

ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา  
ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์  
ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

นางสาวชนิสรา เรืองนุ่น

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน  
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ปีการศึกษา 2556

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์นี้พร้อมด้วยเอกสารแนบที่เกี่ยวข้องสามารถเข้าถึงได้  
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย

The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)  
are the thesis authors' files submitted through the Graduate School.

EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITY BY INTEGRATING  
COGNITIVE AND METACOGNITIVE STRATEGIES ON MATHEMATICAL REASONING  
AND COMMUNICATION ABILITIES OF EIGHTH GRADE STUDENTS

Miss Chanisara Ruangnun

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education

Department of Curriculum and Instruction

Faculty of Education

Chulalongkorn University

Academic Year 2013

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดย บูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาที่มีต่อ ความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2
โดย	นางสาวชนิสรา เรืองนุ่น
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน

---

คณะกรรมการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่ง  
ของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะครุศาสตร์  
(รองศาสตราจารย์ ดร.ชนิตา รักษ์พลเมือง)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคอง)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก  
(อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน)

..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย  
(อาจารย์ ดร.อรรถศาสตร์ นิมิตรพันธ์)

ชนิสรา เรืองนุ่น : ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและ  
 อภิปัญญาที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษา  
 ปีที่ 2. (EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITY BY INTEGRATING  
 COGNITIVE AND METACOGNITIVE STRATEGIES ON MATHEMATICAL REASONING AND  
 COMMUNICATION ABILITIES OF EIGHTH GRADE STUDENTS) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก :  
 อ.ดร.จงกล ทำสวน, 180 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ  
 นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา  
 ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน 2) เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน  
 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา  
 ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน 3) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์  
 ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์  
 พุทธิปัญญาและอภิปัญญากับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ และ 4)  
 เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัด  
 กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญากับกลุ่มที่  
 ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2  
 โรงเรียนสตรีสมุทรปราการ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง 50 คน และกลุ่มควบคุม 50 คน  
 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์  
 พุทธิปัญญาและอภิปัญญา และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เครื่องมือ  
 ที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัด  
 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที (t-test) ผลการวิจัยพบว่า

- 1) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา  
 มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
- 2) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา  
 มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
- 3) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา  
 มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบ  
 ปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
- 4) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา  
 มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ  
 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ภาควิชา .....หลักสูตรและการสอน ..... ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา ..... กว.ศึกษาคณิตศาสตร์..... ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก .....

ปีการศึกษา ....2556.....

# # 5483324827 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION

KEYWORDS : COGNITIVE / METACOGNITIVE / MATHEMATICAL REASONING ABILITY / MATHEMATICAL COMMUNICATION ABILITY

CHANISARA RUANGNUN : EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITY BY INTEGRATING COGNITIVE AND METACOGNITIVE STRATEGIES ON MATHEMATICAL REASONING AND COMMUNICATION ABILITIES OF EIGHTH GRADE STUDENTS. ADVISOR : JONGKOL THAMSUAN, Ed.D., 180 pp.

The purposes of this research were 1) to compare mathematical reasoning ability of students learning by using an organizing mathematics learning activity by integrating cognitive and metacognitive strategies between, before and after learning 2) to compare mathematical communication ability of students learning by using an organizing mathematics learning activity by integrating cognitive and metacognitive strategies between, before and after learning 3) to compare mathematical reasoning ability of students between experimental group and control group; and 4) to compare mathematical communication ability of students between experimental group and control group. The subjects were eighth grade students of Streesmutprakan school in the first semester of the academic year 2013. There were 50 students in the experimental group and 50 students in the control group. The experimental instruments constructed by the researcher were lesson plans focusing on the organizing mathematics learning activity by integrating cognitive and metacognitive strategies and conventional lesson plans. The instruments for data collection were mathematical reasoning ability tests and mathematical communication ability tests. The results of the study revealed that :

1) The mathematical reasoning ability of students after learning by using the organizing mathematics learning activity by integrating cognitive and metacognitive strategies were higher than those before the experiment at a .05 level of significance.

2) The mathematical communication ability of students after learning by using the organizing mathematics learning activity by integrating cognitive and metacognitive strategies were higher than those before the experiment at a .05 level of significance.

3) The mathematical reasoning ability of students in the experimental group were higher than those of the students in the control group at a .05 level of significance.

4) The mathematical communication ability of students in the experimental group were higher than those of the students in the control group at a .05 level of significance.

Department : ...Curriculum and Instruction... Student's Signature .....

Field of Study : ..Mathematics Education..... Advisor's Signature .....

Academic Year : ...2013.....

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณาอย่างสูงยิ่งจาก ดร.จกมล ทำสวน อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำปรึกษา คำแนะนำ ข้อคิดเห็นต่าง ๆ ที่เป็นประโยชน์ในการทำวิทยานิพนธ์ด้วยความเอาใจใส่อย่างดียิ่ง ตั้งแต่ต้นจนสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และอาจารย์ ดร.อรรถศาสตร์ นิมิตรพันธ์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ได้กรุณาตรวจสอบและให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมที่เป็นประโยชน์ ซึ่งเป็นผลให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความถูกต้องสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่าน ที่กรุณาเสียสละเวลาตรวจพิจารณาให้ข้อเสนอแนะต่าง ๆ ในการปรับปรุงแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลให้มีความถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณผู้อำนวยการ หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คณะครู และนักเรียนโรงเรียนสตรีสมุทรปราการ และโรงเรียนนวมินทราชินูทิศ สวนกุหลาบวิทยาลัยสมุทรปราการ ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูล และการทดลองใช้เครื่องมือวิจัยให้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณรุ่นพี่นิสิตบัณฑิตศึกษาและเพื่อน ๆ สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ทุกท่านที่ได้ให้กำลังใจ และช่วยเหลือในการทำวิทยานิพนธ์มาโดยตลอด

ท้ายสุดนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ ครอบครัวเรืองนุ่นและครอบครัวไตรรัตน์ เป็นอย่างสูงที่คอยดูแลเอาใจใส่ ให้ความรักความอบอุ่น เป็นกำลังใจสำคัญ ทั้งยังสนับสนุนด้านการศึกษา มาโดยตลอด จนกระทั่งประสบความสำเร็จดังเช่นทุกวันนี้

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญภาพ.....	ท
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
คำถามวิจัย.....	6
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	6
สมมติฐานของการวิจัย.....	7
ขอบเขตของการวิจัย.....	9
คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย.....	9
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	12
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	13
1. พุทธิปัญญา.....	14
1.1 ความหมายของพุทธิปัญญา.....	14
1.2 พุทธิปัญญากับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	14
2. อภิปัญญา.....	15
2.1 ความหมายของอภิปัญญา.....	15
2.2 องค์ประกอบของอภิปัญญา.....	16
2.3 การพัฒนาอภิปัญญา.....	19
2.4 อภิปัญญากับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	20
3. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	26
3.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	26
3.2 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	29

	หน้า
3.3 แนวทางการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	29
3.4 การประเมินการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	31
4. การสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	33
4.1 ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	33
4.2 ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	34
4.3 แนวทางการพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	35
4.4 การประเมินการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	36
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	41
5.1 งานวิจัยต่างประเทศ.....	41
5.2 งานวิจัยในประเทศ.....	43
กรอบแนวคิดของการวิจัย.....	46
กรอบแนวคิดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน.....	47
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	48
การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	48
การออกแบบการวิจัย.....	49
การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	49
การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	51
การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง.....	51
การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล.....	59
การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล.....	66
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	68
สถิติที่ใช้ในการวิจัย.....	68
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	71
ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ.....	71
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	79
สรุปผลการวิจัย.....	83
อภิปรายผลการวิจัย.....	84
ข้อเสนอแนะ.....	90





## สารบัญญัตินี้

ตารางที่	หน้า
1	23
2	32
3	32
4	37
5	40
6	49
7	53
8	60
9	63
10	71
11	72
12	72
13	73

ตารางที่	หน้า
14 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง.....	74
15 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง หรือกราฟ ประกอบการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง.....	74
16 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการนำเสนอแนวคิดและลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง.....	75
17 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม.....	75
18 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ด้านการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม.....	76
19 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ด้านการอ้างอิงเหตุผลในการอธิบายข้อสรุปของแนวคิดระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม.....	76
20 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม.....	77

ตารางที่	หน้า
21 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม.....	77
22 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง หรือกราฟ ประกอบการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม.....	78
23 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการนำเสนอแนวคิดและลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม.....	78
24 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน).....	112
25 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน).....	112
26 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน).....	113
27 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน).....	113
28 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม ( $\bar{x}$ ) ของโครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน.....	116
29 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม ( $\bar{x}$ ) ของโครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน.....	117
30 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม ( $\bar{x}$ ) ของโครงสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน.....	118
31 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม ( $\bar{x}$ ) ของโครงสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน.....	119

ตารางที่	หน้า
32 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน จำนวน 8 ข้อ.....	120
33 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน จำนวน 5 ข้อ (นำไปใช้ทดลอง)....	120
34 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน จำนวน 8 ข้อ.....	121
35 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน จำนวน 5 ข้อ (นำไปใช้ทดลอง)....	121
36 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน จำนวน 8 ข้อ.....	122
37 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน จำนวน 5 ข้อ (นำไปใช้ทดลอง).....	122
38 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน จำนวน 8 ข้อ.....	123
39 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน จำนวน 5 ข้อ (นำไปใช้ทดลอง).....	123
40 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน.....	165
41 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน.....	166
42 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน.....	167
43 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน.....	168
44 ผลการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง.....	169
45 ผลการทดสอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง.....	170
46 ผลการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม.....	171
47 ผลการทดสอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม.....	172

## สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
1 กรอบแนวคิดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์.....	46
2 กรอบแนวคิดขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์.....	47
3 แสดงการเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลที่จำแนกตามองค์ประกอบของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11.....	175
4 แสดงการอ้างอิงเหตุผลในการอธิบายข้อสรุปของแนวคิดที่จำแนกตามองค์ประกอบของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7.....	176
5 แสดงการใช้รูปภาพ หรือแผนภาพในการประกอบอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่จำแนกตามองค์ประกอบของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1.....	177
6 แสดงการใช้รูปภาพ หรือแผนภาพในการประกอบอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่จำแนกตามองค์ประกอบของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9.....	178
7 แสดงการนำเสนอแนวคิดและลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่จำแนกตามองค์ประกอบของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10.....	179

## บทที่ 1

### บทนำ

#### ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

สังคมไทยในปัจจุบันมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วซึ่งเป็นผลมาจากความเจริญก้าวหน้าของวิทยาการต่างๆ การพัฒนาประเทศให้เจริญก้าวหน้าจึงจำเป็นที่จะต้องพัฒนาคนให้มีคุณภาพ และการที่จะพัฒนาคนให้มีคุณภาพต้องอาศัยปัจจัยในหลายๆ ด้าน ซึ่งหนึ่งในปัจจัยที่สำคัญที่สุดก็คือการพัฒนาการศึกษาให้มีคุณภาพ

ในปัจจุบันการศึกษาของไทยได้มุ่งเน้นให้ผู้เรียนมีความสามารถทั้งทางด้านความรู้และทักษะกระบวนการ โดยยึดหลักว่า ผู้เรียนทุกคนมีความสามารถในการเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตามธรรมชาติและเต็มศักยภาพ นอกจากนี้ควรมุ่งเน้นให้ผู้เรียนคิดเป็น ทำเป็น และแก้ปัญหาเป็น (กระทรวงศึกษาธิการ, 2542: 12)

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ใน ชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษา ทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551: 56)

ถึงแม้ว่าคณิตศาสตร์จะเป็นวิชาที่มีความสำคัญและมีความจำเป็นต่อมนุษย์มาก แต่ในปัจจุบันการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร ดังจะเห็นได้จากการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ระดับประเทศในปี พ.ศ. 2554 พบว่า คะแนนเฉลี่ยใน วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เท่ากับ 32.08 ซึ่งต่ำกว่าร้อยละ 50 (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2554: ออนไลน์) และผลการประเมินของโครงการ PISA ในปี ค.ศ. 2009 พบว่า ผลการประเมินการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยเมื่อเทียบกับนานาชาติมี คะแนนเฉลี่ย 419 ซึ่งต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยนานาชาติ และอยู่ในอันดับที่ 52 ซึ่งห่างจากประเทศ เอเชียอื่นๆ ที่มีคะแนนสูงกว่า เช่น เซี่ยงไฮ้ สิงคโปร์ ฮONGKONG เกาหลี และไทเป (สถาบันส่งเสริมการ

สอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), 2554: 119) แสดงให้เห็นว่า คุณภาพการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยยังไม่เป็นที่น่าพอใจเมื่อเทียบกับนานาชาติ

การที่คุณภาพการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยยังไม่ที่น่าพอใจนั้น ทั้งนี้อาจเกิดจากปัญหาด้านการจัดการเรียนการสอน อาทิ ปัญหาจากครู ปัญหาจากนักเรียน เป็นต้น ปัญหาจากครูนั้น โดยส่วนใหญ่ครูยังคงใช้วิธีการสอนแบบบรรยาย ทำให้นักเรียนมีโอกาสได้ฝึกคิด มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมในชั้นเรียนได้น้อย สำหรับปัญหาจากนักเรียน สถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2550: 1) ได้ให้รายละเอียดไว้ว่า ยังมีนักเรียนจำนวนไม่น้อยที่ด้อยความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การนำเสนอความคิดทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่างๆ และการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

การที่จะทำให้คุณภาพของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนดีขึ้นนั้น สิ่งหนึ่งที่ต้องได้รับการพัฒนา คือ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความสามารถของบุคคลในการที่จะนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ จึงเป็นเครื่องมือ (Tool) ของผู้เรียนในการทำให้ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความหมายและมีคุณค่ามากกว่าเป็นเพียงวิชาที่ประกอบด้วยสัญลักษณ์และขั้นตอนการแก้ปัญหาในห้องเรียน ความรู้และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์จึงเป็นของคู่กัน และเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการแก้ปัญหาในชีวิตจริง (อัมพร ม้าคอง, 2548: 94)

การแก้ปัญหาเป็นหนึ่งในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นหัวใจสำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพราะการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นการเรียนรู้จากการแก้ปัญหา (NCTM, 1980: 2) สอดคล้องกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ที่ได้มุ่งเน้นพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณภาพตามมาตรฐานการเรียนรู้ ซึ่งการพัฒนาผู้เรียนให้บรรลุมาตรฐานการเรียนรู้ นั้น จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดสมรรถนะสำคัญ 5 ด้าน ซึ่งหนึ่งในสมรรถนะที่กล่าวถึง คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551ก: 6) การแก้ปัญหาเป็นทักษะที่มีความสำคัญ และมักรวมทักษะอื่นๆ เข้าไว้ด้วย เช่น การให้เหตุผล การสื่อสาร และการตัดสินใจ ผู้ที่มีทักษะการแก้ปัญหาที่ดีมักมีความรู้ ประสบการณ์ ระบบการคิด และการตัดสินใจที่ดีพอ เนื่องจากการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ซับซ้อนและเกี่ยวข้องกับความรู้ ทักษะ และความสามารถหลายอย่าง เช่น ความรู้ในเนื้อหา ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการทำงาน ความสามารถในการคิดและความสามารถในการประเมินการทำงานของตนเอง (อัมพร ม้าคอง, 2553: 39) ซึ่งสอดคล้องกับ Montague and Bos (1986: 26) ที่กล่าวว่า ในขณะที่แก้ปัญหานั้น นอกจาก



ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จะต้องมีแล้วกลยุทธ์ที่ช่วยในการแก้ปัญหาและการควบคุมความคิดของตนเองก็เป็นสิ่งสำคัญที่ทำให้ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

นอกจากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แล้ว การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ยังเป็นมาตรฐานหนึ่งในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพราะการให้เหตุผลเป็นพื้นฐานของการเรียนรู้และดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เราไม่สามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยปราศจากการให้เหตุผล (NCTM, 1989: 29) การที่ผู้เรียนให้เหตุผลเป็นจะทำให้ผู้เรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผลคิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ถึงปัญหาได้อย่างถี่ถ้วน คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), 2550: 38) การสอนให้นักเรียนเข้าใจและมีเหตุผลเป็นสิ่งที่ดีกว่าการสอนให้จดจำ อีกทั้งยังสามารถนำความรู้ความเข้าใจไปปรับใช้กับสถานการณ์ใหม่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), 2547: 1)

การที่จะทำให้ผู้เรียนมีการให้เหตุผลในขณะที่แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดีนั้น การสื่อสารถือเป็นสิ่งสำคัญ กล่าวคือ การสื่อสารจะช่วยให้ผู้เรียนได้สร้างแนวคิดและสามารถนำไปปฏิบัติได้ โดยผู้เรียนต้องคิด ให้เหตุผล และสื่อสารสิ่งที่ตนคิดด้วยการพูด การเขียน หรือการอธิบาย (NCTM, 2000: 60 และปิยวรรณ ตีระกิตติธนา, 2548: 42) การสื่อสารและการนำเสนอมีส่วนสำคัญที่จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงระหว่างความเป็นนามธรรมของแนวคิดทางคณิตศาสตร์และสัญลักษณ์ต่างๆ ที่นำมาใช้แทนแนวคิดนั้นๆ เชื่อมโยงระหว่างสิ่งของ รูปภาพ สัญลักษณ์ ภาษาพูด และแนวคิดต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงภาษาที่ใช้ในชีวิตประจำวันกับภาษาคณิตศาสตร์ โดยอาศัยการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอ ผู้เรียนจะแสดงความคิดออกมาซึ่งจะช่วยสร้างความเข้าใจของผู้เรียนให้กระจ่างชัดยิ่งขึ้น ผู้เรียนจะตระหนักว่าการสื่อสารเป็นสิ่งสำคัญและจำเป็นต่อการเรียนคณิตศาสตร์และการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน นอกจากนั้นการที่ให้ผู้เรียนได้อภิปราย ได้สื่อสารแนวคิดจะช่วยให้ครูประเมินความเข้าใจของผู้เรียนได้ (สถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), 2550: 47)

จากทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น การแก้ปัญหา การให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นกับผู้เรียนได้นั้น พุทธิปัญญา (Cognition) จะเป็นส่วนสำคัญที่จะช่วยให้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนมีประสิทธิภาพมากขึ้น ซึ่งความรู้ ความคิด การวางแผน การใช้เหตุผล และการแก้ปัญหา สิ่งเหล่านี้เรียกว่า พุทธิปัญญา ซึ่งเป็นกระบวนการทางปัญญาระดับสูง เป็นความรู้ความเข้าใจหรือการรู้คิดที่จะทำให้ผู้เรียนเกิด

การเรียนรู้ และนำกระบวนการเหล่านั้นมาใช้ในการแก้ปัญหา (เพ็ญพิไล ฤทธาคณานนท์, 2536: 1, กุญชรีย์ คำชาย, 2540: 123 และ Montague, Enders and Dietz, 2011: 263)

พื้นฐานสำคัญอย่างหนึ่งในกระบวนการคิดที่จะนำไปสู่การเกิดพุทธิปัญญา (Cognition) นั้นคือ อภิปัญญา (Metacognition) (สมจิตร์ ทรัพย์อัประไมย, 2540: 11) อภิปัญญาเป็นความสามารถของผู้เรียนซึ่งแสดงออกถึงความรู้ ความเข้าใจ ในกระบวนการคิดและกระบวนการเรียนรู้ของตนเอง เป็นการใช้ความรู้เกี่ยวกับกลยุทธ์ต่างๆ ที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาในขณะที่เรียน สามารถเลือกใช้วิธีการได้อย่างเหมาะสมและมีประสิทธิภาพ รวมถึงความสามารถในการวางแผน ควบคุม ตรวจสอบและประเมินการเรียนรู้ของตนเอง ทำให้ผู้เรียนได้รู้ว่าสิ่งที่ตนเองคิดถูกต้องหรือไม่ มีข้อผิดพลาดอย่างไร และจะเป็นการสร้างเสริมนิสัยให้เป็นคนรอบคอบ ใจเย็นและคิดได้ถูกทาง (Flavell, 1979: 906 และเพ็ญพิไล ฤทธาคณานนท์, 2536: 116-117) ดังนั้น อภิปัญญาจึงจำเป็นอย่างยิ่งสำหรับกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน เนื่องจากจะทำให้ผู้เรียนสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการเรียนรู้และแก้ปัญหาต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม (ยุทธการ สืบแก้ว, 2551: 4)

จากการศึกษางานวิจัยของ Montague (1992: 230-248) พบว่าการใช้กลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา (Cognitive and Metacognitive Strategies) เป็นการจัดการเรียนการสอนที่ให้ผู้เรียนใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และควบคุมความคิดของตนเองในขณะที่แก้ปัญหา โดยกลยุทธ์พุทธิปัญญา (RPDCPCC) เป็นกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 7 ขั้นตอน คือ

1. การอ่านปัญหา (Read the Problem) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนอ่านและศึกษาโจทย์ปัญหาอย่างละเอียด และทำความเข้าใจกับโจทย์ปัญหา
2. การถอดความปัญหา (Paraphrase the Problem) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนถอดความปัญหาให้เป็นถ้อยคำของตนเอง
3. การเขียนแผนภาพของปัญหา (Draw the Problem) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนออกแบบปัญหาในวิธีการต่างๆ เช่น การวาดรูป การวาดแผนภาพไดอะแกรม การวาดแผนภูมิ เป็นต้น
4. การออกแบบแผนการแก้ปัญหา (Create a Plan to Solve the Problem) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนเลือกแผนการแก้ปัญหาที่เหมาะสม
5. การคาดเดา ประมาณการคำตอบ (Predict/Estimate the Answer) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนประมาณคำตอบจากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้

6. การคำนวณคำตอบ (Compute the Answer) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนคำนวณคำตอบตามแผนที่วางไว้

7. การตรวจสอบคำตอบ (Check the Answer) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้อง ทั้งคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา

และในแต่ละขั้นตอนของกลยุทธ์พุทธิปัญญาข้างต้น ได้มีการนำกลยุทธ์อภิปัญญา (Say, Ask, Check) ซึ่งเป็นการควบคุมความคิดของตนเองในขณะที่กำลังแก้ปัญหาเข้าไปกำกับในแต่ละขั้นตอน โดยประกอบไปด้วย 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นการ “Say” เป็นขั้นที่ผู้เรียนจะต้องรู้ว่าจะเริ่มต้นทำอะไรเป็นขั้นตอนแรกในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา (Self - Instruction)

2. ขั้นการ “Ask” เป็นขั้นที่ผู้เรียนจะต้องตั้งคำถามกับตนเอง (Self - Question) ว่า จะทำอย่างไร เพื่อที่จะทำให้สิ่งที่ทำในขั้นการ “Say” สำเร็จ

3. ขั้นการ “Check” เป็นขั้นที่ผู้เรียนจะต้องตรวจสอบตนเอง (Self - Monitor) ว่า ขั้นตอนที่ได้ลงมือทำในขั้นการ “Ask” นั้นถูกต้องสมบูรณ์แล้วหรือไม่ และมีข้อบกพร่องในส่วนใด

การที่ผู้เรียนจะเกิดการควบคุมความคิดของตนเองในขั้นตอนของกลยุทธ์อภิปัญญาขณะที่กำลังแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้นั้น ครูมีบทบาทสำคัญที่จะช่วยให้ผู้เรียนแก้ปัญหาสำเร็จได้ และบทบาทหนึ่งที่สำคัญ คือ การใช้คำถามเป็นเครื่องมือช่วยในการกระตุ้นให้ผู้เรียนได้ฝึกคิด หาคำตอบ ซึ่งถือว่าเป็นการกระตุ้นระบบการทำงานของสมองนำไปสู่การคิดแก้ปัญหา (จินตนา ปริदानันท์, 2549: 8) นอกจากนี้ การใช้คำถามเป็นการพัฒนาการคิดในรูปแบบของการสื่อสารช่วยให้ครูสามารถทราบถึงพื้นฐานความรู้ ความสามารถของผู้เรียน และยังช่วยให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนการสอน ทำให้ผู้เรียนมีโอกาสตอบคำถาม เสนอความคิดเห็น รวมทั้งได้ร่วมทำกิจกรรมต่างๆ ในห้องเรียน (พิมพันธ์ เดชะคุปต์, 2544: 82, ศรีมงคล เทพเรณู, 2545: 273 และ เฉลิมลาภ ทองอาจ, 2555: ออนไลน์)

ด้วยกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาที่กล่าวมาข้างต้นน่าจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งในขณะที่ผู้เรียนใช้กลยุทธ์นี้ผู้เรียนจะมีการสื่อสาร แลกเปลี่ยนแนวคิดระหว่างครูกับเพื่อนร่วมชั้นเรียน และมีการอธิบายความคิดของตนเองที่เป็นเหตุเป็นผล ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนมีพัฒนาการด้านความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น ดังนั้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา

สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกใช้เนื้อหาทฤษฎีเรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ ซึ่งเป็นรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยเนื้อหาประกอบด้วย การทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละที่ผู้เรียนได้เรียนมาแล้วจากรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แล้วจึงขยายให้เห็นถึงการนำอัตราส่วนและร้อยละไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้น พร้อมทั้งให้เห็นถึงประโยชน์ที่นำไปใช้แก้โจทย์ปัญหาในส่วนของ การประยุกต์ โดยเนื้อหาที่เหมาะสมสำหรับการเรียนการสอนที่เน้นการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาทักษะการคิดคำนวณและทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ครูควรให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติจริง และมีการอภิปรายร่วมกันภายในกลุ่มเพื่อให้ผู้เรียนได้หาข้อสรุปร่วมกัน (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551ก: 39) ซึ่งผู้วิจัยเห็นว่า การนำเนื้อหาเรื่องนี้มาใช้ในการจัดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยมุ่งเน้นให้ผู้เรียนนำความรู้และวิธีการต่างๆ มาใช้ในการแก้ปัญหาร่วมกับการใช้คำถามที่กระตุ้นให้ผู้เรียนได้ควบคุมและกำกับความคิดของตนเอง ประกอบกับการจัดให้ผู้เรียนได้ทำงานทั้งเป็นกลุ่มและรายบุคคลเพื่อมุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้ร่วมกันอภิปราย นำเสนอหรือแลกเปลี่ยนแนวคิด และช่วยกันวางแผนในการแก้ปัญหา สิ่งเหล่านี้จะช่วยในการส่งเสริมหรือพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

### คำถามวิจัย

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา จะช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้หรือไม่ อย่างไร

### วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

### สมมติฐานของการวิจัย

Montague and Bos (1990: 371-388) ได้ศึกษาการใช้พุทธิปัญญาร่วมกับอภิปัญญา ของนักเรียนเกรด 8 ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่ม คือ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง (High-Achieving (HA)) นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง (Average-Achieving (AA)) นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ (Low-Achieving (LA)) และนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนบกพร่อง (Students with LD) จำนวนนักเรียนกลุ่มละ 15 คน โดยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน การให้เหตุผล การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความรู้พื้นฐาน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง (HA) และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง (AA) มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ดีกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ (LA) และนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนบกพร่อง (Students with LD) และเมื่อเปรียบเทียบก่อนการทดลองและหลังการทดลองนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ (LA) และนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนบกพร่อง (Students with LD) มีความสามารถในการแก้ปัญหามากขึ้น และการวัดการให้เหตุผล พบว่าการให้เหตุผลมีส่วนช่วยให้การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ประสบผลสำเร็จ

Gooya (1992: 3) ได้ศึกษาผลของการสอนโดยใช้อภิปัญญาและการสอนผ่านการแก้ปัญหามีต่อความเชื่อของนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ กับนักศึกษาระดับปริญญาตรี โดยมีการจัดกิจกรรมในการเรียน 3 ลักษณะ คือ การเขียนสรุป การเรียนแบบกลุ่มย่อย และการอภิปรายร่วมกัน ซึ่งการเขียนสรุปเป็นช่องทางสื่อสารระหว่างผู้เรียนกับผู้สอนและช่วยให้ผู้เรียนเกิดความชัดเจนในแนวคิด ผู้เรียนได้เรียนรู้และติดตามการทำงานของผู้อื่น ได้อภิปรายกับคนอื่น ๆ ทำให้เกิดการตัดสินใจที่เหมาะสม การอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น ทำให้ผู้เรียนได้พบจุดเด่นและจุดอ่อนของตนเอง ผลการวิจัยพบว่า การใช้สื่อเสริมและนวัตกรรมต่างๆ ทำให้ผู้เรียนเข้าใจถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ต่างไปจากเดิม และการจัดกิจกรรมแบบนี้ทำให้ผู้เรียนได้มีการสื่อสารระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน หรือผู้เรียนกับผู้เรียนมากขึ้น

Kramaski and Mevarech (2003A: 449-471) ได้ศึกษาผลของการฝึกใช้อภิปัญญาเทียบกับการใช้ตัวอย่างงานของนักเรียนที่มีต่อการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จุดมุ่งหมายของการศึกษา

ในครั้งนี้ ได้แก่ 1. ศึกษาผลของการฝึกใช้อภิปัญญาเทียบกับการใช้ตัวอย่างงานของนักเรียนที่มีต่อการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 2. เปรียบเทียบผลในระยะยาวของวิธีการทั้งสองแบบ โดยใช้ในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งใช้ระยะเวลาในการศึกษาเป็นเวลา 2 ปี คือ ในปีแรกใช้ผู้เข้าร่วมการทดลองที่เป็นนักเรียนเกรด 8 จำนวน 122 คน ที่เรียนพีชคณิต และศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียน ในปีต่อมาผู้เข้าร่วมการทดลองจะเลื่อนชั้นเป็นเกรด 9 โดยจะวัดผลการทดสอบอีกครั้งซึ่งใช้วิธีการเดียวกับในปีแรก ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการฝึกใช้อภิปัญญาจะมีการใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดีกว่านักเรียนที่ได้รับการใช้ตัวอย่างงาน และนักเรียนที่ได้รับการฝึกใช้อภิปัญญาจะมีการเรียนแบบร่วมมือ มีการอภิปราย และการสื่อสารระหว่างนักเรียนมากกว่านักเรียนที่ได้รับการใช้ตัวอย่างงาน

Kramaski and Mevarech (2003B: 281-310) ได้ศึกษาผลของการเรียนแบบร่วมมือและการฝึกใช้อภิปัญญาเพื่อเสริมสร้างการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 8 จำนวน 384 คน โดยแบ่งนักเรียนเป็น 4 กลุ่ม และแต่ละกลุ่มวิธีการสอนดังนี้ กลุ่มที่ 1 เรียนแบบร่วมมือร่วมกับการฝึกใช้อภิปัญญา (COOP+META) กลุ่มที่ 2 เรียนแบบรายบุคคลร่วมกับการฝึกใช้อภิปัญญา (IND+META) กลุ่มที่ 3 เรียนแบบร่วมมือเพียงอย่างเดียว (COOP) และกลุ่มที่ 4 เรียนแบบรายบุคคลเพียงอย่างเดียว (IND) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่เรียนแบบร่วมมือกับการฝึกใช้อภิปัญญา (COOP+META) มีประสิทธิภาพในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดีกว่านักเรียนที่เรียนแบบรายบุคคลร่วมกับการฝึกใช้อภิปัญญา (IND+META) นักเรียนที่เรียนแบบร่วมมือเพียงอย่างเดียว (COOP) และนักเรียนที่เรียนแบบรายบุคคลเพียงอย่างเดียว (IND)

จากงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่า การใช้พุทธิปัญญา อภิปัญญา และการเรียนแบบร่วมมือจะมีส่วนช่วยให้นักเรียนได้เกิดการอภิปราย ทำให้นักเรียนได้มีการสื่อสารระหว่างเพื่อนในชั้นเรียนและสามารถใช้เหตุผลในการอธิบายหรือแสดงแนวคิดของตนเอง ดังนั้น ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานของการวิจัยดังนี้

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญามีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง
2. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญามีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

3. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

4. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

### ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดสมุทรปราการ

2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ

3. ตัวแปรที่ศึกษามีดังนี้

3.1 ตัวแปรต้น ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

3.2.1 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.2.2 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

### คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. **กลยุทธ์พุทธิปัญญา** หมายถึง กลยุทธ์ในการใช้ความรู้ ความคิด การวางแผน การใช้เหตุผล และการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นกระบวนการทางปัญญาในระดับสูงที่ทำให้บุคคลบรรลุเป้าหมายที่ตั้งไว้ได้ โดยการวิจัยในครั้งนี้เป็นกลยุทธ์พุทธิปัญญาที่ใช้ในการแก้ปัญหา

2. **กลยุทธ์อภิปัญญา** หมายถึง กลยุทธ์ที่บุคคลใช้ในการควบคุมและประเมินความคิดของตนเอง โดยมีการวางแผน ทบทวนความคิดของตนเองอย่างมีขั้นตอน และถ่ายทอดความคิดออกมาเป็นการพูดหรือการกระทำเพื่อให้การแก้ปัญหาต่างๆ ประสบความสำเร็จ

3. **การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา** หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ครูนำเสนอปัญหาและให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามกลยุทธ์พุทธิปัญญา โดยขณะที่นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาครูจะใช้

กลยุทธ์อภิปัญญาซึ่งเป็นการใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้กำกับ ตรวจสอบ และประเมินความคิดของตนเองในขณะที่ดำเนินการแก้ปัญหา ซึ่งผู้วิจัยได้ใช้ขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนโดยใช้กลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาของมอนทาเก (Montague, 1992: 230-248) โดยมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 7 ขั้นตอน ดังนี้

1.1 **ขั้นอ่านปัญหา (Read the Problem)** เป็นขั้นที่ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาหรือโจทย์ปัญหา เพื่อให้นักเรียนร่วมกันศึกษาและทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา ซึ่งในระหว่างนี้ครูจะใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนได้กำกับและตรวจสอบความคิดของตนเองเกี่ยวกับการอ่านและทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา

1.2 **ขั้นถอดความปัญหา (Paraphrase the Problem)** เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนขีดเส้นใต้คำ ประโยคที่สำคัญในโจทย์ปัญหา หรือถอดความปัญหาให้เป็นภาษาของตนเอง เพื่อให้ผู้เรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา ซึ่งในขั้นตอนนี้ครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้ นักเรียนได้กำกับและตรวจสอบความคิดของตนเองว่าสิ่งที่ขีดเส้นใต้เหล่านั้นมีความสำคัญและเพียงพอต่อการนำไปใช้ในการหาคำตอบมากน้อยเพียงใด

1.3 **ขั้นเขียนแผนภาพของปัญหา (Draw the Problem)** เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนเขียนแผนภาพหรือตัวแทนของปัญหาที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา หรือการหาคำตอบของปัญหานั้น โดยในระหว่างนี้ครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้ นักเรียนได้กำกับและตรวจสอบความคิดของตนเองเกี่ยวกับแผนภาพที่เขียนขึ้นว่ามีความครอบคลุมหรือแทนปัญหานี้หรือไม่

1.4 **ขั้นออกแบบแผนการแก้ปัญหา (Create a Plan to Solve the Problem)** เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนนำข้อมูลหรือสิ่งที่ได้จากขั้นตอนก่อนหน้ามาออกแบบลำดับขั้นตอนและเลือกใช้กลยุทธ์ที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา โดยครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้ นักเรียนได้กำกับและตรวจสอบความคิดของตนเองเกี่ยวกับกลยุทธ์และขั้นตอนของการแก้ปัญหาว่ามีความเหมาะสมหรือไม่ ซึ่งในขั้นนี้ครูอาจให้นักเรียนมีการอภิปรายร่วมด้วย

1.5 **ขั้นคาดเดา ประมาณการคำตอบ (Predict/ Estimate the Answer)** เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนนำข้อมูลหรือสิ่งที่ได้จากขั้นตอนก่อนหน้ามาใช้ในการคาดเดา ประมาณการคำตอบได้อย่างเหมาะสม โดยในระหว่างนี้ครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้ นักเรียนได้กำกับและตรวจสอบความคิดของตนเองเกี่ยวกับวิธีการ เทคนิค และข้อมูลที่เลือกใช้

1.6 **ขั้นคำนวณคำตอบ (Compute the Answer)** เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามขั้นตอนและกลยุทธ์ที่ได้วางแผนไว้จนกระทั่งได้คำตอบของปัญหานั้นๆ



โดยครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนได้ตรวจสอบแต่ละขั้นตอนของการดำเนินการในการหาคำตอบของปัญหา และเปรียบเทียบคำตอบที่คำนวณได้จริงกับคำตอบที่ประมาณไว้

**1.7 ขั้นตรวจสอบคำตอบ (Check the Answer)** เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ โดยในระหว่างนี้ครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนได้กำกับและตรวจสอบความคิดของตนเองเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาว่าถูกต้องเหมาะสมและพิจารณาว่ามีวิธีการอื่นในการแก้ปัญหานี้หรือไม่ ซึ่งในขั้นนี้ครูอาจให้นักเรียนมีการอภิปรายร่วมด้วย

**2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ หมายถึง** การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ ตามคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กระทรวงศึกษาธิการ

**3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง** ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสบการณ์ที่มีอยู่มาใช้ในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล และอ้างอิงเหตุผลประกอบแนวคิดได้อย่างมีลำดับขั้นตอนและสมเหตุสมผล ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากงานของสมเดช บุญประจักษ์ (2540: 333) และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 206) ซึ่งมีองค์ประกอบ 2 ด้าน ดังนี้

**3.1 ความสามารถด้านการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล** เป็นความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์ข้อมูล แล้วนำมาเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลในรูปของสัญลักษณ์คณิตศาสตร์ เช่น สมการทางคณิตศาสตร์ ตาราง หรือแผนภาพ เป็นต้น

**3.2 ความสามารถด้านการอ้างอิงเหตุผลในการอธิบายข้อสรุปของแนวคิด** เป็นความสามารถของนักเรียนในการแสดงข้อมูล หรือหลักฐานอ้างอิงประกอบการอธิบายข้อสรุปได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล

**4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง** ความสามารถของนักเรียนในการใช้ภาษา สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอเพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และอธิบายลำดับขั้นตอนในการดำเนินการให้บรรลุเป้าหมายได้อย่างถูกต้อง ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการ

สื่อสารทางคณิตศาสตร์จากงานของ Kennedy and Tipps (1994: 112) และสถาบันส่งเสริมการ  
สอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 206) ซึ่งมีองค์ประกอบ 3 ด้าน ดังนี้

4.1 ความสามารถด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดง  
แนวคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของนักเรียนในการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล  
โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและรัดกุม

4.2 ความสามารถด้านการใช้ รูปภาพ แผนภาพ ตาราง หรือกราฟ ประกอบการ  
อธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของนักเรียนในการเขียน อธิบายแนวคิดทาง  
คณิตศาสตร์ โดยใช้ รูปภาพ แผนภาพ ตาราง หรือกราฟ เพื่อแสดงให้เห็นถึงความเชื่อมโยง  
ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์และตัวแทนเหล่านั้น

4.3 ความสามารถด้านการนำเสนอแนวคิดและลำดับขั้นตอนในการดำเนินการ  
ทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ที่มีอยู่มาใช้ในการแสดงแนวคิด  
และอธิบายลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม

### **ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย**

1. เป็นแนวทางให้ครูนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์  
พุทธิปัญญาและอภิปัญญาไปใช้ เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนมีการให้เหตุผลและการสื่อสารทาง  
คณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น

2. เป็นแนวทางให้ครูและผู้สนใจ นำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการ  
กลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาไปประยุกต์ใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัย เรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์  
พุทธิปัญญาและอภิปัญญาที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์  
ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อนำมา  
ประกอบในการวิจัย ดังนี้

1. พุทธิปัญญา
  - 1.1 ความหมายของพุทธิปัญญา
  - 1.2 พุทธิปัญญากับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
2. อภิปัญญา
  - 2.1 ความหมายของอภิปัญญา
  - 2.2 องค์ประกอบของอภิปัญญา
  - 2.3 การพัฒนาอภิปัญญา
  - 2.4 อภิปัญญากับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
3. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - 3.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - 3.2 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - 3.3 แนวทางการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - 3.4 การประเมินการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
4. การสื่อสารทางคณิตศาสตร์
  - 4.1 ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
  - 4.2 ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
  - 4.3 แนวทางการพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
  - 4.4 การประเมินการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
  - 5.1 งานวิจัยต่างประเทศ
  - 5.2 งานวิจัยในประเทศ

โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

## 1. พุทธิปัญญา

### 1.1 ความหมายของพุทธิปัญญา

Livingston (1997: Online) ได้กล่าวถึงพุทธิปัญญาไว้ว่า พุทธิปัญญา จะช่วยให้บุคคลสามารถบรรลุเป้าหมายเฉพาะอย่างได้ เช่น การเข้าใจตำราเรียน

เพ็ญพิไล ฤทธาคุณานนท์ (2536: 1) ได้กล่าวถึงพุทธิปัญญาไว้ว่า พุทธิปัญญา หมายถึงกระบวนการทางปัญญาระดับสูง และผลที่เกิดจากกระบวนการนั้น ดังนั้น พุทธิปัญญาจึงหมายถึงสิ่งที่เราเรียกว่า ความรู้ ชาญปัญญา ความคิด จินตนาการ ความสร้างสรรค์ การวางแผน การใช้เหตุผล การอนุมาน การแก้ปัญหา การใช้สัญลักษณ์ และความคิดฝัน

สุรวงศ์ ไคว้ตระกูล (2552: 197-198) ได้กล่าวถึงพุทธิปัญญาว่า พุทธิปัญญาทางจิตวิทยาเป็นศัพท์ที่แทนการรู้คิดหรือการคิดทุกชนิด ตั้งแต่ความใส่ใจ (Attending) การรับรู้ (Perception) การระลึกได้หรือจำได้ (Remembering) การคิดอย่างมีเหตุผล (Reasoning) การจินตนาการหรือการวาดภาพในใจ (Imaging) การคาดการณ์ล่วงหน้าหรือการมีแผนรองรับกับสิ่งที่จะเกิดขึ้น (Anticipating) การตัดสินใจ (Deciding) การแก้ปัญหา (Problem Solving) การสื่อสารแลกเปลี่ยนความคิดเห็น นอกจากนี้ พุทธิปัญญายังรวมถึงกระบวนการทางจินตนาการสิ่งต่างๆที่อยู่รอบๆ ตัว เช่น การจัดกลุ่มสิ่งต่างๆ (Classifying) และการตีความหมาย (Interpreting) กระบวนการเหล่านี้เป็นกระบวนการที่เราคิดในใจเหมือนกับความฝันและจินตนาการต่างๆ รวมทั้งเนื้อหาของกระบวนการเหล่านี้ เช่น ความคิดรวบยอด (Concepts) ความจริง (Facts) และความจำ

จากความหมายของพุทธิปัญญาที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า พุทธิปัญญา หมายถึง ความรู้ ความคิด การวางแผน การใช้เหตุผล และการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นกระบวนการทางปัญญาระดับสูง ที่ทำให้บุคคลบรรลุเป้าหมายที่ตั้งไว้ได้

### 1.2 พุทธิปัญญากับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

Montague (1992: 231) ได้เสนอกลยุทธ์พุทธิปัญญาซึ่งเป็นกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์มี 7 ขั้นตอน ดังนี้

1) การอ่านปัญหา (Read the Problem) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนอ่านและศึกษาโจทย์ปัญหาอย่างละเอียด และทำความเข้าใจกับโจทย์ปัญหา

2) การถอดความปัญหา (Paraphrase the Problem) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนถอดความปัญหาให้เป็นถ้อยคำของตนเอง

3) การเขียนแผนภาพของปัญหา (Draw the Problem) เป็นขั้นที่ให้นักเรียน ออกแบบปัญหาในวิธีการต่างๆ เช่น การวาดรูป การวาดแผนภาพไดอะแกรม การวาดแผนภูมิ เป็นต้น

4) การออกแบบแผนการแก้ปัญหา (Create a Plan to Solve the Problem) เป็น ขั้นที่ให้นักเรียนเลือกแผนการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

5) การคาดเดา ประมาณการคำตอบ (Predict/Estimate the Answer) เป็นขั้นที่ ให้นักเรียนประมาณคำตอบ โดยประมาณตัวเลขจากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้

6) การคำนวณคำตอบ (Compute the Answer) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนคำนวณ คำตอบตามแผนที่วางไว้

7) การตรวจสอบคำตอบ (Check the Answer) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนตรวจสอบ ความถูกต้อง ทั้งคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา

จากงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงได้กำหนดกลยุทธ์พุทธิปัญญาในการแก้ปัญหา ตามแนวคิดของ Montague (1992: 231) สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ซึ่งประกอบด้วย 7 ขั้นตอน ดังนี้

1. การอ่านปัญหา
2. การถอดความปัญหา
3. การเขียนแผนภาพของปัญหา
4. การออกแบบ แผนการแก้ปัญหา
5. การคาดเดา ประมาณการคำตอบ
6. การคำนวณคำตอบ และ
7. การ ตรวจสอบคำตอบ

## 2. อภิปัญญา

### 2.1 ความหมายของอภิปัญญา

จากการศึกษาเอกสาร และตำรา ที่เกี่ยวข้องกับคำว่า “อภิปัญญา” (Metacognition) มี ผู้ให้ความหมายไว้ ดังนี้

Flavell (1979: 909) ได้ให้ความหมายไว้ว่า อภิปัญญา หมายถึงความสามารถทางการคิด ที่บุคคลสามารถรู้ถึงกระบวนการคิดและสิ่งต่างๆ ที่เกิดจากกระบวนการคิดของตน ซึ่งอาจปรากฏ เป็นความรู้หรือเป็นกิจกรรมทางความคิดที่มีเป้าหมาย มีทิศทางที่เรียกว่า เป็นกรู้จักคิดเกี่ยวกับการคิด (Cognitive about Cognitive)

Babbs and Moe (1983: 422) อธิบายว่า อภิปัญญา คือ ความสามารถในการตรวจสอบ ความรู้ด้านปัญญาของตนเอง หมายถึง กระบวนการทางความคิดที่ควบคุมเกี่ยวกับการคิด

Irwin (1986: 6) ได้ให้ความหมายไว้ว่า อภิปัญญา คือ การรู้จักคิดและควบคุม กระบวนการที่จะให้ได้มาซึ่งความรู้โดยการปรับกลยุทธ์เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ความเข้าใจนั้น

Cross and Paris (1988: 131) ได้ให้ความหมายไว้ว่า อภิปัญญา หมายถึง ความรู้และการควบคุมความคิดของตนเองที่มีต่อกระบวนการคิดและกิจกรรมการเรียนรู้

Leahey and Harris (1997: 221) ให้ความหมายไว้ว่า อภิปัญญา หมายถึง ความรู้ การตระหนักรู้ และการตรวจสอบพุทธิพิสัยของตน

เพ็ญพิไล ฤทธาคุณานนท์ (2536: 104) กล่าวว่า อภิปัญญาเป็นความรู้เกี่ยวกับกระบวนการหรือกิจกรรมทางปัญญา หรืออาจเป็นการกำกับ (Regulate) กิจกรรมทางปัญญา เช่น การเข้าใจ การรับรู้ ความจำ การแก้ปัญหา การควบคุมตนเอง เป็นต้น

สุทิน คงโรจนวงศา (2543: 16) กล่าวว่า อภิปัญญาเป็นความสามารถของบุคคลในการคิด พิจารณากระบวนการคิดของตนเอง ได้รู้ถึงกระบวนการคิดและผลที่เกิดจากการคิด มีการตรวจสอบความคิด และเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม เพื่อให้บรรลุเป้าหมาย

พิมพันธ์ เดชะคุปต์ (2544: 41) ได้ให้ความหมายไว้ว่า อภิปัญญาเป็นการควบคุมและประเมินการคิดของตนเอง ความสามารถของบุคคลที่ได้รับการพัฒนา เพื่อควบคุมกำกับกระบวนการทางปัญญาหรือกระบวนการคิด มีความตระหนักในงานและสามารถใช้กลยุทธ์ในการทำงานอย่างสมบูรณ์

จากความหมายของอภิปัญญาที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า อภิปัญญาเป็นความสามารถของบุคคลในการควบคุมและประเมินความคิดของตนเอง โดยมีการวางแผน ทบทวนความคิดของตนเองอย่างมีขั้นตอน และถ่ายทอดความคิดออกมาเป็นการพูดหรือการกระทำ เพื่อให้การแก้ปัญหาต่างๆ ประสบความสำเร็จ

## 2.2 องค์ประกอบของอภิปัญญา

Flavell (1979: 910-911) ได้แบ่งอภิปัญญาเป็น 2 องค์ประกอบ คือ

1) ความรู้ทางอภิปัญญา (Metacognitive Knowledge) หมายถึง ส่วนของความรู้ทั้งหมดที่บุคคลสะสมไว้ในระบบความจำระยะยาว เป็นการที่บุคคลรู้ว่าตนเองรู้อะไร และจะบรรลุเป้าหมายได้อย่างไร ซึ่งปัจจัยที่มีผลต่อความรู้ในทางอภิปัญญาของบุคคลนั้น ได้แก่

1.1) ตัวแปรด้านบุคคล (Person) คือ การรู้ถึงความสามารถทางปัญญาของบุคคล

1.2) ตัวแปรด้านงาน (Task) คือ การรู้ถึงลักษณะของงานที่ทำ

1.3) ตัวแปรด้านกลยุทธ์ (Strategy) คือ การรู้ถึงกลยุทธ์ที่เหมาะสมที่จะใช้ในการทำงานนั้นให้บรรลุเป้าหมายอย่างมีประสิทธิภาพ

2) ประสบการณ์ทางอภิปัญญา (Metacognitive Experience) หมายถึง ประสบการณ์ทางการคิดที่บุคคลสามารถควบคุมได้ และประสบการณ์มีความสำคัญในการกำกับตนเอง ซึ่งมี 3 องค์ประกอบ คือ

2.1) การวางแผน (Planning) เป็นการรู้ว่าตนเองคิดจะทำงานนั้นอย่างไร ตั้งแต่การกำหนดเป้าหมายไปจนถึงการปฏิบัติงานจนบรรลุเป้าหมาย

2.2) การตรวจสอบ (Monitoring) เป็นการทบทวนความคิดเกี่ยวกับแผน ที่วางไว้ว่าเป็นไปได้เพียงใด ความเหมาะสมของลำดับขั้นตอนและวิธีการเลือกใช้เป็นอย่างไ

2.3) การประเมินผล (Evaluating) เป็นกรคิดเกี่ยวกับการประเมินการวางแผน วิธีการตรวจสอบ และการประเมินผลสัมฤทธิ์

Baker and Brown (1984: 21-24) ได้แบ่งอภิปัญญาออกเป็น 2 องค์ประกอบ ได้แก่ 1) การตระหนักตนเอง (Awareness) และ 2) การกำกับตนเอง (Self - Regulation) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) การตระหนักตนเอง (Awareness) เป็นการตระหนักถึงทักษะ กลยุทธ์และแหล่งข้อมูลที่สำคัญต่อการทำงานอย่างมีประสิทธิภาพ และรู้ว่าต้องทำอะไร เป็นเรื่องของกรที่บุคคลรู้ถึงสิ่งที่ตนเองคิดและความสอดคล้องกับสถานการณ์การเรียนรู้ รวมไปถึงการแสดงออกในสิ่งที่รู้ออกมาโดยการอธิบายให้ผู้อื่นฟังได้ สามารถสรุปใจความสำคัญของสิ่งที่เรียนรู้นั้น การวางขอบข่าย การจดบันทึก และความสามารถในการสะท้อนกระบวนการคิดของตนเองออกมาในขณะที่อ่านเรื่องราวหรือในขณะที่คิดแก้ปัญหา ซึ่งเป็นทักษะที่จะทำให้บุคคลทำงานอย่างมีแบบแผน เพราะจะทำให้รู้ว่าในงานนั้นจะต้องประกอบด้วยสิ่งใดบ้างที่จะทำให้การทำงานนั้นมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

2) การกำกับตนเอง (Self - Regulation) เป็นการรู้ว่าจะทำงานนั้นอย่างไรและเมื่อไร เพื่อให้สามารถปฏิบัติงานได้สำเร็จ เป็นกลยุทธ์ในการกำกับตนเองในขณะที่กำลังคิดแก้ปัญหา ซึ่งรวมไปถึงการพิจารณาว่ามีความเข้าใจในสิ่งนั้นหรือไม่ การประเมินความพยายามในการทำงาน การวางแผน และขั้นตอนในการทำงาน การทดสอบวิธีการใช้ การตัดสินใจในการใช้เวลา การใช้ความสามารถที่มีอยู่ และการเปลี่ยนไปใช้กลยุทธ์อื่นๆ เพื่อให้แก้ปัญหาได้

Jacob and Paris (1987: 258-259) ได้แบ่งองค์ประกอบอภิปัญญาออกเป็น 2 ส่วนด้วยกัน ได้แก่

1) การประเมินตนเอง (Self – Appraisal) หมายถึง การประเมินที่บุคคลนั้นๆ ู้เกี่ยวกับงานที่ได้รับมอบหมาย และยังหมายถึง ความสามารถ ความรู้ หรืออาจจะเกี่ยวข้องกับการประเมินงานหรือการพิจารณากลวิธีที่จะนำมาใช้ และการประเมินกระบวนการคิด ในการประเมินตนเองยังประกอบด้วย

1.1) การที่ผู้เรียนมีความรู้แจ้ง (Declarative Knowledge) ต่อกระบวนการที่นำมาซึ่งความรู้ความเข้าใจ

1.2) ความรู้ในขั้นตอน (Procedural Knowledge) คือ ความตระหนักรู้ในกระบวนการคิด

1.3) ความรู้ในเงื่อนไข (Conditional Knowledge) คือ ความตระหนักรู้ถึงเงื่อนไขที่มีอิทธิพลต่อการเรียนรู้ เช่น ทำไมกลยุทธ์นี้จึงมีประสิทธิภาพ เมื่อไรที่ควรนำกลยุทธ์นั้นไปประยุกต์ใช้ และรู้ว่ากลยุทธ์นั้นๆ เหมาะสมที่จะนำไปใช้

2) การจัดการตนเอง (Self - Management) หมายถึง ลักษณะเชิงรุกที่ผู้เรียนนำความรู้ที่มีไปสู่การปฏิบัติ ซึ่งประกอบด้วยกระบวนการจัดการตนเองต่างๆ รวมทั้งกิจกรรมการควบคุมการคิดของตน ซึ่งประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ดังนี้

2.1) การวางแผน (Planning) หมายถึง การเชื่อมต่อกลยุทธ์พุทธิพิสัย (Cognitive Domain) ไปสู่เป้าหมายด้านพุทธิพิสัย

2.2) การประเมินผล (Evaluation) เป็นการประเมินความเข้าใจของตนเองในขณะแก้ปัญหา

2.3) การควบคุมตนเอง (Regulation) ในการจัดการกระบวนการคิด ผู้เรียนมีความจำเป็นที่จะต้องตรวจสอบติดตามความก้าวหน้า และหลังจากนั้นทบทวนหรือปรับเปลี่ยนแผน และกลยุทธ์ต่างๆ โดยขึ้นอยู่กับว่าผู้เรียนทำงานได้ดีเพียงใด การควบคุมตนเองเปิดโอกาสให้ผู้เรียนปรับเปลี่ยนตามจุดประสงค์ของงาน

O'Neil and Abedi (1996: 234-245) แบ่งองค์ประกอบของอภิปัญญาออกเป็น 4 องค์ประกอบ คือ

1) การวางแผน (Planning) เป็นการกำหนดเป้าหมาย และวางแผนที่จะทำให้ถึงเป้าหมาย

2) การตรวจสอบตนเอง (Self Monitoring or Self Checking) เป็นการตรวจสอบตนเอง เพื่อผลสัมฤทธิ์ของเป้าหมายที่ตั้งไว้



3) กลยุทธ์ทางความคิด (Cognitive Strategy) เป็นการที่บุคคลใช้วิธีการทางความคิดและความรู้สึกในการตรวจสอบกิจกรรมทางปัญญาที่อิสระและไม่เป็นอิสระของตนเอง

4) การตระหนักรู้ (Awareness) เป็นกระบวนการที่รู้ตัวเองด้วยตนเอง

จากองค์ประกอบของอภิปัญญาที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า องค์ประกอบของอภิปัญญาแบ่งออกเป็น 2 องค์ประกอบใหญ่ คือ 1. ความตระหนักในการคิด คือ รู้เกี่ยวกับกระบวนการคิดของตนเองที่จะทำให้งานนั้นประสบความสำเร็จ และ 2. การกำกับตนเอง คือ การควบคุมความคิดของตนเองตลอดการทำงาน เพื่อให้งานบรรลุถึงเป้าหมายตามที่ตั้งไว้

### 2.3 การพัฒนาอภิปัญญา

Derry and Merphy (1986: 34-39) ได้ใช้กรอบแนวคิดของ Flavell (1979) เสนอวิธีการฝึกอภิปัญญา สรุปได้ดังนี้

1) สอนกลยุทธ์การเรียนรู้ที่หลากหลายเพื่อให้ผู้เรียนสะสมไว้ในคลังกลยุทธ์ของตน

2) ฝึกให้ผู้เรียนตระหนักได้ว่า ตนต้องเรียนอะไร มีเป้าหมายอะไร

3) เพิ่มพูนความถี่และคุณภาพของประสบการณ์ อันจะนำไปสู่การหยั่งรู้ในการเรียนรู้

4) ช่วยให้ผู้เรียนได้สะสมความรู้เกี่ยวกับประโยชน์ของกลยุทธ์ต่างๆ รวมทั้งความรู้เกี่ยวกับโอกาสและวิธีที่จะใช้กลยุทธ์เหล่านั้น

นอกจากนี้ Derry และ Merphy ได้อธิบายต่อไปอีกว่า การให้ผู้เรียนเรียนรู้กลยุทธ์ที่หลากหลายดังกล่าวนี้น่าไม่ใช่เป็นเครื่องประกันถึงการเพิ่มพูนศักยภาพในการเรียนรู้ ซึ่งตามทฤษฎีอภิปัญญาแล้ว ความสามารถในการเรียนรู้ต้องอาศัยความรู้ในเชิงอภิปัญญาด้วย นั่นคือ ต้องรู้เกี่ยวกับอภิปัญญา ได้แก่

1) การฝึกให้มีความรู้ในด้านโครงสร้างทางพุทธิปัญญา (Schema Knowledge) เนื่องจากเป็นพื้นฐานของความเข้าใจในระดับต่อไป นอกจากนี้โครงสร้างทางพุทธิปัญญาช่วยจำแนกแนวคิดที่สำคัญซึ่งต้องจดจำ สามารถระบุแนวคิดสำคัญได้ ซึ่งเป็นทักษะพื้นฐานที่ใช้ประยุกต์ กลยุทธ์ต่างๆ ต่อไป

2) การฝึกโดยตรง (Direct Training) เป็นการสอนกลยุทธ์โดยตรง เช่น บอกผู้เรียนว่าให้จดบันทึก และถามตอบเป็นสิ่งที่เหมาะสมสำหรับการเรียนการสอนผ่านคอมพิวเตอร์

แต่การขีดเส้นใต้และสรุปใจความสำคัญ เป็นกลยุทธ์ที่เหมาะสมสำหรับการเรียนการสอนแบบอิงตำรา

3) การฝึกให้ผู้เรียนได้ค้นพบการใช้กลยุทธ์ที่เหมาะสมด้วยตนเอง (MAPS: Metamemory Acquisition Procedures) เป็นการสอนให้ผู้เรียนประเมินกลยุทธ์อย่างมีเหตุผลถึงการใช้หรือไม่ใช้กลยุทธ์นั้น

4) การกำกับตนเอง (Self - Regulation) เสนอให้มีการชี้แนะเพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถระลึกรถึงกลยุทธ์ที่จะช่วยให้บรรลุผลสำเร็จในงานทางพุทธิปัญญาที่กำลังทำอยู่ กล่าวคือสามารถเข้าใจในสิ่งที่กำลังอ่านได้ นอกจากนี้ยังเน้นให้ใส่ใจกับสาระสำคัญที่ยังไม่รู้ ใช้กลยุทธ์การเรียนรู้เกี่ยวกับสาระนั้น ตรวจสอบผลของความพยายามในการเรียนรู้ และปรับเปลี่ยนกลยุทธ์บางอย่าง

จากการพัฒนาอภิปัญญาที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ผู้สอนจะต้องเป็นผู้เลือกวิธีการสอนให้เหมาะสมกับเนื้อหาและกับตัวผู้เรียน และฝึกให้ผู้เรียนได้ตระหนักถึงตนเอง

## 2.4 อภิปัญญากับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

Brown and Others (1983: 21-24) กล่าวว่า อภิปัญญาเปรียบเสมือนศูนย์บัญชาการในการกลั่นกรองข้อมูล ประกอบด้วย

1) การคาดคะเน (Predicting) การใช้กลยุทธ์นี้ผู้เรียนต้องสามารถตัดสินใจพฤติกรรมของตนเองล่วงหน้าเพื่อปฏิบัติภาระงานได้ องค์ประกอบของการคาดคะเน ได้แก่

1.1) ผู้เรียนสามารถกำหนดได้ว่าตนเองมีความสามารถเพียงพอในการปฏิบัติภาระงานหรือไม่

1.2) ผู้เรียนต้องสามารถกำหนดได้ว่าตนเองสามารถปฏิบัติภาระงานได้สมบูรณ์มากน้อยเพียงใด

1.3) ผู้เรียนต้องสามารถบอกได้ว่าส่วนใดของภาระงานที่ง่ายที่สุด

1.4) ผู้เรียนต้องสามารถบอกได้ว่าส่วนใดของภาระงานที่ยากที่สุด

2) การวางแผน (Planning) ผู้เรียนต้องมีความสามารถในการวางแผนล่วงหน้าโดยคำนึงถึงแหล่งข้อมูล เทคนิคและกลยุทธ์ต่างๆ ที่ต้องใช้ในการเรียนรู้ ซึ่งการวางแผนประกอบด้วย

2.1) ผู้เรียนต้องสามารถกำหนดได้ว่ามีความจำเป็นหรือไม่ที่ต้องศึกษาเรื่องหนึ่งๆอย่างละเอียดรอบคอบ และมากน้อยเพียงใด เพื่อนำความรู้ที่ได้ไปปฏิบัติภาระงานที่ได้รับมอบหมาย

2.2) ผู้เรียนต้องสามารถกำหนดได้ว่า กลยุทธ์ใดมีประสิทธิภาพสูงสุด เพื่อนำไปปฏิบัติภาระงานที่ได้รับมอบหมาย

3) การตรวจสอบ (Monitoring) กลยุทธ์ในการตรวจสอบช่วยทำให้ผู้เรียนตระหนักถึงการไม่รู้ หรือการรู้แจ้งของตนเองต่อเรื่องหนึ่งๆ ผู้มีทักษะในการตรวจสอบตนเองได้ต้องเป็นผู้ที่มีคุณสมบัติดังต่อไปนี้

3.1) ต้องเป็นผู้ที่มีความตระหนักว่าตนเองเข้าใจหรือไม่เข้าใจในเรื่องที่เรียน

3.2) ต้องเป็นผู้ตระหนักว่าส่วนใดของบทเรียนที่ไม่เข้าใจ

3.3) ต้องเป็นผู้ที่ตระหนักว่าทำไมถึงไม่เข้าใจบทเรียนนั้น

3.4) ต้องเป็นผู้ที่มีความสามารถในการอนุมานความจากสิ่งที่เรียน โดยอาศัยความรู้หรือประสบการณ์เดิม

3.5) ต้องเป็นผู้ที่สามารถตระหนักได้ว่า ความรู้เดิมที่มีอยู่เพียงพอหรือไม่ในการนำไปปฏิบัติภาระงานหนึ่ง ๆ

3.6) ต้องเป็นผู้ที่สามารถตระหนักได้ว่า ข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในบทเรียนเป็นความรู้เดิมซึ่งเคยผ่านกระบวนการเรียนรู้มาก่อนหน้านี้แล้ว

4) การประเมิน (Assessing) เป็นการตรวจสอบผลการปฏิบัติภาระงาน และเป็นการประเมินผลของกิจกรรมที่ได้เสร็จสิ้นลง องค์ประกอบในการประเมิน ได้แก่

4.1) ผู้เรียนต้องสามารถประเมินได้ว่า สิ่งที่เป็นความรู้ใหม่ มีลักษณะขัดแย้ง หรือสอดคล้องกับข้อมูลอื่นในลักษณะใดบ้าง

4.2) ผู้เรียนต้องประเมินได้ว่าความรู้ใหม่สอดคล้องกับความเป็นจริงหรือไม่

4.3) ผู้เรียนต้องประเมินได้ว่า ตนเองสามารถประยุกต์ใช้กฎเกณฑ์ หรือข้อมูลที่เรียนรู้ใหม่ได้หรือไม่

Montague (1992: 231) ได้เสนอแนวคิดในการใช้อภิปัญญาไว้ดังนี้

1) ขั้นการ “Say” เป็นขั้นที่ผู้เรียนจะต้องรู้ว่าจะเริ่มต้นทำอะไรเป็นขั้นตอนแรกในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา (Self - Instruction)

2) ขั้นการ “Ask” เป็นขั้นที่ผู้เรียนจะต้องตั้งคำถามกับตนเอง (Self - Question) ว่าจะทำอย่างไร เพื่อที่จะทำให้สิ่งที่จะทำในขั้นการ “Say” สำเร็จ

3) ขั้นการ “Check” เป็นขั้นที่ผู้เรียนจะต้องตรวจสอบตนเอง (Self - Monitor) ว่าขั้นตอนที่ได้ลงมือทำในขั้นการ “Ask” นั้นถูกต้องสมบูรณ์แล้วหรือไม่ และมีข้อบกพร่องในส่วนใด

สมจิตร์ ทรัพย์อัประโมย (2540: 76-77) ได้เสนอกระบวนการ 4 ขั้นตอน คือ

1) ขั้นเสนองาน เป็นการให้สิ่งเร้าเพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสใช้กระบวนการทางพุทธิปัญญา กำกับและควบคุมกระบวนการดังกล่าว งานที่ให้อาจมีความหลากหลาย เพื่อให้ผู้เรียนได้มีประสบการณ์ในงานต่างๆ ที่กว้างขวาง อันจะเป็นประโยชน์สำหรับการแผ่ขยายผลการเรียนรู้

2) ขั้นให้ความเข้าใจเกี่ยวกับความรู้และประสบการณ์ทางอภิปัญญาที่เกี่ยวกับงานที่เสนอให้ อันได้แก่ ความรู้ในด้านปัจจัยที่อาจส่งผลกระทบต่อประสิทธิภาพของการทำงานที่กำหนดลักษณะของงานนั้นๆ กลยุทธ์ที่อำนวยความสะดวกในการทำงานนั้นๆ บทบาทของความรู้และประสบการณ์เหล่านั้น ความรู้เกี่ยวกับบทบาทของการควบคุมและอิทธิพลของสิ่งเหล่านั้นที่มีต่อการเรียนรู้ (Performance) โดยการให้ความรู้ในเรื่องเหล่านี้ จะค่อยๆ ดำเนินไปให้เหมาะสมกับงานแต่ละอย่าง เพื่อให้ผู้เรียนเพิ่มพูนความรู้เหล่านี้ และสามารถนำไปประยุกต์กับงานที่หลากหลายต่อไป

3) ขั้นฝึกการใช้อภิปัญญาในงานที่กำหนดให้ เพื่อให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะของกลยุทธ์ต่างๆ ที่อำนวยความสะดวกในงานนั้น ได้มีประสบการณ์ตรงเกี่ยวกับผลของกลยุทธ์ต่างๆ ที่มีต่อผลการเรียนรู้ ได้ฝึกการตระหนักรู้ (Awareness) ในกระบวนการกำกับและควบคุม รวมทั้งฝึกการใช้กระบวนการควบคุม และสังเกตผลของกระบวนการทั้งหมดที่มีต่อการเรียนรู้

4) ขั้นประเมินผลการเรียนการสอน หรือการฝึก เป็นการสรุปผลการใช้อภิปัญญา และพิจารณาปัญหาที่อาจเกิดขึ้น เพื่อหาวิธีป้องกันหรือปรับปรุงในการฝึกครั้งต่อไป

จากการใช้อภิปัญญาในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยได้นำแนวคิดของ Montague (1992: 231) มาใช้ในการจัดการเรียนรู้สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ซึ่งประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ได้แก่

1) ขั้นการ “Say” เป็นขั้นที่ผู้เรียนจะต้องรู้ว่าจะเริ่มต้นทำสิ่งใดเป็นขั้นตอนแรกในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา (Self - Instruction)

2) ขั้นการ “Ask” เป็นขั้นที่ผู้เรียนจะต้องตั้งคำถามกับตนเอง (Self - Question) ว่าจะทำอย่างไร เพื่อที่จะทำให้สิ่งที่จะทำในขั้นการ “Say” สำเร็จ

3) ขั้นการ “Check” เป็นขั้นที่ผู้เรียนจะต้องตรวจสอบตนเอง (Self - Monitor) ว่าขั้นตอนที่ได้ลงมือทำในขั้นการ “Ask” นั้นถูกต้องสมบูรณ์แล้วหรือไม่ และมีข้อบกพร่องในส่วนใด

สำหรับงานวิจัยของ Montague (1992: 231) ได้เสนอขั้นตอนกลยุทธ์พุทธิปัญญา เป้าหมายของการใช้กลยุทธ์อภิปัญญา และตัวอย่างพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 1 ขั้นตอนกลยุทธ์พุทธิปัญญา เป้าหมายของการใช้กลยุทธ์อภิปัญญา และตัวอย่างพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก

ขั้นตอนกลยุทธ์ พุทธิปัญญา (Cognitive Strategy Step)	เป้าหมายของการใช้กลยุทธ์ อภิปัญญา (Metacognitive “Say-Ask-Check” Prompt Targets)	ตัวอย่างพฤติกรรมที่ นักเรียนแสดงออก (Sample Metacognitive “Say-Ask-Check” Prompts)
1. การอ่านปัญหา (Read the Problem)	<p>‘Say’ : เป็นขั้นที่ให้นักเรียนเริ่มต้นอ่านและศึกษาปัญหาที่เกิดขึ้นอย่างละเอียดก่อนดำเนินการต่อไป</p> <p>‘Ask’ : เป็นขั้นที่ให้นักเรียนตั้งคำถามกับตนเองว่านักเรียนเข้าใจเกี่ยวกับปัญหานั้นอย่างชัดเจนแล้วหรือไม่</p> <p>‘Check’ : เป็นขั้นที่ให้นักเรียนตรวจสอบตนเองว่า ถ้านักเรียนเข้าใจปัญหาแล้วนักเรียนจึงจะเริ่มดำเนินการในขั้นต่อไป</p>	<p>Say : "ฉันจะอ่านปัญหาที่เกิดขึ้นและฉันจะอ่านปัญหาซ้ำถ้าฉันไม่เข้าใจ "</p> <p>Ask : "ตอนนี้ฉันได้อ่านปัญหาที่เกิดขึ้นแล้ว ฉันเข้าใจปัญหานี้ชัดเจนดีแล้วรีเปลา "</p> <p>Check : "ฉันว่าฉันเข้าใจปัญหาแล้วฉันก็จะดำเนินการในขั้นต่อไป "</p>
2. การถอดความ ปัญหา (Paraphrase the Problem)	<p>‘Say’ : เป็นขั้นที่ให้นักเรียนเริ่มต้นอ่านปัญหาซ้ำ เพื่อลำดับความเข้าใจของตนเอง</p> <p>‘Ask’ : เป็นขั้นที่ให้นักเรียนตั้งคำถามกับตนเองว่านักเรียนสามารถถอดความปัญหาได้หรือไม่</p>	<p>Say : "ฉันจะเน้นคำและวลีที่สำคัญที่เกี่ยวข้องกับปัญหาที่เกิดขึ้น"</p> <p>Ask : "ฉันได้ไฮไลต์คำหรือวลีที่สำคัญมากที่สุดในปัญหานี้แล้วหรือยัง"</p>

ตารางที่ 1 (ต่อ) ขั้นตอนกลยุทธ์พุทธิปัญญา เป้าหมายของการใช้กลยุทธ์อภิปัญญา และตัวอย่างพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก

ขั้นตอนกลยุทธ์ พุทธิปัญญา (Cognitive Strategy Step)	เป้าหมายของการใช้กลยุทธ์ อภิปัญญา (Metacognitive “Say-Ask-Check” Prompt Targets)	ตัวอย่างพฤติกรรมที่ นักเรียนแสดงออก (Sample Metacognitive “Say-Ask-Check” Prompts)
	‘Check’ : เป็นขั้นที่ให้นักเรียนตรวจสอบตนเองเพื่อให้แน่ใจว่าคำหรือวลีสำคัญที่ได้ไฮไลต์เกี่ยวข้องกับสิ่งที่ต้องการศึกษาหรือคำถามของปัญหามากน้อยเพียงใด	Check : "ฉันคิดว่าฉันเจอคำหรือวลีสำคัญที่จะช่วยในการแก้ปัญหานี้แล้วละ"
3. การเขียนแผนภาพ ของปัญหา (Draw the Problem)	‘Say’ : เป็นขั้นที่ให้นักเรียนเริ่มต้นออกแบบหรือขีดเขียนสถานการณ์ปัญหา เพื่อให้เกิดความเข้าใจมากยิ่งขึ้น ‘Ask’ : เป็นขั้นที่ให้นักเรียนตั้งคำถามกับตนเองว่า สิ่งที่ขีดเขียนหรือวาดขึ้นมา นั้นสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาหรือไม่ ‘Check’ : เป็นขั้นที่ให้นักเรียนตรวจสอบตนเองว่าสิ่งที่ขีดเขียนหรือวาดขึ้นมา นั้นมีองค์ประกอบสำคัญครบถ้วนแล้วหรือไม่	Say : "เดี๋ยวฉันจะลองวาดแผนภาพของปัญหานี้ดู" Ask : "แผนภาพของฉันแทนปัญหานี้ได้จริงๆหรือเปล่า" Check : "แผนภาพนี้ประกอบไปด้วยส่วนสำคัญของปัญหานี้ครบหมดแล้วละ"
4. การออกแบบ แผนการแก้ปัญหา (Create a Plan to Solve the Problem)	‘Say’ : เป็นขั้นที่ให้นักเรียนเริ่มต้นออกแบบแผนที่จะใช้แก้ปัญหา ‘Ask’ : เป็นขั้นที่ให้นักเรียนตั้งคำถามกับตนเองว่าแผนแบบไหนที่จะช่วยในการแก้ปัญหา ‘Check’ : เป็นขั้นที่ให้นักเรียนตรวจสอบตนเองว่าแผนที่นักเรียน	Say : "ฉันจะออกแบบแผนในการแก้ปัญหานี้แล้วนะ" Ask : "แล้วอะไรเป็นขั้นตอนแรกของแผนนี้และขั้นตอนต่อไปของแผนนี้คืออะไร" Check : "แผนของฉันมีขั้นตอนถูกต้องและเหมาะสมในการ

ตารางที่ 1 (ต่อ) ขั้นตอนกลยุทธ์พุทธิปัญญา เป้าหมายของการใช้กลยุทธ์อภิปัญญา และตัวอย่าง  
พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก

ขั้นตอนกลยุทธ์ พุทธิปัญญา (Cognitive Strategy Step)	เป้าหมายของการใช้กลยุทธ์ อภิปัญญา (Metacognitive "Say-Ask-Check" Prompt Targets)	ตัวอย่างพฤติกรรมที่ นักเรียนแสดงออก (Sample Metacognitive "Say-Ask-Check" Prompts)
	ออกแบบมีความเหมาะสมในการ แก้ปัญหาแล้วหรือไม่	แก้ปัญหานี้แล้ว"
5. การคาดเดา ประมาณการ คำตอบ (Predict/Estimate the Answer)	<p>'Say' : เป็นขั้นที่ให้นักเรียนเริ่มต้นใช้ การประมาณค่าหรือกลยุทธ์อื่นๆ เพื่อที่จะทำนายหรือประมาณคำตอบ</p> <p>'Ask' : เป็นขั้นที่ให้นักเรียนตั้งคำถาม กับตนเองว่านักเรียนจะใช้เทคนิคการ ประมาณค่าอะไรที่จะใช้ในการ ทำนายคำตอบ</p> <p>'Check' : เป็นขั้นที่ให้นักเรียน ตรวจสอบตนเองว่าคำตอบที่ทำนาย หรือประมาณค่า ได้ใช้ข้อมูลที่สำคัญ ทั้งหมดของปัญหานี้แล้วหรือไม่</p>	<p>Say : "ฉันจะต้องประมาณ คำตอบว่าคำตอบนั้นเป็นอะไร"</p> <p>Ask : "จำนวนอะไรในปัญหานี้ ที่ควรใช้ในการประมาณค่า"</p> <p>Check : "ฉันคงไม่ได้มองข้าม ข้อมูลที่สำคัญในการประมาณ ค่านี้"</p>
6. การคำนวณ คำตอบ (Compute the Answer)	<p>'Say' : เป็นขั้นที่ให้นักเรียนเริ่มต้น ดำเนินการตามแผน โดยคำนวณ วิธีการแก้ปัญหา</p> <p>'Ask' : เป็นขั้นที่ให้นักเรียนตั้งคำถาม กับตนเองว่าคำตอบที่คำนวณตรงกับ คำตอบที่ประมาณไว้หรือไม่</p> <p>'Check' : เป็นขั้นที่ให้นักเรียน ตรวจสอบตนเองว่าขั้นตอนตามแผน ที่วางไว้มีการดำเนินการถูกต้อง ครบถ้วนในทุกลำดับขั้นตอนแล้ว หรือไม่</p>	<p>Say : "ฉันจะคำนวณหา คำตอบของปัญหานี้"</p> <p>Ask : "คำตอบของฉันถูกต้อง หรือเปล่า" แล้ว "คำตอบของฉัน ใกล้เคียงกับค่าที่ประมาณไว้ ไหม"</p> <p>Check : "ฉันดำเนินการทุก อย่างถูกต้องหมดแล้วนะในการ แก้ปัญหานี้"</p>

ตารางที่ 1 (ต่อ) ขั้นตอนกลยุทธ์พุทธิปัญญา เป้าหมายของการใช้กลยุทธ์อภิปัญญา และตัวอย่างพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก

ขั้นตอนกลยุทธ์ พุทธิปัญญา (Cognitive Strategy Step)	เป้าหมายของการใช้กลยุทธ์ อภิปัญญา (Metacognitive “Say-Ask-Check” Prompt Targets)	ตัวอย่างพฤติกรรมที่ นักเรียนแสดงออก (Sample Metacognitive “Say-Ask-Check” Prompts)
7. การตรวจสอบ คำตอบ (Check the Answer)	<p>‘Say’ : เป็นขั้นที่ให้นักเรียนเริ่มต้น ทบทวนขั้นตอนในการคำนวณหา คำตอบ</p> <p>‘Ask’ : เป็นขั้นที่ให้นักเรียนตั้งคำถาม กับตนเองว่านักเรียนได้ตรวจสอบทุก ขั้นตอนของการแก้ปัญหาและได้มี การคำนวณถูกต้องทั้งหมดแล้วใช่ ไหม</p> <p>‘Check’ : เป็นขั้นที่ให้นักเรียน ตรวจสอบตนเองว่าวิธีการในการ แก้ปัญหานี้ถูกต้องแล้วหรือไม่</p>	<p>Say : "ฉันจะตรวจสอบขั้นตอน ในการหาคำตอบของฉัน"</p> <p>Ask : "ฉันได้ตรวจสอบขั้นตอน ทั้งหมดในการหาคำตอบแล้ว หรือยัง"</p> <p>Check : ""</p>

จากการศึกษางานวิจัยและเอกสารที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย ในงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้ แนวคิดของมอนทาเก (Montague, 1992: 230-248) มาจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตาม แนวคิดของการแก้ปัญหาที่บูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา

### 3. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

#### 3.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1989: 29) ได้กล่าวถึงจุดเน้น ของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ละระดับ ดังนี้

ระดับอนุบาลถึงเกรด 4 เน้นการให้เหตุผลที่ให้ผู้เรียน

- 1) หาผลสรุปทางคณิตศาสตร์



2) ใช้ความรู้ สมบัติ ความสัมพันธ์และรูปแบบต่างๆ ในการอธิบาย  
แนวคิด

3) ให้เหตุผลเกี่ยวกับคำตอบและกระบวนการในการหาคำตอบ

4) ใช้รูปแบบและความสัมพันธ์ต่างๆ ในการวิเคราะห์สถานการณ์ทาง  
คณิตศาสตร์

5) เชื่อว่าคณิตศาสตร์มีความสมเหตุสมผล

ระดับเกรด 5-8 เน้นการให้เหตุผลที่ให้ผู้เรียน

1) มีความเข้าใจและใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย

2) สามารถทำความเข้าใจและประยุกต์ใช้กระบวนการให้เหตุผลเชิงมิติ

สัมพันธ์ การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนและการให้เหตุผลจากกราฟ

3) สร้างและตรวจสอบข้อคาดการณ์และข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

4) ให้เหตุผลในความคิดของตนเอง

5) เห็นความสำคัญของการให้เหตุผลว่าเป็นส่วนสำคัญของคณิตศาสตร์

ระดับเกรด 9-12 สนับสนุนให้ผู้เรียนได้ขยายทักษะการให้เหตุผล โดยมุ่งเน้นให้ผู้เรียน

สามารถ

1) สร้างและตรวจสอบข้อคาดเดา

2) ยกตัวอย่างคัดค้านได้

3) แสดงการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล

4) ตัดสินข้อโต้แย้งด้วยเหตุและผล

5) อ้างเหตุผลอย่างง่าย ๆ ได้

Prestage (2002: 26) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คือ การที่ผู้เรียนสามารถ  
ค้นหาคำตอบและตัดสินความถูกต้องได้ รวมถึงการพัฒนาแนวคิดเป็นข้อสรุปทั่วไป การโต้แย้ง  
และการพิสูจน์

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 37) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้  
ว่า เป็นการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ หาความสัมพันธ์ของแนวคิด และการสรุปที่  
สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้นๆ ซึ่งประกอบด้วย

1) ความสามารถในการวิเคราะห์ และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล

2) ความสามารถในการหาข้อสรุป

3) ความสามารถในการแสดงข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล

กรมวิชาการ (2545: 24) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผล โดยแบ่งตามระดับช่วงชั้น ดังนี้

1) ระดับ ป. 1 - ป. 3 ความสามารถในการให้เหตุผล หมายถึง การให้เหตุผลประกอบด้วยการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

2) ระดับ ป. 4 - ป. 6 ความสามารถในการให้เหตุผล หมายถึง การให้เหตุผลและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม สามารถแสดงเหตุผลได้

3) ระดับ ม. 1 - ม. 3 ความสามารถในการให้เหตุผล หมายถึง การให้เหตุผลโดยการอ้างอิงความรู้ ข้อมูล ข้อเท็จจริง หรือสร้างแผนภาพ

4) ระดับ ม. 4 - ม. 6 ความสามารถในการให้เหตุผล หมายถึง การนำวิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยมาช่วยในการค้นหาความสัมพันธ์หรือข้อสรุป และช่วยในการตัดสินใจบางอย่าง

กฤษณะ โสขุมมา (2546: 5) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลว่าเป็นการแสดงแนวคิดเพื่อให้ได้มาซึ่งข้อคาดการณ์ ข้อสรุป หรือคำตอบที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนดให้ ประกอบด้วย การระบุความสัมพันธ์ของข้อมูล การหาข้อคาดการณ์ ข้อสรุปหรือคำตอบ และการยืนยันข้อคาดการณ์ ข้อสรุปหรือคำตอบนั้น

สายสุณี สุทธิจักร์ (2551: 10) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นความสามารถในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างเหตุและผล เพื่อให้เกิดความเข้าใจและสามารถสรุปความคิดรวบยอดแล้วขยายหลักการไปสู่สิ่งอื่น

ณัฐิกานต์ รัตนาค (2552: 13) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นความสามารถในการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การวิเคราะห์ การหาความสัมพันธ์เพื่ออธิบายข้อสรุปหรือข้อสนับสนุนอย่างสมเหตุสมผล

จากการศึกษาความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้างต้น ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยให้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสบการณ์ที่มีอยู่มาใช้ในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล และอ้างอิงเหตุผลประกอบแนวคิดได้อย่างมีลำดับขั้นตอนและสมเหตุสมผล

### 3.2 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

Baroody (1993: 25) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์ และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ และแบ่งการให้เหตุผลเป็น 3 ประเภท คือ

1) การให้เหตุผลแบบสามัญสำนึก (Intuitive Reasoning) ซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลที่เกิดจากการหยั่งรู้ (Insight) หรือเกิดจากกลางสังหรณ์ ไม่ได้มีข้อมูลที่จำเป็นทั้งหมดในการตัดสินใจ หรือตัดสินใจจากสิ่งที่เห็นได้ชัดเจน หรือจากความรู้สึภายใน

2) การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเน้นการใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับสมาชิกบางสมาชิกในเซตหนึ่งๆ เพื่อนำไปสู่กรณีทั่วไป หรือนำไปสู่สมาชิกทุกตัวในเซตนั้น

3) การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเน้นการใช้ข้อความ หรือแบบรูปที่เป็นจริงหรือสมเหตุสมผลอยู่แล้ว เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1989: 81) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทำนองเดียวกันกับ Baroody โดยกล่าวว่า ในการสร้างข้อคาดเดาและตรวจสอบข้อคาดเดาจากสถานการณ์ที่กำหนด จำเป็นต้องใช้การให้เหตุผลทั้งแบบอุปนัยและนิรนัย

จากประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ได้กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การแบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สามารถแบ่งได้หลายลักษณะ ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ และลักษณะของการนำไปใช้

### 3.3 แนวทางการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

Guilford and Hoepfner (1971: 28-29) ได้ให้ความเห็นว่า การพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้น ต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลดังกล่าวนี้เป็นสิ่งจำเป็นที่โรงเรียนควรจัดทำ และเป็นสิ่งที่สามารถฝึกได้ โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาวิชาปกติ หรือในสถานการณ์ต่างๆ ที่เหมาะสม

Baroody and Coslick (1998: 30) กล่าวว่า การเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ควรมีลักษณะดังนี้

1) การให้เหตุผลควรบูรณาการอยู่ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทุกระดับชั้น ผู้เรียนควรได้รับการส่งเสริมให้ใช้การให้เหตุผลแบบหยั่งรู้และอุปนัยเพื่อคาดการณ และการให้เหตุผลแบบนิรนัยง่ายๆ เช่น การใช้เหตุผล “ถ้า...แล้ว...”

2) ช่วยให้ผู้เรียนเห็นว่ามึรูปแบบที่แตกต่างกันมากมาย ทั้งกฎเกณฑ์ในสถานการณ์ต่างๆ สิ่งของและจำนวน

Lappan and Schram (1989: 18-19) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลต้องใช้การฝึกจากประสบการณ์ที่หลากหลาย และควรได้รับการฝึกอย่างต่อเนื่อง จากบรรยากาศของชั้นเรียนที่สนับสนุนให้มีการอธิบาย แลกเปลี่ยนความคิด ชี้แจงเหตุผลและแก้ปัญหาพร้อมกัน ดังนั้น ในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล ควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น คาดการณ์ ค้นหาระบบการพิสูจน์ สังเกตแบบรูป ชี้แจงเหตุผลของแนวคิด โดยการอธิบายแบบรูป แสดงด้วยภาพหรือจำลองและตอบคำถามแบบต่างๆ เช่น “อะไรจะเกิดขึ้นถ้า...” “จงยกตัวอย่างของ...” เป็นต้น

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000: 262-267) เสนอว่าการพัฒนาการให้เหตุผลทำได้โดยการจัดสภาพการณ์ให้ผู้เรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล เลือกรงานที่ต้องมีการจัดกลุ่มข้อมูล มีการตรวจสอบความถูกต้อง และครูต้องช่วยตรวจสอบพัฒนาการของการให้เหตุผลของผู้เรียนอย่างสม่ำเสมอ นอกจากนี้ ควรให้ผู้เรียนอธิบายหลักการที่ใช้ในการคาดเดาของตนเอง และเหตุผลในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์อื่นๆ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2547) ได้เสนอองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักให้เหตุผลมีดังนี้

- 1) ควรให้ผู้เรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้
- 2) ให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้และให้เหตุผลของตนเอง
- 3) ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร
- 4) ส่งเสริมให้ผู้เรียนประเมินการคาดการณ์และการนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน

จากแนวทางการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ได้กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การสอนเพื่อพัฒนาการให้เหตุผลนั้น ควรสอนให้มีบรรยากาศที่สนับสนุนให้ผู้เรียนได้คิดอย่างเป็นอิสระ มีการอธิบาย แลกเปลี่ยนแนวคิด และชี้แจงเหตุผลของตนเอง

### 3.4 การประเมินการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

Krulik and Rudnick (1996: 8) อธิบายถึงเทคนิคการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1) การสังเกต โดยครูควรเดินรอบๆ ห้อง เพื่อสังเกตความสามารถในการให้เหตุผลขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหาอยู่กับกลุ่มเพื่อนในห้องเรียน

2) การทดสอบ ไม่ควรใช้ข้อสอบแบบเลือกตอบ แต่ควรเป็นข้อสอบที่ให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล เพื่อดูการตัดสินใจของนักเรียนซึ่งควรเป็นคำถามปลายเปิด

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 333) ได้กล่าวถึงพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลไว้ดังนี้

1) ความสามารถในการวิเคราะห์และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล

1.1) อธิบายความหมายของคำ ศัพท์เฉพาะได้

1.2) แสดงถึงความสัมพันธ์ของข้อมูลและแทนความสัมพันธ์ของข้อมูล

ด้วยสัญลักษณ์ที่เหมาะสม

1.3) คาดเดาคำตอบของปัญหาและตรวจสอบข้อคาดเดาอย่างมีเหตุผล

2) ความสามารถในการหาข้อสรุป

2.1) สรุปแนวคิดในการการแก้ปัญหาได้

2.2) อธิบายเหตุผลสำหรับผลสรุปนั้นได้

3) ความสามารถในการแสดงข้อสรุป ยืนยันข้อสรุปของแนวคิด

3.1) ตรวจสอบข้อสรุปของแนวคิดในการการแก้ปัญหา

3.2) อธิบายการได้มาซึ่งข้อสรุปของแนวคิดในการแก้ปัญหา

3.3) ขยายข้อสรุปไปสู่รูปทั่วไปได้

กระทรวงศึกษาธิการ (2551ข: 138) ได้กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการให้เหตุผล นอกจากจะพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลแล้ว ผู้ประเมินควรคำนึงถึงความสามารถในด้านต่อไปนี้ด้วย

1) การใช้พื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผล

2) การใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์สร้างข้อคาดเดาสิ่งที่จะเกิดขึ้น

3) การประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์และการพิสูจน์

4) การเลือกใช้รูปแบบหรือวิธีการที่หลากหลายในการให้เหตุผลหรือพิสูจน์

ในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผล จะใช้วิธีการให้คะแนนแบบกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน (Rubric) ซึ่งรายละเอียดของเกณฑ์จะขึ้นกับบริบทของเรื่องและระดับชั้นเรียนนั้นๆ โดยทั่วไปอาจกำหนด ดังนี้

### ตารางที่ 2 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผล

คะแนน / ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4 / ดีมาก	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3 / ดี	มีการอ้างอิงที่ถูกต้อง และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ มีข้อบกพร่องเพียง 1 แห่ง
2 / พอใช้	เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ แต่มีข้อบกพร่องเพียง 2 แห่ง
1 / ต้องปรับปรุง	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ หรือมีข้อบกพร่องมากกว่า 2 แห่ง
0 / ไม่พยายาม	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ / แนวคิดไม่ถูกต้องเลย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2551: 206) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

### ตารางที่ 3 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผล

ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
3 (ดี)	มีการอ้างอิงที่ถูกต้อง และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
2 (พอใช้)	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ แต่อาจไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี
1 (ควรปรับปรุง)	มีการเสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผลในการตัดสินใจและไม่ระบุการอ้างอิง

จากการประเมินการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ได้กล่าวมาข้างต้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากงานของสมเดช บุญประจักษ์ (2540: 333) และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2551: 206)

กล่าวโดยสรุปได้ว่า สำหรับงานวิจัยนี้ผู้วิจัยให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสบการณ์ที่มีอยู่มาใช้ในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล และอ้างอิงเหตุผลประกอบแนวคิดได้อย่างมีลำดับขั้นตอนและสมเหตุสมผล ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากงานของสมเดช บุญประจักษ์ (2540: 333) และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2551: 206) ซึ่งมีองค์ประกอบ 2 ด้าน ดังนี้

1. ความสามารถด้านการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล เป็นความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์ข้อมูล แล้วนำมาเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลในรูปของสัญลักษณ์คณิตศาสตร์ เช่น สมการทางคณิตศาสตร์ ตาราง หรือแผนภาพ เป็นต้น
2. ความสามารถด้านการอ้างอิงเหตุผลในการอธิบายข้อสรุปของแนวคิด เป็นความสามารถของนักเรียนในการแสดงข้อมูล หรือหลักฐานอ้างอิงประกอบการอธิบายข้อสรุปได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล

#### 4. การสื่อสารทางคณิตศาสตร์

##### 4.1 ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1989: 21) ได้ระบุว่า การสื่อสารเป็นความสามารถในการใช้ศัพท์ สัญลักษณ์และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อสื่อแนวคิดหรือทำความเข้าใจแนวคิดและความสำคัญของแนวคิดนั้น

Thomas (1991: 75) กล่าวว่า คณิตศาสตร์คือการสื่อสาร ผู้เรียนจำเป็นต้องมีการพัฒนาทักษะด้านการเขียน การพูด การฟังอย่างหลากหลายในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ การใช้สื่อต่างๆ เช่น วัตถุ รูปภาพ แผนภูมิ การสื่อสารจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนตระหนักถึงความสำคัญของการนำเสนอ การอภิปราย การอ่าน การเขียน และการฟัง

Kennedy and Tipps (1994: 181) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นเป้าหมายที่สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ช่วยให้ผู้เรียนสร้างความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลความรู้ที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

ทินรัตน์ กาญจนกฤษ (2550: 7) ได้ให้ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นกระบวนการถ่ายทอดเรื่องราวต่างๆ ที่อาจเป็นการพูด การเขียน การแสดงความคิดเห็น การจัดกิจกรรม หรือการร่วมกันอภิปรายอย่างมีวัตถุประสงค์

อลิสรา ชมชื่น (2550: 10) ได้ให้ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถในการใช้ภาษา ศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย หรือนำเสนอ เพื่ออธิบายแนวคิดหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจ หรือแลกเปลี่ยนความรู้หรือความคิดเห็นทางคณิตศาสตร์กับบุคคลอื่นได้อย่างถูกต้องและรัดกุมด้วยการพูด และการเขียน

อัมพร ม้าคอง (2553: 56-57) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถของผู้เรียนในการอธิบาย ชี้แจง แสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้ ตัวอย่างของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เช่น การใช้ภาษา และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมายและการนำเสนอ การอธิบายลำดับขั้นตอนในการทำงาน การแสดงเหตุผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุปที่ได้

จากการศึกษาความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ข้างต้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยให้ความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการใช้ภาษา สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ในการสื่อสารสื่อความหมาย และการนำเสนอเพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และอธิบายลำดับขั้นตอนในการดำเนินการให้บรรลุเป้าหมายได้อย่างถูกต้อง

#### 4.2 ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1989: 21-22) ได้กล่าวว่า การสื่อสารมีบทบาทสำคัญที่จะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจภาษาของคณิตศาสตร์ เป็นสะพานเชื่อมโยงสาระหรือความคิดที่ไม่เป็นทางการหรือสามัญสำนึกไปสู่ภาษาที่เป็นนามธรรมและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และยังมีบทบาทสำคัญในการช่วยให้ผู้เรียนสร้างความเชื่อมโยงที่สำคัญระหว่าง



แนวคิดทางคณิตศาสตร์กับสื่อที่เป็นวัตถุ รูปภาพ กราฟ สัญลักษณ์ต่างๆ คำพูดและการแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่ง NCTM ได้ระบุความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

- 1) สามารถแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยการพูด การเขียน และการสาธิต
- 2) สามารถทำความเข้าใจ แปลความหมายและประเมินแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอ โดยการเขียน การพูด หรือแผนภาพต่างๆ
- 3) สามารถใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงแนวคิดและอธิบายความสัมพันธ์และจำลองสถานการณ์ได้

จากความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ได้กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การสื่อสารจะช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน และยังช่วยให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์มากขึ้น

#### 4.3 แนวทางการพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

Rowan and Morrow (1993: 9-10) ได้เสนอแนวทางการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

- 1) การนำเสนอสื่อรูปธรรม แล้วให้ผู้เรียนพรรณนาถึงสิ่งที่พบ
- 2) ใช้เนื้อหา เรื่องราว หรืองานที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวผู้เรียน
- 3) ใช้คำถาม โดยเฉพาะคำถามปลายเปิดจะเป็นตัวกระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิดและแสดงการตอบสนองออกมา คำถามปลายเปิดเป็นคำถามที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลาย และมีการคิดสร้างสรรค์
- 4) ให้โอกาสผู้เรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด เพื่อให้ผู้เรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนต้องเข้าใจว่าทำไมจึงต้องเขียนอธิบาย นั่นคือเป้าหมายของการเขียนต้องชัดเจน
- 5) ใช้การเรียนแบบร่วมมือและช่วยเหลือกัน (Cooperative and Collaborative Group) เป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดในกลุ่ม เป็นการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสาร
- 6) ใช้การชี้แนะทั้งทางตรงและทางอ้อม (Overt and Convert Clues) การตอบสนองต่อคำถามของผู้เรียน การบริหารและการจัดระบบชั้นเรียน เป็นการชี้แนะให้ผู้เรียนได้

ทราบถึงสิ่งที่คาดหวังและมาตรฐานการเรียนรู้ เพื่อที่ผู้เรียนจะได้แสดงแนวคิดเหล่านั้นได้อย่างไม่ต้องกังวล

รัญจวน คำวชิรพิทักษ์ (2538: 21) ได้กล่าวถึงแนวทางการจัดกิจกรรมโดยใช้การสื่อสารในห้องเรียนไว้ดังนี้

- 1) กระตุ้นให้ผู้เรียนมีความคิดอย่างมีวิจารณญาณ (Critical Thinking) รู้จักที่จะพิสูจน์สิ่งต่างๆ ไม่เพื่ออะไรง่าย ๆ
- 2) การสื่อสารของครู ควรใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมและตรงกับสภาพความเป็นจริงแล้ว เปลี่ยนเป็นความคิด หรือการคาดหวัง และให้นักเรียนได้คิดอย่างอิสระ
- 3) การสื่อสารของครู ควรฝึกให้ผู้เรียนเป็นคนช่างสังเกต หรือใช้เทคนิควิธีการสอนแบบค้นพบหรือวิธีการแก้ปัญหา
- 4) เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ถาม และแสดงความคิดเห็นให้มากที่สุด ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนคิดได้ด้วยตนเอง

กรมวิชาการ (2545: 201-202) ได้เสนอแนวทางในการจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ ดังนี้

- 1) กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน
- 2) ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นด้วยตนเอง โดยครูช่วยชี้แนะแนวทางในการสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ

การฝึกทักษะการสื่อสารต้องทำอย่างต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ในทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ให้ผู้เรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่า ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะมีวิธีแก้ปัญหาอย่างไร เขียนรูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นอย่างไร จะใช้ภาพ ตาราง หรือกราฟใดช่วยในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

จากแนวทางการพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ได้กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ควรจัดกิจกรรมที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีการแสดงความคิดเห็น โดยการพูด การเขียนหรือการนำเสนอ ทั้งในกลุ่มและหน้าชั้นเรียน โดยมีครูเป็นผู้ชี้แนะแนวทาง

#### 4.4 การประเมินการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

Kennedy and Tipps (1994: 112) ได้แบ่งการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ด้าน คือ

- 1) ด้านภาษาทางคณิตศาสตร์ (Language of Mathematics)

- 1.1) ไม่ใช่หรือใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ไม่เหมาะสม
  - 1.2) ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเป็นบางครั้ง
  - 1.3) ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเกือบทุกครั้ง
  - 1.4) ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสม ถูกต้อง สละสลวย
- 2) ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Representations)
- 2.1) ไม่ใช่แนวคิดทางคณิตศาสตร์
  - 2.2) มีการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์
  - 2.3) ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องและเหมาะสม
  - 2.4) ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเข้าใจ ชัดเจน
- 3) ความชัดเจนของการนำเสนอ (Clarity of Presentation)
- 3.1) การนำเสนอไม่ชัดเจน (สับสน ไม่สมบูรณ์ ขาดรายละเอียด)
  - 3.2) การนำเสนอมีความชัดเจนในบางส่วน
  - 3.3) การนำเสนอมีความชัดเจนเกือบสมบูรณ์
  - 3.4) การนำเสนอชัดเจนสมบูรณ์ (เป็นระบบ สมบูรณ์ มีรายละเอียดครบ)

SuZanne Lane et al. (1996: 264 – 266) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีคทั่วไป (General Rubric) ซึ่งพัฒนาโปรแกรมการประเมินผลของแคลิฟอร์เนีย (California state Department of Education, 1989) เพื่อเป็นแนวทางในการสร้าง รูบรีคเฉพาะ (Specific Rubric) สำหรับการตรวจให้คะแนนด้วยวิธีประเมินรวม (Holistic) ไว้ 5 ระดับ คือ 0 - 4 คะแนน

**ตารางที่ 4** เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีค (General Rubric)

<b>ระดับคะแนน 4</b>	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	<ul style="list-style-type: none"> <li>: - แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการด้านคณิตศาสตร์ปัญหา</li> <li>- ใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสม</li> <li>- ปฏิบัติตามขั้นตอนการคำนวณให้สมบูรณ์ถูกต้อง</li> </ul>
ความรู้เกี่ยวกับกลยุทธ์	<ul style="list-style-type: none"> <li>: - ใช้ข้อมูลตรงประเด็น ตามคุณสมบัติที่เป็นแบบแผน</li> <li>- ระบุส่วนประกอบที่สำคัญทั้งหมดของปัญหาและแสดงความเข้าใจในความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบนั้น</li> <li>- พิจารณาความเหมาะสมและวิธีที่เป็นระบบสำหรับการแก้ปัญหา</li> <li>- แสดงหลักฐานอธิบายกระบวนการแก้ไขให้ชัดเจน และอธิบายกระบวนการให้สมบูรณ์และเป็นระบบ</li> </ul>

**ตารางที่ 4 (ต่อ) เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีค (General Rubric)**

<b>ระดับคะแนน 4</b>	
การสื่อสารทาง คณิตศาสตร์	: - อธิบายคำตอบให้สมบูรณ์ ชัดเจน ไม่คลุมเครือ - อาจจะมีแผนภาพประกอบที่สมบูรณ์ - สื่อสารอย่างมีประสิทธิภาพ เพื่อชี้แจงผู้อ่าน (ผู้ตรวจ) - แสดงความเชี่ยวชาญในการให้เหตุผลอย่างสมบูรณ์ อาจมีการยกตัวอย่างประกอบกาให้เหตุผล
<b>ระดับคะแนน 3</b>	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	: - แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการทางคณิตศาสตร์และปัญหาเกี่ยวกับสมบรูณ์ - ใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ถูกต้องเกือบหมด - ปฏิบัติตามขั้นตอนการคำนวณส่วนมากถูกต้องแต่อาจมีความผิดพลาดอยู่เล็กน้อย
ความรู้เกี่ยวกับกลยุทธ์	: - ใช้ข้อมูลตรงประเด็น ตามคุณสมบัติที่เป็นแบบแผนและไม่เป็นแบบแผน - ระบุส่วนประกอบที่สำคัญที่สุดของปัญหา และแสดงความเข้าใจทั่ว ๆ ไปของความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบนั้น - แสดงหลักฐานอธิบายกระบวนการแก้ไขได้ชัดเจนและอธิบายกระบวนการได้สมบูรณ์และเป็นระบบ
การสื่อสารทาง คณิตศาสตร์	: - อธิบายคำตอบให้สมบูรณ์ ชัดเจน ไม่คลุมเครือ - อาจจะมีแผนภาพประกอบที่สมบูรณ์หรือเกือบสมบูรณ์ - การสื่อสารส่วนใหญ่มีประสิทธิภาพ เพื่อชี้แจงผู้อ่าน (ผู้ตรวจ) - แสดงการสนับสนุนการให้เหตุผลอย่างเหมาะสม แต่อาจจะมีช่องว่างเล็กน้อย
<b>ระดับคะแนน 2</b>	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	: - แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการทางคณิตศาสตร์บางส่วน - ใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ส่วนมากผิด

ตารางที่ 4 (ต่อ) เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก (General Rubric)

<b>ระดับคะแนน 2 (ต่อ)</b>	
	- การคำนวณอาจผิดพลาด
ความรู้เกี่ยวกับกลยุทธ์	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ระบุส่วนประกอบที่สำคัญของปัญหาได้บ้างแต่แสดงความเข้าใจในความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบนั้น</li> <li>- แสดงหลักฐานอธิบายกระบวนการแก้ไขได้บ้าง แต่การอธิบายกระบวนการแก้ไขอาจจะไม่สมบูรณ์หรือบางที่ไม่เป็นระบบ</li> </ul>
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	<ul style="list-style-type: none"> <li>- อธิบายคำตอบไม่ชัดเจน หรือมีสองนัย</li> <li>- แผนภาพประกอบบกพร่องหรือไม่ชัดเจน</li> <li>- การสื่อสารคลุมเครือหรือตีความได้ยาก</li> <li>- การให้เหตุผลอาจไม่สมบูรณ์หรือไม่มีหลักฐานสนับสนุน</li> </ul>
<b>ระดับคะแนน 1</b>	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	<ul style="list-style-type: none"> <li>- แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการในคณิตศาสตร์ปัญหาได้น้อยมาก</li> <li>- ใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ผิด</li> <li>- การคำนวณผิดพลาด</li> </ul>
ความรู้เกี่ยวกับกลยุทธ์	<ul style="list-style-type: none"> <li>- พยายามใช้ข้อมูลที่ไม่ตรงประเด็น</li> <li>- ระบุส่วนประกอบที่สำคัญของปัญหาผิดหรือเน้นส่วนประกอบที่ไม่สำคัญมากเกินไป</li> <li>- แสดงหลักฐานอธิบายกระบวนการแก้ไขไม่สมบูรณ์หรือไม่เหมาะสม การอธิบายกระบวนการแก้ไขผิดพลาดหรือไม่เป็นระบบ</li> </ul>
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	<ul style="list-style-type: none"> <li>- อธิบายคำตอบอาจจะผิดหรือเข้าใจยาก</li> <li>- แผนภาพประกอบไม่ถูกต้องตามสถานการณ์ปัญหา หรือแผนภาพไม่ชัดเจนตีความหมายยาก</li> </ul>
<b>ระดับคะแนน 0</b>	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความไม่เข้าใจในแนวคิดและหลักการในคณิตศาสตร์ปัญหา
ความรู้เกี่ยวกับกลยุทธ์	<ul style="list-style-type: none"> <li>- พยายามใช้ข้อมูลที่ไม่ตรงประเด็น (ไม่เกี่ยวข้อง)</li> <li>- ระบุส่วนประกอบของปัญหาผิด</li> </ul>

**ตารางที่ 4 (ต่อ) เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก (General Rubric)**

ระดับคะแนน 0 (ต่อ)	
	: - ลอกส่วนปัญหาของโจทย์มาแต่ไม่พยายามแก้ปัญหา
การสื่อสารทาง คณิตศาสตร์	: - การสื่อสารไม่มีประสิทธิภาพ - คำที่ใช้ไม่เกี่ยวกับปัญหาแผนภาพประกอบผิดหมด

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2551: 206) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอไว้ ดังนี้

**ตารางที่ 5 เกณฑ์การให้คะแนนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์**

ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
3 (ดี)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอนชัดเจน และมีรายละเอียดสมบูรณ์
2 (พอใช้)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบลำดับขั้นตอนได้ชัดเจนบางส่วน แต่ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์
1 (ควรปรับปรุง)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างง่าย ๆ ไม่ได้ใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตาราง และการนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน

จากการประเมินการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ได้กล่าวมาข้างต้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จากงานของ Kennedy and Tipps (1994: 112) และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2551: 206)

กล่าวโดยสรุปได้ว่า สำหรับงานวิจัยนี้ผู้วิจัยให้ความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการใช้ภาษา สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอเพื่อแสดงแนวคิด

ทางคณิตศาสตร์ และอธิบายลำดับขั้นตอนในการดำเนินการให้บรรลุเป้าหมายได้อย่างถูกต้อง ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จากงานของ Kennedy and Tipps (1994: 112) และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2551: 206) ซึ่งมีองค์ประกอบ 3 ด้าน ดังนี้

1. ความสามารถด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของนักเรียนในการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและรัดกุม

2. ความสามารถด้านการใช้ รูปภาพ แผนภาพ ตาราง หรือกราฟ ประกอบการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของนักเรียนในการเขียน อธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ รูปภาพ แผนภาพ ตาราง หรือกราฟ เพื่อแสดงให้เห็นถึงความเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์และตัวแทนเหล่านั้น

3. ความสามารถด้านการนำเสนอแนวคิดและลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ที่มีอยู่มาใช้ในการแสดงแนวคิดและอธิบายลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม

## 5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### 5.1 งานวิจัยต่างประเทศ

Montague and Bos (1990: 371-388) ได้ศึกษาการใช้พุทธิปัญญาร่วมกับอภิปัญญาของนักเรียนเกรด 8 ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่ม คือ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง (High-Achieving (HA)) นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง (Average-Achieving (AA)) นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ (Low-Achieving (LA)) และนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนบกพร่อง (Students with LD) จำนวนนักเรียนกลุ่มละ 15 คน โดยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน การให้เหตุผล การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความรู้พื้นฐาน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง (HA) และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง (AA) มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ดีกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ (LA) และนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนบกพร่อง (Students with LD) และเมื่อเปรียบเทียบก่อนการทดลองและหลังการทดลองนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ (LA) และนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียน

บกพร่อง (Students with LD) มีความสามารถในการแก้ปัญหามากขึ้น และการวัดการให้เหตุผล พบว่าการให้เหตุผลมีส่วนช่วยให้การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ประสบผลสำเร็จ

Gooya (1992: 134-172) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ และความเชื่อในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหามาจากการสอนที่เน้นอภิปรายกับ นักศึกษาระดับปริญญาตรี โดยมีการจัดกิจกรรมในการเรียน 3 ลักษณะ คือ การเขียนสรุป การเรียนแบบกลุ่มย่อย และการอภิปรายร่วมกัน ซึ่งการเขียนสรุปเป็นช่องทางสื่อสารระหว่างผู้เรียนกับผู้สอนและช่วยให้ผู้เรียนเกิดความชัดเจนในแนวคิด ผู้เรียนได้เรียนรู้และติดตามการทำงานของ กลุ่ม ได้อภิปรายกับคนอื่น ๆ ทำให้เกิดการตัดสินใจที่เหมาะสม การอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น ทำให้ ผู้เรียนได้พบจุดเด่นและจุดอ่อนของตนเอง ผลการวิจัยพบว่า การใช้สื่อเสริมและนวัตกรรมต่างๆ ทำให้ผู้เรียนเข้าใจถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ต่างไปจากเดิม และการจัด กิจกรรมแบบนี้ทำให้ผู้เรียนได้มีการสื่อสารระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน หรือผู้เรียนกับผู้เรียนมากขึ้น

Rojas (1992: 53-05A) ได้วิจัยการส่งเสริมการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น เพื่อพัฒนา นักเรียนทางด้านทักษะการอ่านและการเขียน โดยให้นักเรียนได้เรียนเป็นกลุ่มและใช้เทคนิคการ ส่งเสริมกิจกรรมทางภาพในการเรียนคณิตศาสตร์ ฝึกการสื่อสารให้แก่นักเรียน กระตุ้นให้นักเรียน ได้ค้นคว้าด้วยการเสริมแรงในการอ่าน การเขียนและการพูด ผลการวิจัยพบว่า การทดลองนี้ทำให้นักเรียนมีผลการเรียนที่ดีขึ้นในทักษะการเขียน แต่ทักษะการอ่านนักเรียนเห็นประโยชน์เพียง เล็กน้อย

Kramaski, Mavarech and Arami (2002: 225-250) ได้ศึกษาผลของการสอนโดยใช้ อภิปรายที่มีต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างการสอนแบบ ร่วมมือที่ไม่ใช้อภิปรายกับการสอนแบบร่วมมือที่ใช้อภิปราย โดยทดลองกับนักเรียนเกรด 7 จำนวนนักเรียนทั้งหมด 91 คน เวลาที่ใช้ทดลองสอน 5 คาบต่อสัปดาห์ ซึ่งกลุ่มที่ไม่ใช้อภิปราย จะสอนโดยจัดกลุ่มนักเรียนเป็นกลุ่มเล็กๆ ให้นักเรียนได้อ่านปัญหาและเสนอแนวคิดที่จะใช้ในการ แก้ปัญหา ส่วนกลุ่มที่ใช้การสอนแบบร่วมมือที่ใช้อภิปราย จะสอนโดยจัดกลุ่มนักเรียนเป็นกลุ่ม เล็กๆ ให้นักเรียนได้อ่านปัญหาและเสนอแนวคิดที่จะใช้ในการแก้ปัญห แต่จะสอนโดยการตั้ง คำถามเพื่อให้นักเรียนกำกับความคิดของตนเอง และมีการวัดประเมินผลโดยการสอบความรู้ทาง คณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มที่ใช้การสอนแบบร่วมมือที่ใช้อภิปราย มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบร่วมมือ เพียงอย่างเดียว



Kramaski and Mevarech (2003A: 449-471) ได้ศึกษาผลของการฝึกใช้อภิปัญญาเทียบกับการใช้ตัวอย่างงานของนักเรียนที่มีต่อการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จุดมุ่งหมายของการศึกษาในครั้งนี้ ได้แก่ คือ 1. ศึกษาผลของการฝึกใช้อภิปัญญาเทียบกับการใช้ตัวอย่างงานของนักเรียนที่มีต่อการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 2. เปรียบเทียบผลในระยะยาวของวิธีการทั้งสองแบบ โดยใช้การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งใช้ระยะเวลาในการศึกษาเป็นเวลา 2 ปี คือ ในปีแรกให้ผู้เข้าร่วมการทดลองที่เป็นนักเรียนเกรด 8 จำนวน 122 คน ที่เรียนพีชคณิต และศึกษาพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียน ในปีต่อมาผู้เข้าร่วมการทดลองจะเลื่อนชั้นเป็นเกรด 9 โดยจะวัดผลการทดสอบอีกครั้งซึ่งใช้วิธีการเดียวกับในปีแรก ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการฝึกใช้อภิปัญญาจะมีการใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดีกว่านักเรียนที่ใช้ตัวอย่างงาน และนักเรียนที่ได้รับการฝึกใช้อภิปัญญาจะมีการเรียนแบบร่วมมือ มีการอภิปราย และการสื่อสารระหว่างนักเรียนมากกว่านักเรียนที่ใช้ตัวอย่างงาน

Kramaski and Mevarech (2003B: 281-310) ได้ศึกษาผลของการเรียนแบบร่วมมือและการฝึกใช้อภิปัญญาเพื่อเสริมสร้างการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 8 จำนวน 384 คน โดยแบ่งนักเรียนเป็น 4 กลุ่ม และแต่ละกลุ่มวิธีการสอนดังนี้ กลุ่มที่ 1 เรียนแบบร่วมมือร่วมกับการฝึกใช้อภิปัญญา (COOP+META) กลุ่มที่ 2 เรียนแบบรายบุคคลร่วมกับการฝึกใช้อภิปัญญา (IND+META) กลุ่มที่ 3 เรียนแบบร่วมมือเพียงอย่างเดียว (COOP) และ กลุ่มที่ 4 เรียนแบบรายบุคคลเพียงอย่างเดียว (IND) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่เรียนแบบร่วมมือกับการฝึกใช้อภิปัญญา (COOP+META) มีประสิทธิภาพในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดีกว่านักเรียนที่เรียนแบบรายบุคคลร่วมกับการฝึกใช้อภิปัญญา (IND+META) นักเรียนที่เรียนแบบร่วมมือเพียงอย่างเดียว (COOP) และ นักเรียนที่เรียนแบบรายบุคคลเพียงอย่างเดียว (IND)

## 5.2 งานวิจัยในประเทศ

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 96-102) ได้ศึกษาการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ เพื่อศึกษาศักยภาพคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการคณิตศาสตร์สื่อสาร โดยแบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ และกลุ่มที่ได้รับการเรียนการสอนแบบปกติ ใช้ระยะเวลาในการสอน 18 สัปดาห์ ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การเรียนแบบร่วมมือจะจัดบรรยากาศที่กระตุ้นให้นักเรียนได้เรียนรู้ แสดงแนวคิด อธิบายแนวคิด แสดงเหตุผลและแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน ผลการวิจัยพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

สอนโดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ ทำให้ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม และหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ปิยวรรณ ตีระกิตติธนา (2548: บทคัดย่อ) ได้ศึกษากิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้การสื่อสารแนวคิดเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม (Cluster Sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน รวม 45 คน ใช้ระยะเวลาในการทดลอง 27 ชั่วโมง ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการใช้กิจกรรมสูงกว่าการใช้กิจกรรมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และจำนวนนักเรียนที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศิริพรรณ ศรีอุทธา (2548: บทคัดย่อ) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4) ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ของนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4) สูงกว่าร้อยละ 70 ของคะแนนทั้งหมดและมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนทั้งหมด

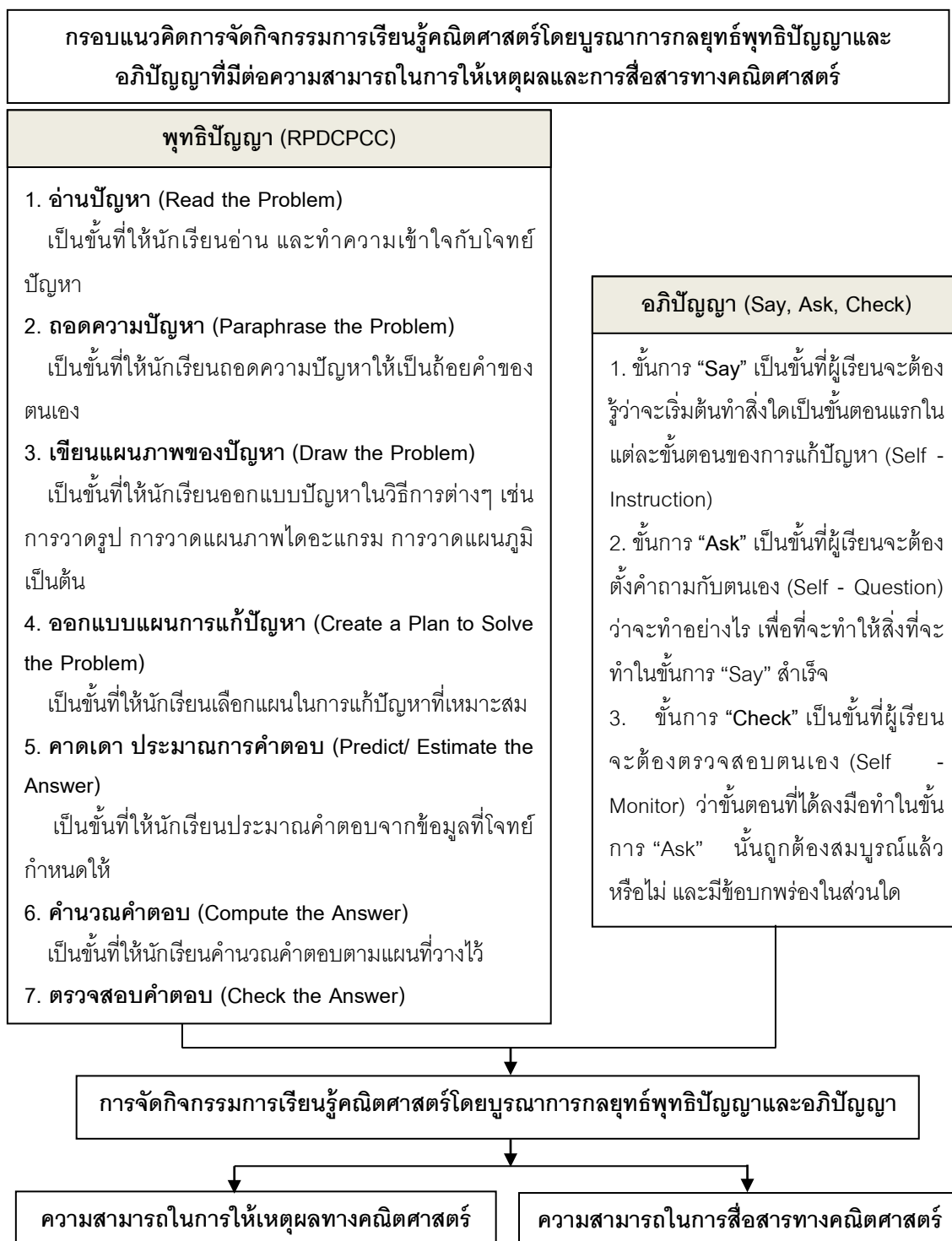
ทินรัตน์ กาญจนบุญชร (2550: 112) ได้ศึกษาผลการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้หลัก “ สู จิ ปุ ลิ ” ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเตรียมทหาร ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้หลัก “ สู จิ ปุ ลิ ” มีประสิทธิภาพ 80.88/82.57 เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด 80/80 ส่วนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้หลัก “ สู จิ ปุ ลิ ” สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้หลัก “ สู จิ ปุ ลิ ” สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จิรากร สำเร็จ (2551: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) โดยเน้นเทคนิค KWDL ที่มีต่อความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีระดับความสามารถทางการเรียนแตกต่างกัน

โดยก่อนการทดลองได้นำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมาจัดระดับความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ออกเป็นระดับสูง ปานกลาง และต่ำ โดยแบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองจะได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) โดยเน้นเทคนิค KWDL และกลุ่มควบคุมจะได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) ซึ่งการเรียนการสอนจะจัดกลุ่มนักเรียนโดยละตามความสามารถทางคณิตศาสตร์ระดับสูง ปานกลาง และต่ำ โดยจะให้นักเรียนได้มีการอภิปรายและแก้ปัญหาพร้อมกัน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) โดยเน้นเทคนิค KWDL มีความสามารถในการสื่อสารมากกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

พรรณทิภา ทองนวล (2554: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้ที่มีชีวิตชีวา โดยเน้นการใช้ตัวแทนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียนทั้งหมด 48 คน ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลองจำนวน 24 คาบ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่มีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทน สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ที่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่มีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทน สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ที่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษาเอกสารดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยได้สรุปเป็นกรอบแนวคิดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของตนเองและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้ดังนี้



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

## กรอบแนวคิดขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา

### ขั้นเตรียมความพร้อม

เป็นขั้นที่ครูนำเข้าสู่บทเรียนด้วยวิธีการต่างๆ เพื่อให้ให้นักเรียนเกิดความสนใจในเนื้อหาที่จะเรียน และเตรียมความพร้อมให้กับนักเรียน โดยครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เดิม หรือสอนนิยาม กฎ สูตร สมบัติ พื้นฐานที่จำเป็น เพื่อเป็นการเตรียมความพร้อมให้กับผู้เรียนก่อนที่จะเผชิญกับสถานการณ์ปัญหาหรือโจทย์ปัญหา

### ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. **ขั้นอ่านปัญหา (Read the Problem)** เป็นขั้นที่ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาหรือโจทย์ปัญหา เพื่อให้ให้นักเรียนร่วมกันศึกษาและทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา ซึ่งในระหว่างนี้ครูจะใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนได้กำกับและตรวจสอบความคิดของตนเองเกี่ยวกับการอ่านและทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา

2. **ขั้นถอดความปัญหา (Paraphrase the Problem)** เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนขีดเส้นใต้คำ ประโยคที่สำคัญในโจทย์ปัญหา หรือถอดความปัญหาให้เป็นภาษาของตนเอง เพื่อให้ผู้เรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา ซึ่งในขั้นตอนนี้ครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้กำกับและตรวจสอบความคิดของตนเองว่าสิ่งที่ขีดเส้นใต้เหล่านั้นมีความสำคัญและเพียงพอต่อการนำไปใช้ในการหาคำตอบมากน้อยเพียงใด

3. **ขั้นเขียนแผนภาพของปัญหา (Draw the Problem)** เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนเขียนแผนภาพหรือตัวแทนของปัญหาที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา หรือการหาคำตอบของปัญหานั้น โดยในระหว่างนี้ครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้กำกับและตรวจสอบความคิดของตนเองเกี่ยวกับแผนภาพที่เขียนขึ้นว่ามีความครอบคลุมหรือแทนปัญหานี้หรือไม่

4. **ขั้นออกแบบแผนการแก้ปัญหา (Create a Plan to Solve the Problem)** เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนนำข้อมูลหรือสิ่งที่ได้จากขั้นตอนก่อนหน้ามาออกแบบลำดับขั้นตอนและเลือกใช้กลยุทธ์ที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา โดยครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้กำกับและตรวจสอบความคิดของตนเองเกี่ยวกับกลยุทธ์และขั้นตอนของการแก้ปัญหาว่ามีความเหมาะสมหรือไม่ ซึ่งในขั้นนี้ครูอาจให้นักเรียนมีการอภิปรายร่วมด้วย

5. **ขั้นคาดเดา ประมาณการคำตอบ (Predict/ Estimate the Answer)** เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนนำข้อมูลหรือสิ่งที่ได้จากขั้นตอนก่อนหน้ามาใช้ในการคาดเดา ประมาณการคำตอบได้อย่างเหมาะสม โดยในระหว่างนี้ครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้กำกับและตรวจสอบความคิดของตนเองเกี่ยวกับวิธีการ เทคนิค และข้อมูลที่เลือกใช้

6. **ขั้นคำนวณคำตอบ (Compute the Answer)** เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามขั้นตอนและกลยุทธ์ที่ได้วางแผนไว้จนกระทั่งได้คำตอบของปัญหานั้นๆ โดยครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนได้ตรวจสอบแต่ละขั้นตอนของการดำเนินการในการหาคำตอบของปัญหา และเปรียบเทียบคำตอบที่คำนวณได้จริงกับคำตอบที่ประมาณไว้

7. **ขั้นตรวจสอบคำตอบ (Check the Answer)** เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ โดยในระหว่างนี้ครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้กำกับและตรวจสอบความคิดของตนเองเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาว่าถูกต้องเหมาะสมและพิจารณาว่ามีวิธีการอื่นในการแก้ปัญหานี้อีกหรือไม่ ซึ่งในขั้นนี้ครูอาจให้นักเรียนมีการอภิปรายร่วมด้วย

### ขั้นสรุปและอภิปรายผล

เป็นขั้นที่ครูกระตุ้นให้นักเรียนสรุปเนื้อหาและสิ่งที่ได้จากการเรียน ในด้านของเนื้อหา ความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหา และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับข้อดี ข้อจำกัด และความเหมาะสมของกระบวนการแก้ปัญหา

### บทที่ 3

## วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนต่างๆ ดังนี้

1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
  - 4.1 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
  - 4.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

แต่ละขั้นตอนมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

#### 1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศเพื่อเป็นข้อมูลและแนวทางในการทำวิจัย ดังนี้

1. ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา ข้อมูล งานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศเกี่ยวกับ พุทธิปัญญา อภิปัญญา ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

2. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนสตรีสมุทรปราการ จังหวัดสมุทรปราการ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

3. ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา ข้อมูลจากอินเทอร์เน็ต เกี่ยวกับวิธีวิจัย การวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการ

สร้างแบบวัดความสามารถในให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

## 2. การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi Experimental Research) แบบสองกลุ่มวัดสองครั้ง คือ ก่อนการทดลองและหลังการทดลอง (Two – group pretest posttest design) ซึ่งประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม

### ตารางที่ 6 รูปแบบการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง	การทดสอบก่อนการทดลอง	การทดลอง	การทดสอบหลังการทดลอง
E	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	X	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
C	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	~X	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการวิจัย

E แทน กลุ่มทดลอง

C แทน กลุ่มควบคุม

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์

พุทธิปัญญาและอภิปัญญา

~X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

## 3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดสมุทรปราการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้การเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 โรงเรียนสตรีสมุทรปราการ สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดสมุทรปราการ ซึ่งเป็นโรงเรียนประจำจังหวัดที่จัดนักเรียนเข้าชั้นเรียนแบบลดความสามารถทางการเรียน จำนวน 2 ห้องเรียน โดยเลือกจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมจำนวน 5 ห้องเรียน ผู้วิจัยได้เลือกนักเรียนเพื่อใช้เป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 1 ห้องเรียน ซึ่งมีขั้นตอนการจัดห้องเรียนดังนี้

1. ผู้วิจัยนำคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 ของนักเรียนทั้ง 5 ห้อง มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s)

2. ผู้วิจัยเลือกห้องที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ใกล้เคียงกันมากที่สุดจำนวน 2 ห้องเรียน ได้แก่ ห้อง ม.1/3 จำนวน 50 คน และห้อง ม.1/4 จำนวน 50 คน ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 82.88 และ 80.62 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 7.09 และ 5.31 ตามลำดับ

3. ผู้วิจัยนำค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของนักเรียนทั้งสองห้องมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F - test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องด้วยการทดสอบที (t - test) พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมไม่แตกต่างกัน

4. ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้ง 2 ห้อง คือ ห้อง ม.2/3 และ ม.2/4 ทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของห้อง ม.2/3 และ ม.2/4 เท่ากับ 14.20 และ 13.26 ตามลำดับ นำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วยการทดสอบที (t-test) พบว่า คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมี



นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

5. ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้ง 2 ห้องทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของห้อง ม.2/3 และ ม.2/4 เท่ากับ 18.56 และ 17.78 ตามลำดับ นำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้วยการทดสอบที (t-test) พบว่า คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

6. ผู้วิจัยทำการสุ่มโดยจับสลากเพื่อกำหนดกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่านักเรียนห้อง ม. 2/3 เป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาและนักเรียนห้อง ม.2/4 เป็นกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

#### 4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง และการพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยมีรายละเอียดดังนี้

##### 4.1 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองในครั้งนี้ คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาสำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม โดยครอบคลุมสาระการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 14 แผน ระยะเวลาในการสอน 14 คาบ ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นตามขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา จากเอกสารและตำราต่างๆ โดยในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมผู้วิจัยทำการสอนที่มีเนื้อหาเหมือนกัน แต่ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่ม

ทดลองและกลุ่มควบคุมต่างกัน โดยกลุ่มทดลองมีชั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาซึ่งมี 7 ขั้นตอน ดังนี้

1) ขั้นอ่านปัญหา (Read the Problem) เป็นขั้นที่ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาหรือโจทย์ปัญหา เพื่อให้นักเรียนร่วมกันศึกษาและทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา ซึ่งในระหว่างนี้ครูจะใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้กำกับและตรวจสอบความคิดของตนเองเกี่ยวกับการอ่านและทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา

2) ขั้นถอดความปัญหา (Paraphrase the Problem) เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนขีดเส้นใต้คำ ประโยคที่สำคัญในโจทย์ปัญหา หรือถอดความปัญหาให้เป็นภาษาของตนเอง เพื่อให้ผู้เรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา ซึ่งในขั้นตอนนี้ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้กำกับและตรวจสอบความคิดของตนเองว่าสิ่งที่ขีดเส้นใต้เหล่านั้นมีความสำคัญและเพียงพอต่อการนำไปใช้ในการหาคำตอบมากน้อยเพียงใด

3) ขั้นเขียนแผนภาพของปัญหา (Draw the Problem) เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนเขียนแผนภาพหรือตัวแทนของปัญหาที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา หรือการหาคำตอบของปัญหานั้น โดยในระหว่างนี้ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้กำกับและตรวจสอบความคิดของตนเองเกี่ยวกับแผนภาพที่เขียนขึ้นว่ามีความครอบคลุมหรือแทนปัญหานี้หรือไม่

4) ขั้นออกแบบแผนการแก้ปัญหา (Create a Plan to Solve the Problem) เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนนำข้อมูลหรือสิ่งที่ได้จากขั้นตอนก่อนหน้ามาออกแบบลำดับขั้นตอนและเลือกใช้กลยุทธ์ที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้กำกับและตรวจสอบความคิดของตนเองเกี่ยวกับกลยุทธ์และขั้นตอนของการแก้ปัญหามีความเหมาะสมหรือไม่ ซึ่งในขั้นนี้ครูอาจให้นักเรียนมีการอภิปรายร่วมด้วย

5) ขั้นคาดเดา ประมาณการคำตอบ (Predict/ Estimate the Answer) เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนนำข้อมูลหรือสิ่งที่ได้จากขั้นตอนก่อนหน้ามาใช้ในการคาดเดา ประมาณการคำตอบได้อย่างเหมาะสม โดยในระหว่างนี้ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้กำกับและตรวจสอบความคิดของตนเองเกี่ยวกับวิธีการ เทคนิค และข้อมูลที่เลือกใช้

6) ขั้นคำนวณคำตอบ (Compute the Answer) เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามขั้นตอนและกลยุทธ์ที่ได้วางแผนไว้จนกระทั่งได้คำตอบของปัญหานั้นๆ

โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้ตรวจสอบแต่ละขั้นตอนของการดำเนินการในการหาคำตอบของปัญหา และเปรียบเทียบคำตอบที่คำนวณได้จริงกับคำตอบที่ประมาณไว้

7) **ขั้นตรวจสอบคำตอบ (Check the Answer)** เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ โดยในระหว่างนี้ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้กำกับและตรวจสอบความคิดของตนเองเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาว่าถูกต้องเหมาะสมและพิจารณาว่ามีวิธีการอื่นในการแก้ปัญหานี้หรือไม่ ซึ่งในขั้นนี้ครูอาจให้นักเรียนมีการอภิปรายร่วมด้วย

สำหรับกลุ่มควบคุมซึ่งได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ตามคู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยมีขั้นตอนการจัดกิจกรรม 3 ขั้นตอน คือ ขั้นเตรียมความพร้อม ขั้นสอน และขั้นสรุป สำหรับกรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยเสนอไว้ในตารางที่ 7 ดังนี้

**ตารางที่ 7** กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มทดลอง</b></p> <p style="text-align: center;">(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการ กลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา)</p>	<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มควบคุม</b></p> <p style="text-align: center;">(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบปกติ)</p>
<p><b><u>ขั้นเตรียมความพร้อม</u></b></p> <p>ครูนำเข้าสู่บทเรียนด้วยวิธีการต่างๆ เพื่อให้นักเรียนเกิดความสนใจในเนื้อหาที่จะเรียน และเตรียมความพร้อมให้กับนักเรียน โดยครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เดิม หรือสนนิยาม กฎสูตร สมบัติ พื้นฐานที่จำเป็น เพื่อเป็นการเตรียมความพร้อมให้กับผู้เรียนก่อนที่จะเผชิญกับสถานการณ์ปัญหาหรือโจทย์ปัญหา</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ครูอาจใช้เกมส์ การนำเสนอข่าวสาร ปัญหาที่น่าสนใจให้กับผู้เรียน หรือแจ้งจุดประสงค์ของการเรียน</li> <li>- ครูใช้การถาม ตอบ เป็นรายกลุ่มหรือรายบุคคล เพื่อตรวจสอบและประเมินความรู้เดิมที่จำเป็นสำหรับเรื่องที่กำลังจะศึกษา</li> <li>- หากพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีความรู้พื้นฐานไม่เพียงพอ ครูควรสอนหรือทบทวนเพื่อเป็นการเตรียมความพร้อมให้กับนักเรียน</li> </ul>	

ตารางที่ 7 (ต่อ) กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มทดลอง</b></p> <p style="text-align: center;">(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการ กลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา)</p>	<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มควบคุม</b></p> <p style="text-align: center;">(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบปกติ)</p>
<p><b>ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>1. ขั้นอ่านปัญหา (Read the Problem)</b> เป็นขั้นที่ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาหรือโจทย์ปัญหา เพื่อให้นักเรียนร่วมกันศึกษาและทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา ซึ่งในระหว่างนี้ครูจะใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนได้กำกับและตรวจสอบความคิดของตนเองเกี่ยวกับการอ่านและทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา โดยครูอาจใช้คำถาม ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- เมื่อเจอกับโจทย์หรือสถานการณ์ปัญหา สิ่งแรกที่นักเรียนต้องทำก่อนลงมือแก้ปัญหาคืออะไร</li> <li>- หลังจากอ่านโจทย์ปัญหาแล้วนักเรียนคิดว่าพอจะเข้าใจไหม</li> </ul> <p><b>2. ขั้นถอดความปัญหา (Paraphrase the Problem)</b> เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนขีดเส้นใต้คำ ประโยคที่สำคัญในโจทย์ปัญหา หรือถอดความปัญหาให้เป็นภาษาของตนเอง เพื่อให้ผู้เรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา ซึ่งในขั้นตอนนี้ครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนได้กำกับและตรวจสอบความคิดของตนเองว่าสิ่งที่ขีดเส้นใต้เหล่านั้นมีความสำคัญและเพียงพอต่อการนำไปใช้ในการหาคำตอบมากน้อยเพียงใด โดยครูอาจใช้คำถาม ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ในระหว่างการอ่านโจทย์ปัญหา นักเรียนควรทำอะไรไปด้วย เพื่อให้นักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหามากยิ่งขึ้น</li> <li>- นักเรียนบอกหรือเขียนได้ใหม่ว่า สิ่งที่โจทย์</li> </ul>	<p><b>ขั้นสอน</b></p> <p>ครูดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การสอน ตามคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กระทรวงศึกษาธิการ ดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูยกตัวอย่างโจทย์ปัญหา แล้วใช้การอธิบาย ถาม ตอบ เพื่อให้ นักเรียน ได้ทำความเข้าใจกับสถานการณ์ปัญหา <ul style="list-style-type: none"> <li>- โดยครูและนักเรียนช่วยกันระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไร สิ่งที่โจทย์ต้องการหาคืออะไร</li> <li>- ครูใช้วิธีการต่างๆ เพื่อให้เกิดความเข้าใจ เช่น การเขียนแผนภาพแทนปัญหา การสาธิต การใช้สื่อ โมเดลทางคณิตศาสตร์ หรือการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น</li> </ul> </li> <li>2. ครูให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันเกี่ยวกับข้อมูลที่ได้จากสถานการณ์ปัญหา/โจทย์ปัญหา <ul style="list-style-type: none"> <li>- โดยครูให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนแนวคิด และหาข้อสรุปร่วมกันเกี่ยวกับแผนที่จะใช้ในการแก้ปัญห ในระหว่าง</li> </ul> </li> </ol>

ตารางที่ 7 (ต่อ) กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มทดลองและ  
กลุ่มควบคุม

<p><b>กลุ่มทดลอง</b> (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการ กลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา)</p>	<p><b>กลุ่มควบคุม</b> (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบปกติ)</p>
<p>กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการคืออะไร</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนคิดว่ายังมีข้อมูลอื่นที่สำคัญนอกเหนือจากที่นักเรียนได้บอกหรือเขียนไปแล้วไหม</li> </ul> <p><b>3. ขั้นเขียนแผนภาพของปัญหา (Draw the Problem)</b> เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนเขียนแผนภาพหรือตัวแทนของปัญหาที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา หรือการหาคำตอบของปัญหานั้น โดยในระหว่างนี้ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้กำกับและตรวจสอบความคิดของตนเองเกี่ยวกับแผนภาพที่เขียนขึ้นว่ามีความครอบคลุมหรือแทนปัญหานี้หรือไม่ โดยครูอาจใช้คำถาม ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- จากข้อมูลสำคัญที่มีอยู่ นักเรียนจะทำอย่างไรต่อไปกับข้อมูลเหล่านี้ดี</li> <li>- นักเรียนจะทำอย่างไรดีละ เพื่อที่จะให้ข้อมูลเหล่านี้สะท้อนภาพของปัญหาได้ชัดเจนยิ่งขึ้น</li> <li>- แผนภาพที่นักเรียนเขียนขึ้นมันครอบคลุมปัญหาคือแล้วหรือยัง</li> </ul> <p><b>4. ขั้นออกแบบแผนการแก้ปัญหา (Create a Plan to Solve the Problem)</b> เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนนำข้อมูลหรือสิ่งที่ได้จากขั้นตอนก่อนหน้ามาออกแบบลำดับขั้นตอนและเลือกใช้กลยุทธ์ที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้กำกับและตรวจสอบความคิดของตนเองเกี่ยวกับกลยุทธ์และขั้นตอนของการแก้ปัญหามีความเหมาะสมหรือไม่ ซึ่งในขั้นนี้ครูอาจให้นักเรียนมีการอภิปรายร่วม</p>	<p>นี่ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย และกระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม</p> <p>3. ครูให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- โดยครูคอยให้คำชี้แนะ ใช้คำถามกระตุ้น เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถาม เมื่อนักเรียนไม่เข้าใจ</li> <li>- ในกรณีทำงานเป็นกลุ่มครูคอยช่วยเหลือนักเรียนเท่าที่จำเป็น เมื่อเห็นว่านักเรียนไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้</li> </ul> <p>4. ครูอาจสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหา โดยครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบคำตอบว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องและสมเหตุสมผลหรือไม่</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ครูใช้คำถามกระตุ้น เพื่อให้นักเรียนร่วมกันหาวิธีการหรือกลยุทธ์อื่นที่ใช้ในการแก้ปัญหา (ถ้ามี) และออกมาเสนอ เพื่อแสดงวิธีการคิดและการแก้ปัญหาของตนเอง</li> </ul>

ตารางที่ 7 (ต่อ) กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มทดลองและ  
กลุ่มควบคุม

<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มทดลอง</b></p> <p style="text-align: center;">(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการ กลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา)</p>	<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มควบคุม</b></p> <p style="text-align: center;">(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบปกติ)</p>
<p>ด้วย โดยครูอาจใช้คำถาม ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- จากข้อมูลและแผนภาพที่มีอยู่ นักเรียนคิดว่า จะเอาไปทำอะไรต่อไป เพื่อที่จะช่วยในการแก้ปัญหา</li> <li>- นักเรียนลองบอกหรือเขียนคร่าวๆ ได้ไหมว่ามีลำดับขั้นตอนในการนำไปใช้ในการแก้ปัญหายังไง</li> <li>- แล้วนักเรียนคิดว่าลำดับขั้นตอนที่นักเรียนคิดหรือเขียนไว้ นั้นมีความเหมาะสมและสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาได้จริงไหม</li> </ul> <p><b>5. ขั้นคาดเดา ประมาณการคำตอบ (Predict/ Estimate the Answer)</b> เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนนำข้อมูลหรือสิ่งที่ได้จากขั้นตอนก่อนหน้ามาใช้ในการคาดเดา ประมาณการคำตอบได้อย่างเหมาะสม โดยในระหว่างนี้ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้กำกับและตรวจสอบความคิดของตนเองเกี่ยวกับวิธีการเทคนิค และข้อมูลที่เลือกใช้ โดยครูอาจใช้คำถาม ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- จากสิ่งที่มีอยู่ตอนนี้ นักเรียนพอจะประมาณหรือบอกได้ไหมว่าคำตอบคืออะไร</li> <li>- นักเรียนพอจะอธิบายได้ไหมว่า นักเรียนใช้ข้อมูลและวิธีการอะไรในการประมาณคำตอบนี้</li> <li>- นักเรียนคิดว่ายังมีข้อมูลอื่นอีกไหมที่จะช่วยในการประมาณคำตอบได้ดีกว่านี้</li> </ul> <p><b>6. ขั้นคำนวณคำตอบ (Compute the Answer)</b> เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหามาตามขั้นตอนและกลยุทธ์ที่ได้วางแผนไว้จนกระทั่งได้คำตอบของปัญหานั้นๆ โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้</p>	

ตารางที่ 7 (ต่อ) กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มทดลองและ  
กลุ่มควบคุม

<p><b>กลุ่มทดลอง</b> (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการ กลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา)</p>	<p><b>กลุ่มควบคุม</b> (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบปกติ)</p>
<p>ตรวจสอบแต่ละขั้นตอนของการดำเนินการในการหาคำตอบของปัญหา และเปรียบเทียบคำตอบที่คำนวณได้จริงกับคำตอบที่ประมาณไว้ โดยครูอาจใช้คำถาม</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนอยากรู้ไหมล่ะ ว่าคำตอบจริงของปัญหานี้คืออะไร แล้วนักเรียนจะต้องทำอะไรเพื่อให้รู้คำตอบนี้</li> <li>- คำตอบที่นักเรียนคำนวณได้ตรงหรือใกล้เคียงกับคำตอบที่ได้ประมาณไว้หรือไม่</li> <li>- นักเรียนแน่ใจแล้วนะว่าคำตอบที่ได้มาจากการดำเนินการคำนวณหาคำตอบนั้นถูกต้องแล้ว</li> </ul> <p><b>7. ขั้นตรวจสอบคำตอบ (Check the Answer)</b> เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ โดยในระหว่างนี้ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้กำกับและตรวจสอบความคิดของตนเองเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหว่าถูกต้องเหมาะสมและพิจารณาว่ามีวิธีการอื่นในการแก้ปัญหานี้หรือไม่ ซึ่งในขั้นนี้ครูอาจให้นักเรียนมีการอภิปรายร่วมด้วย โดยครูอาจใช้คำถาม ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนคิดว่ามีวิธีการอะไรที่จะให้แน่ใจว่าคำตอบที่ได้สอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์</li> <li>- แล้ววิธีการดังกล่าวมีขั้นตอนอย่างไร ลองเขียนหรืออธิบายให้ฟังหน่อยได้ไหม</li> <li>- นักเรียนคิดว่าวิธีการนี้เป็นวิธีการที่ดีที่สุดที่ใช้ใน</li> </ul>	

**ตารางที่ 7 (ต่อ) กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม**

<b>กลุ่มทดลอง</b> (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการ กลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา)	<b>กลุ่มควบคุม</b> (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบปกติ)
การแก้ปัญหาหรือไม่ เพราะเหตุใด ลองอธิบายให้ฟัง หน่อยได้ไหม	
<b>ขั้นสรุป</b> ครูกระตุ้นให้นักเรียนสรุปเนื้อหาและสิ่งที่ได้จากการเรียน ในด้านของเนื้อหา ความรู้ที่ใช้ในการ แก้ปัญหา และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับข้อดี ข้อจำกัดและความเหมาะสมของกระบวนการ แก้ปัญหา	

2. ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนสตรีสมุทรปราการที่อิงตามหลักสูตรแกนกลาง  
 การศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

3. ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ที่คาดหวัง รายละเอียดของสาระการ  
 เรียนรู้ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับ  
 เวลาที่จะดำเนินการสอน

4. เขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและ  
 อภิปัญญาและแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ โดยที่แต่ละแผนประกอบด้วย  
 มาตรฐานการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ/  
 แหล่งการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ บันทึกหลังสอน ซึ่งมีรายละเอียดการสอน เรื่อง  
 การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ จำนวน 14 แผน ดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนและสัดส่วน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การแก้ปัญหาคู่สัดส่วน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วน (1)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วน (2)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง ร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาร้อยละเกี่ยวกับของผสม

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาร้อยละเกี่ยวกับคะแนนสอบ



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง การแก้ไขโจทย์ปัญหาร้อยละเกี่ยวกับของผสมที่  
ซับซ้อน (1)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง การแก้ไขโจทย์ปัญหาร้อยละเกี่ยวกับของผสมที่  
ซับซ้อน (2)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง การเปลี่ยนหน่วยอุณหภูมิ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 เรื่อง อัตราทดของเกียร์และการย่อ/ขยาย

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เรื่อง มาตราส่วน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13 เรื่อง แบบจำลอง (1)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 14 เรื่อง แบบจำลอง (2)

5. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 14 แผน ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจ  
พิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหา การใช้ภาษา ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่ง  
อาจารย์ที่ปรึกษาให้คำแนะนำและข้อเสนอแนะ ดังนี้

1) เนื้อหา ตัวอย่าง แบบฝึกหัด และใบงานของทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม  
ควรเหมือนกัน เพื่อให้สรุปได้ถึงความแตกต่างของขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ระหว่าง  
กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

2) ให้เขียนรายละเอียดของแต่ละขั้นของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ชัดเจนว่าครูต้อง  
ทำอะไรและนักเรียนต้องทำอะไรในแผนการจัดการเรียนรู้นั้นๆ

3) ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ควรมีสื่อประกอบการสอน เพื่อกระตุ้นให้นักเรียน  
มีความสนใจในการเรียนและการทำกิจกรรม

6. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาไปใช้จริง  
กับนักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

#### 4.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลครั้งนี้ประกอบด้วย แบบวัดความสามารถในการให้  
เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยรายละเอียด  
ของขั้นตอนในการสร้างและพัฒนาเครื่องมือมีดังต่อไปนี้

##### การสร้างและพัฒนาแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มี 2 ฉบับ คือ ฉบับก่อนเรียนและ  
ฉบับหลังเรียน ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย มีขั้นตอนการสร้างและพัฒนา ดังนี้

- 1) ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
- 2) ศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์ จากหนังสือเรียนและคู่มือครูสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสตรีสมุทรปราการ อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรปราการ โดยแยกเป็นฉบับก่อนเรียนซึ่งจะครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ทั้งพื้นฐานและเพิ่มเติมในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และฉบับหลังเรียนซึ่งจะครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่องการประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
- 3) สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบตามเนื้อหา และพฤติกรรมการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ทั้ง 2 ฉบับ
- 4) สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำนวน 2 ฉบับ แต่ละฉบับเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ เพื่อนำไปใช้จริงจำนวน 5 ข้อ
- 5) สร้างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากงานของสมเดช บุญประจักษ์ (2540: 333) และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2551: 206) แสดงได้นี้

#### ตารางที่ 8 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความสามารถด้านการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล	คะแนน
เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างถูกต้อง	2
เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลถูกต้องบางส่วน	1
เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลไม่ถูกต้อง หรือไม่เขียนเลย	0
ความสามารถด้านการอ้างอิงเหตุผลในการอธิบายข้อสรุปของแนวคิด	คะแนน
แสดงข้อมูลหรือหลักฐานในการอธิบายข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง และสมเหตุสมผล	2
แสดงข้อมูลหรือหลักฐานในการอธิบายข้อสรุปถูกต้องบางส่วน แต่อาจไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี	1
แสดงข้อมูลหรือหลักฐานในการอธิบายข้อสรุปไม่ถูกต้องและไม่สมเหตุสมผล หรือไม่เขียนเลย	0

6) ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนของทั้ง 2 ฉบับ เสนออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความเหมาะสมและให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข หลังจากนั้นผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาไปหาคุณภาพของเครื่องมือ โดยนำไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความสอดคล้อง (Index of Item-Objective Congruence: IOC) และความเหมาะสม ( $\bar{x}$ ) ของโครงสร้างข้อสอบ

7) ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วนำไปทดลองใช้ โดย

- ฉบับก่อนการทดลอง ผู้วิจัยนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/6 โรงเรียนนวมินทราชินูทิศ สอนกุหลาบวิทยาลัย สมุทรปราการ จำนวน 50 คน

- ฉบับหลังการทดลอง ผู้วิจัยนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/3 โรงเรียนสตรีสมุทรปราการ จำนวน 50 คน

จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดและนำผลคะแนนมาวิเคราะห์หาค่าความเที่ยง (Reliability) โดยมีเกณฑ์คือ มีค่าความเที่ยงตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป แล้วนำมาหาค่าความยาก (Difficulty) และหาค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) เป็นรายข้อ โดยมีเกณฑ์คือ ค่าความยากมีค่า 0.20 – 0.80 และ ค่าอำนาจจำแนกมีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป ซึ่งผลการวิเคราะห์เป็นดังนี้

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

ค่าความเที่ยง	0.68
ค่าความยาก (P)	0.54 – 0.86
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.27 – 0.71

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

ค่าความเที่ยง	0.69
ค่าความยาก (P)	0.11 – 0.77
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.19 – 0.77

จากการทดลองพบว่า ข้อสอบแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน จำนวน 8 ข้อ ผ่านเกณฑ์คุณภาพตามที่กำหนด 5 ข้อ และข้อสอบแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน จำนวน 8 ข้อ ผ่านเกณฑ์คุณภาพตามที่กำหนด 5 ข้อ

8) นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ฉบับ ที่ผ่านเกณฑ์คุณภาพตามที่กำหนดฉบับละ 5 ข้อ มาวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบอีกครั้ง ซึ่งผลการวิเคราะห์เป็นดังนี้

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

ค่าความเที่ยง	0.61
ค่าความยาก (P)	0.58 – 0.64
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.56 – 0.78

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

ค่าความเที่ยง	0.62
ค่าความยาก (P)	0.57 – 0.66
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.52 – 0.77

9) นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม ทั้งกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม

### การสร้างและพัฒนาแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มี 2 ฉบับ คือ ฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียน ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย มีขั้นตอนการสร้างและพัฒนา ดังนี้

1) ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2) ศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์จากหนังสือเรียนและคู่มือครูสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสตรีสมุทรปราการ อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรปราการ โดยแยกเป็นฉบับก่อนเรียนซึ่งจะครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ทั้งพื้นฐานและเพิ่มเติมในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และฉบับหลังเรียนซึ่งจะครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่องการประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

3) สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบตามเนื้อหาและพฤติกรรมการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ทั้ง 2 ฉบับ

4) สร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จำนวน 2 ฉบับ แต่ละฉบับเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ เพื่อนำไปใช้จริงจำนวน 5 ข้อ

5) สร้างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จากงานของ Kennedy and Tipps (1994: 112) และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2551: 206) แสดงได้ดังนี้

**ตารางที่ 9** เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

<b>ความสามารถด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงแนวคิดทาง คณิตศาสตร์</b>	<b>คะแนน</b>
เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง	2
เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ถูกต้องบางส่วน	1
เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง หรือไม่เขียนเลย	0
<b>ความสามารถด้านการใช้ รูปภาพ แผนภาพ ตาราง หรือกราฟ ประกอบการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์</b>	<b>คะแนน</b>
ใช้ รูปภาพ แผนภาพ ตาราง หรือกราฟ ประกอบการอธิบายได้อย่างถูกต้อง	2
ใช้ รูปภาพ แผนภาพ ตาราง หรือกราฟ ประกอบการอธิบายถูกต้องบางส่วน	1
ใช้ รูปภาพ แผนภาพ ตาราง หรือกราฟ ประกอบการอธิบายไม่ถูกต้อง หรือไม่เขียนเลย	0
<b>ความสามารถด้านการนำเสนอแนวคิดและลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์</b>	<b>คะแนน</b>
นำเสนอแนวคิดและอธิบายลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน	2
นำเสนอแนวคิดและอธิบายลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ถูกต้องบางส่วน แต่อาจไม่ชัดเจน หรือไม่สมบูรณ์ในบางกรณี	1
นำเสนอแนวคิดและอธิบายลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง หรือไม่เขียนเลย	0

6) ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนของทั้ง 2 ฉบับ เสนออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบพิจารณาความเหมาะสมและให้

ข้อเสนอแนะเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข หลังจากนั้นผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาไปหาคุณภาพของเครื่องมือ โดยนำไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความสอดคล้อง ตรวจสอบความสอดคล้อง (Index of Item-Objective Congruence: IOC) และความเหมาะสม ( $\bar{x}$ ) ของโครงสร้างข้อสอบ โดยผู้ทรงคุณวุฒิมีความเห็นให้ปรับปรุงและให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้

#### 6.1) ควรปรับภาษาของคำถามในบางข้อให้ครอบคลุมและเหมาะสม

#### - แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

##### โจทย์เดิม

1. กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 35.5 เซนติเมตร ยาว 50 เซนติเมตร ที่มุมหนึ่ง ถ้าตัดด้านกว้างออก 5.5 เซนติเมตร และด้านยาวออก 12 เซนติเมตร กระดาษที่เหลือจะมีพื้นที่เท่าไร

##### แก้ไขเป็น

1. กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 35.5 เซนติเมตร ยาว 50 เซนติเมตร **ถ้าตัดกระดาษออกหนึ่งมุมเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความกว้าง 5.5 เซนติเมตร และความยาว 12 เซนติเมตร** กระดาษที่เหลือจะมีพื้นที่เท่าไร

##### โจทย์เดิม

3. นายสมชายต้องการปูกระเบื้องในห้องรับแขกที่มีความกว้าง 4.5 เมตร และความยาว 6.5 เมตร ถ้ากระเบื้องที่จะนำมาปูเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 30 เซนติเมตร ราคาแผ่นละ 10 บาท นายสมชายจะต้องจ่ายเงินค่ากระเบื้องทั้งหมดกี่บาท

##### แก้ไขเป็น

3. นายสมชายต้องการปูกระเบื้องในห้องรับแขกที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความกว้าง 4.5 เมตร และความยาว 6.5 เมตร ถ้ากระเบื้องที่จะนำมาปูเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 30 เซนติเมตร ราคาแผ่นละ 10 บาท นายสมชายจะต้องจ่ายเงินค่ากระเบื้องทั้งหมดกี่บาท

##### โจทย์เดิม

6. จำต้องการสร้างแปลงปลูกผักสวนครัวหลังบ้าน โดยต้องการสร้างให้มีความกว้างของแปลงสั้นกว่าความยาวของแปลง 2 เมตร ถ้าจำกัดความยาวรอบแปลงได้ 20 เมตร จงหาว่าแปลงปลูกผักสวนครัวนี้มีพื้นที่เท่าไร

**แก้ไขเป็น**

6. จำต้องการสร้างแปลงเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเพื่อปลูกผักสวนครัวหลังบ้าน โดยมีความกว้างของแปลงสั้นกว่าความยาวของแปลง 2 เมตร ถ้าจำวัดความยาวรอบแปลงได้ 20 เมตร จงหาว่าแปลงปลูกผักสวนครัวนี้มีพื้นที่เท่าไร

6.2) ปรับปรุงข้อสอบบางข้อให้มีความซับซ้อนมากขึ้น

- แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

**โจทย์เดิม**

5. นักวิทยาศาสตร์ค้นพบธาตุฟอสฟอรัส (P) ที่มีคุณสมบัติติดไฟได้ จึงนำมาทำเป็นไม้ขีดไฟ ประทัด หรือระเบิด ซึ่งธาตุฟอสฟอรัสนี้มีจุดเดือดอยู่ที่ 280 องศาเซลเซียส และมีจุดหลอมเหลวอยู่ที่ 45 องศาเซลเซียส อยากทราบว่าจุดเดือดและจุดหลอมเหลวของธาตุฟอสฟอรัสนี้มีอุณหภูมิต่างกันกี่องศาฟาเรนไฮต์

**แก้ไขเป็น**

5. ในเดือนมกราคม เจ้าหน้าที่อุทยานแห่งชาติภูกระดึงวัดอุณหภูมิได้ 15 องศาเซลเซียส ( $^{\circ}\text{C}$ ) ถ้าในเดือนพฤษภาคม เจ้าหน้าที่วัดอุณหภูมิได้ 80.6 องศาฟาเรนไฮต์ ( $^{\circ}\text{F}$ ) อยากทราบว่าอุทยานแห่งชาติภูกระดึงในเดือนพฤษภาคมมีอุณหภูมิเพิ่มขึ้นกว่าเดือนมกราคมกี่เปอร์เซ็นต์

7) ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วนำไปทดลองใช้ โดย

- ฉบับก่อนการทดลอง ผู้วิจัยนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/6 โรงเรียนนวมินทราชินูทิศ สอนกุหลาบวิทยาลัย สมุทรปราการ จำนวน 50 คน
- ฉบับหลังการทดลอง ผู้วิจัยนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/3 โรงเรียนสตรีสมุทรปราการ จำนวน 50 คน

จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดและนำผลคะแนนมาวิเคราะห์หาค่าความเที่ยง (Reliability) โดยมีเกณฑ์คือ มีค่าความเที่ยงตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป แล้วนำมาหาค่าความยาก (Difficulty) และหาค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) เป็นรายข้อ โดยมีเกณฑ์คือ ค่าความยากมีค่า 0.2 – 0.8 และ ค่าอำนาจจำแนกมีค่าตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป ซึ่งผลการวิเคราะห์เป็นดังนี้

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

ค่าความเที่ยง	0.83
ค่าความยาก (P)	0.49 – 0.76

ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.43 – 0.75
แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน	
ค่าความเที่ยง	0.67
ค่าความยาก (P)	0.19 – 0.72
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.21 – 0.69

จากการทดลองพบว่า ข้อสอบแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน จำนวน 8 ข้อ ผ่านเกณฑ์คุณภาพตามที่กำหนด 5 ข้อ และข้อสอบแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน จำนวน 8 ข้อ ผ่านเกณฑ์คุณภาพตามที่กำหนด 5 ข้อ

8) นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ฉบับ ที่ผ่านเกณฑ์คุณภาพตามที่กำหนดฉบับละ 5 ข้อ มาวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบอีกครั้ง ซึ่งผลการวิเคราะห์เป็นดังนี้

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน	
ค่าความเที่ยง	0.80
ค่าความยาก (P)	0.51 – 0.68
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.47 – 0.75
แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน	
ค่าความเที่ยง	0.66
ค่าความยาก (P)	0.42 – 0.63
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.53 – 0.75

9) นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม ทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

## 5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเองกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม โดยมีขั้นตอนต่างๆ ดังนี้



## 1. ขั้นเตรียมการ

1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาสำหรับกลุ่มทดลองและแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม

1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนสำหรับกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม

1.3 ผู้วิจัยทำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนสตรีสมุทรปราการ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดสมุทรปราการ

## 2. ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมกลุ่มละ 18 ชั่วโมง โดยมีรายละเอียดดังนี้

2.1 ผู้วิจัยดำเนินการสอบก่อนการทดลองโดยใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นใช้เวลาฉบับละ 1 ชั่วโมง

2.2 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มตามแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งสองชนิดที่เตรียมไว้ โดยทำการทดลองสอนนักเรียนทั้งสองกลุ่ม กลุ่มละ 2 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ เป็นเวลา 7 สัปดาห์ รวมทั้งสิ้น 14 ชั่วโมง ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 โดยสอนตามชั่วโมงปกติของโรงเรียนสตรีสมุทรปราการ และเริ่มทดลองสอนตั้งแต่วันที่ 26 มิถุนายน 2556 ถึงวันที่ 16 สิงหาคม 2556

2.3 เมื่อดำเนินการสอนตามที่กำหนดแล้วไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ครบ 14 แผนแล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นใช้เวลาฉบับละ 1 ชั่วโมง

2.4 ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถทั้งสองฉบับมาตรวจให้คะแนน โดยพิจารณาตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัยเพื่อให้อยู่ในขอบเขตที่สามารถใช้เกณฑ์ดังกล่าวได้ จากนั้นนำผลที่ได้ไปวิเคราะห์ข้อมูล

## 6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มมาวิเคราะห์ข้อมูล โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for Social Science: SPSS) โดยทำการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้คะแนนสอบจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียนของทั้ง 2 ฉบับ มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $s$ ) และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t-test) ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

2) เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

3) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

4) เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

## 7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้สถิติในการคำนวณหาคุณภาพของแบบวัดและวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

7.1 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1) การหาความสอดคล้อง (Index of Item-Objective Congruence: IOC) ของโครงสร้างข้อสอบ

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ	IOC	แทน	ดัชนีความสอดคล้อง
	$\sum R$	แทน	ผลรวมคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
	N	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 116)

2) การหาคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2.1) หาความเที่ยง (Reliability) เป็นแบบอัตรนัย โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[ 1 - \frac{\sum_{i=1}^k s_i^2}{s_t^2} \right]$$

เมื่อ	$\alpha$	แทน	ค่าความเที่ยงของแบบวัด
	k	แทน	จำนวนข้อในแบบวัด
	$s_i^2$	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ
	$s_t^2$	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 128)

2.2) หาค่าความยาก (Difficulty Index: p) เป็นแบบอัตรนัย โดยใช้สูตรของวิทเนย์และซาเบอร์ (Whitnet and Sabers)

$$p = \frac{s_h + s_l - (n_t)(x_{\min})}{(n_t)(x_{\min} - x_{\max})}$$

เมื่อ	p	แทน	ค่าความยาก
	$s_h$	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง
	$s_l$	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ
	$x_{\max}$	แทน	คะแนนสูงสุดที่ได้
	$x_{\min}$	แทน	คะแนนต่ำสุดที่ได้
	$n_t$	แทน	จำนวนคนกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 147-148)

2.3) หาค่าอำนาจจำแนก (Discrimination:  $r$ ) เป็นแบบอัตโนมัติ โดยใช้สูตรของวิทเนย์ และซาเบอร์ (Whitnet and Sabers)

$$r = \frac{s_h - s_l}{n_h (x_{\max} - x_{\min})}$$

เมื่อ	$r$	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	$s_h$	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง
	$s_l$	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ
	$x_{\max}$	แทน	คะแนนสูงสุดที่ได้
	$x_{\min}$	แทน	คะแนนต่ำสุดที่ได้
	$n_h$	แทน	จำนวนคนกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 147-148)

## 7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ความแปรปรวน วิเคราะห์ค่าที (t – test) และวิเคราะห์ค่าเอฟ (F – test) ด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for Social Science: SPSS)

## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณโดยมีรายละเอียดดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ตอนที่ 3 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

ตอนที่ 4 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

#### การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง นำเสนอผลในตารางที่ 10

ตารางที่ 10 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t -test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง

กลุ่มทดลอง	n	$\bar{x}$	s	t
ก่อนเรียน	50	14.20	2.23	7.64*
หลังเรียน	50	17.40	2.58	

\*p < .05

จากตารางที่ 10 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนและหลังเรียนเท่ากับ 14.20 และ 17.40 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.23 และ 2.58

จากการทดสอบค่าที (t – Test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เมื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำแนกตามองค์ประกอบ ซึ่งมี 2 ด้าน คือ

ด้านที่ 1 ความสามารถด้านการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล และ

ด้านที่ 2 ความสามารถด้านการอ้างอิงเหตุผลในการอธิบายข้อสรุปของแนวคิด

โดยมีผลการทดสอบดังนี้

**ตารางที่ 11** แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t – test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 1 ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง

กลุ่มทดลอง	n	$\bar{x}$	s	t
ก่อนเรียน	50	7.66	1.10	7.18*
หลังเรียน	50	8.90	1.18	

\*p < .05

จากตารางที่ 11 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนและหลังเรียนเท่ากับ 7.66 และ 8.90 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.10 และ 1.18 จากการทดสอบค่าที (t – Test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 1 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

**ตารางที่ 12** แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t – test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 2 ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง

กลุ่มทดลอง	n	$\bar{x}$	s	t
ก่อนเรียน	50	6.54	1.34	6.89*
หลังเรียน	50	8.50	1.56	

\*p < .05

จากตารางที่ 12 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนและหลังเรียนเท่ากับ 6.54 และ 8.50 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.34 และ 1.56 จาก

การทดสอบค่าที (t - Test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 2 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

**ตอนที่ 2** ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง นำเสนอผลในตารางที่ 13

**ตารางที่ 13** แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t - test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง

กลุ่มทดลอง	n	$\bar{x}$	s	t
ก่อนเรียน	50	18.56	2.52	7.07*
หลังเรียน	50	23.48	4.37	

\*p < .05

จากตารางที่ 13 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนและหลังเรียนเท่ากับ 18.56 และ 23.48 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.52 และ 4.37 จากการทดสอบค่าที (t - Test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เมื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จำแนกตามองค์ประกอบซึ่งมี 3 ด้าน คือ

ด้านที่ 1 ความสามารถด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์

ด้านที่ 2 ความสามารถด้านการใช้ รูปภาพ แผนภาพ ตาราง หรือกราฟ ประกอบการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และ

ด้านที่ 3 ความสามารถด้านการนำเสนอแนวคิดและลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

โดยมีผลการทดสอบดังนี้

**ตารางที่ 14** แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t – test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 1 ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง

กลุ่มทดลอง	n	$\bar{x}$	s	t
ก่อนเรียน	50	8.48	1.16	2.99*
หลังเรียน	50	7.76	1.32	

\*p < .05

จากตารางที่ 14 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนและหลังเรียนเท่ากับ 8.48 และ 7.76 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.16 และ 1.32 จากการทดสอบค่าที (t – Test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 1 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

**ตารางที่ 15** แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t – test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 2 ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง

กลุ่มทดลอง	n	$\bar{x}$	s	t
ก่อนเรียน	50	1.90	1.69	14.26*
หลังเรียน	50	7.62	2.44	

\*p < .05

จากตารางที่ 15 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนและหลังเรียนเท่ากับ 1.90 และ 7.62 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.69 และ 2.44 จากการทดสอบค่าที (t – Test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 2 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05



**ตารางที่ 16** แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t – test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 3 ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง

กลุ่มทดลอง	n	$\bar{x}$	s	t
ก่อนเรียน	50	8.18	1.38	0.25*
หลังเรียน	50	8.10	1.69	

\*p > .05

จากตารางที่ 16 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนและหลังเรียนเท่ากับ 8.18 และ 8.10 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.38 และ 1.69 จากการทดสอบค่าที (t – Test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 3 ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

**ตอนที่ 3** ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม นำเสนอผลในตารางที่ 17

**ตารางที่ 17** แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t – test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	s	t
กลุ่มทดลอง	50	17.40	2.58	2.66*
กลุ่มควบคุม	50	16.02	2.61	

\*p > .05

จากตารางที่ 17 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนและหลังเรียนเท่ากับ 17.40 และ 16.02 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.58 และ 2.61 จากการทดสอบค่าที (t – Test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เมื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำแนกตามองค์ประกอบ ซึ่งมี 2 ด้าน คือ

ด้านที่ 1 ความสามารถด้านการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล และ  
 ด้านที่ 2 ความสามารถด้านการอ้างอิงเหตุผลในการอธิบายข้อสรุปของแนวคิด  
 โดยมีผลการทดสอบดังนี้

**ตารางที่ 18** แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t – test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 1 ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	s	t
กลุ่มทดลอง	50	8.90	1.18	2.59*
กลุ่มควบคุม	50	8.26	1.29	

\*p < .05

จากตารางที่ 18 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนและหลังเรียนเท่ากับ 8.90 และ 8.26 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.18 และ 1.29 จากการทดสอบค่าที (t – Test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 1 สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

**ตารางที่ 19** แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t – test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 2 ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	s	t
กลุ่มทดลอง	50	8.50	1.55	2.39*
กลุ่มควบคุม	50	7.76	1.54	

\*p < .05

จากตารางที่ 19 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนและหลังเรียนเท่ากับ 8.50 และ 7.76 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.55 และ 1.54 จากการทดสอบค่าที (t – Test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 2 สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

**ตอนที่ 4** ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม นำเสนอผลในตารางที่ 20

**ตารางที่ 20** แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t – test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	s	t
กลุ่มทดลอง	50	23.48	4.37	3.76*
กลุ่มควบคุม	50	20.00	4.85	

\*p < .05

จากตารางที่ 20 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนและหลังเรียนเท่ากับ 23.48 และ 20.00 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.37 และ 4.85 จากการทดสอบค่าที (t – Test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เมื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จำแนกตามองค์ประกอบซึ่งมี 3 ด้าน คือ

ด้านที่ 1 ความสามารถด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์

ด้านที่ 2 ความสามารถด้านการใช้ รูปภาพ แผนภาพ ตาราง หรือกราฟ ประกอบการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และ

ด้านที่ 3 ความสามารถด้านการนำเสนอแนวคิดและลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

โดยมีผลการทดสอบดังนี้

**ตารางที่ 21** แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t – test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 1 ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	s	t
กลุ่มทดลอง	50	7.76	1.32	0.82*
กลุ่มควบคุม	50	7.98	1.38	

\*p > .05

จากตารางที่ 21 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนและหลังเรียนเท่ากับ 7.76 และ 7.98 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.32 และ 1.38 จากการทดสอบค่าที (t - Test) พบว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

**ตารางที่ 22** แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t - test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 2 ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	s	t
กลุ่มทดลอง	50	7.62	2.45	4.97*
กลุ่มควบคุม	50	4.70	3.36	

\*p < .05

จากตารางที่ 22 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนและหลังเรียนเท่ากับ 7.62 และ 4.70 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.45 และ 3.36 จากการทดสอบค่าที (t - Test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 2 สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

**ตารางที่ 23** แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t - test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 3 ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	s	t
กลุ่มทดลอง	50	8.10	1.69	2.39*
กลุ่มควบคุม	50	7.32	1.57	

\*p < .05

จากตารางที่ 23 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนและหลังเรียนเท่ากับ 8.10 และ 7.32 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.69 และ 1.57 จากการทดสอบค่าที (t - Test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 3 สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

## บทที่ 5

### สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยมีวัตถุประสงค์ของการวิจัยดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดสมุทรปราการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้การเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 โรงเรียนสตรีสมุทรปราการ สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดสมุทรปราการ ซึ่งเป็นโรงเรียนประจำจังหวัดที่จัดนักเรียนเข้าชั้นเรียนแบบลดความสามารถทางการเรียน จำนวน 2 ห้องเรียน โดยเลือกจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมจำนวน 5 ห้องเรียน ผู้วิจัยได้เลือกนักเรียนเพื่อใช้เป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 1 ห้องเรียน ซึ่งมีขั้นตอนการจัดห้องเรียนดังนี้

1. ผู้วิจัยนำคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 ของนักเรียนทั้ง 5 ห้อง มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $s$ )

2. ผู้วิจัยเลือกห้องที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $s$ ) ใกล้เคียงกันมากที่สุดจำนวน 2 ห้องเรียน ได้แก่ ห้อง ม.1/3 จำนวน 50 คน และห้อง ม.1/4 จำนวน 50 คน ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 82.88 และ 80.62 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 7.09 และ 5.31 ตามลำดับ

3. ผู้วิจัยนำค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $s$ ) ของนักเรียนทั้งสองห้องมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F – test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องด้วยการทดสอบที (t – test) พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมไม่แตกต่างกัน

4. ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้ง 2 ห้อง คือ ห้อง ม.2/3 และ ม.2/4 ทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของห้อง ม.2/3 และ ม.2/4 เท่ากับ 14.20 และ 13.26 ตามลำดับ นำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วยการทดสอบที (t-test) พบว่า คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

5. ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้ง 2 ห้องทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของห้อง ม.2/3 และ ม.2/4 เท่ากับ 18.56 และ 17.78 ตามลำดับ นำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมี

นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้วยการทดสอบที (t-test) พบว่า คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

6. ผู้วิจัยทำการสุ่มโดยจับสลากเพื่อกำหนดกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่า นักเรียนห้อง ม. 2/3 เป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาและนักเรียนห้อง ม.2/4 เป็นกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาสำหรับกลุ่มทดลอง จำนวน 14 แผน และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม จำนวน 14 แผน ใช้ในการทดลองสอนทั้งหมด 14 คาบ ผู้วิจัยได้สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมดให้ครอบคลุมเนื้อหาเรื่องการประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากนั้นนำไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหา การลำดับเนื้อหา และความสอดคล้องขององค์ประกอบต่างๆ ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แล้วนำมาปรับปรุงและนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน ซึ่งผ่านการตรวจสอบความตรงของเนื้อหาและความเหมาะสมด้านภาษาโดยผู้ทรงคุณวุฒิ แล้วนำไปทดลองใช้กับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างพบว่า มีค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ดังนี้

2.1 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.61 ค่าความยากเป็น 0.58 – 0.64 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.56 – 0.78

2.2 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.62 ค่าความยากเป็น 0.57 – 0.66 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.52 – 0.77

2.3 แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.80 ค่าความยากเป็น 0.51 – 0.68 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.47 – 0.75

2.4 แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.66 ค่าความยากเป็น 0.42 – 0.63 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.53 – 0.75

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเองกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม โดยมีขั้นตอนต่างๆ ดังนี้

### 1. ขั้นเตรียมการ

1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาสำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม

1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนสำหรับกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม

1.3 ผู้วิจัยทำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนสตรีสมุทรปราการ สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดสมุทรปราการ

### 2. ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมกลุ่มละ 18 ชั่วโมง โดยมีรายละเอียดดังนี้

2.1 ผู้วิจัยดำเนินการสอบก่อนการทดลองโดยใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นใช้เวลาฉบับละ 1 ชั่วโมง

2.2 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มตามแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งสองชนิดที่เตรียมไว้ โดยทำการทดลองสอนนักเรียนทั้งสองกลุ่ม กลุ่มละ 2 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ เป็นเวลา 7 สัปดาห์ รวมทั้งสิ้น 14 ชั่วโมง ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 โดยสอนตามชั่วโมงปกติของโรงเรียนสตรีสมุทรปราการ และเริ่มทดลองสอนตั้งแต่วันที่ 26 มิถุนายน 2556 ถึงวันที่ 16 สิงหาคม 2556

2.3 เมื่อดำเนินการสอนตามที่กำหนดแล้วไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ครบ 14 แผนแล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์



หลังเรียน และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นใช้เวลาฉบับละ 1 ชั่วโมง

2.4 ผู้วิจัยนำผลการทดสอบมาตรวจให้คะแนนและทำการวิเคราะห์ผล โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for Social Science: SPSS) วิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้คะแนนสอบจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน และหลังเรียนของทั้ง 2 ฉบับ มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $s$ ) และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที ( $t$ -test) ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

2) เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

3) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

4) เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

### สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 สรุปผลการวิจัย ดังนี้

1) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญามีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญามีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญามีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

### อภิปรายผลการวิจัย

ผู้วิจัยขอเสนอการอภิปรายผลการวิจัยตามสมมติฐานการวิจัย โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. จากผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 1 การที่ผลวิจัยออกมาเป็นเช่นนี้อาจเป็นเพราะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาจะเน้นให้นักเรียนคิดอย่างมีระบบ มีการกำกับและตรวจสอบการคิดของตนอย่างสม่ำเสมอในขณะที่แก้ปัญหา โดยการใช้คำถามของครูเป็นตัวกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนนำความรู้ที่มีอยู่มาใช้ในการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ได้จากการอ่านโจทย์ปัญหาเพื่อนำไปสู่การวางแผนการแก้ปัญหา และการอ้างอิงเหตุผลในการอธิบายการได้มาของคำตอบที่สมเหตุสมผล ซึ่งสอดคล้องกับผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำแนกตามองค์ประกอบด้านการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในด้านนี้หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยช่วงแรกผู้วิจัยได้สังเกตจากการทำกิจกรรมในห้องเรียน การทำใบกิจกรรม และแบบฝึกหัด พบว่านักเรียนสามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้บางส่วนแต่ยังไม่ครบถ้วน โดยนักเรียนส่วนใหญ่จะแสดงวิธีทำอย่างย่อ ไม่เขียนแสดงรายละเอียดหรือขั้นตอนการแสดงวิธีทำอย่างชัดเจน ต่อมาผู้วิจัยจึงเน้นการใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนคิดและเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาด้วยความรู้ที่นักเรียนมีอยู่นำมาใช้ในการแก้ปัญหามากยิ่งขึ้น ผลปรากฏว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถ

เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาออกมาเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น รู้ว่าจะต้องนำความรู้ใดมาใช้ในการแก้ปัญหาและเขียนอธิบายลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้อย่างชัดเจนและถูกต้อง (ดังแสดงในภาพที่ 3 ภาคผนวก ข หน้า 175)

เมื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำแนกตามองค์ประกอบด้านการอ้างอิงเหตุผลในการอธิบายข้อสรุปของแนวคิดพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในด้านนี้หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากการสังเกตพบว่าในช่วงแรกของการทำกิจกรรมนักเรียนไม่สามารถอ้างอิงเหตุผลในการอธิบายการหาคำตอบในการแก้โจทย์ปัญหาได้ และจากการสอบถามนักเรียนจึงได้ทราบว่า นักเรียนไม่รู้ว่าจะเขียนอ้างอิงเหตุผลประกอบการได้มาของคำตอบอย่างไร จึงจะถูกต้อง จึงตอบแบบสั้นๆ และไม่ทำการตรวจคำตอบ ดังนั้น ในระยะต่อมาในขั้นของการจัดกิจกรรมผู้วิจัยจึงเน้นการใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้ก็นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากการแก้ปัญหามาพิจารณาว่าคำตอบที่นักเรียนคิดได้นั้นสมเหตุสมผลหรือไม่และควรตอบเพื่ออ้างอิงเหตุผลให้มีความสอดคล้องกับคำตอบที่นักเรียนได้มานั้นอย่างไร และเมื่อนักเรียนได้รับการฝึกภาระหนึ่งสังเกตได้ว่า นักเรียนมีความมั่นใจในการตอบและอธิบายคำตอบได้อย่างชัดเจน สามารถอ้างเหตุผลประกอบได้ดีขึ้น (ดังแสดงในภาพที่ 4 ภาคผนวก ข หน้า 176)

อีกทั้งในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครั้งนี้ครูจะเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูด อธิบายแนวคิดการได้มาของคำตอบว่ามีความสมเหตุสมผลหรือไม่ในขณะที่แก้โจทย์ปัญหาเพื่อฝึกให้นักเรียนมีการใช้เหตุผลมากขึ้นด้วย ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ อัมพร ม้าคนอง (2553: 50) ที่กล่าวว่า การให้ผู้เรียนได้อธิบายหรือชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้ผู้เรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตนเอง และที่สำคัญคือ ผู้เรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินใจถูกต้องของสิ่งต่างๆ ด้วยตนเอง มากกว่าที่จะเชื่อตามที่คุณสอนบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้ สอดคล้องกับผลการวิจัยของ ปิยวรรณ ตีระกิตติธนา (2548: บทคัดย่อ) ที่ได้ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้การสื่อสารแนวคิดเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมสูงกว่าก่อนการจัดกิจกรรมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. จากผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน พบว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 2 ซึ่งอาจเป็นผลมาจากในขั้นของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการ

กลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา ครูจะคอยตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดและแสดงความคิดเห็นของนักเรียน ให้นักเรียนได้อธิบายถึงข้อมูลที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหา แผนที่จะใช้ในการแก้ปัญหา และคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหา โดยครูจะใช้สื่อประกอบการจัดการเรียนรู้ ได้แก่ ใบงานและแบบฝึกหัด ที่ให้นักเรียนทั้งแบบงานเดี่ยวและงานกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนได้มีการควบคุมและประเมินความคิดตนเองในขณะที่แก้ปัญหา มีการระดมความคิด และมีการสื่อสารกันระหว่างครูกับนักเรียนและระหว่างนักเรียน ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ Kramaski and Mevarech (2003: 470) และ Sheffield and Cruikshank (2005: 44) ที่กล่าวว่า นักเรียนที่ได้รับการฝึกการควบคุมและประเมินความคิดของตนเอง (Metacognition) จะมีการอธิบายมากขึ้นและการให้นักเรียนได้ทำกิจกรรมโดยมีปฏิสัมพันธ์กับครูและเพื่อน จะช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น

อีกทั้งในขั้นตอนของการจัดกิจกรรมนี้ครูจะใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนได้มีการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและนำข้อมูลที่ได้จากโจทย์ปัญหามาเขียนเป็นแผนภาพ รูปภาพ หรือลักษณะอื่น โดยผ่านการใช้ภาษาเขียนหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งวิธีการนี้จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นถึงภาพรวมและความสัมพันธ์ของข้อมูลในโจทย์ปัญหา จากนั้นจึงนำข้อมูลเหล่านี้มาเชื่อมโยงกันทำให้สามารถสร้างสมการได้ง่ายขึ้น และมีความผิดพลาดน้อยกว่าการอ่านโจทย์ปัญหาแล้วสร้างสมการเลย สอดคล้องกับคำกล่าวของ Doosey et al (2002: 83 – 85) ที่ว่า การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือสำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากเป็นการใช้สัญลักษณ์เพื่ออธิบายสถานการณ์และความคิดทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการสื่อสารและเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์อีกด้วย ซึ่งสอดคล้องกับผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จำแนกตามองค์ประกอบด้านการใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง หรือกราฟ ประกอบการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านนี้หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งจากการสังเกตของผู้วิจัยพบว่าในช่วงแรกพบว่า นักเรียนไม่สามารถนำข้อมูลที่อยู่ในสถานการณ์ปัญหา มาเขียนสื่อให้เห็น โดยการใช้แผนภาพ รูปภาพ หรืออื่นๆ เนื่องจากนักเรียนไม่เข้าใจว่าจะต้องเขียนสิ่งใดบ้างและเขียนอย่างไรประกอบกับนักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการนำข้อมูลที่ได้จากโจทย์ปัญหามาเขียนเป็นแผนภาพแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล นักเรียนส่วนใหญ่เมื่ออ่านโจทย์ปัญหาแล้วจึงเขียนออกมาเป็นสมการแล้วดำเนินการแก้ปัญหาจนจบขั้นตอน (ดังแสดงในภาพที่ 5 ภาคผนวก ข หน้า 177) ผู้วิจัยจึงเน้นให้นักเรียนได้มีการกำกับการคิดให้มากยิ่งขึ้นโดยใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงแนวคิด ให้นักเรียนออกมานำเสนอ

และอธิบายแนวคิดของตนเอง ซึ่งในช่วงแรกนักเรียนยังไม่กล้าอธิบายแต่เมื่อได้รับการฝึกนักเรียนจะกล้าที่จะอธิบายแนวคิดของตนเองให้กับครูและเพื่อนมากขึ้น นักเรียนสามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากโจทย์ปัญหาออกมาเป็นรูปภาพหรือแผนภาพที่จะนำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างครอบคลุมและครบถ้วน (ดังแสดงในภาพที่ 6 ภาคผนวก ข หน้า 178)

ส่วนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จำแนกตามองค์ประกอบด้านการนำเสนอแนวคิดและลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนหลังเรียนต่ำกว่าก่อนเรียนเล็กน้อย และจากการทดสอบทางสถิติพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทางด้านนี้ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากผลดังกล่าวจะเห็นได้ว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในด้านดังกล่าวมีการพัฒนาไม่มากเท่าที่ควร ทั้งนี้ส่วนหนึ่งอาจเป็นเพราะผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนนำความรู้ที่มีอยู่มาใช้ในการแสดงแนวคิดและอธิบายลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้ยังไม่สมบูรณ์มากนัก จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในห้องเรียนและการตรวจแบบฝึกหัดพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถวางแผนในการแก้ปัญหาและเขียนลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้มากขึ้น (ดังแสดงในภาพที่ 7 ภาคผนวก ข หน้า 179) แต่ก็ยังพบอีกว่านักเรียนบางส่วนยังคงเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาในรูปแบบเดิมที่คุ้นเคย เช่น การแสดงวิธีทำอย่างย่อ การแสดงวิธีลัด เป็นต้น ทำให้ไม่เห็นถึงการเขียนที่แสดงถึงการแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอนอย่างชัดเจนมากนัก ซึ่งผู้วิจัยได้ใช้การสัมภาษณ์เพิ่มเติมจึงทำให้ทราบว่า นักเรียนหลายคนมีความเข้าใจในวิธีการแก้ปัญหา แต่ไม่คุ้นเคยกับการเขียนอธิบายแสดงแนวคิดและลำดับขั้นตอนในการดำเนินการแก้ปัญหา

3. จากผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุมพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 3 ทั้งนี้อาจเป็นเพราะว่าในแต่ละขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญานั้น ครูจะใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนได้อธิบายเหตุผลของแต่ละขั้นตอนในการแก้ปัญหาและส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกกระบวนการคิด กำกับ และตรวจสอบตนเองในขณะที่แก้ปัญหา ซึ่งการฝึกการให้เหตุผลมีส่วนช่วยทำให้การแก้ปัญหาประสบความสำเร็จมากยิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Montague and Bos (1990: 371 – 388) และทูดียา จันทรปลอด (2550: 110) ซึ่งพบว่านักเรียน

ส่วนใหญ่มีพัฒนาการในการแสดงแนวคิดและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เพิ่มขึ้น ทั้งนี้เป็นเพราะการให้เหตุผลของนักเรียนเป็นส่วนสำคัญที่ทำให้การแก้ปัญหาของนักเรียนดีขึ้น

จากการสังเกตของผู้วิจัยพบว่า ในช่วงแรกๆ ของการสอนพฤติกรรมของนักเรียนที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันมากนัก แต่เมื่อได้ทำการสอนไประยะหนึ่งพบว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ทั้งนี้อาจเป็นเพราะว่าในการจัดกิจกรรมนี้ ครูจะสอดแทรกการฝึกการให้เหตุผลโดยให้นักเรียนได้เขียนแสดงความสัมพันธ์ข้อมูลที่ได้จากโจทย์ปัญหา ให้นักเรียนได้แก้ปัญหาและอ้างอิงเหตุผลประกอบแนวคิดของการได้มาซึ่งข้อสรุป ทำให้ข้อสรุปมีความสมเหตุสมผลมากยิ่งขึ้น อีกทั้งครูจะส่งเสริมให้นักเรียนได้มีการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบว่าคำตอบที่นักเรียนได้มานั้นสมเหตุสมผลหรือไม่และเพราะอะไร ซึ่งขั้นตอนดังกล่าวนี้จะเปิดโอกาสและสนับสนุนให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นที่เป็นเหตุเป็นผล และส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ Lappan and Scharm (1989) ที่ว่าความสามารถในการคิดให้เหตุผลเป็นทักษะที่ต้องใช้การฝึก โดยการจัดบรรยากาศของชั้นเรียนที่สนับสนุนให้มีการอธิบายแลกเปลี่ยนความคิด ชี้แจงเหตุผลและแก้ปัญหาร่วมกัน และสอดคล้องกับผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล และด้านการอ้างอิงเหตุผลในการอธิบายข้อสรุปของแนวคิดที่พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ใน 2 ด้านดังกล่าวสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทำให้เห็นได้ว่าการจัดกิจกรรมนี้มีส่วนช่วยในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนดีขึ้น

4. จากผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 4 อาจเป็นเพราะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา ครูจะใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนได้นำข้อมูลที่ได้จากโจทย์ปัญหามาเขียนเป็นแผนภาพหรือรูปภาพ เพื่อที่จะนำมาใช้ในการวางแผนการแก้ปัญหา ซึ่งการฝึกให้นักเรียนใช้รูปภาพมาอธิบายแนวคิดจะทำให้นักเรียนมีความคิดในการวางแผนและช่วยให้นักเรียนมีลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ Thomas (1991: 75) ที่กล่าวว่า การใช้วัตถุ รูปภาพ หรือแผนภูมิ มาช่วยในการแก้ปัญหาจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียน

ได้ตระหนักถึงความสำคัญของการนำสื่อมาใช้มากยิ่งขึ้น และสอดคล้องกับผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง หรือกราฟ ประกอบการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุมที่พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในด้านนี้สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อีกทั้งในขั้นของการจัดกิจกรรมนี้ ครูจะเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูดหรือแสดงความคิดเห็นในกลุ่มเพื่อนซึ่งจะทำให้นักเรียนได้มีการสื่อสารและนำเสนอแนวคิดของตนเองมากยิ่งขึ้น และในการเขียนแสดงลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนได้ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ สมชาย วรวิเศษมสกุล (2540: 155) ที่พบว่า นักเรียนที่ได้รับการเรียนโดยใช้รูปแบบของการสื่อสารแนวคิดผ่านการพูดและการเขียน โดยเน้นให้ผู้เรียนได้พูด เขียน ให้ความช่วยเหลือเพื่อนด้วยการอธิบาย หรือแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน จะทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้น และสอดคล้องกับผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอแนวคิดและลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุมที่พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในด้านนี้สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ถึงแม้ว่าในช่วงแรกของการสอน ผู้วิจัยพบว่าพฤติกรรมของนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุมที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งสองด้านที่กล่าวไปข้างต้นยังไม่เห็นถึงความเปลี่ยนแปลงมากนัก แต่เมื่อทำการสอนไประยะหนึ่งผู้วิจัยสังเกตได้ว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งสองด้านดังกล่าวเพิ่มมากขึ้น

ส่วนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ พบว่ากลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนต่ำกว่ากลุ่มควบคุมเล็กน้อย และจากการทดสอบทางสถิติพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุมมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทางด้านนี้ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากผลดังกล่าวจะเห็นได้ว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในด้านดังกล่าวของกลุ่มทดลองมีการพัฒนาไม่มากเท่าที่ควร อาจเป็นเพราะผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ทางด้านนี้ยังไม่สมบูรณ์มากนัก และส่วนหนึ่งอาจเป็นเพราะนักเรียนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมยังมีความคุ้นเคยกับรูปแบบการเขียนที่เคยเรียนมา สำหรับนักเรียนกลุ่มทดลองนั้นอาจต้องใช้เวลาในการปรับเปลี่ยนพฤติกรรมด้านดังกล่าว ทำให้การ

สื่อสารทางด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมไม่เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงที่ชัดเจนมากนัก

### ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะ ดังนี้

#### ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและ อภิปัญญานั้นมีขั้นตอนในการสอนหลายขั้นตอน ครูผู้สอนจึงจำเป็นต้องเตรียมความพร้อมก่อน เริ่มการจัดกิจกรรมให้กับนักเรียน เพื่อให้ทราบถึงขั้นตอนของการจัดกิจกรรมว่ามีอะไรบ้างและในแต่ละขั้นตอนควรทำอย่างไร ซึ่งในแต่ละขั้นตอนของการจัดกิจกรรมนั้นจะมีการใช้คำถามของครู ในการกระตุ้นเพื่อให้ นักเรียนคิดหรือแสดงความคิดเห็นออกมา ดังนั้น ครูผู้สอนจึงควรเตรียม คำถามก่อนอย่างมีลำดับและเป็นระบบการจัดกิจกรรมเพื่อให้ นักเรียนได้เรียนรู้จากการทำกิจกรรม อย่างเต็มที่

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและ อภิปัญญาอาจต้องใช้เวลาในการทำกิจกรรม ซึ่งในช่วงแรกๆ นักเรียนอาจยังไม่คุ้นชิน ครูผู้สอนควรมีความยืดหยุ่นในการจัดกิจกรรมเพื่อให้เหมาะกับสภาพจริงของผู้เรียน

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและ อภิปัญญาในครั้งนี้มีผลการวิจัยบางข้อที่ไม่เป็นไปตามที่คาดไว้ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะใช้ระยะเวลาในการทดลองค่อนข้างน้อย ทำให้พฤติกรรมในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนยังไม่เห็น ถึงความเปลี่ยนแปลงมากนัก เนื่องจากนักเรียนยังคุ้นชินกับการแก้โจทย์ปัญหาในรูปแบบที่ตนเอง คุ้นเคย ดังนั้น ครูผู้สอนที่สนใจจะใช้การจัดกิจกรรมในรูปแบบนี้อาจต้องใช้เวลาในการ ทดลองเพื่อให้เห็นถึงความเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของผู้เรียน

4. สำหรับแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ควร พิจารณาในประเด็นที่ว่า การสร้างแบบทดสอบให้มีคำถามย่อยๆ ตามองค์ประกอบของ ความสามารถในแต่ละด้านกับการสร้างแบบทดสอบแบบเปิดเพื่อให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิด โดยไม่กำหนดกรอบคำถามย่อยๆ รูปแบบใดที่เหมาะสมกับบริบทของนักเรียนโดยทั่วไปมากที่สุด เนื่องจากรูปแบบของแบบทดสอบมีผลต่อการสร้างและกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนรวมไปถึงการ ให้คะแนนความสามารถนั้นๆ ด้วย



### ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการศึกษาว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาสามารถใช้กับความรู้เชิงมโนทัศน์ได้หรือไม่ และศึกษาตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านอื่นๆ เช่น ความสามารถในการแก้ปัญหา การเชื่อมโยง ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

2. อาจนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญา ไปปรับใช้ในการจัดการเรียนการสอนในรายวิชาอื่นๆ และกลุ่มผู้เรียนระดับชั้นต่างๆ เพื่อศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาว่าสามารถทำให้พัฒนาการของผู้เรียนเพิ่มขึ้นหรือไม่ มากน้อยเพียงใด และมีปัจจัยใดบ้างที่ส่งผลต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

## รายการอ้างอิง

### ภาษาไทย

กฤษณะ ไชยมา. กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปแบบและการใช้เหตุผลสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต, สาขาการศึกษาและการสอน (ประถมศึกษา) คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2546.

กฤษณี คำชาย. จิตวิทยาการเรียนรู้การสอน. กรุงเทพมหานคร: ภาควิชาจิตวิทยาและการแนะแนว คณะครุศาสตร์ สถาบันราชภัฏสวนสุนันทา, 2540.

จิรากร สำเร็จ. ผลการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) โดยเน้นเทคนิค KWDL ที่มีต่อความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีระดับความสามารถทางการเรียนแตกต่างกัน. วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการวิจัยและสถิติทางการศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2551.

จิตนา ปรีดานันท์. คำถามพัฒนาสมอง. ราชบุรี: ธรรมรักษ์การพิมพ์, 2549.

เฉลิมลาภ ทองอาจ. เทคนิคการใช้คำถามเพื่อพัฒนาการคิดของผู้เรียน. [ออนไลน์]. 2555. แหล่งที่มา <http://www.thaiteachers.tv/blog/chalermlahp/2012/6/120> [15 พฤศจิกายน 2555]

ณัฐกานต์ รัตนาค. การพัฒนา รูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดการถ่ายโยงการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการเชื่อมโยง ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2552.

ทินรัตน์ กาญจนกฤษกร. ผลของการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้หลัก “สุ จี ปุ ลิ” ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะ/ กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเตรียมทหาร. วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต, สาขาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2550.

ทุติยา จันทรปลอด. ผลของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยวิธีการรู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการกำกับตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. จังหวัดนครศรีธรรมราช. วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2550.

ปิยวรรณ ตีระกิตติธนา. กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ใช้การสื่อสารแนวคิดเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผล เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2548.

พรรณทิภา ทองนวล. ผลของการจัดการเรียนรู้โดยมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2554.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2544.

พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์. การเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ: แนวคิด วิธีและเทคนิคการสอน 2. กรุงเทพมหานคร: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แมเนจเม้นท์, 2544.

เพ็ญพิไล ฤทธาคนานนท์. พัฒนาการทางพุทธิปัญญา. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2536.

ยุทธการ สืบแก้ว. การพัฒนาแบบวัดอภิปัญญา สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2551.

รัญจวน คำวชิรพิทักษ์. จิตวิทยาการสื่อสารในชั้นเรียน. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช, 2538.

วิชาการ, กรม. สาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์, 2545.

ศรีมงคล เทพเรณู. เอกสารคำสอน รายวิชาทักษะและเทคนิคการสอน. คณะครุศาสตร์ สถาบันราชภัฏสมเด็จพระเจ้าพระยา, 2545.

ศิริพรรณ ศรีอุทธา. การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนแบบร่วมมือเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต สำหรับนักเรียนในช่วงชั้นที่ 4 (มัธยมศึกษาปีที่ 4). วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยขอนแก่น, 2548.

ศึกษานิเทศก์, กระทรวง. พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542. กรุงเทพมหานคร: พรึกหวานกราฟิก, 2542.

- ศึกษาธิการ, กระทรวง. คู่มือครูสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมคณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. กรุงเทพมหานคร: องค์การค้ำคูณสภา, 2551ก.
- ศึกษาธิการ, กระทรวง. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย, 2551ข.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. ผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระดับชาติ [ออนไลน์]. 2554. แหล่งที่มา  
<http://www.onetresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/Login.aspx> [11 กันยายน 2555]
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพมหานคร: เอส.พี.เอ็น การพิมพ์, 2547ก
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. คู่มือครูสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2547ข.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2550.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). เอกสารอบรมครู (หลักสูตรกลาง) ในโครงการความร่วมมือ สกอ. - สพฐ. - สสวท., 2551.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). ปัจจัยที่ทำให้ระบบโรงเรียนประสบความสำเร็จ. กรุงเทพมหานคร: อรุณการพิมพ์, 2554.
- สมจิตร ทรัพย์อัประไมย. ผลของการใช้รูปแบบเพื่อพัฒนาเมตาคอกนิชันที่มีต่อเมตาคอกนิชันและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต, สาขาจิตวิทยาการศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2540.
- สมเดช บุญประจักษ์. การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2540.
- สมชาย วรกิจเกษมสกุล. การพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวคิด เพื่อเพิ่มทักษะการแก้ปัญหา. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร, 2540.

สายสุณี สุทธิจักร์. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดหนองคาย. วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2551.

สุทิน คงโรจนวงศา. ผลของรูปแบบคำถามของข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ที่มีต่อการคิดอภิमान. วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2543.

สุรางค์ ไคว้ตระกูล. จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2552.

อลิสรา ชมชื่น. การพัฒนากระบวนการเรียนรู้การสอนโดยบูรณาการทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การสื่อสารและการให้เหตุผล เพื่อเสริมสร้างสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น. วิทยานิพนธ์ปริญญา ดุษฎีบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2550.

อัมพร ม้าคอง. การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: ในประมวลบทความหลักการและแนวจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: บพิธการพิมพ์, 2548.

อัมพร ม้าคอง. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2553.

### ภาษาอังกฤษ

Babbs, P. J. and Moe, A. J. Metacognition: A Key for Independent Learning from Text. The Reading Teacher, 36(1983): 422-426.

Baker, L. and Brown, A. L. Cognitive Monitoring in Reading. Newark: Delaware International Reading Association, 1984.

Baroody, A. J. Problem Solving, Reasoning and Communicating, K-8. Helping Children Think Mathematically. New York: Macmillan, 1993.

Baroody, A. J. and Coslick, R. T. Fostering Children Mathematical Power: An Investigating Approach to K-8 Mathematics Instruction. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 1998.

- Brown, A. L. and Others. Learning Remembering and Understanding. Handbook of Child Psychology: Cognitive Development. New York: Wiley, 1983.
- Cross, D. R. and Paris, S. G. Developmental and Instructional Analysis of Children's Metacognition and Reading Comprehension. Journal of Educational Psychology. 80(1988): 131-142.
- Derry, S. J. and Murphy, D. A. Designing System that Train Learning Ability: From Theory to Practice. Review of Educational Research. 56(1986): 1-39.
- Dossey, J. A., et. al. Mathematics Methods and Modeling for Today's Mathematics Classroom a Contemporary Approach to Teaching Grades 7 – 12. Brooks/Cole, 2002.
- Flavell, J. H. Metaconition and Cognition Monitoring: A New Area of Cognitive Developmental Inquiry. American Psychologist, 34(1979): 906-911.
- Gooya, Z. Influences of Metacognition-Based Teaching and Teaching via Problem Solving on Students' Beliefs about Mathematics and Mathematical Problem-Solving. The University of British Columbia. 1992.
- Guillford, J. P. and Hoepfer. The Analysis of Intelligence. New York: McGraw-Hill, 1997.
- Irwin, J. W. Teaching Reading Comprehension Processes. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1986.
- Jacob, J. E. and Paris, S. G. Children's Metacognition About Reading: Issue in Definition, Measurement, and Instruction. Educational Psychology. 22(1987): 255-278.
- Kennedy, L. M. and Tipps. Guiding Children' Learning of Mathematics. 7<sup>th</sup> ed. Belmont, California: Wadsworth Publishing Company, 1994.
- Kramaski, B., Mavarech, Z. R. and Arami, M. The Effects of Metacognitive Instruction on Solving Mathematical Authentic Tasks. Educational Studies in Mathematics. 49(2002): 225-250.
- Kramaski B. and Mevarech, Z.R. The Effects of Metacognitive Training Versus Worked-Out Examples on Students' Mathematical Reasoning. British Journal Of Educational Phychology, 73(2003A): 449-471.

- Kramaski B. and Mevarech, Z.R. Enhancing Mathematical Reasoning in the Classroom: The Effects of Cooperative Learning and Metacognitive Training. American Educational Research Journal, 40(2003B): 281-310.
- Krulik, S., and Rudnick, J. A. Reasoning and Problem-Solving: A Handbook for Elementary School Teacher. Boston: Allyn and Bacon, 1996.
- Lappan, G. and Schram, P. W. Communication and Reasoning: Critical Dimensions of Sense Making in Mathematics. New Directions for Elementary School Mathematics 1989 Yearbook. Reston Virginia: The National council of Teacher of Mathematics, 1989: 14-30.
- Leahey and Harris. Learning and Cognition. New Jersey: Prentice Hall, 1997.
- Livingston, J. A. Metacognition. [online].1997. Available from <http://gse.buffalo.edu/fas/shuell/cep564/metacog.htm> [2012, October 7]
- Montague, M. and Bos, C. The Effect of Cognitive Strategy Training on Verbal Math Problem Solving Performance of Learning Disabled Adolescents. Journal of Learning Disabilities. 19(1986): 26-33.
- Montague, M. and Bos, C. Cognitive and Metacognitive Characteristics of Eighth Grade Students' Mathematical Problem Solving. Journal of Learning Disabilities. 2(1990): 371-383.
- Montague, M. The Effects of Cognitive and Metacognitive Strategy Instruction on the Mathematical Problem Solving of Middle School Students with Learning Disabilities. Journal of Learning Disabilities. 25(1992): 230-248.
- Montague, M., Enders, C. and Dietz, S. Effects of Cognitive Strategy Instruction on Math Problem Solving of Middle School Students with Learning Disabilities. Journal of Learning Disabilities. (2011): 262-272.
- National Council of Teacher of Mathematics (NCTM). An Agenda for Action Recommendations for School Mathematics for the 1980s. The Center for the Study of Mathematics Curriculum, 1980.

- National Council of Teacher of Mathematics (NCTM). Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics. Reston, Virginia: National Council of Teacher of Mathematics, 1989.
- National Council of Teacher of Mathematics (NCTM). Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics, 2000.
- O' Neil, H. F. and Abedi, J. Reliability and Validity of a State Metacognition Inventory: Potential for Alternative Assessment. Journal of Educational Research. 89(1996): 234-245.
- Preatage, S. Aspects of Teaching Secondary Mathematics: Perspectives on Practice. London: Routledge Falmer, 2002.
- Rowan, T. E. and Morrow. Implementing K-8 Curriculum and Evaluation Standards from the Arithmetic Teacher. Massachusetts: Allyn and Bacon, 1993.
- Rojas, M. E. Enhancing the Learning of Probability through Developing students' Skills in Reading and Writing. Educational Doctoral Thesis. Columbia University Teachers College, 1992.
- Sheffield, L. J. and Cruikshank, D. E. Teaching and Learning Elementary and Middle School Mathematics. New York: John Wiley & Sons, 2005.
- Suzanne Lane et al. The Role Take and Holistic Scoring Rubrics: Assessing Students' Mathematical Reasoning and Communication. University of California: The National Council of Teachers of Mathematics, INC, 1996.
- Thomas, D. A. Children Teachers and Mathematics. Massachusetts: Allyn and Bacon, 1991.



ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

### รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

ผู้ทรงคุณวุฒิที่พิจารณาความตรงตามเนื้อหา ความเหมาะสมของข้อคำถาม ความเหมาะสมของสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีรายนามดังนี้

#### ผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

- |                             |   |
|-----------------------------|---|
| 1. อาจารย์ ดร.บุญญา แซ่หล่อ | อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์<br>คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัย<br>สงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี |
| 2. อาจารย์ ดร.ขวัญ เพ็ญชัย  | อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์<br>คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัย<br>ศรีนครินทรวิโรฒ               |
| 3. อาจารย์สถิตย์ ยังคง      | อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้<br>คณิตศาสตร์ โรงเรียนสตรีสมุทรปราการ                        |

#### ผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

- |  |   |
|--|---|
| 1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนิศจรา เลิศอมรพงษ์ | อาจารย์ประจำสาขาวิชาการสอน<br>คณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์<br>มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ |
| 2. อาจารย์ ดร.ณัชชา กมล                      | อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์<br>คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่             |
| 3. อาจารย์สกุล กังวาลไกล                     | อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้<br>คณิตศาสตร์ โรงเรียนสตรีสมุทรปราการ            |

ภาคผนวก ข

หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ และหนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย



ที่ ศธ 0512.6(2771)/56- 1365

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

29 มีนาคม 2556

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวชนิสรา เรืองนุ่น นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษา  
คณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของ  
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาที่มีต่อ  
ความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี  
อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้ใคร่ขอเชิญ อาจารย์ ดร.ณัชชา กมล เป็น  
ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ ดร.ณัชชา กมล เป็น  
ผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชินชนก โควินท์)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 608



ที่ ศธ 0512.6(2771)/56- 1366

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

29 มีนาคม 2556

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวชนิสรา เรืองนุ่น นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษา  
คณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของ  
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาที่มีต่อ  
ความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี  
อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้ใคร่ขอเชิญ อาจารย์ ดร.บุญญูญา แซ่หล่อ  
เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ ดร.บุญญูญา แซ่หล่อ  
เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชินชนก โควินท์)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 608



ที่ ศธ 0512.6(2771)/56- 1367

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

29 มีนาคม 2556

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวชนิสรา เรืองนุ่น นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษา  
คณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของ  
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาที่มีต่อ  
ความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี  
อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้ใคร่ขอเชิญ อาจารย์ ดร.ขวัญ เพี้ยซ้าย เป็น  
ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ ดร.ขวัญ เพี้ยซ้าย เป็น  
ผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สินชนก โควินท์)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 608



ที่ ศธ 0512.6(2771)/56- 1368

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

29 มีนาคม 2556

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวชนิสรา เรืองนุ่น นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษา  
คณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของ  
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาที่มีต่อ  
ความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี  
อาจารย์ ดร.จกกล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนิสวรา  
เลิศอมรพงษ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียด  
ต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนิสวรา  
เลิศอมรพงษ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชินชนก ไควินทร์)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 608





ที่ ศธ 0512.6(2771)/56- **1369**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

29 มีนาคม 2556

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสตรีศรีสมุทรปราการ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวชนิสรา เรืองนุ่น นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษา  
คณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของ  
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาที่มีต่อ  
ความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี  
อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้ใคร่ขอเชิญ อาจารย์สถิตย์ ยังคง เป็น  
ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์สถิตย์ ยังคง  
เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชินชนก โควินท์)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 608



ที่ ศธ 0512.6(2771)/56- 1370

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

29 มีนาคม 2556

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสตรีศรีสมุทรปราการ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวชนิสรา เรืองนุ่น นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษา  
คณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของ  
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาที่มีต่อ  
ความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี  
อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญ อาจารย์สฤกุล กังวานไกล เป็น  
ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์สฤกุล กังวานไกล เป็น  
ผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชินชนก โควินท์)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 608



ที่ ศธ 0512.6(2771)/56- 1371

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

29 มีนาคม 2556

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสตรีสมุทรปราการ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวชนิสรา เรืองนุ่น นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษา  
คณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของ  
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาที่มีต่อ  
ความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี  
อาจารย์ ดร.จงกมล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องขอเก็บรวบรวม  
ข้อมูลวิจัยด้วยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการ  
สื่อสารทางคณิตศาสตร์ กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียด  
ต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัย  
ดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชื่นชนก ไควินทร์)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 608



ที่ ศธ 0512.6(2771)/56-1372

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

29 มีนาคม 2556

เรื่อง ขอความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือ

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนนวมินทราชินูทิศ สอนกุหลาบวิทยาลัย สมุทรปราการ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวชนิสรา เรืองนุ่น นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษา  
คณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของ  
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาที่มีต่อ  
ความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี  
อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน เป็นอาจารย์ปรึกษา ในการนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องขอทดลองใช้เครื่องมือ  
ด้วยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทาง  
คณิตศาสตร์กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 (ฉบับก่อนเรียน) และนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 (ฉบับหลังเรียน)  
ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการทดลองใช้เครื่องมือ  
ดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชื่นชนก โควินท์)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 608

ภาคผนวก ค

โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และ  
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ตารางที่ 24 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์  
(ก่อนเรียน)

เนื้อหา	จำนวน ชั่วโมง	จำนวนข้อสอบวัดความสามารถใน การให้เหตุผลและการสื่อสารทาง คณิตศาสตร์	
		ข้อสอบ (ข้อ)	ใช้จริง (ข้อ)
1. โจทย์เกี่ยวกับทศนิยม	3	2	1
2. โจทย์เกี่ยวกับเศษส่วน	3	2	1
3. โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	6	4	3
รวม	12	8	5

ตารางที่ 25 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการให้  
เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน)

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ระดับพฤติกรรม				รวม (ข้อ)
		ความรู้ ความจำ	ความ เข้าใจ	การ นำไปใช้	การ วิเคราะห์	
1. โจทย์ เกี่ยวกับ ทศนิยม	1. นำความรู้เกี่ยวกับทศนิยม ไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้ 2. ตระหนักถึงความ สมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			2 ข้อ (ข้อที่ 1,2)		2
2. โจทย์ เกี่ยวกับ เศษส่วน	1. นำความรู้เกี่ยวกับเศษส่วน ไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้ 2. ตระหนักถึงความ สมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			2 ข้อ (ข้อที่ 3,4)		2
3. โจทย์ สมการเชิง เส้นตัวแปร เดียว	1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ 2. ตระหนักถึงความ สมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			4 ข้อ (ข้อที่ 5,6,7,8)		4
<b>รวม</b>						<b>8</b>

ตารางที่ 26 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์  
(หลังเรียน)

เนื้อหา	จำนวน ชั่วโมง	จำนวนข้อสอบวัดความสามารถใน การให้เหตุผลและการสื่อสารทาง คณิตศาสตร์	
		ข้อสอบ (ข้อ)	ใช้จริง (ข้อ)
1. การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วน	4	2	1
2. การประยุกต์เกี่ยวกับร้อยละ	5	2	1
3. การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ	7	4	3
รวม	16	8	5

ตารางที่ 27 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการให้  
เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน)

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ระดับพฤติกรรม				รวม (ข้อ)
		ความรู้ ความจำ	ความ เข้าใจ	การ นำไปใช้	การ วิเคราะห์	
1. การ ประยุกต์ เกี่ยวกับ อัตราส่วน	1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ อัตราส่วนได้ 2. ตระหนักถึงความ สมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			2 (ปัญหา 1,2)		2
2. การ ประยุกต์ เกี่ยวกับ ร้อยละ	1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อย ละได้ 2. ตระหนักถึงความ สมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			2 (ปัญหา 3,4)		2
3. การ ประยุกต์ เกี่ยวกับ อัตราส่วน และร้อยละ	1. ใช้อัตราส่วนและร้อยละ แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้ 2. ตระหนักถึงความ สมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			4 (ปัญหา 5,6,7,8)		4
<b>รวม</b>						8

### ภาคผนวก ง

- ผลการประเมินแบบทดสอบจากผู้เชี่ยวชาญ
- ผลการวิเคราะห์คุณภาพของเครื่องมือ



### ผลการประเมินแบบทดสอบจากผู้เชี่ยวชาญ

ระดับการประเมินความสอดคล้องเฉลี่ย ( $\bar{x}$ ) ของโครงสร้างแบบวัด

คะแนน  $IOC \geq 0.67$  หมายถึง ใช้ได้

ระดับการประเมินในความเหมาะสมเฉลี่ย ( $\bar{x}$ ) ของโครงสร้างแบบวัด

คะแนน 4.01 – 5.00 หมายถึง เหมาะสมมากที่สุด

คะแนน 3.01 – 4.00 หมายถึง เหมาะสมมาก

คะแนน 2.01 – 3.00 หมายถึง เหมาะสมปานกลาง

คะแนน 1.01 – 2.00 หมายถึง เหมาะสมน้อย

คะแนน 0.01 – 1.00 หมายถึง เหมาะสมน้อยที่สุด

โดยเกณฑ์ในการคัดเลือกแบบวัด คือ เลือกข้อสอบที่มีค่า  $IOC \geq 0.67$  และค่าความเหมาะสม 3.01 – 5.00

ตารางที่ 28 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม ( $\bar{x}$ ) ของโครงสร้างแบบวัด  
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

ตอนที่ 1 ประเมินความสอดคล้องของโครงสร้างแบบวัด								
ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7	ข้อ 8	
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	
ตอนที่ 2 ประเมินความเหมาะสมของโครงสร้างแบบวัด								
รายการประเมิน	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7	ข้อ 8
1. ความถูกต้องและความเหมาะสมของภาษาที่ใช้	4.00	4.33	4.33	4.00	4.00	4.00	4.33	4.33
2. ความชัดเจนของภาษาที่ใช้	4.33	4.33	4.33	4.33	4.00	4.00	4.33	4.33
3. ระดับภาษาที่ใช้กับระดับของผู้เรียน	4.00	4.33	4.33	4.33	4.33	4.33	4.33	4.33
4. ข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้	4.67	4.67	4.67	4.67	4.33	4.67	4.67	4.33
5. ข้อสอบกับเนื้อหาที่ใช้	4.00	4.67	4.67	4.67	4.33	4.67	4.67	4.67
6. ข้อสอบกับเวลาที่ใช้	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67
ค่าเฉลี่ยรวม	4.28	4.50	4.50	4.45	4.28	4.39	4.50	4.44

ตารางที่ 29 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม ( $\bar{x}$ ) ของโครงสร้างแบบวัด  
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

ตอนที่ 1 ประเมินความสอดคล้องของโครงสร้างแบบวัด								
ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7	ข้อ 8	
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	
ตอนที่ 2 ประเมินความเหมาะสมของโครงสร้างแบบวัด								
รายการประเมิน	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7	ข้อ 8
1. ความถูกต้องและความเหมาะสมของภาษาที่ใช้	4.67	4.67	4.67	4.67	4.33	4.33	4.00	4.67
2. ความชัดเจนของภาษาที่ใช้	4.67	4.67	4.67	4.67	4.33	4.33	4.00	4.67
3. ระดับภาษาที่ใช้กับระดับของผู้เรียน	4.33	4.67	4.67	4.67	4.67	4.33	4.00	4.67
4. ข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67	4.00	4.67
5. ข้อสอบกับเนื้อหาที่ใช้	4.00	4.67	4.67	4.67	4.33	4.33	4.33	4.67
6. ข้อสอบกับเวลาที่ใช้	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67
ค่าเฉลี่ยรวม	4.50	4.67	4.67	4.67	4.5	4.44	4.17	4.67

ตารางที่ 30 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม ( $\bar{x}$ ) ของโครงสร้างแบบวัด  
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

ตอนที่ 1 ประเมินความสอดคล้องของโครงสร้างแบบวัด								
ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7	ข้อ 8	
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	
ตอนที่ 2 ประเมินความเหมาะสมของโครงสร้างแบบวัด								
รายการประเมิน	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7	ข้อ 8
1. ความถูกต้องและความเหมาะสมของภาษาที่ใช้	3.67	4.33	4.33	4.33	4.67	4.00	4.67	4.67
2. ความชัดเจนของภาษาที่ใช้	3.67	4.33	4.33	4.33	4.67	4.00	4.67	4.67
3. ระดับภาษาที่ใช้กับระดับของผู้เรียน	4.33	4.33	4.67	4.67	4.67	4.33	4.67	4.67
4. ข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00
5. ข้อสอบกับเนื้อหาที่ใช้	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00
6. ข้อสอบกับเวลาที่ใช้	5.00	5.00	5.00	5.00	4.67	4.67	4.67	4.67
ค่าเฉลี่ยรวม	4.45	4.67	4.72	4.72	4.78	4.50	4.78	4.78

ตารางที่ 31 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม ( $\bar{x}$ ) ของโครงสร้างแบบวัด  
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

ตอนที่ 1 ประเมินความสอดคล้องของโครงสร้างแบบวัด								
ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7	ข้อ 8	
1.00	1.00	1.00	1.00	0.67	1.00	1.00	1.00	
ตอนที่ 2 ประเมินความเหมาะสมของโครงสร้างแบบวัด								
รายการประเมิน	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7	ข้อ 8
1. ความถูกต้องและความเหมาะสมของภาษาที่ใช้	4.33	4.67	4.67	5.00	4.33	4.67	4.33	5.00
2. ความชัดเจนของภาษาที่ใช้	4.33	5.00	4.67	5.00	4.33	4.67	4.33	4.67
3. ระดับภาษาที่ใช้กับระดับของผู้เรียน	4.33	5.00	4.67	5.00	4.33	4.67	4.33	4.67
4. ข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5.00	5.00	5.00	5.00	4.00	5.00	5.00	5.00
5. ข้อสอบกับเนื้อหาที่ใช้	5.00	5.00	5.00	5.00	4.00	5.00	5.00	5.00
6. ข้อสอบกับเวลาที่ใช้	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00
ค่าเฉลี่ยรวม	4.67	4.95	4.84	5.00	4.33	4.84	4.67	4.89

### ผลการวิเคราะห์คุณภาพของเครื่องมือ

มีเกณฑ์ในการคัดเลือกแบบวัด คือ เลือกข้อสอบที่มีค่าความยาก (P) 0.20 – 0.80 ค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป และค่าความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับ มีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป

**คุณภาพเครื่องมือแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน ตารางที่ 32** แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน จำนวน 8 ข้อ

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยงของข้อสอบ ทั้งฉบับ
1	0.54	0.38	0.68
2*	0.63	0.63	
3*	0.59	0.65	
4	0.86	0.27	
5*	0.64	0.52	
6*	0.57	0.60	
7	0.83	0.25	
8*	0.58	0.71	

\* ข้อสอบที่ผ่านเกณฑ์

**ตารางที่ 33** แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน จำนวน 5 ข้อ (นำไปใช้จริง)

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยงของข้อสอบ ทั้งฉบับ
1	0.64	0.56	0.61
2	0.58	0.71	
3	0.59	0.58	
4	0.59	0.69	
5	0.61	0.78	

คุณภาพเครื่องมือแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน  
 ตารางที่ 34 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถ  
 ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน จำนวน 8 ข้อ

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยงของข้อสอบ ทั้งฉบับ
1	0.77	0.38	0.69
2*	0.66	0.60	
3	0.59	0.69	
4*	0.68	0.60	
5*	0.60	0.63	
6*	0.57	0.77	
7	0.11	0.19	
8*	0.61	0.48	

\* ข้อสอบที่ผ่านเกณฑ์

ตารางที่ 35 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถ  
 ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน จำนวน 5 ข้อ (นำไปใช้จริง)

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยงของข้อสอบ ทั้งฉบับ
1	0.66	0.60	0.62
2	0.59	0.69	
3	0.59	0.60	
4	0.57	0.77	
5	0.64	0.52	

คุณภาพเครื่องมือแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน  
 ตารางที่ 36 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถ  
 ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน จำนวน 8 ข้อ

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยงของข้อสอบ ทั้งฉบับ
1*	0.61	0.75	0.83
2	0.72	0.56	
3	0.76	0.46	
4*	0.61	0.69	
5*	0.68	0.61	
6	0.73	0.54	
7*	0.49	0.71	
8*	0.51	0.43	

\* ข้อสอบที่ผ่านเกณฑ์

ตารางที่ 37 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถ  
 ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน จำนวน 5 ข้อ (นำไปใช้จริง)

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยงของข้อสอบ ทั้งฉบับ
1	0.60	0.72	0.80
2	0.61	0.69	
3	0.68	0.61	
4	0.51	0.75	
5	0.53	0.47	



คุณภาพเครื่องมือแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน  
 ตารางที่ 38 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถ  
 ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน จำนวน 8 ข้อ

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยงของข้อสอบ ทั้งฉบับ
1	0.69	0.38	0.67
2*	0.53	0.67	
3*	0.60	0.69	
4	0.19	0.21	
5*	0.59	0.63	
6	0.72	0.39	
7*	0.49	0.50	
8*	0.40	0.49	

\* ข้อสอบที่ผ่านเกณฑ์

ตารางที่ 39 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถ  
 ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน จำนวน 5 ข้อ (นำไปใช้จริง)

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยงของข้อสอบ ทั้งฉบับ
1	0.56	0.72	0.66
2	0.63	0.75	
3	0.60	0.64	
4	0.50	0.53	
5	0.42	0.53	

ภาคผนวก จ

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

### ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

ชื่อ ..... ชั้น ..... เลขที่ .....

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการหาคำตอบอย่างละเอียด

1. เจ๊ียบไปตลาดต้องการซื้อผ้าและลูกไม้มาตัดเสื้อ พบร้านขายผ้า 2 ร้าน โดยติดราคาขายไว้ ดังนี้
- ร้านที่ 1** ขายผ้าเมตรละ 45.50 บาท และขายลูกไม้เมตรละ 10 บาท
  - ร้านที่ 2** ขายผ้าเมตรละ 44 บาท และขายลูกไม้เมตรละ 11.50 บาท
- หากเจ๊ียบต้องการซื้อผ้า 10 เมตร และลูกไม้ 5 เมตร โดยเจ๊ียบต้องเลือกซื้อผ้า



และลูกไม้ร้านใดร้านหนึ่งเท่านั้น ดังนั้น เจ๊ียบจึงเลือกซื้อผ้าและลูกไม้จากร้านที่ 1 เพราะคิดว่าเมื่อรวมราคาของผ้าและลูกไม้แล้วถูกกว่าร้านที่ 2 นักเรียนคิดว่า เจ๊ียบตัดสินใจได้ถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด

**แนวคิดในการหาคำตอบ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. นักวิทยาศาสตร์ท่านหนึ่งส่องกล้องจุลทรรศน์ เพื่อศึกษาการขยายพันธุ์ของแบคทีเรีย 2 ชนิด พบว่า

แบคทีเรียชนิด A	แบคทีเรียชนิด B
เริ่มต้น มีจำนวนแบคทีเรีย 2 ตัว	เริ่มต้น มีจำนวนแบคทีเรีย 3 ตัว
เวลาผ่านไป 1 ชั่วโมงมีจำนวนแบคทีเรีย 4 ตัว	เวลาผ่านไป 1 ชั่วโมงมีจำนวนแบคทีเรีย 5 ตัว
เวลาผ่านไป 2 ชั่วโมงมีจำนวนแบคทีเรีย 8 ตัว	เวลาผ่านไป 2 ชั่วโมงมีจำนวนแบคทีเรีย 7 ตัว
เวลาผ่านไป 3 ชั่วโมงมีจำนวนแบคทีเรีย 16 ตัว	เวลาผ่านไป 3 ชั่วโมงมีจำนวนแบคทีเรีย 9 ตัว



หากการเพิ่มจำนวนแบคทีเรียมีรูปแบบตามลักษณะข้างต้น ถ้า ณ เวลาหนึ่งแบคทีเรียชนิด A มีจำนวนแบคทีเรีย 64 ตัว และแบคทีเรีย B มีจำนวน 21 ตัว

ถ้านักวิทยาศาสตร์ท่านนี้สรุปว่า แบคทีเรียชนิด B ใช้เวลาในการขยายพันธุ์มากกว่าแบคทีเรียชนิด A นักเรียนคิดว่า นักวิทยาศาสตร์ท่านนี้กล่าวถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด

#### แนวคิดในการหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



4. รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านยาว  $4x + 15$  เซนติเมตร  $5x + 6$  เซนติเมตร และ  $6x - 8$  เซนติเมตร เมื่อวัดความยาวรอบรูปสามเหลี่ยมมีความยาวเป็น 148 เซนติเมตร ถ้าหากกล่าวว่า รูปสามเหลี่ยมนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า นักเรียนคิดว่ากล่าวถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด



**แนวคิดในการหาคำตอบ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



**ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์  
ฉบับหลังเรียน**

ชื่อ ..... ชั้น ..... เลขที่ .....

---

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการหาคำตอบอย่างละเอียด

1. กานดาต้องการซื้อมะม่วงเพื่อนำมาขาย จึงขับรถไปที่สวนมะม่วงพบว่า

**สวนที่ 1** ขายมะม่วงในราคา 4 กิโลกรัม ราคา 75 บาท

**สวนที่ 2** ขายมะม่วงในราคา 5 กิโลกรัม ราคา 90 บาท



โดยทั้งสองสวนมีโปรโมชั่นเหมือนกัน คือ ถ้าซื้อครบทุกๆ 20 กิโลกรัม จะแถมมะม่วงให้อีก 1 กิโลกรัม กานดามีเงิน 900 บาท กานดาจึงเลือกซื้อมะม่วงจากสวนที่ 2 เพราะคิดว่าจะได้มะม่วงมากกว่าสวนที่ 1 นักเรียนคิดว่า กานดาตัดสินใจถูกหรือไม่ เพราะเหตุใด

**แนวคิดในการหาคำตอบ**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



2. แก้วเปิดร้านขายเสื้อผ้า มีเสื้อผ้ายี่ห้อหนึ่งที่แก้วตั้งราคาไว้สูงกว่าทุน 15% เมื่อมีผู้มาซื้อจะลดให้ 10% ส่วนส้มเปิดร้านขายเสื้อผ้าเช่นเดียวกับแก้ว และเสื้อผ้ายี่ห้อเดียวกัน ส้มตั้งราคาไว้สูงกว่าทุน 12% เมื่อมีผู้ซื้อจะลดให้ 7% หากส้มคิดว่าร้านของส้มขายเสื้อผ้ายี่ห้อนี้ได้กำไรมากกว่าร้านของแก้ว นักเรียนคิดว่า ส้มคิดถูกหรือไม่ เพราะเหตุใด



**แนวคิดในการหาคำตอบ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

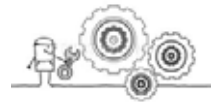


4. ในช่วงปิดเทอม ครอบครัวของนักเรียนจะไปเที่ยวจังหวัดเชียงใหม่ คุณพ่อจึงการตรวจสอบรถยนต์พบว่า ต้องเปลี่ยนระบบเกียร์ใหม่ให้มีอัตราทดเกียร์ในช่วง 1.5 – 2.5 จากการสำรวจศูนย์รถยนต์พบว่า

**ศูนย์รถยนต์ที่ 1** ใช้จำนวนเฟืองตาม 40 ซี่ และจำนวนเฟืองขับ 25 ซี่ คิดค่าบริการอัตราทดเกียร์ละ 300 บาท

**ศูนย์รถยนต์ที่ 2** ใช้จำนวนเฟืองตาม 45 ซี่ และจำนวนเฟืองขับ 20 ซี่ คิดค่าบริการอัตราทดเกียร์ละ 200 บาท

ถ้าคุณพ่อเลือกใช้บริการศูนย์รถยนต์ที่ 1 เพราะคิดว่าจะเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด นักเรียนคิดว่า คุณพ่อตัดสินใจถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด



### แนวคิดในการหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์  
ฉบับก่อนเรียน

ชื่อ ..... ชั้น ..... เลขที่ .....

---

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบอย่างละเอียด

1. กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 35.5 เซนติเมตร ยาว 50 เซนติเมตร ถ้าตัดกระดาษออกหนึ่งมุมเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความกว้าง 5.5 เซนติเมตร และความยาว 12 เซนติเมตร กระดาษที่เหลือจะมีพื้นที่เท่าไร



**วิธีทำ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2. สวนแห่งหนึ่งปลูกส้มไว้ทั้งหมด 1,000 ต้น โดยปลูกส้มเขียวหวาน  $\frac{2}{5}$  ของส้มทั้งหมด ที่เหลือ

เป็นส้มแป้น ต่อมาเกิดน้ำท่วมทำให้  $\frac{1}{4}$  ของส้มเขียวหวานและ  $\frac{3}{8}$  ของส้มแป้นยืนต้น



ตาย จงหาว่าจำนวนส้มที่ยืนต้นตายมีจำนวนทั้งหมดกี่ต้น

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



4. วุ้นเส้นมีเหรียญอยู่จำนวนหนึ่งในกระเป๋า เมื่อนำออกมานับพบว่า มีจำนวนเหรียญห้าบาทมากกว่าจำนวนเหรียญสิบบาทอยู่ 10 เหรียญ ถ้าวุ้นเส้นนับเงินได้ทั้งหมด 350 บาท จงหาว่าวุ้นเส้นมีเหรียญห้าบาทและเหรียญสิบบาทอย่างละกี่เหรียญ



### วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์  
ฉบับหลังเรียน

ชื่อ ..... ชั้น ..... เลขที่ .....

---

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบอย่างละเอียด

1. ลุงพรเลี้ยงไก่และเป็ดไว้จำนวนหนึ่ง โดยมีอัตราส่วนของจำนวนไก่ต่อจำนวนเป็ดเป็น 8 : 3 ถ้าลุงพรจับไก่ไปขาย 200 ตัว และซื้อเป็ดมาเพิ่ม 400 ตัว จะทำให้อัตราส่วนของจำนวนไก่ต่อจำนวนเป็ดเป็น 7 : 5 จงหาว่าเดิมลุงพรเลี้ยงไก่และเป็ดรวมกันทั้งหมดกี่ตัว



**วิธีทำ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2. ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่งประกาศลดราคาสินค้าทุกชนิด เครื่องซักผ้าเครื่องหนึ่งปิดราคาไว้ 13,000 บาท และประกาศลดราคา 10% จากราคาป้าย แต่ราคานี้ยังไม่รวมภาษีมูลค่าเพิ่ม ถ้าซื้อ จะต้องเสียภาษีมูลค่าเพิ่ม 7% จากราคาซื้อ อยากทราบว่า ถ้าซื้อเครื่องซักผ้า เครื่องนี้จะต้องจ่ายเงินทั้งหมดเท่าไร



**วิธีทำ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. ศิลปินมีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีพื้นที่ 64 ตารางเมตร มีความสูง 6 เมตร ถ้าต้องการสร้างแบบจำลองของศิลปินให้มีความสูง 15 เซนติเมตร จงหาว่าฐานของศิลปินจำลองนี้มีความยาวด้านละกี่เซนติเมตร



วิธีทำ

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



ภาคผนวก จ

ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค 22201 ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2  
 วันที่สอน \_\_\_\_\_ เวลา \_\_\_\_\_ ระยะเวลา 1 คาบ (50 นาที)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ  
 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วน

#### มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

- ค 1.1 ม 2/4 ใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละในการแก้โจทย์ปัญหา
- ค 6.1 ม 2/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆได้อย่างเหมาะสม
- ค 6.1 ม 2/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม
- ค 6.1 ม 2/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. อธิบายวิธีการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ

1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนได้ถูกต้อง
2. ใช้ภาษา สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ประกอบการอธิบายและนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาได้

3. ให้เหตุผลที่แสดงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบได้

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ เพื่อให้นักเรียน

1. มีส่วนร่วมในการตอบคำถามในชั้นเรียน
2. มีความรับผิดชอบในการทำงาน
3. มีความละเอียดรอบคอบในการทำงาน



## สาระสำคัญ

**อัตราส่วน (Ratio)** คือ การเปรียบเทียบของสิ่งหนึ่งต่อของอีกสิ่งหนึ่งที่มีหน่วยเดียวกันหรือต่างหน่วยกัน เช่น นายปรีชาสูง 170 เซนติเมตร และนายสุชาติสูง 180 เซนติเมตร ดังนั้น อัตราส่วนของความสูงของนายปรีชาต่อความสูงของนายสุชาติ เขียนได้เป็น 170 : 180

ซึ่งจำนวนที่ปรากฏอยู่ในอัตราส่วนไม่จำเป็นต้องแสดงปริมาณที่แท้จริงของสิ่งทีนำมาเปรียบเทียบเสมอไป เช่น อัตราส่วนของจำนวนแป้งต่อจำนวนน้ำตาล เป็น 2 : 3 อัตราส่วนนี้ไม่จำเป็นต้องหมายความว่า มีจำนวนแป้ง 2 ช้อนโต๊ะ และจำนวนน้ำตาล 3 ช้อนโต๊ะ แต่อาจหมายถึงจำนวนแป้งและจำนวนน้ำตาลในแบบอื่น เช่น

ถ้ามีจำนวนแป้ง 1 ช้อนโต๊ะ จะมีจำนวนน้ำตาล 1.5 ช้อนโต๊ะ

ถ้ามีจำนวนแป้ง 10 ช้อนโต๊ะ จะมีจำนวนน้ำตาล 15 ช้อนโต๊ะ

ดังนั้น อัตราส่วนของจำนวนแป้งต่อจำนวนน้ำตาลอาจเขียนเป็นอัตราส่วนที่เท่ากับ 2 : 3 ซึ่งหาได้โดยใช้หลักการคูณ หรือหลักการหาร

$$2:3 = \frac{2}{2} : \frac{3}{2} = 1:1.5 \text{ หรือ}$$

$$2:3 = 2 \times 5 : 3 \times 5 = 10:15$$

จากอัตราส่วนข้างต้น จะเห็นว่า จำนวนแป้งต่อจำนวนน้ำตาลจะอยู่ในรูป  $2x : 3x$  เมื่อ  $x$  แทนจำนวนเต็มบวก

## วิธีการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน

1. อ่านและทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา โดยการถอดความให้เป็นภาษาของตนเอง
2. นำข้อมูลที่ได้มาเขียนแผนภาพเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่จะนำไปสู่การแก้ปัญหา
3. กำหนดตัวแปรแทนจำนวนที่ต้องการหา และเขียนสัดส่วนแสดงการเท่ากันของอัตราส่วนใหม่เทียบกับอัตราส่วนที่กำหนดให้ โดยสิ่งที่เปรียบเทียบกันจะอยู่ในอัตราส่วนลำดับเดียวกัน
4. แก้สมการหาค่าตัวแปร
5. ตรวจสอบคำตอบ

### สาระการเรียนรู้

ตัวอย่างที่ 3.1 (หนังสือเรียนหน้าที่ 86 ข้อที่ 1.2) จงหาค่าของ  $x$  ในสัดส่วน  $\frac{4x}{x+1} = \frac{10}{3}$

วิธีทำ เนื่องจาก  $\frac{4x}{x+1} = \frac{10}{3}$   
 จากผลคูณไขว้ จะได้  $12x = 10(x+1)$   
 $12x = 10x + 10$   
 $2x = 10$   
 $x = 5$   
 นั่นคือ ค่าของ  $x$  เป็น 5

ตอบ 5

### ตรวจสอบคำตอบ

แทนค่า  $x$  ด้วย 5

$$\frac{4x}{x+1} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{4(5)}{5+1} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{20}{6} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{10}{3} = \frac{10}{3}$$

ตัวอย่างที่ 3.2 อัตราส่วนของจำนวนปลาต่อจำนวนไก่เป็น 2 : 3 ต่อมาปลาตายไป 3 ตัว และไก่ตายไป 8 ตัว ทำให้อัตราส่วนของจำนวนปลาที่เหลือต่อจำนวนไก่ที่เหลือเป็น 3 : 4 อยากทราบว่าเดิมมีปลาและไก่อย่างละกี่ตัว

วิธีทำ อัตราส่วนของจำนวนปลาต่อจำนวนไก่เป็น 2 : 3

ให้จำนวนปลา  $2x$  ตัว เมื่อ  $x$  เป็นจำนวนเต็มบวก

จำนวนไก่เป็น  $3x$  ตัว

ต่อมาปลาตายไป 3 ตัว และไก่ตายไป 8 ตัว

เหลือปลาจำนวน  $2x - 3$  ตัว

เหลือไก่จำนวน  $3x - 8$  ตัว

ทำให้อัตราส่วนของจำนวนปลาที่เหลือต่อจำนวนไก่ที่เหลือเป็น 3 : 4

เขียนเป็นสัดส่วนได้ ดังนี้

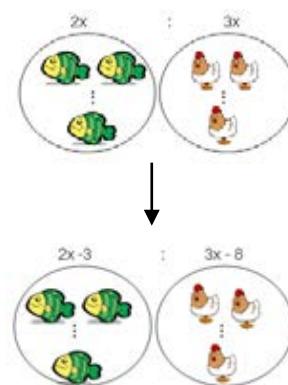
$$\frac{2x-3}{3x-8} = \frac{3}{4}$$

$$4(2x-3) = 3(3x-8)$$

$$8x-12 = 9x-24$$

$$x = 12$$

ดังนั้น เดิมมีปลาจำนวน =  $2x = 2(12) = 24$  ตัว



$$\text{เดิมมีไก่จำนวน} = 3x = 3(12) = 36 \text{ ตัว}$$

### ตรวจสอบคำตอบ

แทนค่า  $x$  ด้วย 12

$$\begin{aligned} \frac{2x-3}{3x-8} &= \frac{3}{4} \\ \frac{2(12)-3}{3(12)-8} &= \frac{3}{4} \\ \frac{21}{28} &= \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

**ตอบ** เดิมมีปลาจำนวน 24 ตัว และมีไก่จำนวน 36 ตัว

**ตัวอย่างที่ 3.3** พ่อค้ามีส้มและมะม่วงอยู่จำนวนหนึ่ง อัตราส่วนของน้ำหนักส้มต่อน้ำหนักมะม่วงเป็น 3 : 2 ต่อมาส้มเน่าไป 30 กิโลกรัม ทำให้ปัจจุบันอัตราส่วนของน้ำหนักส้มต่อน้ำหนักมะม่วงเป็น 9 : 10 ถ้าพ่อค้ากล่าวว่า ปัจจุบันพ่อค้ามีมะม่วงและส้มรวมกันได้ 100 กิโลกรัม นักเรียนคิดว่าพ่อค้ากล่าวถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด

**วิธีทำ** อัตราส่วนของน้ำหนักส้มต่อน้ำหนักมะม่วงเป็น 3 : 2

ให้เดิมส้มหนัก  $3x$  กิโลกรัม เมื่อ  $x$  เป็นจำนวนเต็มบวก

เดิมมะม่วงหนัก  $2x$  กิโลกรัม

ต่อมาส้มเน่าไป 30 กิโลกรัม

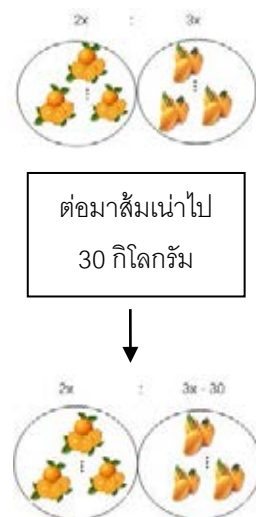
เหลือส้ม  $3x - 30$  กิโลกรัม

เหลือมะม่วง  $2x$  กิโลกรัม

ทำให้ปัจจุบันอัตราส่วนของน้ำหนักส้มต่อน้ำหนักมะม่วงเป็น 9 : 10

เขียนเป็นสัดส่วนได้ ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{3x-30}{2x} &= \frac{9}{10} \\ 10(3x-30) &= 9(2x) \\ 30x-300 &= 18x \\ 12x &= 300 \\ x &= 25 \end{aligned}$$



จะได้ว่าเหลือส้ม  $3x - 30 = 3(25) - 30 = 45$  กิโลกรัม

เหลือมะม่วง  $2x = 2(25) = 50$  กิโลกรัม

### ตรวจสอบคำตอบ

แทนค่า  $x$  ด้วย 25

$$\begin{array}{r} \frac{3x-30}{2x} \\ \frac{3(25)-30}{2(25)} \\ \frac{45}{50} \\ \frac{9}{10} \end{array} = \frac{9}{10}$$

จากการคำนวณข้างต้นจะเห็นได้ว่า ปัจจุบันพ่อค้ามีส้มและมะม่วงรวมกันได้  $45 + 50 = 95$  กิโลกรัม ดังนั้น จากโจทย์ที่กล่าวว่า ปัจจุบันพ่อค้ามีมะม่วงและส้มรวมกันได้ 100 กิโลกรัม จึงไม่ถูกต้อง

**ตอบ** พ่อค้ากล่าวไม่ถูกต้อง เพราะปัจจุบันพ่อค้ามีส้มและมะม่วงรวมกันได้ 95 กิโลกรัม

**ตัวอย่างที่ 3.4** (หนังสือเรียนหน้าที่ 86 ข้อที่ 5) แม่ค้าซื้อมะกรูดและมะนาวมาขายโดยมีอัตราส่วนของจำนวนมะกรูดและจำนวนมะนาวที่ซื้อมาเป็น 3 : 4

1) เมื่อขายมะกรูดไป 100 ผล ขายมะนาวไป 60 ผล ปรากฏว่าเหลือมะกรูดและมะนาวเป็นอัตราส่วน 1 : 2 จงหาว่าแม่ค้าซื้อมะกรูดและมะนาวมาขายอย่างละกี่ผล

2) ถ้าแม่ค้าขายมะนาวไป 40 ผล โดยที่ยังไม่ได้ขายมะกรูด อัตราส่วนของจำนวนมะกรูดต่อจำนวนมะนาวที่เหลือเป็นเท่าไร

**วิธีทำ** 1) อัตราส่วนของจำนวนมะกรูดและจำนวนมะนาวที่ซื้อมาเป็น 3 : 4

ให้เดิมแม่ค้าซื้อมะกรูดมา  $3x$  ผล เมื่อ  $x$  เป็นจำนวนเต็มบวก

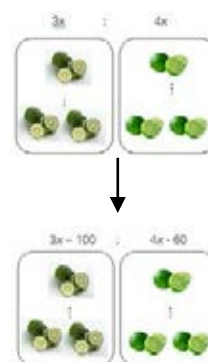
เดิมแม่ค้าซื้อมะนาวมา  $4x$  ผล

เมื่อขายมะกรูดไป 100 ผล ขายมะนาวไป 60 ผล

เหลือมะกรูด  $3x - 100$  ผล

เหลือมะนาว  $4x - 60$  ผล

ทำให้เหลือมะกรูดและมะนาวเป็นอัตราส่วน 1 : 2



เขียนเป็นสัดส่วนได้ ดังนี้

$$\begin{aligned}\frac{3x-100}{4x-60} &= \frac{1}{2} \\ 2(3x-100) &= 4x-60 \\ 6x-200 &= 4x-60 \\ 2x &= 140 \\ x &= 70\end{aligned}$$

จะได้ว่า เดิมแม่ค้าซื้อมะกรูดมาขายจำนวน  $3x = 3(70) = 120$  ผล

และซื้อมะนาวมาขายจำนวน  $4x = 4(70) = 280$  ผล

### ตรวจสอบคำตอบ

แทนค่า  $x$  ด้วย 70

$$\begin{aligned}\frac{3x-100}{4x-60} &= \frac{1}{2} \\ \frac{3(70)-100}{4(70)-60} &= \frac{1}{2} \\ \frac{110}{220} &= \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

ตอบ เดิมแม่ค้าซื้อมะกรูดมา 120 ผล และซื้อมะนาวมา 280 ผล

2) เนื่องจากเดิมแม่ค้ามีมะกรูด 210 ผล และมีมะนาว 280 ผล

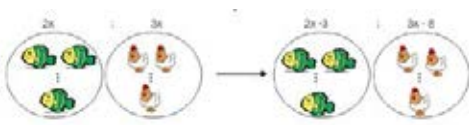
ถ้าขายมะนาวไป 40 ผล จะเหลือมะนาว  $280 - 40 = 240$  ผล

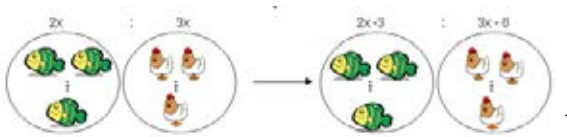
ดังนั้น อัตราส่วนของจำนวนมะกรูดต่อจำนวนมะนาวที่เหลือเป็น  $210 : 240 = 7 : 8$

ตอบ อัตราส่วนของจำนวนมะกรูดต่อจำนวนมะนาวที่เหลือเป็น  $7 : 8$

### กิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<b>ขั้นเตรียมความพร้อม</b>	
1. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนเรื่อง อัตราส่วน โดยวิธีการสุ่มเรียกนักเรียน และครูยกตัวอย่างว่า นายปรีชาสูง 170 เซนติเมตร และนายสุชาติสูง 180 เซนติเมตร เราสามารถเขียนอัตราส่วนได้เป็น $170 : 180$	

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>2. ครูยกตัวอย่างว่า อัตราส่วนของจำนวนแป้งต่อจำนวนน้ำตาลเป็น 2 : 3 จากนั้นครูถามคำถามและยกตัวอย่างประกอบจนนักเรียนได้คำตอบว่าอัตราส่วนนี้ไม่ได้หมายความว่า มีแป้งอยู่ 2 ช้อนโต๊ะ และมีน้ำตาลอยู่ 3 ช้อนโต๊ะ เสมอไป แต่อาจหมายถึงจำนวนอื่นก็ได้ ซึ่งสามารถเขียนได้เป็น <math>2x : 3x</math> เมื่อ <math>x</math> แทนจำนวนเต็มบวก</p> <p>3. ครูยกตัวอย่างที่ 3.1 ใช้การถาม-ตอบประกอบการแสดงวิธีทำ เพื่อให้นักเรียนมีความพร้อมและพื้นฐานเพียงพอสำหรับการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน</p>	
<p><b>ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นอ่านปัญหา (Read the Problem)</b></p> <p>1. ครูยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาจากใบกิจกรรมที่ 3.1 ข้อ 1 และให้นักเรียนร่วมกันตอบเกี่ยวกับขั้นตอนแรกที่ต้องทำในการแก้โจทย์ปัญหา จากนั้นครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนในการอ่านโจทย์ปัญหา <b>ขั้นถอดความปัญหา (Paraphrase the Problem)</b></p> <p>2. ครูใช้วิธีการสุ่มเรียกนักเรียน เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนหาประโยคที่สำคัญในโจทย์ปัญหา หรือถอดความปัญหาให้เป็นภาษาของตนเอง จากนั้นใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนตรวจสอบข้อมูลที่ได้จากการถอดความปัญหา โดยใช้คำถาม ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนคิดว่ายังมีข้อมูลอื่นที่สำคัญนอกเหนือจากที่นักเรียนได้บอกหรือเขียนไปแล้วหรือไม่ ถ้ามีคืออะไร</li> </ul> <p>[ - สิ่ง โจทย์กำหนดให้ คือ อัตราส่วนของจำนวนปลาต่อจำนวนไก่เป็น 2 : 3 ต่อมาปลาตายไป 3 ตัว และไก่ตายไป 8 ตัว ทำให้อัตราส่วนของจำนวนปลาที่เหลือต่อจำนวนไก่ที่เหลือเป็น 3 : 4</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- สิ่งที่ต้องหา คือ เดิมมีปลาและไก่อย่างละกี่ตัว ]</li> </ul> <p><b>ขั้นเขียนแผนภาพของปัญหา (Draw the Problem)</b></p>	<p><b>ขั้นสอน</b></p> <p>1. ครูยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาจากใบกิจกรรมที่ 3.1 ข้อ 1 แล้วใช้การอธิบายถาม ตอบ เพื่อให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา โดยให้นักเรียนช่วยกันระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไร สิ่ง โจทย์ต้องการหาคืออะไร ซึ่งครูจะใช้การเขียนแผนภาพแทนปัญหาประกอบการเขียนให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น</p> <p>[ - สิ่ง โจทย์กำหนดให้ คือ อัตราส่วนของจำนวนปลาต่อจำนวนไก่เป็น 2 : 3 ต่อมาปลาตายไป 3 ตัว และไก่ตายไป 8 ตัว ทำให้อัตราส่วนของจำนวนปลาที่เหลือต่อจำนวนไก่ที่เหลือเป็น 3 : 4</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- สิ่งที่ต้องหา คือ เดิมมีปลาและไก่อย่างละกี่ตัว</li> <li>- เขียนแผนภาพได้เป็น</li> </ul>  <p>2. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับการแก้ปัญหารวมถึงแลกเปลี่ยน</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>3. ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนช่วยกันเขียนแผนภาพที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา หรือการหาคำตอบของปัญหานั้น จากนั้นให้นักเรียนตรวจสอบว่า แผนภาพที่นักเรียนเขียนขึ้นครอบคลุมปัญหาแล้วหรือไม่</p> <p>[  ]</p> <p><b>ขั้นตอนแบบแผนการแก้ปัญหา (Create a Plan to Solve the Problem)</b></p> <p>4. ครูให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นในการออกแบบแผนการแก้ปัญหา โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนนำข้อมูลหรือสิ่งที่ได้จากขั้นตอนก่อนหน้ามาออกแบบลำดับขั้นตอนและเลือกใช้กลยุทธ์ที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา จากนั้นครูใช้คำถามให้นักเรียนตรวจสอบว่า ขั้นตอนที่นักเรียนคิดไว้นั้นมีความเหมาะสมและสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาได้จริงไหม</p> <p>[ จากข้อมูลในข้อที่ 3. กำหนดตัวแปรที่สัมพันธ์กับเงื่อนไขของโจทย์</p> <p>อัตราส่วนของจำนวนปลาต่อจำนวนไก่เป็น 2 : 3</p> <p>ให้จำนวนปลา <math>2x</math> ตัว เมื่อ <math>x</math> เป็นจำนวนเต็มบวก</p> <p>จำนวนไก่เป็น <math>3x</math> ตัว</p> <p>จากนั้นพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลสร้างเป็นสมการ ต่อมาปลาตายไป 3 ตัว และไก่ตายไป 8 ตัว</p> <p>เหลือปลาจำนวน <math>2x - 3</math> ตัว</p> <p>เหลือไก่จำนวน <math>3x - 8</math> ตัว</p>	<p>แนวคิด และหาข้อสรุปร่วมกันเกี่ยวกับแผนที่จะใช้ในการแก้ปัญหา ในระหว่างนี้ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยและกระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม</p> <p>[ อัตราส่วนของจำนวนปลาต่อจำนวนไก่เป็น 2 : 3</p> <p>ให้จำนวนปลา <math>2x</math> ตัว เมื่อ <math>x</math> เป็นจำนวนเต็มบวก</p> <p>จำนวนไก่เป็น <math>3x</math> ตัว</p> <p>ต่อมาปลาตายไป 3 ตัว และไก่ตายไป 8 ตัว</p> <p>เหลือปลาจำนวน <math>2x - 3</math> ตัว</p> <p>เหลือไก่จำนวน <math>3x - 8</math> ตัว</p> <p>ทำให้อัตราส่วนของจำนวนปลาที่เหลือต่อจำนวนไก่ที่เหลือเป็น 3 : 4 เขียนเป็นสัดส่วนได้ ดังนี้</p> $\frac{2x-3}{3x-8} = \frac{3}{4} ]$ <p>3. ครูสุ่มเรียกถามนักเรียนเกี่ยวกับแผนที่ยาวไว้ จากนั้นใช้การถาม - ตอบประกอบการแสดงวิธีการหาคำตอบตามแผนดังกล่าวจนกระทั่งได้คำตอบ</p> $\begin{aligned} [ \frac{2x-3}{3x-8} &= \frac{3}{4} \\ 4(2x-3) &= 3(3x-8) \\ 8x-12 &= 9x-24 \\ x &= 12 \end{aligned}$

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>ทำให้อัตราส่วนของจำนวนปลาที่เหลือต่อจำนวนไก่ที่เหลือเป็น 3 : 4 เขียนเป็นสัดส่วนได้ ดังนี้</p> $\frac{2x-3}{3x-8} = \frac{3}{4}$ <p>และดำเนินการคำนวณหาคำตอบ ]</p> <p><b>ขั้นคาดเดา ประมาณการคำตอบ (Predict/ Estimate the Answer)</b></p> <p>5. ครูสุ่มเรียกนักเรียน เพื่อให้ให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากข้อ 4. มาใช้ในการคาดเดาและประมาณการคำตอบ เพื่อให้นักเรียนอธิบายเกี่ยวกับวิธีการในการประมาณการคำตอบ แล้วใช้คำถามกระตุ้นอีกครั้ง เพื่อให้นักเรียนตรวจสอบว่ายังมีข้อมูลอื่นที่จะช่วยในการประมาณคำตอบได้ดีกว่านี้หรือไม่</p> <p>[ ใช้ข้อมูลจากสมการ คำตอบที่ได้น่าจะประมาณ 10 ตัว ประมาณโดยนำตัวเลขไปแทนแล้วคิดเลขในใจ]</p> <p><b>ขั้นคำนวณคำตอบ (Compute the Answer)</b></p> <p>6. ครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาจนกระทั่งได้คำตอบ จากนั้นให้นักเรียนตรวจสอบแต่ละขั้นตอนของการดำเนินการในการหาคำตอบของปัญหา แล้วเปรียบเทียบคำตอบที่คำนวณได้จริงกับคำตอบที่ประมาณไว้ โดยครูจะใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนตรวจสอบสิ่งที่คำนวณอีกครั้ง</p> $\begin{aligned} \left[ \frac{2x-3}{3x-8} &= \frac{3}{4} \right. \\ 4(2x-3) &= 3(3x-8) \\ 8x-12 &= 9x-24 \\ x &= 12 \end{aligned}$ <p>ดังนั้น เดิมมีปลาจำนวน = <math>2x = 2(12) = 24</math> ตัว</p>	<p>ดังนั้น เดิมมีปลาจำนวน = <math>2x</math>  <math>= 2(12) = 24</math> ตัว</p> <p>เดิมมีไก่จำนวน = <math>3x</math>  <math>= 3(12) = 36</math> ตัว ]</p> <p>4. ครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบคำตอบว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องและสมเหตุสมผลหรือไม่ จากนั้นครูใช้คำถามกระตุ้น เพื่อให้ให้นักเรียนร่วมกันหาวิธีการหรือกลยุทธ์อื่นที่ใช้ในการแก้ปัญหา (ถ้ามี)</p> <p>[แทนค่า x ในสมการจะได้</p> $\frac{2x-3}{3x-8} = \frac{3}{4}$ $\frac{2(12)-3}{3(12)-8} = \frac{3}{4}$ $\frac{21}{28} = \frac{3}{4}$ $\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$ <p><b>ตอบ</b> เดิมมีปลาจำนวน 24 ตัว และมีไก่จำนวน 36 ตัว ]</p> <p>5. ครูยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาจากใบกิจกรรมที่ 3.1 ข้อ 2 จากนั้นให้นักเรียนอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดและหาข้อสรุปร่วมกันเกี่ยวกับแผนที่จะใช้ในการแก้ปัญหา</p>



กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>เดิมมีไก่จำนวน <math>= 3x = 3(12) = 36</math> ตัว ]</p> <p><b>ขั้นตรวจสอบคำตอบ (Check the Answer)</b></p> <p>7. ครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา พร้อมทั้งตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ จากนั้นให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นว่ามีวิธีการอื่นในการแก้ปัญหานี้ อีกหรือไม่</p> <p>[ 1) ตรวจสอบเงื่อนไขของโจทย์ 2) ตรวจสอบแผนที่ใช้ว่าถูกต้อง 3) ตรวจสอบคำตอบ โดยแทนค่า <math>x</math> ในสมการจะได้</p> $\frac{2x-3}{3x-8} = \frac{3}{4}$ $\frac{2(12)-3}{3(12)-8} = \frac{3}{4}$ $\frac{21}{28} = \frac{3}{4}$ $\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$ <p><b>ตอบ</b> เดิมมีปลาจำนวน 24 ตัว และมีไก่จำนวน 36 ตัว ]</p> <p>8. ครูยกตัวอย่างตัวอย่างโจทย์ปัญหาจากใบกิจกรรมที่ 3.1 ข้อ 2 โดยทำตามขั้นตอนข้อที่ 1 ถึงข้อที่ 7 อีกครั้งเพื่อให้นักเรียนเข้าใจขั้นตอนในการแก้ปัญหามากยิ่งขึ้น</p> <p>9. ครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหาหน้าชั้นเรียน จากนั้นร่วมกันตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้</p> <p>10. ครูให้นักเรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน โดยทำใบกิจกรรมที่ 3.2 ในระหว่างที่นักเรียน</p>	<p>6. ครูให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ จากนั้นครูและนักเรียนแสดงแนวคิดในการหาคำตอบร่วมกัน</p> <p>7. ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 3.2 เป็นงานเดี่ยว/กลุ่ม โดยครูใช้คำถามกระตุ้นและคอยให้คำชี้แนะเท่าที่จำเป็น เมื่อเห็นว่านักเรียนไม่เข้าใจหรือไม่สามารถทำได้</p> <p>8. ครูสุ่มเรียกนักเรียนเป็นรายบุคคล/กลุ่ม เพื่อออกมาแสดงแนวคิดในการหาคำตอบบนกระดาน จากนั้นให้เพื่อนในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้องของแต่ละขั้นตอนในการแก้ปัญหา โดยครูคอยใช้คำถามนำกระตุ้นเพื่อให้เกิดการอภิปรายร่วมกัน</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>ทำ ครูสังเกตการทำงานของนักเรียน ให้คำชี้แนะและช่วยเหลือนักเรียนเท่าที่จำเป็น เมื่อเห็นว่านักเรียนไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้</p> <p>11. ครูเลือกกลุ่มนักเรียนออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหา โดยครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบคำตอบว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องและสมเหตุสมผลหรือไม่ และครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนร่วมค้นหาวิธีการหรือกลยุทธ์อื่นที่ใช้ในการแก้ปัญหา (ถ้ามี) และออกมานำเสนอเพื่อแสดงวิธีการคิด</p>	
<p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>12. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับสิ่งที่ได้จากการเรียน ทั้งในด้านเนื้อหา ความรู้ และวิธีการที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับข้อดี ข้อจำกัด และความเหมาะสมของกระบวนการแก้ปัญหา</p> <p>13. ครูมอบหมายให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 3.1 ข ในหนังสือเรียน และกำหนดส่งก่อนคาบเรียนถัดไป</p>	<p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>9. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับสิ่งที่ได้จากการเรียน ทั้งในด้านเนื้อหา ความรู้ และวิธีการที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับข้อดี ข้อจำกัด และความเหมาะสมของกระบวนการแก้ปัญหา</p> <p>10. ครูมอบหมายให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 3.1 ข ในหนังสือเรียน และกำหนดส่งก่อนคาบเรียนถัดไป</p>

### สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. คู่มือครูสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
3. ใบกิจกรรม

## การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
<b>ด้านความรู้</b>			
1. อธิบายวิธีการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนได้	1. สังเกตจากการตอบคำถามและการร่วมกิจกรรมในชั้นเรียน 2.การทำใบกิจกรรม	1. คำถามของครู 2. ใบกิจกรรม	นักเรียนอธิบายวิธีการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนได้ถูกต้องไม่น้อยกว่าร้อยละ 80 ของนักเรียนทั้งหมด ถือว่าผ่าน
<b>ด้านทักษะ / กระบวนการ</b>			
1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนได้ถูกต้อง	1. สังเกตจากการตอบคำถามและการร่วมกิจกรรมในชั้นเรียน 2.การทำใบกิจกรรม	1. คำถามของครู 2. ใบกิจกรรม	นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนได้ถูกต้องไม่น้อยกว่าร้อยละ 80 ของนักเรียนทั้งหมด ถือว่าผ่าน
2. ใช้ภาษา สัญลักษณ์ ทางคณิตศาสตร์ ประกอบการอธิบาย และนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาได้	1. สังเกตจากการตอบคำถามและการร่วมกิจกรรมในชั้นเรียน 2.การทำใบกิจกรรม	1. คำถามของครู 2. ใบกิจกรรม	นักเรียนใช้ภาษา สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ประกอบการอธิบายและนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องไม่น้อยกว่าร้อยละ 80 ของนักเรียนทั้งหมด ถือว่าผ่าน
3. ให้เหตุผลถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่หาได้	1. สังเกตจากการตอบคำถามและการร่วมกิจกรรมในชั้นเรียน 2.การทำใบกิจกรรม	1. คำถามของครู 2. ใบกิจกรรม	นักเรียนให้เหตุผลถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่หาได้ถูกต้องไม่น้อยกว่าร้อยละ 80 ของนักเรียนทั้งหมด ถือว่าผ่าน
<b>คุณลักษณะอันพึงประสงค์</b>			
1. มีส่วนร่วมในการตอบคำถามในชั้นเรียน	สังเกตจากการตอบคำถาม	แบบประเมินพฤติกรรม	นักเรียนให้ความร่วมมือและแสดงความคิดเห็นในชั้นเรียน

จุดประสงค์ การเรียนรู้	วิธีการวัดผล	เครื่องมือ วัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
			ไม่น้อยกว่าร้อยละ 80 ของ นักเรียนทั้งหมด ถือว่าผ่าน
2. มีความรับผิดชอบ ในการทำงาน	1.การทำใบกิจกรรม 2.การทำแบบฝึกหัด	1. ใบกิจกรรม 2. แบบฝึกหัด	นักเรียนมีความรับผิดชอบต่อ การทำใบกิจกรรมและการทำ แบบฝึกหัดไม่น้อยกว่าร้อยละ 80 ของทั้งหมด ถือว่าผ่าน
3. มีความละเอียด รอบคอบในการทำงาน	1.การทำใบกิจกรรม 2.การทำแบบฝึกหัด	1. ใบกิจกรรม 2. แบบฝึกหัด	นักเรียนทำใบกิจกรรมและ แบบฝึกหัดถูกต้องไม่น้อยกว่า ร้อยละ 80 ของทั้งหมด ถือว่า ผ่าน

### บันทึกหลังการสอน

ผลการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

แนวทางแก้ไขปัญหาและข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

### แบบประเมินพฤติกรรมนักเรียน

วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค 22201 ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556

#### ระดับคะแนน

มากที่สุด	=	5 คะแนน	หมายถึง	นักเรียนสามารถปฏิบัติได้มากกว่า 80%
มาก	=	4 คะแนน	หมายถึง	นักเรียนสามารถปฏิบัติได้ 71% – 80%
ปานกลาง	=	3 คะแนน	หมายถึง	นักเรียนสามารถปฏิบัติได้ 61% – 80%
น้อย	=	2 คะแนน	หมายถึง	นักเรียนสามารถปฏิบัติได้ 51% – 80%
น้อยที่สุด	=	1 คะแนน	หมายถึง	นักเรียนสามารถปฏิบัติได้ต่ำกว่า 50%

ข้อที่	หัวข้อการประเมิน	เกณฑ์การให้คะแนน					รวม คะแนน
		5	4	3	2	1	
1	มีส่วนร่วมในการตอบคำถามในชั้นเรียน						
2	มีความรับผิดชอบในการทำงาน						
3	มีความละเอียดรอบคอบในการทำงาน						
รวม							

#### ระดับคุณภาพ

คะแนน 11 – 15	หมายถึง	ดี
คะแนน 6 – 10	หมายถึง	พอใช้
คะแนน 1 – 5	หมายถึง	ปรับปรุง

### ใบกิจกรรมที่ 3.1

ชื่อ ..... ชั้น ..... เลขที่ .....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด

1. อัตราส่วนของจำนวนปลาต่อจำนวนไก่เป็น 2 : 3 ต่อมาปลาตายไป 3 ตัว และไก่ตายไป 8 ตัว ทำให้อัตราส่วนของจำนวนปลาที่เหลือต่อจำนวนไก่ที่เหลือเป็น 3 : 4  
 อยากรทราบว่า เดิมมีปลาและไก่อย่างละกี่ตัว



1. สิ่ง โจทย์กำหนดให้ สิ่ง โจทย์ถามคืออะไร และให้นักเรียนเขียนแผนภาพแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากโจทย์

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ .....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม .....

.....

2. จากข้อมูลที่มีอยู่ นักเรียนจะวางแผนในการแก้ปัญหาได้อย่างไร จงอธิบายขั้นตอนที่นักเรียนได้วางแผนไว้ และดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่นักเรียนได้วางแผนไว้

.....

.....

.....

.....

.....

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

3. นักเรียนมีวิธีการตรวจสอบคำตอบอย่างไร และคำตอบที่ได้มีความสมเหตุสมผลหรือไม่ จงอธิบาย

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

ตอบ .....



2. พ่อค้ามีส้มและมะม่วงอยู่จำนวนหนึ่ง อัตราส่วนของน้ำหนักส้มต่อน้ำหนักมะม่วง เป็น 3 : 2 ต่อมาส้มเน่าไป 30 กิโลกรัม ทำให้ปัจจุบันอัตราส่วนของน้ำหนักส้มต่อน้ำหนักมะม่วงเป็น 9 : 10 ถ้าพ่อค้ากล่าวว่่า ปัจจุบันพ่อค้ามีมะม่วงและส้มรวมกันได้ 100 กิโลกรัม นักเรียนคิดว่าพ่อค้ากล่าวถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด



1. สิ่งทีโจทย์กำหนดให้ สิ่งทีโจทย์ถามคืออะไร และให้นักเรียนเขียนแผนภาพ แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลทีได้จากโจทย์

สิ่งทีโจทย์กำหนดให้ .....

.....

สิ่งทีโจทย์ถาม .....

.....

2. จากข้อมูลทีมีอยู่ นักเรียนจะวางแผนในการแก้ปัญหานี้อย่างไร จงอธิบาย ขั้นตอนทีนักเรียนได้วางแผนไว้ และดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนทีนักเรียนได้วางแผนไว้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

3. นักเรียนมีวิธีในการตรวจสอบคำตอบอย่างไร และคำตอบที่ได้มีความสมเหตุสมผลหรือไม่ จงอธิบาย

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

ตอบ .....



### ใบกิจกรรมที่ 3.2

ชื่อสมาชิก 1. .... เลขที่.....  
 2. .... เลขที่.....  
 3. .... เลขที่.....  
 4. .... เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด

1. แม่ค้าซื้อมะกรูดและมะนาวมาขายโดยมีอัตราส่วนของจำนวนมะกรูดและจำนวนมะนาวที่ซื้อมาเป็น 3 : 4

1) เมื่อขายมะกรูดไป 100 ผล ขายมะนาวไป 60 ผล ปรากฏว่าเหลือมะกรูดและมะนาวเป็นอัตราส่วน 1 : 2 จงหาว่าแม่ค้าซื้อมะกรูดและมะนาวมาขายอย่างละกี่ผล

2) ถ้าแม่ค้าขายมะนาวไป 40 ผล โดยที่ยังไม่ได้ขายมะกรูด อัตราส่วนของจำนวนมะกรูดต่อจำนวนมะนาวที่เหลือเป็นเท่าไร



1. เมื่อขายมะกรูดไป 100 ผล ขายมะนาวไป 60 ผล ปรากฏว่าเหลือมะกรูดและมะนาวเป็นอัตราส่วน 1 : 2 จงหาว่าแม่ค้าซื้อมะกรูดและมะนาวมาขายอย่างละกี่ผล

1) สิ่ง que โจทย์กำหนดให้ สิ่ง que โจทย์ถามคืออะไร และให้นักเรียนเขียนแผนภาพแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากโจทย์

สิ่ง que โจทย์กำหนดให้ .....

.....

สิ่ง que โจทย์ถาม .....

.....

2) จากข้อมูลที่มีอยู่ นักเรียนจะวางแผนในการแก้ปัญหาได้อย่างไร จงอธิบาย  
ขั้นตอนที่นักเรียนได้วางแผนไว้ และดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่นักเรียนได้วางแผนไว้

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

3) นักเรียนมีวิธีในการตรวจสอบคำตอบอย่างไร และคำตอบที่ได้มีความ  
สมเหตุสมผลหรือไม่ จงอธิบาย

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

ตอบ .....

2. ถ้าแม่ค้าขายมะนาวไป 40 ผล โดยที่ยังไม่ได้ขายมะกรูด อัตราส่วนของจำนวนมะกรูด  
ต่อจำนวนมะนาวที่เหลือเป็นเท่าไร

1) นักเรียนจะวางแผนในการแก้ปัญหาได้อย่างไร จงอธิบายขั้นตอนที่นักเรียนได้  
วางแผนไว้ และดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่นักเรียนได้วางแผนไว้

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

ตอบ .....



### ใบเฉลยกิจกรรมที่ 3.1

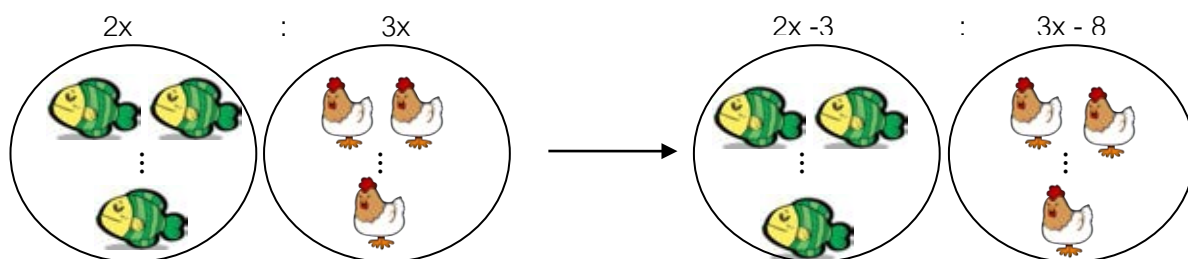
1. อัตราส่วนของจำนวนปลาต่อจำนวนไก่เป็น 2 : 3 ต่อมาปลาตายไป 3 ตัว และไก่ตายไป 8 ตัว ทำให้อัตราส่วนของจำนวนปลาที่เหลือต่อจำนวนไก่ที่เหลือเป็น 3 : 4 อยากทราบว่า เดิมมีปลาและไก่อย่างละกี่ตัว

#### วิธีทำ

**สิ่งที่โจทย์กำหนดให้** อัตราส่วนของจำนวนปลาต่อจำนวนไก่เป็น 2 : 3 ต่อมาปลาตายไป 3 ตัว และไก่ตายไป 8 ตัว ทำให้อัตราส่วนของจำนวนปลาที่เหลือต่อจำนวนไก่ที่เหลือเป็น 3 : 4

**สิ่งที่โจทย์ต้องการ** เดิมมีปลาและไก่อย่างละกี่ตัว

จากโจทย์เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ดังนี้



ต่อไปวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหา ดังนี้

- กำหนดตัวแปรที่สัมพันธ์กับเงื่อนไขของโจทย์

อัตราส่วนของจำนวนปลาต่อจำนวนไก่เป็น 2 : 3

ให้จำนวนปลา  $2x$  ตัว เมื่อ  $x$  เป็นจำนวนเต็มบวก

จำนวนไก่เป็น  $3x$  ตัว

- พิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลแล้วนำมาสร้างเป็นสมการ

ต่อมาปลาตายไป 3 ตัว และไก่ตายไป 8 ตัว

เหลือปลาจำนวน  $2x - 3$  ตัว

เหลือไก่จำนวน  $3x - 8$  ตัว

ทำให้อัตราส่วนของจำนวนปลาที่เหลือต่อจำนวนไก่ที่เหลือเป็น 3 : 4

เขียนเป็นสัดส่วนได้ ดังนี้

$$\frac{2x-3}{3x-8} = \frac{3}{4}$$

## 3. ดำเนินการคำนวณคำตอบ

$$\begin{aligned}\frac{2x-3}{3x-8} &= \frac{3}{4} \\ 4(2x-3) &= 3(3x-8) \\ 8x-12 &= 9x-24 \\ x &= 12\end{aligned}$$

ดังนั้น เดิมมีปลาจำนวน  $= 2x = 2(12) = 24$  ตัว

เดิมมีไก่จำนวน  $= 3x = 3(12) = 36$  ตัว

## 4. ตรวจสอบคำตอบ

1) ตรวจสอบเงื่อนไขของโจทย์

2) ตรวจสอบแผนที่ใช้ว่าถูกต้อง

3) ตรวจสอบคำตอบ โดยแทนค่า  $x$  ในสมการจะได้

$$\begin{aligned}\frac{2x-3}{3x-8} &= \frac{3}{4} \\ \frac{2(12)-3}{3(12)-8} &= \frac{3}{4} \\ \frac{21}{28} &= \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} &= \frac{3}{4}\end{aligned}$$

**ตอบ** เดิมมีปลาจำนวน 24 ตัว และมีไก่จำนวน 36 ตัว



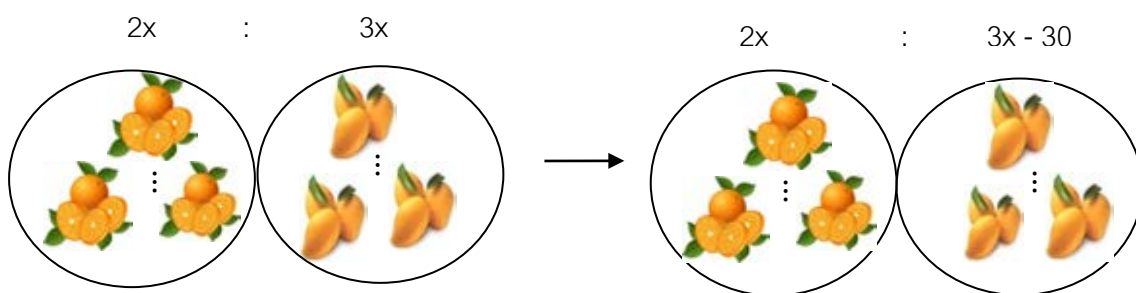
2. พ่อค้ามีส้มและมะม่วงอยู่จำนวนหนึ่ง อัตราส่วนของน้ำหนักส้มต่อน้ำหนักมะม่วงเป็น 3 : 2 ต่อมาส้มเน่าไป 30 กิโลกรัม ทำให้ปัจจุบันอัตราส่วนของน้ำหนักส้มต่อน้ำหนักมะม่วงเป็น 9 : 10 ถ้าพ่อค้ากล่าวว่า ปัจจุบันพ่อค้ามีมะม่วงและส้มรวมกันได้ 100 กิโลกรัม นักเรียนคิดว่าพ่อค้ากล่าวถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด

### วิธีทำ

**สิ่งที่โจทย์กำหนดให้** อัตราส่วนของน้ำหนักส้มต่อน้ำหนักมะม่วงเป็น 3 : 2 ต่อมาส้มเน่าไป 30 กิโลกรัม ทำให้ปัจจุบันอัตราส่วนของน้ำหนักส้มต่อน้ำหนักมะม่วงเป็น 9 : 10

**สิ่งที่โจทย์ต้องการ** ถ้าพ่อค้ากล่าวว่า ปัจจุบันพ่อค้ามีมะม่วงและส้มรวมกันได้ 100 กิโลกรัม นักเรียนคิดว่าพ่อค้ากล่าวถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด

จากโจทย์เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ดังนี้



ต่อไปวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหา ดังนี้

- กำหนดตัวแปรที่สัมพันธ์กับเงื่อนไขของโจทย์

อัตราส่วนของน้ำหนักส้มต่อน้ำหนักมะม่วงเป็น 3 : 2

ให้เดิมส้มหนัก  $3x$  กิโลกรัม เมื่อ  $x$  เป็นจำนวนเต็มบวก

เดิมมะม่วงหนัก  $2x$  กิโลกรัม

- พิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลแล้วนำมาสร้างเป็นสมการ

ต่อมาส้มเน่าไป 30 กิโลกรัม

เหลือส้ม  $3x - 30$  กิโลกรัม

เหลือมะม่วง  $2x$  กิโลกรัม

ทำให้อัตราส่วนของน้ำหนักส้มต่อน้ำหนักมะม่วงเป็น 9 : 10

เขียนเป็นสัดส่วนได้ ดังนี้

$$\frac{3x - 30}{2x} = \frac{9}{10}$$

## 3. ดำเนินการคำนวณคำตอบ

$$\begin{aligned}\frac{3x-30}{2x} &= \frac{9}{10} \\ 10(3x-30) &= 9(2x) \\ 30x-300 &= 18x \\ 12x &= 300 \\ x &= 25\end{aligned}$$

จะได้ว่าเกลือส้ม  $3x - 30 = 3(25) - 30 = 45$  กิโลกรัม

เกลือมะม่วง  $2x = 2(25) = 50$  กิโลกรัม

## 4. ตรวจสอบคำตอบ

- 1) ตรวจสอบเงื่อนไขของโจทย์
- 2) ตรวจสอบแผนที่ใช้ว่าถูกต้อง
- 3) ตรวจสอบคำตอบ โดยแทนค่า  $x$  ในสมการจะได้

$$\begin{aligned}\frac{3x-30}{2x} &= \frac{9}{10} \\ \frac{3(25)-30}{2(25)} &= \frac{9}{10} \\ \frac{45}{50} &= \frac{9}{10} \\ \frac{9}{10} &= \frac{9}{10}\end{aligned}$$

จากการคำนวณข้างต้นจะเห็นได้ว่า ปัจจุบันพ่อค้ามีส้มและมะม่วงรวมกันได้  $45 + 50 = 95$  กิโลกรัม ดังนั้น จากโจทย์ที่กล่าวว่า ปัจจุบันพ่อค้ามีมะม่วงและส้มรวมกันได้ 100 กิโลกรัม จึงไม่ถูกต้อง

**ตอบ** พ่อค้ากล่าวไม่ถูกต้อง เพราะปัจจุบันพ่อค้ามีส้มและมะม่วงรวมกันได้ 95 กิโลกรัม



### ใบเฉลยกิจกรรมที่ 3.2

แม่ค้าซื้อมะกรูดและมะนาวมาขายโดยมีอัตราส่วนของจำนวนมะกรูดและจำนวนมะนาวที่ซื้อมาเป็น 3 : 4

1) เมื่อขายมะกรูดไป 100 ผล ขายมะนาวไป 60 ผล ปรากฏว่าเหลือมะกรูดและมะนาวเป็นอัตราส่วน 1 : 2 จงหาว่าแม่ค้าซื้อมะกรูดและมะนาวมาขายอย่างละกี่ผล

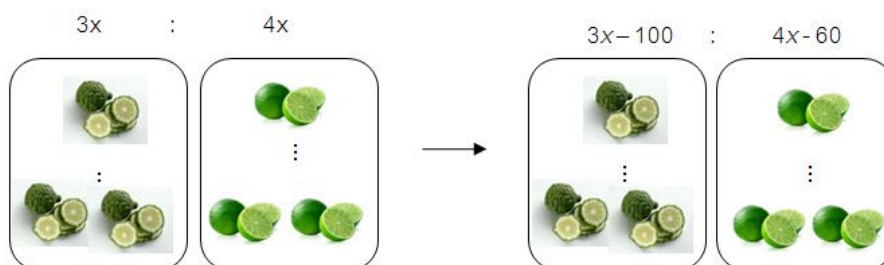
2) ถ้าแม่ค้าขายมะนาวไป 40 ผล โดยที่ยังไม่ได้ขายมะกรูด อัตราส่วนของจำนวนมะกรูดต่อจำนวนมะนาวที่เหลือเป็นเท่าไร

1. เมื่อขายมะกรูดไป 100 ผล ขายมะนาวไป 60 ผล ปรากฏว่าเหลือมะกรูดและมะนาวเป็นอัตราส่วน 1 : 2 จงหาว่าแม่ค้าซื้อมะกรูดและมะนาวมาขายอย่างละกี่ผล

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ อัตราส่วนของจำนวนมะกรูดและจำนวนมะนาวที่ซื้อมาเป็น 3 : 4 เมื่อขายมะกรูดไป 100 ผล ขายมะนาวไป 60 ผล ปรากฏว่าเหลือมะกรูดและมะนาวเป็นอัตราส่วน 1 : 2

สิ่งที่โจทย์ต้องการ แม่ค้าซื้อมะกรูดและมะนาวมาขายอย่างละกี่ผล

จากโจทย์เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ดังนี้



ต่อไปวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหา ดังนี้

1. กำหนดตัวแปรที่สัมพันธ์กับเงื่อนไขของโจทย์

อัตราส่วนของจำนวนมะกรูดและจำนวนมะนาวที่ซื้อมาเป็น 3 : 4

ให้เดิมแม่ค้าซื้อมะกรูดมา  $3x$  ผล เมื่อ  $x$  เป็นจำนวนเต็มบวก

เดิมแม่ค้าซื้อมะนาวมา  $4x$  ผล

2. พิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลแล้วนำมาสร้างเป็นสมการ

เมื่อขายมะกรูดไป 100 ผล ขายมะนาวไป 60 ผล

เหลือมะกรูด  $3x - 100$  ผล

เหลือมะนาว  $4x - 60$  ผล



ทำให้เหลือมะกรูดและมะนาวเป็นอัตราส่วน 1 : 2

เขียนเป็นสัดส่วนได้ ดังนี้

$$\frac{3x - 100}{4x - 60} = \frac{1}{2}$$

3. ดำเนินการคำนวณคำตอบ

$$2(3x - 100) = 4x - 60$$

$$6x - 200 = 4x - 60$$

$$2x = 140$$

$$x = 70$$

จะได้ว่า เดิมแม่ค้าซื้อมะกรูดมาขายจำนวน  $3x = 3(70) = 210$  ผล

และซื้อมะนาวมาขายจำนวน  $4x = 4(70) = 280$  ผล

4. ตรวจสอบคำตอบ

1) ตรวจสอบเงื่อนไขของโจทย์

2) ตรวจสอบแผนที่ใช้ว่าถูกต้อง

3) ตรวจสอบคำตอบ โดยแทนค่า  $x$  ในสมการจะได้

$$\begin{array}{r} 3x - 100 \\ 4x - 60 \\ \hline 3(70) - 100 \\ 4(70) - 60 \\ \hline 110 \\ 220 \\ \hline 1 \\ 2 \end{array} = \frac{1}{2}$$

ตอบ เดิมแม่ค้าซื้อมะกรูดมา 210 ผล และซื้อมะนาวมา 280 ผล

2) ถ้าแม่ค้าขายมะนาวไป 40 ผล โดยที่ยังไม่ได้ขายมะกรูด อัตราส่วนของจำนวนมะกรูดต่อจำนวนมะนาวที่เหลือเป็นเท่าไร

เนื่องจากเดิมแม่ค้ามีมะกรูด 210 ผล และมีมะนาว 280 ผล

ถ้าขายมะนาวไป 40 ผล จะเหลือมะนาว  $280 - 40 = 240$  ผล

ดังนั้น อัตราส่วนของจำนวนมะกรูดต่อจำนวนมะนาวที่เหลือเป็น  $210 : 240 = 7 : 8$

ตอบ อัตราส่วนของจำนวนมะกรูดต่อจำนวนมะนาวที่เหลือเป็น 7 : 8



### ภาคผนวก ช

ผลการทดสอบทางสถิติของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทาง  
คณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ตารางที่ 40 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

กลุ่มทดลอง		กลุ่มควบคุม					
คนที่	คะแนน	คนที่	คะแนน	คนที่	คะแนน	คนที่	คะแนน
1	11	26	14	1	12	26	4
2	12	27	11	2	15	27	14
3	14	28	19	3	18	28	13
4	15	29	16	4	20	29	7
5	17	30	14	5	17	30	6
6	17	31	17	6	19	31	14
7	11	32	16	7	13	32	9
8	13	33	16	8	11	33	16
9	11	34	19	9	10	34	2
10	15	35	16	10	17	35	10
11	13	36	13	11	16	36	14
12	13	37	12	12	14	37	11
13	16	38	12	13	9	38	17
14	9	39	13	14	15	39	17
15	16	40	13	15	13	40	16
16	17	41	14	16	13	41	13
17	14	42	16	17	18	42	15
18	13	43	15	18	12	43	14
19	15	44	10	19	16	44	12
20	12	45	12	20	15	45	17
21	17	46	15	21	13	46	14
22	15	47	15	22	16	47	13
23	14	48	13	23	12	48	16
24	13	49	15	24	11	49	13
25	17	50	14	25	13	50	8

ตารางที่ 41 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

กลุ่มทดลอง		กลุ่มควบคุม		กลุ่มทดลอง		กลุ่มควบคุม	
คนที่	คะแนน	คนที่	คะแนน	คนที่	คะแนน	คนที่	คะแนน
1	16	26	20	1	14	26	16
2	13	27	20	2	15	27	20
3	16	28	19	3	13	28	20
4	17	29	19	4	16	29	18
5	20	30	16	5	8	30	14
6	20	31	18	6	20	31	15
7	15	32	18	7	11	32	15
8	17	33	19	8	18	33	16
9	18	34	16	9	16	34	16
10	9	35	20	10	17	35	16
11	16	36	20	11	15	36	16
12	19	37	13	12	14	37	17
13	19	38	19	13	16	38	14
14	16	39	20	14	18	39	14
15	17	40	19	15	14	40	20
16	20	41	16	16	13	41	16
17	18	42	20	17	17	42	20
18	15	43	20	18	18	43	20
19	13	44	16	19	16	44	12
20	20	45	16	20	15	45	19
21	16	46	20	21	18	46	15
22	15	47	20	22	14	47	18
23	15	48	19	23	17	48	19
24	13	49	20	24	15	49	12
25	20	50	14	25	20	50	15

ตารางที่ 42 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

กลุ่มทดลอง		กลุ่มควบคุม					
คนที่	คะแนน	คนที่	คะแนน	คนที่	คะแนน	คนที่	คะแนน
1	16	26	14	1	21	26	18
2	13	27	19	2	16	27	16
3	16	28	25	3	18	28	16
4	17	29	18	4	21	29	13
5	20	30	15	5	14	30	17
6	20	31	15	6	16	31	24
7	15	32	25	7	30	32	18
8	17	33	21	8	16	33	23
9	18	34	18	9	19	34	17
10	9	35	18	10	19	35	18
11	16	36	20	11	20	36	18
12	19	37	22	12	20	37	17
13	19	38	16	13	14	38	17
14	16	39	18	14	16	39	19
15	17	40	16	15	17	40	21
16	20	41	18	16	17	41	15
17	18	42	21	17	20	42	15
18	15	43	21	18	16	43	16
19	13	44	19	19	19	44	17
20	20	45	20	20	22	45	19
21	16	46	17	21	19	46	17
22	15	47	18	22	18	47	15
23	15	48	17	23	13	48	19
24	13	49	21	24	17	49	14
25	20	50	21	25	12	50	20

ตารางที่ 43 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

กลุ่มทดลอง		กลุ่มควบคุม					
คนที่	คะแนน	คนที่	คะแนน	คนที่	คะแนน	คนที่	คะแนน
1	22	26	28	1	12	26	19
2	10	27	19	2	15	27	27
3	18	28	29	3	15	28	21
4	29	29	30	4	23	29	25
5	25	30	24	5	16	30	13
6	27	31	21	6	21	31	17
7	17	32	18	7	25	32	13
8	24	33	25	8	21	33	25
9	18	34	20	9	19	34	24
10	18	35	27	10	23	35	12
11	19	36	24	11	24	36	24
12	21	37	21	12	18	37	20
13	21	38	28	13	21	38	14
14	13	39	26	14	20	39	10
15	21	40	27	15	14	40	26
16	28	41	29	16	27	41	25
17	24	42	23	17	13	42	25
18	26	43	27	18	16	43	29
19	23	44	19	19	16	44	21
20	28	45	26	20	24	45	24
21	20	46	26	21	22	46	22
22	25	47	28	22	19	47	18
23	24	48	25	23	29	48	22
24	24	49	29	24	20	49	18
25	27	50	23	25	20	50	13

สำหรับการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

สมมติฐานการทดสอบ คือ

$$H_0 : \text{ค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังเรียน} \leq \text{ค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนเรียน}$$

$$H_1 : \text{ค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังเรียน} > \text{ค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนเรียน}$$

**ตารางที่ 44** ผลการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง

Paired Samples Statistics

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
เหตุผล หลังเรียน	17.40	50	2.579	.365
ก่อนเรียน	14.20	50	2.231	.316

Paired Samples Test

	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
				Lower	Upper			
เหตุผล หลังเรียน – ก่อนเรียน	3.200	2.962	.419	2.358	4.042	7.638	49	.000

จากตารางที่ 44 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนและก่อนเรียนเท่ากับ 17.40 และ 14.20 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.58 และ 2.23 ตามลำดับ และจากการทดสอบค่าที (t – Test) ที่  $t_{1-\alpha, n-1} = t_{0.95, 49} = 1.64$  พบว่า  $t = 7.64$  ซึ่ง  $t > t_{1-\alpha, n-1}$  จึงปฏิเสธ  $H_0$  นั่นคือ นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สำหรับการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนที่กลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

สมมติฐานการทดสอบ คือ

$$H_0 : \text{ค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังเรียน} \leq \text{ค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนเรียน}$$

$$H_1 : \text{ค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังเรียน} > \text{ค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนเรียน}$$

ตารางที่ 45 ผลการทดสอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง

Paired Samples Statistics

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
สื่อสาร หลังเรียน	23.480	50	4.371	.618
ก่อนเรียน	18.560	50	2.516	.355

Paired Samples Test

	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
				Lower	Upper			
สื่อสาร หลังเรียน – ก่อนเรียน	4.920	4.923	.6962	3.520	6.319	7.066	49	.000

จากตารางที่ 45 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนและก่อนเรียนเท่ากับ 23.48 และ 18.56 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.37 และ 2.52 ตามลำดับ และจากการทดสอบค่าที่ (t – Test) ที่  $t_{1-\alpha, n-1} = t_{0.95, 49} = 1.64$  พบว่า  $t = 7.07$  ซึ่ง  $t > t_{1-\alpha, n-1}$  จึงปฏิเสธ  $H_0$  นั่นคือ นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05



สำหรับการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนที่กลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่กลุ่มควบคุม

สมมติฐานการทดสอบ คือ

$$H_0 : \text{ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มทดลอง} \leq \text{ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มควบคุม}$$

$$H_1 : \text{ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มทดลอง} > \text{ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มควบคุม}$$

**ตารางที่ 46** ผลการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

Group Statistics										
		room	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean				
เหตุผล	ทดลอง		50	17.400	2.579	.364				
	ควบคุม		50	16.020	2.606	.368				

Independent Samples Test										
		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
เหตุผล	Equal variances assumed	.362	.549	2.661	98	.009	1.380	.5186	.350	2.409
	Equal variances not assumed			2.661	97.989	.009	1.380	.5186	.350	2.409

จากตารางที่ 46 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 17.40 และ 16.02 ตามลำดับ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.58 และ 2.61 ตามลำดับ จากการทดสอบค่าเอฟ (F – Test) เท่ากับ 0.36 และ Sig. เท่ากับ .55 ซึ่งมากกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด ( $\alpha = .05$ ) แสดงว่ามีความแปรปรวนเท่ากัน จึงต้องใช้ t – Test แบบ Equal variances assumed และจากการทดสอบค่าที (t – Test) ที่  $t_{1-\alpha, n_1+n_2-2} = t_{0.95, 98} = 1.64$  พบว่า

$t = 2.66$  ซึ่ง  $t > t_{1-\alpha, n_1+n_2-2}$  จึงปฏิเสธ  $H_0$  นั่นคือ นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สำหรับการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนที่กลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่กลุ่มควบคุม

สมมติฐานการทดสอบ คือ

$H_0$  : ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มทดลอง  $\leq$  ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มควบคุม

$H_1$  : ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มทดลอง  $>$  ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มควบคุม

**ตารางที่ 47** ผลการทดสอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

Group Statistics

room	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
สื่อสาร ทดลอง	50	23.480	4.371	.618
ควบคุม	50	20.000	4.852	.686

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
สื่อสาร	Equal variances assumed	.832	.364	3.767	98	.000	3.480	.923	1.646	5.313
	Equal variances not assumed			3.767	96.950	.000	3.480	.923	1.646	5.313

จากตารางที่ 47 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 23.48 และ 20.00 ตามลำดับ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.37 และ 4.85 ตามลำดับ จากการทดสอบค่าเอฟ (F – Test) เท่ากับ 0.83 และ Sig. เท่ากับ .36 ซึ่งมากกว่าระดับ

นัยสำคัญที่กำหนด ( $\alpha = .05$ ) แสดงว่ามีความแปรปรวนเท่ากัน จึงต้องใช้ t - Test แบบ Equal variances assumed และจากการทดสอบค่าที่ (t - Test) ที่  $t_{1-\alpha, n_1+n_2-2} = t_{0.95, 98} = 1.64$  พบว่า  $t = 3.76$  ซึ่ง  $t > t_{1-\alpha, n_1+n_2-2}$  จึงปฏิเสธ  $H_0$  นั่นคือ นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ภาคผนวก ซ

ตัวอย่างข้อมูลเชิงคุณภาพ

1. สมบัติไม้รูปถ่ายที่มีขนาดความกว้าง 6 นิ้ว และความยาว 15 นิ้ว มาขยาย 140%  
รูปที่ได้จากการขยายมีขนาดเท่าใด

วิธีทำ

ได้ x. และ ความกว้างเดิม

$$\frac{x}{6} = \frac{140}{100}$$

$$x = \frac{140}{100} \times 6$$

$$x = 8.4$$

ความยาวเดิมคือ 15 นิ้ว

ได้ y. และ ความยาวเดิม

$$\frac{y}{15} = \frac{140}{100}$$

$$y = \frac{140}{100} \times 15$$

$$y = 21$$

∴ รูปที่ได้คือความกว้าง 8.4 นิ้ว  
ความยาวเดิมคือ 21 นิ้ว

ภาพที่ 3 แสดงการเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลที่จำแนกตามองค์ประกอบของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11

จากภาพที่ 3 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากโจทย์ปัญหาได้อย่างเป็นระบบ โดยสามารถเขียนอธิบายลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง จากภาพข้างต้นจะเห็นได้ว่า ในขั้นแรกนักเรียนกำหนดตัวแปรเพื่อหาความกว้างใหม่ที่ขยายออก 140% จากความกว้างเดิม และในขั้นที่สองนักเรียนกำหนดตัวแปรเพื่อหาความยาวใหม่ที่ขยายออก 140% จากความยาวเดิม

1. นักทำข้อสอบวิชาภาษาไทยที่มีสองฉบับ โดยฉบับที่หนึ่งทำได้ 75% ของคะแนนเต็ม 80 คะแนน และฉบับที่สองทำได้ 80% ของคะแนนเต็ม 60 คะแนน ถ้าหากกล่าวถึง นักทำข้อสอบวิชาภาษาไทยนี้ได้ 70% นักเขียนคิดว่า นักทำข้อสอบทั้งสองหรือไม่ เพราะเหตุใด



วิธีที่ 1 การวัดผลคือได้ 75% ข้อ

ฉบับที่ 1	ฉบับที่ 2
คะแนนเต็ม 80	คะแนนเต็ม 60
ได้ 75%	ได้ 80%
ได้ 60	ได้ 48

วิธีที่ 2 การวัดผลคือได้ 70% ข้อ

ฉบับที่ 1	ฉบับที่ 2
คะแนนเต็ม 80	คะแนนเต็ม 60
ได้ 70%	ได้ 70%
ได้ 56	ได้ 42

รวมทั้งหมด: 60 + 48 = 108 คะแนน

รวมทั้งหมด: 56 + 42 = 98 คะแนน

ดังนั้น 70% ของ 108 = 75.6 คะแนน

3. นักเรียนมีวิธีการตรวจสอบคำตอบอย่างไร และคำตอบที่ได้มีความสมเหตุสมผลหรือไม่ จงอธิบาย

ยกตัว x เป็นเครื่องหมายลบ

ฉบับที่ 1	ฉบับที่ 2
คะแนนเต็ม 80	คะแนนเต็ม 60
ได้ 75%	ได้ 80%
ได้ 60	ได้ 48

รวมทั้งหมด: 60 + 48 = 108 คะแนน

รวมทั้งหมด: 56 + 42 = 98 คะแนน

ดังนั้น 70% ของ 108 = 75.6 คะแนน

ตอบ ... (Handwritten explanation) ...

ภาพที่ 4 แสดงการอ้างอิงเหตุผลในการอธิบายข้อสรุปของแนวคิดที่จำแนกตามองค์ประกอบของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

จากภาพที่ 4 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีการตรวจสอบคำตอบและมีการอ้างอิงเหตุผลของการได้มาของคำตอบได้อย่างถูกต้อง ทั้งนี้ในการจัดกิจกรรมในชั้นเรียนครูและนักเรียนจะมีการตรวจสอบความถูกต้องในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา โดยตรวจสอบเงื่อนไขของโจทย์ แผนที่นักเรียนใช้แก้ปัญหา และการตรวจสอบของคำตอบ

4) โรงรถแบ่งพื้นที่ใช้สอยส่วนสูงจำนวนหกเท่ากันขายต่อจำนวนพนักงานหญิง  
 5:2 ถ้ามีพนักงานทั้งหมด 336 คน จะมีพนักงานชายและพนักงานหญิง  
 อยู่ละกี่คน.

วิธีทำ. อัตราส่วนของพนักงาน ชายต่อหญิง = 5:2.  
 พนักงานทั้งหมด. = 5+2 = 7.

ให้ x แทน พนักงานชาย.

$$\frac{x}{336} = \frac{5}{7}$$

$$x = \frac{5 \times 336}{7}$$

$$= 240 \text{ คน}$$

∴ พนักงานชายมี 240 คน.

ให้ y แทน พนักงานหญิง.

$$\frac{y}{336} = \frac{2}{7}$$

$$y = \frac{2 \times 336}{7}$$

$$y = 96$$

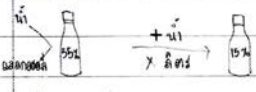
∴ พนักงานหญิงมี 96 คน

ตอบ. พนักงานชาย 240 คน, พนักงานหญิง 96 คน. ✓

ภาพที่ 5 แสดงการใช้รูปภาพ หรือแผนภาพในการประกอบอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่  
 จำแนกตามองค์ประกอบของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์  
 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

จากภาพที่ 5 แสดงให้เห็นว่า ในช่วงแรกของการสอนพบว่า นักเรียนไม่สามารถเขียน  
 รูปภาพ หรือแผนภาพที่ได้จากการอ่านโจทย์ปัญหาได้ นักเรียนจะใช้วิธีการแก้โจทย์ปัญหาในแบบ  
 ที่นักเรียนคุ้นเคย

1. สารละลายชนิดหนึ่งจำนวน 19 ลิตร มีแอลกอฮอล์ 55% ส่วนที่เหลือเป็นน้ำ ถ้าต้องการให้สารละลายนี้มีแอลกอฮอล์ 15% จะต้องเติมน้ำไปกี่ลิตร



ปริมาณ 19 ลิตร

สารละลายมีแอลกอฮอล์ 55% จะมีน้ำ  $\frac{55}{100} \times 19 = \frac{99}{10}$  ลิตร

สารละลายมีแอลกอฮอล์ 15%

ให้  $x$  เป็นปริมาณน้ำที่ต้องเติม

$\therefore$  สารละลายมีปริมาตร  $19 + x$  ลิตร จะมีแอลกอฮอล์  $\frac{15}{100} (19 + x)$  ลิตร

ภาพที่ 6 แสดงการใช้รูปภาพ หรือแผนภาพในการประกอบอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่  
 จำแนกตามองค์ประกอบของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์  
 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

จากภาพที่ 6 แสดงให้เห็นว่า เมื่อนักเรียนได้รับการฝึกกระยะหนึ่งพบว่า นักเรียนสามารถนำ  
 ข้อมูลที่ได้จากโจทย์มาเขียนเป็นรูปภาพ หรือแผนภาพที่แสดงความสัมพันธ์ได้ดีขึ้น



1. นักพยากรณ์อากาศได้รายงานสภาพภูมิอากาศจากทั่วโลก โดยรายงานสภาพภูมิอากาศของประเทศสหรัฐอเมริกาที่อุณหภูมิเฉลี่ยประมาณ  $50^{\circ}\text{F}$  ส่วนอุณหภูมิที่ประเทศญี่ปุ่นเฉลี่ยประมาณ  $15^{\circ}\text{C}$  ถ้ามีคนกล่าวว่าคุณอยู่ที่ประเทศสหรัฐอเมริกาอุณหภูมิสูงกว่าประเทศญี่ปุ่น นักเขียนคิดว่าค่าเหล่านั้นถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด

1. อุณหภูมิที่มีหน่วยเหมือนกัน คือองศา F กับองศา C โดยสูตร

$$\frac{C}{5} = \frac{F-32}{9}$$

2. เมื่อแปลงองศาฟาเรนไฮต์เป็นองศาเซลเซียส ให้ลบค่า 32 ออกจากองศาฟาเรนไฮต์

วิธีทำ  $\frac{C}{5} = \frac{F-32}{9}$

$$\frac{C}{5} = \frac{50-32}{9}$$

$$\frac{C}{5} = \frac{18}{9}$$

$$\frac{C}{5} = 2$$

$$C = 2 \times 5$$

$$C = 10$$

$\therefore$  อุณหภูมิที่อเมริกาสีต่ำกว่า  $10^{\circ}\text{C}$   
 อุณหภูมิที่ญี่ปุ่นสูงกว่า  $15^{\circ}\text{C}$   
 $\therefore$  โดยที่ค่าอุณหภูมิที่ประเทศญี่ปุ่นต่ำกว่า คือ  $15^{\circ}\text{C}$  ส่วนอเมริกาสูงกว่า  $10^{\circ}\text{C}$

ภาพที่ 7 แสดงการนำเสนอแนวคิดและลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่จำแนกตามองค์ประกอบของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์  
 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

จากภาพที่ 7 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีการวางแผนการแก้ปัญหาและสามารถเขียนลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ดีขึ้น จากภาพข้างต้นจะเห็นได้ว่า ในขั้นแรกนักเรียนทำการเปลี่ยนอุณหภูมิที่มีหน่วยองศาฟาเรนไฮต์เป็นหน่วยองศาเซลเซียส จากนั้นนักเรียนทำการเปรียบเทียบอุณหภูมิที่คำนวณได้กับอุณหภูมิที่โจทย์ถาม

### ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวชนิสรา เรืองนุ่น เกิดวันที่ 18 เมษายน พ.ศ. 2532 ที่กรุงเทพมหานคร สำเร็จ การศึกษาระดับปริญญาตรีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2554 และเข้าศึกษาต่อหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2554