

การวิเคราะห์สภาวะเชื่อมต่อของเครื่องถ่ายทอตสัญญาณแบบเส้นสมำเสมอ
ในโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยีแบบสองมิติ

นายสุวัจชัย ตั้งเผ่าพงศ์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2554

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย

The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the Graduate School.

CONNECTEDNESS ANALYSIS OF REGULAR RELAY STRING IN
WIRELESS SENSOR NETWORK WITH 2-DIMENSIONAL TOPOLOGY

Mr. Suwatchai Tangpaopong

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering Program in Electrical Engineering

Department of Electrical Engineering

Faculty of Engineering

Academic Year 2011

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การวิเคราะห์สภาวะเชื่อมต่อของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ
แบบเส้นสมำเสมอในโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายที่มี
ทอพอโลยีแบบสองมิติ

โดย

นายสุวัจชัย ตั้งเผ่าพงศ์

สาขาวิชา

วิศวกรรมไฟฟ้า

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชาว์นิต อัครกุล

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์
ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบริหารธุรกิจ

..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร. บุญสม เลิศหิรัญวงศ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. วาทีต เบญจพลกุล)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชาว์นิต อัครกุล)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชัยเชษฐ์ สายวิจิตร)

..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(ดร.จตุพร ชินรุ่งเรือง)

สุวัจชัย ตั้งเผ่าพงศ์ : การวิเคราะห์สภาวะเชื่อมต่อของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแบบ
เส้นสมำเสมอ ในโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยีแบบสองมิติ (CONNECT-
EDNESS ANALYSIS OF REGULAR RELAY STRING IN WIRELESS
SENSOR NETWORK WITH 2-DIMENSIONAL TOPOLOGY) อ.ที่ปรึกษา
วิทยานิพนธ์หลัก : ผศ.ดร. เซวานต์ติศ อัสวกุล, 66 หน้า.

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอแบบจำลองคณิตศาสตร์สำหรับโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยี
แบบเส้นสมำเสมอ ทั้งในหนึ่งมิติและสองมิติ เครื่องถ่ายทอดสัญญาณถูกใช้ช่วยส่งต่อข้อมูลเมื่อ
สถานีต้นทางอยู่ห่างจากสถานีปลายทางมากกว่ารัศมีการส่งข้อมูลของสถานีต้นทาง ความสามารถ
ในการส่งต่อของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณถูกระบุด้วยฟังก์ชันความน่าจะเป็นในการส่งข้อมูลต่อไปยัง
เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ถัดไปได้ถูกต้อง กำหนดให้ฟังก์ชันความน่าจะเป็นถูกตัดปลายที่ค่าคงที่
0.1 แบบจำลองคณิตศาสตร์คำนวณหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางที่ใช้
ประเมินความเชื่อถือได้ของโครงข่าย เทคนิคการคำนวณด้วยเมทริกซ์การเปลี่ยนสถานะถูกใช้เพื่อ
คำนวณหาสภาวะเชื่อมต่อสำหรับโครงข่ายหนึ่งมิติที่ประกอบด้วยเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ N เครื่อง
โดยมีความซับซ้อนในการคำนวณเป็น $O(2^{3r})$ เมื่อ r คือจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง
โดยการใช้หลักการเพิ่มเข้า-ตัดออก ทำให้แบบจำลองคณิตศาสตร์ที่ได้นำเสนอสำหรับโครงข่ายสอง
มิติจำเป็นต้องใช้ความซับซ้อนในการคำนวณเป็น $O(2^m)$ เมื่อ m คือจำนวนวิถีในการเชื่อมต่อข้อมูล
ระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางที่เป็นไปได้ทั้งหมด แบบจำลองคณิตศาสตร์นี้ถูกตรวจสอบ
ความถูกต้องด้วยการเปรียบเทียบกับกรจำลองเหตุการณ์แบบมอนติคาร์โล ผลการทดสอบแสดงถึง
ผลกระทบต่อสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางเมื่อพยายามเพิ่มความละเอียด
ของข้อมูลบนพื้นที่ ในตอนท้ายแบบจำลองคณิตศาสตร์ถูกประยุกต์ใช้เพื่อออกแบบจำนวนเครื่อง
ถ่ายทอดสัญญาณที่จำเป็นบนโครงข่ายจรรยา

ภาควิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า	ลายมือชื่อนิสิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า	ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
ปีการศึกษา	2554	

5370374921 : MAJOR ELECTRICAL ENGINEERING

KEYWORDS: WIRELESS SENSOR NETWORK/ REGULAR STRING TOPOLOGY/ 2-DIMENSIONAL/ CONNECTEDNESS.

SUWATCHAI TANGPAOPONG : CONNECTEDNESS ANALYSIS OF REGULAR RELAY STRING IN WIRELESS SENSOR NETWORK WITH 2-DIMENSIONAL TOPOLOGY. ADVISOR: ASST. PROF. CHAODIT ASWAKUL, Ph.D., 66 pp.

This thesis proposes the mathematical model for wireless sensor networks with regular string topology in one dimension and two dimensions. Relays are used to forward the data when the distance between a source station and its destination station is longer than the transmission-range of the source station. The relay's forwarding ability is defined by the probability function that each relay can send a data to the next relay depending on the distance between the two relays. Assume the probability function has been truncated by a fixed value at 0.1. This mathematical model determines the connectedness probability between the source station and the destination station to evaluate the reliability of network. The technique of state transition matrix is applied to calculate the connectedness probability for the one-dimensional network of N relays. And the computational complexity is $O(2^{3r})$, where r is the number of forwarding neighbors. By using the inclusion-exclusion principle, the proposed mathematical model requires the computational complexity of $O(2^m)$, where m is the number of paths in the two-dimensional network. This mathematical model is validated by comparing to the Monte Carlo simulation. The reported numerical results show the impact on the connectedness between the source station and the destination station by increasing the resolution of scanning area. Finally, the mathematical model is used for designing the total number of relays required for real traffic road network.

Department:	<u>Electrical Engineering</u>	Student's Signature
Field of Study:	<u>Electrical Engineering</u>	Advisor's Signature
Academic Year:	<u>2011</u>	

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สามารถสำเร็จ ลุล่วงไปได้ เนื่องด้วย ความช่วยเหลือ ของ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เซวณัดิต อัสวกุล อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งได้กรุณาให้ความรู้ พร้อมทั้งสละเวลาอันมีค่า ให้คำแนะนำและข้อคิดเห็นต่าง ๆ รวมทั้งได้มอบหมายงานที่เป็นประโยชน์ ที่ทำให้นิสิตมีแนวความคิด ในการทำวิทยานิพนธ์ ตลอดจนความเมตตาและความใส่ใจต่อนิสิตมาโดยตลอด นิสิตจึงใคร่ขอกราบ ขอบพระคุณไว้ ณ ที่นี้ ขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.วาทิต เบญจพลกุล ประธานกรรมการ สอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชัยเชษฐ์ สายวิจิตร และดร.จตุพร ชินรุ่งเรือง กรรมการสอบ วิทยานิพนธ์ ที่ได้สละเวลาตรวจสอบและให้คำแนะนำเพื่อให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น และ ขอขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านในสาขาวิศวกรรมไฟฟ้าสื่อสาร ที่ได้ประสิทธิประสาทความรู้อันเป็น พื้นฐานในการศึกษาและทำวิทยานิพนธ์นี้

ขอบคุณโครงการศิษย์ก้นกุฎิภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย และโครงการ SP2–GE12 ที่สนับสนุนทุนในการศึกษาเล่าเรียนและการวิจัยตลอดช่วงเวลาการเรียน ในระดับปริญญาโททั้งหมด

ขอบคุณเพื่อน ๆ รุ่นพี่และรุ่นน้องในห้องปฏิบัติการวิจัยโทรคมนาคม ที่ให้กำลังใจและคำปรึกษา มาโดยตลอดโดยเฉพาะ Network Research Group (NRG) ขอขอบคุณ คุณภัทรชาติ โกมลภิติ และคุณปิณฑิชา ชาญโลหะ สำหรับคำแนะนำอันมีประโยชน์ในการแก้ไขปัญหาต่าง ๆ ตลอดมา และ คุณธีรพล ศิลาวรรณ ที่เป็นแรงบันดาลใจสำหรับจุดเริ่มต้นของวิทยานิพนธ์นี้

ขอบคุณห้องปฏิบัติการวิจัยโทรคมนาคม ภาควิชา วิศวกรรม ไฟฟ้า คณะ วิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย รวมถึงโครงการ Excellence Group in Light–Wave and High–Speed Communications สำหรับทรัพยากรต่าง ๆ ในการศึกษาค้นคว้าและวิจัย

กราบขอบพระคุณบิดา มารดา ที่เป็นกำลังใจและกำลังทรัพย์ตลอดมา รวมทั้งให้โอกาสนิสิตได้ ศึกษาต่อในระดับมหาบัณฑิต

สารบัญ

	. หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญภาพ	ฌ
1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
1.1.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับ สภาวะเชื่อมต่อของโครงข่ายเครื่อง ถ่ายทอดสัญญาณ ใน สองมิติที่มีการวางแบบสุ่ม	3
1.1.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับ สภาวะเชื่อมต่อของโครงข่ายเครื่อง ถ่ายทอดสัญญาณ ใน สองมิติที่มีการวางแบบมีระเบียบแบบแผน	5
1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิทยานิพนธ์	9
1.3 ขอบเขตวิทยานิพนธ์	10
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	10
1.5 ประมวลวิทยานิพนธ์	10
2 หลักการและทฤษฎี	12
2.1 เมทริกซ์การเปลี่ยนสถานะ	12
2.2 ความน่าจะเป็น ที่ เครื่อง ถ่ายทอด สัญญาณ สามารถ ส่ง ข้อมูล ต่อ ไป ยัง เครื่อง ถ่ายทอด สัญญาณถัดไปได้อย่างถูกต้อง ซึ่งขึ้นกับระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้ง สองเครื่องนั้น	17
3 สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง	22
3.1 สภาวะเชื่อมต่อในโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยีแบบหนึ่งมิติ	23
3.1.1 โครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในหนึ่งมิติที่มี $r = 2$	28
3.1.2 โครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในหนึ่งมิติที่มี $r = 3$	30
3.2 สภาวะเชื่อมต่อในโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยีแบบสองมิติ	34
4 ผลการทดสอบ	37
4.1 สภาวะเชื่อมต่อในโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยีแบบหนึ่งมิติ	37
4.1.1 ความถูกต้องของแบบจำลองคณิตศาสตร์เพื่อหาสภาวะเชื่อมต่อในโครงข่ายหนึ่งมิติ	37

4.1.2 ความซับซ้อนของแบบจำลองคณิตศาสตร์เพื่อหาสถานะเชื่อมต่อในโครงข่ายหนึ่งมิติ	40
4.1.3 การประยุกต์ใช้แบบจำลองคณิตศาสตร์	42
4.2 สถานะเชื่อมต่อในโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยีแบบสองมิติ	45
4.2.1 ความถูกต้องของแบบจำลองคณิตศาสตร์เพื่อหาสถานะเชื่อมต่อในโครงข่ายสองมิติ	45
4.2.2 ความซับซ้อนของแบบจำลองคณิตศาสตร์เพื่อหาสถานะเชื่อมต่อในโครงข่ายสองมิติ	46
4.2.3 การประยุกต์ใช้แบบจำลองคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาความน่าจะเป็นที่เครื่อง ถ่ายทอดสัญญาณไม่สามารถใช้งานได้	48
4.2.4 การประยุกต์ใช้แบบจำลองคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาความน่าจะเป็นที่เครื่อง ถ่ายทอดสัญญาณสามารถส่งข้อมูลต่อไปยังเครื่องถ่ายทอดสัญญาณถัดไปได้ อย่างถูกต้อง	56
5 บทสรุปและข้อเสนอแนะ	61
5.1 บทสรุป	61
5.2 ข้อเสนอแนะ	62
รายการอ้างอิง	63
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์	66

สารบัญญภาพ

รูปที่ 1.1	ระดับชั้นการเชื่อมต่อของโครงข่าย (k-connected network)	3
รูปที่ 1.2	โครงข่ายแบบกริด	5
รูปที่ 1.3	(a) โครงข่ายแบบเพชร (b) โครงข่ายแบบแลตทิซสามเหลี่ยม	6
รูปที่ 2.1	ตำแหน่งของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังคงสามารถใช้งานได้กับเครื่องถ่ายทอด สัญญาณที่ใช้การไม่ได้แล้วที่อยู่สลับกัน	15
รูปที่ 2.2	การนับจำนวนสะสมของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้งานได้	15
รูปที่ 2.3	ห่วงโซ่ มาร์คอฟ ของ สถานะ ของ การ นับ เครื่อง ถ่ายทอด สัญญาณ ที่ ไม่ สามารถ ใช้งานได้สะสม	16
รูปที่ 2.4	ความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณสามารถส่งข้อมูลต่อไปยังเครื่องถ่ายทอด สัญญาณถัดไปได้อย่างถูกต้อง ซึ่งขึ้นกับระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้ง สองเครื่องนั้น	19
รูปที่ 2.5	ผลต่างของความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณสามารถส่งข้อมูลได้ถูกต้องที่ ระยะห่างต่างกัน 10 เมตร	20
รูปที่ 2.6	ความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณสามารถส่งข้อมูลได้ถูกต้องที่พิจารณาใน การคำนวณสถานะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางในวิทยานิพนธ์	21
รูปที่ 3.1	โครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในหนึ่งมิติ	23
รูปที่ 3.2	การเชื่อมต่อข้อมูลระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ตำแหน่ง t กับเครื่องถ่ายทอด สัญญาณที่อยู่ก่อนหน้า	24
รูปที่ 3.3	โครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในหนึ่งมิติ โดยระยะห่าง ระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ติดกันเป็น 300 เมตร	24
รูปที่ 3.4	ตัวอย่าง ตำแหน่ง ของ เครื่อง ถ่ายทอด สัญญาณ ที่ ได้ รับ ข้อมูล ถูกต้อง และ เครื่อง ถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่ได้รับข้อมูล เมื่อจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงเป็น 3 เครื่อง	25
รูปที่ 3.5	ห่วงโซ่มาร์คอฟแบบเวลาวิฤตของเวกเตอร์สถานะเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ	27
รูปที่ 3.6	โครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายแบบเส้นสมำเสมอ โดยเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละ เครื่องมีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง 2 เครื่อง	28
รูปที่ 3.7	ห่วงโซ่มาร์คอฟแบบเวลาวิฤตของเวกเตอร์สถานะ ของโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายแบบ เส้นสมำเสมอที่ $r = 2$	29

รูปที่ 3.8	โครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายแบบเส้นสมำเสมอ โดยเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละ เครื่องมีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง 3 เครื่อง	30
รูปที่ 3.9	ห่วงโซ่มาร์คอฟแบบเวลาวิฤตของเวกเตอร์สถานะของโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายแบบ เส้นสมำเสมอที่ $r = 3$	33
รูปที่ 3.10	โครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในสองมิติ : (a) โครงข่ายกริดขนาด 2×2 , $G_{2 \times 2}$ (b) โครงข่ายกริดขนาด 2×3 , $G_{2 \times 3}$ (c) โครงข่ายกริดขนาด 3×3 , $G_{3 \times 3}$	35
รูปที่ 4.1	จำนวนครั้งที่ทำการทดลองจากโครงข่ายที่มีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ 100 เครื่อง	38
รูปที่ 4.2	การเปรียบเทียบ สภาวะ เชื่อมต่อ ระหว่าง สถานี ต้นทาง กับ สถานี ปลายทาง ของ โครงข่ายที่มีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณไม่เกิน 100 เครื่อง ระหว่างการจำลองเหตุการณ์ กับแบบจำลองคณิตศาสตร์	39
รูปที่ 4.3	ความผิดพลาด จาก การ คำนวณ หา สภาวะ เชื่อมต่อ ระหว่าง สถานี ต้นทาง กับ สถานี ปลายทาง	40
รูปที่ 4.4	สภาวะ เชื่อมต่อ ระหว่าง สถานี ต้นทาง กับ สถานี ปลายทาง เมื่อปรับเปลี่ยน การ ตัด ปลายของฟังก์ชันความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะส่งต่อข้อมูลได้ถูกต้อง	41
รูปที่ 4.5	เวลาที่ใช้ในการคำนวณสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางบน โครงข่ายเครื่องถ่ายทอดสัญญาณไร้สายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในหนึ่งมิติ	43
รูปที่ 4.6	สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง เมื่อระยะห่างระหว่างสถานี ต้นทางกับสถานีปลายทางห่างจากกัน 5 กิโลเมตร โดยเพิ่มจำนวนเครื่องถ่ายทอด สัญญาณทั้งหมดในโครงข่าย	44
รูปที่ 4.7	จำนวนครั้งที่ทำการทดลอง จากโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดขนาด 3×3 โดยให้ สภาวะเชื่อมต่อของทุกโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอเป็น 0.5	46
รูปที่ 4.8	เปรียบเทียบสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางของโครงข่าย ที่มีทอพอโลยีแบบกริดขนาดต่าง ๆ ระหว่างการจำลองเหตุการณ์กับแบบจำลอง คณิตศาสตร์ (a) โครงข่ายแบบกริดขนาด 2×3 (b) โครงข่ายแบบกริดขนาด 3×3	47
รูปที่ 4.9	ความผิดพลาด จาก การ คำนวณ หา สภาวะ เชื่อมต่อ ระหว่าง สถานี ต้นทาง กับ สถานี ปลายทาง (a) โครงข่ายแบบกริดขนาด 2×3 (b) โครงข่ายแบบกริดขนาด 3×3	47
รูปที่ 4.10	โครงข่ายสำหรับทดสอบความซับซ้อนในการวิเคราะห์สภาวะเชื่อมต่อ โดยกำหนด จำนวนวิธีทั้งหมดที่ใช้ในการเชื่อมต่อข้อมูลระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง	48
รูปที่ 4.11	เวลาที่ใช้ใน การ คำนวณ สภาวะ เชื่อมต่อ เมื่อ กำหนด ให้ สภาวะ เชื่อมต่อ ของ ทุก โครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในหนึ่งมิติเป็น 0.5	49
รูปที่ 4.12	โครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นคู่สมำเสมอ : (a) ตำแหน่งการวางเครื่องถ่ายทอด สัญญาณบนสองฝั่งถนน (b) โครงข่ายกริดขนาด 2×2 , G_2	50

รูปที่ 4.13 โครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นคู่สมำเสมอแบบต่าง ๆ ที่เพิ่มเส้นเชื่อมต่อระหว่าง
สองเส้น 51

รูปที่ 4.14 สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง เมื่อโครงข่ายที่มีทอพอโลยี
แบบเส้นคู่สมำเสมอแบบต่าง ๆ เปรียบเทียบกับโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้น
สมำเสมอ 52

รูปที่ 4.15 สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง เมื่อจำนวนเครื่องถ่ายทอด
สัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดคือ 84 เครื่อง ที่ $r = 4$ เครื่อง . . . 53

รูปที่ 4.16 ระยะห่างระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางของแต่ละโครงข่ายที่มีทอพอโลยี
แบบกริดขนาดต่าง ๆ เมื่อจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงมีค่าคงที่ 54

รูปที่ 4.17 สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางของโครงข่ายที่มีทอพอโลยี
แบบกริดขนาด $2 \times 2, 3 \times 3$ ที่มีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่าย
ใกล้เคียงกัน เมื่อ $r = 3, 2$ ตามลำดับ 55

รูปที่ 4.18 แผนที่โครงข่ายจรรยาบรรณรอบสี่แยกทศกัณฑ์ 57

รูปที่ 4.19 โครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดขนาด 3×3 จากโครงข่ายจรรยาบรรณรอบสี่แยก
ทศกัณฑ์ 58

รูปที่ 4.20 สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง เมื่อปรับระยะห่างระหว่าง
เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ติดกันโดยประมาณ 59

รูปที่ 4.21 จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่าย เมื่อปรับระยะห่างระหว่างเครื่อง
ถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ติดกันโดยประมาณ 60

บทที่ 1

บทนำ

โครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายเกิดขึ้นจากเซนเซอร์ที่กระจายตามตำแหน่งต่าง ๆ เพื่อตรวจจับหรือตรวจวัดข้อมูลเช่น อุณหภูมิ เสียง ความดัน และเชื่อมต่อข้อมูลซึ่งกันและกันเพื่อให้ได้ข้อมูลครบตามต้องการ ในขณะที่เดียวกันในตำแหน่งของโครงข่ายที่ต้องการส่งข้อมูลให้เรียกว่า "สถานีต้นทาง" และตำแหน่งที่ต้องการรับข้อมูลนั้นเรียกว่า "สถานีปลายทาง" แต่เมื่อสถานีต้นทางห่างจากสถานีปลายทางเป็นระยะไกลมากจนไม่สามารถส่งข้อมูลถึงกันได้โดยตรง ทำให้เซนเซอร์จำเป็นต้องมีคุณสมบัติในการถ่ายทอดข้อมูลที่ได้รับมาต่อไปยังเซนเซอร์เครื่องอื่น ด้วยความสามารถดังกล่าวโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายจึงสามารถขยายโครงข่ายได้ไกลมากยิ่งขึ้น ข้อมูลที่ถูกส่งจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทางในหลายสถานการณ์เช่น ข้อมูลจำนวนรถบนสี่แยก ข้อมูลระดับน้ำของแม่น้ำแต่ละสาย เป็นต้น ดังนั้นวิทยานิพนธ์นี้จึงนำเสนอแบบจำลองคณิตศาสตร์ เพื่อวิเคราะห์สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง ที่เป็นผลจากจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายพร้อมกับความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณสามารถส่งข้อมูลต่อไปยังเครื่องถ่ายทอดสัญญาณถัดไปได้ถูกต้อง ซึ่งขึ้นกับระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งสองเครื่องนั้น โดยการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแบบเส้นสมำเสมอในสองมิติ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

เทคโนโลยีการสื่อสารแบบไร้สายถูกพัฒนาขึ้น เพื่อตอบสนองความต้องการที่จะสื่อสารกัน ขณะเคลื่อนที่หรืออยู่นอกอาคาร ซึ่งโทรศัพท์เคลื่อนที่เป็นเทคโนโลยีหนึ่งที่มีการพัฒนามากขึ้นอย่างเห็นได้ชัด จากเริ่มแรกการสื่อสารส่งได้เฉพาะเสียงจนปัจจุบันสามารถส่งได้ทั้งภาพและเสียงหรือส่งเป็นข้อมูล มีสาเหตุมาจากความต้องการใช้งานที่หลากหลายและสนองต่อความต้องการของผู้ใช้ที่แตกต่างกัน แต่การประยุกต์ใช้เทคโนโลยีโทรศัพท์เคลื่อนที่ยังมีข้อจำกัดในการใช้งานเมื่อต้องการส่งข้อมูลเร่งด่วนและการใช้งานที่มีการส่งข้อมูลต่อเนื่อง ทำให้เกิดเทคโนโลยีการสื่อสารแบบไร้สายในรูปแบบอื่น อาทิการสื่อสารแบบไร้สายระยะใกล้ เช่น ระบบอินเทอร์เนตความเร็วสูงไร้สายหรือวายฟาย (Wi-Fi) ระบบสื่อสารแบบไร้สายที่ไม่จำเป็นต้องมีการส่งข้อมูลไปยังศูนย์กลางของระบบ ซึ่งเครื่องลูกข่ายสามารถติดต่อกันเองได้ (ad hoc)

โครงข่ายแอดฮอคหรือโครงข่ายไร้สายที่ก่อรูปขึ้นโดยไม่มีการอำนวยความสะดวกกลาง เกิดขึ้นกับโครงข่ายเครื่องรับส่งข้อมูลแบบไร้สายที่อาจมีการเคลื่อนที่ ซึ่งทำให้การเชื่อมต่อมีการเปลี่ยนแปลงรูปแบบอยู่เสมอ ในการส่งข้อมูลที่เป็นกลุ่มข้อมูลระหว่างเครื่องรับส่งข้อมูลภายในโครงข่ายแอด

ฮอค เครื่องรับส่ง ข้อมูลสามารถทำหน้าที่เป็นเครื่อง ถ่ายทอดสัญญาณ และ อุปกรณ์ แม่ข่ายได้ในขณะเดียวกัน ดังนั้นเครื่องรับส่งข้อมูลจึงมีความจำเป็นต้องส่งต่อข้อมูลไปยังเครื่องรับส่งข้อมูลเครื่องอื่นที่อยู่ข้างเคียง ด้วยเหตุนี้ทำให้ระบบโครงข่ายแอตฮอคจึงสามารถขยายระยะการเชื่อมต่อระหว่างต้นทางกับปลายทางไกลกว่าโครงข่ายที่ต้องมีสถานีฐาน นอกจากนี้ยังมีความเหมาะสมในการใช้งานมากกว่าการสื่อสารที่เชื่อมต่อแบบสายที่สิ้นเปลืองและยากต่อการบำรุงรักษาหรือการสื่อสารด้วยโครงข่ายโทรศัพท์เคลื่อนที่ซึ่งมีค่าใช้จ่ายสูงในการเช่าช่องสัญญาณของผู้ให้บริการ (service provider) ฉะนั้น การสื่อสารผ่านโครงข่ายแอตฮอคจึงเป็นทางเลือกที่เหมาะสม ในการเชื่อมต่อข้อมูลระหว่างต้นทางกับปลายทาง โดยที่โครงข่ายจะมี "สถานีต้นทาง" เป็นสถานีที่ต้องการส่งข้อมูลไปยังเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องอื่น ๆ ที่จะส่งต่อข้อมูลต่อไปจนถึง "สถานีปลายทาง"

ปัจจุบัน โครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายเป็นรูปแบบหนึ่งของการสื่อสารผ่านโครงข่ายแอตฮอคที่เครื่องรับส่งข้อมูลบางเครื่องอาจมีความสามารถในการเก็บข้อมูลไปพร้อมกับการรับส่งข้อมูล ซึ่งสามารถประยุกต์ใช้โครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายได้ในหลายสถานการณ์ [1] เช่น การติดตามสถานะแวดล้อม การควบคุมระบบปฏิบัติการในโรงงาน การประมวลผลการจราจร เป็นต้น ในหลายสถานการณ์มีความต้องการส่งข้อมูลจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทาง ที่อยู่ห่างกันเกินกว่าความสามารถในการส่งข้อมูลไร้สายของสถานีต้นทาง จึงมีความจำเป็นต้องใช้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเพื่อส่งต่อข้อมูลระหว่างสถานีทั้งสอง แต่ในทางปฏิบัติเครื่องถ่ายทอดสัญญาณก็ยังมีขีดจำกัดในการส่งข้อมูล และมีโอกาสที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณบางเครื่องจะไม่สามารถใช้งานได้ เนื่องด้วยสาเหตุจากหลายปัจจัย อาทิ พลังงานในการส่งข้อมูลที่จำกัด การผิดพลาดของระบบภายในเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ การรบกวนจากสิ่งแวดล้อมต่าง ๆ

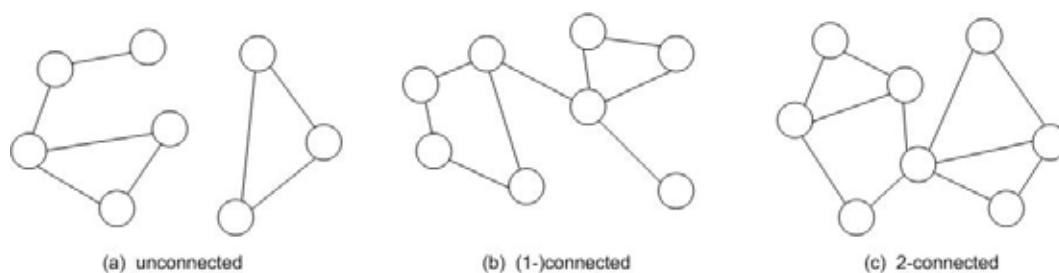
ในการนี้ ปัญหาการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณจึงมีความสำคัญในการเพิ่มโอกาสที่จะส่งข้อมูลได้สำเร็จ หากพิจารณารูปแบบการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่สามารถประยุกต์ใช้ได้ง่ายคือ แบบเส้น ซึ่งมีความ สม่าเสมอ ของ การวางตำแหน่งเครื่อง ถ่ายทอดสัญญาณ ด้วย ระยะห่างที่ใกล้เคียงกัน โดยมีตัวอย่างการประยุกต์ใช้เพื่อการตรวจจับการสึกหรอ การฉีกขาด และการแตกหักของสะพานทางรถไฟ [2] เมื่อพิจารณาการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแบบเส้นในสองมิติที่เกิดจากการเชื่อมต่อกันระหว่างโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสม่าเสมอ ทำให้สามารถประยุกต์ได้มากขึ้นเช่น การเก็บข้อมูลจราจรจากเครื่องตรวจจับปริมาณรถยนต์เพื่อควบคุมไฟจราจรให้ได้ปริมาณการไหลของรถยนต์ที่ดีที่สุด [3] การเก็บข้อมูลระดับน้ำเพื่อควบคุมการเปิดปิดประตูระบายน้ำ [4] เป็นต้น ฉะนั้นการวิเคราะห์ปัญหาการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในรูปแบบต่าง ๆ จะพิจารณาโอกาสที่จะส่งข้อมูลได้สำเร็จที่สามารถชี้วัดความน่าเชื่อถือของโครงข่ายได้

การวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณไร้สาย ในหลายสถานการณ์เป็นการส่งสัญญาณแบบส่งต่อกันไปเรื่อย ๆ ที่ไม่มีการส่งข้อมูลข้ามเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ เพื่อให้จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ

ในระบบมีจำนวนน้อยที่สุด แต่ทำให้มีโอกาสที่การส่งข้อมูลจะไม่สำเร็จได้ง่าย เนื่องจากถ้ามีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเพียงเครื่องเดียวที่เสีย ก็จะส่งผลต่อโครงข่ายที่จะไม่สามารถใช้งานได้ มีผลให้ข้อมูลที่ส่งจากสถานีต้นทางไม่สามารถส่งไปถึงสถานีปลายทางได้อันเนื่องมาจากโครงข่ายเครื่องถ่ายทอดสัญญาณไม่สามารถเชื่อมต่อกัน ฉะนั้นในสภาวะจริงเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องจะสามารถส่งต่อข้อมูลให้กับทุกเครื่องที่อยู่ในรัศมีการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณนั้น ๆ มีผลให้ในการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณไม่จำเป็นต้องวางให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องอยู่ห่างกันมากที่สุดเท่าที่เป็นไปได้ แต่จะวางให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องนั้น ๆ สามารถส่งสัญญาณไปถึงหลายเครื่องพร้อมกันซึ่งจะยิ่งเพิ่มโอกาสที่จะส่งข้อมูลจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทาง แต่จะมีผลให้ต้องใช้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจำนวนเพิ่มมากขึ้น โดย [5] ได้เสนองานวิจัยสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางโดยในช่วงรัศมีการส่งสัญญาณมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณได้หลายเครื่อง อย่างไรก็ตาม ในบางสถานการณ์จำเป็นต้องมีการตรวจจับข้อมูลบนพื้นที่ที่สนใจ และต้องทำพร้อมกับการส่งต่อข้อมูลระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง ซึ่งจะเน้นการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณให้มีความเชื่อมต่อกันครบทุกเครื่องและกระจายครอบคลุมทั้งพื้นที่ ซึ่ง [6] ได้เสนองานวิจัยเกี่ยวกับโอกาสในการส่งข้อมูลระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ในพื้นที่เดียวกันโดยที่มีการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณตามรูปแบบต่าง ๆ ที่กำหนดขึ้น โดยที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณทุกเครื่องสามารถรับสัญญาณข้อมูลจากเครื่องที่ต้องการส่งสัญญาณซึ่งอยู่ภายในพื้นที่ครอบคลุมได้ โดยในอดีตมีการวิเคราะห์สภาวะเชื่อมต่อของการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในสองมิติ (ครอบคลุมเป็นพื้นที่) ทั้งในรูปแบบการวางแบบสุ่มและแบบมีระเบียบแบบแผน

1.1.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับสภาวะเชื่อมต่อของโครงข่ายเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในสองมิติที่มีการวางแบบสุ่ม

งานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางของโครงข่ายเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในรูปแบบพื้นที่โดยมีการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแบบสุ่มจะกำหนดให้ตำแหน่งของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณกระจายด้วยการกระจายแบบเอกรูป (uniformly distribution)



รูปที่ 1.1: ระดับขั้นการเชื่อมต่อของโครงข่าย (k-connected network)

งานวิจัย [7] พิจารณาระดับชั้นการเชื่อมต่อของโครงข่าย (k -connected network) คือ เครื่องถ่ายทอดสัญญาณทุกเครื่องในโครงข่ายจะสามารถส่งสัญญาณถึงเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องอื่นที่อยู่รอบข้างได้อย่างน้อย k เครื่อง และสามารถเป็นตัวแปรใช้วัดความคงทนของโครงข่าย เนื่องจากหากมีระดับชั้นการเชื่อมต่อสูง ทำให้เมื่อมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณบางเครื่องเสียก็ยังมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณอื่นเป็นทางเลือกในการส่งต่อข้อมูล ผลการคำนวณหาความน่าจะเป็นของการเชื่อมต่อทั่วทั้งโครงข่ายที่โครงข่ายมีระดับชั้นการเชื่อมต่อตามที่กำหนด n_0 โดยกำหนด ρ คือความหนาแน่นของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ และ r_0 คือรัศมีการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ และ d คือระดับชั้นการเชื่อมต่อหรือจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในหนึ่งรัศมีการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องหนึ่ง จะได้ว่า [7]

$$\Pr(d = n_0) = \frac{(\rho\pi r_0^2)^{n_0}}{n_0!} \cdot e^{-\rho\pi r_0^2}$$

สมการนี้แสดงถึงปัจจัยต่าง ๆ ที่ส่งผลกระทบต่อ การเชื่อมต่อของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณคือ ความหนาแน่นของการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ รัศมีการส่งสัญญาณ ทั้งนี้ งานวิจัย [7] ยังได้พิจารณาหาขนาดรัศมีการส่งสัญญาณ ที่ทำให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณทุกเครื่องในโครงข่ายยังคงเชื่อมต่อกันด้วยความน่าจะเป็น p_{iso} (isolated node) ซึ่งความสัมพันธ์ดังกล่าวสามารถบอกถึงพลังงานที่จำเป็นในการใช้เชื่อมต่อของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทุกเครื่องในโครงข่ายเข้าด้วยกัน ดังสมการ

$$r_0 \geq \sqrt{\frac{-\ln(1 - p_{iso}^{1/n})}{\rho\pi}}$$

ต่อมา งานวิจัย [8] หาความน่าจะเป็นที่โครงข่ายจะมีระดับชั้นการเชื่อมต่อเป็นระดับที่ k เมื่อกำหนด n คือจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่าย ซึ่งแสดงดังสมการ

$$\Pr(k - Connected) \approx \left(1 - e^{-\rho\pi r_0^2} \sum_{i=1}^{k-1} \frac{(\rho\pi r_0^2)^i}{i!}\right)^n$$

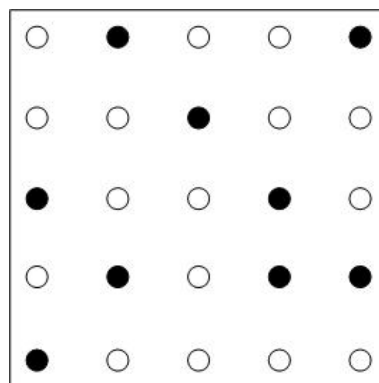
นอกจากนั้น [9] พิจารณาปรับวิธีการสุ่มตำแหน่งของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณด้วยการกระจายแบบเกาส์เซียน (Gaussian distribution) ซึ่งได้ผลการวิจัยในแนวทางเดียวกับการวางด้วยการกระจายแบบเอกรูป

อีกด้านของงานวิจัยศึกษาวิธีการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเพิ่มเพื่อให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณอื่นที่ตรวจวัดตามจุดต่าง ๆ สามารถเชื่อมต่อมายังสถานีฐานได้ ขณะที่กำหนดให้สถานีฐานไม่มีโอกาสที่จะเสีย โดย [10] วิเคราะห์จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่น้อยที่สุดที่ทำให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณอื่นที่วางอยู่แล้วในโครงข่ายสามารถเชื่อมต่อไปยังสถานีฐาน โดยมีเงื่อนไขให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องสามารถส่งสัญญาณโดยตรงกับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณอย่างน้อย 1 เครื่องและ

มีความต้องการเชื่อมต่อข้อมูลไปยังสถานีฐานเดียวกัน ซึ่งมีวิธีการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเพิ่มบนจุดที่อยู่กึ่งกลางระหว่างเครื่องตรวจวัดที่ต้องการส่งข้อมูลกับสถานีฐานที่ต้องการรับข้อมูล และ [11] นำเสนอการเชื่อมต่อด้วยสถานีฐานหลายสถานีซึ่งตั้งอยู่มุมต่าง ๆ ของพื้นที่ เพื่อเพิ่มความสามารถในการเชื่อมต่อของเครื่องตรวจวัดกับสถานีฐาน พร้อมทั้งแบ่งพื้นที่ในการพิจารณาสถานะเชื่อมต่อ แต่งานวิจัยนี้เหมาะกับพื้นที่ที่มีขนาดใหญ่ ที่มีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณจำนวนมาก

1.1.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับสถานะเชื่อมต่อของโครงข่ายเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในสองมิติที่มีการวางแบบมีระเบียบแบบแผน

จากงานวิจัยในอดีต การวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแบบสุ่มเหมาะสมกับกรณีที่เครื่องตรวจจับสัญญาณมีการเคลื่อนที่เช่นเดียวกันกับโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายสำหรับสื่อสารระหว่างเครื่องบิน หรือโครงข่ายเพื่อการศึกษาพฤติกรรมสัตว์ ซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงรูปแบบการเชื่อมต่อตลอดเวลา ทำให้งานวิจัยส่วนใหญ่เน้น การพิจารณาโอกาสที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณทุกเครื่องจะยังเชื่อมต่อกันได้ และสามารถครอบคลุมพื้นที่ที่ต้องการตรวจจับ แต่ในความเป็นจริงโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายยังมีการประยุกต์ใช้เพื่อติดตั้งอยู่กับที่บนพื้นที่ที่ต้องการตรวจวัดจึงมีความแน่นอนของการครอบคลุมพื้นที่ที่ต้องการตรวจวัด และสามารถรู้ระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องล่วงหน้าก่อนการติดตั้ง ซึ่งส่วนใหญ่จะพบรูปแบบความต้องการตรวจวัดบนพื้นที่สี่เหลี่ยม และวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณไว้บนจุดตัดของเส้นกริดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ทำให้ระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องห่างเท่ากันพอดี



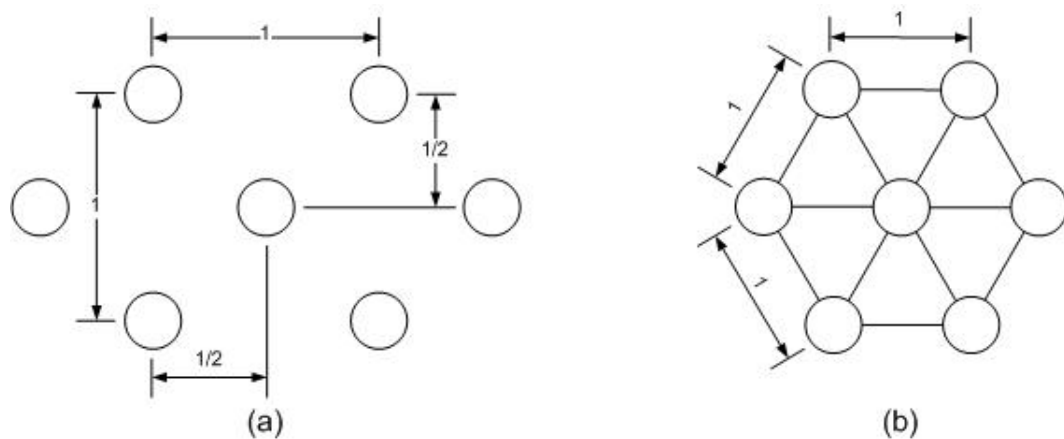
รูปที่ 1.2: โครงข่ายแบบกริด

งานวิจัย[12] วิเคราะห์สถานะเชื่อมต่อของโครงข่ายด้วยการกำหนดตำแหน่งเครื่องถ่ายทอดสัญญาณบนพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดหนึ่งหน่วยที่จุดตัดของเส้นกริดที่แบ่งพื้นที่ออกเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดเท่ากัน ดังรูปที่ 1.2 ซึ่งเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องมีความน่าจะเป็นที่ไม่สามารถใช้งานได้ (วงกลมทึบ) และเครื่องถ่ายทอดสัญญาณบางเครื่องที่สามารถส่งต่อข้อมูลได้

(วงกลมโปร่ง) โดยเครื่องถ่ายทอตสัญญาณทั้งสองแบบถูกวางไว้แบบสุ่ม เมื่อ n คือจำนวนเครื่องถ่ายทอตสัญญาณทั้งหมดในโครงข่าย และ r_0 คือรัศมีการส่งสัญญาณ และ p คือความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอตสัญญาณจะไม่สามารถใช้งานได้ จากงานวิจัย [12] สามารถหาความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$(1 - p) r_0^2 \approx \frac{\log(n)}{n}$$

สมการนี้ แสดง ถึง เมื่อ จำนวน เครื่อง ถ่ายทอต สัญญาณ มี จำนวน มาก และ ความน่าจะเป็น ที่ เครื่อง ถ่ายทอตสัญญาณจะไม่สามารถใช้งานได้มีค่าสูงและรัศมีการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอตสัญญาณแต่ละเครื่องสั้น ก็ยังสามารถเชื่อมต่อโครงข่ายให้เชื่อมต่อกันอยู่ได้หากวางเครื่องถ่ายทอตสัญญาณในรูปแบบกริดดังกล่าว



รูปที่ 1.3: (a) โครงข่ายแบบเพชร (b) โครงข่ายแบบแลตทิสสามเหลี่ยม

นอกจากนั้น มีงานวิจัยที่นำเสนอรูปแบบการวางเครื่องถ่ายทอตสัญญาณที่ต่างออกไปจากแบบกริด [13] ได้เสนอรูปแบบในการวางเครื่องถ่ายทอตสัญญาณที่ทำให้ได้การเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง และการตรวจวัดได้ครอบคลุมทั่วทั้งพื้นที่ โดยเสนอวิธีการวางให้มีรูปแบบต่าง ๆ ด้วยการพิจารณาจำนวนเครื่องถ่ายทอตสัญญาณที่จำเป็นในการครอบคลุมพื้นที่ที่มีขนาดเท่ากันของวิธีการวางเครื่องถ่ายทอตสัญญาณแต่ละรูปแบบ ร่วมกับ r_c คือรัศมีการส่งสัญญาณ และ r_s คือรัศมีการตรวจวัด ซึ่งได้ผลการวิจัย เมื่อ $r_c/r_s \leq \sqrt{2}$ ควรใช้การวางเครื่องถ่ายทอตสัญญาณแบบกริด และเมื่อ $r_c/r_s > \sqrt{2}$ ควรใช้การวางเครื่องถ่ายทอตสัญญาณแบบเพชรดังรูปที่ 1.3(a) ที่มีระยะห่างระหว่างเครื่องเหมาะสม ทั้งนี้รูปแบบการวางดังกล่าวจะทำให้เกิดระดับการเชื่อมต่อเท่ากับ 4 เสมอ

นอกเหนือ การ พิจารณา วิธีการ วาง จาก รัศมี การ ตรวจวัด และ รัศมี การ ส่ง สัญญาณ แล้ว ในทางปฏิบัติการส่งสัญญาณ ข้อมูลอาจมีการถูกลดทอนจากสภาวะแวดล้อมหรือการรบกวนกันของสัญญาณภายในโครงข่ายเดียวกันได้ ทำให้ [14] พิจารณาหาจำนวนเครื่องถ่ายทอตสัญญาณที่จำเป็น

ในการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณให้ครอบคลุมพื้นที่ที่ต้องการตรวจวัด ซึ่งความสามารถในการส่งต่อข้อมูลของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณมีโอกาสที่จะส่งได้สำเร็จด้วยความน่าจะเป็นที่ขึ้นกับคุณสมบัติของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ คุณลักษณะของพื้นที่ รวมถึงระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละคู่ ทำให้การคำนวณมีความใกล้เคียงความเป็นจริงมากขึ้นด้วยการนำสภาพแวดล้อมเข้ามาร่วมในการคำนวณ และเพิ่มความถูกต้องเมื่อต้องการนำเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีคุณสมบัติที่แตกต่างกันมาพิจารณาได้ งานวิจัย [14] ยังได้เสนอวิธีการหาจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่จำเป็นเมื่อกำหนดความสามารถในการรับส่งข้อมูลของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณและระยะทางระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ใกล้กันที่สุดและระยะทางระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไกลกันที่สุดและค่าความสามารถในการเชื่อมต่อที่ต้องการ ซึ่งประยุกต์กับการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณบนพื้นที่แบบโครงข่ายแบบแลตทิซสามเหลี่ยมดังรูปที่ 1.3(b)

งานวิจัยที่ผ่านมา วิจารณ์การวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณบนพื้นที่ที่มีรูปร่างสี่เหลี่ยมและวงกลมเท่านั้น ซึ่งไม่เหมาะสมในการประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ที่ต้องตรวจวัดข้อมูลตามแนวยาวหรือโครงข่ายเช่นเซอร์ไร้สายที่มีการวางแบบผอมยาว (long-thin network) เช่น การตรวจวัดระดับน้ำของแม่น้ำหลายสายที่เชื่อมต่อกันเพื่อควบคุมการเปิดปิดประตูน้ำของแม่น้ำแต่ละสาย การตรวจวัดความเร็วและจำนวนรถยนต์บนท้องถนนเพื่อควบคุมการเปิดสัญญาณไฟจราจร ทั้งนี้จะพบว่า โครงข่ายเช่นเซอร์ไร้สายที่มีการวางแบบผอมยาวประกอบด้วยโครงข่ายเช่นเซอร์ในหนึ่งมิติหลายโครงข่ายและจุดเชื่อมต่อระหว่างแต่ละโครงข่าย โดยจุดเชื่อมต่อเป็นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเช่นเดียวกับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณอื่น ๆ ภายในโครงข่าย แต่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่จุดเชื่อมต่อจะมีความสามารถในการทำงานสูงกว่า เนื่องจากที่จุดเชื่อมต่อมักมีฟังก์ชันในการทำงานอื่นนอกเหนือจากการตรวจวัดและการรับส่งต่อข้อมูล เช่น ประตูน้ำ สี่แยกที่มีสัญญาณไฟจราจร ฉะนั้นจุดเชื่อมต่อจะมีโอกาสที่จะเสียต่ำ

นอกจากนี้ การวิเคราะห์ความสามารถในการเชื่อมต่อในอดีตจะพิจารณาความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องใดเครื่องหนึ่งจะไม่สามารถเชื่อมต่อกับโครงข่ายที่กำลังส่งข้อมูล (isolated node probability) ซึ่งเหมาะสมกับสถานการณ์ที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณทุกเครื่องในระบบต้องการรับข้อมูลเพื่อประมวลผลและไม่มีความซับซ้อนในการคำนวณ แต่ความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องใดเครื่องหนึ่งจะไม่สามารถเชื่อมต่อกับโครงข่ายที่กำลังส่งข้อมูล จะมีค่ามากกว่าความน่าจะเป็นที่จะส่งข้อมูลจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทางได้สำเร็จที่แสดงถึงความสามารถในการเชื่อมต่อข้อมูลได้ถูกต้อง เนื่องจากเหตุการณ์ที่ไม่สามารถส่งข้อมูลได้เป็นส่วนหนึ่งของเหตุการณ์ที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องใดเครื่องหนึ่งจะไม่สามารถเชื่อมต่อกับโครงข่ายที่กำลังส่งข้อมูล ทั้งนี้ความน่าจะเป็นที่จะส่งข้อมูลจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทางได้สำเร็จสามารถแสดงถึงความสามารถในการเชื่อมต่อข้อมูลได้ถูกต้อง

เมื่อเครื่องถ่ายทอตสัญญาณถูกติดตั้งสำหรับส่งต่อข้อมูลจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทาง ในช่วงเริ่มต้นเครื่องถ่ายทอตสัญญาณจะสามารถส่งต่อข้อมูลได้อย่างปกติ เมื่อเวลาผ่านไปเครื่องถ่ายทอตสัญญาณบางเครื่องจะมีสภาพการทำงานไม่ปกติเช่นเดิม ทำให้เครื่องถ่ายทอตสัญญาณไม่สามารถส่งต่อข้อมูลได้ตามที่วางไว้ อันเนื่องมาจากหลายปัจจัย เช่น พลังงานที่เก็บสะสมไว้ลดน้อยลง วงจรไฟฟ้าภายในชำรุด สิ่งแวดล้อมรบกวนสัญญาณ หากเครื่องถ่ายทอตสัญญาณที่ไม่สามารถรับส่งข้อมูลกับเครื่องอื่นอยู่บริเวณเดียวกันจะทำให้การส่งข้อมูลไปไม่ได้ไม่ทั่วถึง ส่งผลให้ข้อมูลไม่สามารถถูกส่งจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทางได้ ดังนั้นการเสียของเครื่องถ่ายทอตสัญญาณในบริเวณเดียวกันก็จะส่งผลกระทบต่อสถานะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง แต่เมื่อมีการกระจายเครื่องถ่ายทอตสัญญาณอย่างสม่ำเสมอและมีระเบียบแบบแผนจะช่วยกระจายความเสี่ยงที่เครื่องถ่ายทอตสัญญาณจะเสียอยู่ในบริเวณเดียวกันได้

การวางเครื่องถ่ายทอตสัญญาณเป็นเส้นในหนึ่งมิติ ให้มีระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอตสัญญาณแต่ละเครื่องใกล้เคียงกันเป็นการวางเครื่องถ่ายทอตสัญญาณอย่างสม่ำเสมอ โดยค่าเฉลี่ยของระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอตสัญญาณแต่ละเครื่องจะมีค่าคงตัวที่โครงข่ายใดโครงข่ายหนึ่ง ตำแหน่งเครื่องถ่ายทอตสัญญาณอย่างสม่ำเสมอนั้นสอดคล้องกับการปฏิบัติจริง เพราะบนพื้นที่อาจมีสิ่งกีดขวางทำให้ไม่สามารถวางให้ระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอตสัญญาณแต่ละเครื่องห่างเท่ากันพอดีและบางสถานการณ์อาจมีสาเหตุภายนอกทำให้เกิดการเคลื่อนที่ของเครื่องถ่ายทอตสัญญาณมีผลต่อตำแหน่งของเครื่องถ่ายทอตสัญญาณเปลี่ยนไป จึงเกิดความไม่แน่นอนของตำแหน่งของเครื่องถ่ายทอตสัญญาณและส่งผลต่อสถานะเชื่อมต่อของโครงข่ายได้ งานวิจัย [15] ใช้การจำลองเหตุการณ์แบบมอนติคาร์โล เพื่อวิเคราะห์สถานะเชื่อมต่อของโครงข่ายเครื่องถ่ายทอตสัญญาณในหนึ่งมิติที่เกิดจากโอกาสที่เครื่องถ่ายทอตสัญญาณมีระยะห่างที่ไม่แน่นอนจนกระทั่งไม่สามารถเชื่อมต่อกันได้ แต่ในทางปฏิบัติการวางเครื่องถ่ายทอตห่างกันเกินระยะที่เครื่องถ่ายทอตสัญญาณจะสามารถส่งสัญญาณถึงกันนั้น ก็จะมีการเพิ่มจำนวนเครื่องถ่ายทอตสัญญาณให้ส่งถึงกันในที่สุด ฉะนั้นสถานะเชื่อมต่อของโครงข่ายเครื่องถ่ายทอตสัญญาณควรวิเคราะห์ด้วยเหตุการณ์ที่เกิดจากสภาพของเครื่องถ่ายทอตสัญญาณจึงจะมีความเหมาะสมยิ่งขึ้น

ในการวิเคราะห์ความน่าจะเป็นที่จะส่งข้อมูลระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางได้ ที่เกิดจากโอกาสที่จะเกิดความเสียหายกับเครื่องถ่ายทอตสัญญาณ ซึ่งความน่าจะเป็นดังกล่าวอาจเรียกว่า "สถานะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง"

สถานะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางในโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสม่ำเสมอในหนึ่งมิติได้มีการพิสูจน์เป็นสูตรทางคณิตศาสตร์โดยใช้ฟังก์ชันก่อกำเนิดสามัญ [16] หรือฟังก์ชันเวียนเกิด [17] สูตรดังกล่าวบอกถึงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเครื่องถ่ายทอตสัญญาณทั้งหมดในโครงข่าย จำนวนเครื่องถ่ายทอตสัญญาณที่ไม่สามารถใช้งานได้ และจำนวนเครื่องถ่ายทอต

สัญญาณข้างเคียง แต่ในทางปฏิบัติเป็นการยากที่จะรู้จำนวนที่แน่นอนของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้งานได้ จึงใช้ความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะไม่สามารถใช้งานได้แทนการพิจารณาจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้งานได้ ด้วยการประยุกต์ใช้เมทริกซ์ความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะในการวิเคราะห์สภาวะเชื่อมต่อ ระหว่าง สถานีต้นทางและสถานีปลายทางสำหรับโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอ ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้จะประยุกต์ใช้วิธีการคำนวณด้วยเมทริกซ์ความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะเป็นพื้นฐานในการวิเคราะห์โครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในสองมิติต่อไป

ในวิทยานิพนธ์นี้ โครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในสองมิติ ซึ่งสร้างจากโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในหนึ่งมิติหลายโครงข่ายมาเชื่อมต่อกันด้วยจุดเชื่อมต่อที่เรียกว่า "สถานี" โดยสถานีมีการติดตั้งเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเพื่อรับและส่งต่อข้อมูลจากโครงข่ายต่าง ๆ และเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในสถานีจะมีโอกาสที่ไม่สามารถใช้งานได้ทำงานได้ต่ำจนไม่นำมาพิจารณา ในการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในรูปแบบดังกล่าวสามารถประยุกต์ใช้ได้กับโครงข่ายที่ต้องการส่งข้อมูลไปตามถนนหรือแม่น้ำ ที่มองโครงข่ายย่อยแบบเส้นประกอบกันเป็นโครงข่าย วิธีการพิจารณาโครงข่ายเช่นนี้ เนื่องจากการคำนวณสภาวะเชื่อมต่อของโครงข่ายสองมิติมีความซับซ้อนสูง ทำให้การวิเคราะห์โครงข่ายสองมิติให้เป็นโครงข่ายย่อยเป็นเส้นเชื่อมต่อ ก็จะทำให้ความซับซ้อนในการวิเคราะห์ลดลงและเข้าใจความสามารถในการเชื่อมต่อของโครงข่ายได้ง่ายขึ้น

การ วิเคราะห์ ความ สัมพันธ์ ของ สภาวะ เชื่อมต่อ ระหว่าง สถานี ต้นทาง กับ สถานี ปลายทางในโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในสองมิติ เมื่อกำหนดรูปแบบการเชื่อมต่อของแต่ละสถานีที่เชื่อมต่อกับโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในหนึ่งมิติ จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีในโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในหนึ่งมิติแต่ละโครงข่าย จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณ เครื่อง หนึ่ง สามารถ ส่ง สัญญาณ ถึง ได้ รวม ถึง ความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะไม่สามารถใช้งานได้

1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิทยานิพนธ์

เพื่อพัฒนาแบบจำลองคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางของโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายแบบสองมิติที่มีการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแบบเส้นสมำเสมอ เมื่อกำหนดจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในโครงข่ายและความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณสามารถส่งข้อมูลต่อไปยังเครื่องถ่ายทอดสัญญาณถัดไปได้อย่างถูกต้อง ซึ่งขึ้นกับระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งสองเครื่องนั้น

1.3 ขอบเขตวิทยานิพนธ์

1. สามารถวิเคราะห์ สภาวะ เชื่อมต่อ ระหว่าง สถานี ต้นทาง กับ สถานี ปลายทาง ด้วย วิธีการ ทางคณิตศาสตร์ เมื่อทราบจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีในโครงข่าย จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ ข้างเคียง ของ เครื่อง ถ่ายทอด สัญญาณ แต่ละ เครื่อง และ ความน่าจะเป็น ที่ เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะไม่สามารถใช้งานได้ โดยโครงข่ายมีการเชื่อมต่อแบบเส้นสมำเสมอในสองมิติ
2. สามารถวิเคราะห์ สภาวะ เชื่อมต่อ ระหว่าง สถานี ต้นทาง กับ สถานี ปลายทาง ด้วย วิธีการ จำลองเหตุการณ์ เมื่อทราบจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่าย และ ความน่าจะเป็น ที่ เครื่อง ถ่ายทอด สัญญาณ สามารถ ส่ง ข้อมูล ต่อ ไป ยัง เครื่อง ถ่ายทอด สัญญาณ ถัด ไป ได้อย่างถูกต้อง ซึ่งขึ้นกับระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งสองเครื่องนั้น ที่มีการเชื่อมต่อแบบเส้นสมำเสมอในสองมิติ
3. สามารถประเมิน ความซับซ้อน ในการคำนวณ (computational complexity) ของ วิธีการวิเคราะห์สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางที่เสนอได้

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

สามารถ นำ แบบจำลอง คณิตศาสตร์ ไป ใช้ เพื่อ วิเคราะห์ ผลกระทบ ของ จำนวน เครื่อง ถ่ายทอดสัญญาณ ทั้งหมด ใน โครงข่าย พร้อมกับ ความน่าจะเป็น ที่ เครื่อง ถ่ายทอด สัญญาณ สามารถ ส่ง ข้อมูล ต่อ ไป ยัง เครื่อง ถ่ายทอด สัญญาณ ถัด ไป ได้อย่างถูกต้อง ซึ่งขึ้นกับระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งสองเครื่องนั้น ต่อสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางแห่งหนึ่งกับสถานีปลายทางอีกแห่งหนึ่ง โดยการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแบบเส้นสมำเสมอในสองมิติ เพื่อประยุกต์ใช้กับการเชื่อมต่อข้อมูลปริมาณจากรอบนท้องถนน

1.5 ประมวลวิทยานิพนธ์

บทที่ 1 บทนำ: กล่าวถึงที่มาและความสำคัญของการคำนวณหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง ที่สามารถใช้ในการวิเคราะห์ความน่าเชื่อถือของโครงข่าย

บทที่ 2 หลักการและทฤษฎี: กล่าวถึงความรู้พื้นฐานที่นำมาใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ ประกอบด้วย เมทริกซ์การเปลี่ยนสถานะที่เป็นพื้นฐานในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และ วิธีการคำนวณหาความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณสามารถส่งข้อมูลต่อไปยังเครื่องถ่ายทอดสัญญาณถัดไปได้อย่างถูกต้อง ซึ่งขึ้นกับระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งสองเครื่องนั้น

บทที่ 3 สภาวะเชื่อมต่อ ระหว่าง สถานีต้นทาง กับ สถานีปลายทาง: นำเสนอ แบบจำลอง คณิตศาสตร์ เพื่อคำนวณหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางในหนึ่งมิติ โดย พิจารณาจากความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่จะส่งต่อข้อมูลได้ถูกต้อง พร้อมทั้งประยุกต์ใช้ สภาวะเชื่อมต่อในหนึ่งมิติในการหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางในสองมิติ

บทที่ 4 ผลการทดสอบ: นำเสนอการตรวจสอบความถูกต้องและความซับซ้อนของแบบจำลอง คณิตศาสตร์บนโครงข่ายเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแบบเส้นสมำเสมอทั้งในหนึ่งมิติและสองมิติ จากนั้น ประยุกต์ใช้แบบจำลองคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่าง ๆ

บทที่ 5 บทสรุปและข้อเสนอแนะ: สรุปงานวิจัยทั้งหมดในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้และเสนอแนวทาง ในการพัฒนางานวิจัยต่อไป

บทที่ 2

หลักการและทฤษฎี

ในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานะต้นทางกับสถานะปลายทาง ต้องใช้เมทริกซ์การเปลี่ยนสถานะซึ่งเป็นหลักการพื้นฐานที่ช่วยคำนวณโอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์ต่าง ๆ ขึ้นได้ ซึ่งงานวิจัยที่ผ่านมาใช้จำนวนเครื่องถ่ายทอตสัญญาณข้างเคียงและความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอตสัญญาณจะเสีย ในการระบุความสามารถในการเชื่อมต่อข้อมูลของเครื่องถ่ายทอตสัญญาณ แต่เพื่อให้การคำนวณมีค่าใกล้เคียงความเป็นจริง จึงแทนที่ด้วยความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอตสัญญาณสามารถส่งข้อมูลต่อไปยังเครื่องถ่ายทอตสัญญาณถัดไปได้อย่างถูกต้อง ซึ่งขึ้นกับระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอตสัญญาณทั้งสองเครื่องนั้น

2.1 เมทริกซ์การเปลี่ยนสถานะ

กระบวนการเฟ้นสุ่มเป็นจำนวนมากที่มีลักษณะเป็นแบบกระบวนการของมาร์คอฟ ทำให้ทฤษฎีบทของลูกโซ่มาร์คอฟและกระบวนการของมาร์คอฟเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการใช้เพื่อแก้ปัญหาในทางปฏิบัติ [18] โดยกำหนด X_k เป็นตัวแปรสุ่มสถานะแบบเวลาไม่ต่อเนื่องที่ลำดับเวลา k หรือ $\{X_k, k \in T\}$ เมื่อเซตดัชนี $T = \{0, 1, 2, \dots\}$ เป็นเซตของลำดับเวลาในการเปลี่ยนสถานะ ซึ่งเริ่มต้นจาก X_0 ที่เป็นสถานะเริ่มต้นของระบบ หาก X_k เป็นตัวแปรสุ่มสถานะที่เป็นแบบกระบวนการของมาร์คอฟแล้วจะมีความสัมพันธ์ดังสมการ

$$\Pr(X_{k+1} = x_{k+1} | X_0 = x_0, \dots, X_k = x_k) = \Pr(X_{k+1} = x_{k+1} | X_k = x_k)$$

นั่นคือ สถานะของระบบในอนาคตจะไม่ขึ้นกับสถานะของระบบที่ลำดับเวลาในอดีต แต่ขึ้นกับสถานะของระบบที่ลำดับเวลาปัจจุบันเท่านั้น โดยความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข $\Pr(X_{k+1} = j | X_k = i)$ ถูกเรียกว่า ความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะ (state transition probability) ของลูกโซ่มาร์คอฟ ถ้ากำหนดความน่าจะเป็นของสถานะที่ตำแหน่งเริ่มต้นเป็น $\Pr(X_0 = x_0)$ โดยสรุปแล้วจากนิยามความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \Pr(X_0 = x_0, \dots, X_k = x_k) \\ = \Pr(X_k = x_k | X_0 = x_0, \dots, X_{k-1} = x_{k-1}) \Pr(X_0 = x_0, \dots, X_{k-1} = x_{k-1}) \end{aligned}$$

และโดยนิยามของลูกโซ่มาร์คอฟ

$$\begin{aligned}\Pr(X_0 = x_0, \dots, X_k = x_k) \\ = \Pr(X_k = x_k | X_{k-1} = x_{k-1}) \Pr(X_0 = x_0, \dots, X_{k-1} = x_{k-1})\end{aligned}$$

ซึ่งความสัมพันธ์เวียนเกิดนี้จะทำให้ได้ว่า

$$\Pr(X_0 = x_0, \dots, X_k = x_k) = \prod_{j=1}^k \Pr(X_j = x_j | X_{j-1} = x_{j-1}) \Pr(X_0 = x_0)$$

ทั้งนี้ในระบบหนึ่ง ๆ ที่สนใจมีจำนวนสถานะที่เป็นไปได้ตั้งแต่สถานะที่ 1 ถึง N จะมีความน่าจะเป็นของสถานะต่าง ๆ ที่ลำดับเวลาเดียวกัน (k) จะรวมกันได้ 1 เสมอ ดังสมการ

$$\sum_{i=1}^N \Pr(X_k = i) = 1$$

และความน่าจะเป็นที่สถานะต่อไปจะอยู่ที่สถานะ j จะมีค่าเท่ากับการรวมความน่าจะเป็นในทุก ๆ สถานะที่สามารถเปลี่ยนสถานะมาเป็นสถานะ j ได้ ดังนั้น

$$\begin{aligned}\Pr(X_{k+1} = j) &= \sum_{i=1}^N \Pr(X_{k+1} = j | X_k = i) \Pr(X_k = i) \\ &= \sum_{i=1}^N p_{ij} \Pr(X_k = i)\end{aligned}$$

โดยที่ p_{ij} หมายถึงความน่าจะเป็นที่ระบบจะมีการเปลี่ยนสถานะจาก i ไป j ในตำแหน่งถัดไป ดังนั้นหากต้องการแสดงถึงการเปลี่ยนสถานะของทั้งระบบ จึงสามารถแสดงเป็นเมทริกซ์การเปลี่ยนสถานะได้ดังนี้

$$\mathbf{P} = [p_{ij}]$$

โดยความน่าจะเป็นที่จะเกิดการจะเปลี่ยนจากสถานะ i เป็นสถานะแต่ละสถานะจะต้องมีค่ารวมเป็น 1 กำหนดให้ $s_i(k)$ คือ ความน่าจะเป็นของสถานะที่ i ที่ลำดับเวลา k ดังนั้น

$$s_i(k) = \Pr(X_k = i)$$

และ

$$\mathbf{s}(k) = \begin{bmatrix} s_1(k) & s_2(k) & \dots & s_N(k) \end{bmatrix}$$

เมื่อ $\mathbf{s}(k+1) = \mathbf{s}(k)\mathbf{P}$ ซึ่งสามารถประยุกต์การใช้สูตรนี้ต่อในรูปแบบของสภาวะเวียนเกิด โดยเริ่มจากสถานะเริ่มต้นได้คือ

$$\mathbf{s}(k) = \mathbf{s}(0)\mathbf{P}^k \tag{2.1}$$

และ

$$s(k+n) = s(k)P^n$$

โดย P^n คือเมทริกซ์การเปลี่ยนสถานะซึ่งสมาชิกแถวที่ i หลักที่ j ของเมทริกซ์ หมายถึงความน่าจะเป็นที่สถานะของระบบจาก i แล้วเมื่อสถานะของระบบที่ลำดับเวลาผ่านไปอีก n ลำดับกลายเป็นสถานะ j โดยสามารถเขียนสรุปเป็นสมการคณิตศาสตร์ได้คือ

$$p_{ij}^{(n)} = \Pr(X_{k+n} = j | X_k = i)$$

ดังนั้น เมทริกซ์ความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะ ถูกใช้ในการวิเคราะห์ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ต่าง ๆ ในระบบเพื่อที่จะคาดการณ์สถานะของโครงข่ายในอนาคต

สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางในโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสม่ำเสมอ ในรูปแบบของเมทริกซ์ความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะ [19]

เพื่อวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางจะสามารถเชื่อมต่อกับสถานีปลายทาง ในที่นี้จะพิจารณาแบบจำลองการส่งข้อมูลไปถึงสถานีปลายทางในโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นซึ่งมีความสม่ำเสมอ (regularity) ของการวางตำแหน่งของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณโดยที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณทุกเครื่องในโครงข่ายถูกออกแบบให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องสามารถติดต่อกับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องอื่นในทิศทางจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทาง (จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง) เท่ากันหมด กำหนดให้มีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายเป็นจำนวน N เครื่อง เครื่องแต่ละเครื่องมีความน่าจะเป็นที่จะไม่สามารถใช้งานได้เป็น p และจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง เป็นจำนวน r เครื่อง โดยให้จุด S คือสถานีต้นทาง (source) และ D คือสถานีปลายทาง (destination) โดยกำหนดให้ข้อมูลถูกส่งจากด้านซ้ายของโครงข่ายไปยังด้านขวา

ในทางปฏิบัติรูปแบบการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณจึงเป็นแบบเส้นสม่ำเสมอระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง โดยเหตุการณ์ที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะไม่สามารถใช้งานได้ บางเครื่องในโครงข่ายจะส่งผลถึงสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง อย่างไรก็ตาม สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางมีผลกระทบจากระยะการส่งสัญญาณหรือจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงด้วย เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังคงสามารถใช้งานได้และเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้งานได้แล้วจะมีตำแหน่งที่สลับกันดังรูปที่ 2.1 ให้รูปเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีสีขาแทนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่สามารถใช้งานได้ และรูปเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีสีดำแทนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้งานได้ เมื่อมองจากด้านสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทางแล้วจะสังเกตเห็นว่าสามารถแบ่งจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้งานได้สะสม ณ ขณะนั้นได้ดังนี้



รูปที่ 2.1: ตำแหน่งของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังคงสามารถใช้งานได้กับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ใช้การไม่ได้แล้วที่อยู่สลับกัน

จากรูปที่ 2.2 ตัวเลขเหนือสัญลักษณ์แทนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณคือจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณซึ่งอยู่ตำแหน่งติดกันที่ไม่สามารถใช้งานได้สะสมมาถึงเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องนั้น ๆ โดยหมายเลข i หมายถึง สถานะของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ หรือผลของการนับจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณตั้งแต่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องแรกที่ไม่สามารถใช้งานได้จนถึงเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องนั้นมีจำนวน i เครื่อง เช่น จากรูปที่ 2.2 เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องแรกเป็นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังคงสามารถใช้งานได้ดังนั้นสถานะของการนับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้งานได้จึงมีค่าเป็น 0 หลังจากนั้น เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องที่ 2 เป็นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้งานได้ทำให้สถานะของการนับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้งานได้เป็น 1 เนื่องจากเป็นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้งานได้เป็นเครื่องแรก เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องที่ 3 เป็นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังคงสามารถใช้งานได้ดังนั้นสถานะของการนับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้งานได้จึงกลับมาเป็น 0 อีกครั้ง เพราะเหตุการณ์การนับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้งานได้สะสมถูกลบล้างไปด้วยเหตุการณ์ที่เครื่องถ่ายทอดที่สนใจในปัจจุบันเป็นเครื่องถ่ายทอดที่ยังสามารถใช้งานได้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องที่ 5 มีสถานะการนับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้งานได้สะสมเป็น 2 เนื่องจากมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้งานได้เป็นจำนวน 2 เครื่องแล้ว นั่นคือ เป็นเครื่องที่ 4 และ 5 เป็นต้น

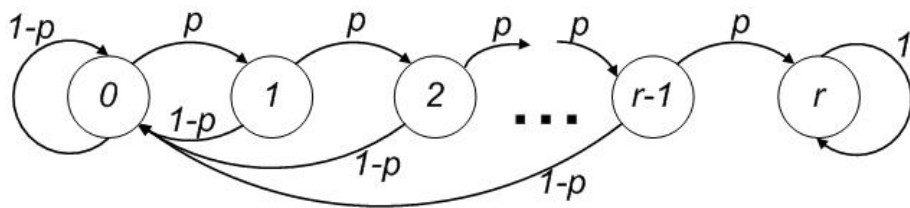


รูปที่ 2.2: การนับจำนวนสะสมของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้งานได้

เหตุการณ์ที่สถานีต้นทางจะยังคงสภาวะเชื่อมต่อกับสถานีปลายทางได้นั้นจะต้องเกิดกับเงื่อนไขที่สถานะของการนับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้งานได้สะสมมีค่าไม่ถึง r เครื่อง เพราะฉะนั้นจำนวนสถานะของการนับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้งานได้สะสมจึงมีอยู่ $r+1$ สถานะ ตั้งแต่สถานะ 0 หมายถึง เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่สนใจในปัจจุบันยังใช้งานได้อยู่จนถึง

สถานะ r ซึ่งเป็นสถานะที่ทำให้สถานะต้นทางและสถานะปลายทางขาดระหว่างกันพอดี ในวิทยานิพนธ์นี้จะนิยามเหตุการณ์ที่ตัวแปรสถานะของการนับเครื่องถ่ายทอตสัญญาณที่ไม่สามารถใช้งานได้สะสมเป็นจำนวน i เครื่อง ณ เครื่องถ่ายทอตสัญญาณที่ k เขียนแทนด้วยเหตุการณ์ $\{X_k = i\}$

นิยามให้ $s_i(k) = \Pr(X_k = i)$ เป็นความน่าจะเป็นที่มีสถานะของการนับเครื่องถ่ายทอตสัญญาณที่ไม่สามารถใช้งานได้สะสมเป็นจำนวน i เครื่อง ณ เครื่องถ่ายทอตสัญญาณที่ k และเขียนเวกเตอร์ความน่าจะเป็นที่มีสถานะของการนับเครื่องถ่ายทอตสัญญาณที่ไม่สามารถใช้งานได้สะสมต่าง ๆ ณ เครื่องถ่ายทอตสัญญาณที่ k เป็น $s(k) = [s_0(k) \ s_1(k) \ s_2(k) \ \dots \ s_r(k)]$ จากสมมติฐานที่ว่าสถานะต้นทางจะไม่เสีย ดังนั้นสถานะเริ่มต้นของเวกเตอร์สถานะจึงเป็น $s(0) = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]_{(1) \times (r+1)}$ และนิยามความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะของเครื่องถ่ายทอตสัญญาณเครื่องถัดไป (time-invariant one-step state transition probability) คือความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข $p_{ij} = \Pr(X_k = j | X_{k-1} = i)$ โดยสถานะจะเพิ่มขึ้นได้ที่ละ 1 สถานะ $p_{i(i+1)}$ เมื่อ $i < r$ ซึ่งมีค่าเท่ากับความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอตสัญญาณจะไม่สามารถใช้งานได้ p และสถานะจะลดกลายเป็นศูนย์ p_{i0} เมื่อ $i < r$ ด้วยความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอตสัญญาณจะสามารถใช้งานได้ $(1-p)$ แต่เมื่อสถานะเพิ่มขึ้นถึงสถานะ r ทำให้สถานะต้นทางและสถานะปลายทางไม่สามารถเชื่อมต่อกันได้ แม้ว่าเครื่องถ่ายทอตสัญญาณที่อยู่ถัดไปจะสามารถใช้งานได้ก็ตาม จึงทำให้เกิดความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะซ้ำอยู่กับที่ (self-transition probability) เป็น $p_{rr} = 1$ สามารถเขียนแผนผังการเปลี่ยนสถานะตามวิธีของห่วงลูกโซ่มาร์คอฟแบบเวลาวิฤต (discrete-time markov chain) ดังรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3: ห่วงโซ่มาร์คอฟของสถานะของการนับเครื่องถ่ายทอตสัญญาณที่ไม่สามารถใช้งานได้สะสม

การตรวจสอบสถานะของเครื่องถ่ายทอตสัญญาณแต่ละเครื่องเขียนแทนด้วยเมทริกซ์ของความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะสามารถได้เป็น

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1-p & p & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1-p & 0 & p & \cdots & 0 & 0 \\ 1-p & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1-p & 0 & 0 & \cdots & 0 & p \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}_{(r+1) \times (r+1)} \quad (2.2)$$

เราสามารถคำนวณหาความน่าจะเป็นที่มีสถานะของการนับเครื่องถ่ายทอตสัญญาณที่ไม่สามารถ
ใช้การได้สะสมต่าง ๆ ณ เครื่องถ่ายทอตสัญญาณที่ N ด้วยสมการ (2.1) ดังสมการ

$$\mathbf{s}(N) = \mathbf{s}(0) \mathbf{P}^N \quad (2.3)$$

ซึ่ง $s_r(N)$ คือ ความน่าจะเป็นที่เมื่อเริ่มตรวจเครื่องถ่ายทอตสัญญาณจากสถานะต้นทางไปยังสถานะ
ปลายทางแล้วจะเกิดเหตุการณ์ที่มีเครื่องถ่ายทอตสัญญาณมีตำแหน่งอยู่ติดกันเท่ากับ r เครื่องเมื่อมี
เครื่องถ่ายทอตสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายเป็นจำนวน N เครื่อง ดังนั้นสภาวะเชื่อมต่อกันระหว่างสถานะ
ต้นทางกับสถานะปลายทาง $C(N, p, r)$ จึงมีค่าดังสมการ

$$C(N, p, r) = 1 - s_r(N) \quad (2.4)$$

2.2 ความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอตสัญญาณสามารถส่งข้อมูลต่อไปยัง เครื่องถ่ายทอตสัญญาณถัดไปได้อย่างถูกต้อง ซึ่งขึ้นกับระยะห่าง ระหว่างเครื่องถ่ายทอตสัญญาณทั้งสองเครื่องนั้น

หากเปรียบเทียบวิธีการกำหนดความสามารถในการส่งข้อมูลของเครื่องถ่ายทอตสัญญาณในอดีต
จะพิจารณาด้วยความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอตสัญญาณจะเสีย ควบคู่กับระยะในการส่งสัญญาณของ
เครื่องถ่ายทอตสัญญาณหรือจำนวนเครื่องถ่ายทอตสัญญาณข้างเคียง ทำให้เครื่องถ่ายทอตสัญญาณ
ที่อยู่ในระยะการส่งสัญญาณจะสามารถรับข้อมูลได้ด้วยความน่าจะเป็นเท่ากับความน่าจะเป็นที่เครื่อง
ถ่ายทอตสัญญาณจะเสีย ซึ่งไม่สนใจระยะห่างในการวางเครื่องถ่ายทอตสัญญาณ แต่ในทางปฏิบัติการ
ส่งสัญญาณข้อมูลอาจมีการถูกลดทอนจากสภาวะแวดล้อมหรือการรบกวนกันของสัญญาณภายใน
โครงข่ายเดียวกันได้ ซึ่ง [14] พิจารณาหาจำนวนเครื่องถ่ายทอตสัญญาณที่จำเป็นในการวางเครื่อง
ถ่ายทอตสัญญาณให้ครอบคลุมพื้นที่ที่ต้องการตรวจวัด ซึ่งความสามารถในการส่งต่อข้อมูลของเครื่อง
ถ่ายทอตสัญญาณมีโอกาสที่จะส่งได้สำเร็จด้วยฟังก์ชันความน่าจะเป็น $\mathcal{F}(a)$ ซึ่งขึ้นกับ γ คือกำลังของ
สัญญาณที่ต่ำที่สุดที่ทำให้เครื่องถ่ายทอตสัญญาณที่ฝั่งรับสัญญาณสามารถตีความข้อมูลได้, P_t คือ

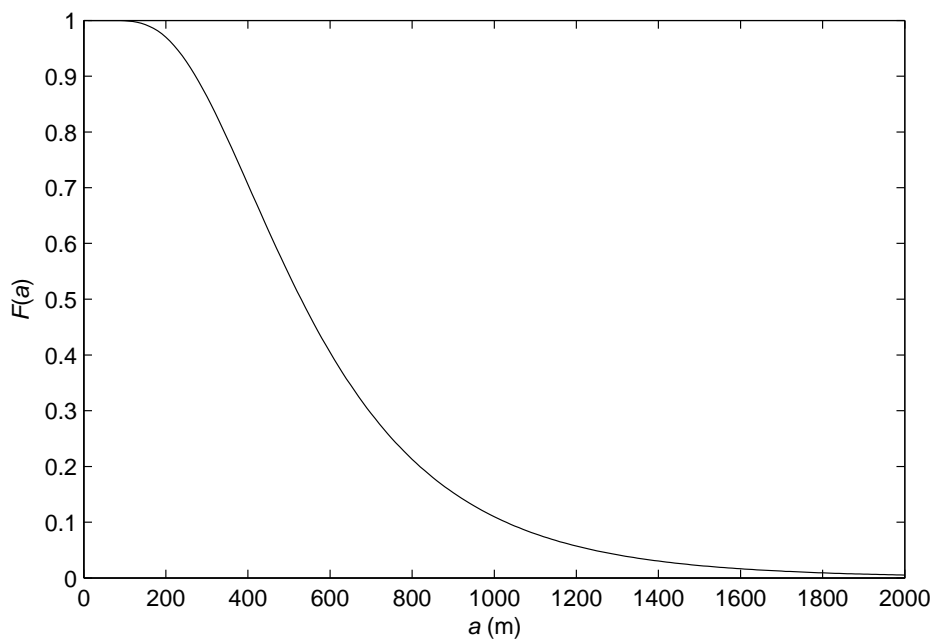
กำลังในการส่งสัญญาณที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ฝั่งส่ง, a_o คือระยะอ้างอิง, $\bar{L}(a_o)$ คือค่าเฉลี่ยของกำลังที่ถูกลดทอนสัญญาณที่ระยะอ้างอิงโดยสามารถคำนวณได้จากสมการ (2.5) ซึ่งเป็นสมการกำลังสูญเสียในอากาศว่าง [20] (free-space path loss), α คือเลขชี้กำลังของการสูญเสียตามเส้นทางของการแพร่กระจายสัญญาณ, σ คือค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนที่เป็นสัญญาณสุ่มแบบเกาส์เซียนและ a คือระยะทางที่ต้องการส่งสัญญาณ ดังสมการ (2.6)

$$\bar{L}(a_o) = -20 \log \left[\frac{\lambda}{(4\pi) a_o} \right] \quad (2.5)$$

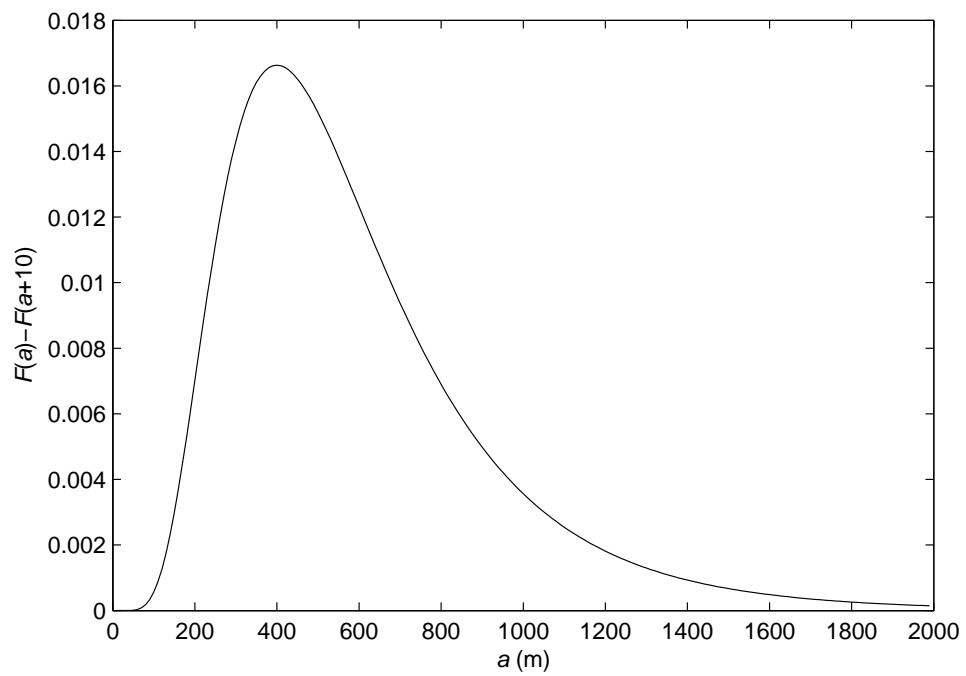
$$\mathcal{F}(a) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\gamma - P_t + \bar{L}(a_o) + 10\alpha \log \left(\frac{a}{a_o} \right)}{\sigma \sqrt{2}} \right) \quad (2.6)$$

เมื่อ $\operatorname{erfc}(\bullet)$ คือ ฟังก์ชันความผิดพลาด (complimentary error function) [18] ทำให้การคำนวณมีความใกล้เคียงความเป็นจริงมากขึ้นด้วยการนำสภาพแวดล้อมเข้ามาร่วมในการคำนวณ และเพิ่มความถูกต้องเมื่อต้องการนำเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีคุณสมบัติที่แตกต่างกันมาพิจารณาได้ กำหนดความสามารถในการส่งข้อมูลด้วยความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณสามารถส่งข้อมูลต่อไปยังเครื่องถ่ายทอดสัญญาณถัดไปได้อย่างถูกต้อง ซึ่งขึ้นกับระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งสองเครื่องนั้น ดังรูปที่ 2.4 โดยให้ $\alpha = 4$, $\sigma = 9\text{dB}$, $a_o = 100\text{m}$ ซึ่งเป็นการจำลองสถานะแวดล้อมภายในเมือง [21] และเครื่องถ่ายทอดสัญญาณฝั่งส่งมีกำลังในการส่งสัญญาณ $P_t = 100\text{mW} = 20\text{dBm}$ ส่วนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณฝั่งรับต้องการกำลังของสัญญาณที่ต่ำที่สุด $\gamma = -89\text{dBm}$ เพื่อให้ได้ความเร็วของข้อมูล 11 Mbps ตามมาตรฐาน IEEE 802.11g ด้วยสัญญาณที่มีความยาวคลื่น 0.125 m ทั้งนี้คุณสมบัติดังกล่าวจะนำไปใช้ในการทดสอบตลอดวิทยานิพนธ์นี้

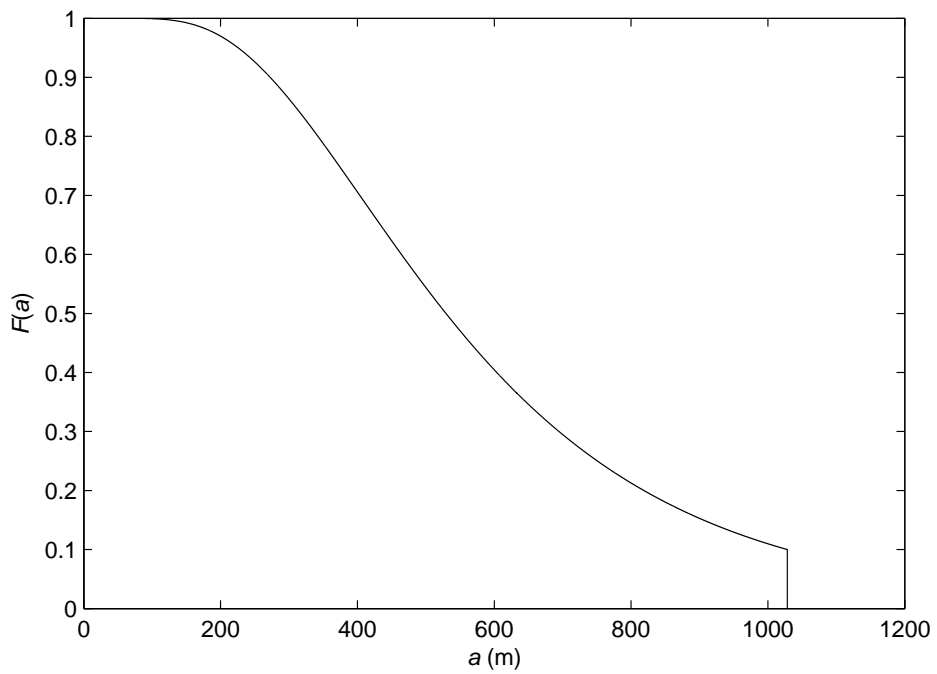
จากรูปที่ 2.5 จะพบว่า ความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณได้รับข้อมูลนั้นจะมีค่าลดลงอย่างรวดเร็วเมื่อผ่านไป 400 เมตร และที่ระยะห่างเพิ่มขึ้นไปก็ยังมีโอกาสที่จะได้รับข้อมูลเช่นกัน แต่มีความน่าจะเป็นเข้าใกล้ศูนย์มากยิ่งขึ้น ดังนั้นหากพิจารณาความน่าจะเป็นตลอดทุกระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งสองนั้น จะทำให้ความซับซ้อนของการคำนวณในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นมาก แต่จะส่งผลต่อค่าสถานะเชื่อมต่อน้อย เนื่องจากจะเกิดการเชื่อมต่อระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีความน่าจะเป็นที่มีค่าเข้าใกล้ศูนย์หลายการเชื่อมต่อ ฉะนั้นเราจะพิจารณาให้ความน่าจะเป็นที่จะได้รับข้อมูลถูกต้องด้วยค่าต่ำกว่า 0.1 ไม่สามารถใช้รับส่งข้อมูลได้หรือมีความน่าจะเป็นเท่ากับ 0 ทำให้ได้ความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณสามารถส่งข้อมูลได้ถูกต้องที่พิจารณาในแบบจำลองคณิตศาสตร์ ดังรูปที่ 2.6 โดยที่ความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละคู่จะสามารถเชื่อมต่อกันได้เป็นอิสระต่อกัน (independent)



รูปที่ 2.4: ความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณสามารถส่งข้อมูลต่อไปยังเครื่องถ่ายทอดสัญญาณถัดไปได้อย่างถูกต้อง ซึ่งขึ้นกับระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งสองเครื่องนั้น



รูปที่ 2.5: ผลต่างของความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายภาพทอดสัญญาณสามารถส่งข้อมูลได้ถูกต้องที่ระยะห่างต่างกัน 10 เมตร



รูปที่ 2.6: ความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณสามารถส่งข้อมูลได้ถูกต้องที่พิจารณาในการคำนวณสถานะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางในวิทยานิพนธ์

บทที่ 3

สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง

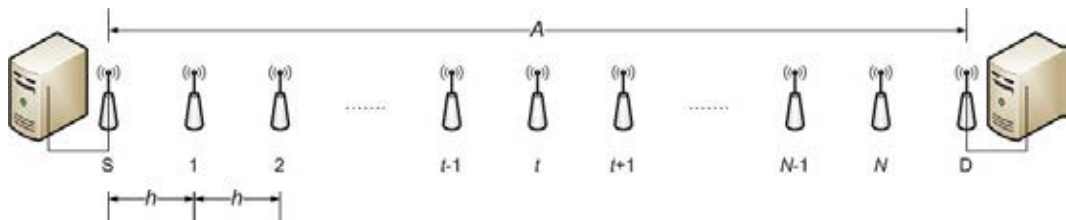
สภาวะเชื่อมต่อ ระหว่าง สถานี ต้นทาง กับ สถานี ปลายทาง แทน ได้ ด้วย ความน่าจะเป็น ที่ สถานี ต้นทางสามารถส่งต่อข้อมูลไปถึงสถานีปลายทางได้สำเร็จ ซึ่งเป็นค่าที่แสดงถึงความน่าเชื่อถือของ โครงข่าย โดยวิทยานิพนธ์นี้สนใจการเชื่อมต่อข้อมูลผ่านโครงข่ายเซ็นเซอร์ไร้สายที่มีเครื่องถ่ายทอด สัญญาณช่วยในการส่งต่อข้อมูลจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทางที่มีระยะห่างจากกันมากกว่า ระยะการส่งข้อมูลของสถานีต้นทาง ขณะที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณถูกวางแบบมีระเบียบแบบแผนที่มี ทอพอโลยีแบบเส้นในสองมิติ

ในอดีต [16] และ [17] พิจารณาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางบน โครงข่ายแบบเส้นหนึ่งมิติ และผลกระทบจากปัจจัยต่าง ๆ ได้แก่ จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ ทั้งหมดในโครงข่าย จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เสียในโครงข่าย และจำนวนเครื่องถ่ายทอด สัญญาณ ที่เครื่อง ถ่ายทอด สัญญาณ เครื่อง หนึ่ง จะ สามารถ ติดต่อ ได้ ใน ทิศทาง จาก สถานี ต้นทาง ไป ยัง สถานี ปลายทาง แต่การพิจารณาว่าทราบจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เสียในโครงข่าย นั้น อาจจะเป็น สมมุติฐาน ที่ ไม่เป็นจริง ใน ทาง ปฏิบัติ ดังนั้น แทนที่จะวิเคราะห์สภาวะเชื่อมต่อระหว่าง สถานีต้นทางกับสถานีปลายทางด้วยจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เสียในโครงข่าย ในบทนี้จะ เสนอ แบบจำลอง คณิตศาสตร์ที่วิเคราะห์ การเชื่อมต่อ ระหว่าง สถานี ต้นทาง กับ สถานี ปลายทาง ด้วย ความน่าจะเป็นในการส่งข้อมูลได้ถูกต้องระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละคู่ ซึ่งความน่าจะเป็นนี้ เป็นฟังก์ชันขึ้นกับระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งสองเครื่องนั้น

นอกจากนั้น ในบทนี้จะเสนอการวิเคราะห์สถานการณ์ที่นำโครงข่ายเซ็นเซอร์ไร้สายที่มีทอพอ โลยีแบบเส้นในหนึ่งมิติหลายโครงข่ายมาเชื่อมต่อกันด้วย "สถานี" สถานีแต่ละสถานีมีคุณสมบัติ เช่นเดียวกับสถานีต้นทางและสถานีปลายทางเดิม ทำให้การเชื่อมต่อข้อมูลระหว่างสถานีต้นทางกับ สถานีปลายทางมีทิศทางในการส่งข้อมูลที่หลากหลายมากยิ่งขึ้น ในวิทยานิพนธ์นี้เรียกโครงข่ายที่ เพิ่มเติมการส่งต่อข้อมูลในหลายทิศทางผ่านสถานีว่า โครงข่ายในสองมิติ ฉะนั้นในส่วนถัดไปของบท นี้จะนำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของโครงข่ายเซ็นเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นในสอง มิติ สำหรับคำนวณหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง เมื่อกำหนดว่าทราบ รูปแบบในการเชื่อมต่อระหว่างโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นในหนึ่งมิติ และทราบสภาวะเชื่อมต่อ ของโครงข่ายแต่ละเส้น

3.1 สถานะเชื่อมต่อในโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยีแบบหนึ่งมิติ

พิจารณา สมมติฐาน ของ แบบจำลอง คณิตศาสตร์ เพื่อ คำนวณ หา สถานะ เชื่อมต่อ ระหว่าง สถานี ต้นทางกับสถานีปลายทางดังนี้ ให้โครงข่ายเครื่องถ่ายทอดสัญญาณมีทอพอโลยีแบบเส้นที่มีความสม่ำเสมอของการวางตำแหน่งของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องสามารถส่งข้อมูลไปยังเครื่องถ่ายทอดสัญญาณอื่น ๆ ที่อยู่ถัดไปในทิศทางไปยังสถานีปลายทางได้เป็นจำนวนเท่ากัน กำหนดให้มีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่แต่ละเครื่องมีคุณสมบัติในการเชื่อมต่อเหมือนกันทุกประการเป็นจำนวน N เครื่อง ให้ตำแหน่งของสถานีต้นทาง S และตำแหน่งของสถานีปลายทาง D มีระยะห่างกันเป็น A ทำให้ระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละคู่ที่อยู่ติดกันคิดเป็นระยะทาง $h = \frac{A}{N+1}$ ดังรูปที่ 3.1 อักษรที่อยู่ด้านล่างของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณนั้นระบุตำแหน่งของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณตั้งแต่ 1 จนถึง N และให้สถานีต้นทาง S อยู่ที่ตำแหน่ง 0 ขณะที่สถานีปลายทาง D อยู่ที่ตำแหน่ง $N + 1$

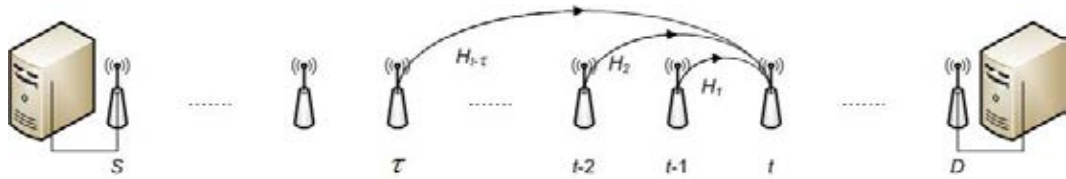


รูปที่ 3.1: โครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสม่ำเสมอในหนึ่งมิติ

เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ตำแหน่ง t ใด ๆ บนโครงข่ายแบบเส้นสม่ำเสมอ สามารถรับข้อมูลจากเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ก่อนหน้า ดังรูปที่ 3.2 โดยกำหนดให้ $H_{t-\tau}$ เป็นเหตุการณ์ที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณ t ได้รับข้อมูลถูกต้องจากเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ตำแหน่ง $\tau, \tau < t$ ซึ่งห่างกัน $(t - \tau)$ ช่องว่าง หรือระยะทางระหว่างกันคิดเป็น $(t - \tau)h$ เราสามารถหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ดังกล่าวได้จากความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณสามารถส่งข้อมูลต่อไปยังเครื่องถ่ายทอดสัญญาณถัดไปได้อย่างถูกต้อง ซึ่งเป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งสองเครื่องนั้น ดังสมการ

$$\Pr(H_{t-\tau}) = \mathcal{F}((t - \tau)h) \quad (3.1)$$

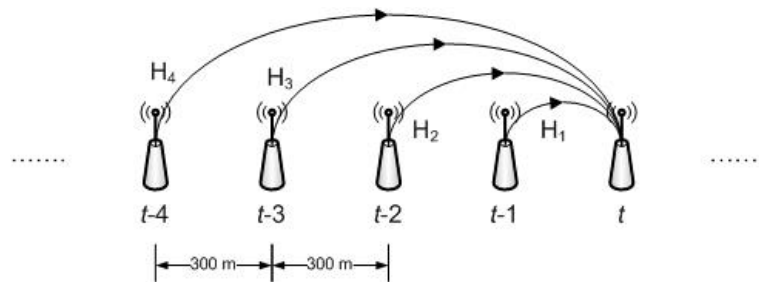
เมื่อตำแหน่ง τ ของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ก่อนหน้าห่างจากเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ตำแหน่ง t เพิ่มมากขึ้น ความน่าจะเป็นของการส่งข้อมูลได้ถูกต้องจะลดลง จนกระทั่งเมื่อความน่าจะเป็นที่จะได้รับข้อมูลถูกต้องลดน้อยลงกว่า 0.1 ในวิทยานิพนธ์นี้จะไม่นำเหตุการณ์นั้นมาคำนวณสถานะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง กำหนดให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณ



รูปที่ 3.2: การเชื่อมต่อข้อมูลระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ตำแหน่ง t กับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ก่อนหน้า

ที่อยู่ก่อนหน้าในทิศทางไปยังสถานีปลายทางที่ยังมีค่าความน่าจะเป็นที่จะส่งข้อมูลได้ถูกต้องมากกว่า หรือเท่ากับ 0.1 เรียกว่า "เครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง" อีกนัยหนึ่งคือจำนวนช่องว่าง ($t - \tau$) ที่มากที่สุดที่ทำให้ค่าความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณได้รับข้อมูลถูกต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 0.1 เรียกว่า "จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง (r)"

เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องจะมีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงคงที่เสมอจากความสม่ำเสมอ (regularity) ของการวางตำแหน่งเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ เช่น โครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสม่ำเสมอในหนึ่งมิติและมีระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ติดกันเป็น 300 เมตร ดังรูปที่ 3.3 เมื่อเราพิจารณาฟังก์ชันความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะรับข้อมูลได้ถูกต้องจากเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ห่างออกไปจากรูปที่ 2.6 ที่ระยะ 1, 2, 3, 4 ช่องว่าง จะได้ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่าง ๆ เป็น $\Pr(H_1) = 0.8636$, $\Pr(H_2) = 0.4046$, $\Pr(H_3) = 0.1529$, $\Pr(H_4) = 0.0571$ ตามลำดับ ดังนั้นเหตุการณ์ H_4, H_5, \dots จะมีโอกาสเกิดขึ้นน้อยกว่า 0.1 และกรณีนี้จึงมีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง 3 เครื่อง



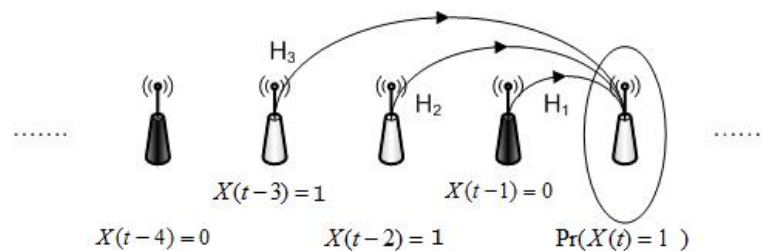
รูปที่ 3.3: โครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสม่ำเสมอในหนึ่งมิติ โดยระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ติดกันเป็น 300 เมตร

เครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงจะสามารถส่งต่อข้อมูลให้กับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณถัดไปได้ เมื่อเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงนั้นต้องได้รับข้อมูลที่ถูกต้องจากเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องอื่นที่อยู่ก่อนหน้าแล้ว กำหนดให้ $X(t)$ เป็นตัวแปรสุ่มแทนสถานะของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในตำแหน่ง t ซึ่งเป็นไปได้ 2 ค่า ได้แก่

1. $X(t) = 1$ หมายถึง เหตุการณ์ที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องนั้นได้รับข้อมูลที่ถูกต้อง ดังนั้นจึงสามารถส่งต่อข้อมูลไปยังเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ถัดไปในทิศทางไปยังสถานีปลายทางได้
2. $X(t) = 0$ หมายถึง เหตุการณ์ที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องนั้นไม่ได้รับข้อมูลที่ถูกต้อง ดังนั้นจึงไม่สามารถส่งต่อข้อมูลได้

เมื่อ $t = 0$ ตำแหน่งของสถานีต้นทางจะมีข้อมูลที่ถูกต้องและต้องการส่งข้อมูลต่อไปยังเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ถัดไปในทิศทางไปยังสถานีปลายทาง ดังนั้น $X(0) = 1$ เสมอ ส่วนเมื่อ $t = N + 1$ ตำแหน่งของสถานีปลายทางนั้นจะมีความไม่แน่นอนที่จะได้รับข้อมูลหรือไม่ ซึ่งจุดประสงค์ของแบบจำลองคณิตศาสตร์นี้ต้องการหาสถานะเชื่อมต่อกันระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางของโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในหนึ่งมิติจึงเป็นการคำนวณความน่าจะเป็นที่สถานีปลายทางจะได้รับข้อมูล $\Pr(X(N + 1) = 1)$

พิจารณาตัวอย่างของโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในหนึ่งมิติ ระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ติดกันเป็น 300 เมตร และเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องมีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงเท่ากับ 3 เครื่อง เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ได้รับข้อมูลถูกต้องและเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่ได้รับข้อมูลมีตำแหน่งดังรูปที่ 3.4 ให้รูปเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีสีขาแทนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ได้รับข้อมูลถูกต้อง และรูปเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีสีดำแทนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่ได้รับข้อมูล พิจารณาเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ทางขวาสุด ในที่นี้สมมุติว่าต้องการทราบความน่าจะเป็นของสถานะของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณนั้น $\Pr(X(t) = 1)$



รูปที่ 3.4: ตัวอย่างตำแหน่งของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ได้รับข้อมูลถูกต้องและเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่ได้รับข้อมูล เมื่อจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงเป็น 3 เครื่อง

จากรูปที่ 3.4 พบว่าเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ตำแหน่ง t สามารถได้รับข้อมูลจากเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีข้อมูลถูกต้องในตำแหน่ง $t - 2$ หรือ $t - 3$ เท่านั้น เนื่องจากเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในตำแหน่ง $t - 1$ ไม่มีข้อมูลที่จะส่งต่อ ดังนั้นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ตำแหน่ง t จะได้รับข้อมูลก็ต่อเมื่อเกิดเหตุการณ์ H_2 หรือ เหตุการณ์ H_3 จึงสามารถหาความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณ

ที่ตำแหน่ง t ได้รับข้อมูลถูกต้องแบบมีเงื่อนไขขึ้นกับตัวแปรสุ่มของเครื่องถ่ายทอตสัญญาณข้างเคียงตามสมการ

$$\begin{aligned} \Pr(X(t) = 1 | X(t-1) = 0, X(t-2) = 1, X(t-3) = 1) &= \Pr(H_{t-(t-2)} \cup H_{t-(t-3)}) \\ &= \Pr(H_2 \cup H_3) \end{aligned}$$

ในรูปทั่วไปเพื่อพิจารณาความน่าจะเป็นของสถานะของเครื่องถ่ายทอตสัญญาณ ณ ตำแหน่ง t กำหนดให้ $\kappa(t) = \{\tau | X(\tau) = 1, t-r \leq \tau < t\}$ คือเซตของตำแหน่งที่เครื่องถ่ายทอตสัญญาณข้างเคียงมีข้อมูลที่ถูกต้อง อีกนัยหนึ่งคือเซตของตำแหน่งที่เครื่องถ่ายทอตสัญญาณข้างเคียงมีสถานะเป็น 1 ในรูปทั่วไปเราจึงเขียนความสัมพันธ์ข้างต้นได้เป็น

$$\Pr(X(t) = 1 | X(\tau), t-r \leq \tau < t) = \Pr\left(\bigcup_{\tau \in \kappa(t)} H_{t-\tau}\right) \quad (3.2)$$

เนื่องจากเหตุการณ์ที่เครื่องถ่ายทอตสัญญาณที่ตำแหน่ง t จะได้รับข้อมูลที่ถูกต้องนั้น จะต้องขึ้นกับเงื่อนไขค่าของตัวแปรสุ่มสถานะของเครื่องถ่ายทอตสัญญาณข้างเคียงที่อยู่ก่อนหน้าในตำแหน่งตั้งแต่ $t-1$ ถึง $t-r$ รวมเป็น r เครื่อง หากพิจารณารวมกันให้ $\bar{X}(t-1)$ แทนเวกเตอร์สถานะขนาด $1 \times r$ ของตัวแปรสุ่มสถานะของเครื่องถ่ายทอตสัญญาณข้างเคียงที่อยู่ก่อนหน้าดังกล่าว เราสามารถนิยามว่า

$$\bar{X}(t-1) = \left[X(t-1) \quad X(t-2) \quad \dots \quad X(t-r) \right] \quad (3.3)$$

สถานะของเครื่องถ่ายทอตสัญญาณแต่ละตำแหน่งสามารถเป็นไปได้ 2 ค่า และจำนวนตำแหน่งทั้งหมดในเวกเตอร์เป็น r ตำแหน่ง เพราะฉะนั้นเวกเตอร์สถานะจึงมีค่าที่เป็นไปได้อยู่ 2^r รูปแบบ ตั้งแต่ตัวแปรสุ่มในเวกเตอร์สถานะมีค่าเป็น 1 ทั้งหมดซึ่งแทนกรณีที่เครื่องถ่ายทอตสัญญาณที่ตำแหน่ง t มีโอกาสที่จะได้รับข้อมูลที่ถูกต้องสูงสุด จนถึงกรณีที่ตัวแปรสุ่มในเวกเตอร์สถานะมีค่าเป็น 0 ทั้งหมด ซึ่งจะหมายถึงสถานีต้นทางและสถานีปลายทางขาดการเชื่อมต่อจากกัน

เพื่อประยุกต์ใช้เมทริกซ์ในการเปลี่ยนสถานะตามวิธีของห่วงโซ่มาร์คอฟแบบเวลาวิฤต (discrete-time markov chain) จากนิยามเวกเตอร์สถานะ $\bar{X}(t)$ ของเครื่องถ่ายทอตสัญญาณข้างเคียงที่อยู่ก่อนหน้าในตำแหน่งตั้งแต่ t ถึง $t-r+1$ มีขนาด $1 \times r$ นิยามเซตดัชนีเป็น $T = \{0, 1, 2, \dots, N+1\}$ โดยมีความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะจากสมการ (3.2) เขียนใหม่ได้เป็นสมการ

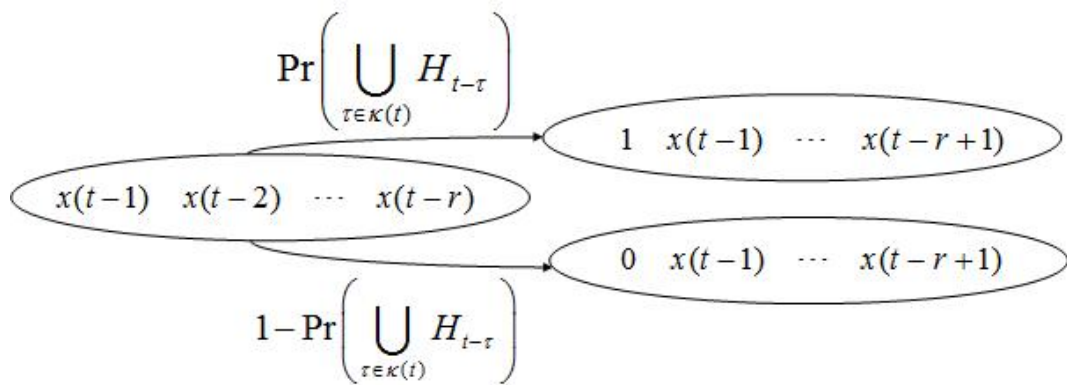
$$\begin{aligned} \Pr\left(\bar{X}(t) = \left[1 \quad x(t-1) \quad \dots \quad x(t-r+1) \right] \mid \right. \\ \left. \bar{X}(t-1) = \left[x(t-1) \quad x(t-2) \quad \dots \quad x(t-r) \right] \right) = \Pr\left(\bigcup_{\tau \in \kappa(t)} H_{t-\tau}\right) \quad (3.4) \end{aligned}$$

ซึ่งสังเกตว่าสถานะก่อนหน้า $\bar{X}(t-1)$ ที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ตำแหน่ง t ได้รับข้อมูลถูกต้อง และสถานะถัดไป $\bar{X}(t)$ เป็นเวกเตอร์ที่มีค่าเหลื่อมกันอยู่ยกเว้นตำแหน่งสุดท้ายของ $\bar{X}(t-1)$ ซึ่งมีค่าเป็น $x(t-r)$ และตำแหน่งแรกของ $\bar{X}(t)$ ซึ่งมีค่าเป็น $x(t) = 1$ ซึ่งแทนกรณีที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ตำแหน่งถัดไปจากสถานะการก่อนหน้าได้รับข้อมูลถูกต้อง

ในทางตรงกันข้าม เมื่อทราบสถานะก่อนหน้า $\bar{X}(t-1)$ และต้องการคำนวณค่าความน่าจะเป็นที่สถานะถัดไปทำให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ตำแหน่ง t ไม่ได้รับข้อมูลหรือ $x(t) = 0$ จะได้รับความสัมพันธ์ดังสมการ

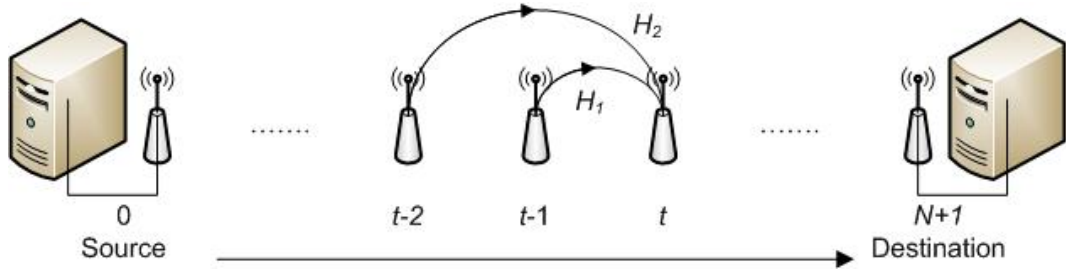
$$\Pr\left(\bar{X}(t) = \begin{bmatrix} 0 & x(t-1) & \cdots & x(t-r+1) \end{bmatrix} \mid \bar{X}(t-1) = \begin{bmatrix} x(t-1) & x(t-2) & \cdots & x(t-r) \end{bmatrix}\right) = 1 - \Pr\left(\bigcup_{\tau \in \kappa(t)} H_{t-\tau}\right) \quad (3.5)$$

เนื่องจากเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องจะมีค่าของตัวแปรสุ่มที่เป็นไปได้เพียง 2 ค่าเท่านั้น ฉะนั้นในการเปลี่ยนไปยังสถานะถัดไปจึงเป็นไปได้สองทาง จึงสามารถเขียนห่วงโซ่มาร์คอฟแบบเวลาวิฤตของสถานะหนึ่งสถานะใดได้ดังรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.5: ห่วงโซ่มาร์คอฟแบบเวลาวิฤตของเวกเตอร์สถานะเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ

ในที่นี้ จะยกตัวอย่างสถานการณ์ 2 สถานการณ์ เพื่อแสดงวิธีการประยุกต์ใช้แบบจำลองคณิตศาสตร์ โดยสถานการณ์ที่หนึ่งเป็นสถานการณ์ที่มีโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายแบบเส้นสม่ำเสมอ โดยเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องมีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง 2 เครื่อง สำหรับสถานการณ์ที่สองนั้น เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องจะมีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง 3 เครื่อง



รูปที่ 3.6: โครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายแบบเส้นสมำเสมอ โดยเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องมีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง 2 เครื่อง

3.1.1 โครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในหนึ่งมิติที่มี $r = 2$

สถานการณ์ที่มีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง 2 เครื่อง ประกอบด้วยเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ N เครื่อง ดังรูปที่ 3.6 จะมีจำนวนสถานะที่เป็นไปได้ $2^2 = 4$ สถานะ ได้แก่ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$ ซึ่งสามารถพิจารณาความน่าจะเป็นของสถานะเป็น

$$\begin{aligned} s_1(t) &= \Pr\left(\bar{X}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}\right) \\ s_2(t) &= \Pr\left(\bar{X}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\right) \\ s_3(t) &= \Pr\left(\bar{X}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}\right) \\ s_4(t) &= \Pr\left(\bar{X}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}\right) \\ \mathbf{s}(t) &= \begin{bmatrix} s_1(t) & s_2(t) & s_3(t) & s_4(t) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

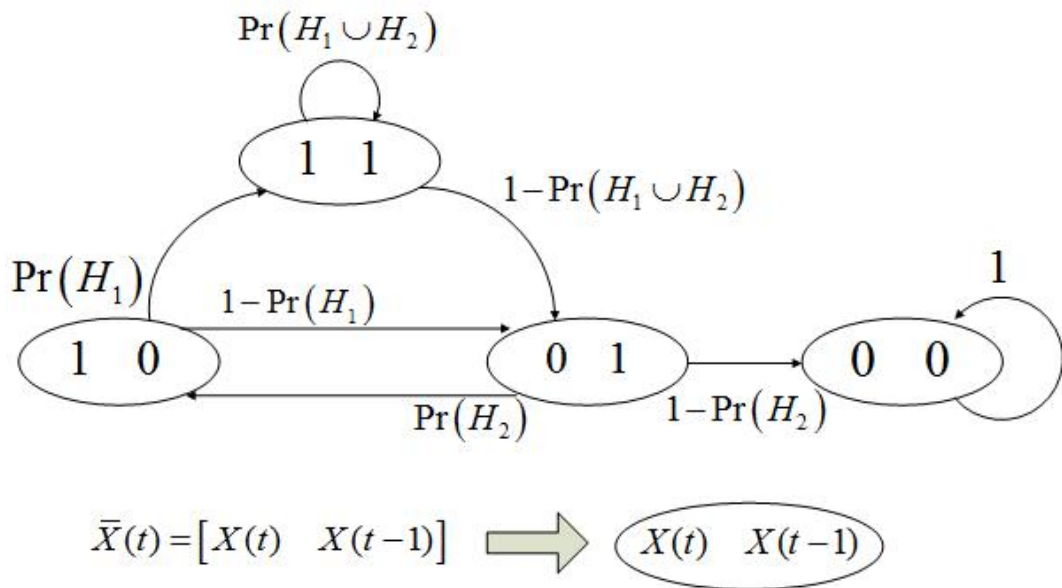
จากสถานะต่าง ๆ ที่กำหนด ทำให้ได้ความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะ ดังนี้

$$\begin{aligned} \bar{X}(t-1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} &\xrightarrow{\Pr(H_{t-(t-1)} \cup H_{t-(t-2)})} \bar{X}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \\ \bar{X}(t-1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} &\xrightarrow{1 - \Pr(H_{t-(t-1)} \cup H_{t-(t-2)})} \bar{X}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \bar{X}(t-1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} &\xrightarrow{\Pr(H_{t-(t-1)})} \bar{X}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \\ \bar{X}(t-1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} &\xrightarrow{1 - \Pr(H_{t-(t-1)})} \bar{X}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \bar{X}(t-1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} &\xrightarrow{\Pr(H_{t-(t-2)})} \bar{X}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \\ \bar{X}(t-1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} &\xrightarrow{1 - \Pr(H_{t-(t-2)})} \bar{X}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \bar{X}(t-1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} &\xrightarrow{1} \bar{X}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

โดยเขียนเป็นท่วงโซ่มาร์คอฟแบบเวลาวิฤตได้ดังรูปที่ 3.7 และสามารถเขียนเป็นเมทริกซ์ในการ

เปลี่ยนสถานะได้ตามสมการ

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \Pr(H_1 \cup H_2) & 0 & 1 - \Pr(H_1 \cup H_2) & 0 \\ \Pr(H_1) & 1 - \Pr(H_1) & 0 & 0 \\ 0 & \Pr(H_2) & 0 & 1 - \Pr(H_2) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



รูปที่ 3.7: ห่วงโซ่มาร์คอฟแบบเวลาวิฤตของเวกเตอร์สถานะของโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายแบบเส้นสมำเสมอที่ $r = 2$

สำหรับสถานะเริ่มต้น $\bar{X}(0) = [X(0) \quad X(-1)]$ เนื่องจากสถานะนี้ต้นทางมีข้อมูลและสามารถส่งข้อมูลต่อไปยังเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ถัดไปในทิศทางไปยังเครื่องถ่ายทอดสัญญาณปลายทางได้เสมอ ดังนั้นจะได้ $\Pr(X(0) = 1) = 1$ และที่ตำแหน่ง $t = -1$ ไม่มีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณจึงสามารถกำหนดค่าของสถานะเป็น 0 เสมอหรือ $\Pr(X(-1) = 0) = 1$ ดังนั้นจะได้ $\bar{X}(0) = [1 \quad 0]$ และได้เวกเตอร์ของความน่าจะเป็นของสถานะเริ่มต้นเป็น $\mathbf{s}(0) = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0]$

สุดท้ายที่ตำแหน่ง $N + 1$ หรือสถานะปลายทาง เราสามารถคำนวณความน่าจะเป็นของสถานะระบบที่ตำแหน่ง $N + 1$ ด้วยสมการ (2.1) เป็น

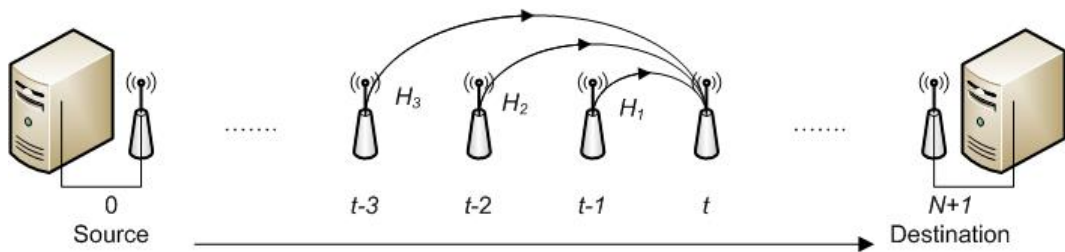
$$\begin{aligned} \mathbf{s}(N+1) &= \mathbf{s}(0)\mathbf{P}^{N+1} \\ &= [s_1(N+1) \quad s_2(N+1) \quad s_3(N+1) \quad s_4(N+1)] \end{aligned}$$

โดยสนใจความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณตำแหน่งที่ $N + 1$ ได้รับข้อมูล หรือ $\{X(N+1) = 1\}$ ซึ่งประกอบด้วย $s_1(N+1)$ และ $s_2(N+1)$ และจากเหตุการณ์ของสถานะ

ทั้งสองนี้ไม่เกิดขึ้นร่วมกัน (mutually exclusive) เพราะฉะนั้นเราสามารถหาสถานะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางของโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายแบบเส้นสมำเสมอที่ประกอบด้วยเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ N เครื่อง ($C(N, r = 2)$) ขณะที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องมีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง 2 เครื่อง ได้จาก

$$C(N, r = 2) = s_1(N + 1) + s_2(N + 1)$$

3.1.2 โครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในหนึ่งมิติที่มี $r = 3$



รูปที่ 3.8: โครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายแบบเส้นสมำเสมอ โดยเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องมีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง 3 เครื่อง

สถานการณ์ที่มีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง 3 เครื่อง ประกอบด้วยเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ N เครื่อง ดังรูปที่ 3.8 จะมีตัวแปรสถานะเป็น $\bar{X}(t) = [X(t) \ X(t-1) \ X(t-2)]$ โดยมีจำนวนสถานะที่เป็นไปได้ $2^3 = 8$ สถานะ ซึ่งสามารถพิจารณาความน่าจะเป็นของสถานะเป็น

$$s_1(t) = \Pr(\bar{X}(t) = [1 \ 1 \ 1])$$

$$s_2(t) = \Pr(\bar{X}(t) = [1 \ 1 \ 0])$$

$$s_3(t) = \Pr(\bar{X}(t) = [1 \ 0 \ 1])$$

$$s_4(t) = \Pr(\bar{X}(t) = [1 \ 0 \ 0])$$

$$s_5(t) = \Pr(\bar{X}(t) = [0 \ 1 \ 1])$$

$$s_6(t) = \Pr(\bar{X}(t) = [0 \ 1 \ 0])$$

$$s_7(t) = \Pr(\bar{X}(t) = [0 \ 0 \ 1])$$

$$s_8(t) = \Pr(\bar{X}(t) = [0 \ 0 \ 0])$$

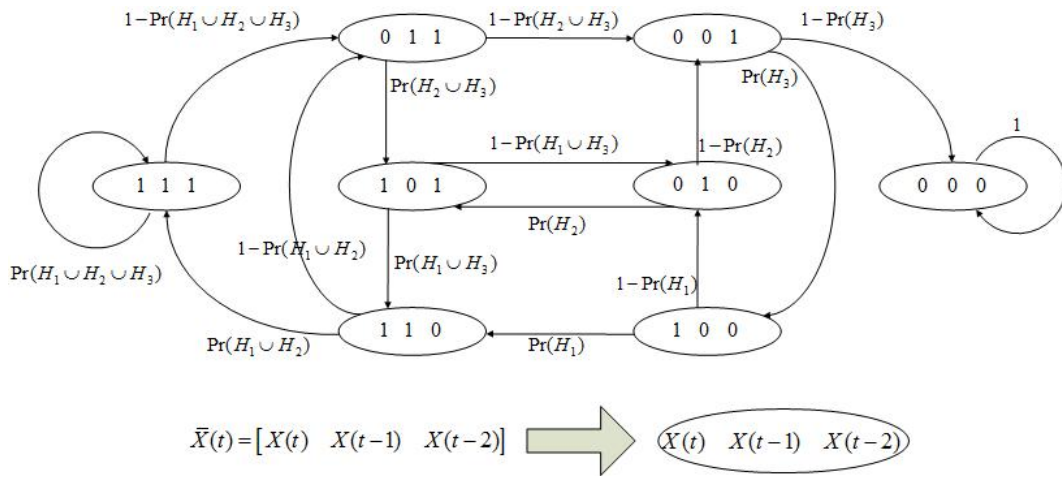
$$\mathbf{s}(t) = [s_1(t) \ s_2(t) \ s_3(t) \ s_4(t) \ s_5(t) \ s_6(t) \ s_7(t) \ s_8(t)]$$

จากสถานะต่าง ๆ ที่กำหนด ทำให้ได้ความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะ ดังนี้

$$\begin{array}{l}
 \bar{X}(t-1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\Pr(H_{t-(t-1)} \cup H_{t-(t-2)} \cup H_{t-(t-3)})} \bar{X}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\
 \bar{X}(t-1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{1-\Pr(H_{t-(t-1)} \cup H_{t-(t-2)} \cup H_{t-(t-3)})} \bar{X}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\
 \bar{X}(t-1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\Pr(H_{t-(t-1)} \cup H_{t-(t-2)})} \bar{X}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\
 \bar{X}(t-1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{1-\Pr(H_{t-(t-1)} \cup H_{t-(t-2)})} \bar{X}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\
 \bar{X}(t-1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\Pr(H_{t-(t-1)} \cup H_{t-(t-3)})} \bar{X}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\
 \bar{X}(t-1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{1-\Pr(H_{t-(t-1)} \cup H_{t-(t-3)})} \bar{X}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\
 \bar{X}(t-1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\Pr(H_{t-(t-1)})} \bar{X}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\
 \bar{X}(t-1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{1-\Pr(H_{t-(t-1)})} \bar{X}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\
 \bar{X}(t-1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\Pr(H_{t-(t-2)} \cup H_{t-(t-3)})} \bar{X}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 \bar{X}(t-1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{1-\Pr(H_{t-(t-2)} \cup H_{t-(t-3)})} \bar{X}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 \bar{X}(t-1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\Pr(H_{t-(t-2)})} \bar{X}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 \bar{X}(t-1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{1-\Pr(H_{t-(t-2)})} \bar{X}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 \bar{X}(t-1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\Pr(H_{t-(t-3)})} \bar{X}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 \bar{X}(t-1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{1-\Pr(H_{t-(t-3)})} \bar{X}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 \bar{X}(t-1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{1} \bar{X}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

โดยเขียนเป็นห่วงโซ่มาร์คอฟแบบเวลาวิฤตได้ดังรูปที่ 3.9 และสามารถเขียนเป็นเมทริกซ์ในการเปลี่ยนสถานะได้ตามสมการ

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix}
 \Pr(\bigcup_{i=1}^3 H_i) & 0 & 0 & 0 & 1 - \Pr(\bigcup_{i=1}^3 H_i) & \dots \\
 \Pr(\bigcup_{i=1}^2 H_i) & 0 & 0 & 0 & 1 - \Pr(\bigcup_{i=1}^2 H_i) & \dots \\
 0 & \Pr(\bigcup_{i=1,3} H_i) & 0 & 0 & 0 & \dots \\
 0 & \Pr(H_1) & 0 & 0 & 0 & \dots \\
 0 & 0 & \Pr(\bigcup_{i=2}^3 H_i) & 0 & 0 & \dots \\
 0 & 0 & \Pr(H_2) & 0 & 0 & \dots \\
 0 & 0 & 0 & \Pr(H_3) & 0 & \dots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\
 \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\
 \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\
 \dots & 1 - \Pr(\bigcup_{i=1,3} H_i) & 0 & 0 & 0 & \dots \\
 \dots & 1 - \Pr(H_1) & 0 & 0 & 0 & \dots \\
 \dots & 0 & 1 - \Pr(\bigcup_{i=2}^3 H_i) & 0 & 0 & \dots \\
 \dots & 0 & 1 - \Pr(H_2) & 0 & 0 & \dots \\
 \dots & 0 & 0 & 1 - \Pr(H_3) & 0 & \dots \\
 \dots & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots
 \end{bmatrix}$$



รูปที่ 3.9: ห่วงโซ่มาร์คอฟแบบเวลาวิฤตของเวกเตอร์สถานะของโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายแบบเส้นสมำเสมอที่ $r = 3$

สำหรับสถานะเริ่มต้น $\bar{X}(0) = [X(0) \ X(-1) \ X(-2)]$ เนื่องจากสถานะต้นทางมีข้อมูลและสามารถส่งข้อมูลต่อไปยังเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ถัดไปในทิศทางไปยังเครื่องถ่ายทอดสัญญาณปลายทางได้เสมอ จะได้ $\Pr(X(0) = 1) = 1$ และที่ตำแหน่ง $t = -1, -2$ ไม่มีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณจึงสามารถกำหนดค่าของสถานะเป็น 0 เสมอหรือ $\Pr(X(-1) = 0) = 1, \Pr(X(-2) = 0) = 1$ ดังนั้นจะได้ $\bar{X}(0) = [1 \ 0 \ 0]$ จึงได้เวกเตอร์ของความน่าจะเป็นของสถานะเริ่มต้นเป็น $s(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$

สุดท้ายที่ตำแหน่ง $N + 1$ หรือสถานะปลายทาง เราสามารถคำนวณความน่าจะเป็นของสถานะระบบที่ตำแหน่ง $N + 1$ ด้วยสมการ (2.1) เป็น

$$s(N + 1) = s(0)\mathbf{P}^{N+1}$$

โดยสนใจความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณตำแหน่งที่ $N + 1$ ได้รับข้อมูล หรือ $\{X(N + 1) = 1\}$ ซึ่งประกอบด้วย $s_1(N + 1), s_2(N + 1), s_3(N + 1)$ และ $s_4(N + 1)$ และจากเหตุการณ์ของทุกสถานะไม่มีเกิดร่วมกัน (mutually exclusive) เพราะฉะนั้นเราสามารถหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานะต้นทางกับสถานะปลายทางของโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายแบบเส้นสมำเสมอที่ประกอบด้วยเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ N เครื่อง ($C(N, r = 3)$) ที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องมีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง 3 เครื่อง ได้จาก

$$C(N, r = 3) = s_1(N + 1) + s_2(N + 1) + s_3(N + 1) + s_4(N + 1)$$

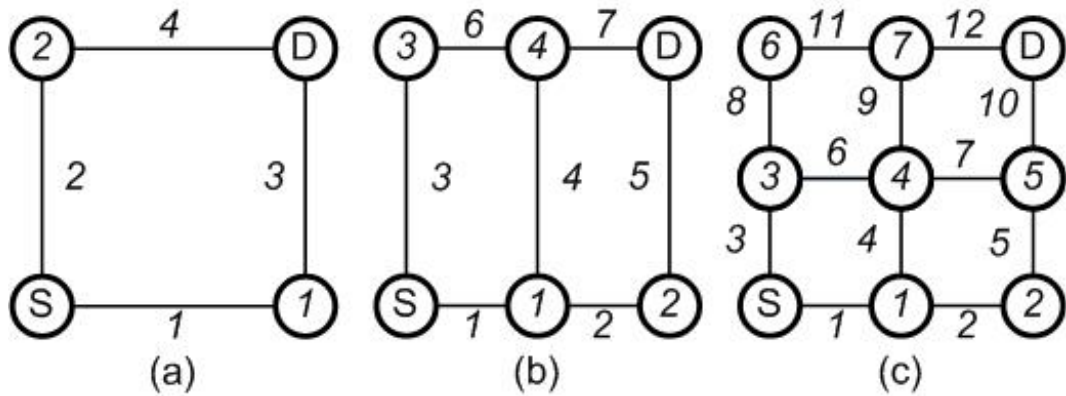
3.2 สภาวะเชื่อมต่อในโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยีแบบสองมิติ

ในการวิเคราะห์ความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางและสถานีปลายทางสามารถเชื่อมต่อกันได้ โดยที่สถานีต้นทางและสถานีปลายทางถูกเชื่อมต่อกันด้วยโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอหลายโครงข่ายที่เชื่อมต่อกัน การจำลองสถานการณ์ดังกล่าวจำเป็นต้องมีสถานีที่เป็นจุดเชื่อมต่อระหว่างโครงข่ายเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในหนึ่งมิติแต่ละโครงข่ายเข้าด้วยกัน เมื่อเปรียบเทียบกับสถานการณ์จริง สถานีจะเป็นจุดที่มีความสำคัญและมีการเชื่อมต่อโดยตรงกับศูนย์กลางในการประมวลผลข้อมูล เช่น สื่แยกที่มีสัญญาณไฟจราจรซึ่งต้องการข้อมูลปริมาณรถยนต์บนถนนแต่ละเส้นเพื่อประมวลผลในการเปิดสัญญาณไฟจราจรได้อย่างมีประสิทธิภาพ ดังนั้นสถานีต้นทางและสถานีปลายทางของข้อมูลก็จะเป็นคู่สถานีใด ๆ ที่อยู่บนโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในสองมิติ โดยบางสถานการณ์สามารถเลือกสถานีต้นทางและสถานีปลายทางที่อยู่ใกล้กันมากที่สุดมาคำนวณหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างทั้งสองสถานี เพื่อเป็นค่าที่ใช้แทนสภาวะเชื่อมต่อของโครงข่ายทั้งหมดได้

เพื่อวิเคราะห์สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางในโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในสองมิติที่มีเส้นทางเชื่อมต่อข้อมูลระหว่างสถานี กำหนดการเชื่อมต่อระหว่างโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอผ่านกราฟไม่แสดงทิศทาง $G = (V, E)$ ให้โนดของกราฟ G แทนสถานีซึ่งรวมสถานีต้นทาง S และสถานีปลายทาง D ที่สนใจ $V = \{S, D, 1, 2, \dots, v\}$ ให้เส้นเชื่อมโยงแทนโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในหนึ่งมิติ $E = \{1, 2, 3, \dots, e\}$ และให้ c_l เป็นค่าสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางของเส้นเชื่อมโยงที่ l บนโครงข่ายแบบเส้นสมำเสมอในหนึ่งมิติ โดยโครงข่ายแต่ละเส้นเป็นอิสระต่อกัน ตัวอย่างกราฟที่สนใจ เช่น กราฟแบบกริดขนาดต่าง ๆ แสดงดังรูปที่ 3.10

ให้ P_n เป็นลำดับของโครงข่ายแบบเส้นสมำเสมอในหนึ่งมิติ โดยที่ P_n หมายถึงวิถีที่ n ในการเชื่อมต่อข้อมูลระหว่างสถานีต้นทาง S กับสถานีปลายทาง D และให้ F_n แทนเหตุการณ์ที่ทุกโครงข่ายแบบเส้นสมำเสมอในวิถี P_n สามารถเชื่อมต่อข้อมูลได้

จากกราฟ G สมมุติว่าสามารถหาวิถีในการเชื่อมต่อข้อมูลระหว่างสถานีต้นทาง S กับสถานีปลายทาง D ที่เป็นไปได้ทั้งหมด m วิถี เขียนเป็นเซต $\{P_1, P_2, \dots, P_m\}$ ดังนั้นเซตของเหตุการณ์ที่ทำให้สถานีต้นทาง S และสถานีปลายทาง D เชื่อมต่อกันสำเร็จผ่านวิถีนั้น ๆ จึงเขียนได้เป็น $\{F_1, F_2, \dots, F_m\}$ สังเกตว่าหากมีอย่างน้อยหนึ่งเหตุการณ์จากเซตของเหตุการณ์ดังกล่าวเกิดขึ้นจะทำให้สถานีต้นทาง S สามารถเชื่อมต่อกับสถานีปลายทาง D ได้สำเร็จ เพราะฉะนั้นจะสามารถหาสภาวะเชื่อมต่อ $C_{SD}(G)$ ได้จากความน่าจะเป็นของยูเนียนของเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่สถานีต้นทาง S และสถานีปลายทาง D เชื่อมต่อกันสำเร็จ



รูปที่ 3.10: โครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในสองมิติ :
 (a) โครงข่ายกริดขนาด 2×2 , $G_{2 \times 2}$ (b) โครงข่ายกริดขนาด 2×3 , $G_{2 \times 3}$
 (c) โครงข่ายกริดขนาด 3×3 , $G_{3 \times 3}$

$$C_{SD}(G) = \Pr \left(\bigcup_{n=1}^m F_n \right) \quad (3.6)$$

เราสามารถประยุกต์หลักการเพิ่มเข้า-ตัดออก (inclusion-exclusion principle) [22] เพื่อหาความน่าจะเป็นของยูเนียนของทุกเหตุการณ์ได้ดังสมการ

$$\begin{aligned} \Pr \left(\bigcup_{n=1}^m F_n \right) &= \sum_{1 \leq n_1 \leq m} \Pr(F_{n_1}) - \sum_{1 \leq n_1 < n_2 \leq m} \Pr(F_{n_1} F_{n_2}) \\ &+ \sum_{1 \leq n_1 < n_2 < n_3 \leq m} \Pr(F_{n_1} F_{n_2} F_{n_3}) + \dots \\ &+ (-1)^{m-1} \Pr(F_1 F_2 F_3 \dots F_m) \end{aligned} \quad (3.7)$$

ยกตัวอย่างการคำนวณ เช่น โครงข่ายแบบกริดขนาด 2×3 ดังรูปที่ 3.10(b) ประกอบด้วยสถานี 6 สถานี (รวมสถานีต้นทางและสถานีปลายทาง) และเส้นเชื่อมโยง 7 เส้นซึ่งแทนโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในหนึ่งมิติ 7 โครงข่าย สำหรับกราฟไม่แสดงทิศทางของโครงข่ายแบบกริดขนาด 2×3 นั้นจะสามารถหาวิถีในการเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางได้ทั้งหมด 4 วิถีได้แก่

$$P_1 = (1, 2, 5), P_2 = (1, 4, 7), P_3 = (3, 6, 7), P_4 = (3, 6, 4, 2, 5)$$

ความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทาง S และสถานีปลายทาง D เชื่อมต่อกันได้ผ่านวิถีต่าง ๆ สามารถคำนวณได้ ดังนี้

$$\begin{aligned}
\Pr(F_1) &= c_1c_2c_5 \\
\Pr(F_2) &= c_1c_4c_7 \\
\Pr(F_3) &= c_3c_6c_7 \\
\Pr(F_4) &= c_3c_6c_4c_2c_5 \\
\Pr(F_1F_2) &= c_1c_2c_4c_5c_7 \\
\Pr(F_1F_3) &= c_1c_2c_3c_5c_6c_7 \\
\Pr(F_1F_4) &= c_1c_2c_3c_4c_5c_6 \\
\Pr(F_2F_3) &= c_1c_3c_4c_6c_7 \\
\Pr(F_2F_4) &= c_1c_2c_3c_4c_5c_6c_7 \\
\Pr(F_3F_4) &= c_2c_3c_4c_5c_6c_7 \\
\Pr(F_1F_2F_3) &= c_1c_2c_3c_4c_5c_6c_7 \\
\Pr(F_1F_2F_4) &= c_1c_2c_3c_4c_5c_6c_7 \\
\Pr(F_1F_3F_4) &= c_1c_2c_3c_4c_5c_6c_7 \\
\Pr(F_2F_3F_4) &= c_1c_2c_3c_4c_5c_6c_7 \\
\Pr(F_1F_2F_3F_4) &= c_1c_2c_3c_4c_5c_6c_7
\end{aligned}$$

สุดท้ายอาศัยหลักการเพิ่มเข้า-ตัดออก จะสามารถคำนวณหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางในโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในสองมิติได้เป็น

$$\begin{aligned}
C_{SD}(G_{2 \times 3}) &= \Pr\left(\bigcup_{n=1}^4 F_n\right) \\
&= \Pr(F_1) + \Pr(F_2) + \Pr(F_3) + \Pr(F_4) \\
&\quad - (\Pr(F_1F_2) + \Pr(F_1F_3) + \Pr(F_1F_4) + \Pr(F_2F_3) + \Pr(F_2F_4) + \Pr(F_3F_4)) \\
&\quad + \Pr(F_1F_2F_3) + \Pr(F_1F_2F_4) + \Pr(F_1F_3F_4) + \Pr(F_2F_3F_4) \\
&\quad - \Pr(F_1F_2F_3F_4)
\end{aligned}$$

บทที่ 4

ผลการทดสอบ

ในบทนี้มีวัตถุประสงค์ของการทดสอบเพื่อให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางในโครงข่ายเช่นเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสม่ำเสมอในหนึ่งมิติและสองมิติ จากผลกระทบของจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายและความสามารถในการรับส่งข้อมูลของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณผ่านโปรแกรม MATLAB ซึ่งแสดงสมรรถนะของแบบจำลองคณิตศาสตร์ตามที่นำเสนอในบทที่ 3 เพื่อทดสอบความถูกต้องของแบบจำลองคณิตศาสตร์จะเปรียบเทียบกับผลการจำลองเหตุการณ์ โดยการหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางจากการนับจำนวนครั้งที่สถานีต้นทางและสถานีปลายทางสามารถส่งสัญญาณถึงกันได้หารด้วยจำนวนครั้งที่ทำการทดลอง และต้องทำการทดลองเป็นจำนวนครั้งที่มากเพียงพอ หากจำนวนการทดลองไม่มากพอจะได้ค่าที่ไม่แม่นยำ ทั้งนี้จำนวนครั้งที่ทำการทดลองจะขึ้นกับการจำลองเหตุการณ์นั้น ๆ

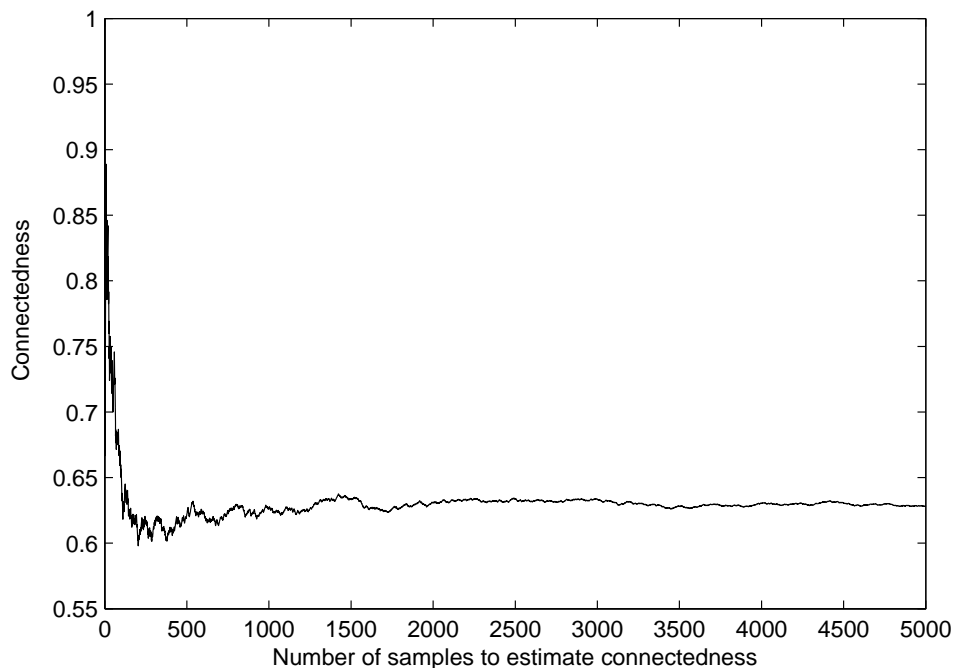
4.1 สภาวะเชื่อมต่อในโครงข่ายเช่นเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยีแบบหนึ่งมิติ

ในการศึกษาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางในโครงข่ายเช่นเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสม่ำเสมอในหนึ่งมิติ เริ่มด้วยการทดสอบความถูกต้องของแบบจำลองคณิตศาสตร์ โดยเปรียบเทียบกับสภาวะเชื่อมต่อที่ได้จากการจำลองเหตุการณ์แบบมอนติคาร์โล จากนั้นวิเคราะห์ความซับซ้อนของแบบจำลองคณิตศาสตร์ และประยุกต์ใช้แบบจำลองคณิตศาสตร์

4.1.1 ความถูกต้องของแบบจำลองคณิตศาสตร์เพื่อหาสภาวะเชื่อมต่อในโครงข่ายหนึ่งมิติ

พิจารณาการจำลองเหตุการณ์เพื่อเปรียบเทียบดูความถูกต้องของแบบจำลองคณิตศาสตร์ของโครงข่ายเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสม่ำเสมอในหนึ่งมิติ กำหนดให้โครงข่ายประกอบด้วยเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีคุณสมบัติในการส่งข้อมูลตามรูปที่ 2.6 และเพิ่มเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในโครงข่ายเป็นจำนวนจาก 5 จนถึง 100 เครื่อง โดยมีระยะระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ติดกันเป็น 300 เมตร ($r = 3$) และ 250 เมตร ($r = 4$) ดังนั้นการหาจำนวนครั้งที่ทำการทดลองจะพิจารณาจากโครงข่ายที่ใหญ่ที่สุดคือมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ 100 เครื่องที่ระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ติดกัน 250 เมตร ได้ผลดังรูปที่ 4.1 โดยแกนนอนเป็นจำนวนครั้งที่ทำการทดลองของการจำลองเหตุการณ์ และแกนตั้งเป็นสภาวะเชื่อมต่อระหว่าง

สถานะต้นทางกับสถานะปลายทางที่ได้ตั้งแต่การทดลองครั้งที่ 1 ถึงครั้งที่ 5,000 พบว่า เมื่อจำนวนครั้งที่ทำการทดลองมีค่ามากขึ้น ทำให้สถานะเชื่อมต่อระหว่างสถานะต้นทางกับสถานะปลายทางมีค่าแม่นยำมากขึ้นจากการแกว่งของค่าที่น้อยลง ฉะนั้นในการจำลองเหตุการณ์นี้จะพิจารณาที่จำนวนครั้งที่ทำการทดลองเป็น 5,000 ครั้งต่อการจำลองเหตุการณ์แต่ละครั้ง

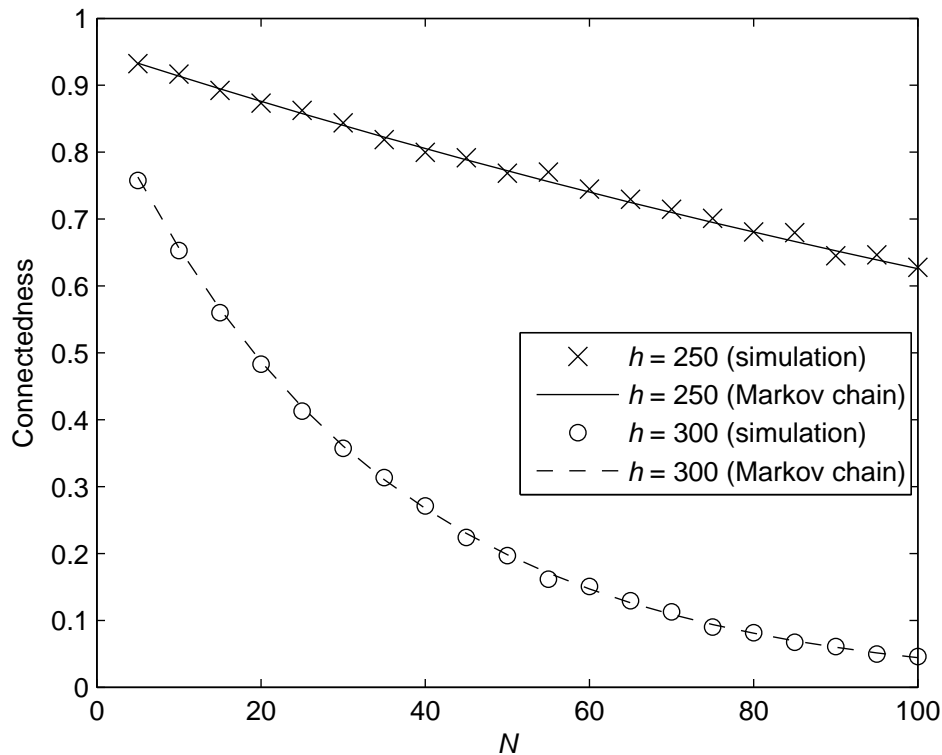


รูปที่ 4.1: จำนวนครั้งที่ทำการทดลองจากโครงข่ายที่มีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ 100 เครื่อง

เมื่อเปรียบเทียบสถานะเชื่อมต่อ C_{SD} ระหว่างสถานะต้นทาง S กับสถานะปลายทาง D ของโครงข่ายที่มีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ N ไม่เกิน 100 เครื่อง ระหว่างการจำลองเหตุการณ์ (simulation) กับแบบจำลองคณิตศาสตร์ (Markov chain) โครงข่ายแต่ละโครงข่ายมีระยะห่าง h คงที่ระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ติดกัน ดังรูปที่ 4.2 ปรากฏว่าสถานะเชื่อมต่อระหว่างสถานะต้นทางกับสถานะปลายทางมีแนวโน้มและค่าที่ใกล้เคียงกันมาก ทั้งนี้แนวโน้มที่ลดลงของสถานะเชื่อมต่อเกิดจากโครงข่ายที่มีขนาดใหญ่ขึ้น เนื่องจากระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ติดกันคงที่ ขณะที่จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดเพิ่มมากขึ้น จึงทำให้ระยะห่างระหว่างสถานะต้นทางกับสถานะปลายทางที่เพิ่มมากขึ้นด้วย

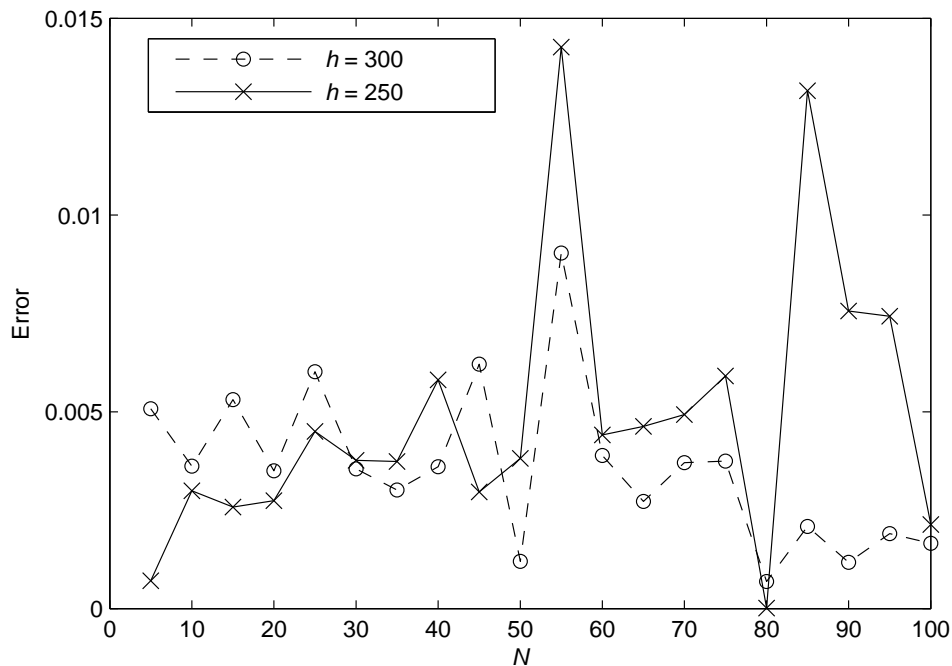
รูปที่ 4.3 ตรวจสอบ ความถูกต้อง ของ แบบจำลอง คณิตศาสตร์ จาก ความผิดพลาด ที่ หา จากค่าสัมบูรณ์ของผลต่างระหว่างสถานะเชื่อมต่อระหว่างสถานะต้นทางกับสถานะปลายทางจากทั้งสองวิธี พบว่าค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดอยู่ที่ 0.0036 เท่านั้น ดังนั้นแบบจำลองคณิตศาสตร์สำหรับหาสถานะเชื่อมต่อระหว่างสถานะต้นทางกับสถานะปลายทางในโครงข่ายเครื่องถ่ายทอดสัญญาณไร้สายที่มีทอปอ

โลยีแบบเส้นสมำเสมอในหนึ่งมิติที่ได้นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้ให้ค่าที่ถูกต้อง



รูปที่ 4.2: การเปรียบเทียบสถานะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางของโครงข่ายที่มีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณไม่เกิน 100 เครื่อง ระหว่างการจำลองเหตุการณ์กับแบบจำลองคณิตศาสตร์

แบบจำลองคณิตศาสตร์มีการตัดปลายของฟังก์ชันความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะส่งต่อข้อมูลได้ถูกต้องที่ค่าความน่าจะเป็น 0.1 เพื่อกำหนดจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงในโครงข่าย เมื่อการตัดปลายของฟังก์ชันความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะส่งต่อข้อมูลได้ถูกต้องถูกปรับเปลี่ยนให้มีค่าน้อยลง อาจมีผลให้จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงเพิ่มมากขึ้น ทำให้ผลของสถานะเชื่อมต้อมีค่าสูงขึ้นตาม ดังนั้นจึงทำการทดสอบแบบจำลองคณิตศาสตร์ของโครงข่ายที่ประกอบด้วยเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในโครงข่ายเป็นจำนวนจาก 5 จนถึง 200 เครื่อง โดยมีระยะระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ติดกันเป็น 300 เมตร โดยปรับเปลี่ยนการตัดปลายของฟังก์ชันความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะส่งต่อข้อมูลได้ถูกต้องเป็น 0.19, 0.1 และ 0.01 ทำให้แบบจำลองคณิตศาสตร์แต่ละแบบมีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงแตกต่างกันเป็น 2, 3 และ 5 ตามลำดับ ดังรูปที่ 4.4 จากผลการทดสอบสรุปได้ว่า การปรับเปลี่ยนการตัดปลายฟังก์ชันความน่าจะเป็นมีผลต่อสถานะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง อย่างไรก็ตาม

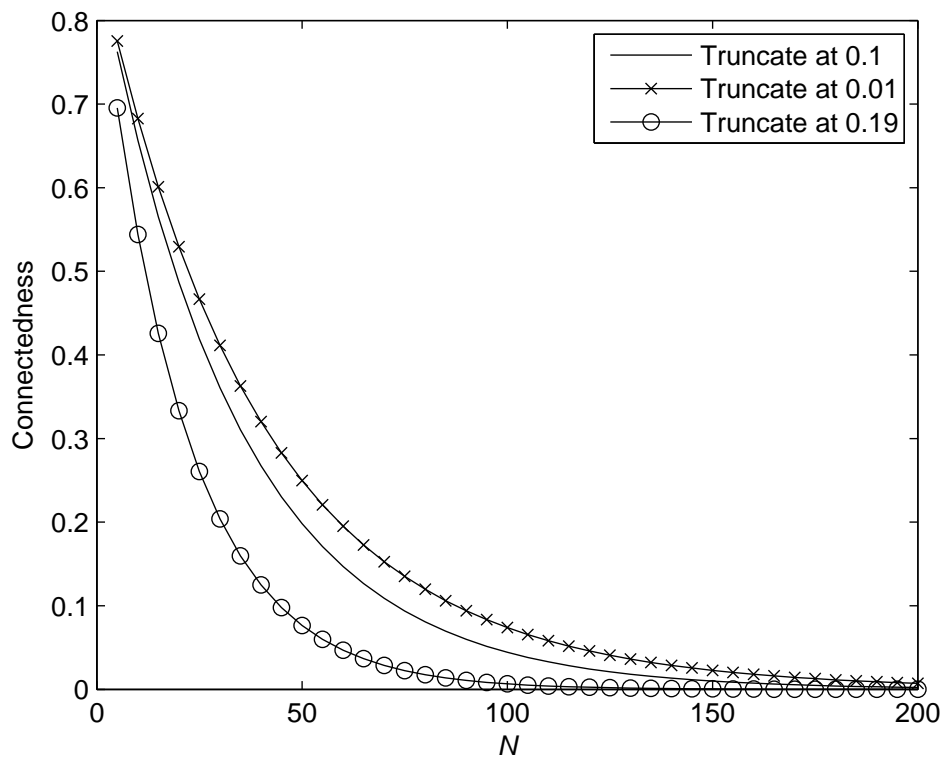


รูปที่ 4.3: ความผิดพลาดจากการคำนวณหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง

ในวิทยานิพนธ์นี้จะพิจารณาการตัดปลายของฟังก์ชันความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะส่งต่อข้อมูลได้ถูกต้องที่ค่าความน่าจะเป็น 0.1 เพื่อให้การส่งต่อข้อมูลในแต่ละครั้งมีความน่าเชื่อถือเพียงพอที่จะสร้างการเชื่อมต่อได้จริง นอกจากนี้ แบบจำลองคณิตศาสตร์ที่ใช้การการตัดปลายของฟังก์ชันความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะส่งต่อข้อมูลได้ถูกต้องเป็นน้อยลง จะส่งผลต่อความซับซ้อนในการคำนวณของแบบจำลองที่เพิ่มขึ้นด้วยฟังก์ชันเลขชี้กำลัง (exponential function) ของจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง ซึ่งวิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอไว้ในหัวข้อถัดไป

4.1.2 ความซับซ้อนของแบบจำลองคณิตศาสตร์เพื่อหาสภาวะเชื่อมต่อในโครงข่ายหนึ่งมิติ

แบบจำลองคณิตศาสตร์เพื่อหาสภาวะเชื่อมต่อของโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในหนึ่งมิติมีความซับซ้อนขึ้นกับการยกกำลังเมทริกซ์ในการเปลี่ยนสถานะ ซึ่งใช้วิธีแยกไอเกน (eigen decomposition) [23] ช่วยในการยกกำลัง โดยกำหนดให้ Q คือเมทริกซ์ขนาด $2^r \times 2^r$ ที่สดมภ์แต่ละสดมภ์เป็นเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ (eigenvector) ของเมทริกซ์ในการเปลี่ยนสถานะ และ Λ คือเมทริกซ์ทแยงมุมขนาด $2^r \times 2^r$ ที่พจน์แต่ละพจน์เป็นค่าลักษณะเฉพาะ (eigenvalue) ของเมทริกซ์ในการเปลี่ยนสถานะ ทำให้เราสามารถยกกำลังเมทริกซ์ในการเปลี่ยนสถานะได้ดังสมการ



รูปที่ 4.4: สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง เมื่อปรับเปลี่ยนการตัดปลายของฟังก์ชันความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะส่งต่อข้อมูลได้ถูกต้อง

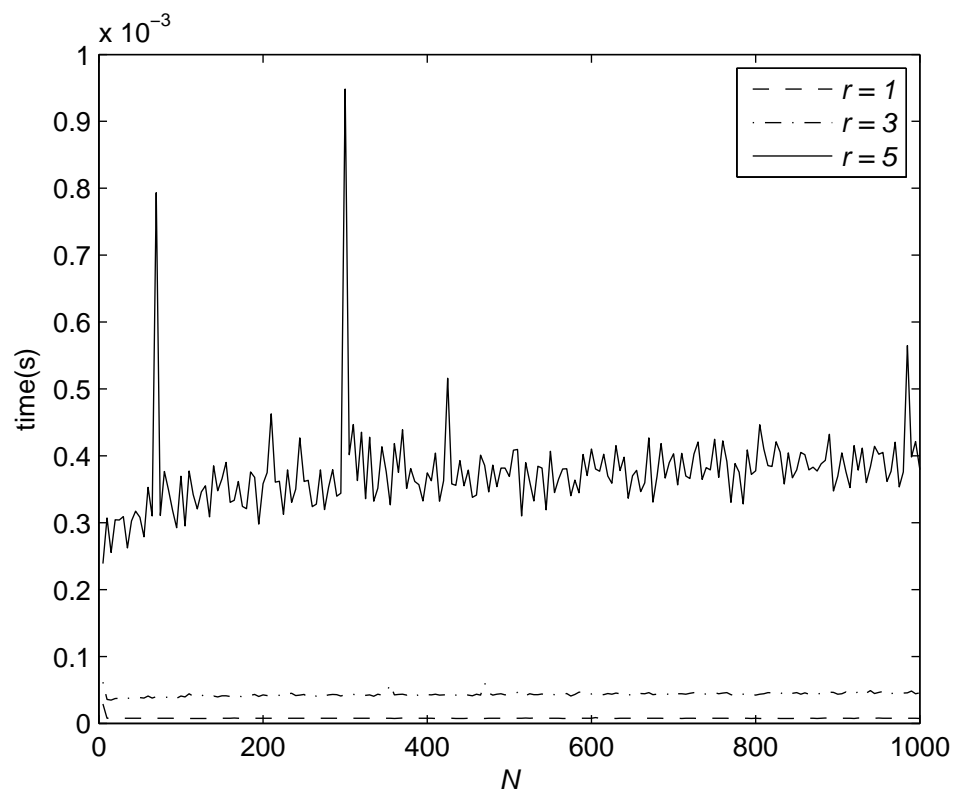
$$\mathbf{P}^{N+1} = \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}^{N+1}\mathbf{Q}^{-1}$$

เมื่อการดำเนินการในการคำนวณแต่ละครั้งจำเป็นต้องใช้ความซับซ้อนในการคำนวณ $O(1)$ ทำให้การแยกไอเกนของเมทริกซ์ในการเปลี่ยนสถานะขนาด $2^r \times 2^r$ จำเป็นต้องใช้ความซับซ้อนในการคำนวณ [24] $O((2^r)^3)$ ขณะที่การหาเมทริกซ์ผกผัน (inverse matrix) ของ \mathbf{Q} ขนาด $2^r \times 2^r$ ด้วยวิธีการกำจัดแบบเกาส์ (Gaussian elimination) มีความซับซ้อนในการคำนวณเป็น $O((2^r)^3)$ และการคูณเมทริกซ์ทั้งสามเข้าด้วยกันจำเป็นต้องใช้ความซับซ้อนในการคำนวณคือ $O(((2^r)^2) + ((2^r)^3))$ เมื่อเรารวมความซับซ้อนในการคำนวณทุกขั้นตอนเข้าด้วยกันจะสามารถลดรูปให้เหลือแนวโน้มในการใช้ความซับซ้อนในการคำนวณมากที่สุดเป็น $O((2^r)^3)$

การตรวจสอบความซับซ้อนของวิธีการคำนวณสามารถทำได้ด้วยการเปรียบเทียบระยะเวลาที่ใช้ในการคำนวณ ในงานวิจัยนี้ได้พิจารณาแบบจำลองคณิตศาสตร์ของโครงข่ายเครื่องถ่ายทอดสัญญาณไร้สายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสม่าเสมอในหนึ่งมิติ เพิ่มจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในโครงข่ายตั้งแต่ 5 เครื่อง จนถึง 5,000 เครื่องและปรับจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงเป็น 1,3 และ 5 เครื่อง ตั้งความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณสามารถส่งข้อมูลไปยังเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงได้ถูกต้องเป็น 0.5 เสมอ การทดลองใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ Lenovo G450, Intel Core 2 Duo 2.1GHz T6600, DDR3 2 GB of RAM พบว่าต้องใช้เวลาในการคำนวณดังรูปที่ 4.5 จากผลการทดลองเห็นว่า การหาสถานะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางของโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสม่าเสมอในหนึ่งมิติใช้เวลาคำนวณไม่เกิน 1 มิลลิวินาที ซึ่งจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงที่ใช้ในการทดสอบเป็นช่วงที่เหมาะสมในการประยุกต์ใช้ในสถานการณ์จริง ซึ่งเวลาที่ใช้ในการคำนวณจะเพิ่มขึ้นเมื่อเพิ่มจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง แต่เวลาที่ใช้จะไม่เพิ่มขึ้นตามจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในโครงข่าย ฉะนั้นผลการทดสอบนี้จึงสอดคล้องกับการวิเคราะห์ความซับซ้อนในการคำนวณดังอธิบายข้างต้น

4.1.3 การประยุกต์ใช้แบบจำลองคณิตศาสตร์

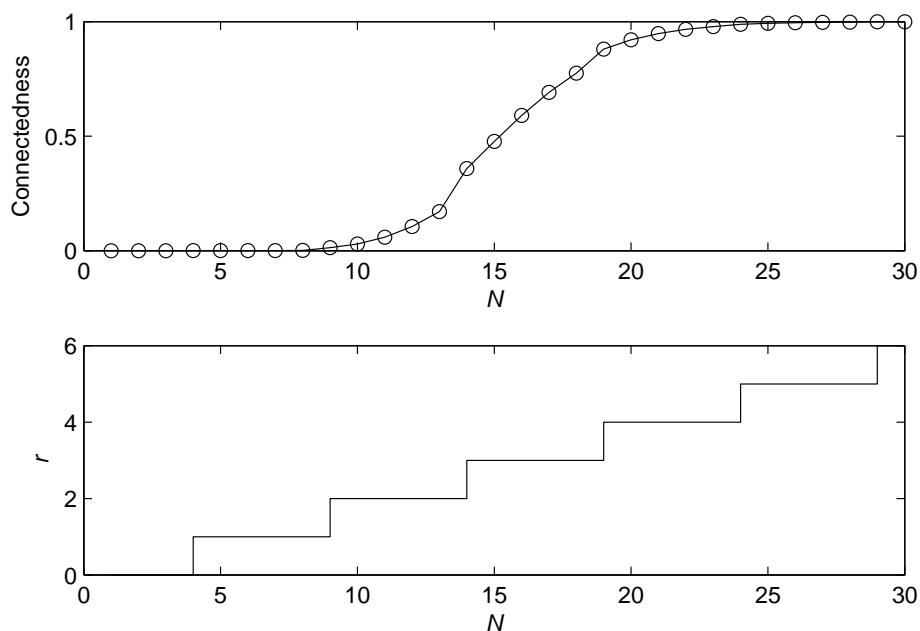
ในสถานการณ์จริงระยะห่างระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง (A) เป็นระยะห่างที่ถูกกำหนดไว้แล้ว เช่น ระยะห่างระหว่างสี่แยกที่ต้องการส่งข้อมูลการจราจรของทางแยกสองแยก ระยะห่างระหว่างประตูน้ำที่ต้องการข้อมูลระดับน้ำตลอดทั้งสาย เป็นต้น ขณะที่วิศวกรต้องการหาจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดที่จำเป็นในการทำให้สถานะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางมีค่ามากเพียงพอ โดยความสามารถในการส่งต่อข้อมูลของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องเหมือนกันทุกประการ นอกจากนั้นยังต้องการตรวจจับข้อมูลตลอดความยาวของโครงข่ายจึงจำเป็นต้องวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณด้วยทอพอโลยีแบบเส้นสม่าเสมอ



รูปที่ 4.5: เวลาที่ใช้ในการคำนวณสถานะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางบนโครงข่ายเครื่องถ่ายทออสัญญาณไร้สายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในหนึ่งมิติ

ยกตัวอย่างสถานการณ์ที่สถานีต้นทางและสถานีปลายทางห่างจากกัน 5 กิโลเมตร ($A = 5,000$ เมตร) และมีจำนวนเครื่องถ่ายทอสัญญาณทั้งหมดในโครงข่าย N เครื่อง โดยเครื่องถ่ายทอสัญญาณทุกเครื่องมีคุณสมบัติในการรับส่งข้อมูลเหมือนกันทุกประการเป็นดังรูปที่ 2.6 ดังนั้นระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอสัญญาณที่อยู่ติดกันคิดเป็น $h = \frac{5,000}{N+1}$ เมตร จะได้ผลของสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางและผลของจำนวนเครื่องถ่ายทอสัญญาณข้างเคียงที่เกิดจากการปรับเปลี่ยนจำนวนเครื่องถ่ายทอสัญญาณทั้งหมดในโครงข่าย ดังรูปที่ 4.6 ซึ่งสังเกตได้ว่า จำเป็นจะต้องมีจำนวนเครื่องถ่ายทอสัญญาณข้างเคียงมากกว่า 2 เครื่องขึ้นไปถึงจะทำให้ได้ค่าสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางมีค่าเกิน 0.01 โดยเราสามารถวิเคราะห์สาเหตุของการเพิ่มขึ้นของสภาวะเชื่อมต่อได้จาก 2 สาเหตุคือ

1. ระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอสัญญาณที่อยู่ติดกันมีระยะลดลง ทำให้โอกาสในการส่งต่อข้อมูลได้ถูกต้องระหว่างเครื่องถ่ายทอสัญญาณแต่ละคู่สูงขึ้น
2. จำนวนเครื่องถ่ายทอสัญญาณข้างเคียงมีค่าเพิ่มขึ้น จะส่งผลให้จำนวนเส้นทางที่ใช้ในการส่งต่อข้อมูลระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางเพิ่มขึ้น



รูปที่ 4.6: สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง เมื่อระยะห่างระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางห่างจากกัน 5 กิโลเมตร โดยเพิ่มจำนวนเครื่องถ่ายทอสัญญาณทั้งหมดในโครงข่าย

4.2 สภาวะเชื่อมต่อในโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยีแบบสองมิติ

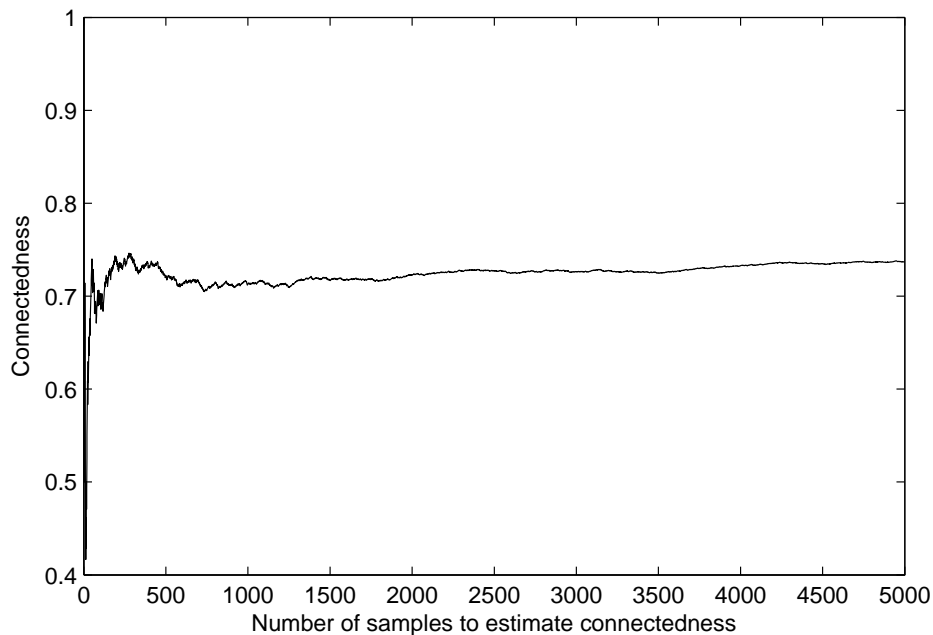
ในการศึกษาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางในโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในสองมิติ เริ่มจากการทดสอบความถูกต้องของแบบจำลองคณิตศาสตร์ โดยเปรียบเทียบกับสภาวะเชื่อมต่อที่ได้จากการจำลองเหตุการณ์แบบมอนติคาร์โล หลังจากนั้นวิเคราะห์ความซับซ้อนของแบบจำลองคณิตศาสตร์ และประยุกต์ใช้แบบจำลองคณิตศาสตร์ โดยแบ่งเป็น 2 หัวข้อ ตามวิธีการหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางของเส้นเชื่อมโยงแต่ละเส้น ได้แก่

1. สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางของเส้นเชื่อมโยง จากความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณไม่สามารถใช้งานได้ (p)
2. สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางของเส้นเชื่อมโยง จากความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณสามารถส่งข้อมูลต่อไปยังเครื่องถ่ายทอดสัญญาณถัดไปได้อย่างถูกต้อง ซึ่งขึ้นกับระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งสองเครื่องนั้น

4.2.1 ความถูกต้องของแบบจำลองคณิตศาสตร์เพื่อหาสภาวะเชื่อมต่อในโครงข่ายสองมิติ

พิจารณาการจำลองเหตุการณ์เพื่อวิเคราะห์ความถูกต้องของแบบจำลองคณิตศาสตร์ของโครงข่ายเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในสองมิติ กำหนดให้โครงข่ายมีทอพอโลยีแบบกริดขนาด 2×3 และ 3×3 ดังรูปที่ 3.10(b) และ 3.10(c) โดยมีสภาวะเชื่อมต่อของทุกโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในหนึ่งมิติ c_i เปลี่ยนค่าไปตั้งแต่ 0 ถึง 1 กำหนดให้สถานีต้นทางและสถานีปลายทางอยู่ที่ตำแหน่งทะแยงมุมระหว่างสถานีซ้ายล่างกับสถานีขวาบนของโครงข่าย การหาจำนวนครั้งที่ทำการทดลองจะพิจารณาจากโครงข่ายที่ใหญ่ที่สุดคือ โครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดขนาด 3×3 ได้ผลดังรูปที่ 4.7 โดยให้สภาวะเชื่อมต่อของทุกโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอเป็น 0.5 แขนนอนเป็นจำนวนครั้งที่ทำการจำลองเหตุการณ์ และแกนตั้งเป็นสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางที่ได้ตั้งแต่การทดลองครั้งที่ 1 ถึงครั้งที่ 5,000 พบว่า เมื่อจำนวนครั้งที่ทำการทดลองมีค่ามากขึ้น จะทำให้สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางมีค่าแม่นยำมากขึ้นจากการแกว่งของค่าที่น้อยลง ฉะนั้นในการจำลองเหตุการณ์นี้จะพิจารณาที่จำนวนครั้งที่ทำการทดลองเป็น 5,000 ครั้งต่อการจำลองเหตุการณ์แต่ละครั้ง

เมื่อเปรียบเทียบสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางของโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดขนาด 2×3 และ 3×3 ระหว่างการจำลองเหตุการณ์ (simulation) กับแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่เสนอในหัวข้อ 3.2 ดังรูปที่ 4.8 ปรากฏว่าสภาวะเชื่อมต่อที่ได้จากการจำลองเหตุการณ์



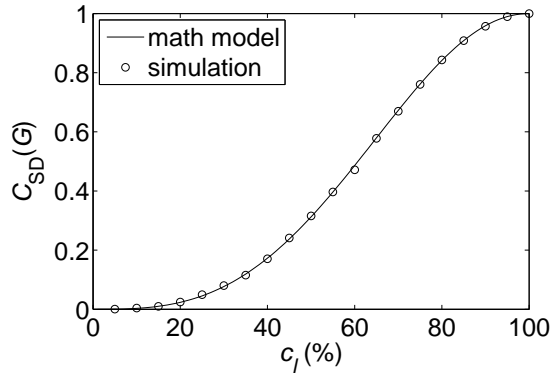
รูปที่ 4.7: จำนวนครั้งที่ทำการทดลอง จากโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดขนาด 3×3 โดยให้สถานะเชื่อมต่อของทุกโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอเป็น 0.5

และแบบจำลองคณิตศาสตร์มีค่าที่ใกล้เคียงกันมาก ทั้งนี้แนวโน้มที่เพิ่มขึ้นของสถานะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางเกิดขึ้น เนื่องจากเส้นเชื่อมต่อมีความสามารถในการเชื่อมต่อที่สูงขึ้น

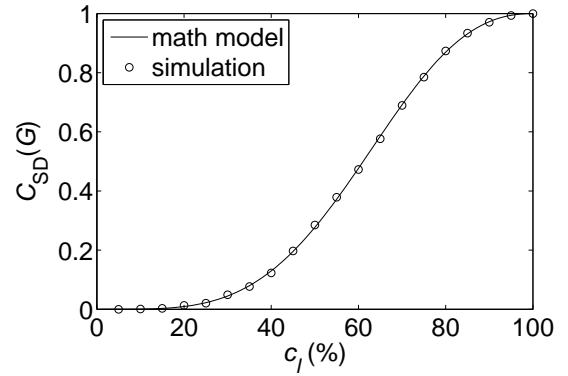
ในการ ตรวจสอบ ความ ถูกต้อง ของ แบบจำลอง คณิตศาสตร์ ได้ จาก ความผิดพลาด ที่ หา จากค่าสัมบูรณ์ ของผลต่าง ระหว่าง สถานะ เชื่อมต่อ ระหว่าง สถานี ต้นทาง กับ สถานี ปลายทาง จาก ทั้ง สองวิธีแสดงได้ดังรูปที่ 4.9 ซึ่งมีค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดอยู่ที่ 0.0030 เท่านั้น ดังนั้นแบบจำลองคณิตศาสตร์ สำหรับ หา สถานะ เชื่อมต่อ ระหว่าง สถานี ต้นทาง กับ สถานี ปลายทาง ใน โครงข่าย เครื่องถ่ายทอดสัญญาณ ไร้สายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในหนึ่งมิติที่ได้นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้ให้ค่าที่ถูกต้อง

4.2.2 ความซับซ้อนของแบบจำลองคณิตศาสตร์เพื่อหาสถานะเชื่อมต่อในโครงข่ายสองมิติ

การวิเคราะห์ สถานะ เชื่อมต่อ ของ โครงข่าย ที่มี ทอ พอ โลยี แบบ เส้น สมำเสมอ ใน สอง มิติ มีความซับซ้อนที่ การ ประยุกต์ หลักการ เพิ่ม เข้า-ตัด ออก เนื่องจาก การ แบ่ง เหตุการณ์ แต่ละ ครั้ง เพื่อ การคำนวณพจน์แต่ละพจน์ของสมการ (3.7) ถ้าจำนวนวิธีทั้งหมดเป็น m ที่สามารถใช้ในการเชื่อมต่อข้อมูลระหว่างสถานีต้นทาง S กับสถานีปลายทาง D แล้วจำนวนครั้งในการแบ่งเหตุการณ์จะมีค่าเป็น 2^m หากการแบ่งเหตุการณ์แต่ละครั้งจำเป็นต้องใช้ความซับซ้อนในการคำนวณ $O(1)$ จะทำให้



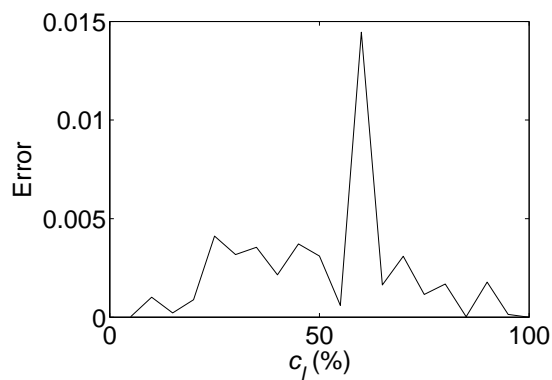
(a)



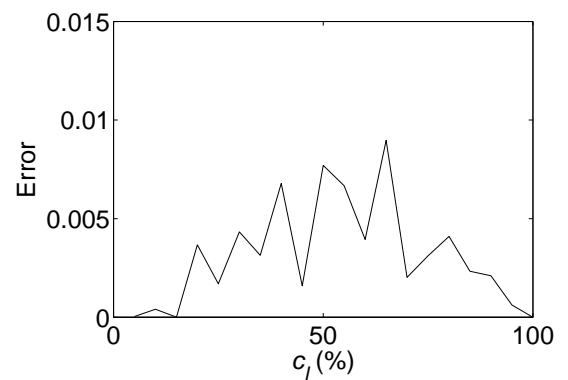
(b)

รูปที่ 4.8: เปรียบเทียบสถานะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางของโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดขนาดต่าง ๆ ระหว่างการจำลองเหตุการณ์กับแบบจำลองคณิตศาสตร์

(a) โครงข่ายแบบกริดขนาด 2x3 (b) โครงข่ายแบบกริดขนาด 3x3

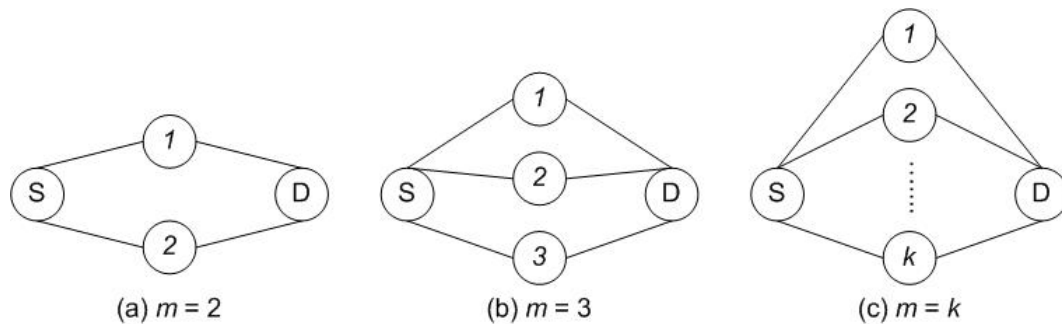


(a)



(b)

รูปที่ 4.9: ความผิดพลาดจากการคำนวณหาสถานะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง (a) โครงข่ายแบบกริดขนาด 2x3 (b) โครงข่ายแบบกริดขนาด 3x3



รูปที่ 4.10: โครงข่ายสำหรับทดสอบความซับซ้อนในการวิเคราะห์สถานะเชื่อมต่อ โดยกำหนดจำนวนวิถีทั้งหมดที่ใช้ในการเชื่อมต่อข้อมูลระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง

เกิดความซับซ้อนในการคำนวณคิดเป็น $O(2^m)$

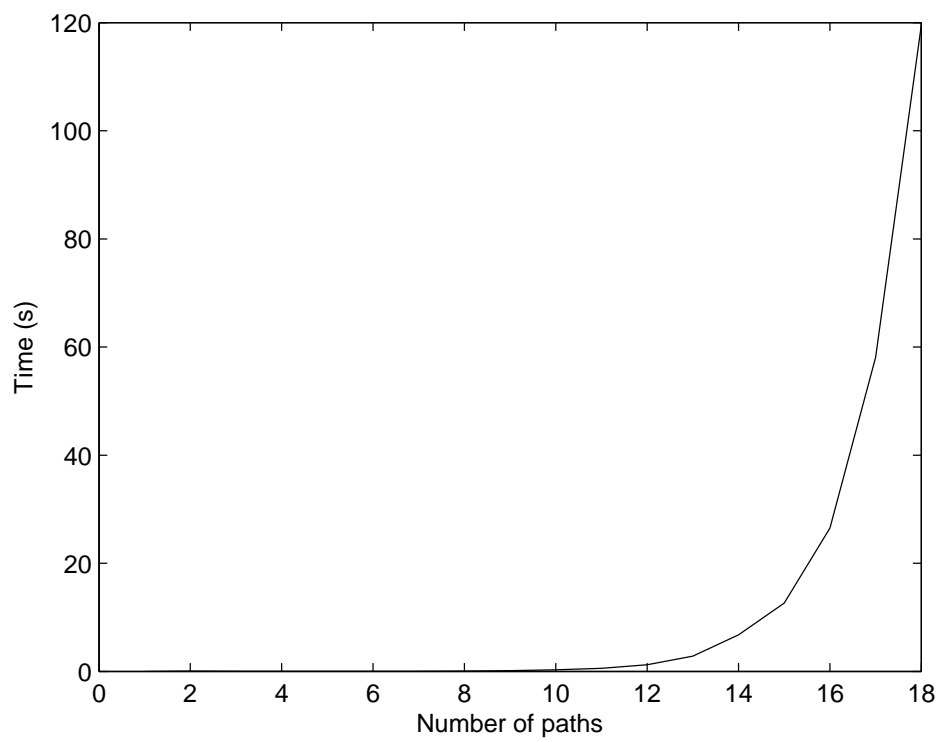
การตรวจสอบความซับซ้อนของวิธีการคำนวณสามารถทำได้ด้วยการพิจารณาแนวโน้มของระยะเวลาที่ใช้ในการคำนวณ โดยการปรับเปลี่ยนจำนวนวิถีในการเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางทั้งหมด สมมติว่าสถานะเชื่อมต่อของทุกเส้นเชื่อมโยงเป็น 0.5 และมีรูปแบบการเชื่อมต่อของโครงข่ายดังรูปที่ 4.10 การทดสอบด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ Lenovo G450, Intel Core 2 Duo 2.1GHz T6600, DDR3 2 GB of RAM พบว่าต้องใช้เวลาในการคำนวณดังรูปที่ 4.11 ซึ่งจะเห็นว่า การหาสถานะเชื่อมต่อของโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในสองมิติใช้เวลาคำนวณเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว ฉะนั้นผลการทดสอบนี้จึงสอดคล้องกับการวิเคราะห์ความซับซ้อนในการคำนวณดังอธิบายข้างต้น

4.2.3 การประยุกต์ใช้แบบจำลองคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอสัญญาณไม่สามารถใช้งานได้

วิทยานิพนธ์นี้เน้นศึกษาการเชื่อมต่อระหว่างแยกถนน โครงข่ายที่นำมาประยุกต์ใช้จึงมีทอพอโลยีแบบกริดขนาดต่าง ๆ ที่แปรตามสถานการณ์ที่แตกต่างกัน โดยเริ่มจากการเชื่อมต่อระหว่างแยกถนนสองแยกที่เชื่อมต่อกันด้วยถนนเส้นเดียวกันผ่านโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นคู่สมำเสมอเป็นการวางเครื่องถ่ายทอสัญญาณตลอดสองฝั่งถนน จากนั้นเป็นการเชื่อมต่อระหว่างแยกถนนสองแยกที่ไม่ได้เชื่อมต่อกันด้วยถนนเส้นเดียวกันแต่จำเป็นต้องส่งต่อข้อมูลผ่านแยกถนนอื่น ๆ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องใช้โครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดในการพิจารณาแบบจำลองคณิตศาสตร์

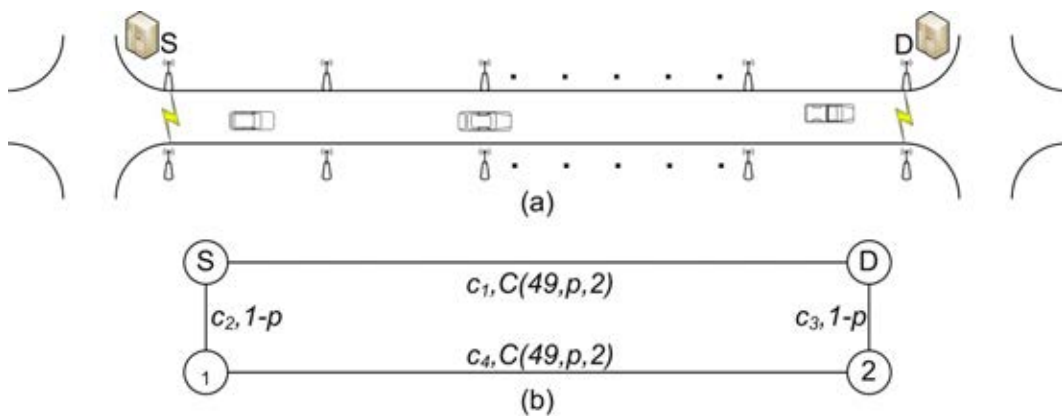
4.2.3.1 โครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นคู่สมำเสมอ

พิจารณาถนนที่มีเสาไฟฟ้าอยู่สองข้างถนนโดยวิศวกรต้องการวางเครื่องถ่ายทอสัญญาณตามเสาไฟฟ้าของทั้งสองข้าง เพื่อให้การส่งต่อข้อมูลมีเส้นทางในการส่งมากขึ้น แต่จำนวนเครื่องถ่ายทอ



รูปที่ 4.11: เวลาที่ใช้ในการคำนวณสถานะเชื่อมต่อ เมื่อกำหนดให้สถานะเชื่อมต่อของทุก
โครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในหนึ่งมิติเป็น 0.5

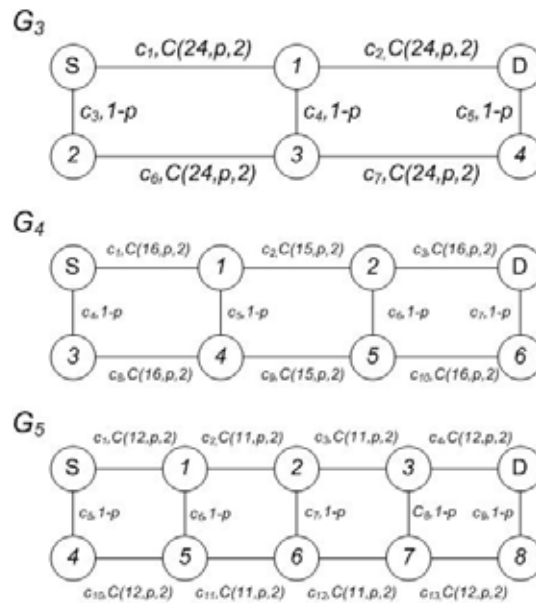
สัญญาณต่างจากเดิมน้อยที่สุด ยกตัวอย่างสถานการณ์ที่ถนนเส้นหนึ่งมีความยาว 10 กิโลเมตร ในการทดสอบกับโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นคู่สมอในหนึ่งมิติ ในกรณีแรกวิศวกรอาจจะวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณให้มีระยะห่างระหว่างกันประมาณ 100 เมตร โดยเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องมีความสามารถในการส่งสัญญาณได้ไกล 400 เมตรด้วยสายอากาศแบบระบุทิศทาง ดังนั้นสำหรับสถานการณ์ดังกล่าวจำเป็นต้องใช้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมด $N = 99$ เครื่อง (ไม่รวมสถานี) และทำให้ได้จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง $r = 4$ เครื่อง จากสมการ (2.4) เราสามารถคำนวณสถานะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางเป็น $C(99, p, 4)$ ในกรณีที่สองวิศวกรอาจจะติดตั้งเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งสองฝั่งของถนนโดยพยายามคงจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณให้ไม่ต่างจากเดิม กรณีนี้อาจกำหนดให้แต่ละฝั่งมีระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเป็นระยะทาง 200 เมตร โดยมีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณฝั่งละ $N = 49$ เครื่อง (ไม่รวมสถานี) ถ้าเครื่องถ่ายทอดสัญญาณมีความสามารถในการส่งสัญญาณได้เท่ากับกรณีแรกคือ 400 เมตรแล้ว เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องจะมีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง $r = 2$ เครื่อง จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงจะลดลงครึ่งหนึ่งจากเดิมเนื่องจากระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ติดกันเพิ่มมากขึ้น ทั้งนี้เพื่อให้โครงข่ายบนทั้งสองข้างของถนนสามารถเชื่อมต่อกันได้ วิศวกรอาจเชื่อมต่อข้อมูลระหว่างโครงข่ายทั้งสองข้างถนนโดยการเพิ่มสายอากาศแบบระบุทิศทางในทิศข้ามฝั่งถนนที่หัวถนนทั้งสองด้าน ดังรูปที่ 4.12(a)



รูปที่ 4.12: โครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นคู่สมอ : (a) ตำแหน่งการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณบนสองฝั่งถนน (b) โครงข่ายกริดขนาด 2x2, G_2

แบบจำลองคณิตศาสตร์ของโครงข่ายดังกล่าวจึงสามารถเขียนเป็นกราฟ G_2 ได้ดังรูปที่ 4.12(b) กำหนดให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่มุมถนนสามารถใช้งานได้ปกติเสมอ เพราะบริเวณมุมถนนที่มีสัญญาณไฟจราจรต้องมีแหล่งพลังงานเพียงพอและคงทนต่อการใช้งานได้ดีอยู่เสมอ ดังนั้นเราสามารถพิจารณาให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณบริเวณมุมถนนไม่มีโอกาสที่จะเสีย จากรูปการเชื่อมต่อของโครงข่ายเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่สองข้าง ถนนจะมีสถานะเชื่อมต่อของเส้นเชื่อมโยงเป็น

$C(49, p, 2)$ ตามสมการ (2.4) ทั้งนี้เราพิจารณาให้การเชื่อมต่อของสายอากาศแบบระบุทิศทางที่ถูกติดตั้งเพิ่มเติมที่สถานีมีสถานะเชื่อมต่อเป็น $1 - p$

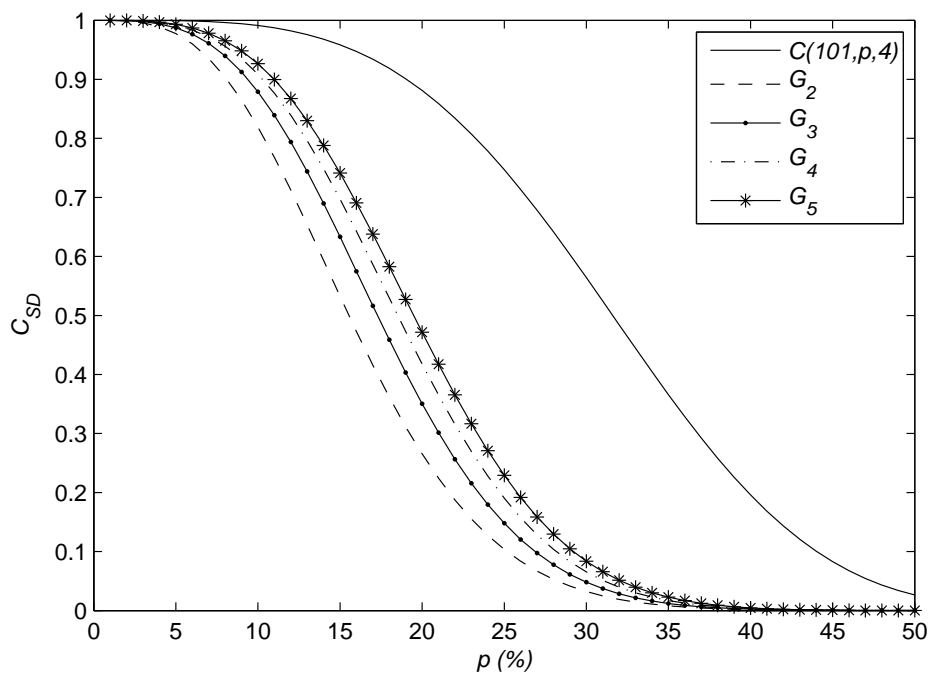


รูปที่ 4.13: โครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นคู่สมำเสมอแบบต่าง ๆ ที่เพิ่มเส้นเชื่อมต่อระหว่างสองเส้น

เพื่อให้มีเส้นทางในการส่งข้อมูลมากขึ้น จึงเพิ่มสายอากาศแบบระบุทิศทางที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณในจุดต่าง ๆ ทำให้สามารถวิเคราะห์โครงข่ายได้กราฟดังรูปที่ 4.13 โดยกราฟ G_3 , G_4 และ G_5 เพิ่มการเชื่อมต่อด้วยสายอากาศแบบระบุทิศทางจำนวน 1, 2 และ 3 การเชื่อมต่อ โดยเรากำหนดให้การเชื่อมต่อแต่ละการเชื่อมต่อที่เพิ่มในกราฟแต่ละกราฟมีสถานะเชื่อมต่อเท่ากับ $(1 - p)$ และกำหนดให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ติดตั้งสายอากาศแบบระบุทิศทางเพิ่มเติมมีคุณสมบัติเช่นเดียวกับสถานี

จากผลการทดสอบดังรูปที่ 4.14 พบว่า แนวโน้มของสถานะเชื่อมต่อของโครงข่ายเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีทอพอโลยีแบบเส้นคู่สมำเสมอน้อยกว่าของแบบเส้นสมำเสมอในหนึ่งมิติ ทั้งนี้การลดลงของสถานะเชื่อมต่อเกิดขึ้นได้จาก 2 ปัจจัยคือ

1. การเชื่อมต่อระหว่างโครงข่ายเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอทั้งสองข้างฝั่งถนนต้องเชื่อมต่อด้วยสถานะเชื่อมต่อเท่ากับ $(1 - p)$ ทำให้มีโอกาสลดลงที่จะส่งข้อมูลผ่านเส้นเชื่อมโยงที่ไม่ได้อยู่ฝั่งเดียวกับสถานีต้นทางและสถานีปลายทางได้สำเร็จ
2. การกระจายเครื่องถ่ายทอดสัญญาณออกเป็น 2 โครงข่าย ส่งผลให้ระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ติดกันมีค่าเพิ่มมากขึ้นเป็นสองเท่าจากระยะห่างเมื่อกระจายเครื่อง



รูปที่ 4.14: สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง เมื่อโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นคู่สมำเสมอแบบต่าง ๆ เปรียบเทียบกับโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอ

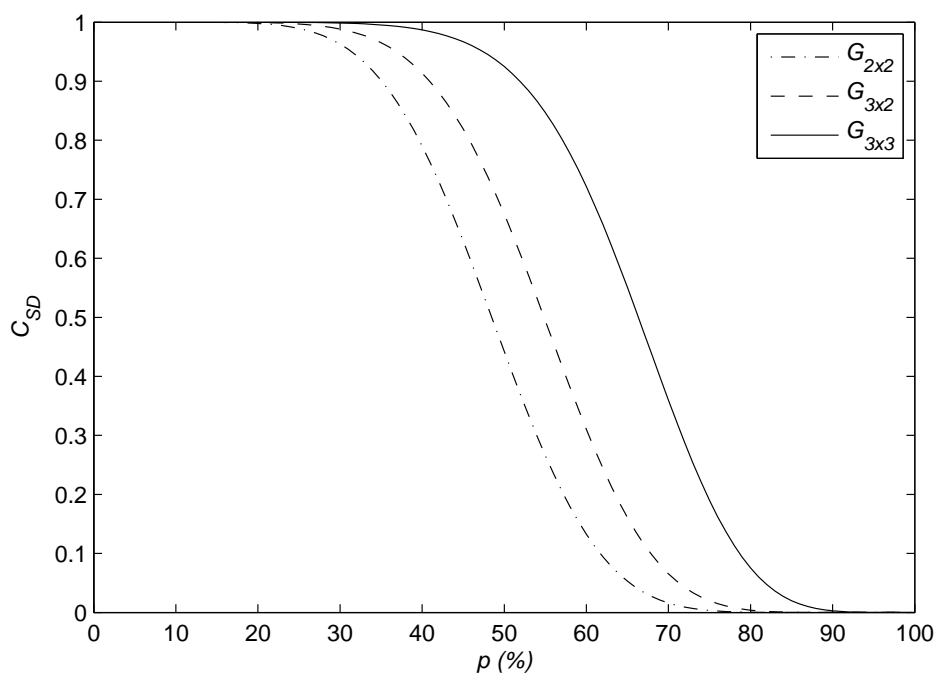
ถ่ายทอดสัญญาณบนโครงข่ายเดียว ทำให้สภาวะเชื่อมต่อของโครงข่ายในแต่ละฝั่งของถนนมีค่าน้อยเมื่อเทียบกับโครงข่ายแบบเส้นสมำเสมอในกรณีที่วางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณไว้ฝั่งเดียวกันทั้งหมด

4.2.3.2 โครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริด

ในหัวข้อนี้จะทดสอบแบบจำลองคณิตศาสตร์ในโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในสองมิติ โดยกำหนดให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องต้องมีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงเท่ากันทั้งหมดสำหรับทุกเส้นเชื่อมโยง และให้ความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องจะไม่สามารถใช้งานได้เป็นค่าคงที่ ฉะนั้นต้นทุนหลักในการออกแบบโครงข่ายระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง จะขึ้นกับจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่าย ดังนั้นเราจะพิจารณาโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดขนาดต่าง ๆ ในขณะที่มีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเป็นจำนวนจำกัด

การทดสอบวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณโดยจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงมีค่าคงที่ พิจารณาโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดขนาด 2×2 , 2×3 และ 3×3 ซึ่งมีจำนวนเส้นเชื่อมโยงเป็น 4, 7 และ 12 เส้น ตามลำดับ เพื่อให้จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณบนเส้นเชื่อมโยงทุกเส้น

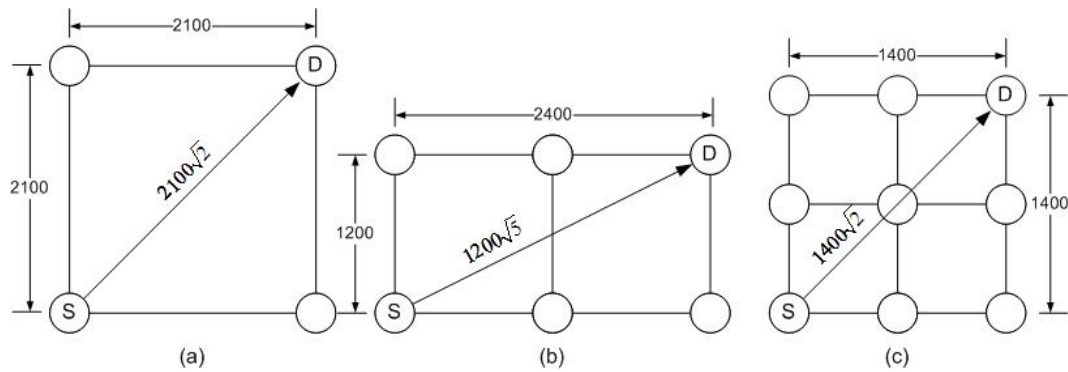
ของโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดนี้เป็นค่าคงที่ จึงกำหนดจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดเป็น ค.ร.น. ของ 4, 7 และ 12 คือ 84 เครื่อง และได้จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณบนเส้นเชื่อมโยงแต่ละเส้นของโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดเป็น 21, 12 และ 7 เครื่อง ตามลำดับ กำหนดให้ระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ติดกันเป็น 100 เมตร ขณะที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องมีความสามารถในการส่งสัญญาณได้ไกล 400 เมตร ดังนั้นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทุกเครื่องมีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงเท่ากันทั้งหมดคือ 4 เครื่อง



รูปที่ 4.15: สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง เมื่อจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดคือ 84 เครื่อง ที่ $r = 4$ เครื่อง

จากผลการทดสอบดังรูปที่ 4.15 สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณลงบนโครงข่ายทอพอโลยีแบบกริดที่มีขนาดใหญ่ขึ้น สาเหตุจากจำนวนวิธีทั้งหมดที่ใช้ในการเชื่อมต่อข้อมูลระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางมีจำนวนมากขึ้น และระยะระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางไม่คงที่ เนื่องจากการกำหนดให้จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทุกเครื่องมีค่าคงที่ ทำให้ระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ติดกันต้องมีระยะห่างเท่ากันทุกโครงข่าย เมื่อพิจารณาให้ระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทุกเครื่องเท่ากันเป็น 100 เมตร จะสามารถประมาณความยาวของเส้นเชื่อมโยงของโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดขนาด 2×2 , 2×3 และ 3×3 เป็น 2100, 1200 และ

700 หน่วย ตามลำดับ ดังนั้นจะพบว่า ระยะห่างระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางของโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดคิดเป็น $2100\sqrt{2}$, $1200\sqrt{5}$, $1400\sqrt{2}$ เมตร หรือประมาณ 2970, 2680, 1980 เมตร ตามลำดับ ดังรูปที่ 4.16 ฉะนั้นโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดขนาด 3×3 ที่มีระยะห่างระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางใกล้เคียงกันมากที่สุดจึงมีสถานะเชื่อมต่อสูงที่สุดด้วย



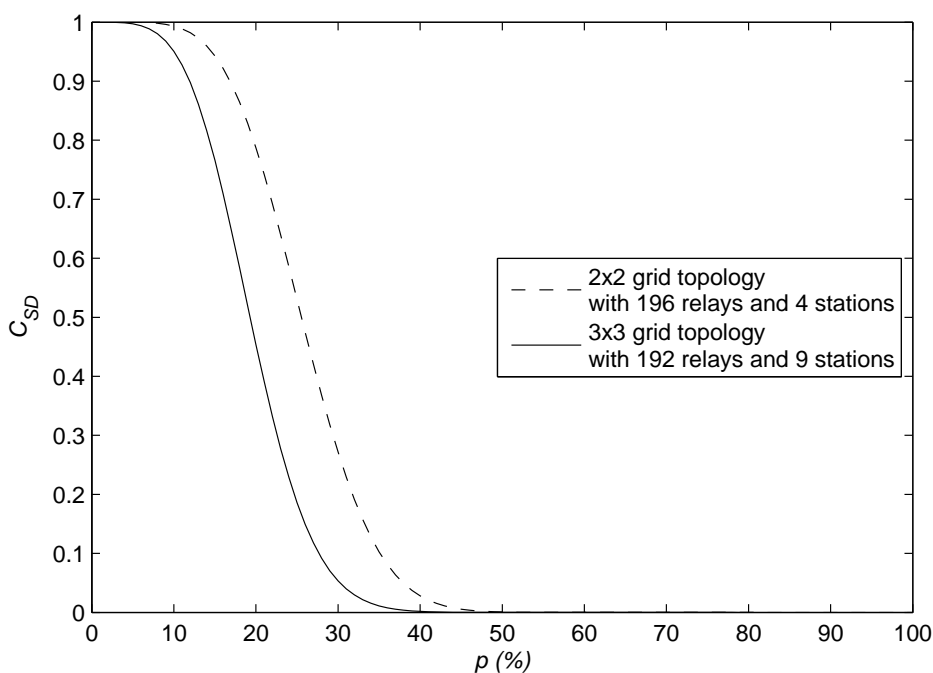
รูปที่ 4.16: ระยะห่างระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางของแต่ละโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดขนาดต่าง ๆ เมื่อจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงมีค่าคงที่

การทดสอบวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณโดยระยะระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางคงที่

ระบบจราจรในเมืองประกอบด้วยแยกถนนที่เป็นจุดเชื่อมต่อระหว่างถนนจำนวนมาก จึงต้องควบคุมการเปิดปิดสัญญาณไฟจราจรให้เหมาะสมตามสภาพการจราจร ซึ่งในการควบคุมนั้นอาศัยการประมวลผลจากความหนาแน่นของรถบนถนนแต่ละแยก ทำให้การส่งข้อมูลระหว่างกันของแยกถนนมีความสำคัญมากขึ้น โครงข่ายเชื่อมโยงระหว่างแยกถนนจะคล้ายกับการเชื่อมโยงแบบกริด ด้วยเหตุผลนี้โครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดจึงมีความน่าสนใจพิจารณาการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณโดยระยะระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางคงที่เพื่อให้เกิดความใกล้เคียงต่อการประยุกต์ใช้จริงกับโครงข่ายถนน

ในกรณีนี้จะพิจารณาโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดขนาด 2×2 , 3×3 เท่านั้นเพื่อให้สามารถกำหนดระยะระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางได้ง่ายขึ้น และจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดที่ต้องวางบนทั้งสองโครงข่ายมีค่าใกล้เคียงกัน ให้ความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะไม่สามารถใช้งานได้และรัศมีในการส่งต่อข้อมูลเหมือนกันทุกเครื่อง เราจะคำนวณหาสถานะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางที่อยู่ด้านล่างซ้ายของโครงข่ายกับสถานีปลายทางที่อยู่ทางบนขวาของโครงข่าย เพราะว่าทั้งสองสถานีมีระยะห่างระหว่างกันสูงสุดเท่าที่จะเป็นไปได้ของโครงข่าย ซึ่งอาจเปรียบได้กับความสามารถขั้นต่ำในการเชื่อมต่อของทั้งโครงข่าย ทั้งนี้เราคาดการณ์ว่าโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดขนาด 3×3 จะมีสถานะเชื่อมต่อที่สูงกว่ากรณีโครงข่ายแบบกริดขนาด 3×3 เนื่องจากโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดขนาด 2×2 มีจำนวนวิถีทั้งหมดที่ใช้ในการเชื่อมต่อข้อมูลระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางมากกว่าโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดขนาด 2×2

ในกรณีนี้ให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องมีความสามารถในการส่งข้อมูลได้ไกล 300 เมตร โครงข่ายแบบกริดขนาด 2×2 ประกอบด้วยเส้นเชื่อมโยง 4 เส้น และเส้นเชื่อมโยงแต่ละเส้นยาวเป็นระยะ 5000 เมตร กำหนดให้เส้นเชื่อมโยงแต่ละเส้นมีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ 49 เครื่อง ทำให้ระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ติดกันเป็น 100 เมตร ดังนั้นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องจะมีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง 3 เครื่อง ส่วนโครงข่ายแบบกริดขนาด 3×3 ประกอบด้วยเส้นเชื่อมโยง 12 เส้น โดยเส้นเชื่อมโยงแต่ละเส้นยาวเป็นครึ่งหนึ่งของเส้นเชื่อมโยงของโครงข่ายแบบกริดขนาด 2×2 หรือ 2500 เมตร เมื่อให้เส้นเชื่อมโยงแต่ละเส้นมีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ 16 เครื่อง ทำให้ระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ติดกันเป็น $\frac{2500}{17}$ เมตร ฉะนั้นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องมีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงเป็น $\left\lfloor \frac{300}{\frac{2500}{17}} \right\rfloor = 2$ เครื่อง โดย $\lfloor \bullet \rfloor$ คือฟังก์ชันในการปัดจุดทศนิยมลงเป็นจำนวนเต็มที่ใกล้เคียงที่สุด ด้วยการกำหนดโครงข่ายทั้งสองนี้ทำให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องได้ใช้ความสามารถในการส่งข้อมูลได้อย่างเต็มที่และมีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายใกล้เคียงกัน



รูปที่ 4.17: สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางของโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดขนาด 2×2 , 3×3 ที่มีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายใกล้เคียงกัน เมื่อ $r = 3, 2$ ตามลำดับ

จากผลการทดสอบดังรูปที่ 4.17 พบว่าได้ผลตรงข้ามกับการคาดการณ์ นั่นคือ โครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดขนาด 3×3 มีสภาวะเชื่อมต่อที่ต่ำกว่าโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดขนาด

2×2 เนื่องจากเครื่องถ่ายทอตสัญญาณถูกแบ่งเข้าไปในพื้นที่ ทำให้เส้นเชื่อมโยงแต่ละเส้นมีระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอตสัญญาณที่อยู่ติดกันเพิ่มขึ้นและจำนวนเครื่องถ่ายทอตสัญญาณข้างเคียงลดลงจาก 3 เครื่องสำหรับโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดขนาด 2×2 เป็น 2 เครื่องสำหรับโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดขนาด 3×3 ทำให้สถานะเชื่อมต่อของโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดขนาด 2×2 มีสถานะเชื่อมต่อดีกว่าโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดขนาด 3×3 ในทางปฏิบัติแต่ละสถานีจะมีข้อมูลที่ตรวจจับได้จากบริเวณใกล้เคียง การทดสอบนี้จึงสามารถอธิบายการแลกเปลี่ยนกันระหว่างความละเอียดของข้อมูลบนพื้นที่ที่สนใจตรวจวัด (จำนวนสถานี) กับผลของสถานะการเชื่อมต่อของโครงข่าย เมื่อระยะระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางคงที่

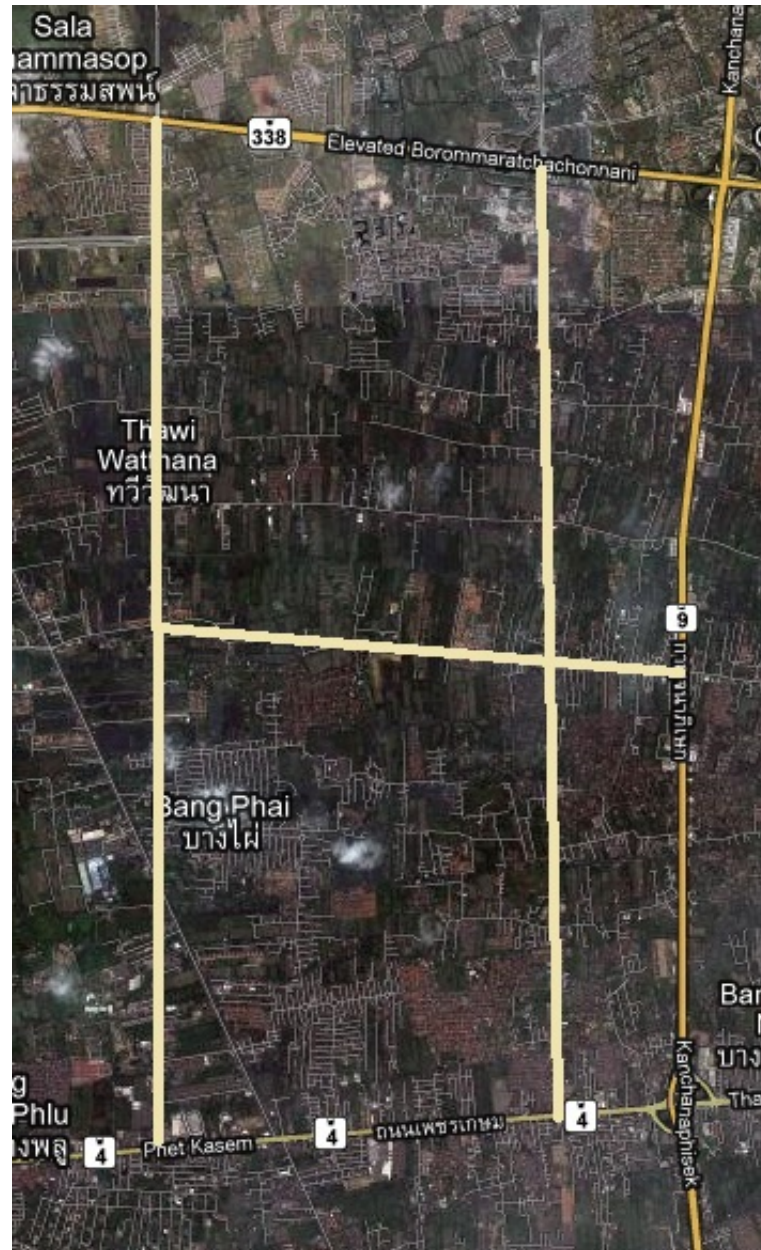
4.2.4 การประยุกต์ใช้แบบจำลองคณิตศาสตร์โดยพิจารณาความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอตสัญญาณสามารถส่งข้อมูลต่อไปยังเครื่องถ่ายทอตสัญญาณถัดไปได้อย่างถูกต้อง

ในหัวข้อนี้จะประยุกต์แบบจำลองคณิตศาสตร์กับโครงข่ายจราจรบริเวณรอบสี่แยกทศกัณฑ์ ดังรูปที่ 4.18 ซึ่งประกอบด้วย ถนนขนานกันสามเส้นในแนวนอนคือ ถนนเพชรเกษม ถนนบรมราชชนนี และถนนบางแวก ที่ตัดกับถนนขนานกันในแนวตั้งสามเส้นคือ ถนนพุทธมณฑลสาย 3 ถนนพุทธมณฑลสาย 2 และถนนกาญจนาภิเษก ทำให้เกิดทางแยกต่าง ๆ ที่จะถูกกำหนดให้เป็นสถานีที่ต้องการเชื่อมต่อข้อมูลระหว่างกัน เราสามารถเขียนบริเวณของถนนดังกล่าวให้เป็นโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดขนาด 3×3 ดังรูปที่ 4.19 พบว่าความยาวของโครงข่ายเส้นเชื่อมโยงแต่ละโครงข่ายยาวไม่เท่ากัน ทำให้การกำหนดจำนวนเครื่องถ่ายทอตสัญญาณของแต่ละเส้นเชื่อมโยงจึงทำได้ยาก ดังนั้นในที่นี้จะปรับเปลี่ยนระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอตสัญญาณที่อยู่ติดกันโดยประมาณ (h') เพื่อวิเคราะห์ผลของสถานะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง โดยกำหนดให้สถานีต้นทาง S อยู่ที่แยกเพชรเกษม-พุทธมณฑลสาย 3 และสถานีปลายทาง D อยู่ที่แยกกาญจนาภิเษก-บรมราชชนนี และต้องการออกแบบจำนวนเครื่องถ่ายทอตสัญญาณที่จำเป็นเพื่อให้ได้สถานะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางอย่างน้อยเป็น 0.99

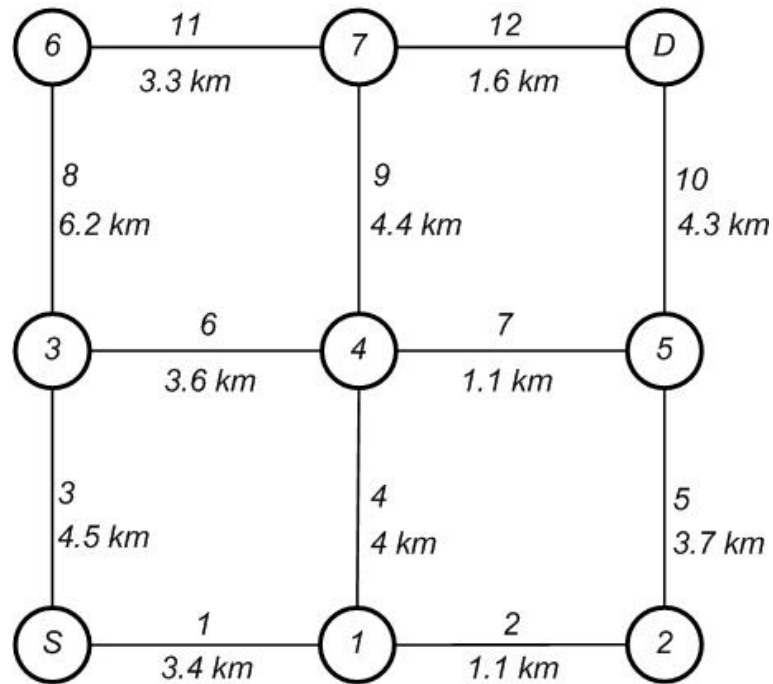
เมื่อกำหนด ระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอตสัญญาณที่อยู่ติดกันโดยประมาณ (h') แล้วจะสามารถคำนวณหาจำนวนเครื่องถ่ายทอตสัญญาณที่จำเป็นของเส้นเชื่อมโยงแต่ละเส้นได้จาก $N = \lceil \frac{A}{h'} \rceil$ โดย $\lceil \bullet \rceil$ คือ ฟังก์ชันในการปัดจุดทศนิยมลงเป็นจำนวนเต็มทีใกล้เคียงที่สุด เพื่อให้การวางเครื่องถ่ายทอตสัญญาณมีความสม่ำเสมอ ตำแหน่งของเครื่องถ่ายทอตสัญญาณต้องถูกกระจายใหม่ด้วยระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอตสัญญาณที่อยู่ติดกันเป็น

$$h = \frac{A}{\lceil \frac{A}{h'} \rceil + 1}$$

ผลการทดสอบดังรูปที่ 4.20 แสดงถึงสถานะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางและสถานีปลายทางที่ลดลง เมื่อจัดวางให้ระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอตสัญญาณที่อยู่ติดกันโดยประมาณ (h') เพิ่ม

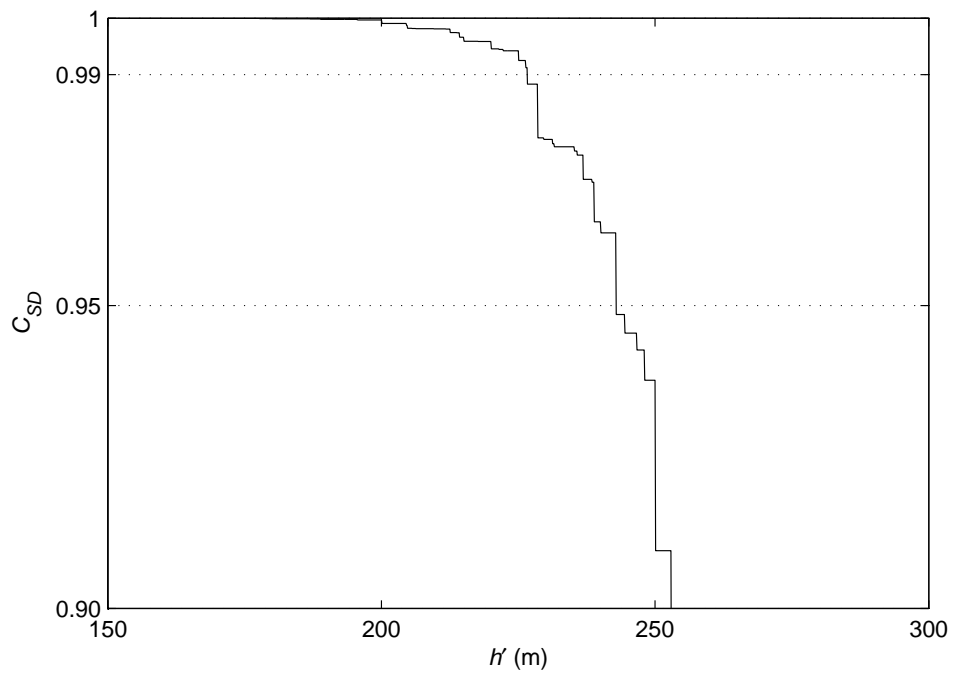


รูปที่ 4.18: แผนที่โครงข่ายจราจรบริเวณรอบสี่แยกทศกัณฑ์

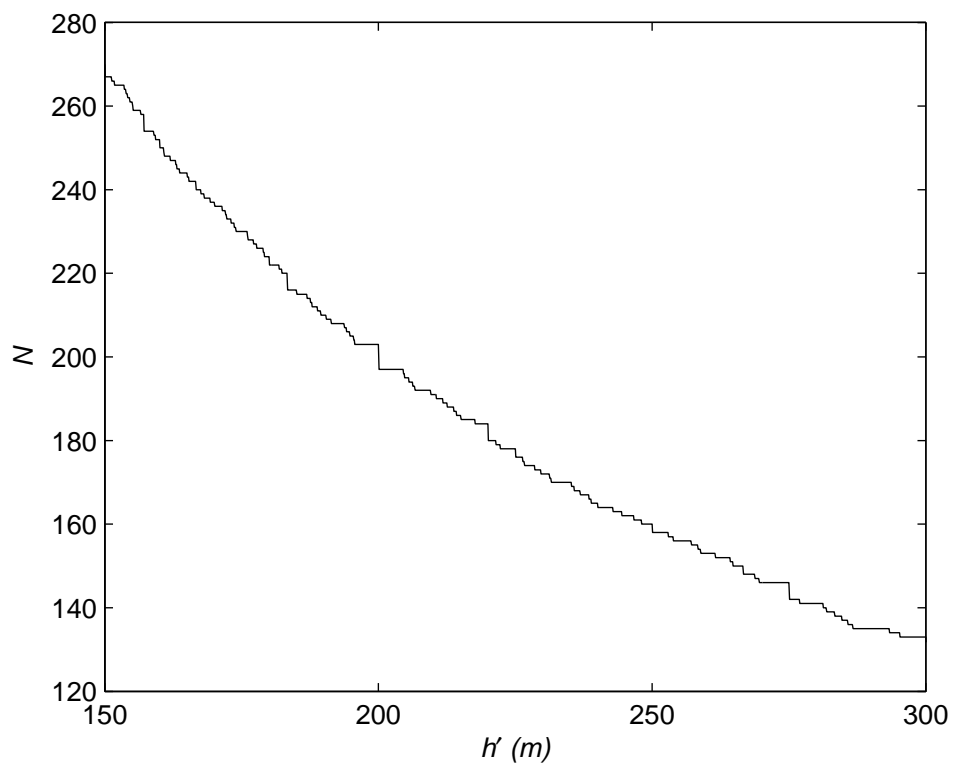


รูปที่ 4.19: โครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบกริดขนาด 3×3 จากโครงข่ายจราจรบริเวณรอบสี่แยกทศกัณฑ์

ขึ้น พร้อมทั้งผลของจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายดังรูปที่ 4.21 จากรูปที่ 4.20 เพื่อให้ได้สถานะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางอย่างน้อยเป็น 0.99 จะได้ว่าต้องจัดวางให้ระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ติดกันโดยประมาณ 226.6 เมตร ซึ่งที่ระยะห่างดังกล่าวจะให้สถานะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางและสถานีปลายทางเป็น 0.9912 ขณะที่ต้องใช้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายเป็นจำนวน 175 เครื่อง



รูปที่ 4.20: สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง เมื่อปรับระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ติดกันโดยประมาณ



รูปที่ 4.21: จำนวนกล้องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่าย เมื่อปรับระยะห่างระหว่าง
กล้องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ติดกันโดยประมาณ

บทที่ 5

บทสรุปและข้อเสนอแนะ

5.1 บทสรุป

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้เสนอแบบจำลองคณิตศาสตร์เพื่อหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางในโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอทั้งในหนึ่งมิติและสองมิติ โดยพิจารณาการเชื่อมต่อข้อมูลผ่านเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีคุณสมบัติในการรับส่งข้อมูลในรูปแบบฟังก์ชันของความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณสามารถส่งข้อมูลต่อไปยังเครื่องถ่ายทอดสัญญาณถัดไปได้อย่างถูกต้อง ซึ่งขึ้นกับระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งสองเครื่องนั้น ทั้งนี้ฟังก์ชันความน่าจะเป็นดังกล่าวถูกตัดปลายที่ค่าความน่าจะเป็น 0.1 เพื่อกำหนดจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงในโครงข่าย

1. แบบจำลองคณิตศาสตร์ของโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในหนึ่งมิติประยุกต์ใช้เมทริกซ์การเปลี่ยนแปลงสถานะเพื่อหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางและสถานีปลายทาง เมื่อระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ติดกัน h และจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่าย N แบบจำลองคณิตศาสตร์ที่เสนอมีความซับซ้อนในการคำนวณเป็น $O(2^{3r})$ เมื่อ r คือจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่สามารถติดต่อกับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณอื่นในทิศทางจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทาง
2. โครงข่ายแบบเส้นสมำเสมอในสองมิติเกิดจากโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในหนึ่งมิติหลายโครงข่ายมาเชื่อมต่อกันด้วยสถานี เมื่อกำหนดรูปแบบการเชื่อมต่อสถานีแต่ละสถานีผ่านกราฟไม่แสดงทิศทางและเมื่อทราบสภาวะเชื่อมต่อของเส้นเชื่อมโยงแต่ละเส้น แบบจำลองคณิตศาสตร์นี้จะสามารถหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางจากการประยุกต์หลักการเพิ่มเข้า-ตัดออกโดยมีความซับซ้อนในการคำนวณเป็น $O(2^m)$ เมื่อ m คือจำนวนวิธีที่ใช้ในการเชื่อมต่อข้อมูลระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง

การประยุกต์ใช้แบบจำลองคณิตศาสตร์บนโครงข่ายเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสมำเสมอในหนึ่งมิติพบว่า แนวโน้มการเพิ่มขึ้นของสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง เกิดจากการเปลี่ยนแปลงของระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ติดกันและจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง และจากผลการทดสอบแบบจำลองคณิตศาสตร์ของโครงข่ายแบบเส้นสมำเสมอในสองมิติพบว่า การกระจายเครื่องถ่ายทอดสัญญาณลงบนพื้นที่ เพื่อให้ได้ความละเอียดของข้อมูลบนพื้นที่ที่สนใจตรวจวัด (จำนวนสถานี) จะส่งผลกระทบต่อสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง

นอกจากนี้ การใช้แบบจำลองคณิตศาสตร์ในสถานการณ์จริงบนโครงข่ายสองมิติอาจมีระยะทางของเส้นเชื่อมโยงแต่ละเส้นยาวไม่เท่ากัน ดังนั้นวิทยานิพนธ์นี้จึงใช้ตัวแปรระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ติดกันในการประมาณจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่จำเป็นต้องใช้ในการติดตั้งในโครงข่าย โดยมีเป้าหมายในการออกแบบเพื่อให้ได้สถานะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางตามที่ต้องการ ซึ่งเป็นการประยุกต์แบบจำลองคณิตศาสตร์นี้กับการใช้งานในทางปฏิบัติ

5.2 ข้อเสนอแนะ

หัวข้อที่ควรศึกษาและวิจัยต่อไปในอนาคตคือ

1. ในพื้นที่จริงที่ต้องการติดตั้งเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ วิศวกรอาจจะไม่สามารถระบุระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณได้อย่างแม่นยำในทุกตำแหน่งของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ เช่น โครงสร้างเดิม ของพื้นที่ที่มีอุปสรรคขัดขวาง การวางตรงตำแหน่งที่ต้องการได้ ทำให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องไม่สามารถส่งข้อมูลถึงเครื่องถ่ายทอดสัญญาณอื่นๆ ตามที่วางแผนไว้ ดังนั้นจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงจึงไม่คงที่เสมอไปตลอดทั้งโครงข่าย รวมถึงระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ถัดไปของแต่ละคู่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะไม่คงที่ จึงทำให้แบบจำลองคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ที่หลากหลายมากขึ้น
2. เมื่อโครงข่ายในสองมิติถูกขยายให้มีจำนวนสถานีและรูปแบบของเส้นเชื่อมโยงที่ซับซ้อนมากขึ้น ทำให้วิธีที่ใช้ในการเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางเพิ่มมากขึ้น การประยุกต์ใช้หลักการเพิ่มเข้า—ตัดออกนั้นจะมีข้อจำกัดของความถี่ในการคำนวณสูงขึ้นเป็นฟังก์ชันเลขชี้กำลัง (exponential function) ของจำนวนวิธีที่ใช้ในการเชื่อมต่อ ดังนั้นการลดความซับซ้อนของแบบจำลองคณิตศาสตร์ในการคำนวณหาสถานะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางในโครงข่ายในสองมิติจึงมีความน่าสนใจ
3. กรณีที่แยกถนนจำเป็นต้องเชื่อมต่อข้อมูลระหว่างกันแต่ไม่มีตู้ควบคุมสัญญาณไฟจราจรส่งผลให้มีโอกาสที่สถานีที่แยกถนนดังกล่าวเสียได้ ดังนั้นสถานีต่างๆ บนโครงข่ายในสองมิติต้องมีการระบุความน่าจะเป็นที่สถานีจะไม่สามารถใช้งานได้ จึงทำให้แบบจำลองคณิตศาสตร์ใกล้เคียงกับสถานการณ์จริงมากยิ่งขึ้น

รายการอ้างอิง

- [1] Lewis, F. L. Wireless Sensor Networks. In D. Cook and S. Das, (ed.) Smart Environments: Technologies, Protocols, and Applications, pp. 11–46. New Jersey: John Wiley, 2004.
- [2] Eu, Z. A., Tan, H. P., and Seah, W. K. G. Routing and Relay Node Placement in Wireless Sensor Networks Powered by Ambient Energy Harvesting. In Proceeding of IEEE WCNC, pp. 1–6. 5–8 April 2009. Budapest, Hungary, 2009.
- [3] Tubaishat, M., Shang, Y., and Shi, H. Adaptive Traffic Light Control with Wireless Sensor Networks. In Proceeding of IEEE CCNC, pp. 187–191. January 2007. Las Vegas, NV, USA, 2007.
- [4] Wang, Y. C., Chuang, C., Tseng, Y., and Shen, C. Dynamic Water Gate Assignment Scheme for Data Aggregation in Long–Thin Sensor Networks. In Proceeding of ICS, Tainan, Taiwan, 2010.
- [5] Antunes, N., Jacinto, G., and Pacheco, A. On the Minimum Hop Count and Connectivity in One–Dimensional Ad Hoc Wireless Networks. Telecommunication Systems, 39 (June 2008): 137–143.
- [6] Biagioni, E. S., and Sasaki, G. Wireless Sensor Placement for Reliable and Efficient Data Collection. In Proceeding of the 36th Annual Hawaii International, pp. 1–10. January 2003. Honolulu, HI, USA, 2003.
- [7] Bettstetter, C. On the Minimum Node Degree and Connectivity of a Wireless Multihop Network. In Proceeding of MobiHoc’ 02, pp. 80–91. June 2002. New York, NY, USA, 2002.
- [8] Qu, Y., Fang, J., and Zhang, S. Modeling the Critical Transmitting Range for Connectivity in Wireless Sensor Networks. In Proceeding of MINES, pp. 101–105. November 2010. Nanjing, China, 2010.
- [9] Bettstetter, C., On the Connectivity of Ad Hoc Networks. The Computer Journal, 47 (October 2003): 432–447.

- [10] Wang, Q., Xu, K., Takahara, G., and Hassanein, H. Locally Optimal Relay Node Placement in Heterogeneous Wireless Sensor Networks. In Proceeding of IEEE GLOBECOM, pp. 3549–3553. December 2005. St. Louis, Missouri, 2005.
- [11] Bermudez, S. A., and Wicker, S. B. Partial Connectivity of Multi-hop Two-Dimensional Finite Hybrid Wireless Networks. In Proceeding of IEEE ICC, pp. 1–5. 23–27 May 2010. Ithaca, NY, USA, 2010.
- [12] Shakkottai, S., Srikant, R., and Shroff, N. Unreliable Sensor Grids: Coverage, Connectivity and Diameter. In Proceeding of IEEE INFOCOM, pp. 1073–1083. March 2003. San Francisco, California, USA, 2003.
- [13] Bai, X., Yun, Z., Xuan, D., Lai, T. H., and Jia, W. Optimal Patterns for Four-Connectivity and Full Coverage in Wireless Sensor Networks. IEEE Trans. Mobile Computing, 9 (March 2010): 435–448.
- [14] Saoud, M. A., and Mahmoud, S. Optimal Number and Class Selection of Nodes in Wireless Mesh Networks. In Proceeding of ISCC, pp. 404–410. July 2008. Marrakech, Morocco, 2008.
- [15] Li, J., Andrew, L. L. H., Foh, C. H., Zukermann, M., and Neuts, M. F. Meeting Connectivity Requirements in a Wireless Multihop Network. In IEEE Commun. Lett., 10 (January 2006).
- [16] Silawan, T., Chinrungrueng, J., and Aswakul, C. Connectedness Analysis of Wireless Relay Placement with Regular String Topology by Ordinary Generating Function. In Proceeding of ECTI-CON, pp. 239–243. May 2010. Chaing Mai, Thailand, 2010.
- [17] อธิร พล คีลา วรณณ์, จตุพร ชิน รุ่งเรือง และ เซาว์น ดิศ อัสว กุล. การ วิเคราะห์ เชิง คอม บิ นา ทอ ริกส์ ของ การ วาง เครื่อ ง ถ่ายทอด สัญญาน สำหรับ โครงข่าย เซน เซอร์ ไร์ สาย ที่ มี ทอ พอ โยี่ สม่่าเสมอ แบบ เส้น (Combinatorial Analysis of Relay Placement in Wireless Sensor Network with Regular String Topology). ใน การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 32 (EECON 32), หน้า 749–752, ตุลาคม 2009 ณ โรงแรมทวารวดี รีสอร์ท จังหวัดปราชินบุรี, 2009.

- [18] Garcia, L. G., Probability and Random Processes for Electrical Engineering, Boston: Addison–Wesley Publishing Company, Inc., 1994.
- [19] Tangpaopong, S., Silawan, T., and Aswakul, C. DTMC Analysis of Connectedness for 2–Dimension Wireless Relay Placement with Regular String Topology. In ECTI–CON 2011, pp. 393–396. May 2011. Khon Kaen, Thailand, 2011.
- [20] Rappaport, T. S., Wireless Communication Principles and Practice, New Jersey: Prentice Hall, 2002.
- [21] Stuedi, P., Chinellato, O., and Alonso, G. Connectivity in the Presence of Shadowing in 802.11 Ad Hoc Networks. In Proceeding of IEEE WCNC, pp. 2225–2230. 13–17 March 2005. New Orleans, LA, USA, 2005.
- [22] Shooman, M. L., Reliability of computer systems and networks: fault tolerance, analysis and design, New Jersey: John Wiley–son, 2001.
- [23] Nicholas, J. H. and Lijing , L., A Schur–Pade Algorithm for Fractional Powers of a Matrix. Society for Industrial and Applied Mathematics, 32 (September 2011): 1056–1078.
- [24] Victor, Y. P., Zhao, Q. C. and Ailong , Z., The Complexity of The Matrix Eigenproblem. In Proceeding of STOC’99, May 1999. New York, NY, USA, 1999.

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นาย สุวัจชัย ตั้งเผ่าพงศ์ เกิดเมื่อวันที่ 17 กันยายน พ.ศ. 2530 กรุงเทพมหานคร เป็นบุตรของนายชาญชัย ตั้งเผ่าพงศ์ และนางสุภี ตั้งเผ่าพงศ์ สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2552 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิตในปีการศึกษาถัดมา ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย สังกัดห้องปฏิบัติการวิจัยโทรคมนาคม ได้รับทุนศิษย์ก้นกุฏิ ขณะศึกษาในระดับมหาบัณฑิต และดำรงตำแหน่งประธานกลุ่มความร่วมมือ นิสิตบัณฑิตศึกษา วิศวกรรมไฟฟ้า แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย EEPSA-CU (Electrical Engineering Postgraduate Student Assembly of Chulalongkorn University) ประจำปีการศึกษา 2554 และมีบทความวิชาการจากวิทยานิพนธ์ในระหว่างการศึกษาในระดับมหาบัณฑิตดังนี้

[1] Tangpaopong, S., Silawan, T., and Aswakul, C. DTMC Analysis of Connectedness for 2-Dimension Wireless Relay Placement with Regular String Topology. In *ECTI-CON 2011*, pp. 393-396. May 2011. Khon Kaen, Thailand, 2011.