บทที่ 4

การหามวลที่ถูกต้องของเครื่องปฏิกรณ์

4.1 ทฤษฎีการรบกวน (Perturbation Theory)

การเปลี่ยนแปลงขนาดของเครื่องปฏิกรณ์[1] เนื่องจากการที่แท่งเชื้อเพลิงถูกเจาะเพื่อใส่แท่งควบคุม หรือเนื่องจากการเกิดสิ่งมีพิษ (poison) หรือการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ สามารถหาได้โดยอาศัยทฤษฎีการรบกวน การที่มีสิ่งที่มารบกวนจะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในเครื่องปฏิกรณ์ เช่นทำให้เครื่องที่อยู่ในสภาพวิกฤต มาอยู่ในสภาพใต้วิกฤต (sub-critical) คือเครื่องไม่ทำงานได้ การคำนวณส่วนใหญ่ก็เพื่อหาส่วนที่จะต้องนำมาคิดชดเชยส่วนที่เปลี่ยนแปลงเพื่อให้เครื่องปฏิกรณ์อยู่ในสภาพวิกฤตต่อไป เช่น ต้องหามวลของเชื้อเพลิงที่ต้องนำมาเพิ่ม เนื่องจากการเจาะแท่งเชื้อเพลิงเพื่อใส่แท่งควบคุม ส่วนการรบกวนเนื่องจากกรณีอื่น ๆ ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก จึงไม่คิดหามวลที่ต้องมาเพิ่มเนื่องจากกรณีเหล่านี้

พิจารณากรณีที่นิวตรอนมีความเร็วหลายกลุ่ม (multi-group) และไม่อยู่ในสถานะคงที่ สมการของกลุ่มที่ i จะเขียนในรูปทั่ว ๆ ไปได้เป็น

$$\sum_{j=1}^{m} M_{ij}\phi_i = \frac{\partial \phi_i}{\partial t} \qquad (4.1)$$

เมื่อ Mij คือโอเปอเรเตอร์ (operator)

ϕ_i คือฟลักซ์ของนิวตรอนกลุ่มที่ i

ถ้านิวตรอนทั้งหมดมีอยู่ m กลุ่ม สมการจะเขียนได้เป็น

$$M\,\phi = \frac{\partial \phi}{\partial t} \qquad (4.2)$$

ในที่นี้ M คือแมทริกซ์โอเปอเรเตอร์ (matrix operator)

ϕ คือ ชุดของเวคเตอร์ (vector set) $(\phi_1, \phi_2, \ldots\ldots\ldots\phi_m)$

---

[1] *Ibid.*, pp. 315 - 316

ถ้าพิจารณาให้ค่าตอบทั่วไปของสมการ (4.2) เป็น

$$\phi_i = \phi_{io} e^{i \omega t} \qquad (4.3)$$

ดังนั้น

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial t} = \omega_i \phi_i \qquad (4.4)$$

ω_i คือส่วนกลับของคาบของเครื่องปฏิกรณ์[2] (reactor period) มีค่า = $\frac{1}{T}$ เมื่อ T คือคาบของเครื่องปฏิกรณ์ฯ

ω_i สำหรับแต่ละกลุ่มมีค่าเท่ากัน[3]

ดังนั้นสมการ (4.2) เขียนได้เป็น

$$M \phi = \omega \phi \qquad (4.5)$$

ค่าตอบทั่วไปของสมการ (4.5) จะเป็นอนุกรมของค่าไอเก้น (eigenvalues) ค่าไอเก้น ω_k สอดคล้องกับค่าไอเก้นฟังก์ชั่น (eigenfunction) ϕ_k และค่าไอเก้นเหล่านี้มีเพียงค่าเดียวที่เป็นบวก ซึ่งสอดคล้องกับคาบคงที่ (stable period) ของเครื่องปฏิกรณ์ฯ[4] และสัมพันธ์กับค่ารีแอ็กทิฟวิตี้ของเครื่องปฏิกรณ์ ในที่นี้จะไม่พิจารณาค่าไอเก้นที่เป็นลบ เพราะค่าเหล่านี้แทน ทรานเซี้ยน (transient) ซึ่งลดลงเทียบกับเวลา ในขณะที่เครื่องปฏิกรณ์ฯ วิกฤตอยู่ในสถานะคงที่ ω เป็นศูนย์ และการรบกวนจะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของ ω น้อยมาก

สมมติว่า เกิดการเปลี่ยนแปลงเล็กน้อยในเครื่องปฏิกรณ์ฯ เช่นเอาตัวดูดกลืน (absorber) ใส่เข้าไป ให้การเปลี่ยนแปลงนี้แทนด้วยอ็อพเพอเรเตอร์ P ในขณะนี้ ฟลักซ์ของนิวตรอนจะมีค่าเป็น ϕ' และ ω จะเปลี่ยนเป็น ω' สมการ (4.5) จะเขียนได้ใหม่เป็น

---

[2] *Ibid.*, p. 293

[3] *Ibid.*, p. 373

[4] *Ibid.*, p. 300

$$(M + P)\,\phi' \quad = \quad \omega'\phi' \tag{4.6}$$

เมื่อ ϕ' เป็นฟลักซ์เมื่อถูกรบกวน และ ω' เป็นค่าไอเกนค่าใหม่

4.2 เซ็ลฟ์แอ็ดจ๊อยท์และแอ็ดจ๊อยท์ออพเพอเรเตอร์ (Self-Adjoint and Adjoint Operator)

ถ้าไอเก้นฟังค์ชั่นของสมการ (4.5) ตั้งฉากกันทั้งหมด(form complete orthogonal set) M เรียกว่า เซ็ลฟ์แอ็ดจ๊อยท์[5]

พิจารณาเฉพาะไอเก้นฟังค์ชั่นสองตัวของสมการ (4.5) คือ ϕ_k และ ϕ_l จะได้

$$M\,\phi_k \;=\; \omega_k\phi_k \qquad \text{และ} \qquad M\,\phi_l \;=\; \omega_l\,\phi_l$$

คูณสมการแรกด้วย ϕ_l และสมการหลังด้วย ϕ_k แล้วอินทิเกรทแต่ละสมการตลอดทั่วทั้งปริมาตรของเครื่องปฏิกรณ์ จะได้ผลเป็น

$$\int \phi_l M\phi_k\,dV \;=\; \omega_k\int \phi_k\phi_l\,dV$$

และ

$$\int \phi_k M\phi_l\,dV \;=\; \omega_l\int \phi_k\phi_l\,dV$$

จากการลบกันจะได้

$$\int \phi_l M\phi_k\,dV - \int \phi_k M\phi_l\,dV \;=\; (\omega_k - \omega_l)\int \phi_k\phi_l\,dV \tag{4.7}$$

ถ้าไอเก้นฟังค์ชั่น ϕ_k และ ϕ_l ตั้งฉากกัน

$$\int \phi_k\phi_l\,dV \;=\; C_k \qquad k = l$$
$$\;=\; 0 \qquad k \neq l$$

ในกรณีนี้ถือว่า $k \neq l$ ดังนั้นจากสมการ (4.7) จะได้ว่า

---

[5] *Ibid.*, p.373

$$\int \phi_k M \phi_l \, dV \quad = \quad \int \phi_l M \phi_k \, dV \qquad (4.8)$$

ในกรณีนี้ M เรียกว่า เป็นเซ็ลฟ์แอ็ดจ๊อยท์ ซึ่งจะพบในกรณีของเครื่องปฏิกรณ์ฯ ที่ไม่มีตัวสะท้อน และใช้ทฤษฎีวันกรุ๊ป

สมมติว่า ไอเก้นฟังค์ชั่นไม่ตั้งฉากกัน เช่นในกรณีที่เครื่องปฏิกรณ์ฯมีตัวสะท้อนแล้ว จะสามารถให้คำจำกัดความของ $M^{\dagger}$ ซึ่งเป็นแอ็ดจ๊อยท์ออพเพอเรเตอร์ ได้เป็น

$$\int \phi_k^{\dagger} M \phi_l \, dV \quad = \quad \int \phi_l M^{\dagger} \phi_k^{\dagger} \, dV \qquad (4.9)$$

เมื่อ $\phi_k^{\dagger}$ เรียกว่าแอ็ดจ๊อยท์ฟังค์ชั่น เป็นไอเก้นฟังค์ชั่นของสมการแอ็ดจ๊อยท์

$$M^{\dagger}\phi^{\dagger} \quad = \quad \omega^{*}\phi^{\dagger} \qquad (4.10)$$

เมื่อ ω^{*} เป็นคอมเพล็กคอนจุเกท (complex conjugate) ของ ω

โดยทั่วไปแล้วแอ็ดจ๊อยท์ออพเพอเรเตอร์ $M^{\dagger}$ หาได้โดยแทน M_{kl} แต่ละตัวของ M ด้วยคอมเพล็กคอนจุเกทของมัน แล้วเปลี่ยนภายใน แมทริกซ์จากแถวนอน (row) เป็นแถวตั้ง (column), M_{kl} แต่ละตัวจะกลายเป็น M_{lk}^{*} เมื่อ k แทนแถวนอน และ l แทนแถวตั้ง สำหรับสมการของเครื่องปฏิกรณ์ฯ M_{kl} ทุกตัวเป็นค่าจริง ดังนั้นแอ็ดจ๊อยท์ออพเพอเรเตอร์ M^{+} ได้จากการเปลี่ยนแถวนอนและแถวตั้งในแมทริกซ์ M ในขณะเดียวกัน $\omega^{*} = \omega$

จากสมการ (4.10) และ (4.5) จะเขียนแต่ละสมการได้เป็น

$$M^{\dagger}\phi_k^{\dagger} = \omega_k \phi_k^{\dagger} \quad \text{และ} \quad M\phi_l = \omega_l \phi_l$$

คูณสมการแรกด้วย ϕ_l และสมการหลังด้วย $\phi_k^{\dagger}$ อินทิเกรทแล้วลบกัน ผลที่ได้จะคล้ายสมการ (4.7)

$$\int \phi_l M^{\dagger} \phi_k^{\dagger} \, dV - \int \phi_k^{\dagger} M \phi_l \, dV \quad = \quad (\omega_k - \omega_l) \int \phi_k^{\dagger} \phi_l \, dV$$

โดยอาศัยเงื่อนไขจากสมการ (4.9) ว่า $M^{\dagger}$ และ M เป็นแอ็ดจ๊อยท์ จะเห็นได้ว่า ถ้า $k \neq l$ นั่นคือ $\omega_k - \omega_l$ ไม่เป็นศูนย์

$$\int \phi_k^{\dagger} \phi_l \, dV = 0 \qquad \text{เมื่อ} \quad k \neq l$$

ดังนั้นจะเห็นได้ชัดว่าแอ็ดจ๊อยท์ฟังก์ชั่น $\phi_k^{\dagger}$ ตั้งฉากกับฟังก์ชั่นเดิม ϕ_k

ในการหาการเปลี่ยนแปลงของ ω คูณสมการ (4.6) ด้วย $\phi^{\dagger}$ และสมการ (4.10) ด้วย ϕ' อินทิเกรทแต่ละสมการตลอดทั่วทั้งปริมาตรของเครื่องปฏิกรณ์ฯ แล้วลบกัน จะได้

$$\int \phi^{\dagger} M \phi' \, dV - \int \phi' M^{\dagger} \phi^{\dagger} \, dV + \int \phi^{\dagger} P \phi' \, dV = (\omega' - \omega) \int \phi^{\dagger} \phi' \, dV$$

เนื่องจาก M และ $M^{\dagger}$ เป็นแอ็ดจ๊อยท์ออพเพอเรเตอร์ เทอมที่อินทิเกรทสองเทอมแรกทางซ้ายมือมีขนาดเท่ากัน ดังนั้นจะได้ว่า

$$\omega' - \omega = \frac{\int \phi^{\dagger} P \phi' \, dV}{\int \phi^{\dagger} \phi' \, dV}$$

ถ้าการรบกวน (perturbation) P น้อย ϕ' อาจประมาณได้ว่าเท่ากับ ϕ และ $\omega' - \omega = \Delta\omega$ จะเขียนได้เป็น

$$\Delta\omega = \frac{\int \phi^{\dagger} P \phi \, dV}{\int \phi^{\dagger} \phi \, dV} \qquad (4.11)$$

ถ้า M เป็นเซ็ลฟ์แอ็ดจ๊อยท์, $\phi = \phi^{\dagger}$ การเปลี่ยนของ ω จะแทนได้ด้วย

$$\Delta\omega = \frac{\int \phi P \phi \, dV}{\int \phi^2 \, dV} \qquad (4.12)$$

4.3 การนำทฤษฎีการรบกวนมาใช้ (Applications of Perturbation Theory)

ในกรณีนี้จะพิจารณานิวตรอนมีความเร็วค่าเดียว (one-group velocity) ถ้าเครื่องปฏิกรณ์ที่ไม่มีตัวสะท้อน มีคาบคงที่ $\frac{1}{\omega}$ สอดคล้องกับสมการ

$$v \operatorname{div} D \operatorname{grad} \phi + \alpha \phi = \omega \phi \qquad (4.13)$$

เมื่อ $\alpha = (k-1)\Sigma_a v$

ในที่นี้ออพเพอเรเตอร์ M คือ

$$M = v \text{ div } D \text{ grad} + \alpha \tag{4.14}$$

สมมติว่าเครื่องปฏิกรณ์ขณะนี้ถูกรบกวน โดยการเปลี่ยนแปลงเล็กน้อยของ δv, δD และ $\delta\alpha$ อาจจะอย่างหนึ่งอย่างใด หรือทั้งหมด ออพเพอเรเตอร์ M + P จะเป็น

$$M + P = (v + \delta v)\text{div}(D + \delta D)\text{grad} + \alpha + \delta\alpha \tag{4.15}$$

ใช้สูตร

$$\text{div } S\underline{V} = \text{grad } S.\underline{V} + S \text{ div } \underline{V} \tag{4.16}$$

เมื่อ S เป็นสเกลลา และ $\underline{V}$ เป็นเวคเตอร์ จะได้ว่า

$$\text{div }(D + \delta D)\text{grad} = \text{grad}(D + \delta D).\text{grad} + (D + \delta D)\nabla^2 \tag{4.17}$$

โดยอาศัยผลจากสมการ (4.17) สมการ (4.14) และ(4.15) จะเขียนได้เป็น

$$M = v \text{ grad } D.\text{grad} + v D\nabla^2 + \alpha \tag{4.18}$$

และ

$$M + P = (v + \delta v)\left[\text{grad}(D + \delta D).\text{grad} + (D + \delta D)\nabla^2\right] + \alpha + \delta\alpha \tag{4.19}$$

เอาสมการ (4.18) ลบออกจากสมการ (4.19) และถือว่าผลคูณของตัวที่เปลี่ยนไปมีค่าน้อยมากตัดทิ้งได้ จะได้

$$P = \delta v\left[\text{grad } D.\text{grad} + D\nabla^2\right] + v\left[\text{grad } \delta D.\text{grad} + \delta D\nabla^2\right] + \delta\alpha \tag{4.20}$$

แทนค่า ω ในสมการ (4.12) จะได้

$$\Delta\omega = \frac{1}{\int \phi^2 \, dV} \int \left[\phi\delta v \,\mathrm{grad} D \cdot \mathrm{grad}\phi + \phi v \,\mathrm{grad}\,\delta D \cdot \mathrm{grad}\phi + \phi\delta(Dv)\nabla^2\phi + \delta\lambda\phi^2 \right] dV \qquad (4.21)$$

อาศัยสมการ (4.16) พิจารณาเทอมแรก

$$\mathrm{div}(\phi D \,\mathrm{grad}\phi) = \mathrm{grad}\phi D \cdot \mathrm{grad}\phi + \phi D \nabla^2\phi$$

แต่

$$\mathrm{grad}\, \phi D = D \,\mathrm{grad}\, \phi + \phi \,\mathrm{grad}\, D$$

เพราะฉะนั้นจะได้

$$\mathrm{div}(\phi D \,\mathrm{grad}\phi) = D|\mathrm{grad}\phi|^2 + \phi \,\mathrm{grad} D \cdot \mathrm{grad}\phi + \phi D \nabla^2\phi \qquad (4.22)$$

จะสามารถหา $\phi \,\mathrm{grad} D \cdot \mathrm{grad}\phi$ ได้เป็น

$$\phi \,\mathrm{grad} D \cdot \mathrm{grad}\phi = \mathrm{div}(\phi D \,\mathrm{grad}\phi) - D|\mathrm{grad}\phi|^2 - \phi D \nabla^2\phi \qquad (4.23)$$

พิจารณาเทอมที่สอง อาศัยหลักเดียวกับสมการ (4.23) จะได้

$$\phi \,\mathrm{grad}\,\delta D \cdot \mathrm{grad}\phi = \mathrm{div}(\phi\delta D \,\mathrm{grad}\phi) - \delta D|\mathrm{grad}\phi|^2 - \phi\delta D \nabla^2\phi \qquad (4.24)$$

แทนค่าจากสมการ (4.23) และ (4.24) ลงในสมการ (4.21) โดยที่

$$\int_V \mathrm{div}(\phi D \,\mathrm{grad}\phi) dV = 0$$

ซึ่งสามารถจะพิสูจน์ได้โดยอาศัยทฤษฎีของเกาส์ (Gauss's theorem) ที่ว่า

$$\int_V \mathrm{div}(\phi D \,\mathrm{grad}\phi) dV = \int_S \phi D \,\mathrm{grad}_n \phi \, dS = 0$$

เพราะ ϕ เป็นศูนย์ที่ผิวหน้าของเครื่องปฏิกรณ์ จะได้สมการเป็น

$$\Delta\omega = \frac{\int\left[\delta\alpha\phi^2 - \delta(Dv)\left|\text{grad }\phi\right|^2\right]dV}{\int\phi^2\, dV} \tag{4.25}$$

การเปลี่ยนแปลงรีแอ็กทิฟวิตี้เนื่องจากการที่เครื่องปฏิกรณ์ถูกรบกวน สามารถหาได้จากสมการ (4.25) และสมการการแพร่ที่ขึ้นกับเวลา[6] (time-dependent diffusion equation) ถ้าสมมติว่าการรบกวนมีน้อย ฟลักซ์ซึ่งขึ้นกับเวลาจะเป็น

$$\frac{\delta k_{eff}}{l}\phi' = \frac{d\phi'}{dt} \tag{4.26}$$

หรือ

$$k\Sigma_a v\frac{\delta k_{eff}}{k_{eff}}\phi' = \omega\phi' \tag{4.27}$$

เมื่อ l เป็นอายุเฉลี่ย (mean lifetime) ของนิวตรอนวิ่งช้า $= \frac{1}{v\Sigma_a}$

δk_{eff} คือ เดลต้าเคเอฟเฟคทีฟ (delta-k-effective) $= k_{eff} - 1$

k_{eff} คือเอฟเฟคทีฟมัลติพลิเคชั่นแฟคเตอร์

คูณสมการ (4.27) ด้วยฟลักซ์ที่ไม่ถูกรบกวน (unperturbed flux) ϕ แล้วอินทิเกรตตลอดทั่วทั้งปริมาตร จะได้

$$\frac{\delta k_{eff}}{k_{eff}} = \frac{\omega\int\phi^2\, dV}{\int k\Sigma_a v\phi^2 dV}$$

แทนค่า ω จากสมการ (4.25) เนื่องจากถ้าเครื่องปฏิกรณ์ เริ่มวิกฤต แล้วแทนค่า $\alpha = (k-1)\Sigma_a v$ จะได้

$$\frac{\delta k_{eff}}{k_{eff}} = \frac{\int\left\{\delta(k-1)\Sigma_a v\,\phi^2 - \delta(Dv)\left|\text{grad }\phi\right|^2\right\}dV}{\int k\Sigma_a v\phi^2\, dV} \tag{4.28}$$

---

[6] *Ibid.*, pp. 291 - 292

4.4 การหาความสัมพันธ์ระหว่างรีแอ็กทิฟวิตี้กับฟลักซ์โดยอาศัยทฤษฎีการรบกวน

ค่ารีแอ็กทิฟวิตี้ของเครื่องปฏิกรณ์ฯ จะเปลี่ยนแปลงไปถ้าฟลักซ์ในแต่ละแห่งเปลี่ยนแปลงไป แสดงว่ามีการรบกวนเกิดขึ้น

จากสมการ (4.28) ถ้าพิจารณากรณีที่นิวตรอนมีความเร็วค่าเดียว คือความเร็ว v คงที่ จะเขียนสมการใหม่ได้เป็น

$$\text{Reactivity}(\rho) = \frac{\delta k_{eff}}{k_{eff}} = \frac{\int \delta\left[(k-1)\Sigma_a v\right]\phi^2 \, dV}{\int k\,\Sigma_a v \phi^2 \, dV}$$

หรือเขียนได้เป็น

$$\frac{\delta k_{eff}}{k_{eff}} = \frac{\int \delta\left[\nu\Sigma_f - \Sigma_a\right]\phi^2 \, dV}{\int \nu\Sigma_f \, \phi^2 \, dV}$$

เมื่อแทนค่า k ด้วย

$$k = \frac{\nu\Sigma_f}{\Sigma_a}$$

ถ้าให้ $\nu\Sigma_f$ คงที่ จะสามารถเขียนสมการได้เป็น

$$\frac{\delta k_{eff}}{k_{eff}} = \frac{-\int \delta\Sigma_a \, \phi^2 \, dV}{\nu\Sigma_f \int \phi^2 \, dV}$$

การคำนวณต่อไปนี้แสดงให้เห็นว่า เมื่อฟลักซ์ในแท่งเชื้อเพลิงแต่ละแท่งเปลี่ยนแปลงไป รีแอ็กทิฟวิตี้จะเปลี่ยนไปด้วย ในกรณีนี้ถือว่า $\nu\Sigma_f$ คงที่ และแท่งเชื้อเพลิงของเครื่องปฏิกรณ์ฯมีสมภาพดังรูปที่ 4-1 (ค่าตัวเลขในรูปเป็นค่าสมมติ)

(a)

ϕ_1	ϕ_2	ϕ_1
ϕ_2	ϕ_3	ϕ_2
ϕ_1	ϕ_2	ϕ_1

(b)

1	1.5	1
1.5	2	1.5
1	1.5	1

รูปที่ 4-1 แกนของเครื่องปฏิกรณ์ฯแบบ 3 x 3

ถ้าหย่อนแคดเมียมซึ่งเป็นตัวดูดกลืนนิวตรอนลงไปตรง ϕ_3 จะทำให้ Σ_a เปลี่ยนแปลงไปเป็น $\delta\Sigma_a$, ρ จะเปลี่ยนไปด้วย

สมมติว่าเชื้อเพลิงแต่ละแท่งมีปริมาตรหนึ่งหน่วย และถือว่าฟลักซ์ของเชื้อเพลิงแต่ละแท่งมีค่าโดยเฉพาะไม่ต่อเนื่องกัน อินทิเกรทจะสามารถเขียนได้ในรูปของผลบวก นั่นคือจะหาค่า ρ ได้เป็น

$$\rho = \frac{-(\delta\Sigma_a\phi_3^2 + 4(0)\phi_1^2 + 4(0)\phi_2^2)}{\nu\Sigma_f(\phi_3^2 + 4\,\phi_1^2 + 4\,\phi_2^2)}$$

ถ้าต้องการจะเปรียบเทียบดูว่าการรบกวนฟลักซ์ที่จุดต่าง ๆ จะทำให้ค่ารีแอ็กทิฟวิตี้เปลี่ยนแปลงไปอย่างไร สามารถทำได้โดยการหย่อนแคดเมียมที่จุดต่าง ๆ แล้วหาว่าค่า ρ จะแตกต่างกันอย่างไร

<u>ตัวอย่างการคำนวณ</u>

ถ้าหย่อนแคดเมียมที่ตรงแท่งมุม ดังรูปที่ 4–1 b จะทำให้ Σ_a เปลี่ยนเป็น $\Sigma_a + \delta\Sigma_a$ จะได้

$$\rho_{corner} = \frac{-\left[(0)2^2 + \delta\Sigma_a(1)^2 + 3(0)(1)^2 + 4(0)(1.5)^2\right]}{2^2 + 4(1)^2 + 4(1.5)^2}$$

$$= \frac{-\delta\Sigma_a}{17\,\nu\Sigma_f}$$

ถ้าหย่อนแคดเมียมลงที่แท่งกลางแทน จะได้

$$\rho = \frac{-\left[\delta\Sigma_a(2)^2 + 4(0)(1)^2 + 4(0)(1.5)^2\right]}{17\,\nu\Sigma_f}$$

$$= \frac{-4\,\delta\Sigma_a}{17\,\nu\Sigma_f}$$

ถ้าจะต้องการหาค่ารีแอ็กทิฟวิตี้เฉลี่ย ก็แบ่งแคดเมียมนั้นออกเป็นเก้าส่วนเท่ากัน หย่อนแคดเมียมแต่ละส่วนลงไปตรงแห่งเชื้อเพลิงแต่ละแห่ง ค่า $\delta\Sigma_a$ จะเฉลี่ยเท่า ๆ กัน เป็น $\frac{1}{9}\delta\Sigma_a$ จะได้ค่ารีแอ็กทิฟวิตี้เฉลี่ยเป็น

$$\rho_{averg.} = \frac{-\left[\frac{1}{9}\delta\Sigma_a(2)^2 + \frac{1}{9}\delta\Sigma_a(4)(1)^2 + \frac{1}{9}\delta\Sigma_a(4)(1.5)^2\right]}{17\nu\Sigma_f}$$

$$= \frac{-\delta\Sigma_a}{9\nu\Sigma_f}$$

เปรียบเทียบการเปลี่ยนรีแอ็กทิฟวิตี้ ระหว่าง ρ ที่จุดทั้งสาม จะได้ว่า

$$\frac{\rho_{corner}}{\rho_{center}} = \frac{1}{4}, \qquad \frac{\rho_{averg.}}{\rho_{center}} = \frac{17}{36}$$

จะเห็นว่าถ้าหย่อนแคดเมียมที่กลางแกน จะทำให้รีแอ็กทิฟวิตี้เปลี่ยนมากกว่าที่จะหย่อนแคดเมียมที่บริเวณอื่น ๆ นั่นคือการมีสิ่งมารบกวนบริเวณกลางแกน จะมีผลทำให้รีแอ็กทิฟวิตี้เปลี่ยนแปลงมากที่สุด

4.5 การคำนวณหามวลวิกฤตที่ถูกต้องของเครื่องปฏิกรณ์ฯ โดยอาศัยทฤษฎีการรบกวน

ในการสร้างเครื่องปฏิกรณ์ฯ จะต้องสร้างให้มีขนาดใหญ่กว่าขนาดวิกฤตเล็กน้อย เหตุผลก็คือว่า ในการที่จะให้เครื่องปฏิกรณ์ฯทำงาน จะต้องจัดให้เครื่องมีเอฟเฟคทิฟมัลติพลิเคชั่นแฟคเตอร์มากกว่าหนึ่งเล็กน้อย จะทำให้นิวตรอนมีจำนวนเพิ่มขึ้นจนถึงระดับหนึ่ง เครื่องจะทำงาน หลังจากที่เครื่องเริ่มทำงานแล้ว จะต้องลดค่าเอฟเฟคทิฟมัลติพลิเคชั่นลงมามีค่าเป็นหนึ่ง เครื่องปฏิกรณ์ฯ จะอยู่ในสถานะคงที่ คือนิวตรอนที่เกิดจะเท่ากับนิวตรอนที่หายไป

การปรับมัลติพลิเคชั่นของนิวตรอนในเครื่องปฏิกรณ์ฯ ทำได้โดยใช้แท่งควบคุม[7] ทำด้วยแคดเมียม หรือโบรอนซึ่งเป็นสารที่มีความสามารถในการดูดกลืนนิวตรอนมาก โดยการเลื่อนตำแหน่งของแท่งควบคุมขึ้นลงตามแนวดิ่ง จะสามารถปรับค่ามัลติพลิเคชั่นตาม.

---

[7] *Ibid.*, pp. 316 - 322

ต้องการ

ในการใช้แท่งควบคุม จะต้องเจาะที่แท่งเชื้อเพลิงให้เป็นรูสำหรับใส่แท่งควบคุม ในกรณีนี้ เจาะเป็น 4 รู ในตำแหน่งที่เหมาะ เมื่อเนื้อยูเรเนียมถูกเจาะหายไป มวลวิกฤตที่คำนวณไว้เมื่อตอนเป็นแท่งทึบ จะไม่พอที่จะทำให้เครื่องปฏิกรณ์ฯทำงาน ทั้งนี้ เพราะค่ารีแอ็กทิฟวิตี้ของมันลดลง ต้องคำนวณหาว่าจะต้องเพิ่มมวลอีกเท่าไร เครื่องจึงจะทำงาน

พิจารณาเครื่องปฏิกรณ์ฯ มีแท่งเชื้อเพลิงขนาด 5 x 4 (20 แท่ง) จะหาว่าถ้าเอาแท่งเชื้อเพลิงออกหนึ่งแท่ง รีแอ็กทิฟวิตี้ของเครื่องจะเปลี่ยนแปลงไปเท่าไร

2	2.5	3	2.5	2
2.5	3	3.5	3	2.5
2.5	3	3.5	3	2.5
2	2.5	3	2.5	2

ค่าในรูปนี้เป็นค่าแสดงฟลักซ์สัมพัทธ์ของเครื่อง[illegible] ปฏิกรณ์ที่ได้จากการทดลอง[8]

รูปที่ 4-2 เครื่องปฏิกรณ์แบบ 5 x 4

ในที่นี้จะหาค่า ρ ที่หายไปเนื่องจากการเจาะแท่งที่ 7, 9, 12 และ 14 ตามลำดับ

หาค่า ρ เมื่อชักแท่งที่ 7ออก จะได้ว่า แท่งที่ 7 จะมีการเปลี่ยนค่าไป $\delta\Sigma_a$ จะหา ρ ได้ในทำนองเดียวกับตัวอย่างการคำนวณ หน้า 51

$$\rho_{\phi_7} = \frac{-9\delta\Sigma_a}{\nu\Sigma_f(144.5)}$$

และในทำนองเดียวจะหาค่า รีแอ็กทิฟวิตี้เฉลี่ย โดยมีการเปลี่ยนแปลงของ Σ_a ใน แต่ละแท่งเป็น $\frac{1}{20}\delta\Sigma_a$ จะได้

$$\rho_{averg.} = -\frac{1}{20}\frac{\delta\Sigma_a}{\nu\Sigma_f}$$

[8] Progress Report, Reactor Physics and Health Physics (Bangkok: Office of Atomic Energy for Peace, Thai-AEC-2, 1964).

จะได้ $$\frac{\rho_{averg.}}{\rho_{\phi_7}} = 0.803$$

ในการใส่แท่งควบคุม จะต้องเจาะรูเอาเนื้อยูเรเนียมออกประมาณ $\frac{100}{170}$ ของน้ำหนักของยูเรเนียมทั้งแท่ง

จากตาราง 3-5 มวลวิกฤตของแกนขนาด 5 x 4 = 2050 กรัม

ดังนั้นแต่ละแท่งจะมีมวล = 102.5 กรัม

นั่นคือน้ำหนักของยูเรเนียมที่เจาะออกจากแท่งเชื้อเพลิงหนึ่งแท่ง 60.3 กรัม

จากสูตร[9]

$$\rho = (1 - f)\frac{dm}{m} \qquad (4.29)$$

f คือเทอร์มอลยูทิไลซ์เซชั่น = 0.72 กรัม

dm คือน้ำหนักที่เปลี่ยนไป = 60.3 กรัม

m คือน้ำหนักทั้งหมดของแกน = 2050 กรัม

แทนค่าลงในสมการ (4.29) จะได้

$$\rho_{averg.} = 0.0082$$

จาก

$$\frac{\rho_{averg.}}{\rho_{\phi_7}} = 0.803$$

แทนค่า ρ_{averg} ลงไป จะได้ค่า

$$\rho_{\phi_7} = 0.102$$

ถ้าเจาะเอาเนื้อยูเรเนียมออกทั้ง 4 แท่ง จะได้

$$\rho_{total} = 0.0408 \quad \text{หรือ} \quad 4\ \%$$

ดังนั้นจากการคำนวณโดยวิธีที่อาศัยทฤษฎีการรบกวน เมื่อทำให้เกิดช่องว่างในแท่งเชื้อเพลิงจะสูญเสียรีแอกทิฟวิตี้ของเครื่อง ประมาณ 4 ± 1 %

---

[9] Murray, <u>op. cit.</u>, p. 150

นอกจากนั้นยังต้องการรีแอ็กทีฟวิตี้ของเครื่องเพิ่มอีก 3% สำหรับใช้ในการเดินเครื่อง จะเห็นได้ว่า แกน 5 x 4 ซึ่งมีมวลวิกฤตทางทฤษฎี 2050 กรัม ยังขาดรีแอ็กทีฟวิตี้อยู่ประมาณ 7 ± 1 % จะสามารถหาเป็นน้ำหนักที่ยังขาดอยู่ได้โดยใช้สมการ (4.29) จะคำนวณค่า dm ออกมาได้ประมาณ 500 ± 100 กรัม

ดังนั้นแกน 5 x 4 เมื่อคำนวณตามทฤษฎีแก้ช่องโหว่ และรวมรีแอ็กทีฟวิตี้ที่ต้องเพิ่ม(excess reactivity) แล้วจะต้องการมวล 2250 ± 100 กรัม ซึ่งก็ยังมีค่าต่ำ เมื่อเทียบกับผลการทดลองเดินเครื่องครั้งแรกที่ได้ค่าประมาณ 2850 กรัม

สำหรับแกน 5 x 5 และ 5 x 6 ถ้าแก้ตามทฤษฎีเช่นเดียวกัน ก็พบว่ายังขาดมวลอยู่ประมาณ 500 ± 100 กรัม เช่นกัน

ผลการคำนวณอาจสรุปเป็นตารางแสดงผลทางทฤษฎี และผลการปรับปรุง เพื่อให้ได้ค่าใกล้ความเป็นจริงยิ่งขึ้น

ตารางที่ 4–1

ค่ามวลวิกฤติของเครื่องปฏิกรณ์
(น้ำเป็นตัวสะท้อน)

core	Theory	Adjusted(gm.)
5 x 4	2550	2850
5 x 5	2770	3070
5 x 6	3080	3380

ในการเปรียบเทียบมวลวิกฤตเมื่อมีน้ำเป็นตัวสะท้อน กับเมื่อมีกราไฟท์เป็นตัวสะท้อน จากตาราง 3–5 จะเห็นได้ว่า ค่ามวลวิกฤตเมื่อมีกราไฟท์เป็นตัวสะท้อน จะมีค่าต่ำกว่า อาจเรียกผลที่ต่ำนี้ว่า กราไฟท์เซฟวิ่ง (graphite saving)

สำหรับแกน	5 x 4	กราไฟท์เซฟวิ่ง	570 กรัม
	5 x 5	"	510 กรัม
	5 x 6	"	470 กรัม

จากค่าเชฟวิ่งเหล่านี้ เมื่อนำไปหักออกจากค่ามวลวิกฤตที่ปรับปรุง (adjusted) แล้ว ในกรณีที่ใช้น้ำเป็นตัวสะท้อน จะได้ค่ามวลวิกฤต (predicted) สำหรับกรณีที่ใช้กราไฟท์เป็นตัวสะท้อนดังนี้

สำหรับแกน	5 x 4	มวลวิกฤต (predicted)	2280	กรัม
	5 x 5	"	2560	กรัม
	5 x 6	"	2910	กรัม

ค่ามวลวิกฤตที่ได้สำหรับแกนแบบ 5 x 6 เป็นค่าสุดท้ายที่สามารถจัดได้ เมื่อใช้กราไฟท์เป็นตัวสะท้อน ถ้ามีค่ามวลวิกฤตต่ำกว่านี้ เครื่องจะไม่สามารถทำงานต่อไปได้

จากหนังสืออ้างอิง[10] U^{235} จะถูกใช้หมดไป 1.3 กรัม ถ้าเครื่องมีกำลัง 1 เมกกะวัตต์—วัน (magawatt-day) สำหรับเครื่องปฏิกรณ์ของไทยก็เป็นแบบที่มีกำลัง 1 เมกกะวัตต์—วัน และทำงานวันละประมาณ 7—8 ชม. ดังนั้นใน 1 ปี คิดเฉลี่ยแล้วใช้ U^{235} ประมาณ 100 กรัม

ขณะนี้ที่สำนักงานพลังงานปรมาณูมีแท่งเชื้อเพลิงที่มีมวลของ U^{235} ทั้งหมดอยู่ประมาณ 4.5 กิโลกรัม ถ้าจะใช้จนเหลือมวล 2.9 กิโลกรัม จะใช้เวลาประมาณ 16 ปี

---

10 *Ibid.*, p. 5