

การประมาณค่าควอนไทล์โดยตัวประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลที่ถูกรัดทิ้งแบบช่วง



นางสาวปัญญาพร นาควิทยานนท์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

CHULALONGKORN UNIVERSITY

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)

เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย

The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR) are the thesis authors' files submitted through the University Graduate School.

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2558

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

QUANTILE ESTIMATION BY GRAPHICAL ESTIMATORS WITH INTERVAL-CENSORED DATA

Miss Panyaporn Nakvitayanon



A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Science Program in Statistics

Department of Statistics

Faculty of Commerce and Accountancy

Chulalongkorn University

Academic Year 2015

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การประมาณค่าควอนไทล์โดยตัวประมาณแบบกราฟด้วย

ข้อมูลที่ถูกต้องทั้งแบบช่วง

โดย

นางสาวปัญญาพร นาควิทยานนท์

สาขาวิชา

สถิติ

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดิ์

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัย  
ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

บัณฑิต

.....คณบดีคณะพาณิชยศาสตร์และการ

(รองศาสตราจารย์ ดร. พสุ เดชะรินทร์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ

(อาจารย์ ดร. อัครินทร์ ไพบูลย์พานิช)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดิ์)

.....กรรมการ

(อาจารย์ ดร. นัท กุลวานิช)

.....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(อาจารย์ ดร. อรุณี กำลั้ง)

ปัญหาพร นาควิทยานนท์ : การประมาณค่าควอนไทล์โดยตัวประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลที่ถูกลดทิ้งแบบช่วง (QUANTILE ESTIMATION BY GRAPHICAL ESTIMATORS WITH INTERVAL-CENSORED DATA) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: ผศ. ดร. อนุภาพ สมบูรณ์ สวัสดิ์, 100 หน้า.

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณแบบกราฟ (Graphical Estimation method; GE method) ทั้ง 4 วิธี ของการแจกแจงไวบูลล์จากข้อมูลที่ถูกลดทิ้งแบบช่วง ซึ่ง 4 วิธีดังกล่าวที่ได้ทำการศึกษาในครั้งนี้ ได้แก่ ค่าสังเกตทางด้านขวา 1 จุด (1-Point-Right-GE; R1GE), ค่าสังเกตตรงกลาง 1 จุด (1-Point-Center-GE; C1GE), ค่าสังเกตทางด้านขวา k จุด (k-Point-Right-GE; RkGE) และค่าสังเกตตรงกลาง k จุด (k-Point-Center-GE; CkGE) โดยได้ทำการศึกษานับข้อมูลจำลอง ที่มีการกำหนดจุดเวลาที่ใช้ในการสังเกต 5 และ 10 จุด และขนาดตัวอย่าง 50, 100, 250, 500 โดยรวมพบว่า วิธี RkGE และ CkGE ให้ค่า MSE ต่ำสุด เนื่องจากทั้ง 4 วิธีมีค่าความแปรปรวนใกล้เคียงกัน แต่วิธี CkGE มีค่าสัมบูรณ์ของค่าความเอนเอียงน้อยที่สุด นอกจากนี้ยังพบว่า วิธีการประมาณค่าแบบ GE ที่มีการกระจายจุดค่าสังเกต (RkGE และ CkGE) มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธีการประมาณค่าแบบ GE ที่ไม่มีการกระจายจุดค่าสังเกต (R1GE และ C1GE)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ภาควิชา สถิติ

สาขาวิชา สถิติ

ปีการศึกษา 2558

ลายมือชื่อนิสิต .....

ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก .....

# # 5781548026 : MAJOR STATISTICS

KEYWORDS: QUANTILE / INTERVAL-CENSORED DATA

PANYAPORN NAKVITAYANON: QUANTILE ESTIMATION BY GRAPHICAL ESTIMATORS WITH INTERVAL-CENSORED DATA. ADVISOR: ASST. PROF. ANUPAP SOMBOONSAVATDEE, Ph.D., 100 pp.

The objective of this study is to compare efficiency of 4 Graphical Estimation methods (GE methods) for the quantiles of Weibull distribution from interval-censored data. 4 GE methods in this study are 1-Point-Right-GE (R1GE), 1-Point-Center-GE (C1GE), k-Point-Right-GE (RkGE) and k-Point-Center-GE (CkGE). Based on simulation with fixed observation times  $m=5$ ,  $10$  and sample size  $n= 50,100, 250, 500$ , overall, RkGE and CkGE method achieves the lowest MSE since all 4 GE methods yield similar sizes of variances, but CkGE yields the smallest absolute values of biases. In addition, the results indicate that, the k-Point-GE methods (RkGE and CkGE) are more efficient than 1-Point-GE methods (R1GE and C1GE).



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY

Department: Statistics

Student's Signature .....

Field of Study: Statistics

Advisor's Signature .....

Academic Year: 2015

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์ลงได้ด้วยดี ด้วยความช่วยเหลือและความเอาใจใส่จาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดิ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ผู้วิจัยขอกราบ ขอบพระคุณท่านอาจารย์เป็นอย่างสูง ที่กรุณาให้คำปรึกษา อบรมสั่งสอน และให้ข้อคิดเห็นต่างๆ ตลอดจนให้ความช่วยเหลือ คำแนะนำเพื่อปรับปรุง แก้ไขวิทยานิพนธ์ และเป็นกำลังใจในการทำงาน จนกระทั่งวิทยานิพนธ์เสร็จสมบูรณ์ด้วยดี

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณท่านอาจารย์ ดร. อัครินทร์ ไพบูลย์พานิช ประธานกรรมการ สอบวิทยานิพนธ์ อาจารย์ ดร. นัท กุลวานิช และอาจารย์ ดร. อรุณี กำลัง กรรมการสอบ วิทยานิพนธ์เป็นอย่างสูง ที่ท่านอาจารย์ทั้งสามท่านได้เสียสละเวลาเพื่อสอบ ตรวจสอบ และให้ คำแนะนำ เพื่อแก้ไขวิทยานิพนธ์ ฉบับนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น อีกทั้งขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ ประจำภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยทุกท่านที่ให้ โอกาสทางการศึกษา และอบรมสั่งสอนให้ความรู้ทั้งในการเรียนและการดำรงชีวิตให้แก่ผู้วิจัยเสมอ มาจนสำเร็จการศึกษาในครั้งนี้

สุดท้ายนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณครอบครัว ที่คอยให้กำลังใจและความช่วยเหลือ ส่งเสริมและ สนับสนุนมาโดยตลอด และขอขอบคุณเพื่อนๆ ทุกคนที่คอยช่วยเหลือ ให้คำแนะนำ และเป็นกำลังใจให้กับผู้วิจัยตลอดมา

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฅ
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา .....	1
1.2 บริบทของปัญหา .....	2
1.3 วัตถุประสงค์.....	2
1.4 สมมติฐานการวิจัย.....	3
1.5 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย.....	3
1.6 ขอบเขตของการวิจัย .....	3
1.7 วิธีการดำเนินการวิจัย.....	5
1.8 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ .....	6
บทที่ 2 ทฤษฎีและตัวสถิติที่เกี่ยวข้อง.....	7
2.1 ข้อมูลที่ถูกตัดทิ้ง (Censored Data).....	7
2.1.1 ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา (Right-Censored Data).....	7
2.1.2 ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางซ้าย (Left-Censored Data) .....	8
2.1.3 ข้อมูลที่ถูกตัดทิ้งแบบช่วง (Interval-Censored Data).....	9
2.2 ฟังก์ชันการอยู่รอด (Survival Function) .....	10
2.3 การแจกแจงที่ใช้ในงานวิจัย.....	11
2.3.1 การแจกแจงค่าต่ำสุดขีด (Smallest Extreme Value Distribution).....	11
2.3.2 การแจกแจงไวบูลล์ (Weibull Distribution).....	12

2.4 การประมาณค่าพารามิเตอร์โดยวิธีการประมาณแบบกราฟ (GE Method).....	13
2.5 เกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาประสิทธิภาพของการประมาณ .....	14
บทที่ 3 วิธีการดำเนินงาน.....	20
3.1 ขอบเขตของการศึกษา.....	20
3.2 ขั้นตอนในการดำเนินการศึกษา .....	21
3.3 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม .....	30
บทที่ 4 ผลการวิจัย .....	31
4.1 ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณค่าพารามิเตอร์ของทั้ง 4 วิธี เมื่อ $m = 10$ .	32
4.2 ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณค่าควอนไทล์ ของทั้ง 4 วิธี เมื่อ $m = 10$ ...	35
4.3 ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณค่าพารามิเตอร์ของทั้ง 4 วิธี เมื่อ $m = 5$ ....	53
4.4 ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณค่าควอนไทล์ ของทั้ง 4 วิธี เมื่อ $m = 5$ .....	56
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	74
5.1 สรุปผลการวิจัย .....	74
5.2 ข้อเสนอแนะ.....	76
5.2.1 ด้านการนำไปศึกษาต่อ.....	76
5.2.2 ด้านการนำไปใช้.....	76
รายการอ้างอิง .....	78
ภาคผนวก.....	79
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ .....	100



## สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
ตารางที่ 3.2.1 ตัวอย่างการกำหนดจุดค่าสังเกตวิธี R1GE เมื่อ $n = 20$ .....	22
ตารางที่ 3.2.2 ตัวอย่างการกำหนดจุดค่าสังเกตวิธี C1GE เมื่อ $n = 20$ .....	23
ตารางที่ 3.2.3 ตัวอย่างการกำหนดจุดค่าสังเกตวิธี RkGE เมื่อ $n = 20$ .....	25
ตารางที่ 3.2.4 ตัวอย่างการกำหนดจุดค่าสังเกตวิธี CkGE เมื่อ $n = 20$ .....	27
ตารางที่ 4.1.1 ค่า Var ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ $WEIB(0,1)$ เมื่อ $m = 10$ .....	32
ตารางที่ 4.1.2 ค่า Bias ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ $WEIB(0,1)$ เมื่อ $m = 10$ .....	32
ตารางที่ 4.1.3 ค่า MSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ $WEIB(0,1)$ เมื่อ $m = 10$ .....	33
ตารางที่ 4.1.4 ตารางเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณค่า Location-parameter ของ ทั้ง 4 วิธี เมื่อ $m = 10$ .....	34
ตารางที่ 4.1.5 ตารางเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณค่า Scale-parameter ของทั้ง 4 วิธี เมื่อ $m = 10$ .....	34
ตารางที่ 4.2.1.1 ค่า Var ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.90 เมื่อ $m = 10$ .....	35
ตารางที่ 4.2.1.2 ค่า Var ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.95 เมื่อ $m = 10$ .....	35
ตารางที่ 4.2.1.3 ค่า Var ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.99 เมื่อ $m = 10$ .....	35
ตารางที่ 4.2.1.4 ค่า Bias ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.90 เมื่อ $m = 10$ .....	36
ตารางที่ 4.2.1.5 ค่า Bias ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.95 เมื่อ $m = 10$ .....	36
ตารางที่ 4.2.1.6 ค่า Bias ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.99 เมื่อ $m = 10$ .....	36
ตารางที่ 4.2.1.7 ค่า MSE ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.90 เมื่อ $m = 10$ .....	37
ตารางที่ 4.2.1.8 ค่า MSE ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.95 เมื่อ $m = 10$ .....	37
ตารางที่ 4.2.1.9 ค่า MSE ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.99 เมื่อ $m = 10$ .....	37

ตารางที่	หน้า
ตารางที่ 4.3.1	ค่า Var ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ $WEIB(0,1)$ เมื่อ $m = 5$ ..... 53
ตารางที่ 4.3.2	ค่า Bias ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ $WEIB(0,1)$ เมื่อ $m = 5$ ..... 53
ตารางที่ 4.3.3	ค่า MSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ $WEIB(0,1)$ เมื่อ $m = 5$ ..... 54
ตารางที่ 4.3.4	ตารางเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณค่า Location-parameter ของ ทั้ง 4 วิธี เมื่อ $m = 5$ ..... 55
ตารางที่ 4.3.5	ตารางเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณค่า Scale-parameter ของทั้ง 4 วิธี เมื่อ $m = 5$ ..... 55
ตารางที่ 4.4.1.1	ค่า Var ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.90 เมื่อ $m = 5$ ..... 56
ตารางที่ 4.4.1.2	ค่า Var ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.95 เมื่อ $m = 5$ ..... 56
ตารางที่ 4.4.1.3	ค่า Var ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.99 เมื่อ $m = 5$ ..... 56
ตารางที่ 4.4.1.4	ค่า Bias ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.90 เมื่อ $m = 5$ ..... 57
ตารางที่ 4.4.1.5	ค่า Bias ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.95 เมื่อ $m = 5$ ..... 57
ตารางที่ 4.4.1.6	ค่า Bias ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.99 เมื่อ $m = 5$ ..... 57
ตารางที่ 4.4.1.7	ค่า MSE ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.90 เมื่อ $m = 5$ ..... 58
ตารางที่ 4.4.1.8	ค่า MSE ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.95 เมื่อ $m = 5$ ..... 58
ตารางที่ 4.4.1.9	ค่า MSE ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.99 เมื่อ $m = 5$ ..... 58
ตารางที่ 5.1.1	ตารางเปรียบเทียบประสิทธิภาพของทั้ง 4 วิธี โดยพิจารณาจากค่า RE ..... 75

สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
ภาพที่ 1.6.1	5
ภาพประกอบการประมาณค่าพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง และพารามิเตอร์แสดงขนาด ด้วยวิธีการประมาณแบบกราฟ เมื่อ $n = 20$ .....	5
ภาพที่ 2.4.1	14
กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $x_p$ กับ $F_{0,1}^{-1}(p)$ .....	14
ภาพที่ 3.2.1	21
ตัวอย่างการจำลองข้อมูล เมื่อ $n = 20$ .....	21
ภาพที่ 3.2.2	23
ตัวอย่างการกำหนดจุดค่าสังเกตวิธี R1GE เมื่อ $n = 20$ .....	23
ภาพที่ 3.2.3	24
ตัวอย่างการกำหนดจุดค่าสังเกตวิธี C1GE เมื่อ $n = 20$ .....	24
ภาพที่ 3.2.4	26
ตัวอย่างการกำหนดจุดค่าสังเกตวิธี RkGE เมื่อ $n = 20$ .....	26
ภาพที่ 3.2.5	28
ตัวอย่างการกำหนดจุดค่าสังเกตวิธี CkGE เมื่อ $n = 20$ .....	28
ภาพที่ 4.2.2.1	39
กราฟแสดงค่า RE1 กับ $n$ ที่ระดับควอนไทล์ 0.90 ของวิธีต่างๆ เมื่อ $m = 10$ ....	39
ภาพที่ 4.2.2.2	39
กราฟแสดงค่า RE1 กับ $n$ ที่ระดับควอนไทล์ 0.95 ของวิธีต่างๆ เมื่อ $m = 10$ ....	39
ภาพที่ 4.2.2.3	40
กราฟแสดงค่า RE1 กับ $n$ ที่ระดับควอนไทล์ 0.99 ของวิธีต่างๆ เมื่อ $m = 10$ ....	40
ภาพที่ 4.2.2.4	41
กราฟแสดงค่า RE1 กับ $n$ ในแต่ละควอนไทล์ของวิธี C1GE เมื่อ $m = 10$ .....	41
ภาพที่ 4.2.2.5	41
กราฟแสดงค่า RE1 กับ $n$ ในแต่ละควอนไทล์ของวิธี RkGE เมื่อ $m = 10$ .....	41
ภาพที่ 4.2.2.6	42
กราฟแสดงค่า RE1 กับ $n$ ในแต่ละควอนไทล์ของวิธี CkGE เมื่อ $m = 10$ .....	42
ภาพที่ 4.2.2.7	44
กราฟแสดงค่า RE2 กับ $n$ ที่ระดับควอนไทล์ 0.90 ของวิธีต่างๆ เมื่อ $m = 10$ ....	44
ภาพที่ 4.2.2.8	44
กราฟแสดงค่า RE2 กับ $n$ ที่ระดับควอนไทล์ 0.95 ของวิธีต่างๆ เมื่อ $m = 10$ ....	44
ภาพที่ 4.2.2.9	45
กราฟแสดงค่า RE2 กับ $n$ ที่ระดับควอนไทล์ 0.99 ของวิธีต่างๆ เมื่อ $m = 10$ ....	45
ภาพที่ 4.2.2.10	46
กราฟแสดงค่า RE2 กับ $n$ ในแต่ละควอนไทล์ของวิธี C1GE เมื่อ $m = 10$ .....	46
ภาพที่ 4.2.2.11	46
กราฟแสดงค่า RE2 กับ $n$ ในแต่ละควอนไทล์ของวิธี RkGE เมื่อ $m = 10$ .....	46
ภาพที่ 4.2.2.12	47
กราฟแสดงค่า RE2 กับ $n$ ในแต่ละควอนไทล์ของวิธี CkGE เมื่อ $m = 10$ .....	47
ภาพที่ 4.2.2.13	49
กราฟแสดงค่า RE3 กับ $n$ ที่ระดับควอนไทล์ 0.90 ของวิธีต่างๆ เมื่อ $m = 10$ ....	49
ภาพที่ 4.2.2.14	49
กราฟแสดงค่า RE3 กับ $n$ ที่ระดับควอนไทล์ 0.95 ของวิธีต่างๆ เมื่อ $m = 10$ ....	49



## บทที่ 1

### บทนำ

#### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ข้อมูลที่ถูกลดทอน (Censored Data) เป็นลักษณะของข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์ เนื่องจากผู้วิจัยไม่สามารถทราบระยะเวลาที่เกิดความล้มเหลวหรือเกิดเหตุการณ์ที่สนใจอย่างแท้จริงได้ ภายในระยะเวลาที่ทำการศึกษา ซึ่งส่วนใหญ่พบในการวิเคราะห์การอยู่รอด (Survival Analysis) เช่น การวิเคราะห์ความทนทานของอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ โดยเหตุการณ์ที่สนใจอาจเป็นระยะเวลาที่อุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์เสีย หรือ การทดลองให้ยาแก่ผู้ป่วย โดยเหตุการณ์ที่สนใจอาจเป็นการเสียชีวิตหรือการหายจากโรค เป็นต้น จะเห็นได้ว่าลักษณะข้อมูลในการศึกษามักไม่สมบูรณ์ เนื่องจากระยะเวลาในการศึกษามีจำกัดทำให้บางหน่วยตัวอย่างอาจเกิดเหตุการณ์ที่สนใจหลังจากวันที่หยุดเก็บข้อมูล หรือบางหน่วยตัวอย่างอาจขาดหายจากการติดตาม หรือบางหน่วยตัวอย่างอาจเสียชีวิตจากสาเหตุอื่นก่อนที่เหตุการณ์ที่สนใจจะเกิดขึ้น

ลักษณะข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์นี้ไม่สามารถนำไปใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากร เช่นเดียวกับข้อมูลที่สมบูรณ์ได้ ซึ่งในงานวิจัยส่วนใหญ่พบว่าการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation Method; MLE method) เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีการประมาณอื่นๆ เช่น วิธีการประมาณแบบกราฟ (Graphical Estimation Method; GE method) วิธีการประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลบางส่วน (Graphical Estimation with Partial Data Method; GEPD method) เป็นต้น แต่สำหรับข้อมูลที่ถูกลดทอน การใช้วิธี MLE จะทำได้ยากและใช้เวลานานกว่าข้อมูลที่สมบูรณ์ เนื่องจากไม่มีรูปแบบสมการที่แน่นอน

จากการศึกษาที่ผ่านมา ศศิประภา โมรากุล (2553) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบการประมาณพารามิเตอร์จากข้อมูลที่ถูกลดทอนแบบช่วง โดยวิธี MLE และวิธี GE พบว่า ในกรณีที่แบ่งข้อมูลออกเป็นช่วงด้วยการกำหนดจุดเวลาในการสังเกต วิธี MLE มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี GE ในข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล, การแจกแจงแบบล็อกโลจิสติก และวิธี GE มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี MLE ในข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบไวบูลล์ ต่อมา กานต์ธิดา ต้นประเสริฐ (2557) ได้ศึกษาการประมาณค่าควอนไทล์โดยตัวประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลที่ถูกลดทอนปลายทางขวาจากการแจกแจงแบบ ล็อก-โลเคชัน-สเกล พบว่า วิธี MLE มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี GE ในทุกสถานการณ์ และเมื่อระดับสัดส่วนการตัดปลายทางขวาหรือตำแหน่งควอนไทล์สูงขึ้น ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของวิธี GE มีค่า

ต่ำกว่าวิธี MLE นอกจากนี้ยังพบว่า ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ในการเปรียบเทียบวิธี GE กับวิธี MLE มีค่าสูงสุดเมื่อประมาณค่าควอนไทล์จากการแจกแจงแบบ ลีอวกปกติ

ดังนั้นผู้วิจัยมีความสนใจที่จะศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าควอนไทล์โดยตัวประมาณแบบกราฟของการแจกแจงแบบไวบูลล์ (Weibull Distribution) จากข้อมูลที่ถูกตัดทิ้งแบบช่วง ซึ่งส่วนใหญ่แล้วการกำหนดตัวแทนค่าสังเกตของข้อมูลที่ถูกตัดทิ้งแบบช่วงที่ใช้สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ มักจะเป็นจุดค่าสังเกตทางขวา ซึ่งอาจทำให้มีความเอนเอียงในการประมาณ ดังนั้นการศึกษาครั้งนี้จึงต้องการเปรียบเทียบว่า เมื่อนำข้อมูลที่ถูกตัดทิ้งแบบช่วงที่ได้จากการแจกแจงไวบูลล์มาประมาณค่าควอนไทล์ด้วยวิธี GE ทั้งหมด 4 วิธีที่มีการกำหนดจุดค่าสังเกตแตกต่างกัน นั่นคือ วิธีที่ 1 ค่าสังเกตทางด้านขวา 1 จุด (1-Point-Right-Method; R1) วิธีที่ 2 ค่าสังเกตตรงกลาง 1 จุด (1-Point-Center-Method; C1) วิธีที่ 3 ค่าสังเกตทางขวา k จุด (k-Point-Right-Method; Rk) และวิธีที่ 4 ค่าสังเกตตรงกลาง k จุด (k-Point-Center-Method; Ck) วิธีใดจะมีประสิทธิภาพดีที่สุด

## 1.2 บริบทของปัญหา

โดยส่วนใหญ่แล้วตัวแทนค่าสังเกตของข้อมูลที่ถูกตัดทิ้งแบบช่วงที่ใช้สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ มักจะเป็นจุดค่าสังเกตทางขวา ซึ่งอาจทำให้มีความเอนเอียงในการประมาณ ดังนั้นการพิจารณาตัวแทนค่าสังเกตแบบอื่น อาจทำให้การประมาณมีประสิทธิภาพมากขึ้น

## 1.3 วัตถุประสงค์

1.3.1 เพื่อศึกษาการประมาณค่าควอนไทล์ (Quantile) ของการแจกแจงแบบไวบูลล์ จากข้อมูลที่ถูกตัดทิ้งแบบช่วงด้วยวิธีการประมาณแบบกราฟ ทั้ง 4 วิธี ที่มีการกำหนดจุดค่าสังเกตต่างกัน

1.3.2 เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณค่าของวิธี GE ทั้ง 4 วิธี ที่มีการกำหนดจุดค่าสังเกตต่างกัน

## 1.4 สมมติฐานการวิจัย

วิธี C1GE, วิธี RkGE และ วิธี CkGE น่าจะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี R1GE โดยให้ผลแตกต่างในบางค่าควอนไทล์

## 1.5 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1.5.1 ข้อมูลที่ถูกตัดทิ้งแบบช่วง (Interval-Censored Data) คือ ข้อมูลที่ไม่สามารถบอกได้ว่าเหตุการณ์ที่สนใจเกิดขึ้นเมื่อใด แต่รู้ว่า เหตุการณ์ที่สนใจเกิดขึ้นในช่วงเวลาใดเวลาหนึ่ง

1.5.2 ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา (Right-Censored Data) คือ ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 เกิดจากการกำหนดเวลาสิ้นสุดในการเก็บข้อมูลไว้ล่วงหน้า (Fixed Censored Time;  $T_c$ )

1.5.3 ค่าเอนเอียง (Bias) ของตัวประมาณ  $\hat{\theta}$  คือ ค่าแตกต่างระหว่างค่าคาดหวังของ  $\hat{\theta}$  กับค่าพารามิเตอร์  $\theta$  กล่าวคือ  $Bias(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta}) - \theta$

1.5.4 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Mean Square Error; MSE) เป็นเกณฑ์หนึ่งที่ใช้วัดว่าตัวประมาณ  $\hat{\theta}$  กระจายหรือเบี่ยงเบนไปจากค่าพารามิเตอร์  $\theta$  เพียงใด กล่าวคือ  $MSE(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta} - \theta)^2$

1.5.5 ความแปรปรวนของ  $\hat{\theta}$  ;  $Var(\hat{\theta})$  เป็นค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความแตกต่างระหว่าง  $\hat{\theta}$  กับค่าคาดหวังของ  $\hat{\theta}$  กล่าวคือ  $Var(\hat{\theta}) = E[\hat{\theta} - E(\hat{\theta})]^2$

## 1.6 ขอบเขตของการวิจัย

1.6.1 การแจกแจงที่นำมาใช้ในการศึกษา คือ การแจกแจงแบบไวบูลล์ (Weibull Distribution;  $WEIB\left(\eta = \exp(\mu), \beta = \frac{1}{\sigma}\right)$ ) โดยที่  $\eta$  เป็นพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง (Location Parameter) และ  $\beta$  เป็นพารามิเตอร์แสดงขนาด (Scale Parameter) และกำหนดให้  $\mu = 0, \sigma = 1$

1.6.2 ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษามีลักษณะเป็นข้อมูลที่ถูกตัดทิ้งแบบช่วง (Interval Censored Data) โดยมีตัวแทนค่าสังเกต 4 แบบ ได้แก่

ก) ค่าสังเกตทางด้านขวา 1 จุด (1-Point-Right-GE; R1GE)

ข) ค่าสังเกตตรงกลาง 1 จุด (1-Point-Center-GE; C1GE)

ค) ค่าสังเกตทางขวา k จุด (k-Point-Right-GE; RkGE)

ง) ค่าสังเกตตรงกลาง k จุด (k-Point-Center-GE; CkGE)

1.6.3 กำหนดจำนวนจุดเวลาที่ใช้ในการสังเกตจริงทั้งหมด 2 แบบ ได้แก่ 5 จุด และ 10 จุด

1.6.4 กำหนดให้ระยะห่างของจุดเวลาในแต่ละจุดมีระยะห่างเท่ากัน

1.6.5 ข้อมูลที่อยู่เลยช่วงเวลาที่ศึกษาให้ถือเป็นข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวา

1.6.6 กำหนดขนาดตัวอย่าง (Sample Size;  $n$ ) ที่ใช้ในการศึกษา 4 ระดับ ได้แก่ 50, 100, 250 และ 500

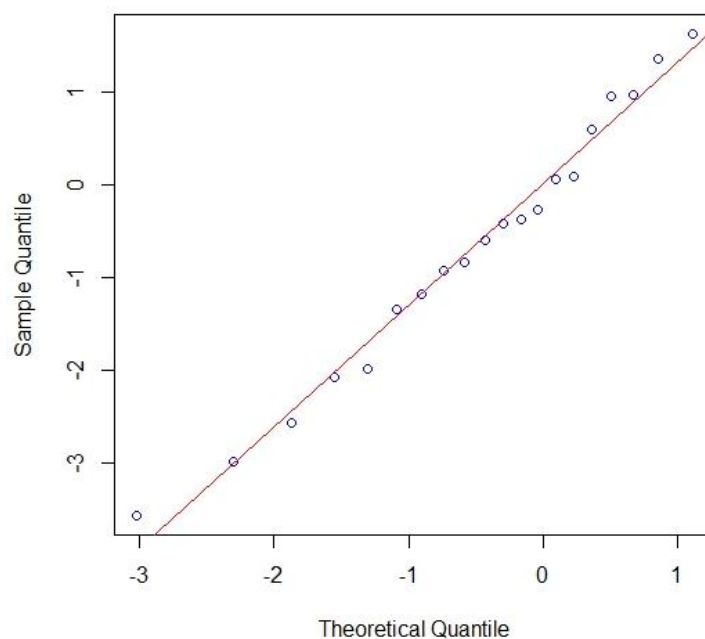
1.6.7 กำหนดการประมาณค่าควอนไทล์ทั้งหมด 3 ระดับ ได้แก่ ควอนไทล์ที่ 0.9, 0.95 และ 0.99

1.6.8 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ศึกษา คือ วิธีการประมาณแบบกราฟ (Graphical Estimation Method; GE Method)

1.6.9 การศึกษาครั้งนี้จำลองข้อมูลสถานการณ์และประมวลผลโดยใช้โปรแกรม R เวอร์ชัน 3.1.2 โดยจะทำซ้ำสถานการณ์ละ 5,000 รอบ



ภาพที่ 1.6.1 ภาพประกอบการประมาณค่าพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง และพารามิเตอร์แสดงขนาด ด้วยวิธีการประมาณแบบกราฟ เมื่อ  $n = 20$



## 1.7 วิธีการดำเนินการวิจัย

1.7.1 ศึกษาวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์จากข้อมูลที่ถูกตัดทิ้งแบบช่วง

1.7.2 กำหนดจุดเวลาที่ใช้ในการสังเกตจริง

1.7.3 สร้างข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบไวบูลล์ และขนาดตัวอย่างตามที่กำหนดพร้อมทั้งกำหนดจุดค่าสังเกตทั้ง 4 แบบ ได้แก่

ก) แบบที่ 1 ค่าสังเกตทางด้านขวา 1 จุด (1-Point-Right-GE; R1GE )

ข) แบบที่ 2 ค่าสังเกตตรงกลาง 1 จุด (1-Point-Center-GE; C1GE)

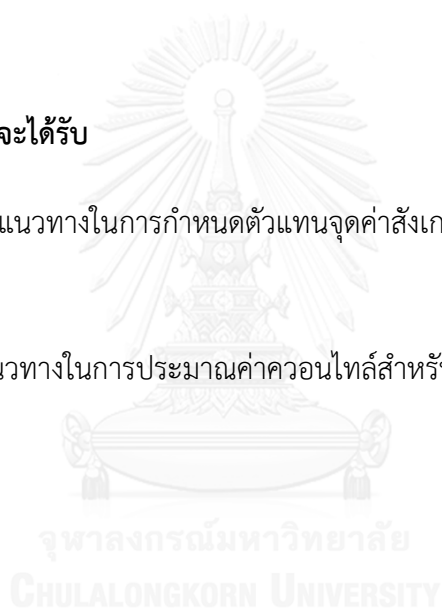
ค) แบบที่ 3 ค่าสังเกตทางขวา k จุด (k-Point-Right-GE; RkGE)

ง) แบบที่ 4 ค่าสังเกตตรงกลาง k จุด (k-Point-Center-GE; CkGE)

- 1.7.4 คำนวณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีการประมาณแบบกราฟของทั้ง 4 แบบ
- 1.7.5 คำนวณค่าประมาณควอนไทล์ (Quantile)
- 1.7.6 ทำซ้ำข้อ 1.7.2-1.7.5 จำนวน 5,000 รอบ
- 1.7.7 คำนวณค่า Bias, MSE และ Var ของตัวประมาณควอนไทล์จากวิธี GE
- 1.7.8 คำนวณค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE)
- 1.7.9 สรุปผลการศึกษา

## 1.8 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

- 1.8.1 เพื่อใช้เป็นแนวทางในการกำหนดตัวแทนจุดค่าสังเกต สำหรับข้อมูลที่ถูกตัดทิ้งแบบช่วง
- 1.8.2 เพื่อเป็นแนวทางในการประมาณค่าควอนไทล์สำหรับข้อมูลที่ถูกตัดทิ้งแบบช่วง



## บทที่ 2

### ทฤษฎีและตัวสถิติที่เกี่ยวข้อง

การประมาณค่าควอนไทล์โดยตัวประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลที่ถูกต้องทั้งแบบช่วง มีทฤษฎีที่เกี่ยวข้องและเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพ ดังต่อไปนี้

#### 2.1 ข้อมูลที่ถูกตัดทิ้ง (Censored Data)

ตามที่ Klein and Moeschberger (1997) ได้อธิบายถึง ประเภทของข้อมูลที่ถูกต้องทั้ง 3 ประเภท ได้แก่ ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา, ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางซ้าย และข้อมูลที่ถูกต้องทั้งแบบช่วง ซึ่งมีทฤษฎีดังต่อไปนี้

##### 2.1.1 ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา (Right-Censored Data)

โดยทั่วไปข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวามี 2 แบบ ได้แก่ ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 ซึ่งเกิดจากการกำหนดเวลาสิ้นสุดในการเก็บข้อมูลไว้ล่วงหน้า (Fixed Censoring Time;  $T_c$ ) และข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาแบบที่ 2 ซึ่งเกิดจากการกำหนดจำนวนค่าสังเกตที่ไม่ถูกต้องทิ้งไว้ล่วงหน้า (Fixed Number of Uncensored Failure;  $k$ ) แต่ในที่นี้จะกล่าวเฉพาะข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาแบบที่ 1

ดังนั้น ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา จึงหมายถึงข้อมูลที่เกิดขึ้นหลังจากสิ้นสุดระยะเวลาในการศึกษา ตัวอย่างเช่น การทดสอบอายุการใช้งานของหลอดไฟ ได้กำหนดเวลาสิ้นสุดการศึกษาไว้ที่ 3 เดือน เหตุการณ์ที่สนใจ คือ ระยะเวลาที่หลอดไฟเสีย ถ้าหลอดไฟหลอดใดเสียหลังจากวันที่สิ้นสุดทำการทดสอบ จะถือว่าเป็นข้อมูลที่ถูกต้องทั้ง และบันทึกค่าสังเกตไว้เพียง 3 เดือนเท่านั้น แต่ถ้าหลอดไฟหลอดใดยังคงใช้งานได้ภายใน 3 เดือนหรือภายในระยะเวลาที่ทำการทดสอบ จะถือว่าเป็นข้อมูลที่ถูกต้อง

กำหนดให้  $T_c$  คือ เวลาที่สิ้นสุดการศึกษา และ  $n$  คือ ขนาดตัวอย่าง

$T_i$  เป็นระยะเวลาจนกระทั่งเกิดความล้มเหลวจริงของตัวอย่างที่  $i$  โดยที่  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  ซึ่งมีการแจกแจงเหมือนกันและเป็นอิสระกัน จะได้ตัวแปรสุ่มของค่าสังเกต  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  ซึ่ง  $X_i \sim F(X | \theta)$  และ

$$X_i = \begin{cases} T_i; T_i \leq T_c \\ T_c; T_i > T_c \end{cases}$$

โดยมีฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Likelihood Function) จากค่าสังเกต  $x_i$  ดังนี้

$$L_i(\theta) = \begin{cases} f(x_i) & ; \text{ถ้าค่าสังเกตไม่ถูกตัด} \\ P(T_i > T_c) = S(T_c) & ; \text{ถ้าค่าสังเกตถูกตัด} \end{cases}$$

ทำให้ได้ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นดังนี้

$$L(\theta | x_i) = \prod_{i \in \mu} f(x_i) \cdot S(T_c)^{\sum_{i=1}^n 1\{T_i > T_c\}}; i \in \mu \text{ หมายถึงค่าสังเกตที่ไม่ถูกตัดทิ้ง}$$

$$\text{โดยที่ } 1\{T_i > T_c\} = \begin{cases} 1; T_i > T_c \\ 0; T_i \leq T_c \end{cases} \text{ เป็น Indicator Function}$$

### 2.1.2 ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางซ้าย (Left-Censored Data)

ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางซ้าย เป็นข้อมูลที่เกิดขึ้นก่อนเวลาที่เริ่มศึกษา ตัวอย่างเช่น การทดสอบอายุการใช้งานของหลอดไฟ ซึ่งถูกผลิตในเดือนมกราคม และได้นำมาเริ่มทดสอบในเดือน มีนาคม เหตุการณ์ที่สนใจ คือ ระยะเวลาที่หลอดไฟเสีย ถ้าหลอดไฟหลอดใดเสียก่อนวันที่ได้เริ่มทำการทดสอบหรือก่อนเดือนมีนาคม จะถือว่าเป็นข้อมูลที่ถูกตัดทิ้ง และบันทึกค่าสังเกตไว้ที่วันเริ่มต้น การทดสอบ แต่ถ้าหลอดไฟหลอดใดยังคงใช้งานได้หลังจากวันที่ได้เริ่มทำการทดสอบจะถือว่าเป็น ข้อมูลที่ไม่ถูกตัดทิ้ง

กำหนดให้  $T_s$  คือ เวลาที่เริ่มต้นการศึกษา และ  $n$  คือ ขนาดตัวอย่าง

$T_i$  เป็นระยะเวลาจนกระทั่งเกิดความล้มเหลวจริงของตัวอย่างที่  $i$  โดยที่  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  ซึ่งมีการแจกแจงเหมือนกันและเป็นอิสระกัน จะได้ตัวแปรสุ่มของค่าสังเกต  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  ซึ่ง  $X_i \sim F(X | \theta)$  และ

$$X_i = \begin{cases} T_s; T_i \leq T_s \\ T_i; T_i > T_s \end{cases}$$

โดยมีฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Likelihood Function) จากค่าสังเกต  $x_i$  ดังนี้

$$L_i(\theta) = \begin{cases} f(x_i) & ; \text{ ถ้าค่าสังเกตไม่ถูกตัด} \\ P(T_i \leq T_c) = F(T_s) & ; \text{ ถ้าค่าสังเกตถูกตัด} \end{cases}$$

ทำให้ได้ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นดังนี้

$$L(\theta | x_i) = \prod_{i \in \mu} f(x_i) \cdot F(T_s)^{\sum_{i=1}^n 1\{T_i \leq T_c\}} ; i \in \mu \quad \text{หมายถึงค่าสังเกตที่ไม่ถูกตัดทิ้ง}$$

โดยที่  $1\{T_i \leq T_s\} = \begin{cases} 1; T_i \leq T_s \\ 0; T_i > T_s \end{cases}$  เป็น Indicator Function

### 2.1.3 ข้อมูลที่ถูกตัดทิ้งแบบช่วง (Interval-Censored Data)

ข้อมูลที่ถูกตัดทิ้งแบบช่วง เป็นข้อมูลที่ไม่ทราบค่าจริง นั่นคือไม่สามารถบอกได้ว่า เหตุการณ์ที่สนใจเกิดขึ้นเมื่อใด แต่รู้ว่า เหตุการณ์ที่สนใจเกิดขึ้นในช่วงเวลาใดเวลาหนึ่ง ตัวอย่างเช่น การทดสอบอายุการใช้งานของหลอดไฟ ซึ่งในความเป็นจริงแล้วผู้ทดสอบไม่สามารถเฝ้าดูหลอดไฟได้ ตลอดเวลา ดังนั้นจึงอาจกำหนดการจับบันทึกทุกชั่วโมง ทำให้ทราบเพียงแค่ว่า หลอดไฟจะเสียหายในช่วงเวลาใดเท่านั้น ไม่สามารถทราบระยะเวลาที่แท้จริงในขณะที่หลอดไฟเสียได้

กำหนดให้  $T_s$  คือ เวลาที่เริ่มต้นการศึกษา

$T_c$  คือ เวลาที่สิ้นสุดการศึกษา และ  $n$  คือ ขนาดตัวอย่าง

$T_i$  เป็นระยะเวลาจนกระทั่งเกิดความล้มเหลวจริงของตัวอย่างที่  $i$  โดยที่  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  ซึ่งมีการแจกแจงเหมือนกันและเป็นอิสระกัน จะได้ตัวแปรสุ่มของค่าสังเกต  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  โดยที่  $X_i \sim F(X | \theta)$  ซึ่งสามารถพิจารณาได้เหมือนข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา หรือข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางซ้าย

โดยมีฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Likelihood Function) จากค่าสังเกต  $x_i$  ดังนี้

$$L_i(\theta) = \begin{cases} F(T_c) - F(T_s) & ; \text{ ถ้าค่าสังเกตไม่ถูกตัด} \\ f(x_i) & ; \text{ ถ้าค่าสังเกตถูกตัด} \end{cases}$$

ทำให้ได้ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นดังนี้

$$L(\theta | x_i) = \prod_{i \in \mu} f(x_i) \cdot [F(T_c) - F(T_s)]^{\sum_{i=1}^n 1_{\{T_i \leq T_s \text{ or } T_i > T_c\}}}; i \in \mu \text{ หมายถึงค่าสังเกตที่ไม่ถูกตัดทิ้ง}$$

$$\text{โดยที่ } 1_{\{T_i \leq T_s\}} = \begin{cases} 1 & ; T_i \leq T_s \text{ or } T_i > T_c \\ 0 & ; T_s < T_i \leq T_c \end{cases} \text{ เป็น Indicator Function}$$

## 2.2 ฟังก์ชันการอยู่รอด (Survival Function)

ให้  $T$  เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง

$f(t)$  เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของ  $T$  (Probability Density Function)

$F(t)$  เป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของ  $T$  (Distribution Function)

$S(t)$  เป็นฟังก์ชันการอยู่รอดของ  $T$  (Survival Function)

นิยามฟังก์ชัน  $S(t)$  คือ ความน่าจะเป็นที่ตัวแปรสุ่ม  $T$  จะมีค่ามากกว่า  $t$

$$S(t) = P(T > t)$$

$$= 1 - F(t) = \int_t^{\infty} f(u) du$$

โดยที่  $S(t)$  มีคุณสมบัติดังนี้

$S(t)$  เป็นฟังก์ชันไม่เพิ่ม (Non-increasing Function)

$S(t)$  เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องของ  $t$

$S(t) = 1$  เมื่อ  $t = 0$

$S(t) = 0$  เมื่อ  $t = \infty$

โดยส่วนใหญ่แล้ว การวิเคราะห์ความอยู่รอด (Survival Analysis) นิยมใช้วิธีการของ Kaplan-Meier มาช่วยในการวิเคราะห์ โดยวิธีการของ Kaplan-Meier จะใช้หลักการของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข (Conditional Probability)

### 2.3 การแจกแจงที่ใช้ในงานวิจัย

จากที่ผู้วิจัยได้ทำการทบทวนวรรณกรรมของ Meeker and Escobar (1998) พบว่า  $T$  จะเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบ ล็อก-โลเคชัน-สเกล (Log-Location-Scale) ถ้า  $X = \log(T)$  เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบ โลเคชัน-สเกล (Location-Scale) และเนื่องจากการศึกษาครั้งนี้สนใจข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบไวบูลล์ ซึ่งมีคุณสมบัติเป็นการแจกแจงแบบ ล็อก-โลเคชัน-สเกล ทำให้มีทฤษฎีที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้

#### 2.3.1 การแจกแจงค่าต่ำสุดขีด (Smallest Extreme Value Distribution)

ให้  $X$  เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงค่าต่ำสุดขีดซึ่งมีพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง คือ  $\mu$  และพารามิเตอร์แสดงขนาดคือ  $\sigma$  เขียนแทนด้วย  $X \sim SEV(\mu, \sigma)$  ซึ่งการแจกแจงค่าต่ำสุดขีดจัดว่าเป็นการแจกแจงแบบ Location-Scale ดังนั้นสามารถเขียนฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (Cumulative Distribution Function; CDF) ได้ในรูป

$$F(x; \mu, \sigma) = \Phi_{SEV}\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right); -\infty < x < \infty, -\infty < \mu < \infty \text{ และ } \sigma > 0$$

โดยที่  $\Phi_{SEV}(z) = 1 - \exp[-\exp(z)]$  เป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของการแจกแจงค่าต่ำสุดขีดมาตรฐาน ( $SEV(\mu = 0, \sigma = 1)$ )

การแจกแจงค่าต่ำสุดขีดมีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (Probability Density Function; PDF) คือ

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma} \exp\left[\frac{x - \mu}{\sigma} - \exp\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right]$$

มีค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนดังนี้

$$E(X) = \mu - \sigma\gamma \text{ และ } Var(X) = \sigma^2 \pi^2 / 6$$

เมื่อ  $\gamma \approx 0.5772$  คือค่าคงที่ของออยเลอร์ (Euler's constant)

### 2.3.2 การแจกแจงไวบูลล์ (Weibull Distribution)

ให้  $T$  เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงไวบูลล์ด้วยพารามิเตอร์  $\eta$  และ  $\beta$  เขียนแทนด้วย  $T \sim WEIB(\eta, \beta)$  จะได้ว่า  $X = \log(T) \sim SEV(\mu, \sigma)$  ดังนั้นสามารถเขียนฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (Cumulative Distribution Function; CDF) ได้ในรูป

$$F(t; \mu, \sigma) = \Phi_{SEV}\left(\frac{\log(t) - \mu}{\sigma}\right)$$

เมื่อ  $t > 0$

$-\infty < \mu < \infty$  เป็นพารามิเตอร์ตัวหนึ่งของ  $T$  โดย  $\eta = \exp(\mu)$  เป็นพารามิเตอร์แสดงขนาดของ  $T$  อีกทั้ง  $\mu$  ยังเป็นพารามิเตอร์แสดงตำแหน่งของ  $\log(T)$

$\sigma > 0$  เป็นพารามิเตอร์ตัวหนึ่งของ  $T$  โดย  $\beta = \frac{1}{\sigma}$  เป็นพารามิเตอร์แสดงรูปร่าง (Shape Parameter) ของ  $T$  อีกทั้ง  $\sigma$  ยังเป็นพารามิเตอร์แสดงขนาดของ  $\log(T)$

$\Phi_{SEV}$  เป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของการแจกแจงค่าต่ำสุดขีดมาตรฐาน ( $SEV(\mu=0, \sigma=1)$ )

การแจกแจงไวบูลล์มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (Probability Density Function; PDF) คือ

$$\begin{aligned} f(t; \mu, \sigma) &= \frac{1}{\sigma t} \exp\left[\frac{\log(t) - \mu}{\sigma} - \exp\left(\frac{\log(t) - \mu}{\sigma}\right)\right] \\ &= \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta\right] \end{aligned}$$

มีค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวน ดังนี้

$$E(T) = \eta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \text{ และ } Var(T) = \eta^2 \left[ \Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \right]$$



## 2.4 การประมาณค่าพารามิเตอร์โดยวิธีการประมาณแบบกราฟ (GE Method)

Meeker and Escobar (1998) ได้กล่าวไว้ว่า ถ้าให้  $X$  เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบโลเคชัน-สเกล จะได้ว่า  $X$  มีฟังก์ชันการแจกแจงสะสม  $F$  คุณสมบัติดังนี้

$$P(X \leq x; \mu, \sigma) = F_{\mu, \sigma}(x) = \Phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right) = F_{0,1}\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)$$

โดยที่  $\mu$  เป็นพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง (Location Parameter) ซึ่ง  $-\infty < \mu < \infty$

$\sigma$  เป็นพารามิเตอร์แสดงขนาด (Scale Parameter) ซึ่ง  $\sigma > 0$

เนื่องจาก

$$F_{\mu, \sigma}(x) = F_{0,1}\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)$$

ทำให้

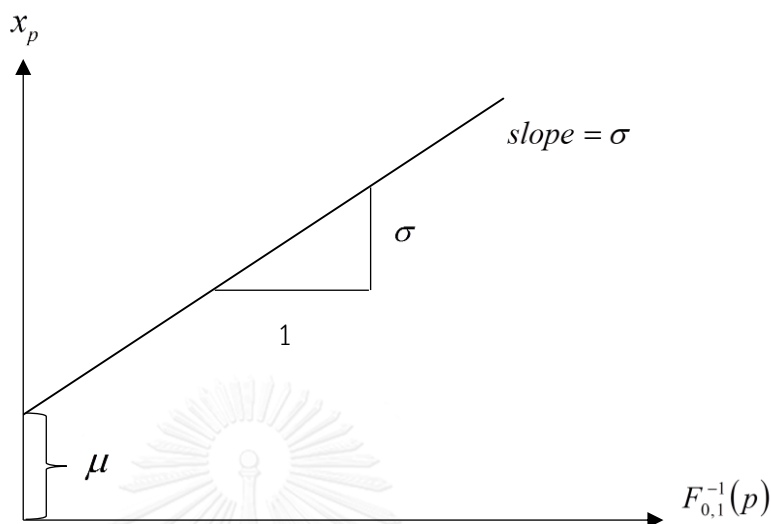
$$x_p = \mu + \sigma F_{0,1}^{-1}(p)$$

โดยที่  $F_{0,1}^{-1}(p)$  คือ ฟังก์ชันควอนไทล์ (Quantile Function) ของ  $F_{0,1}$

$x_p$  คือ ควอนไทล์ที่  $p$  ของ  $x$

จะเห็นว่า ควอนไทล์ของ  $X$  เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของควอนไทล์จาก  $F_{0,1}$  ดังนั้น ถ้าเราพล็อตกราฟระหว่าง  $x_p$  กับ  $F_{0,1}^{-1}(p)$  โดยกำหนดให้ แกน  $y$  เป็นแกนของ  $x_p$  และแกน  $x$  เป็นแกนของ  $F_{0,1}^{-1}(p)$  จะได้ว่า  $\mu$  เป็นค่าจุดตัดบนแกน  $y$  ( $y$  intercept) และ  $\sigma$  เป็นค่าความชัน (slope) ของเส้นตรง ด้วยคุณสมบัตินี้จึงเกิดวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบใช้กราฟขึ้น

ภาพที่ 2.4.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $x_p$  กับ  $F_{0,1}^{-1}(p)$



จากการศึกษาของ Somboonsavatdee and Nair (2007) พบว่า วิธีการประมาณพารามิเตอร์แบบกราฟ เริ่มจากการพล็อตกราฟระหว่างค่าสังเกต  $x_{(i)}$  กับ  $F_{0,1}^{-1}(p_{(i)})$  ซึ่ง  $p_{(i)}$  เป็นลำดับควอนไทล์ของค่าสังเกต  $x_{(i)}$  จากนั้นประมาณค่าของจุดตัดแกน  $y$  และค่าความชันจากกราฟดังกล่าวด้วยวิธี OLS จะได้ว่าค่าประมาณของจุดตัดแกน  $y$  นี้ คือ ค่าประมาณของ  $\mu$  และค่าประมาณของความชัน คือ ค่าประมาณของ  $\sigma$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY

## 2.5 เกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาประสิทธิภาพของการประมาณ

### 2.5.1 เกณฑ์ที่ใช้เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณแบบจุด

- กำหนดให้  $t_p$  เป็นควอนไทล์ที่  $p$  ของตัวแปรสุ่ม  $T$
- $\hat{t}_{PR1GE,i}$  เป็นค่าประมาณ  $t_p$  ของวิธี R1 ด้วยวิธี GE จากตัวอย่างชุดที่  $i$
- $\hat{t}_{PC1GE,i}$  เป็นค่าประมาณ  $t_p$  ของวิธี C1 ด้วยวิธี GE จากตัวอย่างชุดที่  $i$
- $\hat{t}_{PRkGE,i}$  เป็นค่าประมาณ  $t_p$  ของวิธี Rk ด้วยวิธี GE จากตัวอย่างชุดที่  $i$
- $\hat{t}_{PCkGE,i}$  เป็นค่าประมาณ  $t_p$  ของวิธี Ck ด้วยวิธี GE จากตัวอย่างชุดที่  $i$

ค่าประมาณ Var ของตัวประมาณควอนไทล์จากวิธี R1GE คือ

$$\hat{V}ar(\hat{t}_{p_{R1GE,i}}) = \frac{\sum_{i=1}^M \left( \hat{t}_{p_{R1GE,i}} - \frac{\sum_{i=1}^M \hat{t}_{p_{R1GE,i}}}{M} \right)^2}{M}$$

ค่าประมาณ Var ของตัวประมาณควอนไทล์จากวิธี C1GE คือ

$$\hat{V}ar(\hat{t}_{p_{C1GE,i}}) = \frac{\sum_{i=1}^M \left( \hat{t}_{p_{C1GE,i}} - \frac{\sum_{i=1}^M \hat{t}_{p_{C1GE,i}}}{M} \right)^2}{M}$$

ค่าประมาณ Var ของตัวประมาณควอนไทล์จากวิธี RKGE คือ

$$\hat{V}ar(\hat{t}_{p_{RKGE,i}}) = \frac{\sum_{i=1}^M \left( \hat{t}_{p_{RKGE,i}} - \frac{\sum_{i=1}^M \hat{t}_{p_{RKGE,i}}}{M} \right)^2}{M}$$

ค่าประมาณ Var ของตัวประมาณควอนไทล์จากวิธี CKGE คือ

$$\hat{V}ar(\hat{t}_{p_{CKGE,i}}) = \frac{\sum_{i=1}^M \left( \hat{t}_{p_{CKGE,i}} - \frac{\sum_{i=1}^M \hat{t}_{p_{CKGE,i}}}{M} \right)^2}{M}$$

ค่าประมาณ Bias ของตัวประมาณควอนไทล์จากวิธี R1GE คือ

$$\hat{Bias}(\hat{t}_{p_{R1GE,i}}) = \frac{\sum_{i=1}^M \hat{t}_{p_{R1GE,i}}}{M} - t_p$$

ค่าประมาณ Bias ของตัวประมาณควอนไทล์จากวิธี C1GE คือ

$$\hat{Bias}(\hat{t}_{p_{C1GE,i}}) = \frac{\sum_{i=1}^M \hat{t}_{p_{C1GE,i}}}{M} - t_p$$

ค่าประมาณ Bias ของตัวประมาณควอนไทล์จากวิธี RkGE คือ

$$\hat{Bias}(\hat{t}_{p_{RkGE,i}}) = \frac{\sum_{i=1}^M \hat{t}_{p_{RkGE,i}}}{M} - t_p$$

ค่าประมาณ Bias ของตัวประมาณควอนไทล์จากวิธี CkGE คือ

$$\hat{Bias}(\hat{t}_{p_{CkGE,i}}) = \frac{\sum_{i=1}^M \hat{t}_{p_{CkGE,i}}}{M} - t_p$$

ค่าประมาณ MSE ของตัวประมาณควอนไทล์จากวิธี R1GE คือ

$$\hat{MSE}(\hat{t}_{p_{R1GE,i}}) = \frac{\sum_{i=1}^M (\hat{t}_{p_{R1GE,i}} - t_p)^2}{M}$$

ค่าประมาณ MSE ของตัวประมาณควอนไทล์จากวิธี C1GE คือ

$$\hat{MSE}(\hat{t}_{p_{C1GE,i}}) = \frac{\sum_{i=1}^M (\hat{t}_{p_{C1GE,i}} - t_p)^2}{M}$$

ค่าประมาณ MSE ของตัวประมาณควอนไทล์จากวิธี RkGE คือ

$$MSE(\hat{t}_{P_{RkGE},i}) = \frac{\sum_{i=1}^M (\hat{t}_{P_{RkGE},i} - t_p)^2}{M}$$

ค่าประมาณ MSE ของตัวประมาณควอนไทล์จากวิธี CkGE คือ

$$MSE(\hat{t}_{P_{CkGE},i}) = \frac{\sum_{i=1}^M (\hat{t}_{P_{CkGE},i} - t_p)^2}{M}$$

เมื่อ  $M$  เป็นจำนวนครั้งของการทดลองในแต่ละสถานการณ์ของการทดลอง

ประสิทธิภาพของการประมาณจะผูกพันกับค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและค่าความแปรปรวน โดยถ้าวิธีการประมาณค่าแบบใดให้ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยหรือค่าความแปรปรวนต่ำกว่า จะได้ว่าวิธีการประมาณวิธีนั้นมีประสิทธิภาพมากกว่า สำหรับค่าความเอนเอียง ถ้าวิธีประมาณค่าแบบใดให้ค่าเข้าใกล้ศูนย์ จะได้ว่าวิธีการประมาณวิธีนั้นมีประสิทธิภาพมากกว่า

### 2.5.2 ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (Relative Efficiency; RE) จะพิจารณา 3 รูปแบบคือ

แบบที่ 1 ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่คิดจากอัตราส่วนระหว่าง  $Var(\hat{t}_{P_{RIGE}})$  กับ  $Var(\hat{t}_{P_{CIGE}})$ ,  $Var(\hat{t}_{P_{RkGE}})$ ,  $Var(\hat{t}_{P_{CkGE}})$  ดังนี้

$$RE1_{CIGE} = \frac{Var(\hat{t}_{P_{RIGE}})}{Var(\hat{t}_{P_{CIGE}})}$$

$$RE1_{RkGE} = \frac{Var(\hat{t}_{P_{RIGE}})}{Var(\hat{t}_{P_{RkGE}})}$$

$$RE1_{CkGE} = \frac{Var(\hat{t}_{P_{RIGE}})}{Var(\hat{t}_{P_{CkGE}})}$$

เมื่อ

$RE1_{R1GE}$  เป็นค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของวิธี C1GE ที่คิดจากอัตราส่วนของค่าความแปรปรวน (Var)

$RE1_{RkGE}$  เป็นค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของวิธี RkGE ที่คิดจากอัตราส่วนของค่าความแปรปรวน (Var)

$RE1_{CkGE}$  เป็นค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของวิธี CkGE ที่คิดจากอัตราส่วนของค่าความแปรปรวน (Var)

แบบที่2 ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่คิดจากอัตราส่วนระหว่าง  $|Bias(\hat{t}_{p_{R1GE}})|$  กับ  $|Bias(\hat{t}_{p_{C1GE}})|, |Bias(\hat{t}_{p_{RkGE}})|, |Bias(\hat{t}_{p_{CkGE}})|$  ดังนี้

$$RE2_{C1GE} = \frac{|Bias(\hat{t}_{p_{R1GE}})|}{|Bias(\hat{t}_{p_{C1GE}})|}$$

$$RE2_{RkGE} = \frac{|Bias(\hat{t}_{p_{R1GE}})|}{|Bias(\hat{t}_{p_{RkGE}})|}$$

$$RE2_{CkGE} = \frac{|Bias(\hat{t}_{p_{R1GE}})|}{|Bias(\hat{t}_{p_{CkGE}})|}$$

เมื่อ  $RE2_{C1GE}$  เป็นค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของวิธี C1GE ที่คิดจากอัตราส่วนของค่าความเอนเอียง

$RE2_{RkGE}$  เป็นค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของวิธี RkGE ที่คิดจากอัตราส่วนของค่าความเอนเอียง

$RE2_{CkGE}$  เป็นค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของวิธี CkGE ที่คิดจากอัตราส่วนของค่าความเอนเอียง

แบบที่3 ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่คิดจากอัตราส่วนระหว่าง  $MSE(\hat{t}_{p_{R1GE}})$  กับ  $MSE(\hat{t}_{p_{C1GE}}), MSE(\hat{t}_{p_{RkGE}}), MSE(\hat{t}_{p_{CkGE}})$  ดังนี้

$$RE3_{C1GE} = \frac{MSE(\hat{t}_{p_{R1GE}})}{MSE(\hat{t}_{p_{C1GE}})}$$

$$RE3_{RkGE} = \frac{MSE(\hat{t}_{p_{R1GE}})}{MSE(\hat{t}_{p_{RkGE}})}$$

$$RE3_{CkGE} = \frac{MSE(\hat{t}_{p_{R1GE}})}{MSE(\hat{t}_{p_{CkGE}})}$$

เมื่อ

$RE3_{C1GE}$  เป็นค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของวิธี C1GE ที่คิดจากอัตราส่วนของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE)

$RE3_{RkGE}$  เป็นค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของวิธี RkGE ที่คิดจากอัตราส่วนของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE)

$RE3_{CkGE}$  เป็นค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของวิธี CkGE ที่คิดจากอัตราส่วนของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE)

ถ้าค่า RE มีค่ามากกว่า 1 แสดงว่า ตัวประมาณจากวิธี C1GE, RkGE, CkGE มีประสิทธิภาพมากกว่า ตัวประมาณจากวิธี R1GE

ถ้าค่า RE มีค่าน้อยกว่า 1 แสดงว่า ตัวประมาณจากวิธี C1GE, RkGE, CkGE มีประสิทธิภาพน้อยกว่า ตัวประมาณจากวิธี R1GE

ถ้าค่า RE มีค่าเท่ากับ 1 แสดงว่า ตัวประมาณจากวิธี C1GE, RkGE, CkGE มีประสิทธิภาพ และตัวประมาณจากวิธี R1GE มีประสิทธิภาพเท่ากัน

### บทที่ 3

#### วิธีการดำเนินงาน

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษาการประมาณค่าควอนไทล์ ของการแจกแจงไวบูลล์ จากข้อมูลที่ถูกตัดทิ้งแบบช่วง ด้วยวิธีการประมาณแบบกราฟทั้ง 4 แบบ และเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณทั้ง 4 แบบ โดยพิจารณาค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของวิธี R1GE เทียบกับวิธี C1GE, RkGE, CkGE ซึ่งใช้โปรแกรม R ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังกล่าว ภายใต้ขอบเขตและวิธีการดำเนินงานดังนี้

#### 3.1 ขอบเขตของการศึกษา

งานวิจัยนี้มีการศึกษาภายใต้ขอบเขตดังต่อไปนี้

3.1.1 การแจกแจงที่นำมาใช้ในการศึกษา คือ การแจกแจงแบบไวบูลล์ หรือสามารถเขียนแทนด้วย  $WEIB\left(\eta = \exp(\mu), \beta = \frac{1}{\sigma}\right)$  โดยที่  $\eta$  เป็นพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง (Location Parameter) และ  $\beta$  เป็นพารามิเตอร์แสดงขนาด (Scale Parameter) และกำหนดให้  $\mu = 0, \sigma = 1$

3.1.2 ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษามีลักษณะเป็นข้อมูลที่ถูกลดทิ้งแบบช่วง (Interval-Censored Data) โดยมีตัวแทนค่าสังเกต 4 แบบ ได้แก่วิธี R1GE, C1GE, RkGE และ CkGE

3.1.3 กำหนดจำนวนจุดเวลาที่ใช้ในการสังเกตจริง 2 กรณี ได้แก่ 5 จุด และ 10 จุด

3.1.4 กำหนดให้ระยะห่างของจุดเวลาในแต่ละจุดมีระยะห่างเท่ากัน

3.1.5 ข้อมูลที่อยู่เลยช่วงเวลาที่ศึกษาให้ถือเป็นข้อมูลที่ถูกลดปลายทางขวา

3.1.6 กำหนดขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษา 4 ระดับ ได้แก่ 50, 100, 250 และ 500

3.1.7 กำหนดการประมาณค่าควอนไทล์ทั้งหมด 3 ระดับ ได้แก่ ควอนไทล์ที่ 0.9, 0.95 และ 0.99

3.1.8 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ศึกษา คือ วิธีการประมาณแบบกราฟ



3.1.9 การศึกษาครั้งนี้จำลองข้อมูลและประมวลผลโดยใช้โปรแกรม R เวอร์ชัน 3.1.2 โดยจะทำซ้ำสถานการณ์ละ 5,000 รอบ

### 3.2 ขั้นตอนในการดำเนินการศึกษา

3.2.1 ศึกษาวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์จากข้อมูลที่ถูกรัดทิ้งแบบช่วง

3.2.2 กำหนดช่วงเวลาที่ใช้ในการศึกษา พร้อมทั้งกำหนดจำนวนจุดเวลาที่ใช้ในการสังเกตจริง

3.2.3 สร้างข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบไวบูลล์ ขนาดตัวอย่างตามที่กำหนด พร้อมทั้งกำหนดตัวแทนค่าสังเกตทั้ง 4 แบบ

ตัวอย่าง สมมติข้อมูลที่ได้ เมื่อขนาดตัวอย่าง  $n = 20$  เป็นดังนี้

$T_1 = 0.01$	$T_2 = 0.11$	$T_3 = 0.23$	$T_4 = 0.28$	$T_5 = 0.36$
$T_6 = 0.38$	$T_7 = 0.48$	$T_8 = 0.61$	$T_9 = 0.83$	$T_{10} = 0.89$
$T_{11} = 1.03$	$T_{12} = 1.10$	$T_{13} = 1.32$	$T_{14} = 1.48$	$T_{15} = 1.61$
$T_{16} = 1.75$	$T_{17} = 1.86$	$T_{18} = 2.31$	$T_{19} = 2.62$	$T_{20} = 3.70$

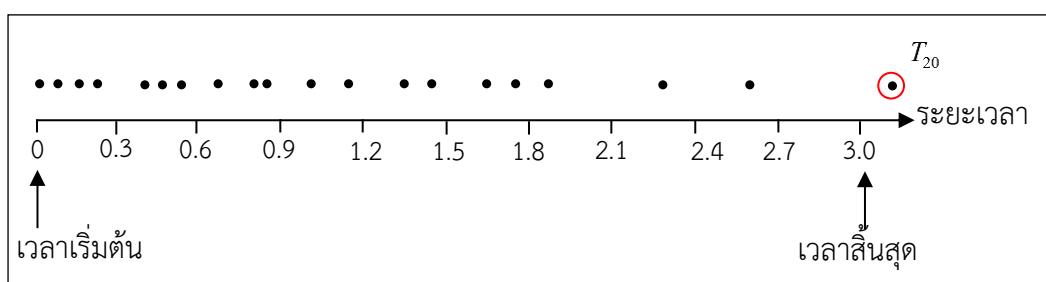
โดยข้อมูลดังกล่าวในความเป็นจริงไม่ทราบค่า รู้เพียงแค่ว่าเกิดขึ้นภายในช่วง (L,U)

กำหนดให้ พิจารณา 10 ช่วงเวลา ระยะห่างช่วงละ 0.3

จะได้ช่วงเวลาที่ศึกษา ได้แก่ (0.0,0.3], (0.3,0.6], (0.6,0.9], (0.9,1.2], (1.2,1.5], (1.5,1.8], (1.8,2.1], (2.1,2.4], (2.4,2.7] และ (2.7,3.0]

สามารถเขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้

ภาพที่ 3.2.1 ตัวอย่างการจำลองข้อมูล เมื่อ  $n = 20$



จากภาพที่ 3.2.1 พบว่า  $T_{20}$  เกิดนอกช่วงเวลาที่เราสนใจ ดังนั้นจะถูกพิจารณาเป็นข้อมูลตัดทิ้ง โดยใช้แนวคิดของข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวา และเนื่องจากเราไม่สามารถระบุได้ว่า เหตุการณ์ที่เราสนใจในแต่ละจุดเกิดขึ้น ณ เวลาใดได้อย่างแน่นอน รู้เพียงแค่ว่า เหตุการณ์ที่เราสนใจเกิดขึ้นในภายในช่วงเวลาใดเท่านั้น เช่น ในช่วงเวลา  $(0, 0.3]$  มีเหตุการณ์ที่เราสนใจเกิดขึ้น 4 จุด ดังนั้น จึงต้องมีการกำหนดจุดค่าสังเกตของเหตุการณ์ที่เราสนใจ ซึ่งสามารถกำหนดได้หลายแบบ โดยในการวิจัยครั้งนี้ จะศึกษาทั้งหมด 4 วิธี คือ R1GE, C1GE, RkGE และ CKGE ดังนี้

แบบที่ 1 ค่าสังเกตทางด้านขวา 1 จุด (1-Point-Right-GE-Method; R1GE )

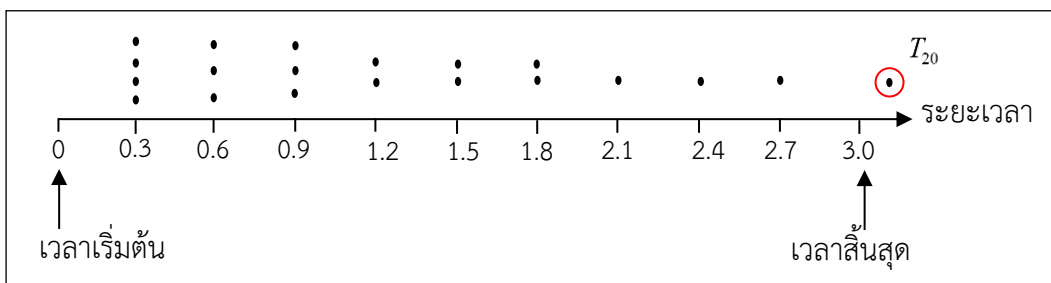
การกำหนดจุดค่าสังเกตวิธีนี้ เป็นการแทนจุดค่าสังเกตที่เกิดขึ้นทุกจุดในแต่ละช่วงเวลา ด้วยค่าขอบขวาของแต่ละช่วงนั้น

ตารางที่ 3.2.1 ตัวอย่างการกำหนดจุดค่าสังเกตวิธี R1GE เมื่อ  $n = 20$

ช่วง	$x_{1i}$	ความถี่
$(0.0,0.3]$	0.3	4
$(0.3,0.6]$	0.6	3
$(0.6,0.9]$	0.9	3
$(0.9,1.2]$	1.2	2
$(1.2,1.5]$	1.5	2
$(1.5,1.8]$	1.8	2
$(1.8,2.1]$	2.1	1
$(2.4,2.7]$	2.7	1
$(2.7,3.0]$	3.0	0
$(3.0, \infty)$	-	1

สามารถเขียนแผนภาพได้ดังนี้

ภาพที่ 3.2.2 ตัวอย่างการกำหนดจุดค่าสังเกตวิธี R1GE เมื่อ  $n = 20$



แบบที่ 2 ค่าสังเกตตรงกลาง 1 จุด (1-Point-Center-GE-Method; C1GE)

การกำหนดจุดค่าสังเกตวิธีนี้ เป็นการแทนจุดค่าสังเกตที่เกิดขึ้นทุกจุดในแต่ละช่วงเวลา ด้วยค่ากึ่งกลางระหว่างขอบซ้ายและขอบขวาของแต่ละช่วงนั้น สามารถคำนวณได้จาก

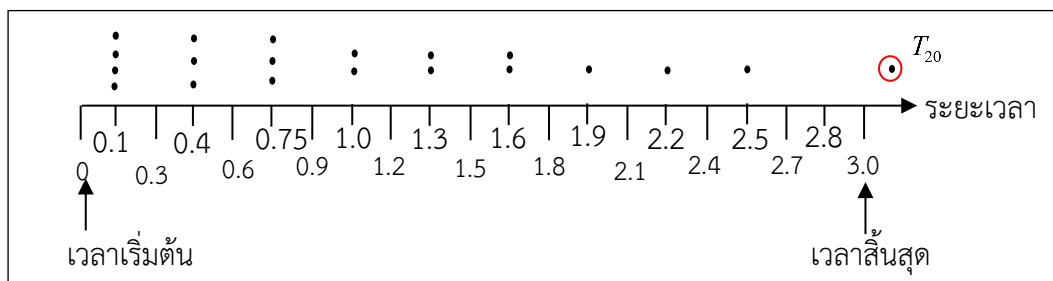
$$x_{2i} = (\text{ค่าขอบซ้าย} + \text{ค่าขอบขวา}) / 2$$

ตารางที่ 3.2.2 ตัวอย่างการกำหนดจุดค่าสังเกตวิธี C1GE เมื่อ  $n = 20$

ช่วง	$x_{2i}$	ความถี่
(0.0,0.3]	0.15	4
(0.3,0.6]	0.45	3
(0.6,0.9]	0.75	3
(0.9,1.2]	1.05	2
(1.2,1.5]	1.35	2
(1.5,1.8]	1.65	2
(1.8,2.1]	1.95	1
(2.1,2.4]	2.25	1
(2.4,2.7]	2.55	1
(2.7,3.0]	2.85	0
(3.0, $\infty$ )	-	1

สามารถเขียนแผนภาพได้ดังนี้

ภาพที่ 3.2.3 ตัวอย่างการกำหนดจุดค่าสังเกตวิธี C1GE เมื่อ  $n = 20$



แบบที่ 3 ค่าสังเกตทางขวา  $k$  จุด (k-Point-Right-GE-Method; RkGE)

การกำหนดจุดค่าสังเกตวิธีนี้ เป็นการกระจายจุดค่าสังเกตที่เกิดขึ้นในแต่ละช่วงเวลา ด้วยค่าขอบขวาของแต่ละช่วงย่อยภายในช่วงเวลานั้น โดยจำนวนช่วงย่อยของแต่ละช่วงจะเท่ากับจำนวนจุดเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นภายในช่วงนั้น นอกจากนี้ระยะห่างของแต่ละช่วงย่อยสามารถคำนวณได้จาก

$$(\text{ค่าขอบขวา} - \text{ค่าขอบซ้าย}) / f_i$$

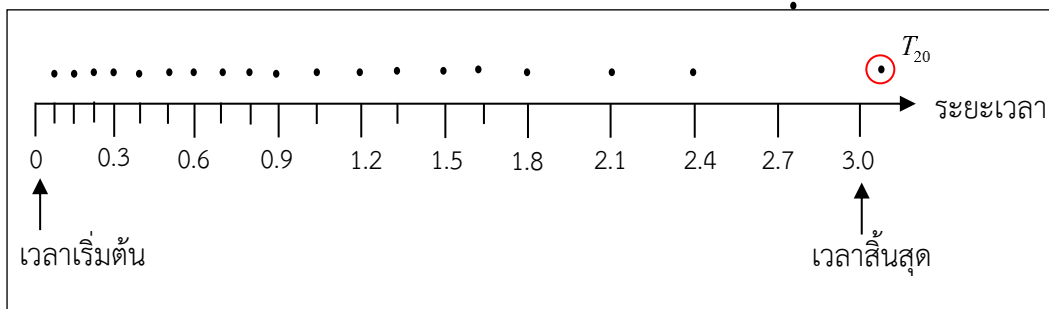
เมื่อ  $f_i$  เป็นจำนวนจุดเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในช่วงที่  $i$  เมื่อ  $i = 1, 2, 3, 4, 5$

ตารางที่ 3.2.3 ตัวอย่างการกำหนดจุดค่าสังเกตวิธี RkGE เมื่อ  $n = 20$ 

ช่วง	จำนวนจุดเหตุการณ์	ช่วงใหม่	$x_{3i}$
(0.0,0.3]	4	(0.0,0.075]	0.075
		(0.075,0.15]	0.15
		(0.15,0.225]	0.225
		(0.225,0.3]	0.3
(0.3,0.6]	3	(0.3,0.4]	0.4
		(0.4,0.5]	0.5
		(0.5,0.6]	0.6
(0.6,0.9]	3	(0.6,0.7]	0.7
		(0.7,0.8]	0.8
		(0.8,0.9]	0.9
(0.9,1.2]	2	(0.9,1.05]	1.05
		(1.05,1.2]	1.2
(1.2,1.5]	2	(1.2,1.35]	1.35
		(1.35,1.5]	1.5
(1.5,1.8]	2	(1.5,1.65]	1.65
		(1.65,1.8]	1.8
(1.8,2.1]	1	-	2.1
(2.1,2.4]	1	-	2.4
(2.4,2.7]	1	-	2.7
(2.7,3.0]	0	-	3.0
(3.0, $\infty$ )	1	-	-

สามารถเขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้

ภาพที่ 3.2.4 ตัวอย่างการกำหนดจุดค่าสังเกตวิธี RkGE เมื่อ  $n = 20$



#### แบบที่ 4 ค่าสังเกตตรงกลาง k จุด (k-Point-Center-GE-Method; CkGE)

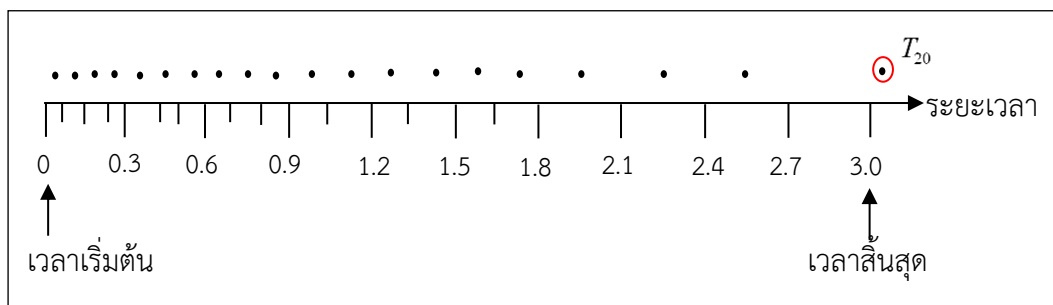
การกำหนดจุดค่าสังเกตวิธีนี้ คล้ายกับแบบที่ 3 เพียงแต่การกระจายจุดค่าสังเกตที่เกิดขึ้นในแต่ละช่วงเวลา จะกำหนดด้วยค่ากึ่งกลางระหว่างขอบซ้ายและขอบขวาของแต่ละช่วงย่อยภายในช่วงเวลานั้น

ตารางที่ 3.2.4 ตัวอย่างการกำหนดจุดค่าสังเกตวิธี CKGE เมื่อ  $n = 20$

ช่วง	จำนวนจุดเหตุการณ์	ช่วงใหม่	$x_{4i}$
(0.0,0.3]	4	(0.0,0.075]	0.0375
		(0.075,0.15]	0.1125
		(0.15,0.225]	0.1875
		(0.225,0.3]	0.2625
(0.3,0.6]	3	(0.3,0.4]	0.35
		(0.4,0.5]	0.45
		(0.5,0.6]	0.55
(0.6,0.9]	3	(0.6,0.7]	0.65
		(0.7,0.8]	0.75
		(0.8,0.9]	0.85
(0.9,1.2]	2	(0.9,1.05]	0.975
		(1.05,1.2]	1.125
(1.2,1.5]	2	(1.2,1.35]	1.275
		(1.35,1.5]	1.425
(1.5,1.8]	2	(1.5,1.65]	1.575
		(1.65,1.8]	1.725
(1.8,2.1]	1	-	1.95
(2.1,2.4]	1	-	2.25
(2.4,2.7]	1	-	2.55
(2.7,3.0]	0	-	2.85
(3.0, $\infty$ )	1	-	-

สามารถเขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้

ภาพที่ 3.2.5 ตัวอย่างการกำหนดจุดค่าสังเกตวิธี CkGE เมื่อ  $n = 20$



ในขั้นตอนนี้ จะได้ ข้อมูล 4 วิธี ที่มีการกำหนดตัวแทนค่าสังเกตแตกต่างกัน จากนั้นจึงนำข้อมูลดังกล่าวไปคำนวณค่าพารามิเตอร์

#### 3.2.4 คำนวณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี GE ของทั้ง 4 แบบ โดยมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

เริ่มจาก นำข้อมูลที่ได้จากการกำหนดตัวแทนค่าสังเกตทั้ง 4 แบบในข้อ 3.2.2 มาเรียงจากน้อยไปมาก จากนั้น ให้  $x_{(i)}$  เป็นค่าสังเกตลำดับที่  $i$  จากจำนวนข้อมูลในแต่ละวิธี และ

$p_{(i)}$  เป็นลำดับควอนไทล์ของ  $x_{(i)}$

โดยที่  $p_{(i)}$  สามารถคำนวณได้จาก  $p_{(i)} = \frac{\text{Cumulative Frequency}}{n}$  ต่อมาทำการพล็อตกราฟระหว่าง  $x_{(i)}$  กับ  $F_{0,1}^{-1}(p_{(i)})$  โดยให้  $x_{(i)}$  เป็นแกน  $y$  และ  $F_{0,1}^{-1}(p_{(i)})$  เป็นแกน  $x$  จากนั้นใช้วิธี ols หาเส้นตรงที่เหมาะสมกับจุดในกราฟ จะได้ค่าประมาณจุดตัดแกน  $y$  เป็นค่าประมาณของ  $\mu$  และค่าประมาณของความชันเป็นค่าประมาณของ  $\sigma$

3.2.5 นำค่าประมาณของ  $\mu$  และ  $\sigma$  มาคำนวณค่าประมาณควอนไทล์ที่ 0.90, 0.95 และ 0.99

3.2.6 ทำซ้ำข้อ 3.2.3-3.2.5 จำนวน 5,000 รอบ

3.2.7 คำนวณค่าเอนเอียง (Bias) ค่าความแปรปรวน (Var) และ ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณควอนไทล์จากวิธี GE

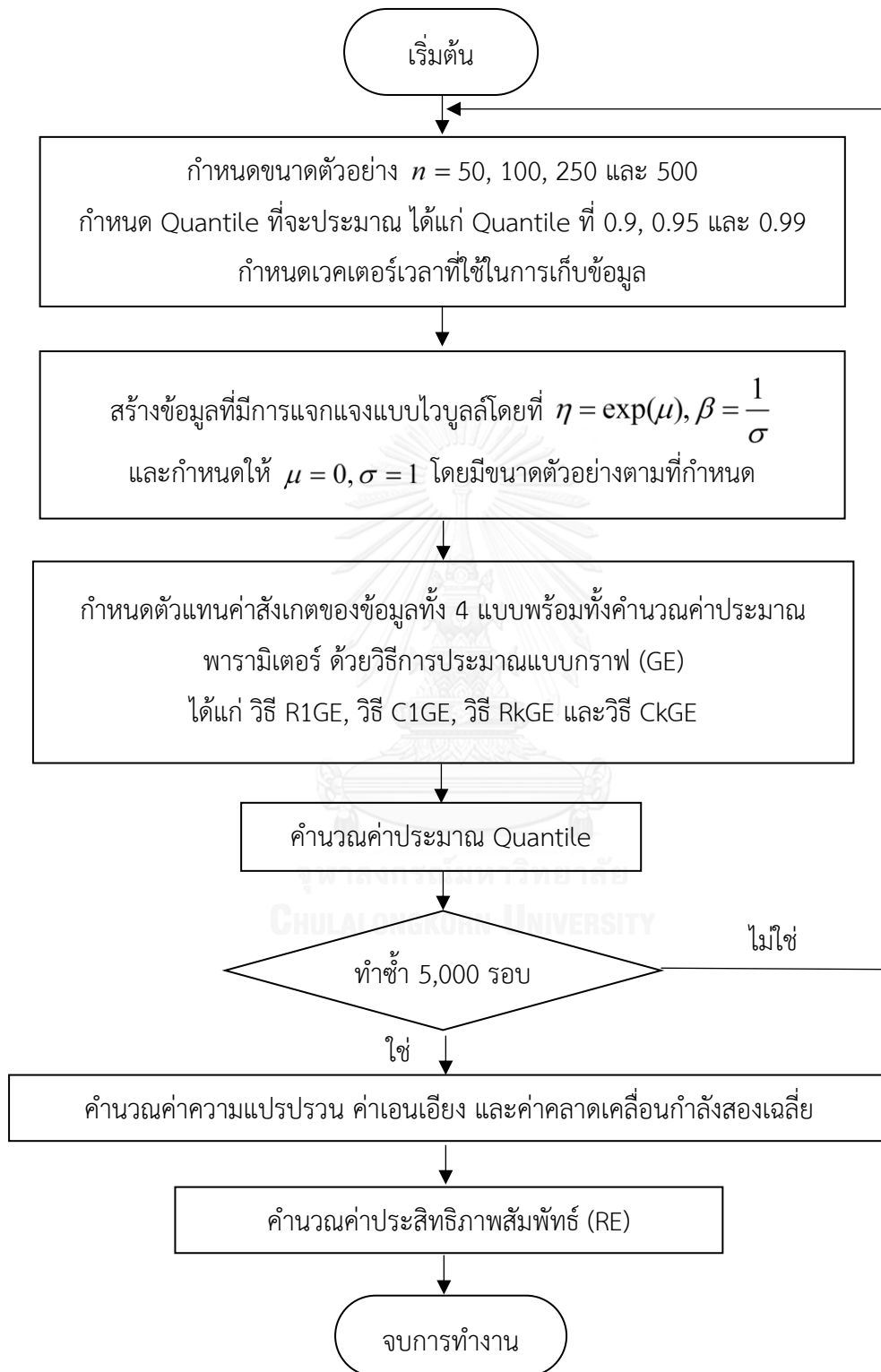


3.2.8 คำนวณค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ซึ่งพิจารณาประสิทธิภาพของวิธี R1GE เทียบกับวิธี C1GE, RkGE และ CkGE โดยในการวิจัยครั้งนี้จะพิจารณาค่า RE ทั้งหมด 3 แบบ นั่นคือ ค่า RE1 เป็นอัตราส่วนของค่าความแปรปรวน ค่า RE2 เป็นอัตราส่วนของค่าความเอนเอียง และค่า RE3 เป็นอัตราส่วนของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย

### 3.2.9 สรุปผลการศึกษา



### 3.3 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม



## บทที่ 4

### ผลการวิจัย

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณทั้ง 4 วิธี ได้แก่ C1GE, RkGE และ CkGE จากการแจกแจงไวบูลล์ โดยการเปรียบเทียบนี้จะพิจารณาจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์แบบที่ 1 (RE1) แบบที่ 2 (RE2) และแบบที่ 3 (RE3) ซึ่งค่า RE1 นี้เป็นอัตราส่วนของค่าความแปรปรวน ส่วนค่า RE2 เป็นอัตราส่วนของค่าความเอนเอียง และค่า RE3 จะเป็นอัตราส่วนของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ทั้งนี้ได้ทำการวิจัยภายใต้ขอบเขตขนาดตัวอย่าง ได้แก่ 50, 100, 250 และ 500 และระดับค่าควอนไทล์ ได้แก่ 0.9, 0.95 และ 0.99 โดยทำการศึกษาทั้งหมด 2 กรณี ได้แก่ กรณีที่กำหนดจุดเวลาที่ใช้ในการสังเกตจริง 5 จุด และ กรณีที่กำหนดจุดเวลาที่ใช้ในการสังเกตจริง 10 จุด

กำหนดสัญลักษณ์แทนความหมาย ดังนี้

$n$	หมายถึง ขนาดตัวอย่าง
$q$	หมายถึง ตำแหน่งของควอนไทล์
$WEIB(0,1)$	หมายถึง การแจกแจงไวบูลล์ที่มี $\mu = 0, \sigma = 1$
$m$	หมายถึง จำนวนจุดเวลาที่ใช้ในการสังเกตจริง

โดยการวิเคราะห์จะแบ่งออกเป็น 2 ส่วนดังนี้

ส่วนที่ 1 เป็นผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธี R1GE, C1GE, RkGE และ CkGE

ส่วนที่ 2 เป็นผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณค่าควอนไทล์ของวิธี R1GE, C1GE, RkGE และ CkGE

กรณีที่จำนวนจุดเวลาในการสังเกตจริง 10 จุด

4.1 ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณค่าพารามิเตอร์ของทั้ง 4 วิธี เมื่อ  $m = 10$  สามารถแสดงค่า Var, Bias และ MSE ได้ดังนี้

ตารางที่ 4.1.1 ค่า Var ของการประมาณค่าพารามิเตอร์  $WEIB(0,1)$  เมื่อ  $m = 10$

$n$	Location- parameter				Scale-parameter			
	R1GE	C1GE	RkGE	CkGE	R1GE	C1GE	RkGE	CkGE
50	0.0168	0.0157	0.0170	0.0166	0.0876	0.2176	0.0383	0.0433
100	0.0091	0.0085	0.0093	0.0094	0.0528	0.1315	0.0186	0.0202
250	0.0036	0.0033	0.0037	0.0037	0.0214	0.0533	0.0070	0.0074
500	0.0019	0.0018	0.0019	0.0020	0.0113	0.0282	0.0035	0.0036

ตารางที่ 4.1.2 ค่า Bias ของการประมาณค่าพารามิเตอร์  $WEIB(0,1)$  เมื่อ  $m = 10$

$n$	Location- parameter				Scale-parameter			
	R1GE	C1GE	RkGE	CkGE	R1GE	C1GE	RkGE	CkGE
50	-0.0426	-0.2567	-0.0349	-0.0594	1.5372	2.2208	1.5717	1.7311
100	-0.0281	-0.2453	-0.0193	-0.0290	1.6027	2.3022	1.6008	1.7065
250	-0.0244	-0.2433	-0.0140	-0.0155	1.6424	2.3540	1.6190	1.6780
500	-0.0170	-0.2365	-0.0067	-0.0062	1.6733	2.4030	1.6306	1.6677

ตารางที่ 4.1.3 ค่า MSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์  $WEIB(0,1)$  เมื่อ  $m = 10$

$n$	Location- parameter				Scale-parameter			
	R1GE	C1GE	RkGE	CkGE	R1GE	C1GE	RkGE	CkGE
50	0.0186	0.0816	0.0182	0.0202	2.4504	5.1495	2.5086	3.0402
100	0.0099	0.0687	0.0097	0.0102	2.6215	5.4316	2.5812	2.9322
250	0.0042	0.0625	0.0039	0.0039	2.7189	5.5946	2.6283	2.8229
500	0.0022	0.0577	0.0020	0.0020	2.8111	5.8026	2.6622	2.7847

จากตารางที่ 4.1.1 เมื่อพิจารณาค่า Var ของการประมาณค่าพารามิเตอร์  $WEIB(0,1)$  พบว่าเมื่อ  $n$  มีขนาดเพิ่มขึ้น ค่า Var จะลดลง นอกจากนี้ เมื่อเปรียบเทียบค่า Var ของทั้ง 4 วิธี พบว่าสำหรับการประมาณค่า Location-parameter วิธี C1GE จะมีค่า Var น้อยที่สุด และสำหรับการประมาณค่า Scale-parameter วิธี RkGE จะมีค่า Var น้อยที่สุด

จากตารางที่ 4.1.2 เมื่อพิจารณาค่า Bias ของการประมาณค่าพารามิเตอร์  $WEIB(0,1)$  พบว่าสำหรับการประมาณค่า Location-parameter ค่า Bias จะมีค่าเข้าใกล้ศูนย์มากขึ้นเมื่อ  $n$  มีขนาดใหญ่ขึ้น แต่การประมาณค่า Scale-parameter เมื่อ  $n$  มีขนาดใหญ่ขึ้น ค่า Bias จะลู่ออกจากศูนย์ ยกเว้นวิธี CkGE นอกจากนี้ยังพบว่า วิธี C1GE มีค่า Bias สูงกว่าวิธีอื่น

จากตารางที่ 4.1.3 เมื่อพิจารณาค่า MSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์  $WEIB(0,1)$  พบว่า สำหรับการประมาณค่า Location-parameter ค่า MSE จะมีค่าลดลงเมื่อ  $n$  มีขนาดเพิ่มขึ้น แต่สำหรับการประมาณค่า Scale-parameter เมื่อ  $n$  มีขนาดใหญ่ขึ้น ค่า MSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น ยกเว้น วิธี CkGE จะมีค่า MSE ลดลง และเมื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับ 4 วิธี พบว่า วิธี C1GE มีประสิทธิภาพน้อยที่สุด เนื่องจากมีค่า Var และค่า Bias สูง

จากตารางที่ 4.1.1 – 4.1.3 สามารถเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์  $WEIB(0,1)$  ได้ดังนี้

ตารางที่ 4.1.4 ตารางเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณค่า Location-parameter ของทั้ง 4 วิธี เมื่อ  $m = 10$

ค่า	Var	Bias	MSE	ประสิทธิภาพ
น้อย ↓ มาก	C1GE	RkGE	RkGE	มาก ↑ น้อย
	R1GE	CkGE	CkGE	
	RkGE	R1GE	R1GE	
	CkGE	C1GE	C1GE	

ตารางที่ 4.1.5 ตารางเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณค่า Scale-parameter ของทั้ง 4 วิธี เมื่อ  $m = 10$

ค่า	Var	Bias	MSE	ประสิทธิภาพ
น้อย ↓ มาก	RkGE	RkGE	RkGE	มาก ↑ น้อย
	CkGE	R1GE	R1GE	
	R1GE	CkGE	CkGE	
	C1GE	C1GE	C1GE	

จากตารางที่ 4.1.4 พบว่า ในการประมาณค่า Location-parameter เมื่อพิจารณาค่า Var วิธี C1GE จะมีประสิทธิภาพในการประมาณดีที่สุด แต่เมื่อพิจารณาค่า Bias พบว่าวิธี C1GE จะมีประสิทธิภาพในการประมาณน้อยที่สุด ทำให้เมื่อพิจารณาค่า MSE วิธี C1GE มีประสิทธิภาพน้อยที่สุด

จากตารางที่ 4.1.5 พบว่า ในการประมาณค่า Scale-parameter เมื่อพิจารณาค่า Var, Bias และ MSE วิธี RkGE จะมีประสิทธิภาพในการประมาณดีที่สุด และ วิธี C1GE จะมีประสิทธิภาพน้อยที่สุด

## 4.2 ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณค่าควอนไทล์ ของทั้ง 4 วิธี เมื่อ $m = 10$

4.2.1 ผลการพิจารณาค่า Var, Bias และ MSE ของการประมาณค่าควอนไทล์ เมื่อ  $m = 10$  สามารถแสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.2.1.1 ค่า Var ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.90 เมื่อ  $m = 10$

$n$	R1GE	C1GE	RkGE	CkGE
50	0.0553	0.0679	0.0749	0.0812
100	0.0363	0.0475	0.0436	0.0472
250	0.0139	0.0189	0.0172	0.0181
500	0.0077	0.0106	0.0094	0.0097

ตารางที่ 4.2.1.2 ค่า Var ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.95 เมื่อ  $m = 10$

$n$	R1GE	C1GE	RkGE	CkGE
50	0.1043	0.1418	0.1325	0.1482
100	0.0722	0.1062	0.0773	0.0854
250	0.0278	0.0429	0.0303	0.0323
500	0.0155	0.0243	0.0167	0.0174

ตารางที่ 4.2.1.3 ค่า Var ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.99 เมื่อ  $m = 10$

$n$	R1GE	C1GE	RkGE	CkGE
50	0.3477	0.5836	0.3629	0.4256
100	0.2503	0.4540	0.2099	0.2396
250	0.0989	0.1869	0.0819	0.0889
500	0.0554	0.1065	0.0451	0.0477

จากตารางที่ 4.2.1.1 – 4.2.1.3 พบว่า เมื่อ  $n$  มีขนาดเพิ่มขึ้น ค่า Var ของทุกวิธีมีค่าลดลงใน  
ทุกควอนไทล์ นอกจากนี้ยังพบว่าในควอนไทล์ที่ 0.90 และ 0.95 วิธี R1GE มีค่า Var ต่ำสุด สำหรับ  
ในควอนไทล์ที่ 0.99 วิธี RkGE จะมีค่า Var ต่ำสุด

ตารางที่ 4.2.1.4 ค่า Bias ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.90 เมื่อ  $m = 10$

$n$	R1GE	C1GE	RkGE	CkGE
50	-0.2382	-0.3576	-0.1876	-0.1352
100	-0.1530	-0.2721	-0.1290	-0.0778
250	-0.1123	-0.2319	-0.1028	-0.0650
500	-0.0725	-0.1852	-0.0777	-0.0504

ตารางที่ 4.2.1.5 ค่า Bias ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.95 เมื่อ  $m = 10$

$n$	R1GE	C1GE	RkGE	CkGE
50	-0.3601	-0.3537	-0.2843	-0.1728
100	-0.2315	-0.2164	-0.2007	-0.1047
250	-0.1676	-0.1490	-0.1616	-0.0961
500	-0.1071	-0.0734	-0.1260	-0.0801

ตารางที่ 4.2.1.6 ค่า Bias ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.99 เมื่อ  $m = 10$

$n$	R1GE	C1GE	RkGE	CkGE
50	-0.6689	-0.2340	-0.5325	-0.2541
100	-0.4311	0.0452	-0.3878	-0.1675
250	-0.3090	0.1868	-0.3171	-0.1757
500	-0.1957	0.3439	-0.2552	-0.1588



จากตารางที่ 4.2.1.4 – 4.2.1.6 พบว่า เมื่อ  $n$  มีขนาดเพิ่มขึ้น ค่า Bias มีค่าลู่เข้าใกล้ค่าศูนย์มากขึ้น ในทุกควอนไทล์ ยกเว้น วิธี C1GE ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.99 ค่า Bias มีแนวโน้มลู่ออกจากค่าศูนย์ เมื่อ  $n$  มีค่ามากขึ้น

ตารางที่ 4.2.1.7 ค่า MSE ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.90 เมื่อ  $m = 10$

$n$	R1GE	C1GE	RkGE	CkGE
50	0.1121	0.1958	0.1100	0.0995
100	0.0597	0.1215	0.0603	0.0532
250	0.0265	0.0727	0.0277	0.0223
500	0.0129	0.0449	0.0155	0.0123

ตารางที่ 4.2.1.8 ค่า MSE ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.95 เมื่อ  $m = 10$

$n$	R1GE	C1GE	RkGE	CkGE
50	0.2339	0.2668	0.2133	0.1780
100	0.1257	0.1530	0.1176	0.0964
250	0.0559	0.0651	0.0565	0.0416
500	0.0270	0.0296	0.0326	0.0238

ตารางที่ 4.2.1.9 ค่า MSE ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.99 เมื่อ  $m = 10$

$n$	R1GE	C1GE	RkGE	CkGE
50	0.7951	0.6382	0.6464	0.4901
100	0.4362	0.4559	0.3602	0.2677
250	0.1943	0.2218	0.1824	0.1197
500	0.0937	0.2248	0.1103	0.0729

จากตารางที่ 4.2.1.7 – 4.2.1.9 พบว่า เมื่อ  $n$  มีขนาดเพิ่มขึ้น ค่า MSE มีค่าลดลงในทุกควอนไทล์ นอกจากนี้ยังพบว่า วิธี CkGE มีค่า MSE ต่ำที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับวิธีอื่นในทุกควอนไทล์

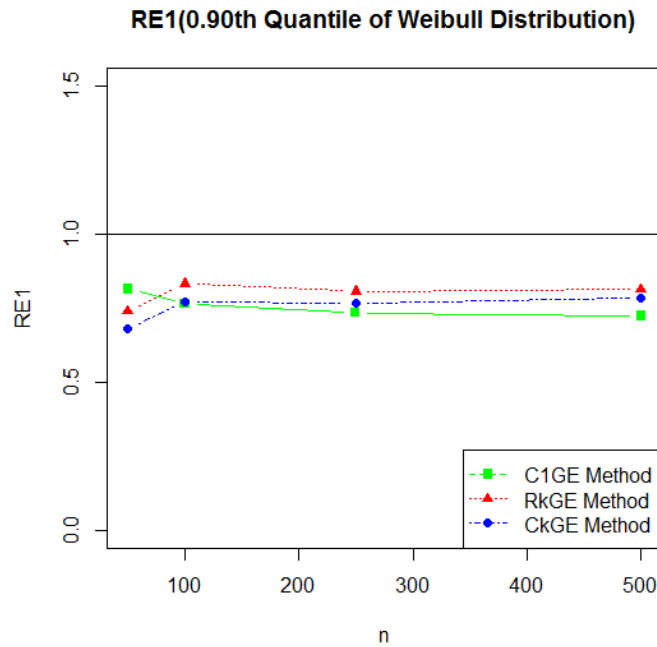
4.2.2 ผลการพิจารณาค่า RE ของการประมาณค่าควอนไทล์ เมื่อ  $m = 10$  สามารถแสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.2.2.1 ค่า RE1 จากการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.90, 0.95 และ 0.99 ในทุก  $n$  เมื่อ  $m = 10$

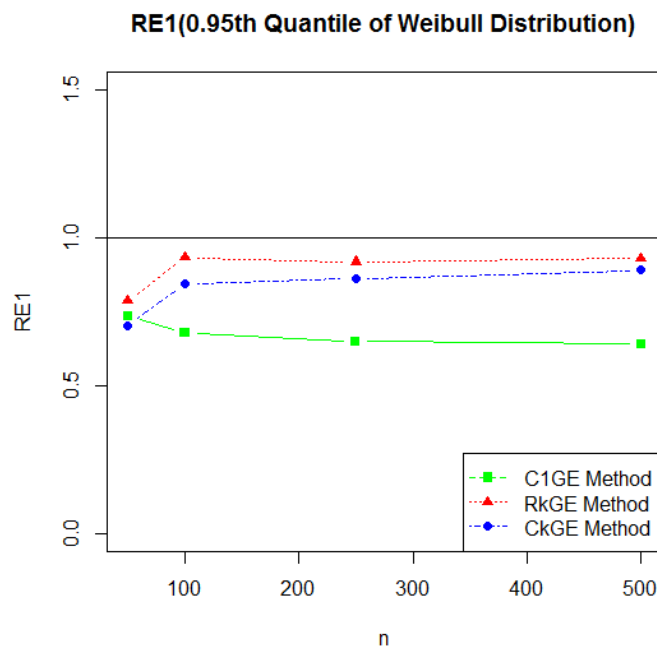
$n$	ควอนไทล์ที่	ค่า RE1 ของวิธี		
		C1GE	RkGE	CkGE
50	0.90	0.8147	0.7392	0.6812
	0.95	0.7353	0.7867	0.7036
	0.99	0.5959	0.9582	0.8170
100	0.90	0.7643	0.8323	0.7700
	0.95	0.6795	0.9334	0.8450
	0.99	0.5514	1.1928	1.0446
250	0.90	0.7333	0.8068	0.7668
	0.95	0.6492	0.9177	0.8615
	0.99	0.5289	1.2077	1.1125
500	0.90	0.7239	0.8135	0.7860
	0.95	0.6398	0.9293	0.8909
	0.99	0.5205	1.2283	1.1633

จากตารางที่ 4.2.2.1 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ  $n$  ในการประมาณค่าควอนไทล์ด้วยวิธี GE ทั้ง 4 แบบ ได้ดังภาพที่ 4.2.2.1 – 4.2.2.3

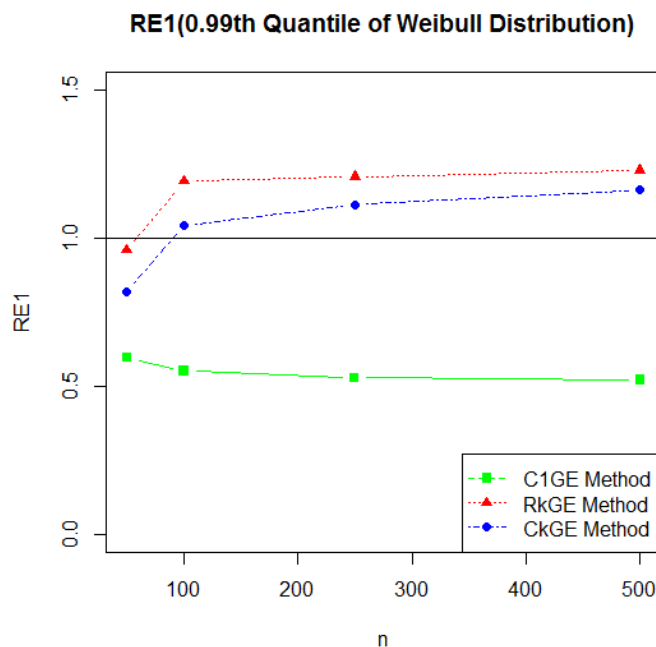
ภาพที่ 4.2.2.1 กราฟแสดงค่า RE1 กับ  $n$  ที่ระดับควอนไทล์ 0.90 ของวิธีต่างๆ เมื่อ  $m = 10$



ภาพที่ 4.2.2.2 กราฟแสดงค่า RE1 กับ  $n$  ที่ระดับควอนไทล์ 0.95 ของวิธีต่างๆ เมื่อ  $m = 10$



ภาพที่ 4.2.2.3 กราฟแสดงค่า RE1 กับ  $n$  ที่ระดับควอนไทล์ 0.99 ของวิธีต่างๆ เมื่อ  $m = 10$



ผลการศึกษาที่ได้เมื่อพิจารณาค่า RE1 คือ

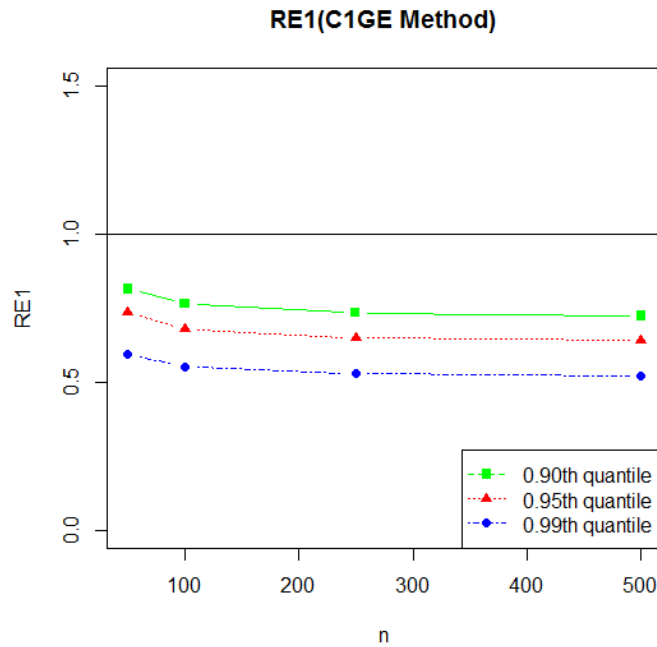
จากภาพที่ 4.2.2.1 พบว่า การประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.90 วิธี R1GE มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีอื่น และพบว่า วิธี C1GE, RkGE และ CkGE มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกันในทุกขนาดตัวอย่าง

จากภาพที่ 4.2.2.2 พบว่า การประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.95 วิธี R1GE มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีอื่น แต่วิธี RkGE และ CkGE มีค่า RE1 เริ่มลู่ออกเข้าสู่ค่า 1 หมายความว่า เริ่มมีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้นเมื่อเทียบกับวิธี R1GE เมื่อ  $n$  มีขนาดเพิ่มขึ้น แต่วิธี C1GE มีประสิทธิภาพลดลงเมื่อ  $n$  มีขนาดเพิ่มขึ้น

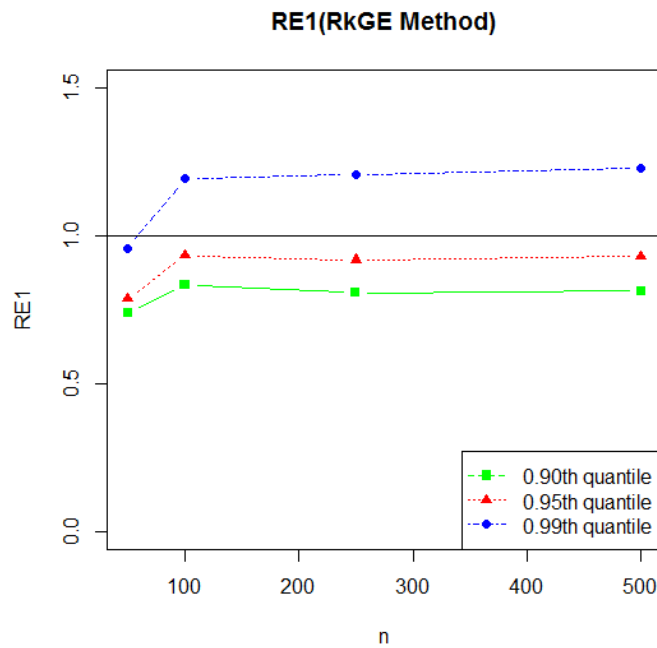
จากภาพที่ 4.2.2.3 พบว่า การประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.99 วิธี RkGE และวิธี CkGE มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี R1GE เมื่อ  $n$  มีขนาดใหญ่ ( $n=100, 250, 500$ ) โดยที่วิธี RkGE มีประสิทธิภาพดีที่สุด ในขณะที่วิธี C1GE มีประสิทธิภาพลดลงเมื่อ  $n$  มีขนาดเพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ ตารางที่ 4.2.2.1 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับขนาดตัวอย่างที่การประมาณค่าควอนไทล์ตำแหน่งต่างๆ ในวิธี C1GE, RkGE และ CkGE ได้ดังนี้

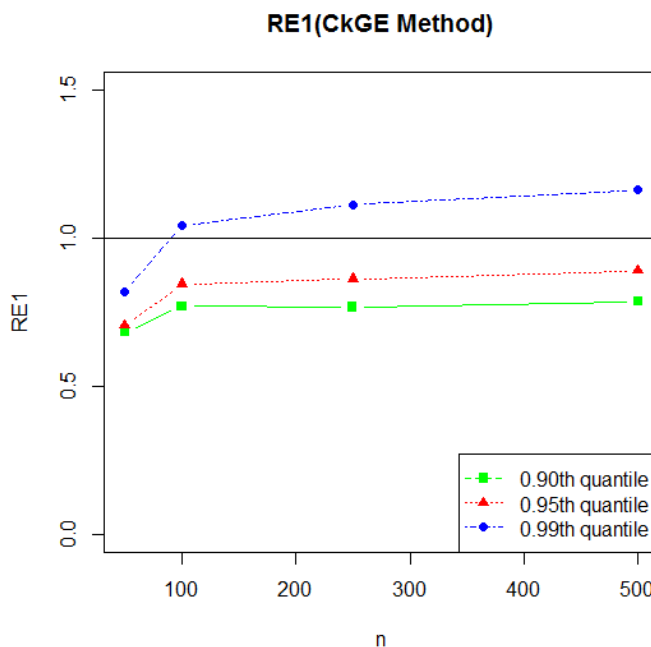
ภาพที่ 4.2.2.4 กราฟแสดงค่า RE1 กับ  $n$  ในแต่ละควอนไทล์ของวิธี C1GE เมื่อ  $m = 10$



ภาพที่ 4.2.2.5 กราฟแสดงค่า RE1 กับ  $n$  ในแต่ละควอนไทล์ของวิธี RkGE เมื่อ  $m = 10$



ภาพที่ 4.2.2.6 กราฟแสดงค่า RE1 กับ  $n$  ในแต่ละควอนไทล์ของวิธี CkGE เมื่อ  $m = 10$



จากภาพที่ 4.2.2.4 พบว่าสำหรับวิธี C1GE การประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่ง 0.90 มีค่า RE1 มากกว่าการประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่งอื่นๆ ( $q=0.95, 0.99$ ) แสดงว่าวิธี R1GE มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่ง 0.90 ดีกว่าที่ตำแหน่งอื่นที่ได้ทำการศึกษา

จากภาพที่ 4.2.2.5 และ 4.2.2.6 พบว่าสำหรับวิธี RkGE และ CkGE การประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่ง 0.99 มีค่า RE1 มากกว่าการประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่งอื่นๆ ( $q=0.90, 0.95$ ) แสดงว่า วิธี CkGE มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่ง 0.99 ดีกว่าที่ตำแหน่งอื่นที่ได้ทำการศึกษา

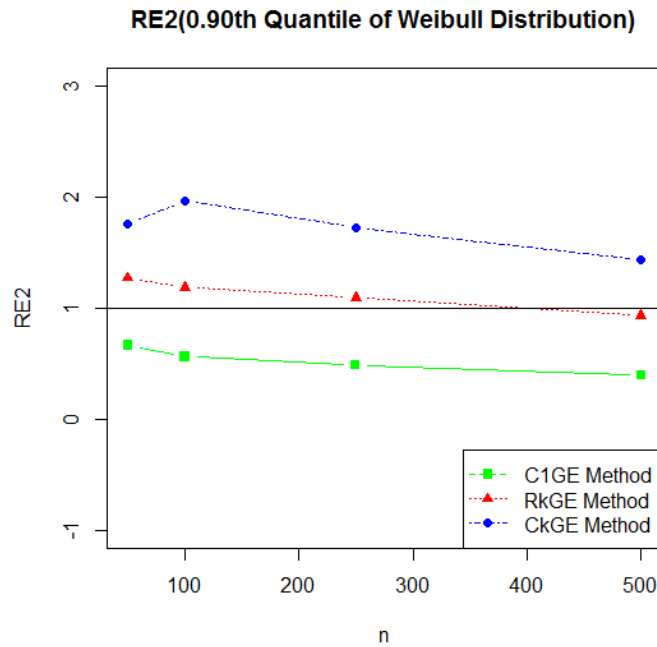
หมายเหตุ เมื่อ  $n$  มีขนาดเพิ่มขึ้นประสิทธิภาพในการประมาณค่าควอนไทล์ในทุกตำแหน่งและทุกวิธี มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นยกเว้นวิธี C1GE

ตารางที่ 4.2.2.2 ค่า RE2 จากการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.90, 0.95 และ 0.99 ในทุก  $n$   
เมื่อ  $m = 10$

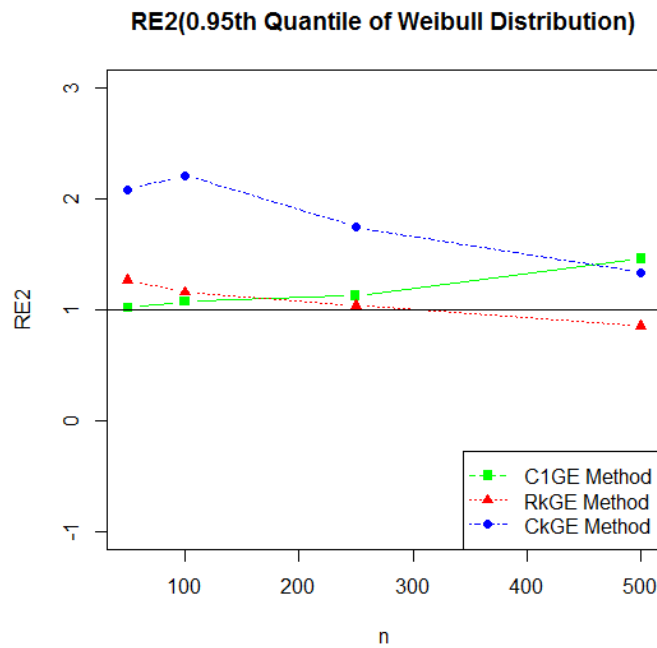
$n$	ควอนไทล์ที่	ค่า RE2 ของวิธี		
		C1GE	RkGE	CkGE
50	0.90	0.6661	1.2699	1.7613
	0.95	1.0182	1.2668	2.0834
	0.99	2.8580	1.2561	2.6327
100	0.90	0.5625	1.1861	1.9660
	0.95	1.0698	1.1536	2.2116
	0.99	9.5489	1.1117	2.5733
250	0.90	0.4844	1.0931	1.7270
	0.95	1.1246	1.0367	1.7437
	0.99	1.6537	0.9743	1.7580
500	0.90	0.3912	0.9323	1.4372
	0.95	1.4594	0.8501	1.3380
	0.99	0.5691	0.7670	1.2323

จากตารางที่ 4.2.2.2 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ  $n$  ในการ  
ประมาณค่าควอนไทล์ด้วยวิธี GE ทั้ง 4 แบบ ได้ดังภาพที่ 4.2.2.7 – 4.2.2.9

ภาพที่ 4.2.2.7 กราฟแสดงค่า RE2 กับ  $n$  ที่ระดับควอนไทล์ 0.90 ของวิธีต่างๆ เมื่อ  $m = 10$

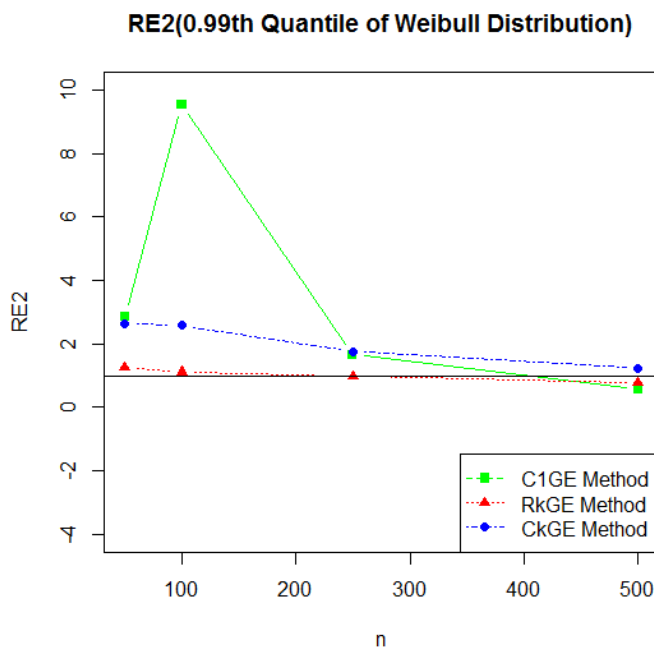


ภาพที่ 4.2.2.8 กราฟแสดงค่า RE2 กับ  $n$  ที่ระดับควอนไทล์ 0.95 ของวิธีต่างๆ เมื่อ  $m = 10$





ภาพที่ 4.2.2.9 กราฟแสดงค่า RE2 กับ  $n$  ที่ระดับควอนไทล์ 0.99 ของวิธีต่างๆ เมื่อ  $m = 10$



ผลการศึกษาที่ได้เมื่อพิจารณาค่า RE2 คือ

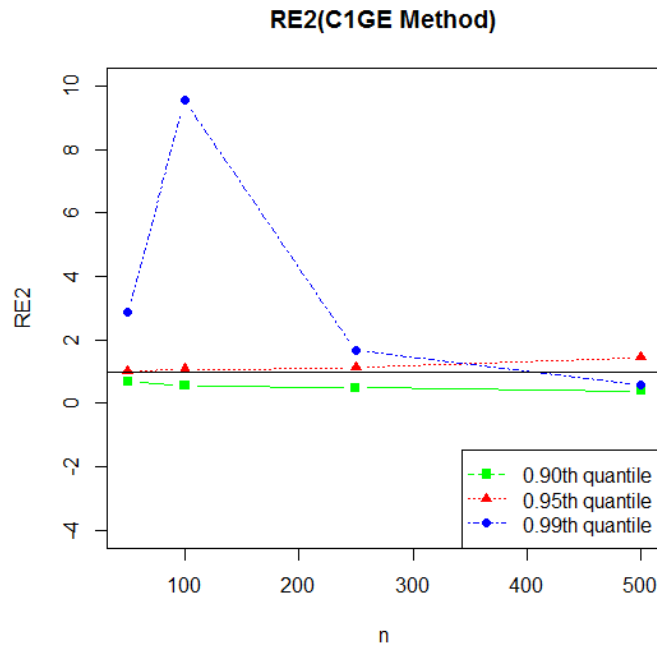
จากภาพที่ 4.2.2.7 พบว่า การประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.90 วิธี RkGE และวิธี CkGE มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี R1GE โดยที่วิธี CkGE มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี R1GE เนื่องจากมีค่า RE2 มากกว่า 1 นอกจากนี้ยังพบว่า ทั้ง 3 วิธีมีแนวโน้มที่ประสิทธิภาพในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.90 จะลดลงเมื่อ  $n$  มีขนาดเพิ่มขึ้น

จากภาพที่ 4.2.2.8 พบว่า การประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.95 วิธี C1GE, RkGE และ CkGE มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี R1GE ในทุกขนาดตัวอย่างยกเว้นวิธี RkGE เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ( $n = 500$ )

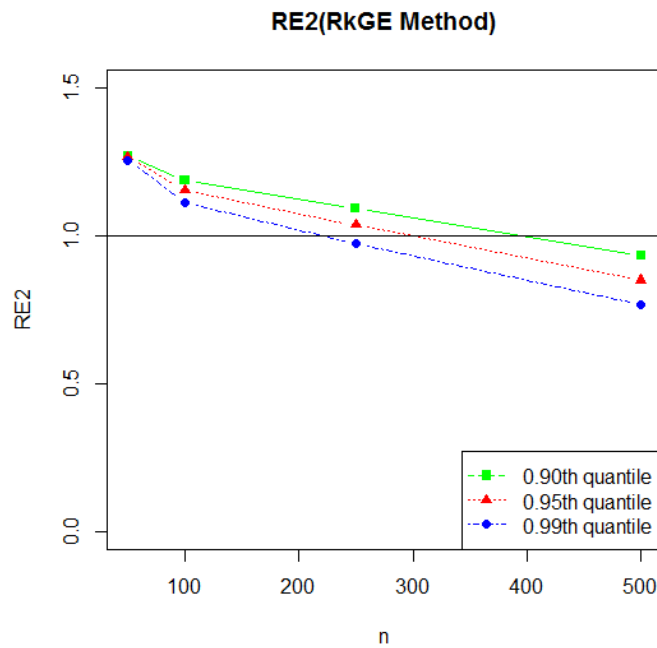
จากภาพที่ 4.2.2.9 พบว่า การประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.99 วิธี C1GE, RkGE และ CkGE มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี R1GE เมื่อ  $n$  มีขนาดใหญ่ ( $n = 500$ )

นอกจากนี้ ตารางที่ 4.2.2.2 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับขนาดตัวอย่างที่การประมาณค่าควอนไทล์ตำแหน่งต่างๆ ในวิธี C1GE, RkGE และ CkGE ได้ดังนี้

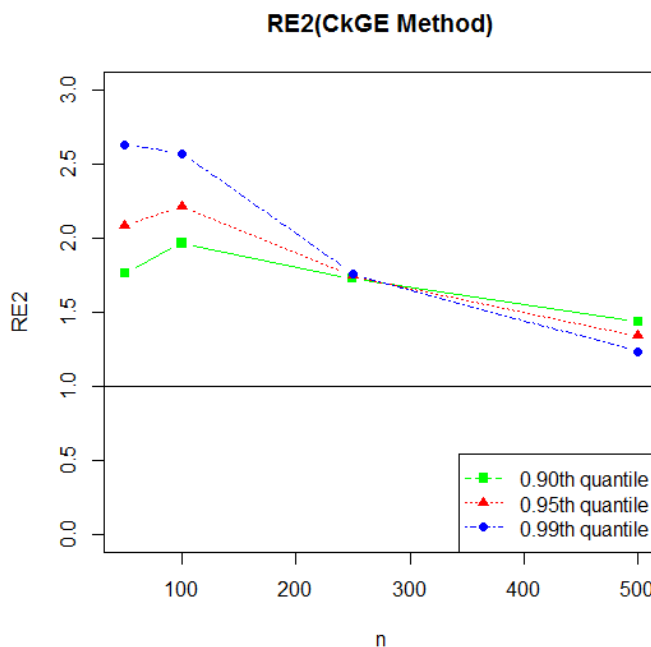
ภาพที่ 4.2.2.10 กราฟแสดงค่า RE2 กับ  $n$  ในแต่ละควอนไทล์ของวิธี C1GE เมื่อ  $m = 10$



ภาพที่ 4.2.2.11 กราฟแสดงค่า RE2 กับ  $n$  ในแต่ละควอนไทล์ของวิธี RkGE เมื่อ  $m = 10$



ภาพที่ 4.2.2.12 กราฟแสดงค่า RE2 กับ  $n$  ในแต่ละควอนไทล์ของวิธี CkGE เมื่อ  $m = 10$



จากภาพที่ 4.2.2.10 พบว่าสำหรับวิธี C1GE การประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่ง  $q=0.95$ ,  $0.99$  มีค่า RE2 มากกว่าตำแหน่งอื่นๆ แสดงว่า วิธี C1GE มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่ง  $0.95$  และ  $0.99$  ดีกว่าตำแหน่ง  $q=0.90$

จากภาพที่ 4.2.2.11 พบว่าสำหรับวิธี RkGE การประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่ง  $0.90$  มีค่า RE2 มากกว่าค่าควอนไทล์ตำแหน่งอื่น ( $q=0.95$ ,  $0.99$ ) แสดงว่า วิธี RkGE มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าควอนไทล์ที่  $0.90$  ดีกว่าการประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่งอื่นๆ

จากภาพที่ 4.2.2.12 พบว่าสำหรับวิธี CkGE การประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่ง  $0.99$  มีค่า RE2 มากกว่าค่าควอนไทล์ตำแหน่งอื่น ( $q=0.90$ ,  $0.95$ ) แสดงว่า วิธี CkGE มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่ง  $0.99$  ยกเว้นเมื่อ  $n$  มีขนาดใหญ่ ( $n=500$ ) ค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่ง  $0.90$  จะมีประสิทธิภาพดีกว่าการประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่งอื่นๆ

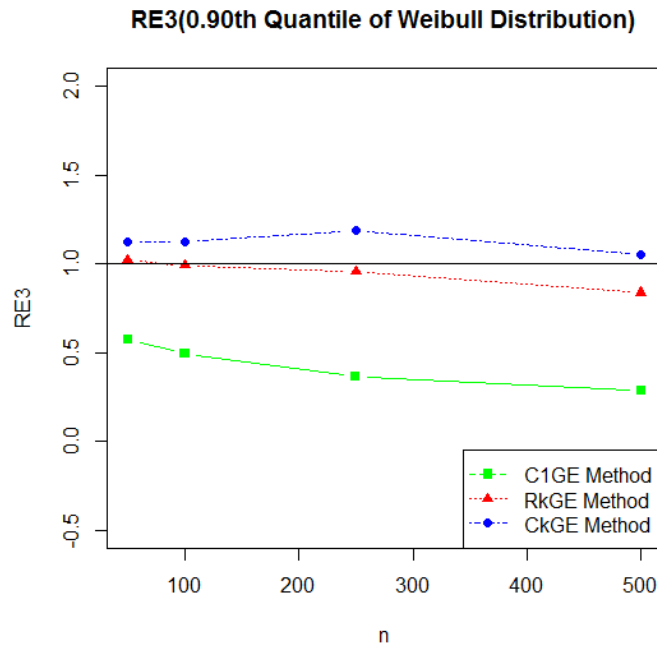
หมายเหตุ เมื่อ  $n$  มีขนาดเพิ่มขึ้นประสิทธิภาพในการประมาณค่าควอนไทล์ในทุกตำแหน่งและทุกวิธี มีแนวโน้มลดลง ยกเว้นควอนไทล์ที่  $0.95$  ในวิธี C1GE

ตารางที่ 4.2.2.3 ค่า RE3 จากการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.90, 0.95 และ 0.99 ในทุก  $n$   
เมื่อ  $m = 10$

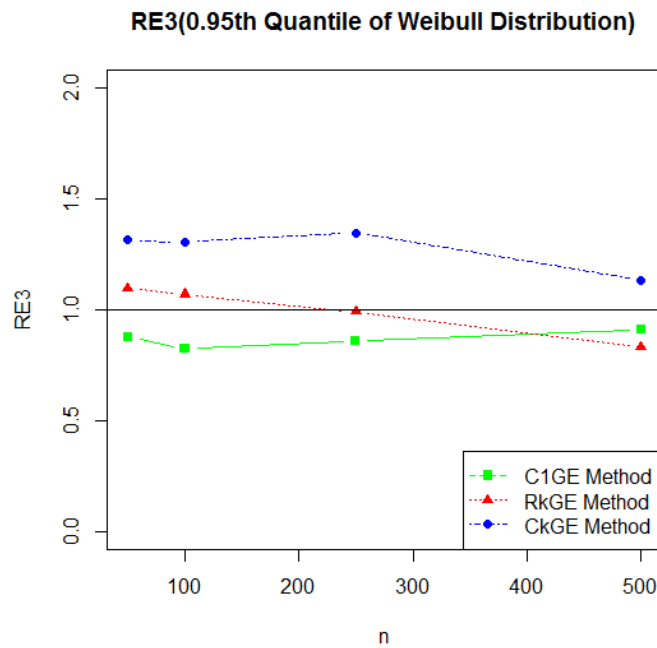
$n$	ควอนไทล์ที่	ค่า RE3 ของวิธี		
		C1GE	RkGE	CkGE
50	0.90	0.5724	1.0184	1.1261
	0.95	0.8766	1.0966	1.3138
	0.99	1.2457	1.2300	1.6222
100	0.90	0.4914	0.9910	1.1224
	0.95	0.8218	1.0694	1.3050
	0.99	0.9566	1.2108	1.6295
250	0.90	0.3644	0.9544	1.1868
	0.95	0.8591	0.9904	1.3457
	0.99	0.8760	1.0652	1.6228
500	0.90	0.2876	0.8353	1.0508
	0.95	0.9107	0.8286	1.1329
	0.99	0.4170	0.8502	1.2863

จากตารางที่ 4.2.2.3 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE3 กับ  $n$  ในการประมาณค่าควอนไทล์ด้วยวิธี GE ทั้ง 4 แบบ ได้ดังภาพที่ 4.2.2.13 – 4.2.2.15

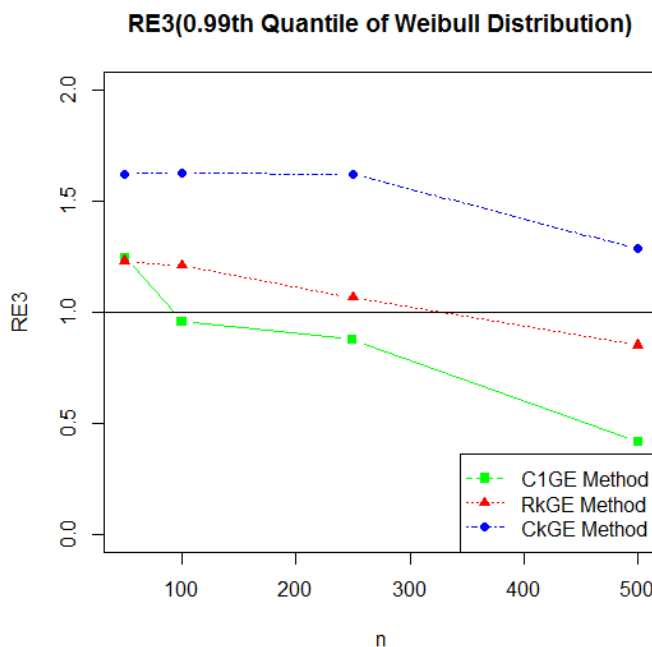
ภาพที่ 4.2.2.13 กราฟแสดงค่า RE3 กับ  $n$  ที่ระดับควอนไทล์ 0.90 ของวิธีต่างๆ เมื่อ  $m = 10$



ภาพที่ 4.2.2.14 กราฟแสดงค่า RE3 กับ  $n$  ที่ระดับควอนไทล์ 0.95 ของวิธีต่างๆ เมื่อ  $m = 10$



ภาพที่ 4.2.2.15 กราฟแสดงค่า RE3 กับ  $n$  ที่ระดับควอนไทล์ 0.99 ของวิธีต่างๆ เมื่อ  $m = 10$



ผลการศึกษาที่ได้เมื่อพิจารณาค่า RE3 คือ

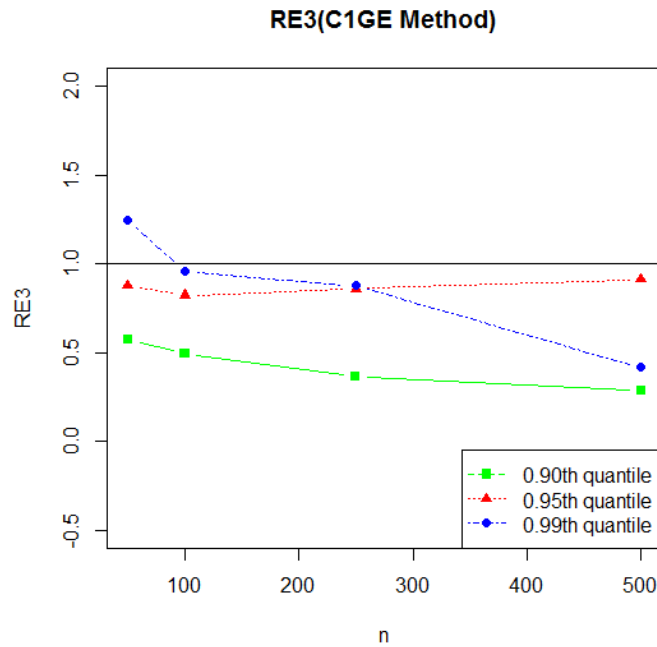
จากภาพที่ 4.2.2.13 พบว่า การประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.90 วิธี CkGE มีประสิทธิภาพดีที่สุด และดีกว่าวิธี R1GE ในขณะที่วิธี RkGE มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกับวิธี R1GE และวิธี C1GE มีประสิทธิภาพน้อยที่สุด

จากภาพที่ 4.2.2.14 พบว่า การประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.95 ให้ผลคล้ายกับการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.90 นั่นคือ วิธี CkGE มีประสิทธิภาพดีที่สุดและดีกว่าวิธี R1GE ในขณะที่วิธี RkGE มีประสิทธิภาพพอกับวิธี R1GE

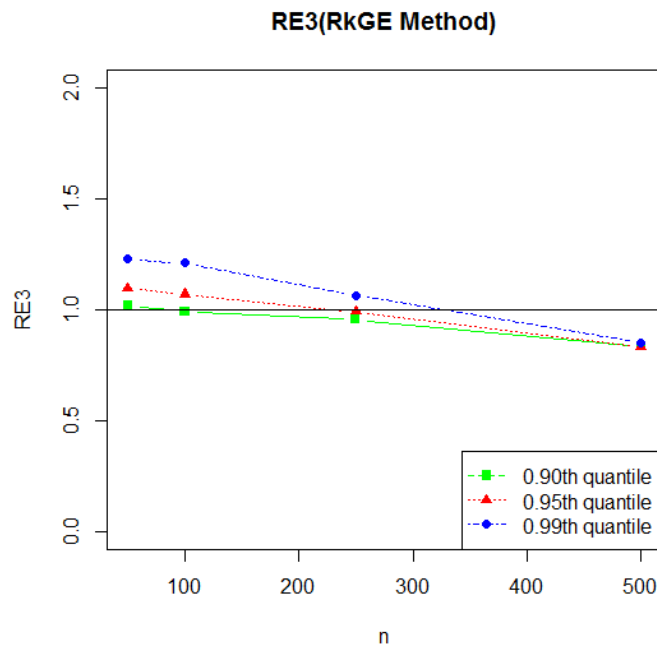
จากภาพที่ 4.2.2.15 พบว่า การประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.99 วิธี CkGE มีประสิทธิภาพดีที่สุด และดีกว่าวิธี R1GE สำหรับวิธี RkGE จะมีประสิทธิภาพใกล้เคียงกับวิธี R1GE ส่วนวิธี C1GE จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี R1GE เมื่อ  $n$  มีขนาดเล็ก แต่เมื่อ  $n$  มีขนาดใหญ่ ประสิทธิภาพของ C1GE จะลดลงเมื่อเทียบกับวิธี R1GE

นอกจากนี้ ตารางที่ 4.2.2.3 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE3 กับขนาดตัวอย่างที่การประมาณค่าควอนไทล์ตำแหน่งต่างๆ ในวิธี C1GE, RkGE และ CkGE ได้ดังนี้

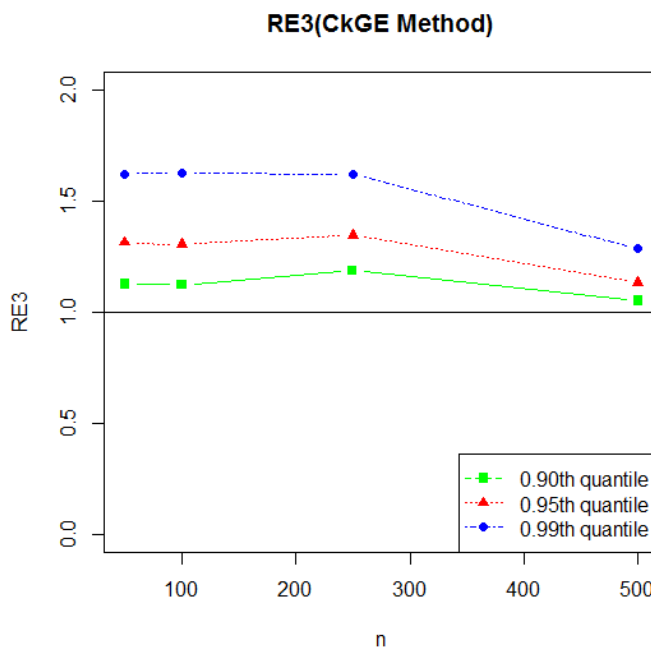
ภาพที่ 4.2.2.16 กราฟแสดงค่า RE3 กับ  $n$  ในแต่ละควอนไทล์ของวิธี C1GE เมื่อ  $m = 10$



ภาพที่ 4.2.2.17 กราฟแสดงค่า RE3 กับ  $n$  ในแต่ละควอนไทล์ของวิธี RkGE เมื่อ  $m = 10$



ภาพที่ 4.2.2.18 กราฟแสดงค่า RE3 กับ  $n$  ในแต่ละควอนไทล์ของวิธี CkGE เมื่อ  $m = 10$



จากภาพที่ 4.2.2.16 พบว่าสำหรับวิธี C1GE การประมาณค่าควอนไทล์ 0.95 และ 0.99 ( $q=0.95, 0.99$ ) มีค่า RE3 มากกว่าการประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่ง 0.90 แสดงว่า วิธี C1GE มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่งท้ายๆมากกว่าตำแหน่ง 0.90

จากภาพที่ 4.2.2.17 – 4.2.2.18 พบว่าสำหรับวิธี RkGE และ CkGE การประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.99 มีค่า RE3 มากกว่าค่าควอนไทล์ตำแหน่งอื่น แสดงว่า วิธี RkGE และวิธี CkGE มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่ง 0.99 มากกว่า ตำแหน่ง 0.90 และ 0.95

หมายเหตุ เมื่อ  $n$  มีขนาดเพิ่มขึ้นประสิทธิภาพในการประมาณค่าควอนไทล์ในทุกตำแหน่งและทุกวิธี มีแนวโน้มลดลง ยกเว้นควอนไทล์ที่ 0.95 ในวิธี C1GE



### กรณีที่จำนวนจุดเวลาในการสังเกตจริง 5 จุด

สำหรับในส่วนนี้ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาเหมือนกับกรณีที่จำนวนจุดเวลาในการสังเกตจริง 10 จุด โดยผลการศึกษาในภาพรวมให้ผลไปในทิศทางเดียวกัน แต่อาจแตกต่างกันบ้างในบางกรณี เนื่องจากความเอนเอียงที่เพิ่มขึ้น โดยมีรายละเอียด ดังต่อไปนี้

#### 4.3 ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณค่าพารามิเตอร์ของทั้ง 4 วิธี เมื่อ $m = 5$ สามารถแสดงค่า Var, Bias และ MSE ได้ดังนี้

ตารางที่ 4.3.1 ค่า Var ของการประมาณค่าพารามิเตอร์  $WEIB(0,1)$  เมื่อ  $m = 5$

$n$	Location- parameter				Scale-parameter			
	R1GE	C1GE	RkGE	CkGE	R1GE	C1GE	RkGE	CkGE
50	0.0194	0.0147	0.0157	0.0156	0.1093	0.4060	0.0119	0.0217
100	0.0106	0.0080	0.0087	0.0089	0.0693	0.2625	0.0057	0.0098
250	0.0041	0.0031	0.0033	0.0034	0.0264	0.0992	0.0021	0.0033
500	0.0022	0.0017	0.0018	0.0018	0.0140	0.0529	0.0010	0.0015

ตารางที่ 4.3.2 ค่า Bias ของการประมาณค่าพารามิเตอร์  $WEIB(0,1)$  เมื่อ  $m = 5$

$n$	Location- parameter				Scale-parameter			
	R1GE	C1GE	RkGE	CkGE	R1GE	C1GE	RkGE	CkGE
50	-0.0315	-0.3812	0.0011	-0.2616	1.5142	2.5329	1.4787	2.1970
100	-0.0223	-0.3749	0.0148	-0.2372	1.5851	2.6555	1.5058	2.1511
250	-0.0203	-0.3745	0.0201	-0.2274	1.6213	2.7200	1.5224	2.0995
500	-0.0145	-0.3699	0.0277	-0.2200	1.6588	2.7932	1.5333	2.0793

ตารางที่ 4.3.3 ค่า MSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์  $WEIB(0,1)$  เมื่อ  $m = 5$

$n$	Location- parameter				Scale-parameter			
	R1GE	C1GE	RkGE	CkGE	R1GE	C1GE	RkGE	CkGE
50	0.0204	0.1600	0.0157	0.0840	2.4020	6.8213	2.1985	4.8487
100	0.0111	0.1486	0.0089	0.0652	2.5819	7.3139	2.2732	4.6369
250	0.0045	0.1433	0.0037	0.0551	2.6550	7.4976	2.3198	4.4111
500	0.0024	0.1385	0.0026	0.0502	2.7657	7.8551	2.3519	4.3251

จากตารางที่ 4.3.1 เมื่อพิจารณาค่า Var ของการประมาณค่าพารามิเตอร์  $WEIB(0,1)$  พบว่าเมื่อ  $n$  มีขนาดเพิ่มขึ้น ค่า Var จะลดลง ในทุกวิธี นอกจากนี้ เมื่อเปรียบเทียบค่า Var ของทั้ง 4 วิธี พบว่า สำหรับการประมาณค่า Location-parameter วิธี C1GE จะมีค่า Var น้อยที่สุด และสำหรับการประมาณค่า Scale-parameter วิธี RkGE จะมีค่า Var น้อยที่สุด

จากตารางที่ 4.3.2 เมื่อพิจารณาค่า Bias ของการประมาณค่าพารามิเตอร์  $WEIB(0,1)$  พบว่า สำหรับการประมาณค่า Location-parameter ค่า Bias จะมีค่าเข้าใกล้ศูนย์มากขึ้นเมื่อ  $n$  มีขนาดใหญ่ขึ้น ยกเว้นวิธี RkGE จะให้ผลตรงข้ามกัน สำหรับการประมาณค่า Scale-parameter เมื่อ  $n$  มีขนาดใหญ่ขึ้น ค่า Bias จะลู่ออกจากศูนย์ ยกเว้นวิธี CkGE

จากตารางที่ 4.3.3 เมื่อพิจารณาค่า MSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์  $WEIB(0,1)$  พบว่า สำหรับการประมาณค่า Location-parameter ค่า MSE จะมีค่าลดลงเมื่อ  $n$  มีขนาดเพิ่มขึ้น แต่สำหรับการประมาณค่า Scale-parameter เมื่อ  $n$  มีขนาดใหญ่ขึ้น ค่า MSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น ยกเว้น วิธี CkGE มีค่า MSE ลดลง

จากตารางที่ 4.3.1 – 4.3.3 สามารถเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์  $WEIB(0,1)$  ได้ดังนี้

ตารางที่ 4.3.4 ตารางเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณค่า Location-parameter ของทั้ง 4 วิธี เมื่อ  $m = 5$

ค่า	Var	Bias	MSE	ประสิทธิภาพ
น้อย ↓ มาก	C1GE	RkGE	RkGE	มาก ↑ น้อย
	RkGE	R1GE	R1GE	
	CkGE	CkGE	CkGE	
	R1GE	C1GE	C1GE	

ตารางที่ 4.3.5 ตารางเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณค่า Scale-parameter ของทั้ง 4 วิธี เมื่อ  $m = 5$

ค่า	Var	Bias	MSE	ประสิทธิภาพ
น้อย ↓ มาก	RkGE	RkGE	RkGE	มาก ↑ น้อย
	CkGE	R1GE	R1GE	
	R1GE	CkGE	CkGE	
	C1GE	C1GE	C1GE	

จากตารางที่ 4.1.4 พบว่า ในการประมาณค่า Location-parameter ให้ผลไปในทิศทางเดียวกันกับกรณีที่กำหนดจุดเวลาในการสังเกตจริง 5 จุด นั่นคือ เมื่อพิจารณาค่า Var วิธี C1GE จะมีประสิทธิภาพในการประมาณดีที่สุด แต่เมื่อพิจารณาค่า Bias พบว่าวิธี C1GE จะมีประสิทธิภาพในการประมาณน้อยที่สุด ทำให้เมื่อพิจารณาค่า MSE วิธี C1GE มีประสิทธิภาพน้อยที่สุด

จากตารางที่ 4.1.5 พบว่า ในการประมาณค่า Scale-parameter ให้ผลไปในทิศทางเดียวกันกับกรณีที่กำหนดจุดเวลาในการสังเกตจริง 5 จุด นั่นคือ เมื่อพิจารณาค่า Var, Bias และ MSE วิธี RkGE จะมีประสิทธิภาพในการประมาณดีที่สุด และ วิธี C1GE จะมีประสิทธิภาพน้อยที่สุด

#### 4.4 ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณค่าควอนไทล์ ของทั้ง 4 วิธี เมื่อ $m = 5$

4.4.1 ผลการพิจารณาค่า Var, Bias และ MSE ของการประมาณค่าควอนไทล์ เมื่อ  $m = 5$  สามารถแสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.4.1.1 ค่า Var ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.90 เมื่อ  $m = 5$

$n$	R1GE	C1GE	RkGE	CkGE
50	0.0457	0.0548	0.0660	0.1033
100	0.0322	0.0418	0.0391	0.0601
250	0.0125	0.0166	0.0154	0.0227
500	0.0070	0.0095	0.0084	0.0121

ตารางที่ 4.4.1.2 ค่า Var ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.95 เมื่อ  $m = 5$

$n$	R1GE	C1GE	RkGE	CkGE
50	0.0825	0.1144	0.1085	0.1927
100	0.0641	0.0989	0.0651	0.1121
250	0.0251	0.0399	0.0256	0.0419
500	0.0142	0.0230	0.0141	0.0224

ตารางที่ 4.4.1.3 ค่า Var ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.99 เมื่อ  $m = 5$

$n$	R1GE	C1GE	RkGE	CkGE
50	0.2896	0.5403	0.2544	0.5480
100	0.2379	0.4968	0.1538	0.3164
250	0.0947	0.2029	0.0608	0.1162
500	0.0535	0.1176	0.0334	0.0617

จากตารางที่ 4.4.1.1 – 4.4.1.3 พบว่า เมื่อ  $n$  มีขนาดเพิ่มขึ้น ค่า Var ของทุกวิธีมีค่าลดลงในทุกควอนไทล์ นอกจากนี้ยังพบว่า ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.90 และ 0.95 วิธี R1GE มีค่า Var ต่ำสุด ส่วนในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.99 วิธี RkGE มีค่า Var ต่ำสุด

ตารางที่ 4.4.1.4 ค่า Bias ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.90 เมื่อ  $m = 5$

$n$	R1GE	C1GE	RkGE	CkGE
50	-0.2379	-0.5699	-0.1709	-0.3585
100	-0.1571	-0.4816	-0.1203	-0.3166
250	-0.1193	-0.4398	-0.0961	-0.3181
500	-0.0775	-0.3912	-0.0715	-0.3099

ตารางที่ 4.4.1.5 ค่า Bias ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.95 เมื่อ  $m = 5$

$n$	R1GE	C1GE	RkGE	CkGE
50	-0.3681	-0.5881	-0.2892	-0.3563
100	-0.2427	-0.4375	-0.2167	-0.3094
250	-0.1829	-0.3648	-0.1810	-0.3231
500	-0.1179	-0.2816	-0.1464	-0.3166

ตารางที่ 4.4.1.6 ค่า Bias ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.99 เมื่อ  $m = 5$

$n$	R1GE	C1GE	RkGE	CkGE
50	-0.6995	-0.4660	-0.6060	-0.2537
100	-0.4612	-0.1344	-0.4796	-0.2038
250	-0.3472	0.0251	-0.4149	-0.2580
500	-0.2226	0.2109	-0.3557	-0.2597

จากตารางที่ 4.4.1.4 – 4.4.1.6 พบว่า สำหรับการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.90 เมื่อ  $n$  มีขนาดเพิ่มขึ้น ค่า Bias ของทุกวิธีมีค่าลู่เข้าใกล้ค่าศูนย์มากขึ้น แต่ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.99 ค่า Bias ในบางวิธียังไม่สามารถอธิบายได้ชัดเจน เนื่องจากค่า Bias ในควอนไทล์ดังกล่าวยังไม่เสถียร

ตารางที่ 4.4.1.7 ค่า MSE ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.90 เมื่อ  $m = 5$

$n$	R1GE	C1GE	RkGE	CkGE
50	0.1023	0.3795	0.0952	0.2318
100	0.0569	0.2737	0.0536	0.1603
250	0.0267	0.2100	0.0246	0.1239
500	0.0130	0.1625	0.0135	0.1081

ตารางที่ 4.4.1.8 ค่า MSE ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.95 เมื่อ  $m = 5$

$n$	R1GE	C1GE	RkGE	CkGE
50	0.2180	0.4603	0.1922	0.3196
100	0.1230	0.2903	0.1120	0.2077
250	0.0586	0.1729	0.0584	0.1463
500	0.0281	0.1023	0.0355	0.1226

ตารางที่ 4.4.1.9 ค่า MSE ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.99 เมื่อ  $m = 5$

$n$	R1GE	C1GE	RkGE	CkGE
50	0.7789	0.7574	0.6216	0.6123
100	0.4505	0.5148	0.3838	0.3578
250	0.2152	0.2035	0.2330	0.1827
500	0.1031	0.1620	0.1599	0.1291

จากตารางที่ 4.4.1.7 – 4.4.1.9 พบว่า เมื่อ  $n$  มีขนาดเพิ่มขึ้น ค่า MSE .ในทุกรวิธีมีค่าลดลงใน  
ทุกควอนไทล์

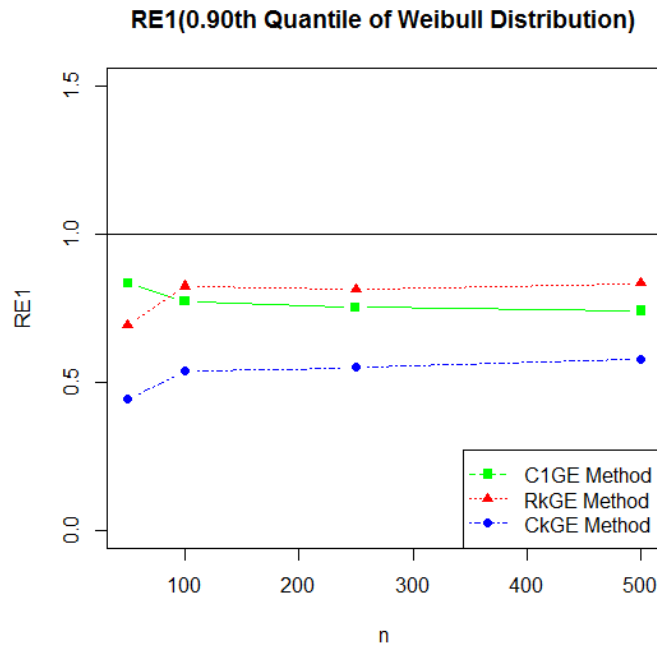
4.4.2 ผลการพิจารณาค่า RE ของการประมาณค่าควอนไทล์ เมื่อ  $m = 5$  สามารถแสดงได้  
ดังนี้

ตารางที่ 4.4.2.1 ค่า RE1 จากการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.90, 0.95 และ 0.99 ในทุก  $n$   
เมื่อ  $m = 5$

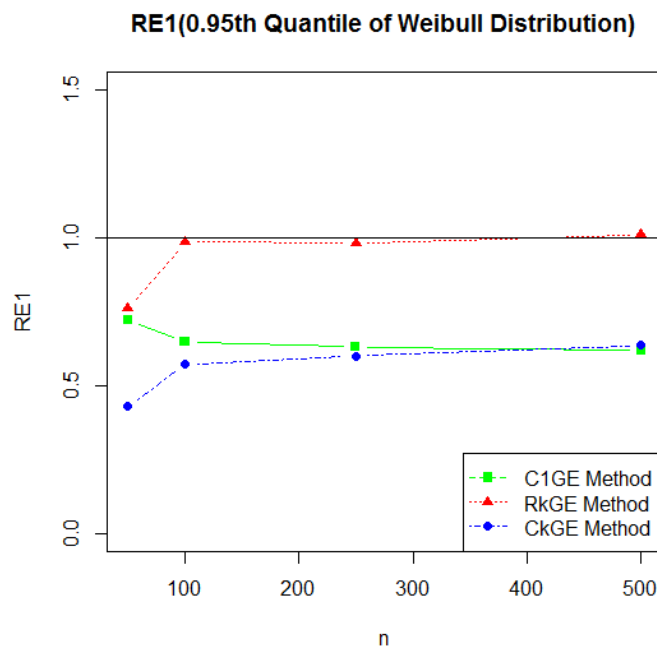
$n$	ควอนไทล์ที่	ค่า RE1 ของวิธี		
		C1GE	RkGE	CkGE
50	0.90	0.8347	0.6923	0.4428
	0.95	0.7215	0.7606	0.4285
	0.99	0.5360	1.1385	0.5285
100	0.90	0.7719	0.8238	0.5368
	0.95	0.6484	0.9860	0.5724
	0.99	0.4788	1.5465	0.7519
250	0.90	0.7530	0.8117	0.5496
	0.95	0.6304	0.9809	0.5999
	0.99	0.4665	1.5561	0.8151
500	0.90	0.7407	0.8338	0.5782
	0.95	0.6178	1.0098	0.6352
	0.99	0.4553	1.6016	0.8677

จากตารางที่ 4.4.2.1 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ  $n$  ในการ  
ประมาณค่าควอนไทล์ด้วยวิธี GE ทั้ง 4 แบบ ได้ดังภาพที่ 4.4.2.1 – 4.4.2.3

ภาพที่ 4.4.2.1 กราฟแสดงค่า RE1 กับ  $n$  ที่ระดับควอนไทล์ 0.90 ของวิธีต่างๆ เมื่อ  $m = 5$

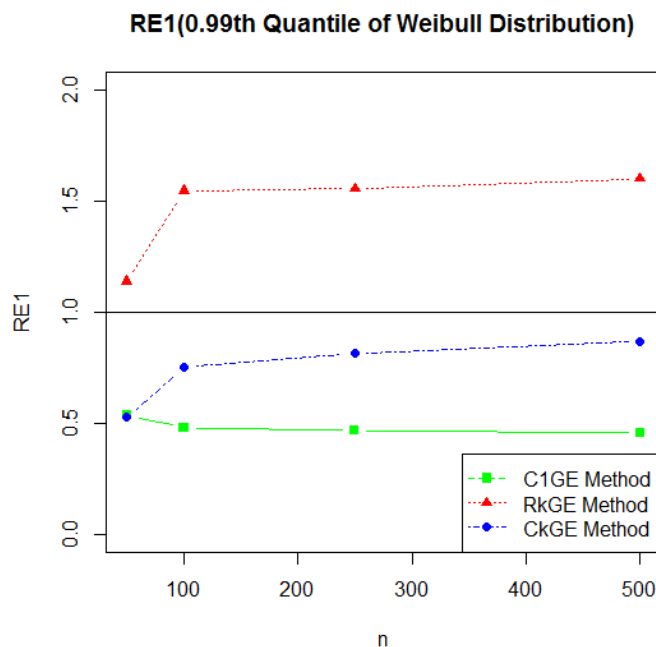


ภาพที่ 4.4.2.2 กราฟแสดงค่า RE1 กับ  $n$  ที่ระดับควอนไทล์ 0.95 ของวิธีต่างๆ เมื่อ  $m = 5$





ภาพที่ 4.4.2.3 กราฟแสดงค่า RE1 กับ  $n$  ที่ระดับควอนไทล์ 0.99 ของวิธีต่างๆ เมื่อ  $m = 5$



ผลการศึกษาที่ได้เมื่อพิจารณาค่า RE1 คือ

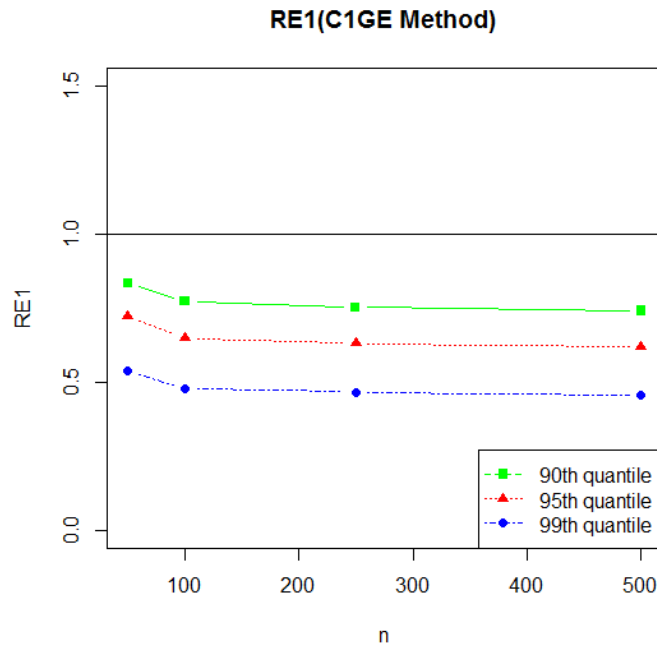
จากภาพที่ 4.4.2.1 พบว่า การประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.90 วิธี R1GE มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีอื่นในทุกขนาดตัวอย่าง นอกจากนี้ยังพบว่า เมื่อ  $n$  มีขนาดเพิ่มขึ้น วิธี RkGE และ CkGE มีแนวโน้มที่จะมีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น

จากภาพที่ 4.4.2.2 พบว่า การประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.95 วิธี R1GE มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีอื่น แต่ค่า RE1 ของวิธี RkGE เริ่มลู่เข้าสู่ค่า 1 เมื่อ  $n$  มีขนาดใหญ่ขึ้น ( $n=500$ ) แสดงว่า วิธี RkGE เริ่มมีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้นเมื่อเทียบกับวิธี R1GE เมื่อ  $n$  มีขนาดเพิ่มขึ้น นอกจากนี้ยังพบว่าวิธี C1GE มีประสิทธิภาพลดลงเมื่อ  $n$  มีขนาดเพิ่มขึ้น

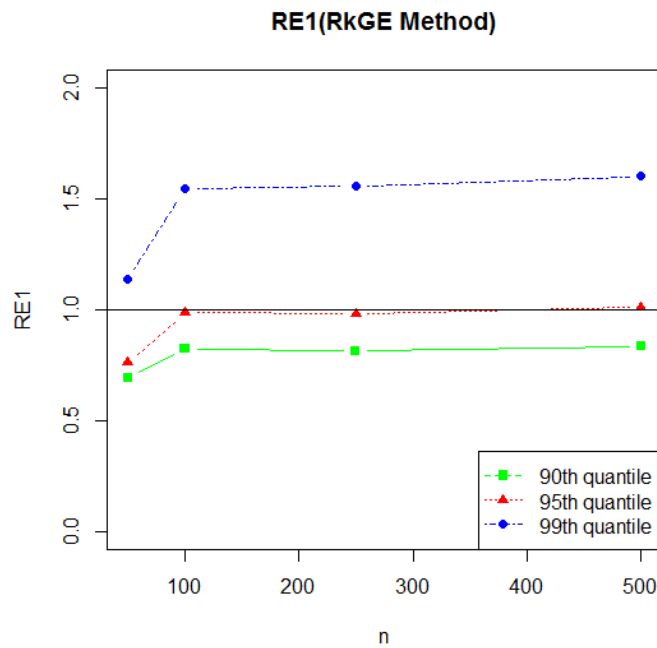
จากภาพที่ 4.4.2.3 พบว่า การประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.99 วิธี RkGE มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี R1GE ในทุกขนาดตัวอย่าง และวิธี CkGE มีค่า RE1 เริ่มลู่เข้าสู่ค่า 1 เมื่อ  $n$  มีขนาดเพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ ตารางที่ 4.4.2.1 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับขนาดตัวอย่างที่การประมาณค่าควอนไทล์ตำแหน่งต่างๆ ในวิธี C1GE, RkGE และ CkGE ได้ดังนี้

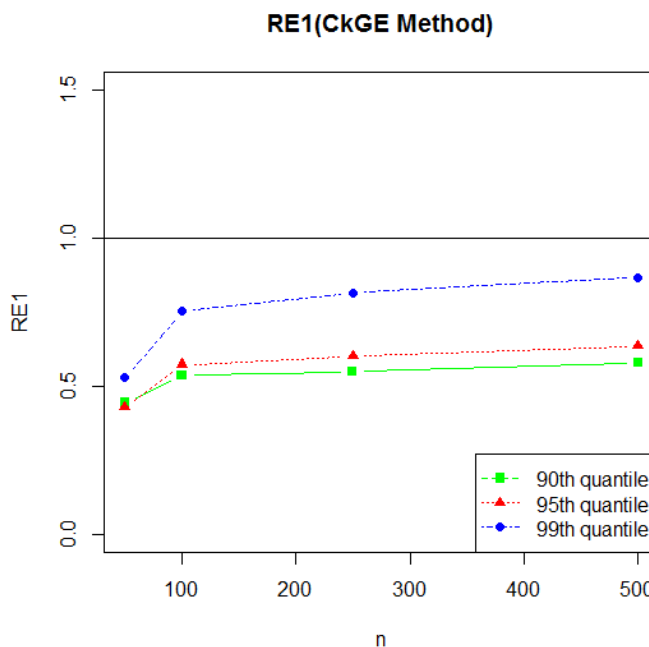
ภาพที่ 4.4.2.4 กราฟแสดงค่า RE1 กับ  $n$  ในแต่ละควอนไทล์ของวิธี C1GE เมื่อ  $m = 5$



ภาพที่ 4.4.2.5 กราฟแสดงค่า RE1 กับ  $n$  ในแต่ละควอนไทล์ของวิธี RkGE เมื่อ  $m = 5$



ภาพที่ 4.4.2.6 กราฟแสดงค่า RE1 กับ  $n$  ในแต่ละควอนไทล์ของวิธี CkGE เมื่อ  $m = 5$



จากภาพที่ 4.4.2.4 พบว่าสำหรับวิธี C1GE การประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่ง 0.90 มีค่า RE1 มากกว่าการประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่งอื่นๆ ( $q=0.95, 0.99$ ) แสดงว่าวิธี C1GE มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่ง 0.90 ดีกว่าที่ตำแหน่งอื่นที่ได้ทำการศึกษา

จากภาพที่ 4.4.2.5 และ 4.4.2.6 พบว่าสำหรับวิธี RkGE และ CkGE การประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่ง 0.99 มีค่า RE1 มากกว่าการประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่งอื่นๆ ( $q=0.90, 0.95$ ) แสดงว่า วิธี RkGE และวิธี CkGE มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่ง 0.99 ดีกว่าที่ตำแหน่งอื่นที่ได้ทำการศึกษา

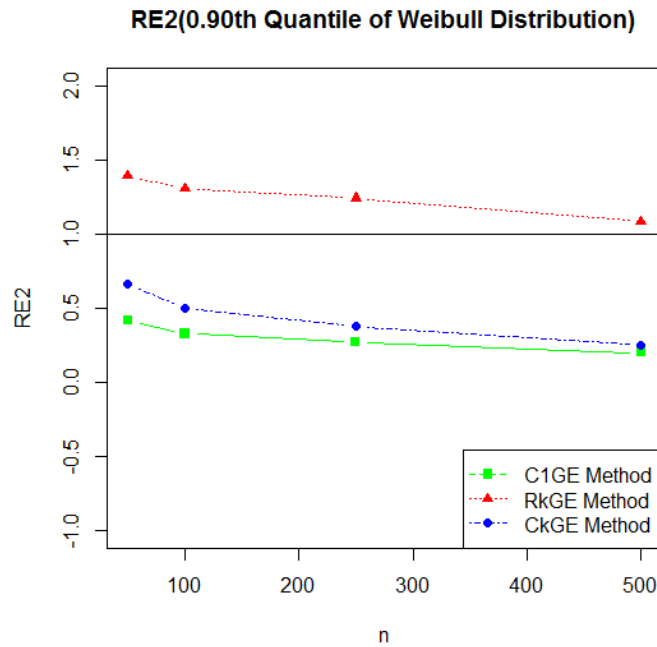
หมายเหตุ เมื่อ  $n$  มีขนาดเพิ่มขึ้นประสิทธิภาพในการประมาณค่าควอนไทล์ในทุกตำแหน่งและทุกวิธี มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น ยกเว้นวิธี C1GE จะให้ผลในทางกลับกัน

ตารางที่ 4.4.2.2 ค่า RE2 จากการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.90, 0.95 และ 0.99 ในทุก  $n$   
เมื่อ  $m = 5$

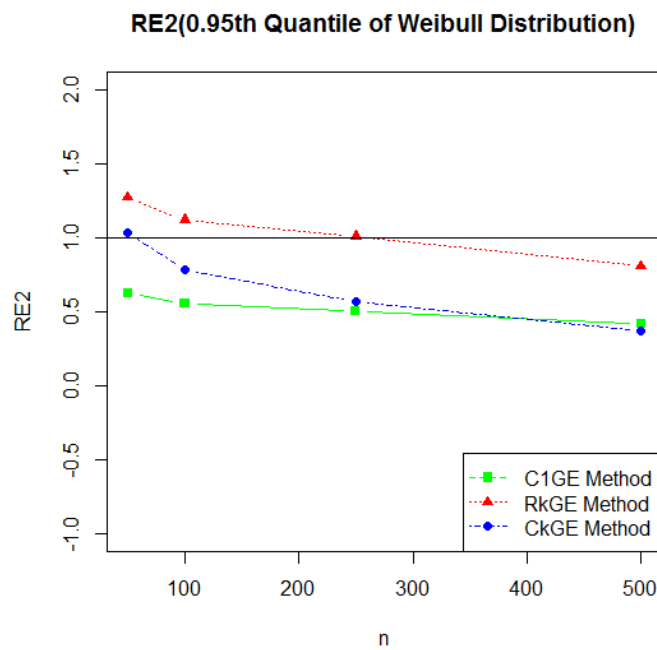
$n$	ควอนไทล์ที่	ค่า RE2 ของวิธี		
		C1GE	RkGE	CkGE
50	0.90	0.4175	1.3919	0.6636
	0.95	0.6259	1.2728	1.0331
	0.99	1.5009	1.1543	2.7567
100	0.90	0.3263	1.3065	0.4964
	0.95	0.5547	1.1199	0.7844
	0.99	3.4320	0.9616	2.2626
250	0.90	0.2713	1.2418	0.3750
	0.95	0.5013	1.0105	0.5658
	0.99	13.8451	0.8367	1.3458
500	0.90	0.1981	1.0837	0.2501
	0.95	0.4188	0.8056	0.3725
	0.99	1.0558	0.6259	0.8573

จากตารางที่ 4.4.2.2 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ  $n$  ในการ  
กำหนดตัวแทนค่าสังเกตแบบต่างๆ เมื่อประมาณค่าควอนไทล์ที่กำหนด ได้ดังภาพที่ 4.4.2.7 –  
4.4.2.9

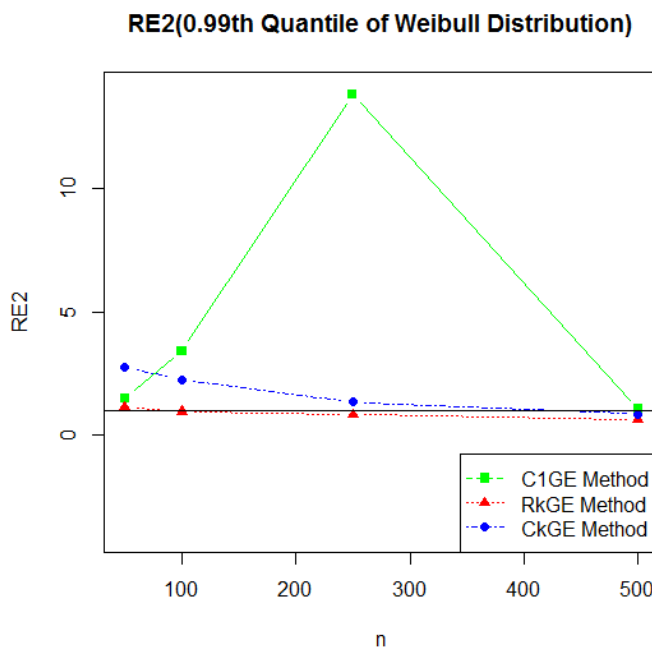
ภาพที่ 4.4.2.7 กราฟแสดงค่า RE2 กับ  $n$  ที่ระดับควอนไทล์ 0.90 ของวิธีต่างๆ เมื่อ  $m = 5$



ภาพที่ 4.4.2.8 กราฟแสดงค่า RE2 กับ  $n$  ที่ระดับควอนไทล์ 0.95 ของวิธีต่างๆ เมื่อ  $m = 5$



ภาพที่ 4.4.2.9 กราฟแสดงค่า RE2 กับ  $n$  ที่ระดับควอนไทล์ 0.99 ของวิธีต่างๆ เมื่อ  $m = 5$



ผลการศึกษาที่ได้เมื่อพิจารณาค่า RE2 คือ

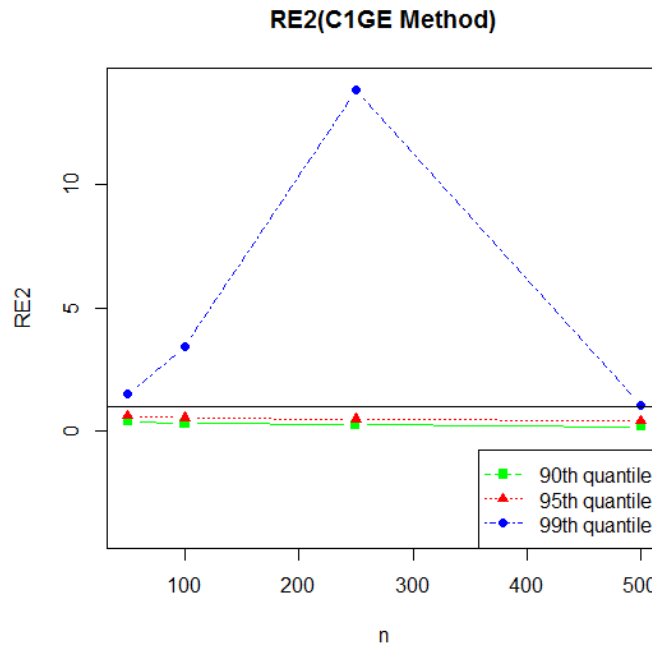
จากภาพที่ 4.4.2.7 พบว่า การประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.90 วิธี RkGE มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี R1GE โดยที่วิธี RkGE มีประสิทธิภาพดีที่สุดในทุก  $n$  ที่ทำการศึกษา เนื่องจากมีค่า RE2 มากกว่า 1 แต่เมื่อ  $n$  มีขนาดเพิ่มขึ้นประสิทธิภาพของทุกวิธีจะมีแนวโน้มลดลง

จากภาพที่ 4.4.2.8 พบว่า การประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.95 วิธี R1GE มีแนวโน้มที่จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีอื่น เมื่อ  $n$  มีขนาดเพิ่มขึ้น

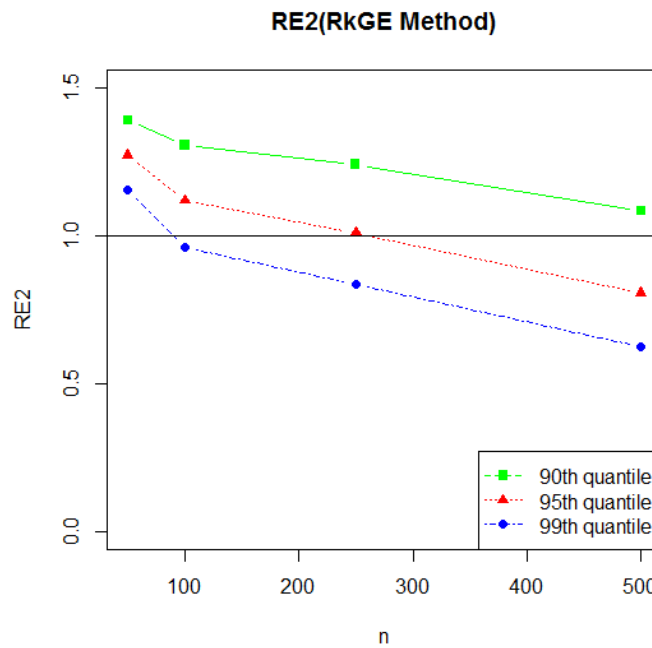
จากภาพที่ 4.4.2.9 พบว่า การประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.99 วิธี C1GE, RkGE และ CkGE มีประสิทธิภาพพอๆ กับวิธี R1GE โดยที่วิธี C1GE จะให้ผลไม่คงที่

นอกจากนี้ ตารางที่ 4.4.2.2 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับขนาดตัวอย่างที่การประมาณค่าควอนไทล์ตำแหน่งต่างๆ ในวิธี C1GE, RkGE และ CkGE ได้ดังนี้

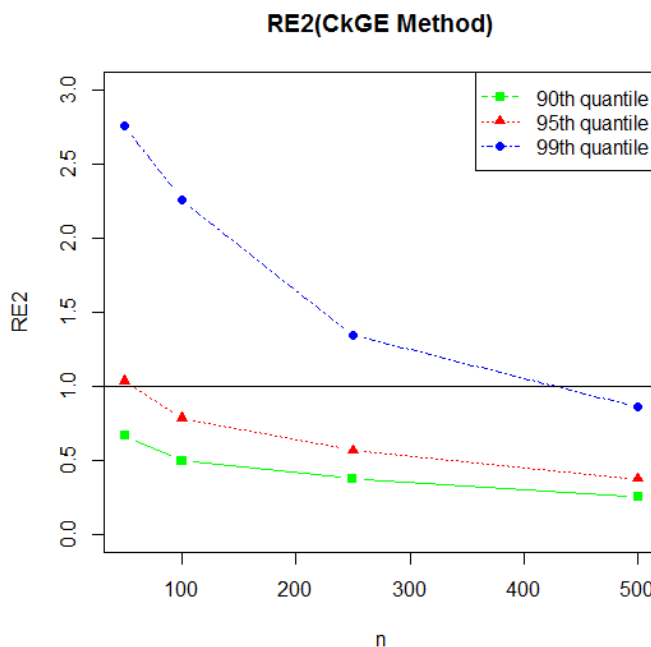
ภาพที่ 4.4.2.10 กราฟแสดงค่า RE2 กับ  $n$  ในแต่ละควอนไทล์ของวิธี C1GE เมื่อ  $m = 5$



ภาพที่ 4.4.2.11 กราฟแสดงค่า RE2 กับ  $n$  ในแต่ละควอนไทล์ของวิธี RkGE เมื่อ  $m = 5$



ภาพที่ 4.4.2.12 กราฟแสดงค่า RE2 กับ  $n$  ในแต่ละควอนไทล์ของวิธี CkGE เมื่อ  $m = 5$



จากภาพที่ 4.4.2.10 พบว่าสำหรับวิธี C1GE การประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่ง 0.99 มีค่า RE2 มากกว่าตำแหน่งอื่นๆ แสดงว่า วิธี C1GE มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่ง 0.99 ดีกว่าตำแหน่งอื่นๆ ที่ทำการศึกษา

จากภาพที่ 4.4.2.11 พบว่าสำหรับวิธี RkGE การประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่ง 0.90 มีค่า RE2 มากกว่าค่าควอนไทล์ตำแหน่งอื่น ( $q=0.95, 0.99$ ) แสดงว่า วิธี RkGE มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.90 ดีกว่าการประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่งอื่นๆ

จากภาพที่ 4.4.2.12 พบว่า ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่ง 0.99 มีค่า RE2 มากกว่าค่าควอนไทล์ตำแหน่งอื่น ( $q=0.90, 0.95$ ) แสดงว่า วิธี CkGE มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่ง 0.99

หมายเหตุ เมื่อ  $n$  มีขนาดเพิ่มขึ้นประสิทธิภาพในการประมาณค่าควอนไทล์ในทุกตำแหน่งและทุกวิธีมีแนวโน้มลดลง

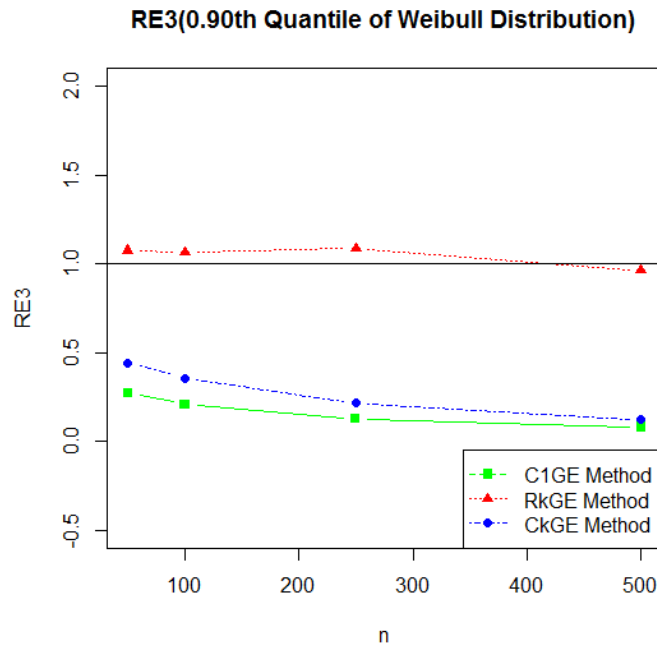


ตารางที่ 4.4.2.3 ค่า RE3 จากการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.90, 0.95 และ 0.99 ในทุก  $n$   
เมื่อ  $m = 5$

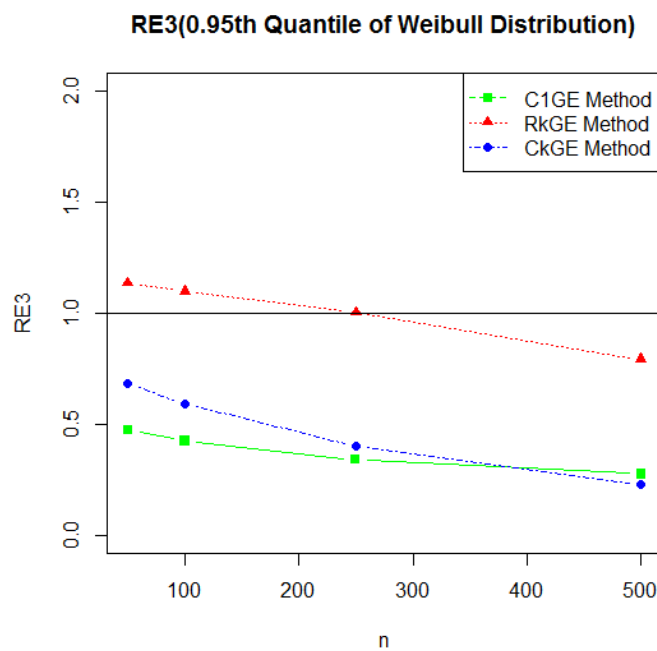
$n$	ควอนไทล์ที่	ค่า RE3 ของวิธี		
		C1GE	RkGE	CkGE
50	0.90	0.2696	1.0742	0.4415
	0.95	0.4737	1.1347	0.6823
	0.99	1.0284	1.2531	1.2720
100	0.90	0.2080	1.0622	0.3552
	0.95	0.4238	1.0984	0.5922
	0.99	0.8752	1.1739	1.2590
250	0.90	0.1271	1.0859	0.2155
	0.95	0.3387	1.0034	0.4003
	0.99	1.0573	0.9236	1.1780
500	0.90	0.0801	0.9627	0.1203
	0.95	0.2748	0.7919	0.2292
	0.99	0.6362	0.6445	0.7983

จากตารางที่ 4.4.2.3 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE3 กับ  $n$  ในการประมาณค่าควอนไทล์ด้วยวิธี GE ทั้ง 4 แบบ ได้ดังภาพที่ 4.4.2.13 – 4.4.2.15

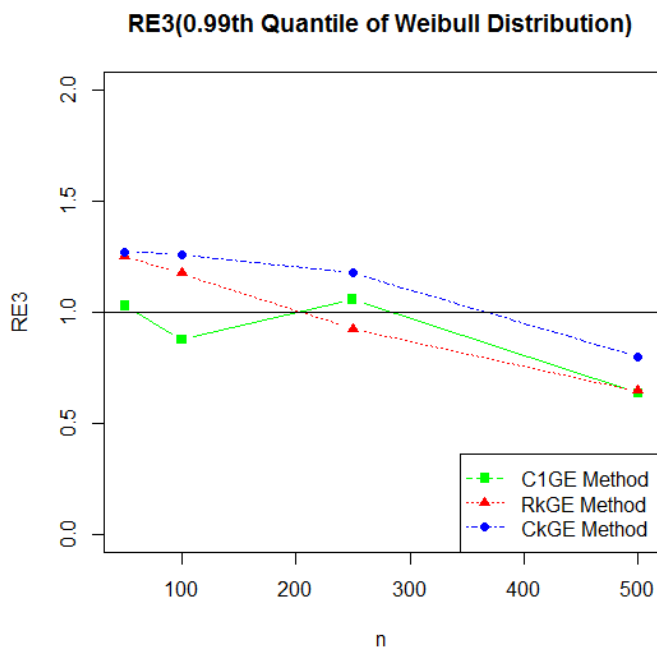
ภาพที่ 4.4.2.13 กราฟแสดงค่า RE3 กับ  $n$  ที่ระดับควอนไทล์ 0.90 ของวิธีต่างๆ เมื่อ  $m = 5$



ภาพที่ 4.4.2.14 กราฟแสดงค่า RE3 กับ  $n$  ที่ระดับควอนไทล์ 0.95 ของวิธีต่างๆ เมื่อ  $m = 5$



ภาพที่ 4.4.2.15 กราฟแสดงค่า RE3 กับ  $n$  ที่ระดับควอนไทล์ 0.99 ของวิธีต่างๆ เมื่อ  $m = 5$



ผลการศึกษาที่ได้เมื่อพิจารณาค่า RE3 คือ

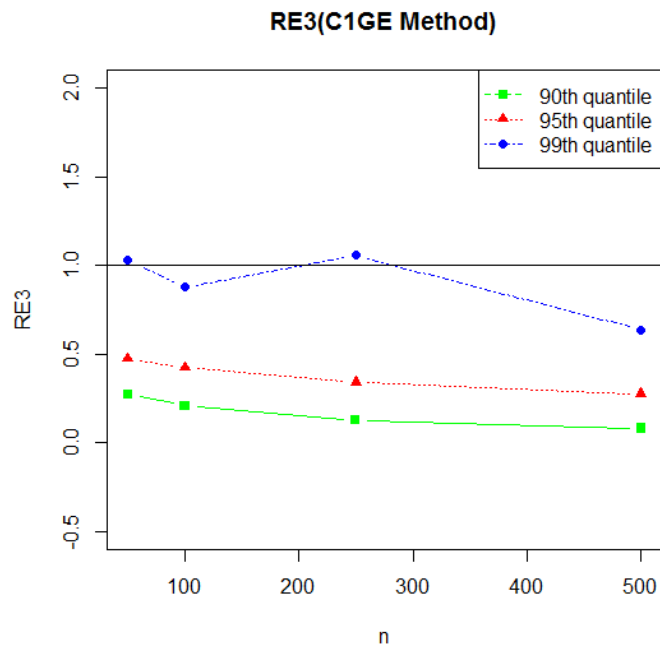
จากภาพที่ 4.4.2.13 พบว่า การประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.90 วิธี RkGE มีประสิทธิภาพในการประมาณพอๆ กับวิธี R1GE ในขณะที่วิธี C1GE มีประสิทธิภาพน้อยที่สุด และในทุกวิธีมีแนวโน้มที่ค่า RE3 จะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มมากขึ้น แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพที่ลดลงในการประมาณค่าควอนไทล์

จากภาพที่ 4.4.2.14 พบว่า การประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.95 วิธี RkGE มีประสิทธิภาพดีที่สุดและดีกว่าวิธี R1GE เมื่อ  $n$  มีขนาดเล็ก และในทุกวิธีมีแนวโน้มที่ค่า RE3 จะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพที่ลดลงในการประมาณค่าควอนไทล์

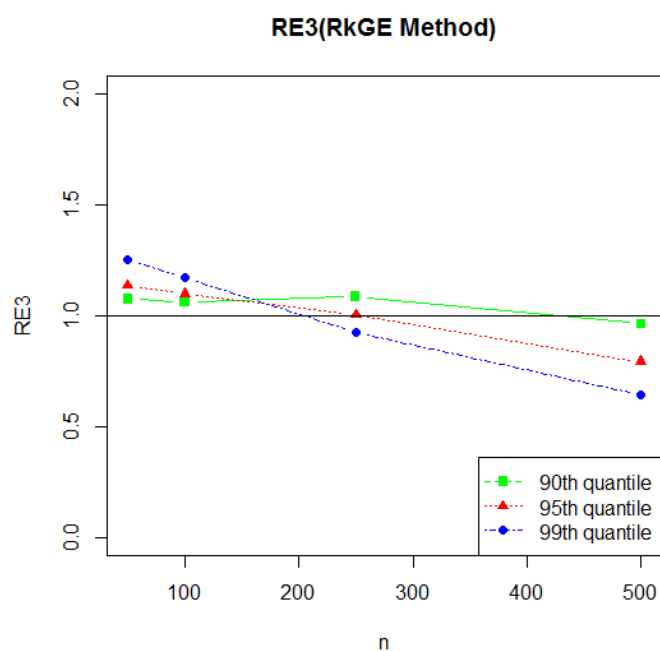
จากภาพที่ 4.4.2.15 พบว่า วิธี CkGE มีประสิทธิภาพดีที่สุดและดีกว่าวิธี R1GE และในทุกวิธีมีแนวโน้มที่ค่า RE3 จะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพที่ลดลงในการประมาณค่าควอนไทล์

นอกจากนี้ ตารางที่ 4.4.2.3 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE3 กับขนาดตัวอย่างที่การประมาณค่าควอนไทล์ตำแหน่งต่างๆ ในวิธี C1GE, RkGE และ CkGE ได้ดังนี้

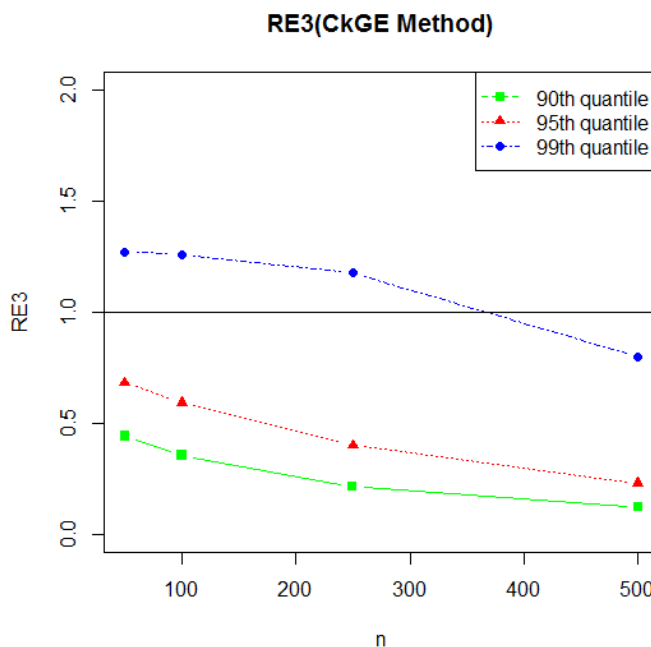
ภาพที่ 4.4.2.16 กราฟแสดงค่า RE3 กับ  $n$  ในแต่ละควอนไทล์ของวิธี C1GE เมื่อ  $m = 5$



ภาพที่ 4.4.2.17 กราฟแสดงค่า RE3 กับ  $n$  ในแต่ละควอนไทล์ของวิธี RkGE เมื่อ  $m = 5$



ภาพที่ 4.4.2.18 กราฟแสดงค่า RE3 กับ  $n$  ในแต่ละควอนไทล์ของวิธี CkGE เมื่อ  $m = 5$



จากภาพที่ 4.4.2.16 พบว่าสำหรับวิธี C1GE การประมาณค่าควอนไทล์ 0.99 มีค่า RE3 มากกว่าการประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่ง 0.90 และ 0.95 แสดงว่า วิธี C1GE มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่ง 0.99 มากกว่าตำแหน่ง 0.90 และ 0.95

จากภาพที่ 4.4.2.17 พบว่าสำหรับวิธี RkGE เมื่อ  $n$  มีขนาดเล็ก การประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.99 มีค่า RE3 มากกว่าค่าควอนไทล์ตำแหน่งอื่น แต่เมื่อ  $n$  มีขนาดเพิ่มขึ้น การประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.90 จะมีค่า RE3 มากกว่าค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่งอื่นๆ แสดงว่า วิธี RkGE มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่ง 0.99 มากกว่า ตำแหน่ง 0.90 และ 0.95 เมื่อ  $n$  มีขนาดเล็ก

จากภาพที่ 4.4.2.18 พบว่า ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.99 มีค่า RE3 มากกว่าค่าควอนไทล์ตำแหน่งอื่น แสดงว่า วิธี CkGE มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่ง 0.99 มากกว่าการประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่งอื่น

หมายเหตุ เมื่อ  $n$  มีขนาดเพิ่มขึ้นประสิทธิภาพในการประมาณค่าควอนไทล์ในทุกตำแหน่งและทุกวิธี มีแนวโน้มลดลง

## บทที่ 5

### สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

จากผลการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างวิธี R1GE กับวิธี C1GE, RkGE และ CKGE ในการประมาณค่าควอนไทล์ของการแจกแจงแบบไวบูลล์ ด้วยข้อมูลที่ถูกตัดทิ้งแบบช่วง ซึ่งข้อมูลที่นำมาใช้ในงานวิจัยนี้ได้มาจากการจำลอง (Simulation) ด้วยโปรแกรม R ทำให้สามารถสรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะได้ดังนี้

#### 5.1 สรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัยในครั้งนี้ สามารถแบ่งการสรุปผลการวิจัยออกเป็น 2 ส่วน ได้แก่ ส่วนที่ 1 อธิบายเกี่ยวกับประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ และ ส่วนที่ 2 อธิบายเกี่ยวกับประสิทธิภาพในการประมาณค่าควอนไทล์ โดยในกรณีที่จำนวนจุดเวลาในการสังเกตจริง 5 จุด ( $m=5$ ) จะให้ผลลัพธ์ไปในทิศทางเดียวกันกับในกรณีที่กำหนดจุดเวลาในการสังเกตจริง 10 จุด ( $m=10$ ) แต่กรณีที่  $m=10$  จะมีประสิทธิภาพในการประมาณได้ดีกว่ากรณีที่  $m=5$

**ส่วนที่ 1** เป็นส่วนที่สรุปว่าวิธีการกำหนดจุดค่าสังเกตทั้ง 4 วิธีนั้น วิธีใดมีประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ได้ดีที่สุด โดยพิจารณาจากค่า Var, Bias และ MSE สามารถสรุปได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่า Location-parameter เมื่อ  $n$  มีขนาดใหญ่ ค่า Var,  $|Bias|$  และ MSE ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ จะมีค่าลดลงในทุกวิธี แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพในการประมาณค่า Location-parameter ที่เพิ่มขึ้นเมื่อ  $n$  มีขนาดใหญ่ขึ้น นอกจากนี้ เมื่อพิจารณาประสิทธิภาพในการประมาณค่าของแต่ละวิธี พบว่า เมื่อพิจารณาจากค่า Var ทุกวิธีมีค่าใกล้เคียงกัน แต่เมื่อพิจารณาจากค่า  $|Bias|$  พบว่า RkGE มีขนาดเล็กที่สุด ส่งผลให้เมื่อพิจารณาค่า MSE วิธี RkGE มีค่า MSE ต่ำสุด แสดงให้เห็นว่า วิธี RkGE จะมีประสิทธิภาพมากที่สุดใน 4 วิธี นอกจากนี้เมื่อพิจารณาการประมาณค่า Scale-parameter พบว่าให้ผลลัพธ์ไปในทิศทางเดียวกันกับ การประมาณค่า Location-parameter นั่นคือ เมื่อพิจารณาค่า Var,  $|Bias|$  และ MSE โดยรวมแล้วพบว่า วิธี RkGE มีขนาดเล็กที่สุด แต่มีข้อสังเกตที่ควรระวัง คือ เมื่อ  $n$  มีขนาดใหญ่ขึ้น ค่า  $|Bias|$  และ MSE ในการประมาณค่า Scale-parameter ของวิธี RkGE จะมีค่าเพิ่มขึ้น

**ส่วนที่ 2** เป็นส่วนที่สรุปว่าวิธีการกำหนดจุดค่าสังเกตทั้ง 4 วิธีนั้น วิธีใดมีประสิทธิภาพในการประมาณค่าควอนไทล์ได้ดีที่สุด โดยพิจารณาจากค่า Var, Bias และ MSE ของทั้ง 4 นอกจากนี้ยังพิจารณาค่า RE :ซึ่งเป็นประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของวิธี R1GE เทียบกับวิธีอื่นๆ สามารถสรุปได้ดังนี้

1. เมื่อพิจารณาค่า Var และ MSE พบว่า เมื่อ  $n$  มีขนาดใหญ่ขึ้น ค่า Var และ MSE ของทุกวิธีและในทุกตำแหน่งควอนไทล์ที่ทำการศึกษามีค่าลดลง แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพที่เพิ่มขึ้นเมื่อ  $n$  มีขนาดใหญ่ขึ้น

2. เมื่อพิจารณาค่า Var พบว่า ทุกวิธีมีค่า Var ใกล้เคียงกัน และเมื่อพิจารณาค่า  $|Bias|$  พบว่า วิธี RkGE และ CkGE มีขนาดเล็กกว่าวิธี R1GE และ C1GE ทำให้เมื่อพิจารณาค่า MSE วิธี RkGE และ วิธี CkGE มีค่าน้อยกว่าวิธีอื่น แสดงให้เห็นว่า การกระจายจุดค่าสังเกต (k-point) มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าควอนไทล์ดีกว่าการใช้จุดค่าสังเกตเพียง 1 จุด (1-point)

3. เมื่อพิจารณาค่า RE1 ซึ่งเป็นการเปรียบเทียบค่า Var ของวิธี R1GE เทียบกับวิธีอื่นๆทั้ง 3 วิธี พบว่า ในทุกวิธีในค่าใกล้เคียงกัน ในทุกควอนไทล์และทุกขนาดตัวอย่าง และเมื่อพิจารณาค่า RE2 ซึ่งเป็นการเปรียบเทียบค่า  $|Bias|$  ของวิธี R1GE เทียบกับวิธีอื่นๆ ทั้ง 3 วิธี พบว่า วิธี RkGE และวิธี CkGE จะมีค่า RE2 มากที่สุด ทำให้เมื่อพิจารณาค่า RE3 ซึ่งเป็นค่า MSE ของวิธี R1GE เทียบกับวิธีอื่นๆ พบว่า วิธี RkGE และ CkGE จะมีค่า RE3 มากสุด ซึ่งให้ผลสอดคล้องกับข้อ 2. ที่กล่าวมาแล้วข้างต้น นั่นคือ การกระจายจุดค่าสังเกต (k-point) มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าควอนไทล์ดีกว่าการใช้จุดค่าสังเกตเพียง 1 จุด (1-point) โดยพิจารณาได้จากตารางที่ 5.1.1 ดังนี้

ตารางที่ 5.1.1 ตารางเปรียบเทียบประสิทธิภาพของทั้ง 4 วิธี โดยพิจารณาจากค่า RE

	m=10			m=5		
	RE1	RE2	RE3	RE1	RE2	RE3
q=0.90	R1GE	CkGE	CkGE	R1GE	RkGE	RkGE
q=0.95	R1GE	CkGE	CkGE	R1GE	RkGE	RkGE
q=0.99	RkGE	CkGE	CkGE	RkGE	CkGE	CkGE

จากผลสรุปในส่วนที่ 1 ซึ่งกล่าวถึงประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์และส่วนที่ 2 ซึ่งกล่าวถึงประสิทธิภาพในการประมาณค่าควอนไทล์ สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ จะให้ผลลัพธ์ไปในทิศทางเดียวกัน เนื่องจาก การประมาณค่าควอนไทล์นั้น มีการใช้ค่าพารามิเตอร์ ที่ได้จากการประมาณค่าพารามิเตอร์ในส่วนที่ 1

## 5.2 ข้อเสนอแนะ

### 5.2.1 ด้านการนำไปศึกษาต่อ

งานวิจัยนี้ศึกษาเฉพาะกรณีที่ระยะห่างของแต่ละช่วงเท่ากัน และกำหนดเปอร์เซ็นต์การตัดทิ้งข้อมูลที่หางด้านขวา 5% เพียงกรณีเดียว สำหรับผู้ที่สนใจ อาจเลือกศึกษาเพิ่มในกรณีต่อไปนี้

5.2.1.1 ข้อมูลที่มีการกำหนดระยะห่างของแต่ละช่วงที่ทำการศึกษาไม่เท่ากัน

5.2.1.2 ข้อมูลที่มีการกำหนดเปอร์เซ็นต์การตัดทิ้งของข้อมูลที่หางด้านขวาน้อยกว่า 5% หรือ มากกว่า 5%

### 5.2.2 ด้านการนำไปใช้

5.2.2.1 เนื่องจากผลในการวิจัยครั้งนี้ พบว่า การกำหนดจุดเวลาในการสังเกตจริง 10 จุด จะมีประสิทธิภาพในการประมาณค่าควอนไทล์มากกว่าการกำหนดจุดเวลาในการสังเกตจริง 5 จุด ดังนั้น ในด้านการนำไปใช้ ถ้าต้องการให้ประสิทธิภาพในการประมาณสูง ก็ควรเพิ่มจุดเวลาในการสังเกตจริง แต่การเพิ่มจุดเวลาในการสังเกตก็มีข้อจำกัดในด้านค่าใช้จ่าย

5.2.2.2 เนื่องจากการวิจัยครั้งนี้ ได้มีการกำหนดระยะห่างของจุดเวลาในการสังเกตจริงเท่ากัน เพื่อให้ง่ายสำหรับการคำนวณ แต่ในความเป็นจริงแล้วการกำหนดระยะห่างของจุดเวลาที่ใช้ในการสังเกตจริงเท่ากันนั้นเป็นไปได้ยาก เนื่องจากอาจมีปัจจัยด้านค่าใช้จ่าย หรือเป้าหมายในการสังเกตต่างออกไป ซึ่งเหตุผลทั้งหมดนี้จำเป็นต้องให้ผู้เชี่ยวชาญในการวิเคราะห์ระยะห่างของจุดเวลาในการสังเกตแล้วแต่กรณีไป

5.2.2.3 ไม่แนะนำให้ทำการประมาณค่าควอนไทล์ที่หาง เนื่องจากการประมาณค่าควอนไทล์ที่หางจะมีค่าความคลาดเคลื่อนสูง แต่ถ้าจำเป็นต้องทำการประมาณค่าควอนไทล์ที่หาง ควรเลือกใช้วิธีกำหนดจุดค่าสังเกต  $k$  จุด (RkGE, CkGE) มากกว่าวิธีกำหนดจุดค่าสังเกต 1 จุด (R1GE, C1GE)



5.2.2.4 การประมาณค่าควอนไทล์นิยมนำมาประยุกต์ใช้จริงมากกว่าการประมาณค่าพารามิเตอร์ ถึงแม้ว่าในบางวิธีจะมีประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ได้ดี แต่เมื่อนำมาประมาณค่าควอนไทล์ ประสิทธิภาพในการประมาณอาจให้ผลต่างกันได้



## รายการอ้างอิง

### ภาษาไทย

กานต์ธิดา ต้นประเสริฐ (2557). การประมาณค่าควอนไทล์โดยตัวประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาจากการแจกแจงแบบล็อก-โลเคชัน-สเกล. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. สาขาวิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ศศิประภา โมรากุล (2553). การศึกษาเปรียบเทียบการประมาณพารามิเตอร์จากข้อมูลที่ถูกเซ็นเซอร์แบบช่วง. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. สาขาวิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

### ภาษาอังกฤษ

Klein, J. P. and M. L. Moeschberger (1997). Survival Analysis Techniques for Censored and Truncated Data. New York, Springer.

Meeker, W. Q. and L. A. Escobar (1998). Statistical Method for Reliability Data. New York, John Wiley.

Somboonsavatdee, A. and V. Nair (2007). "Graphical Estimation from Probability Plots with Right Censored Data." Technometrics.



ภาคผนวก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY

## โปรแกรม R ที่ใช้จำลองข้อมูล

เนื่องจากเพื่อลดค่าความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้นจากการจำลองข้อมูล การศึกษาครั้งนี้จะพิจารณาเฉพาะกรณีที่ข้อมูลเกิด Right-Censored จำนวน 5% ของข้อมูลทั้งหมดในการจำลองข้อมูล 1 ครั้ง จนกระทั่งได้จำนวนรอบที่ใช้ในการวิเคราะห์จริงทั้งหมด 5,000 รอบ สามารถอธิบายได้ด้วยตาราง 6.1 ดังนี้

ตารางที่ 6.1 ร้อยละการตัดข้อมูลในการจำลอง

n	จำนวนรอบในการจำลองข้อมูลทั้งหมด	จำนวนรอบในการตัดทิ้ง	ร้อยละการตัดทิ้งของข้อมูล
50	10,887	5,887	54.07
100	8,257	3,257	39.45
250	9,586	4,586	47.84
500	8,850	3,850	43.50

เมื่อได้เวกเตอร์  $T \sim WEIB(\eta = 1, \beta = 1)$  จำนวน 5,000 รอบ จากนั้นจึงดำเนินการวิจัยตามที่ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 3 โดยสามารถเขียนโปรแกรมได้ดังนี้

### 1. สร้างเวกเตอร์ $T \sim WEIB(\eta = 1, \beta = 1)$ จำนวน 5,000 รอบ

```
genx<-function(nsim,n){
  set.seed(578154)
  xmat<-matrix(rep(NA,nsim*n),nrow=nsim)
  percentvec<-c()
  count<-1
  freqmatlist<-c()
  while(count<nsim+1){
    xvec<-sort(rweibull(n,1,1))
    T<-seq(0,3,by=0.3)
    m<-length(T)-1
    data<-cut(xvec,T)
    freq<-table(data)
```

```

freqmat<-as.matrix(freq)
ntail<-n-sum(freqmat)
percent<-(ntail/n)*100
if(percent!=0&percent<=5){
xmat[count,]<-xvec
count<-count+1
freqmatlist<-c(freqmatlist,list(freqmat))
}else{
percentvec<-c(percentvec,percent)
count<-count
}
}
}
percenttrim<-(length(percentvec))/(length(percentvec)+nsim)*100
return(list(xmat=xmat,percentvec=percentvec,freqmatlist=freqmatlist,percenttrim=percenttrim))
}

```

## 2. สร้างฟังก์ชันการประมาณค่าควอนไทล์โดยวิธี GE ทั้ง 4 วิธีที่มีการกำหนดจุดค่าสังเกตต่างกัน

```

mysim<-function(n,datafreq){
logq90_1vec<-c()
logq90_2vec<-c()
logq90_3vec<-c()
logq90_4vec<-c()
logq95_1vec<-c()
logq95_2vec<-c()
logq95_3vec<-c()
logq95_4vec<-c()
logq99_1vec<-c()

```

```

logq99_2vec<-c()
logq99_3vec<-c()
logq99_4vec<-c()
locationmu1sev<-c()
locationmu2sev<-c()
locationmu3sev<-c()
locationmu4sev<-c()
locationsigma1sev<-c()
locationsigma2sev<-c()
locationsigma3sev<-c()
locationsigma4sev<-c()
locationmu1weib<-c()
locationsigma1weib<-c()
locationmu2weib<-c()
locationsigma2weib<-c()
locationmu3weib<-c()
locationsigma3weib<-c()
locationmu4weib<-c()
locationsigma4weib<-c()
nsim<-length(datafreq)
for(k in 1:nsim){
  qsev<-function(p,location,sscale){
    log(qweibull(p,shape=(1/sscale),scale=(exp(location))))}
  freqmat<-datafreq[[k]]
  T<-seq(0,3,by=0.3)
  m<-length(T)-1
  i<-1:m

```

## 2.1 วิธี R1GE

```
data1temp<-c()
```

```

for (i in 1:m){
  if(freqmat[i,1]==0){
    data1temp<-data1temp
  }
else{
  right<-rep(T[i+1],freqmat[i,1])
  data1temp<-c(data1temp,right)
  }
}
data1temp
data1<-log(data1temp)

```

## 2.2 วิธี C1GE

```

data2temp<-c()
for (i in 1:m){
  if(freqmat[i,1]==0){
    data2temp<-data2temp
  }else{
    mid<-rep(T[i]+((T[i+1]-T[i])/2),freqmat[i,1])
    data2temp<-c(data2temp,mid)
  }
}
data2temp
data2<-log(data2temp)

```

## 2.3 วิธี RkGE

```

data3temp<-c()
for (i in 1:m){
  if(freqmat[i,1]==0){
    data3temp<-data3temp
  }
}

```

```

}elseif
tempc<-seq(T[i],T[i+1],by=(T[i+1]-T[i])/freqmat[i,1])
c<-tempc[2:(freqmat[i,1]+1)]
data3temp<-c(data3temp,c)
}
}
data3temp
data3<-log(data3temp)

```

#### 2.4 วิธี CkGE

```

data4temp<-c()
for(i in 1:m){
  if(freqmat[i,1]==0){
    data4temp<-data4temp
  }elseif
  midvectemp<-seq(T[i],T[i+1],by=(0.3/freqmat[i,1]))+((0.3/freqmat[i,1])/2)
  midvec<-midvectemp[1:freqmat[i,1]]
  data4temp<-c(data4temp,midvec)
}
}
data4temp
data4<-log(data4temp)

```

```

##ADD Inf##
tail<-rep(10000,n-sum(freqmat))
tempdata1<-c(data1,tail)
tempdata2<-c(data2,tail)
tempdata3<-c(data3,tail)
tempdata4<-c(data4,tail)

```



```

##qq-plot##
cdf1<-ecdf(tempdata1)
cdf2<-ecdf(tempdata2)
cdf3<-ecdf(tempdata3)
cdf4<-ecdf(tempdata4)
tempp1<-cdf1(tempdata1)
tempp2<-cdf2(tempdata2)
tempp3<-cdf3(tempdata3)
tempp4<-cdf4(tempdata4)

if(n==sum(freqmat)){
rep.p1<-tempp1[tempp1!=1]
rep.p2<-tempp2[tempp2!=1]
rep.p3<-tempp3[tempp3!=1]
rep.p4<-tempp4[tempp4!=1]
}else{
rep.p1<-tempp1[1:length(data1)]
rep.p2<-tempp2[1:length(data2)]
rep.p3<-tempp3[1:length(data3)]
rep.p4<-tempp4[1:length(data4)]
}

table.cdf1<-cbind(data1[1:length(rep.p1)],rep.p1)
table.cdf2<-cbind(data2[1:length(rep.p2)],rep.p2)
table.cdf3<-cbind(data3[1:length(rep.p3)],rep.p3)
table.cdf4<-cbind(data4[1:length(rep.p4)],rep.p4)
R1<-unique(table.cdf1)
C1<-unique(table.cdf2)
Rk<-unique(table.cdf3)
Ck<-unique(table.cdf4)

```

```

qsev1<-qsev(R1[,2],0,1)
qsev2<-qsev(C1[,2],0,1)
qsev3<-qsev(Rk[,2],0,1)
qsev4<-qsev(Ck[,2],0,1)

ols1<-coef(lm(R1[,1]~qsev1))
ols2<-coef(lm(C1[,1]~qsev2))
ols3<-coef(lm(Rk[,1]~qsev3))
ols4<-coef(lm(Ck[,1]~qsev4))

##quantile variable##
logq90_1vec[k]<-qweibull(0.90,shape=(1/ols1[2]),scale=(exp(ols1[1])))
logq95_1vec[k]<-qweibull(0.95,shape=(1/ols1[2]),scale=(exp(ols1[1])))
logq99_1vec[k]<-qweibull(0.99,shape=(1/ols1[2]),scale=(exp(ols1[1])))
logq90_2vec[k]<-qweibull(0.90,shape=(1/ols2[2]),scale=(exp(ols2[1])))
logq95_2vec[k]<-qweibull(0.95,shape=(1/ols2[2]),scale=(exp(ols2[1])))
logq99_2vec[k]<-qweibull(0.99,shape=(1/ols2[2]),scale=(exp(ols2[1])))
logq90_3vec[k]<-qweibull(0.90,shape=(1/ols3[2]),scale=(exp(ols3[1])))
logq95_3vec[k]<-qweibull(0.95,shape=(1/ols3[2]),scale=(exp(ols3[1])))
logq99_3vec[k]<-qweibull(0.99,shape=(1/ols3[2]),scale=(exp(ols3[1])))
logq90_4vec[k]<-qweibull(0.90,shape=(1/ols4[2]),scale=(exp(ols4[1])))
logq95_4vec[k]<-qweibull(0.95,shape=(1/ols4[2]),scale=(exp(ols4[1])))
logq99_4vec[k]<-qweibull(0.99,shape=(1/ols4[2]),scale=(exp(ols4[1])))
##location variable##
locationmu1sev[k]<-ols1[1]
locationsigma1sev[k]<-ols1[2]
locationmu2sev[k]<-ols2[1]
locationsigma2sev[k]<-ols2[2]
locationmu3sev[k]<-ols3[1]
locationsigma3sev[k]<-ols3[2]
locationmu4sev[k]<-ols4[1]

```

```

locationsigma4sev[k]<-ols4[2]

locationmu1weib[k]<-exp(ols1[1])
locationsigma1weib[k]<-exp(ols1[2])
locationmu2weib[k]<-exp(ols2[1])
locationsigma2weib[k]<-exp(ols2[2])
locationmu3weib[k]<-exp(ols3[1])
locationsigma3weib[k]<-exp(ols3[2])
locationmu4weib[k]<-exp(ols4[1])
locationsigma4weib[k]<-exp(ols4[2])
}

return(list(
logq90_1vec=logq90_1vec,
logq95_1vec=logq95_1vec,
logq99_1vec=logq99_1vec,
logq90_2vec=logq90_2vec,
logq95_2vec=logq95_2vec,
logq99_2vec=logq99_2vec,
logq90_3vec=logq90_3vec,
logq95_3vec=logq95_3vec,
logq99_3vec=logq99_3vec,
logq90_4vec=logq90_4vec,
logq95_4vec=logq95_4vec,
logq99_4vec=logq99_4vec,
locationmu1sev=locationmu1sev,
locationsigma1sev=locationsigma1sev,
locationmu2sev=locationmu2sev,
locationsigma2sev=locationsigma2sev,
locationmu3sev=locationmu3sev,
locationsigma3sev=locationsigma3sev,

```

locationmu4sev=locationmu4sev,  
locationsigma4sev=locationsigma4sev,  
locationmu1weib=locationmu1weib,  
locationsigma1weib=locationsigma1weib,  
locationmu2weib=locationmu2weib,  
locationsigma2weib=locationsigma2weib,  
locationmu3weib=locationmu3weib,  
locationsigma3weib=locationsigma3weib,  
locationmu4weib=locationmu4weib,  
locationsigma4weib=locationsigma4weib,  
meanlogq90\_1=mean(logq90\_1vec),  
meanlogq90\_2=mean(logq90\_2vec),  
meanlogq90\_3=mean(logq90\_3vec),  
meanlogq90\_4=mean(logq90\_4vec),  
meanlogq95\_1=mean(logq95\_1vec),  
meanlogq95\_2=mean(logq95\_2vec),  
meanlogq95\_3=mean(logq95\_3vec),  
meanlogq95\_4=mean(logq95\_4vec),  
meanlogq99\_1=mean(logq99\_1vec),  
meanlogq99\_2=mean(logq99\_2vec),  
meanlogq99\_3=mean(logq99\_3vec),  
meanlogq99\_4=mean(logq99\_4vec),  
meanlocationmu1sev=mean(locationmu1sev),  
meanlocationmu2sev=mean(locationmu2sev),  
meanlocationmu3sev=mean(locationmu3sev),  
meanlocationmu4sev=mean(locationmu4sev),  
meanlocationsigma1sev=mean(locationsigma1sev),  
meanlocationsigma2sev=mean(locationsigma2sev),  
meanlocationsigma3sev=mean(locationsigma3sev),  
meanlocationsigma4sev=mean(locationsigma4sev),  
meanlocationmu1weib=mean(locationmu1weib),

$\text{meanlocationmu2weib} = \text{mean}(\text{locationmu2weib}),$   
 $\text{meanlocationmu3weib} = \text{mean}(\text{locationmu3weib}),$   
 $\text{meanlocationmu4weib} = \text{mean}(\text{locationmu4weib}),$   
 $\text{meanlocationsigma1weib} = \text{mean}(\text{locationsigma1weib}),$   
 $\text{meanlocationsigma2weib} = \text{mean}(\text{locationsigma2weib}),$   
 $\text{meanlocationsigma3weib} = \text{mean}(\text{locationsigma3weib}),$   
 $\text{meanlocationsigma4weib} = \text{mean}(\text{locationsigma4weib}),$   
 $\text{biaslogq90}_1 = \text{mean}(\text{logq90}_1\text{vec}) - \text{qweibull}(0.90, \text{shape}=1, \text{scale}=1),$   
 $\text{biaslogq90}_2 = \text{mean}(\text{logq90}_2\text{vec}) - \text{qweibull}(0.90, \text{shape}=1, \text{scale}=1),$   
 $\text{biaslogq90}_3 = \text{mean}(\text{logq90}_3\text{vec}) - \text{qweibull}(0.90, \text{shape}=1, \text{scale}=1),$   
 $\text{biaslogq90}_4 = \text{mean}(\text{logq90}_4\text{vec}) - \text{qweibull}(0.90, \text{shape}=1, \text{scale}=1),$   
 $\text{biaslogq95}_1 = \text{mean}(\text{logq95}_1\text{vec}) - \text{qweibull}(0.95, \text{shape}=1, \text{scale}=1),$   
 $\text{biaslogq95}_2 = \text{mean}(\text{logq95}_2\text{vec}) - \text{qweibull}(0.95, \text{shape}=1, \text{scale}=1),$   
 $\text{biaslogq95}_3 = \text{mean}(\text{logq95}_3\text{vec}) - \text{qweibull}(0.95, \text{shape}=1, \text{scale}=1),$   
 $\text{biaslogq95}_4 = \text{mean}(\text{logq95}_4\text{vec}) - \text{qweibull}(0.95, \text{shape}=1, \text{scale}=1),$   
 $\text{biaslogq99}_1 = \text{mean}(\text{logq99}_1\text{vec}) - \text{qweibull}(0.99, \text{shape}=1, \text{scale}=1),$   
 $\text{biaslogq99}_2 = \text{mean}(\text{logq99}_2\text{vec}) - \text{qweibull}(0.99, \text{shape}=1, \text{scale}=1),$   
 $\text{biaslogq99}_3 = \text{mean}(\text{logq99}_3\text{vec}) - \text{qweibull}(0.99, \text{shape}=1, \text{scale}=1),$   
 $\text{biaslogq99}_4 = \text{mean}(\text{logq99}_4\text{vec}) - \text{qweibull}(0.99, \text{shape}=1, \text{scale}=1),$   
 $\text{biaslocationmu1sev} = \text{mean}(\text{locationmu1sev}) - 0,$   
 $\text{biaslocationmu2sev} = \text{mean}(\text{locationmu2sev}) - 0,$   
 $\text{biaslocationmu3sev} = \text{mean}(\text{locationmu3sev}) - 0,$   
 $\text{biaslocationmu4sev} = \text{mean}(\text{locationmu4sev}) - 0,$   
 $\text{biaslocationsigma1sev} = \text{mean}(\text{locationsigma1sev}) - 1,$   
 $\text{biaslocationsigma2sev} = \text{mean}(\text{locationsigma2sev}) - 1,$   
 $\text{biaslocationsigma3sev} = \text{mean}(\text{locationsigma3sev}) - 1,$   
 $\text{biaslocationsigma4sev} = \text{mean}(\text{locationsigma4sev}) - 1,$   
 $\text{biaslocationmu1weib} = \text{mean}(\text{locationmu1weib}) - 1,$   
 $\text{biaslocationmu2weib} = \text{mean}(\text{locationmu2weib}) - 1,$   
 $\text{biaslocationmu3weib} = \text{mean}(\text{locationmu3weib}) - 1,$   
 $\text{biaslocationmu4weib} = \text{mean}(\text{locationmu4weib}) - 1,$

biaslocationsigma1weib = mean(locationsigma1weib)-1,  
 biaslocationsigma2weib = mean(locationsigma2weib)-1,  
 biaslocationsigma3weib = mean(locationsigma3weib)-1,  
 biaslocationsigma4weib = mean(locationsigma4weib)-1,  
 varlogq90\_1 = var(logq90\_1vec),  
 varlogq90\_2 = var(logq90\_2vec),  
 varlogq90\_3 = var(logq90\_3vec),  
 varlogq90\_4 = var(logq90\_4vec),  
 varlogq95\_1 = var(logq95\_1vec),  
 varlogq95\_2 = var(logq95\_2vec),  
 varlogq95\_3 = var(logq95\_3vec),  
 varlogq95\_4 = var(logq95\_4vec),  
 varlogq99\_1 = var(logq99\_1vec),  
 varlogq99\_2 = var(logq99\_2vec),  
 varlogq99\_3 = var(logq99\_3vec),  
 varlogq99\_4 = var(logq99\_4vec),  
 varlocationmu1sev = var(locationmu1sev),  
 varlocationmu2sev = var(locationmu2sev),  
 varlocationmu3sev = var(locationmu3sev),  
 varlocationmu4sev = var(locationmu4sev),  
 varlocationsigma1sev = var(locationsigma1sev),  
 varlocationsigma2sev = var(locationsigma2sev),  
 varlocationsigma3sev = var(locationsigma3sev),  
 varlocationsigma4sev = var(locationsigma4sev),  
 varlocationmu1weib = var(locationmu1weib),  
 varlocationmu2weib = var(locationmu2weib),  
 varlocationmu3weib = var(locationmu3weib),  
 varlocationmu4weib = var(locationmu4weib),  
 varlocationsigma1weib = var(locationsigma1weib),  
 varlocationsigma2weib = var(locationsigma2weib),  
 varlocationsigma3weib = var(locationsigma3weib),

```

varlocationsigma4weib = var(locationsigma4weib),
mselogq90_1 = mean((logq90_1vec-qweibull(0.90,shape=1,scale=1))^2),
mselogq90_2 = mean((logq90_2vec-qweibull(0.90,shape=1,scale=1))^2),
mselogq90_3 = mean((logq90_3vec-qweibull(0.90,shape=1,scale=1))^2),
mselogq90_4 = mean((logq90_4vec-qweibull(0.90,shape=1,scale=1))^2),
mselogq95_1 = mean((logq95_1vec-qweibull(0.95,shape=1,scale=1))^2),
mselogq95_2 = mean((logq95_2vec-qweibull(0.95,shape=1,scale=1))^2),
mselogq95_3 = mean((logq95_3vec-qweibull(0.95,shape=1,scale=1))^2),
mselogq95_4 = mean((logq95_4vec-qweibull(0.95,shape=1,scale=1))^2),
mselogq99_1 = mean((logq99_1vec-qweibull(0.99,shape=1,scale=1))^2),
mselogq99_2 = mean((logq99_2vec-qweibull(0.99,shape=1,scale=1))^2),
mselogq99_3 = mean((logq99_3vec-qweibull(0.99,shape=1,scale=1))^2),
mselogq99_4 = mean((logq99_4vec-qweibull(0.99,shape=1,scale=1))^2),
mselocationmu1sev = mean((locationmu1sev-0)^2),
mselocationmu2sev = mean((locationmu2sev-0)^2),
mselocationmu3sev = mean((locationmu3sev-0)^2),
mselocationmu4sev = mean((locationmu4sev-0)^2),
mselocationsigma1sev = mean((locationsigma1sev-1)^2),
mselocationsigma2sev = mean((locationsigma2sev-1)^2),
mselocationsigma3sev = mean((locationsigma3sev-1)^2),
mselocationsigma4sev = mean((locationsigma4sev-1)^2),
mselocationmu1weib = mean((locationmu1weib-1)^2),
mselocationmu2weib = mean((locationmu2weib-1)^2),
mselocationmu3weib = mean((locationmu3weib-1)^2),
mselocationmu4weib = mean((locationmu4weib-1)^2),
mselocationsigma1weib = mean((locationsigma1weib-1)^2),
mselocationsigma2weib = mean((locationsigma2weib-1)^2),
mselocationsigma3weib = mean((locationsigma3weib-1)^2),
mselocationsigma4weib = mean((locationsigma4weib-1)^2)
))
}

```

```
#####
```

```
N<-c(50,100,250,500)
```

```
col.n<-c()
```

```
col.meanlogq90_1<-c()
```

```
col.meanlogq90_2<-c()
```

```
col.meanlogq90_3<-c()
```

```
col.meanlogq90_4<-c()
```

```
col.meanlogq95_1<-c()
```

```
col.meanlogq95_2<-c()
```

```
col.meanlogq95_3<-c()
```

```
col.meanlogq95_4<-c()
```

```
col.meanlogq99_1<-c()
```

```
col.meanlogq99_2<-c()
```

```
col.meanlogq99_3<-c()
```

```
col.meanlogq99_4<-c()
```

```
col.meanlocationmu1sev<-c()
```

```
col.meanlocationsigma1sev<-c()
```

```
col.meanlocationmu2sev<-c()
```

```
col.meanlocationsigma2sev<-c()
```

```
col.meanlocationmu3sev<-c()
```

```
col.meanlocationsigma3sev<-c()
```

```
col.meanlocationmu4sev<-c()
```

```
col.meanlocationsigma4sev<-c()
```

```
col.meanlocationmu1weib<-c()
```

```
col.meanlocationsigma1weib<-c()
```

```
col.meanlocationmu2weib<-c()
```

```
col.meanlocationsigma2weib<-c()
```

```
col.meanlocationmu3weib<-c()
```

```
col.meanlocationsigma3weib<-c()
```

```
col.meanlocationmu4weib<-c()
```

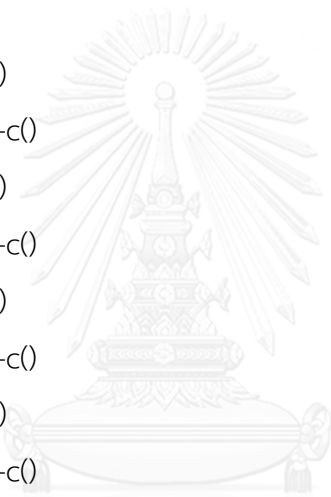


สกลนครณ์มหาวิทยาลัย  
SAKON NAKHON UNIVERSITY



col.meanlocationsigma4weib<-c()  
col.biaslogq90\_1<-c()  
col.biaslogq90\_2<-c()  
col.biaslogq90\_3<-c()  
col.biaslogq90\_4<-c()  
col.biaslogq95\_1<-c()  
col.biaslogq95\_2<-c()  
col.biaslogq95\_3<-c()  
col.biaslogq95\_4<-c()  
col.biaslogq99\_1<-c()  
col.biaslogq99\_2<-c()  
col.biaslogq99\_3<-c()  
col.biaslogq99\_4<-c()  
col.biaslocationmu1sev<-c()  
col.biaslocationsigma1sev<-c()  
col.biaslocationmu2sev<-c()  
col.biaslocationsigma2sev<-c()  
col.biaslocationmu3sev<-c()  
col.biaslocationsigma3sev<-c()  
col.biaslocationmu4sev<-c()  
col.biaslocationsigma4sev<-c()  
col.biaslocationmu1weib<-c()  
col.biaslocationsigma1weib<-c()  
col.biaslocationmu2weib<-c()  
col.biaslocationsigma2weib<-c()  
col.biaslocationmu3weib<-c()  
col.biaslocationsigma3weib<-c()  
col.biaslocationmu4weib<-c()  
col.biaslocationsigma4weib<-c()  
col.varlogq90\_1<-c()  
col.varlogq90\_2<-c()

```
col.varlogq90_3<-c()
col.varlogq90_4<-c()
col.varlogq95_1<-c()
col.varlogq95_2<-c()
col.varlogq95_3<-c()
col.varlogq95_4<-c()
col.varlogq99_1<-c()
col.varlogq99_2<-c()
col.varlogq99_3<-c()
col.varlogq99_4<-c()
col.varlocationmu1sev<-c()
col.varlocationsigma1sev<-c()
col.varlocationmu2sev<-c()
col.varlocationsigma2sev<-c()
col.varlocationmu3sev<-c()
col.varlocationsigma3sev<-c()
col.varlocationmu4sev<-c()
col.varlocationsigma4sev<-c()
col.varlocationmu1weib<-c()
col.varlocationsigma1weib<-c()
col.varlocationmu2weib<-c()
col.varlocationsigma2weib<-c()
col.varlocationmu3weib<-c()
col.varlocationsigma3weib<-c()
col.varlocationmu4weib<-c()
col.varlocationsigma4weib<-c()
col.mselogq90_1<-c()
col.mselogq90_2<-c()
col.mselogq90_3<-c()
col.mselogq90_4<-c()
col.mselogq95_1<-c()
```



```

col.mselogq95_2<-c()
col.mselogq95_3<-c()
col.mselogq95_4<-c()
col.mselogq99_1<-c()
col.mselogq99_2<-c()
col.mselogq99_3<-c()
col.mselogq99_4<-c()
col.mselocationmu1sev<-c()
col.mselocationsigma1sev<-c()
col.mselocationmu2sev<-c()
col.mselocationsigma2sev<-c()
col.mselocationmu3sev<-c()
col.mselocationsigma3sev<-c()
col.mselocationmu4sev<-c()
col.mselocationsigma4sev<-c()
col.mselocationmu1weib<-c()
col.mselocationsigma1weib<-c()
col.mselocationmu2weib<-c()
col.mselocationsigma2weib<-c()
col.mselocationmu3weib<-c()
col.mselocationsigma3weib<-c()
col.mselocationmu4weib<-c()
col.mselocationsigma4weib<-c()

col.lengthtrim<-c()
col.percenttrim<-c()
for(j in 0:((length(N))-1)){
  data<-genx(5000,N[j+1])
  proj<-mysim(N[j+1],data$freqmatlist)
  col.n[j+1]<-N[j+1]
}

```

```

col.lengthtrim[j+1]<-length(data$percentvec)
col.percenttrim[j+1]<-data$percenttrim
col.meanlogq90_1[j+1]<-proj$meanlogq90_1
col.meanlogq90_2[j+1]<-proj$meanlogq90_2
col.meanlogq90_3[j+1]<-proj$meanlogq90_3
col.meanlogq90_4[j+1]<-proj$meanlogq90_4
col.meanlogq95_1[j+1]<-proj$meanlogq95_1
col.meanlogq95_2[j+1]<-proj$meanlogq95_2
col.meanlogq95_3[j+1]<-proj$meanlogq95_3
col.meanlogq95_4[j+1]<-proj$meanlogq95_4
col.meanlogq99_1[j+1]<-proj$meanlogq99_1
col.meanlogq99_2[j+1]<-proj$meanlogq99_2
col.meanlogq99_3[j+1]<-proj$meanlogq99_3
col.meanlogq99_4[j+1]<-proj$meanlogq99_4
col.meanlocationmu1sev[j+1]<-proj$meanlocationmu1sev
col.meanlocationsigma1sev[j+1]<-proj$meanlocationsigma1sev
col.meanlocationmu2sev[j+1]<-proj$meanlocationmu2sev
col.meanlocationsigma2sev[j+1]<-proj$meanlocationsigma2sev
col.meanlocationmu3sev[j+1]<-proj$meanlocationmu3sev
col.meanlocationsigma3sev[j+1]<-proj$meanlocationsigma3sev
col.meanlocationmu4sev[j+1]<-proj$meanlocationmu4sev
col.meanlocationsigma4sev[j+1]<-proj$meanlocationsigma4sev
col.meanlocationmu1weib[j+1]<-proj$meanlocationmu1weib
col.meanlocationsigma1weib[j+1]<-proj$meanlocationsigma1weib
col.meanlocationmu2weib[j+1]<-proj$meanlocationmu2weib
col.meanlocationsigma2weib[j+1]<-proj$meanlocationsigma2weib
col.meanlocationmu3weib[j+1]<-proj$meanlocationmu3weib
col.meanlocationsigma3weib[j+1]<-proj$meanlocationsigma3weib
col.meanlocationmu4weib[j+1]<-proj$meanlocationmu4weib
col.meanlocationsigma4weib[j+1]<-proj$meanlocationsigma4weib

```

col.biaslogq90\_1[j+1]<-proj\$biaslogq90\_1  
 col.biaslogq90\_2[j+1]<-proj\$biaslogq90\_2  
 col.biaslogq90\_3[j+1]<-proj\$biaslogq90\_3  
 col.biaslogq90\_4[j+1]<-proj\$biaslogq90\_4  
 col.biaslogq95\_1[j+1]<-proj\$biaslogq95\_1  
 col.biaslogq95\_2[j+1]<-proj\$biaslogq95\_2  
 col.biaslogq95\_3[j+1]<-proj\$biaslogq95\_3  
 col.biaslogq95\_4[j+1]<-proj\$biaslogq95\_4  
 col.biaslogq99\_1[j+1]<-proj\$biaslogq99\_1  
 col.biaslogq99\_2[j+1]<-proj\$biaslogq99\_2  
 col.biaslogq99\_3[j+1]<-proj\$biaslogq99\_3  
 col.biaslogq99\_4[j+1]<-proj\$biaslogq99\_4  
 col.biaslocationmu1sev[j+1]<-proj\$biaslocationmu1sev  
 col.biaslocationsigma1sev[j+1]<-proj\$biaslocationsigma1sev  
 col.biaslocationmu2sev[j+1]<-proj\$biaslocationmu2sev  
 col.biaslocationsigma2sev[j+1]<-proj\$biaslocationsigma2sev  
 col.biaslocationmu3sev[j+1]<-proj\$biaslocationmu3sev  
 col.biaslocationsigma3sev[j+1]<-proj\$biaslocationsigma3sev  
 col.biaslocationmu4sev[j+1]<-proj\$biaslocationmu4sev  
 col.biaslocationsigma4sev[j+1]<-proj\$biaslocationsigma4sev  
 col.biaslocationmu1weib[j+1]<-proj\$biaslocationmu1weib  
 col.biaslocationsigma1weib[j+1]<-proj\$biaslocationsigma1weib  
 col.biaslocationmu2weib[j+1]<-proj\$biaslocationmu2weib  
 col.biaslocationsigma2weib[j+1]<-proj\$biaslocationsigma2weib  
 col.biaslocationmu3weib[j+1]<-proj\$biaslocationmu3weib  
 col.biaslocationsigma3weib[j+1]<-proj\$biaslocationsigma3weib  
 col.biaslocationmu4weib[j+1]<-proj\$biaslocationmu4weib  
 col.biaslocationsigma4weib[j+1]<-proj\$biaslocationsigma4weib  
  
 col.varlogq90\_1[j+1]<-proj\$varlogq90\_1  
 col.varlogq90\_2[j+1]<-proj\$varlogq90\_2

col.varlogq90\_3[j+1]<-proj\$varlogq90\_3  
 col.varlogq90\_4[j+1]<-proj\$varlogq90\_4  
 col.varlogq95\_1[j+1]<-proj\$varlogq95\_1  
 col.varlogq95\_2[j+1]<-proj\$varlogq95\_2  
 col.varlogq95\_3[j+1]<-proj\$varlogq95\_3  
 col.varlogq95\_4[j+1]<-proj\$varlogq95\_4  
 col.varlogq99\_1[j+1]<-proj\$varlogq99\_1  
 col.varlogq99\_2[j+1]<-proj\$varlogq99\_2  
 col.varlogq99\_3[j+1]<-proj\$varlogq99\_3  
 col.varlogq99\_4[j+1]<-proj\$varlogq99\_4  
 col.varlocationmu1sev[j+1]<-proj\$varlocationmu1sev  
 col.varlocationsigma1sev[j+1]<-proj\$varlocationsigma1sev  
 col.varlocationmu2sev[j+1]<-proj\$varlocationmu2sev  
 col.varlocationsigma2sev[j+1]<-proj\$varlocationsigma2sev  
 col.varlocationmu3sev[j+1]<-proj\$varlocationmu3sev  
 col.varlocationsigma3sev[j+1]<-proj\$varlocationsigma3sev  
 col.varlocationmu4sev[j+1]<-proj\$varlocationmu4sev  
 col.varlocationsigma4sev[j+1]<-proj\$varlocationsigma4sev  
 col.varlocationmu1weib[j+1]<-proj\$varlocationmu1weib  
 col.varlocationsigma1weib[j+1]<-proj\$varlocationsigma1weib  
 col.varlocationmu2weib[j+1]<-proj\$varlocationmu2weib  
 col.varlocationsigma2weib[j+1]<-proj\$varlocationsigma2weib  
 col.varlocationmu3weib[j+1]<-proj\$varlocationmu3weib  
 col.varlocationsigma3weib[j+1]<-proj\$varlocationsigma3weib  
 col.varlocationmu4weib[j+1]<-proj\$varlocationmu4weib  
 col.varlocationsigma4weib[j+1]<-proj\$varlocationsigma4weib  
  
 col.mselogq90\_1[j+1]<-proj\$mselogq90\_1  
 col.mselogq90\_2[j+1]<-proj\$mselogq90\_2  
 col.mselogq90\_3[j+1]<-proj\$mselogq90\_3  
 col.mselogq90\_4[j+1]<-proj\$mselogq90\_4

```

col.mselogq95_1[j+1]<-proj$mselogq95_1
col.mselogq95_2[j+1]<-proj$mselogq95_2
col.mselogq95_3[j+1]<-proj$mselogq95_3
col.mselogq95_4[j+1]<-proj$mselogq95_4
col.mselogq99_1[j+1]<-proj$mselogq99_1
col.mselogq99_2[j+1]<-proj$mselogq99_2
col.mselogq99_3[j+1]<-proj$mselogq99_3
col.mselogq99_4[j+1]<-proj$mselogq99_4
col.mselocationmu1sev[j+1]<-proj$mselocationmu1sev
col.mselocationsigma1sev[j+1]<-proj$mselocationsigma1sev
col.mselocationmu2sev[j+1]<-proj$mselocationmu2sev
col.mselocationsigma2sev[j+1]<-proj$mselocationsigma2sev
col.mselocationmu3sev[j+1]<-proj$mselocationmu3sev
col.mselocationsigma3sev[j+1]<-proj$mselocationsigma3sev
col.mselocationmu4sev[j+1]<-proj$mselocationmu4sev
col.mselocationsigma4sev[j+1]<-proj$mselocationsigma4sev
col.mselocationmu1weib[j+1]<-proj$mselocationmu1weib
col.mselocationsigma1weib[j+1]<-proj$mselocationsigma1weib
col.mselocationmu2weib[j+1]<-proj$mselocationmu2weib
col.mselocationsigma2weib[j+1]<-proj$mselocationsigma2weib
col.mselocationmu3weib[j+1]<-proj$mselocationmu3weib
col.mselocationsigma3weib[j+1]<-proj$mselocationsigma3weib
col.mselocationmu4weib[j+1]<-proj$mselocationmu4weib
col.mselocationsigma4weib[j+1]<-proj$mselocationsigma4weib

```

```

}
```

### ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวปัญญาพร นาควิทยานนท์ เกิดวันเสาร์ที่ 4 เมษายน พ.ศ. 2535 สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (วท.บ.) สาขาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล ในปีการศึกษา 2557 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (วท.ม.) สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2557

