรสมมูลย์สายส่งไฟฟ้า

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

โดยที่ R คือความต้านทานต่อหน่วยความยาว

L คืออินดักแตนซ์ต่อหน่วยความยาว

G คือคอนดักแตนซ์ต่อหน่วยความยาว

C คือคาแปซิแตนซ์ต่อหน่วยความยาว

ΔX คือความยาวของสายส่ง

จากรูป 2.1 เมื่อนำมาเขียนเป็นสมการดิฟเฟอเรนเชียล (Differential Equation) จะได้สมการสายส่งพื้นฐานคือ

$$-\frac{\partial v}{\partial x} = Ri + \frac{L\partial i}{\partial t} \qquad (2.1)$$

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = Gv + \frac{C\partial v}{\partial t} \qquad (2.2)$$

โดยการทำ Partial Derivative สมการ (2.1) และ (2.2) เพื่อแยกแรงดันและกระแสออกจากกันได้สมการดังนี้

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = RGv + (RC + GL)\frac{\partial v}{\partial t} + LC\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \qquad (2.3)$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = RGi + (RC + GL)\frac{\partial i}{\partial t} + LC\frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \qquad (2.4)$$

สมการ (2.3) และ (2.4) นี้เรียกว่าสมการคลื่นของสายส่ง (Transmission Line Wave Equation)

กรณีสายส่งที่ไม่มีกำลังสูญเสียคือสายส่งที่มีความต้านทานและคอนดักแตนซ์มีค่าเป็นศูนย์ แทนค่าของ R และ G ในสมการ (2.3) และ (2.4) จะได้

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{LC\partial^2 v}{\partial t^2} \qquad (2.5)$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = \frac{LC\partial^2 i}{\partial t^2} \qquad (2.6)$$

เมื่อทำลาปลาซทรานส์ฟอร์ม (Laplace Transform) สมการ 2.5 และ 2.6 จะได้

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = LCs^2 v \qquad (2.7)$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = LCs^2 i \qquad (2.8)$$

โดยที่ S คือพารามิเตอร์ของลาปลาซทรานส์ฟอร์ม (Laplace Transform Parameter) หลังจากแก้สมการดิฟเฟอเรนเชียนสมการ (2.7) และ (2.8) ได้ผลลัพธ์ทั่วไป (General Solution) ของแรงดันและกระแสที่จุด x ใด ๆ ในสายส่งคือ

$$v = Ae^{-Ksx} + Be^{Ksx} \qquad (2.9)$$

$$i = Me^{-Ksx} + Ne^{Ksx} \qquad (2.10)$$

โดยที่ K เท่ากับ $\sqrt{LC}$ และ A,B,M,N เป็นสัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่าหาได้จาก Boundary Condition ดังนี้

ดิฟเฟอเรนชิเอทสมการ (2.9) จะได้สมการ 2.11

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -Ks(Ae^{-Ksx} - Be^{Ksx}) \qquad (2.11)$$

จากสมการ (2.1) เมื่อสายส่งไม่มีกำลังสูญเสียกล่าวคือความต้านทานเป็นศูนย์และทำลาปลาซทรานส์ฟอร์มจะได้

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -Lsi \qquad (2.12)$$

แก้สมการ 2.11 และ 2.12 จะได้

$$i = \frac{K}{L}(Ae^{-Ksx} - Be^{Ksx}) \qquad (2.13)$$

หรือ $$i = \frac{1}{Z}(Ae^{-Ksx} - Be^{Ksx}) \qquad (2.14)$$

โดย Z คือเสิร์จอิมพีแดนซ์เท่ากับ $\sqrt{\frac{L}{C}}$

เมื่อ Traveling Wave มีลักษณะเป็นฟังก์ชั่นขั้น (Step Function) มีขนาด V ป้อนเข้าที่ปลายสายด้านส่ง (Sending End) คือตำแหน่งที่ x=0 จะได้แรงดัน

$$v = \frac{V}{s} \qquad \text{ที่ } t > 0 \qquad (2.15)$$

แทนค่า v จากสมการ (2.15) และ xในสมการ (2.9) จะได้

$$\frac{V}{s} = A + B \qquad (2.16)$$

และที่ปลายสายด้านวงจรเปิด (Open-circuited End) คือตำแหน่งที่ x= 1 จะได้

$$i = 0 \qquad \text{ที่ทุกค่า } t \qquad (2.17)$$

แทนค่าi จากสมการ (2.17) และx ในสมการ (2.13) จะได้

$$0 = Ae^{-Ks1} - Be^{Ks1} \qquad (2.18)$$

แก้สมการ (2.17) และ (2.18) จะได้ค่าA และB ดังนี้

$$A = \frac{V}{s(1+ e^{-2Ks1})}$$

$$B = \frac{Ve^{-2Ks1}}{s(1+ e^{-2Ks1})}$$

แทนค่าA และB ในสมการ (2.19) และ (2.14) จะได้

$$v = \frac{V(e^{-Ksx} + e^{Ks(x-21)}}{s(1+ e^{-2Ks1})} \qquad (2.19)$$

$$i = \frac{V(e^{-Ksx} - e^{Ks(x-21)})}{sZ(1+ e^{-2Ks1})} \qquad (2.20)$$

โดยการกระจายเทอม $\frac{1}{1+e^{-2Ks1}}$ เป็นอนุกรมแมกลอริน (Maclaurin's Series) แทนในสมการ (2.19) และ (2.20) จะได้

$$v = \frac{V}{s}(e^{-Ksx} + e^{-Ks(21-x)} + e^{-Ks(41+x)} + \ldots$$
$$-e^{-Ks(21+x)} - e^{-Ks(41-x)} - \ldots) \quad (2.21)$$

$$i = \frac{V}{sZ}(e^{-Ksx} + e^{-Ks(41-x)} + e^{-Ks(41+x)} + \ldots$$
$$-e^{-Ks(21-x)} - e^{-Ks(21+x)} - \ldots) \quad (2.22)$$

ทำอินเวอร์ลาปลาซทรานส์ฟอร์ม สมการ (2.21) และ (2.22) เพื่อหาผลสัมพันธ์ของแรงดันและกระแสในโดเมนทางเวลา (Time Domain) ได้ผลดังนี้

$$v = V\{H(t-Kx) - H(t-K(21+x)) + H(t-K(41+x)) \ldots$$
$$H(t-K(21-x)) - H(t-K(41-x)) + \ldots\} \quad (2.23)$$

$$i = \frac{V}{Z}\{H(t-Kx) - H(t-K(21+x) + H(t-K(41+x)) \ldots$$
$$-H(t-K(21-x)) + H(t-K(41-x)) \ldots.\} \quad (2.24)$$

เมื่อ $H(t-Kx) = 1$ สำหรับ $(t-Kx) > 0$

$H(t-Kx) = 0$ » $(t-Kx) < 0$

H เป็น shift step function

จากสมการ (2.23) และ (2.24) สามารถแยกเป็น Forward Traveling Wave และ Backward Traveling Wave Component ดังนี้

สำหรับ Forward Traveling Wave ประกอบด้วย

$$v_f = V\{H(t-Kx) - H(t-K(21+x)) + H(t-K(41+x)) \ldots\} \quad (2.25)$$

$$i_f = \frac{V}{Z}\{H(t-Kx) - H(t-K(21+x)) + H(t-K(41+x)) \ldots\} \quad (2.26)$$

สำหรับ Backward Traveling Wave ประกอบด้วย

$$v_r = V\{H(t-K(21-x))-H(t-K(41-x)) + ...\} \quad (2.27)$$

$$i_r = \frac{V}{Z}\{-H(t-K(21-x)) + H(t-K(41-x)) - ...\} \quad (2.28)$$

นิยาม $F(t-kx) = \{H(t-Kx)-H(t-K(21+x)) + H(t-K(41+x)) - ..\}$ (2.29)

และ $F(t+kx) = \{H(t-K(21-x))-H(t-K(41-x)) + ...\}$ (2.30)

จากนิยามเหล่านี้แรงดันเสิร์จ v ที่เวลา t ใด ๆ และที่ระยะทางx ใด ๆ จากจุด Switching End กำหนดโดย

$$v = V\{F(t-Kx) + F(t+Kx)\} \quad (2.31)$$

$$i = \frac{V}{Z}\{F(t-Kx) - F(t+Kx)\} \quad (2.32)$$

จากการบวกและลบของสมการ (2.31) และ (2.32) จะได้

$$v + Zi = 2V[F(t-Kx)] \quad (2.33)$$

$$v - Zi = 2V[F(t+Kx)] \quad (2.34)$$

การรวมกันอย่างเชิงเส้นของแรงดันและกระแส v+Zi และ v-Zi แสดงถึง Forward และ Backward Characteristic ตามลำดับ

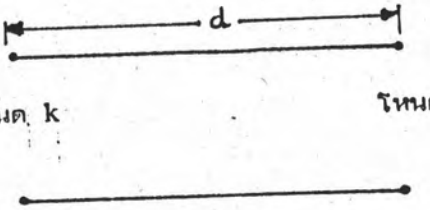
ทั้ง Forward Component F(t-Kx) และ Backward Component F(t+Kx) เป็นค่าคงที่ ดังนั้น v+Zi และ v-Zi เป็นค่าคงที่ด้วย นั่นคือ

$$v + Zi = C_f \quad (2.35)$$

$$v - Zi = C_b \quad (2.36)$$

นิพจน์ t-Kxและ t+Kx ซึ่งเท่ากับค่าคงที่เรียกว่าสักษณะสมบัติของสมการดิฟเฟอเรนเชียล (Characteristics of the Differential Equation) และเรียกวิธีดังกล่าวว่าวิธีสักษณะสมบัติ (Method of Characteristic)ด้วย

2. วงจรสมมูลย์อิมพีแดนซ์สำหรับสายส่งที่ไม่มีกำสังสูญเสีย (Lossless Line) โดยใช้พารามิเตอร์แบบกระจาย (Distributed Parameter) (5)



รูป 2.2 ก สายส่งที่ไม่มีกำสังสูญเสียระหว่างโหนด k และโหนด m

โดยที่ d คือระยะทางจากโหนด k ถึง m

v คือความเร็วของการเคลื่อนที่ของคลื่น (Wave Propagation Velocity)

T คือเวลาของการเคลื่อนที่ของคลื่น (Travel Time) จากโหนด k ถึงโหนด m

จากนิพจน์ e + Zi จากสมการ (2.35) ซึ่งในที่นี้ใช้ตัว e แทน v สามารถได้ความสัมพันธ์ว่าเมื่อคลื่นเคลื่อนออกจากโหนด m ที่เวลา (t-T) ยังคงเหมือนเดิมเมื่อมาถึงโหนด k ที่เวลา t คือ

$$e_m(t-T) + Zi_{mk}(t-T) = e_k(t) + Z(-i_{km}(t))$$

$$\therefore \quad i_{km}(t) = \frac{1}{Z} e_k(t) + I_k(t-T) \qquad (2.37)$$

เมื่อ

$$I_k(t-T) = -\frac{1}{Z}e_m(t-T) - i_{mk}(t-T)$$

โดยที่ $I_k(t-T)$ เป็นแหล่งจ่ายกระแสสมมูลย์ (Equivalent Current Source) ซึ่งหาได้จากค่าของแรงดันและกระแสของเวลาที่ผ่านมา (t-T)

ในทำนองเดียวกันเมื่อ traveling wave ออกจาก k ที่เวลา (t-T) มายังโหนด m ที่เวลา t จะได้

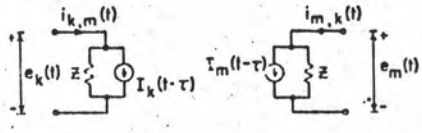
$$e_m(t) + Z(-i_{mk}(t)) = e_k(t-T) + Z(i_{km}(t-T))$$

$$\therefore \quad i_{mk}(t) = \frac{1}{Z} e_m(t) + I_m(t-T) \qquad (2.38)$$

เมื่อ

$$I_m(t-T) \quad = \quad -\frac{1}{Z}\, e_k(t-T) \; - \; i_{km}(t-T)$$

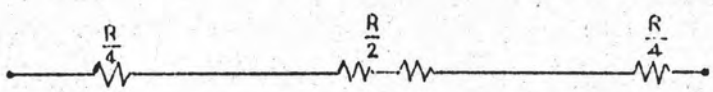
ซึ่งสามารถแสดงวงจรสมมูลย์ตามที่ได้แสดงในรูป 2.2 ข



รูป 2.2 ข วงจรสมมูลย์อิมพีแดนซ์ของสายส่งที่ไม่มีกำลังสูญเสียโดยใช้พารามิเตอร์แบบกระจาย

2.1 <u>การประมาณค่าความต้านทานของสายส่ง</u> (5)

เมื่อ traveling wave เคลื่อนที่ไปตามสายส่งไฟฟ้าจะเกิดการปั่นทอน (Attenuation) ขึ้น การแทนสายส่งแบบพารามิเตอร์กระจายได้ละเลยพลังงานสูญเสียในสายส่ง ดังนั้นเพื่อให้ผลของการแทนสายส่งถูกต้องยิ่งขึ้นจึงได้ต่อความต้านทานขนาดเท่ากับ $\frac{1}{4}$ ของความต้านทานสายส่งที่ปลายทั้งสองข้าง และต่อความต้านทานขนาดเท่ากับ $\frac{1}{2}$ ของความต้านทานสายส่งที่ตรงกลางสายส่งตามที่ได้แสดงดังรูป 2.2 ค

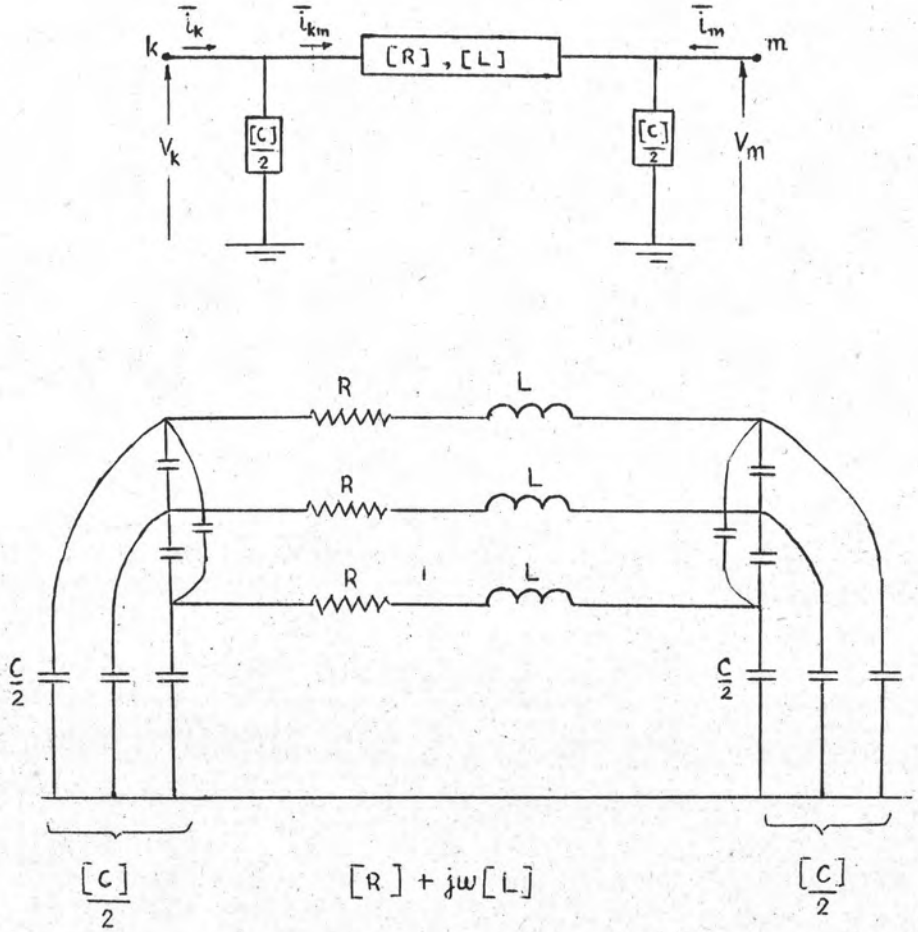


รูป 2.2 ค แสดงตำแหน่งการต่อความต้านทานในการแทนสายส่ง

นอกจากวิธีการแทนสายส่งไฟฟ้าด้วยสายส่งที่ไม่มีกำลังสูญเสียแล้ว ยังมีวิธีการแทนสายส่งด้วยวงจรสมมูลย์ชนิดพาย (PI-Equivalent Circuit) ซึ่งจะได้กล่าวถึงในหัวข้อต่อไป

3. <u>วงจรสมมูลย์ชนิดพาย (PI-Equivalent Circuit)</u> (17)

พิจารณาวงจรสมมูลย์ชนิดพายของสายส่งแสดงในรูปที่ 2.3



รูป 2.3 วงจรสมมูลย์ชนิดพายของสายส่ง

โดยที่ $[R] + j\omega[L]$ เป็นเมตริกซ์ของความต้านทานและรีแอคแตนซ์ที่ต่ออนุกรมกัน

$\left[\frac{C}{2}\right]$ เป็นเมตริกซ์ของคาแปซีแตนซ์ที่ต่อที่ปลายทั้งสองข้างของสายส่ง

จากรูป 2.3 สามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของแรงดันและกระแสได้ดังนี้

$$\bar{v}_k - \bar{v}_m = [L]\frac{d\bar{i}_{km}}{dt} + [R]\bar{i}_{km} \qquad (2.39)$$

$$\bar{i}_k = \tfrac{1}{2}[C]\frac{d\bar{v}_k}{dt} + \bar{i}_{km} \qquad (2.40)$$

$$\bar{i}_m = \tfrac{1}{2}[C]\frac{d\bar{v}_m}{dt} - \bar{i}_{km} \qquad (2.41)$$

วงจรสมมูลย์พายประกอบด้วยพารามิเตอร์ R,L ต่อแบบอนุกรมและ C ต่อแบบขนาน เมื่อเขียนเป็น 3 เฟสจะได้เมตริกซ์ดังนี้

$$[R] + j\omega[L] = \begin{bmatrix} R_{11} + j\omega L_{11} & R_{12}+j\omega L_{12} & R_{13}+j\omega L_{13} \\ R_{21} + j\omega L_{21} & R_{22}+j\omega L_{22} & R_{23}+j\omega L_{23} \\ R_{31} + j\omega L_{31} & R_{32}+j\omega L_{32} & R_{33}+j\omega L_{33} \end{bmatrix}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}$$

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พิจารณาเมตริกซ์ $[R] + j\omega[L]$ โดยที่

diagonal element $(R_{ii} + j\omega L_{ii})$ คือ Self impedance ของ branch i

off diagonal element $(R_{ik}+j\omega L_{ik})$ คือ mutual impedance ระหว่าง branch i และ k

และเมตริกซ์ $[C]$ โดยที่

C_{ii} = ผลรวมของคาแปซีแตนซ์ที่ต่อกับโหนด i

C_{ik} ค่าลบของคาแปซีแตนซ์ระหว่างโหนด i และ k

วงจรสมมูลย์พายใช้แทนสายส่งสั้น ๆ และสายส่งแบบ Untranspose

4. <u>การแทนสายส่งไฟฟ้าที่มีหลายเฟส (Multiphase Line)</u>(6)

การแทนสายส่งไฟฟ้าที่ได้แสดงไปแล้วเป็นแบบ 1 เฟส สำหรับสายส่งไฟฟ้ากำลังทั่วไปเป็นแบบหลายเฟส (Multiphase) การแทนสายส่งแบบหลายเฟสต่างจากแบบ 1 เฟสคือการแทนปริมาณสเกลาร์ในสายส่ง 1 เฟสด้วยรูปแบบเมตริกซ์

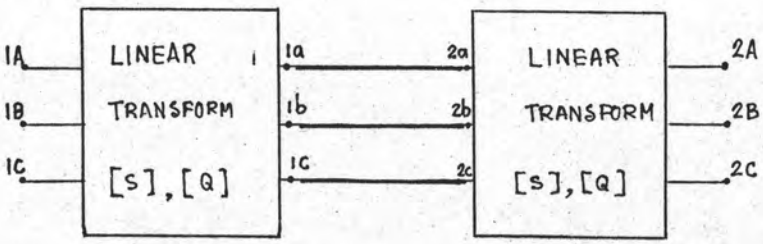
การแทนสายส่งไฟฟ้าสามารถแทนด้วยวงจรสมมูลย์ซึ่งประกอบด้วยเมตริกซ์ของอิมพิแดนซ์และเมตริกซ์ของคาแปซิแตนซ์ขนาน การนำวงจรสมมูลย์ชนิดพายมาต่ออนุกรมกันสามารถแทนด้วยวงจรสมมูลย์โดยใช้พารามิเตอร์แบบกระจาย การแทนด้วยวิธีนี้สำหรับสายส่งแบบหลายเฟสค่อนข้างยุ่งยากกว่าวงจรสมมูลย์ชนิดพาย เนื่องจากต้องเปลี่ยนสมการคัปเปิลในเฟสโดเมน (Phase Domain) เป็นสมการดีคัปเปิลใน Modal โดเมน สมการสำหรับแต่ละ Mode นี้สามารถเขียนในรูปแบบของสมการ (2.37) พิจารณาการทรานส์ฟอร์มสายส่ง 3 เฟสจากโดเมนเฟสเป็นโดเมน Modal จากรูป 2.4

$$i_{1a\text{-}2a}(t) = \frac{1}{Z_a} v_{1a}(t) + I_{1a\text{-}2a}(t-T_a) \qquad (2.42)$$

$$i_{1b\text{-}2b}(t) = \frac{1}{Z_b} v_{1b}(t) + I_{1b\text{-}2b}(t-T_b) \qquad (2.43)$$

$$i_{1c\text{-}2c}(t) = \frac{1}{Z_c} v_{1c}(t) + I_{1c\text{-}2c}(t-T_c) \qquad (2.44)$$

รูป 2.4 การทรานส์ฟอร์มสายส่ง 3 เฟส จากเฟสโดเมนเป็น Modal โดเมน



โดยเทอมของแหล่งจ่ายกระแสสมมูลย์ (I)หาได้จากสมการ (2.45)

$$I_{1a\text{-}2a}(t-T_a) = -\frac{1}{Z_a} v_{2a}(t-T_a) - i_{2a\text{-}1a}(t-T_a) \qquad (2.45)$$

หลังจากคำนวณใน Modal โดเมนเสร็จแล้วทรานส์ฟอร์มกลับมายังเฟสโดเมนคือ

$$\left[i_{1\text{-}2}^{\text{phase}} \right] = \left[Z^{\text{phase}} \right]^{-1} \left[v_1^{\text{phase}} \right] + \left[I_{1\text{-}2}^{\text{phase}} \right] \qquad (2.46)$$

เมื่อ

$$\left[Z^{\text{phase}} \right]^{-1} = \left[Q \right] \left[Z^{\text{mode}} \right]^{-1} \left[S \right]^{-1}$$

012892

$$\left[I_{1-2}^{phase}\right]^{-1} = \left[Q\right]\left[I_{1-2}^{mode}\right]$$

โดยที่ Transformation Matrix $[S]$ และ $[Q]$ ได้นิยามจากเอกสารอ้างอิง (6)

$[S]$ เป็นเมตริกซ์ของ Eigenvector ของผลคูณของเมตริกซ์ $[Z]$ และ $[Y]$

$[Q]$ เป็นเมตริกซ์ของ Eigenvector ของผลคูณของเมตริกซ์ $[Y]$ และ $[Z]$

สำหรับวิทยานิพนธ์นี้ได้จำกัดการใช้วงจรสมมูลย์พารามิเตอร์แบบกระจาย สำหรับสายส่งสมดุลย์โดยที่

1. เมื่อ Self Impedance (Z_s) ของแต่ละเฟสเท่ากัน และ Mutual Impedance (Z_m) ของทุกเฟสเท่ากันเรียกว่า Electromagnetically Balanced

2. เมื่อคาแปซีแตนซ์ระหว่างเฟสกับกราวด์ (Y_s) เท่ากันและคาแปซีแตนซ์ระหว่างเฟสกับเฟส (Y_m) เท่ากันเรียกว่า Electrostatically Balanced

โดยสามารถเขียนเมตริกซ์ของอิมพีแดนซ์และคาแปซีแตนซ์ได้ดังนี้

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_s & Z_m & \cdots & Z_m \\ Z_m & Z_s & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & Z_m \\ Z_m & \cdots & Z_m & Z_s \end{bmatrix}$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_s & Y_m & \cdots & Y_m \\ \vdots & Y_s & \ddots & \vdots \\ Y_m & \ddots & \ddots & Y_m \\ Y_m & \cdots & Y_m & Y_s \end{bmatrix}$$

จากผลของการกำหนดสายส่งเป็นแบบสมดุลย์ทำให้ Transformation Matrix $[S]$,$[Q]$ สามารถหาได้ง่ายขึ้น ซึ่งเรียกวิธีการ Transformation นี้ว่า Karrenbauer Transformation(5) โดยที่

$$[S] = [Q] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1-M & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 1-M & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1-M \end{bmatrix}$$

โดยที่ M เป็นจำนวนเฟส สำหรับรูปฟอร์มของอินเวอร์สเมตริกซ์จะได้

$$[S]^{-1} = [Q]^{-1} = \frac{1}{M}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & 0 & -1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & -1 \end{bmatrix}$$

จากความสัมพันธ์ของเฟสและ modal เห็นได้ว่า

Mode แรก นิยามถึงทุกเฟสขนานกันโดยมีกราวน์เป็น return path

Mode 2 ถึง Mode M นิยามถึง ลูปจากเฟสแรกโดยมีเฟสที่ 2 ถึง M เป็น return path

พารามิเตอร์ของสายส่งสมดุลย์ใน Modal โดเมนสามารถหาความสัมพันธ์ได้ดังนี้

สำหรับ Mode 1

$$Z_{mode\text{-}1} = Z_s + (M-1)Z_m$$

$$C_{mode\text{-}1} = C_s + (M-1)C_m$$

สำหรับ mode 2 - - - M

$$Z_{mode\text{-}i} = Z_s - Z_m$$

$$C_{mode\text{-}i} = C_s - C_m$$

โดย $i = 2, 3, \ldots, M$

นั่นคือ mode 1 เหมือนกับ zero sequence parameter ส่วน mode อื่นเหมือนกับ positive sequence parameter ของ symmetrical component นั่นเอง

5. <u>การคำนวณค่าพารามิเตอร์ของสายไฟฟ้าจากขนาดและรูปร่างของเสาไฟฟ้า</u> (9,17)

การศึกษาระบบไฟฟ้ากำลังในย่านทรานเซียนต์นั้น สิ่งสำคัญอย่างหนึ่งคือข้อมูลที่ถูกต้องในการแทนอุปกรณ์ต่าง ๆ ในระบบซึ่งข้อมูลเหล่านี้ได้มาจากค่าที่วัดมาจากบริษัทผู้ผลิต เช่น หม้อแปลงไฟฟ้ากำลัง หม้อแปลงกระแสและหม้อแปลงแรงดัน เป็นต้น แต่สำหรับการออกแบบระบบส่งกำลังไฟฟ้านั้น เริ่มต้นจากการออกแบบรูปร่าง ลักษณะของเสาไฟฟ้า ฉนวนไฟฟ้าและเลือกขนาดสายไฟฟ้า ค่าพารามิเตอร์ของสายได้มาจากการคำนวณเนื่องจากมีการศึกษาระบบก่อนที่จะสร้างระบบส่งกำลังไฟฟ้าขึ้น อย่างไรก็ดีโดยทั่ว ๆ ไป ค่าที่ได้จากการคำนวณเมื่อเทียบกับค่าที่วัดจะใกล้เคียงกันมาก ในการศึกษาระบบไฟฟ้ากำลังในย่าน steady state ค่าพารามิเตอร์ของสายเหล่านี้จะคำนวณ

ที่ความถี่ของระบบเช่น 50 Hz หรือ 60 Hz เป็นต้น แต่สำหรับช่วงทรานเซียนต์ความถี่จะต่างไปจาก steady state ดังนั้นค่าพารามิเตอร์เหล่านี้ต้องคำนวณที่ความถี่ใกล้เคียงกับความถี่ของช่วงทรานเซียนต์นั้น

สำหรับส่วนที่จะกล่าวต่อไปเป็นส่วนของทฤษฎีพื้นฐานซึ่งใช้ในการคำนวณและต้องคำนึงถึงผลต่าง ๆ เมื่อความถี่เพิ่มขึ้น เช่น Skin Effect และผลของ Earth Path เป็นต้น

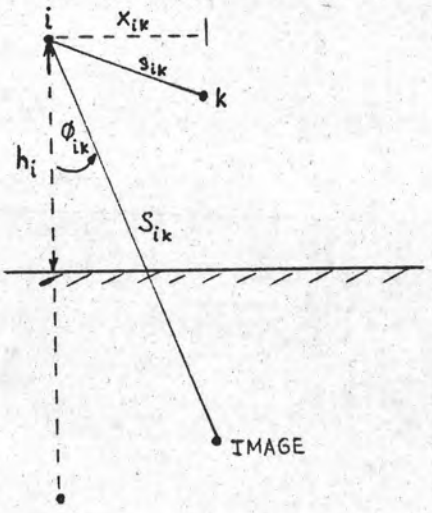
5.1 <u>ทฤษฎีการคำนวณพารามิเตอร์ของสายส่ง</u> (9, 10, 17)

การคำนวณพารามิเตอร์ของสายส่งซึ่งประกอบด้วยอิมพิแดนซ์ต่ออนุกรม (Series Impedance) และคาแปซิแตนซ์ต่อขนาน (Shunt Capacitance) ดังนี้

5.1.1 การคำนวณอิมพิแดนซ์ได้ใช้สูตรของคาร์สัน (Carson's Formula) (10) ซึ่งคำนึงถึงผลของ Earth Return โดยใช้ Infinite Series ของฟังก์ชั่นเบสเซล (Bessel Function)

ในการคำนวณได้ตั้งสมมติฐานดังนี้

1. สายนำไฟฟ้าต้องยาวมาก เพื่อจะไม่ต้องคำนึงถึงผลของปลายอีกด้านหนึ่ง
2. พื้นโลกมีสภาพนำไฟฟ้าสม่ำเสมอและเป็นระนาบเรียบ
3. ความสูงเฉลี่ยเท่ากับความสูงที่จุดกึ่งกลาง + $\frac{1}{3}$sag
4. ระยะห่างระหว่างสายนำไฟฟ้าห่างเพียงพอที่จะละเลยผลของ proximity



รูป 2.5 แสดงสัญญลักษณ์ตำแหน่งของสายส่งไฟฟ้า

สมการในการคำนวณอิมพีแดนซ์เมตริกซ์ (Z matrix) ดังนี้

Self Impedance

$$Z_{ii} = (R_{ii} + \Delta R_{ii}) + j(2 \times 10^{-4} \ln \frac{2h_i}{GMR_i} + \Delta X_{ii}) \quad \text{ohm/km} \quad (2.47)$$

Mutual Impedance

$$Z_{ik} = Z_{ki} = \Delta R_{ik} + j(2 \times 10^{-4} \ln \frac{S_{ik}}{s_{ik}} + \Delta X_{ik}) \quad \text{ohm/km} \quad (2.48)$$

เมื่อ R_{ii} -ความต้านทานของสายนำไฟฟ้า i Ω/Km

ΔR_{ii} -Resistance Earth Correction

h_i -ความสูงของสายนำไฟฟ้า i จากพื้นดิน

S_{ik} -ระยะทางระหว่างสายนำไฟฟ้า i และ Image ของสายนำไฟฟ้า k

s_{ik} -ระยะระหว่างสายนำไฟฟ้า i และสายนำไฟฟ้า k

GMR_i -Geometric Mean Radius ของสายนำไฟฟ้า i

ΔX_{ii} -Inductance Earth Correction

สำหรับค่า Earth Correction ($\Delta R, \Delta X$) หามาเพื่อชดเชยผลของ Earth Path ซึ่งเป็นฟังก์ชันของมุม ϕ และพารามิเตอร์ a

$$a = KS\sqrt{\frac{f}{\rho}} \quad (2.49)$$

โดยที่ $K = 4\pi\sqrt{5} \times 10^{-4}$

$S = 2h_i$ สำหรับ Self Impedance

$= S_{ik}$ สำหรับ Mutual Impedance

ρ = ความต้านทานของดิน (Earth Resistivity) หน่วยโอห์ม-เมตร

ค่า Earth Correction จะเข้าใกล้ศูนย์เมื่อ a เข้าใกล้อนันต์ (Infinity) ซึ่งหมายถึงขณะความถี่สูงและความต้านทานของดินต่ำ การคำนวณ Earth Correction เมื่อ a น้อยกว่าหรือเท่ากับ 5 คำนวณค่า ΔR จากสมการ (2.50) และ ΔX จากสมการ (2.51) และเมื่อ a มากกว่า 5 คำนวณ ΔR จากสมการ (2.52) และ ΔX จากสมการ (2.53) ซึ่งสมการ (2.50) ถึง (2.53) ได้มาจาก Infinite Integral ของคาร์สันแต่เพื่อความสะดวกในการคำนวณ

ด้วยคอมพิวเตอร์จึงได้พัฒนาเป็นอนุกรม (17) แทน นั่นคือ

กรณี $a \leqslant 5$

$$\Delta R = 4\omega.10^{-4}\{\frac{\pi}{8} - b_1 a\cos\phi + b_2\left[(c_2-\ln a)a^2\cos 2\phi + \phi a^2\sin 2\phi\right] + b_3a^3\cos 3\phi - d_4a^4\cos 4\phi - b_5a^5\cos 5\phi + b_6\left[(c_6-\ln a)a^6\cos 6\phi + \phi a^6\sin 6\phi\right] + b_7a^7\cos 7\phi - d_8a^8\cos 8\phi\} \quad (2.50)$$

$$\Delta X = 4\omega.10^{-4}\{\tfrac{1}{2}(0.6159315-\ln a) + b_1 a\cos\phi - d_2a^2\cos 2\phi + b_3a^3\cos 3\phi - b_4\left[(c_4-\ln a)a^4\cos 4\phi + \phi a^4\sin 4\phi\right] + b_5a^5\cos 5\phi - d_6a^6\cos 6\phi + b_7a^7\cos 7\phi - b_8\left[(c_8-\ln a)a^8\cos 8\phi + \phi a^8\sin 8\phi\right]\} \quad (2.51)$$

โดยที่ $b_1 = \frac{\sqrt{2}}{6}$ และ $b_2 = \frac{1}{16}$

$$b_i = b_{i-2}\frac{\text{sign}}{i(i+2)} \qquad \text{เริ่มจากค่า } i = 3 \ldots\ldots$$

$$\text{sign} = \pm 1$$

เครื่องหมายจะเปลี่ยนทุก 4 เทอม นั่นคือเท่ากับ + สำหรับค่า $i = 1,2,3,4$ และ - สำหรับค่า $i = 5, 6, 7, 8$

$$C_i = C_{i-2} + \frac{1}{i} + \frac{1}{i+2} \qquad \text{โดย } C_2 = 1.3659315$$

$$d_i = \frac{\pi}{4} b_i$$

กรณี $a > 5$

$$\Delta R = \left(\frac{\cos\phi}{a} - \sqrt{2}\,\frac{\cos 2\phi}{a^2} + \frac{\cos 3\phi}{a^3} + \frac{3\cos 5\phi}{a^5} - \frac{45\cos 7\phi}{a^7}\right)\frac{4\omega.10^{-4}}{\sqrt{2}} \quad (2.52)$$

$$\Delta X = \left(\frac{\cos\phi}{a} - \frac{\cos 3\phi}{a^3} + \frac{3\cos 5\phi}{a^5} + \frac{45\cos 7\phi}{a^7}\right)\frac{4\omega.10^{-4}}{\sqrt{2}} \quad (2.53)$$

นอกจาก Earth Path แล้ว ยังมีแฟคเตอร์ที่สำคัญอีกอันหนึ่งในการคำนวณพารามิเตอร์ของสายส่ง นั่นคือ Skin Effect (11) เกิดจากผลของการกระจายของกระแสไฟฟ้าที่ไม่สม่ำเสมอตลอดพื้นที่หน้าตัดของสายไฟฟ้า เมื่อความถี่สูงขึ้นโดยที่กระแสจะไหลตามผิวของสายไฟฟ้ามากกว่าบริเวณตรงกลางของสายไฟฟ้า ซึ่งมีผลในการเพิ่มความต้านทานและลดความเหนี่ยวนำภายในซึ่งจะได้กล่าวถึงต่อไป

ความเหนี่ยวนำของสายไฟฟ้าแบบไม่ใช่สารแม่เหล็ก (nonmagnetic conductor) ต่อหน่วยความยาวคือผลบวกของความเหนี่ยวนำภายในเกิดจากฟลักซ์ภายในสายไฟฟ้ากับความเหนี่ยวนำภายนอกเกิดจากฟลักซ์ภายนอกของสายไฟฟ้าดังสมการ (17)

$$L_{total} = 2 \times 10^{-4} \ln \frac{r}{GMR} + 2 \times 10^{-4} \ln \frac{2h}{r} \qquad \text{henry/KM}$$

Skin Effect มีผลต่อความเหนี่ยวนำภายในเท่านั้น ซึ่งความเหนี่ยวนำภายในเป็นเพียงค่าส่วนน้อยของความเหนี่ยวนำทั้งหมด ดังนั้นผลของการเปลี่ยนแปลงเนื่องจาก Skin Effect จึงน้อย นอกจากเป็นสายไฟฟ้าขนาดใหญ่และที่ความถี่สูง

ทั้งความต้านทานและความเหนี่ยวนำที่เปลี่ยนแปลงจาก Skin Effect สามารถคำนวณได้โดยที่ค่าของความต้านทานและความเหนี่ยวนำอยู่ในรูปอัตราส่วนของ AC ต่อ DC สำหรับ Solid Round Wires สามารถเขียนได้ตามสมการ ดังนี้ (11)

$$\alpha_R = \frac{R}{R_o} = \frac{mr}{2}\left[\frac{ber\ mr\ bei'mr - beimr\ ber'\ mr}{(ber'mr)^2 + (bei'mr)^2}\right] \qquad (2.54)$$

$$\alpha_L = \frac{L_i}{L_{io}} = \frac{4}{mr}\left[\frac{ber\ mr\ ber'mr + bei\ mr\ bei'mr}{(ber'mr)^2 + (bei'mr)^2}\right] \qquad (2.55)$$

โดยที่ r = รัศมีของสายไฟฟ้า

$m = \sqrt{\omega\mu\sigma}$

$w = 2\pi f$

f = ความถี่

σ = ความนำไฟฟ้าส่วนกลับของความต้านทาน

$\mu = \mu_r\mu_o$

μ_r = Relative Permeability

R_o = ความต้านทานกระแสตรง (DC Resistance) สำหรับฟังก์ชั่น ber และ bei ในสมการ (2.54) และ (2.55) ได้นิยามโดยลอร์ดเคลวินดังนี้

$$\text{ber mr} = 1 - \frac{(mr)^4}{2^2.4^2} + \frac{(mr)^8}{2^2.4^2.6^2.8^2} \quad \cdots\cdots$$

$$\text{bei mr} = \frac{(mr)^2}{2^2} - \frac{(mr)^6}{2^2.4^2.6^2} + \quad \cdots\cdots$$

และ $$\text{ber' mr} = \frac{d\ \text{ber mr}}{d(mr)} = \frac{1}{m}\frac{d\ \text{ber mr}}{dr}$$

$$\text{bei'mr} = \frac{d\ \text{bei mr}}{d(mr)} = \frac{1}{m}\frac{d\ \text{bei mr}}{dr}$$

นั่นคือสายส่งไฟฟ้าแบ่งเป็นหลายประเภทได้แก่

1. Solid round conductor สามารถใช้สูตรในสมการ (2.54) และ (2.55) ได้

2. Stranded conductor สามารถแทนด้วย solid conductor โดยคิดพื้นที่หน้าตัดเท่ากัน

3. Steel reinforces aluminum conductor สามารถประมาณแทนด้วย tubular conductor โดยละเลยผลของ steel core

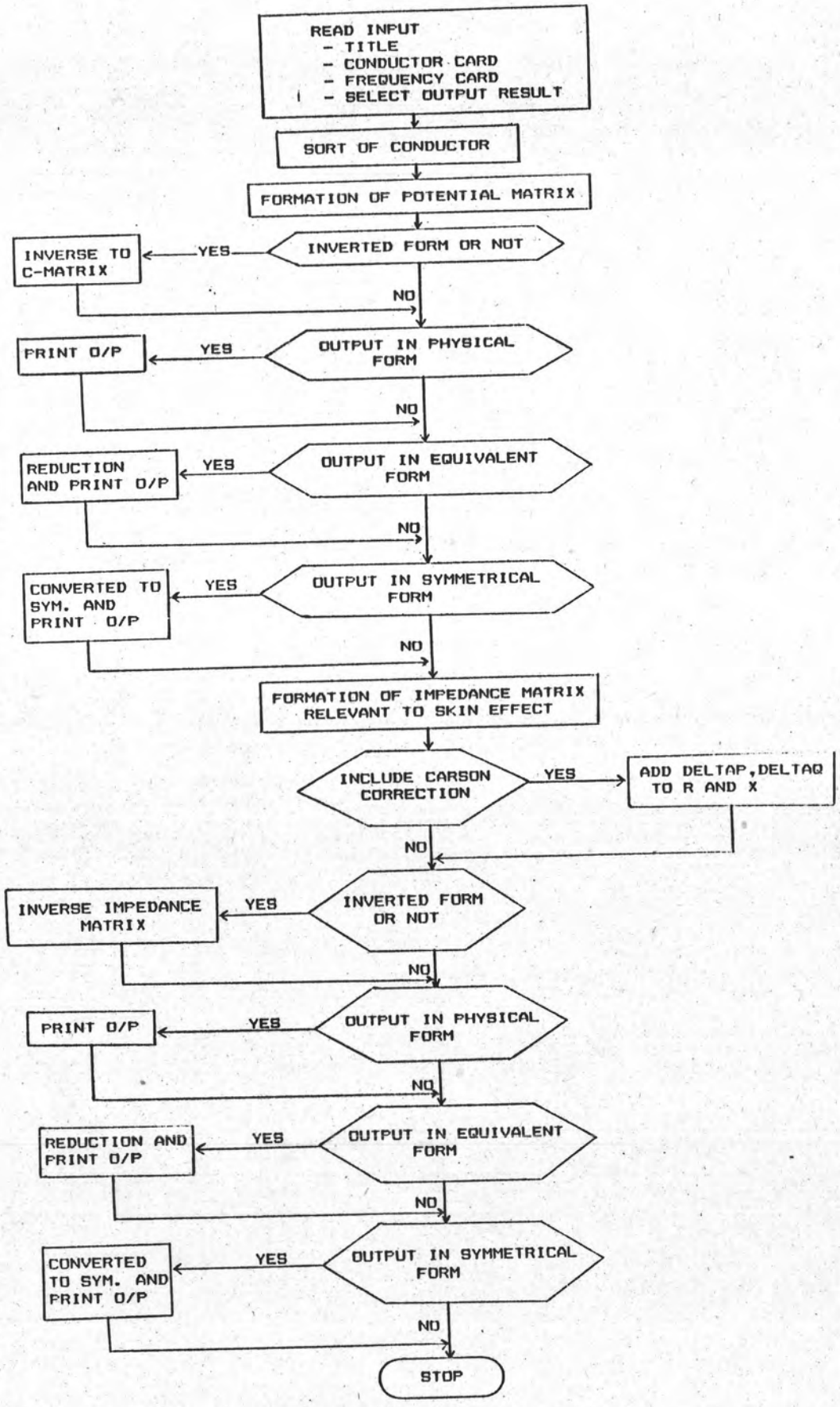
5.1.2 การคำนวณคาแปซีแตนซ์ขนาน (Shunt Capacitance) (9, 17)

คาแปซีแตนซ์เมตริกซ์[C] หาได้จากการอินเวอร์สโพแทนเชียลเมตริกซ์ (Potential Matrix) [P] ดังนี้

$$[C] = [P]^{-1}$$

โดยที่แต่ละอิลิเมนต์ของโพเทนเชียลเมตริกซ์หาได้จากสมการ (2.56) และ (2.57)

$$P_{ii} = 18 \times 10^6 \ln \frac{2h_i}{r_i} \quad \text{daraf-KM} \qquad (2.56)$$



รูป 2.6 FLOWCHART OF LINE CONSTANT PROGRAM

$$P_{ik} = P_{ki} = 18 \times 10^6 \ln \frac{S_{ik}}{s_{ik}} \quad \text{daraf-KM} \quad (2.57)$$

สมการ (2.56) และ (2.57) จะให้ผลที่ถูกต้องเมื่อรัศมีของสายนำไฟฟ้ามีขนาดเล็กเมื่อเทียบกับระยะห่างระหว่างสายไฟฟ้า

ค่าคงที่ของสมการ (2.56) และ (2.57) เท่ากับ $2c^2 \times 10^{-4} = 18 \times 10^6$ โดยที่ C คือความเร็วแสง หน่วยเป็นกิโลเมตรต่อวินาที

5.2 รายละเอียดของโปรแกรม

โปรแกรมคำนวณพารามิเตอร์ของสายส่งแบบ transpose และ untranspose นี้จะแบ่งการคำนวณออกเป็น 3 ส่วน ตามลักษณะของผลลัพธ์คือ

1. ส่วนที่ให้ผลลัพธ์เป็น physical conductor บอกค่าอิมพิแดนซ์, susceptance ของทั้ง conductor, subconductor และ ground wire ซึ่งเป็นผลลัพธ์ที่ครบ ในกรณีต้องการรายละเอียดของ mutual coupling ระหว่าง conductor ทั้งหมด

2. เป็นส่วนที่รวม subconductor ในเฟสเดียวกันเป็น equivalent / เฟส และตัด ground wire ออกด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเหมาะในการคำนวณเมื่อคำนึงถึงผลของแต่ละเฟส

3. ส่วนของ symmetrical component matrix ซึ่งได้จากการทรานส์ฟอร์มองค์ประกอบของเฟสเป็น positive, negative และ Zero sequence

สำหรับโฟล้วชาร์ตโปรแกรมการคำนวณพารามิเตอร์ของสายส่งได้แสดงดังรูป 2.6

วงจรสมมูลย์สำหรับโหลดต่าง ๆ โดยใช้พารามิเตอร์แบบก้อน (Lumped Parameter) (5)

1. วงจรสมมูลย์สำหรับอินดักแตนซ์

รูป 2.7 ก อินดักแตนซ์ L ต่อระหว่างโหนด k และ m

สมการแสดงความสัมพันธ์ของกระแสและแรงดันสำหรับอินดักแตนซ์ L ระหว่างโหนด k และ m คือ

$$e_k - e_m = L \frac{di_{km}}{dt} \qquad (2.58)$$

จากนั้นทำการอินทิเกรทเพื่อแก้สมการดิฟเฟอเรนเชียล (2.58) จะได้

$$i_{km}(t) = i_{km}(t-\Delta t) + \frac{1}{L}\int_{(t-\Delta t)}^{t} (e_k - e_m)dt \qquad (2.59)$$

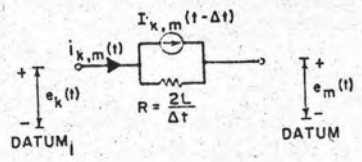
โดยใช้การอินทิเกรทแบบ Traperzoidalสมการ (2.59) จะได้

$$i_{km}(t) = \frac{\Delta t}{2L}\left[e_k(t) - e_m(t) \right] + I_{km}(t-\Delta t) \qquad (2.60)$$

โดยที่ $I_{km}(t-\Delta t)$ เป็นแหล่งจ่ายกระแสสมมูลย์ (Equivalent Current Source) ของช่วงเวลาที่ผ่านมาแล้ว (Past History)มีค่าดังนี้

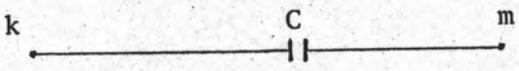
$$I_{km}(t-\Delta t) = i_{km}(t-\Delta t) + \frac{\Delta t}{2L}\left(e_k(t-\Delta t) - e_m(t-\Delta t)\right) \qquad (2.61)$$

เราสามารถแทนอินดักแตนซ์ด้วยวงจรสมมูลย์ดังได้แสดงในรูป 2.7 ข



รูป 2.7 ข วงจรสมมูลย์สำหรับอินดักแตนซ์โดยใช้พารามิเตอร์แบบก้อน

2. <u>วงจรสมมูลย์สำหรับคาแปซิแตนซ์</u>



รูป 2.7 ค คาแปซิแตนซ์ C ต่อระหว่างโหนด k และ m

สมการแสดงความสัมพันธ์ของกระแสและแรงดันสำหรับคาแปซิแตนซ์ C ระหว่างโหนด k และ m คือ

$$e_k^{(t)} - e_m^{(t)} = \frac{1}{C}\int_{t-\Delta t}^{t} i_{km}^{(t)}\, dt + e_k^{(t-\Delta t)} - e_m^{(t-\Delta t)} \qquad (2.62)$$

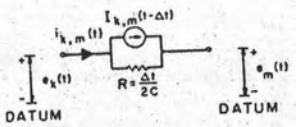
โดยใช้วิธีการอินทิเกรทแบบ Trapezoidal แทนในสมการ 2.62 จะได้

$$i_{km}^{(t)} = \left(\frac{2C}{\Delta t}\right)\left(e_k(t) - e_m(t)\right) + I_{km}(t-\Delta t) \qquad (2.63)$$

โดยที่ I_{km} เป็นแหล่งจ่ายกระแสสมมูลย์ที่ทราบค่าจากช่วงเวลาที่ผ่านมา

$$I_{km}^{(t-\Delta t)} = -i_{km}^{(t-\Delta t)} - \left(\frac{2C}{\Delta t}\right)\left(e_k^{(t-\Delta t)} - e_m^{(t-\Delta t)}\right)$$

เราสามารถแทนคาแปซิแตนซ์ด้วยวงจรสมมูลย์ดังแสดงในรูป 2.7 ง



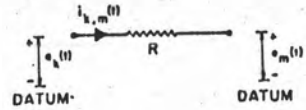
รูป 2.7 ง วงจรสมมูลย์สำหรับคาแปซิแตนซ์โดยใช้พารามิเตอร์แบบก้อน

3. <u>วงจรสมมูลย์สำหรับความต้านทาน</u>

สมการแสดงความสัมพันธ์ของกระแสและแรงดันของความต้านทานที่ต่อระหว่างโหนด k และm คือ

$$i_{km}^{(t)} = \left(\frac{1}{R}\right)\left(e_k^{(t)} - e_m^{(t)}\right) \qquad (2.64)$$

เราสามารถแทนความต้านทานด้วยวงจรสมมูลย์ดังรูป 2.7 จ



รูป 2.7 ฉ วงจรสมมูลย์สำหรับความต้านทานโดยใช้พารามิเตอร์แบบก้อน

พาราเมเตอร์ของอุปกรณ์ในระบบไฟฟ้ากำลังแบบไม่เชิงเส้น (Nonlinear Parameter)

(5, 6, 8)

ในระบบไฟฟ้ากำลังมีอุปกรณ์บางอย่างซึ่งมีคุณสมบัติไม่เชิงเส้น เช่น เซอร์กิตเบรคเกอร์ (Circuit Breaker) การอิ่มตัวของแกนเหล็กของหม้อแปลงหรือรีแอคเตอร์ กับดักฟ้าผ่า (Lightning Arrester) และอาร์ค (Arc) เป็นต้น

พารามิเตอร์แบบไม่เชิงเส้นที่ใช้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้อาจแบ่งออกได้ 2 ชนิดดังนี้

1. พารามิเตอร์ของความต้านทานไม่เชิงเส้น (Nonlinear Resistance) ได้แก่ กับดักฟ้าผ่าและการเกิดเบรคดาวน์ (Breakdown) ของ Gap โดยที่ฟังก์ชั่นของความต้านทานไม่เชิงเส้นที่ใช้งานจะเขียนในรูปของแรงดันเป็นฟังก์ชั่นของกระแส นั่นคือ

$$e = f(i)$$

2. พารามิเตอร์ของขดลวดเหนี่ยวนำไม่เชิงเส้น (Nonlinear Inductance) ได้แก่ การอิ่มตัวของแกนเหล็กของหม้อแปลง ลักษณะความไม่เชิงเส้นของขดลวดเหนี่ยวนำนี้เกิดจากความไม่เชิงเส้นของ Flux Linkage (Ψ) นั่นคือ

$$\Psi = f(i_{km})$$

$$\Psi(t) = \int_0^t (e_k^{(t)} - e_m^{(t)})dt + \Psi(o) \qquad (2.65)$$

โดยการใช้วิธีอินทิเกรทแบบ Trapezoidal สมการ (2.65) จะได้

$$e_k^{(t)} - e_m^{(t)} = (\frac{2}{\Delta t}) f(i_{km}^{(t)}) - C(t-\Delta t) \qquad (2.66)$$

โดยที่ $C(0) = (\frac{2}{\Delta t}) \Psi(0) + e_k(0) - e_m(0)$

และด้วยวิธีการ Recursive จะได้

$$C(t-\Delta t) = C(t-\Delta t) + 2(e_k(t-\Delta t) - e_m(t-\Delta t))$$

สำหรับเทคนิคในการหาผลลัพธ์ที่ใช้ในการแก้สมการที่ประกอบด้วยพารามิเตอร์แบบไม่เชิงเส้นคือวิธีการชดเชย (Compensation Method)หรือวิธีการแทนที่ (Substitution Method) รายละเอียดของวิธีการนี้จะได้กล่าวต่อไปในบทที่ 3

การบันทึกข้อมูลที่ช่วงเวลาก่อน (Past History)(5)

การแทนโหลดต่าง ๆ โดยใช้พารามิเตอร์แบบก้อนตามที่แสดงในรูป 2.7 ข และ 2.7 ง นั้น แหล่งจ่ายกระแสสมมูลย์เป็นส่วนหนึ่งซึ่งต้องบันทึกค่าที่ช่วงเวลาก่อนไว้และปรับค่าใหม่เมื่อช่วงเวลาเปลี่ยนไป สำหรับอินดักแตนซ์และคาแปซิแตนซ์บันทึกเพียงค่าเดียวคือ $I_{k,m}^{(t-\Delta t)}$ การปรับค่าใหม่ทุกช่วงเวลาที่เปลี่ยนไป โดยใช้ Recursive Formula (5) คือ

$$I_{k,m}^{(t-\Delta t)} = \pm(I_{k,m}^{(t-2\Delta t)} + 2x) \qquad (2.67)$$

เมื่อ $x = G(e_k^{(t-\Delta t)} - e_m^{(t-\Delta t)})$

โดยค่าจากสมการ 2.67 สำหรับอินดักแตนซ์เป็น + และ $G = \frac{\Delta t}{2L}$

สำหรับคาแปซิแตนซ์เป็น - และ $G = \frac{2C}{\Delta t}$

ก่อนที่จะเข้าสู่การคำนวณในช่วงเวลาของทรานเซียนต์แม่เหล็กไฟฟ้า ต้องกำหนดค่าเริ่มต้น (Initial Condition) ที่เวลาศูนย์คือ

$$I_{k,m}^{(Initial)} = i_{k,m}^{(0)} - G(e_k^{(0)} - e_m^{(0)})$$

การแทนสายส่งโดยใช้พารามิเตอร์แบบกระจาย ค่า I_k, I_m ถูกบันทึกย้อนกลับจากเวลา $t-\Delta t$, $t-2\Delta t$, $t-3\Delta t$, ... จนถึง $t-T$ ทุกค่าที่เก็บเมื่อเวลาเปลี่ยนไป Δt จะเลื่อนข้อมูลที่เก็บไปอีกตำแหน่งหนึ่งคือข้อมูลที่เดิมเก็บไว้ที่ $t-\Delta t$ จะเลื่อนไปเก็บไว้ที่ $t-2\Delta t$ เรื่อย ๆ จนถึงข้อมูลที่เดิมเก็บไว้ที่เวลา $t-(T-\Delta t)$ จะเลื่อนไปเก็บไว้ที่ $t-T$ สำหรับโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นจะใช้วิธีการเลื่อนแอดเดรสในการชี้ข้อมูลแทน

สำหรับรายละเอียดของการแทนอุปกรณ์ต่าง ๆ ในระบบไฟฟ้ากำลังจะได้รายงานในบทที่ 3 ต่อไป