



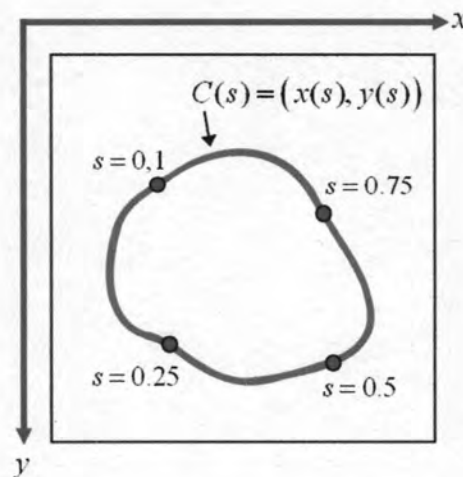
บทที่ 2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 แอ็กทิฟคอนทัวร์

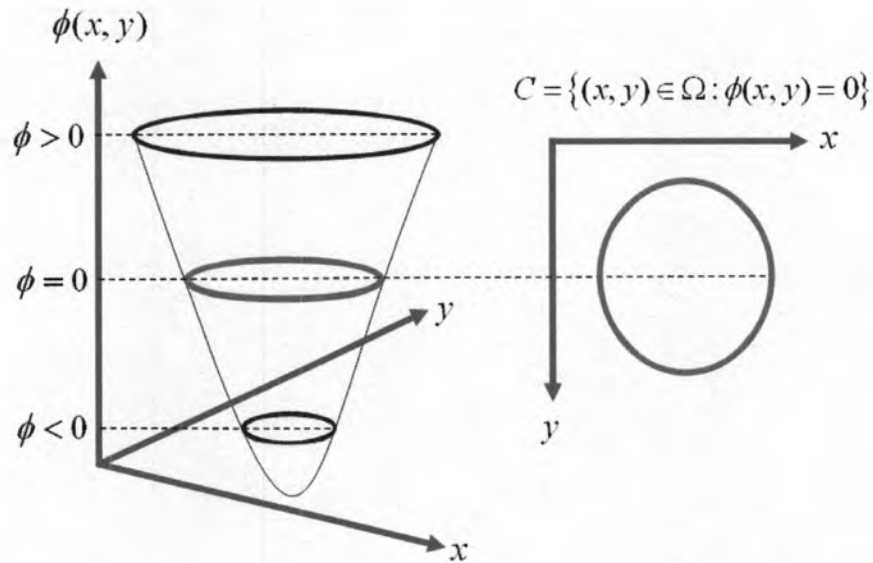
แอ็กทิฟคอนทัวร์ หรือ “สเน็ก” คือ คอนทัวร์ที่สามารถเคลื่อนที่และเปลี่ยนรูปร่างได้ ภายใต้อิทธิพลของแรงภายในคอนทัวร์ที่ทำหน้าที่ควบคุมความราบเรียบของคอนทัวร์ และแรงภายนอกคอนทัวร์ที่ทำหน้าที่เปลี่ยนรูปร่างและขับเคลื่อนคอนทัวร์ไปยังวัตถุที่เราสนใจในภาพ โดยในวิจัยที่ผ่านมาได้มีการนำแอ็กทิฟคอนทัวร์ไปประยุกต์ใช้ ในงานด้านต่างๆ อาทิเช่น การแบ่งส่วนภาพทางการแพทย์ การติดตามวัตถุในภาพ เป็นต้น โดยรูปแบบในการแทนคอนทัวร์ที่นิยมกันมากในงานวิจัยปัจจุบันมี 2 รูปแบบ ดังต่อไปนี้

1. แบบพาราเมตริก (Parametric) เป็นการแทนคอนทัวร์ด้วยฟังก์ชันของพารามิเตอร์บนคอนทัวร์โดยตรง [3] คือ $C(s) = (x(s), y(s))$ โดยที่ s คือ ระยะอาร์ก (Arc Length) แสดงดังรูปที่ 2.1 ซึ่งเป็นรูปแบบที่ง่ายไม่ซับซ้อน แต่คอนทัวร์ในรูปแบบนี้จะไม่สามารถแยก (Split) ตัวเองออกเป็นสองคอนทัวร์ หรือหากมีมากกว่าหนึ่งคอนทัวร์ก็ไม่สามารถรวมตัว (Merge) กันเป็นหนึ่งคอนทัวร์ได้



รูปที่ 2.1 ลักษณะการแทนคอนทัวร์แบบพาราเมตริก

2. แบบจีโอเมตริก (Geometric) เป็นการแทนคอนทัวร์โดยนัย (Implicitly) ซึ่งคอนทัวร์ถูกกำหนดให้เป็นเซตระดับที่ศูนย์ (Zero Level Set) ของฟังก์ชันสเกลาร์ (Scalar Function) [15] $C = \{(x, y) \in \Omega : \phi(x, y) = 0\}$ แสดงดังรูปที่ 2.2 โดยที่ Ω คือ โดเมนเชิงพื้นที่ของภาพ ซึ่งคอนทัวร์ที่แทนในรูปแบบนี้สามารถแยกตัวและรวมตัวกันได้



รูปที่ 2.2 ลักษณะการแทนคอนทัวร์แบบจีโอเมตริก

ในวิทยานิพนธ์นี้ได้เน้นศึกษาแอกทิฟคอนทัวร์แบบพารามेटริก โดยใช้แรงภายนอกจากขอบของวัตถุ (Edge-Based) และ อาณาบริเวณ (Region-Based) เป็นหลัก

แอกทิฟคอนทัวร์ ถูกนำเสนอครั้งแรกโดย Kass และคณะ [3] โดยคอนทัวร์ถูกแทนให้อยู่ในรูปของพารามิเตอร์ $C(s) = [x(s), y(s)]$ โดยที่ $s \in [0, 1]$ คือ ระยะอาร์ก และ คอนทัวร์จะเคลื่อนที่ในโดเมนเชิงพื้นที่ (Spatial Domain) ของภาพ เพื่อให้ฟังก์ชันพลังงาน (Energy Function) ในสมการที่ (2.1) มีค่าน้อยที่สุด

$$E_{\text{snake}} = \int_0^1 [E_{\text{internal}}(C) + E_{\text{external}}(C)] ds \quad (2.1)$$

E_{internal} คือ พลังงานภายในที่ได้มาจากพารามิเตอร์ของคอนทัวร์ ดังสมการที่ (2.2)

$$E_{\text{internal}} = \frac{1}{2} \left(\alpha \left| \frac{\partial C}{\partial s} \right|^2 + \beta \left| \frac{\partial^2 C}{\partial s^2} \right|^2 \right) \quad (2.2)$$

โดยที่ α และ β คือ พารามิเตอร์ที่ควบคุมอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งและสองของคอนทอร์ ตามลำดับ ส่วน E_{external} คือ พลังงานภายนอกที่ได้มาจากภาพ เช่น ค่าเกรเดียนต์ของภาพ เป็นต้น

วิธีการหาคอนทอร์ C คือ การทำให้ฟังก์ชันพลังงานในสมการที่ (2.1) มีค่าน้อยที่สุด ด้วยการหาอนุพันธ์ของสมการที่ (2.1) เทียบกับฟังก์ชัน C โดยใช้ศาสตร์แคลคูลัสของการแปรผัน (Calculus of Variation) ผลที่ได้ดังสมการที่ (2.3)

$$0 = \alpha \frac{\partial^2 C}{\partial s^2} - \beta \frac{\partial^4 C}{\partial s^4} + F_{\text{external}}(C) \quad (2.3)$$

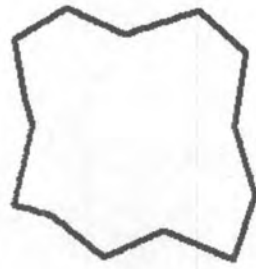
แต่การหาคอนทอร์ C โดยใช้สมการที่ (2.3) โดยตรงนั้นไม่ง่ายนัก จึงจำเป็นต้องใช้วิธีการไหลของเกรเดียนต์ (Gradient Flow) โดยแทน 0 ด้วย $\frac{\partial C}{\partial t}$ ดังสมการที่ (2.4) และค่อยๆหา C ที่ทำให้ $\frac{\partial C}{\partial t}$ เข้าใกล้ 0 มากที่สุด โดยใช้วิธีการวนซ้ำ (Iteration)

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 C}{\partial s^2} - \beta \frac{\partial^4 C}{\partial s^4} + F_{\text{external}}(C) \quad (2.4)$$

โดยที่ สองพจน์แรกด้านขวามือ เรียกว่า แรงภายในคอนทอร์ F_{internal} ทำหน้าที่ควบคุมความราบเรียบของคอนทอร์ และพจน์ที่สาม เรียกว่า แรงภายนอกคอนทอร์ F_{external} ทำหน้าที่ขับเคลื่อนคอนทอร์ให้เคลื่อนที่และเปลี่ยนรูปร่างไปยังวัตถุที่สนใจในภาพ

2.1.1 แรงภายในคอนทอร์

แรงภายในคอนทอร์ ทำหน้าที่ควบคุมความราบเรียบของคอนทอร์ ซึ่งเกิดจากการควบคุมอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งและสองของคอนทอร์ ในสมการที่ (2.2) ให้มีค่าลดลง โดยอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งของคอนทอร์ มีส่วนเกี่ยวข้องในการควบคุมความยาวของคอนทอร์ เมื่อเราทำให้พจน์นี้มีค่าน้อยลง ผลที่ได้คือ คอนทอร์จะมีลักษณะเรียบและกลมขึ้นเรื่อยๆ ดังตัวอย่างในรูปที่ 2.3



(ก)

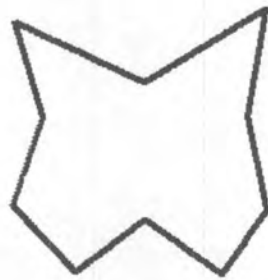


(ข)

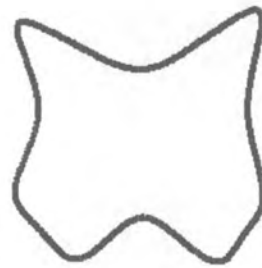
รูปที่ 2.3 ลักษณะของคอนทัวร์เมื่ออนุพันธ์อันดับที่หนึ่งของคอนทัวร์ถูกทำให้มีค่าน้อยลง

(ก) คอนทัวร์เริ่มต้น (ข) คอนทัวร์ผลลัพธ์

อนุพันธ์อันดับที่สองของคอนทัวร์ มีส่วนเกี่ยวข้องในการควบคุมความโค้งของคอนทัวร์ เมื่อทำให้พจน์นี้มีค่าน้อยลง ผลที่ได้คือ จะช่วยลดความแหลมคมของมุม ทำให้คอนทัวร์มีลักษณะมนขึ้น แต่ยังคงรักษารูปร่างเดิมของคอนทัวร์ไว้ ดังตัวอย่างแสดงในรูปที่ 2.4



(ก)



(ข)

รูปที่ 2.4 ลักษณะของคอนทัวร์เมื่ออนุพันธ์อันดับที่สองของคอนทัวร์ถูกทำให้มีค่าน้อยลง

(ก) คอนทัวร์เริ่มต้น (ข) คอนทัวร์ผลลัพธ์

การควบคุมความราบเรียบของคอนทัวร์ด้วยแรงภายในคอนทัวร์นี้ จะไม่มีผลกระทบกับรูปร่างโดยรวมของคอนทัวร์มากนัก เป็นเพียงการควบคุมส่วนท้องถิ่นของคอนทัวร์เท่านั้น ซึ่งแรงที่สำคัญและมีผลกระทบอย่างมากต่อการเคลื่อนที่และเปลี่ยนรูปร่างของคอนทัวร์ คือ แรงภายนอก ซึ่งจะได้กล่าวในหัวข้อถัดไป

2.1.2 แรงแยกนอกรูป

แรงแยกนอกรูป ทำหน้าที่เปลี่ยนรูปร่างและขอบเส้นนอกรูปไปยังวัตถุที่เราสนใจภาพ โดยในงานวิจัยที่ผ่านมาได้มีการพัฒนาแรงแยกนอกรูปของแอกทิฟคอนทัวร์หลายรูปแบบ อาทิเช่น แบบใช้ภาพขอบ และ แบบใช้อาณาบริเวณของภาพ เป็นต้น ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้ได้มีการศึกษาแรงแยกนอกรูปทั้งหมด 4 แบบ คือ 1.แบบดั้งเดิม 2.แบบ GVF 3.แบบ DDGVF และ 4.แบบอาณาบริเวณ

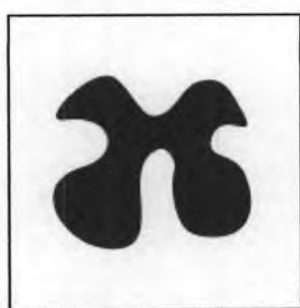
2.1.2.1 แรงแยกนอกรูปแบบดั้งเดิม

แรงแยกนอกรูปแบบดั้งเดิม, $F_{\text{traditional}}$ เป็นแรงแยกนอกรูปที่ได้มาจากค่าเกรเดียนต์ของภาพขอบ (Edge Map) โดยภาพขอบสามารถคำนวณได้จากสมการที่ (2.5)

$$f(x, y) = |\nabla[G_\sigma(x, y) * I(x, y)]|^2 \quad (2.5)$$

โดยที่ $I(x, y)$ คือ ภาพเฉดสีเทา (Gray Scale Image), $G_\sigma(x, y)$ คือ ฟังก์ชันเกาส์เซียน 2 มิติ (Two-Dimensional Gaussian Function) กับค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) σ , ∇ คือ ตัวดำเนินการเกรเดียนต์ (Gradient Operator) และ $*$ คือ ตัวดำเนินการคอนโวลูชัน

วัตถุประสงค์ที่ใส่ฟังก์ชันเกาส์เซียน 2 มิติ คือ เพื่อต้องการทำให้ภาพ $I(x, y)$ มีลักษณะเบลลอส่งผลให้ขอบของวัตถุในภาพมีขนาดใหญ่ขึ้น ดังตัวอย่างการหาภาพขอบในรูปที่ 2.5



(ก)



(ข)

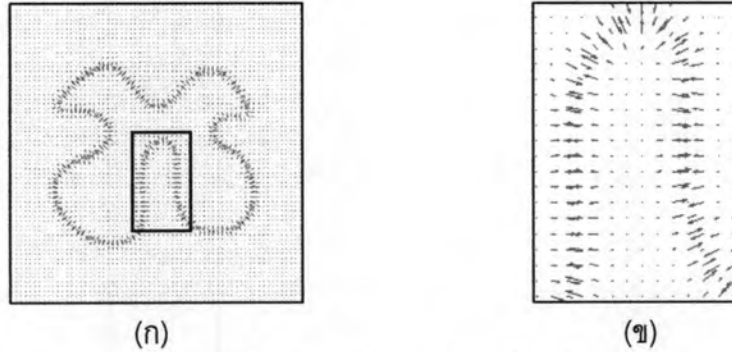
รูปที่ 2.5 การหาภาพขอบ

(ก) ภาพ $I(x, y)$ (ข) ภาพขอบ $f(x, y)$

หลังจากที่ได้ภาพขอบมาแล้ว สามารถคำนวณหาแรงแยกนอกรูปแบบดั้งเดิมได้โดยการหาค่าเกรเดียนต์ของภาพขอบดังสมการที่ (2.6)

$$F_{\text{external}} = F_{\text{traditional}} = \nabla f(x, y) \quad (2.6)$$

เมื่อนำค่าเกรเดียนต์ขอบภาพขอบในทิศทาง x และ y ที่ได้มาพล็อต จะทำให้เห็นทิศทางของแรงภายนอกแบบดั้งเดิม ซึ่งแสดงเป็นลูกศรดังรูปที่ 2.6



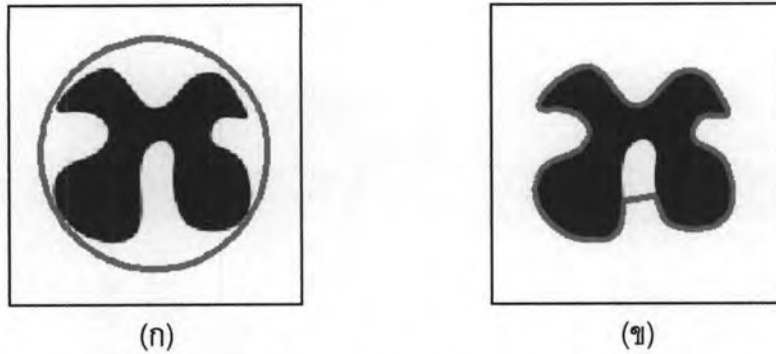
รูปที่ 2.6 แรงภายนอกแบบดั้งเดิม

(ก) ทิศทางของแรง (ข) ภาพขยายภายในกรอบสี่เหลี่ยมของภาพ (ก)

ในรูปที่ 2.6 หัวลูกศรที่แสดงทิศทางของแรง จะชี้ไปยังส่วนที่เป็นขอบของวัตถุ ด้วยเหตุนี้เองจึงทำให้คอนทอร์สามารถเคลื่อนที่เข้าไปยังส่วนที่เป็นขอบของวัตถุได้ แต่แรงภายนอกแบบดั้งเดิม ยังคงมีข้อเสียหลักๆอยู่ 2 ประการ ดังต่อไปนี้

1. ช่วงการเคลื่อนที่เข้าหาวัตถุที่จำกัด (Limited Capture Range) ทำให้การวางตำแหน่งเริ่มต้น (Initial Position) ของคอนทอร์จะต้องใกล้กับวัตถุที่สนใจเพียงพอ จึงจะทำให้คอนทอร์สามารถเคลื่อนที่และเปลี่ยนรูปร่างไปตามวัตถุที่เราสนใจในภาพได้ สาเหตุนี้เองมาจากบริเวณที่ไกลจากขอบของวัตถุ ค่าเกรเดียนต์จะมีค่าน้อยมากๆ ทำให้เมื่อส่วนใดส่วนหนึ่งของคอนทอร์ตกอยู่ภายในบริเวณเหล่านี้ จะไม่มีแรงขับเคลื่อนไปยังขอบของวัตถุได้

2. การเคลื่อนที่เข้าหาวัตถุที่ไม่สมบูรณ์ (Poor Convergence) โดยเฉพาะส่วนที่มีลักษณะโค้งเว้ามากๆ (Concavities) ดังตัวอย่างในรูปที่ 2.7



รูปที่ 2.7 การแบ่งส่วนภาพที่มีลักษณะโค้งเว้ามากๆโดยใช้แรงภายนอกแบบดั้งเดิม
(ก) คอนทัวร์เริ่มต้น (ข) ผลการแบ่งส่วนภาพ

ในรูปที่ 2.7 เป็นตัวอย่างการใช้แรงภายนอกแบบดั้งเดิมในการแบ่งส่วนภาพที่มีลักษณะโค้งเว้ามากๆ ซึ่งเห็นได้ว่า คอนทัวร์ไม่สามารถเคลื่อนเข้าไปยังส่วนที่โค้งเว้ามากๆได้อย่างสมบูรณ์ สาเหตุเนื่องมาจากในบริเวณส่วนที่มีลักษณะโค้งเว้ามากๆจะไม่มีแรงขับเคลื่อนคอนทัวร์ ซึ่งสามารถสังเกตได้อย่างชัดเจนจากรูปที่ 2.6(ข)

2.1.2.2 แรงภายนอกแบบ GVF

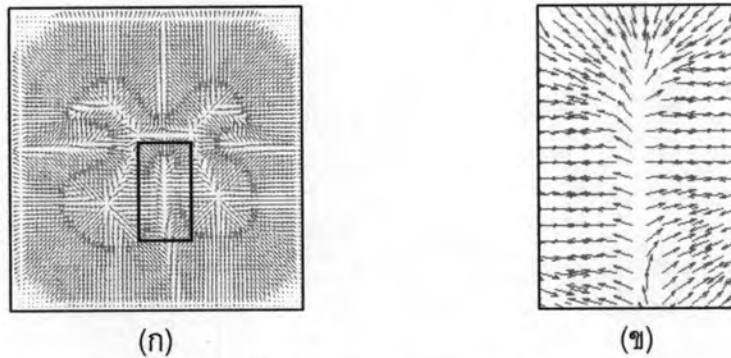
การแก้ไขปัญหาช่วงการเคลื่อนที่เข้าหาวัตถุที่จำกัด และการเคลื่อนที่เข้าหาวัตถุที่ไม่สมบูรณ์ของแรงภายนอกแบบดั้งเดิม Xu และ Prince [4] ได้นำเสนอรูปแบบใหม่ของแรงภายนอกสำหรับแอกทิฟคอนทัวร์ เรียกว่า GVF field (Gradient Vector Flow Field) ดังสมการที่ (2.7)

$$F_{\text{external}} = F_{\text{GVF}} = V(x, y) \quad (2.7)$$

GVF field สามารถคำนวณได้จากสมการที่ (2.8)

$$V_i = \mu \nabla^2 V - (V - \nabla f) |\nabla f|^2, \quad V_0 = \nabla f \quad (2.8)$$

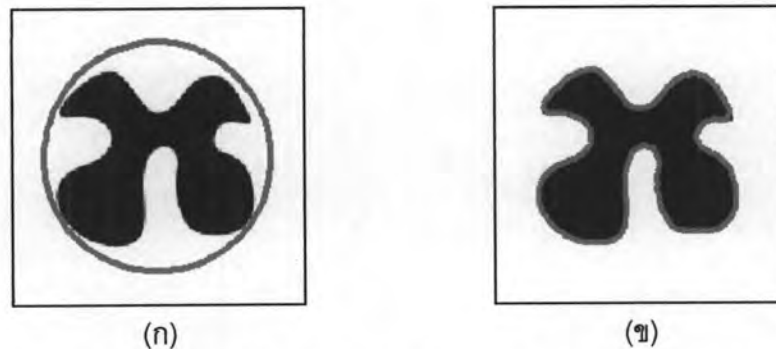
โดยที่ $V(x, y) = [u(x, y), v(x, y)]$, $\nabla^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$ คือ ตัวดำเนินการลาปลาซเซียน (Laplacian Operator) และ f คือ ภาพขอบ (Edge Map) ของภาพ $I(x, y)$ ซึ่งคำนวณได้จากสมการที่ (2.5) และเมื่อนำ $V(x, y)$ ที่ได้มาพล็อต จะทำให้เห็นทิศทางของแรง ซึ่งแสดงเป็นลูกศรดังรูปที่ 2.8



รูปที่ 2.8 แรงภายนอกแบบ GVF

(ก) ทิศทางของแรง (ข) ภาพขยายภายในกรอบสี่เหลี่ยมของภาพ (ก)

จากรูปที่ 2.8 จะเห็นได้ว่าแรงภายนอกแบบ GVF นี้ได้มีการขยายอาณาบริเวณของแรงที่เข้าไปยังขอบของวัตถุในภาพออกไปโดยรอบ จึงทำให้คอนทัวร์มีช่วงการเคลื่อนที่เข้าหาวัตถุที่กว้างมากขึ้น และมีความสามารถในการเคลื่อนที่เข้าไปยังส่วนที่มีลักษณะโค้งเว้ามากๆ ได้ดีกว่าแรงภายนอกแบบดั้งเดิม ดังตัวอย่างการแบ่งส่วนภาพที่มีลักษณะโค้งเว้ามากๆ โดยใช้แรงภายนอกแบบ GVF ในรูปที่ 2.9 ซึ่งแรงภายนอกแบบนี้สามารถประสพผลสำเร็จได้ดีในการแบ่งส่วนภาพที่มีลักษณะโค้งเว้ามากๆ



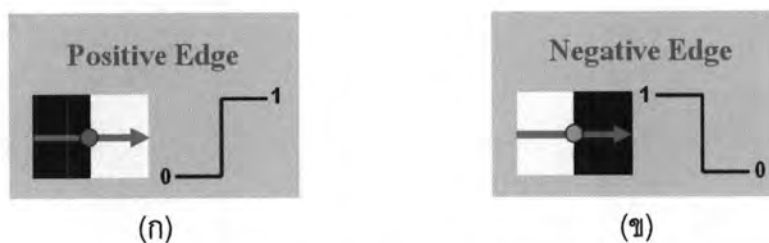
รูปที่ 2.9 การแบ่งส่วนภาพที่มีลักษณะโค้งเว้ามากๆ โดยใช้แรงภายนอกแบบ GVF

(ก) คอนทัวร์เริ่มต้น (ข) ผลการแบ่งส่วนภาพ

2.1.2.3 แรงภายนอกแบบ DDGVF

แรงภายนอกแบบดั้งเดิม และ แบบ GVF เป็นฟังก์ชันของ $|\nabla I|$ ซึ่งก็คือ ขนาดของเกรเดียนต์ (Gradient Magnitude) ของภาพ จึงทำให้สูญเสียเครื่องหมายของค่าเกรเดียนต์ไป ดังนั้น Cheng และ Foo [5] จึงได้มีการพัฒนาแรงภายนอกแบบ DDGVF (Dynamic Directional Gradient Vector Flow) โดยได้มีการคำนึงเครื่องหมายของค่าเกรเดียนต์ เพราะค่าเกรเดียนต์สามารถบ่งถึงลักษณะขอบของวัตถุในภาพได้ โดยค่าเกรเดียนต์ที่เป็นค่าบวก เรียกว่าขอบบวก

(Positive Edge) หมายถึงการเปลี่ยนแปลงจากค่าความเข้มสีน้อยไปเป็นค่าความเข้มสีมาก ดังแสดงในรูปที่ 2.10(ก) และค่าเกรเดียนต์ที่เป็นค่าลบ เรียกว่าขอบลบ (Negative Edge) หมายถึงการเปลี่ยนแปลงจากค่าความเข้มสีมากไปเป็นค่าความเข้มสีน้อย ดังแสดงในรูปที่ 2.10(ข) ซึ่งภาพทั้งสองนี้กำหนดให้ สีดำมีค่าความเข้มสีเท่ากับ 0 และสีขาวมีค่าความเข้มสีเท่ากับ 1 และมีทิศทางในการพิจารณาตามลูกศรสีแดง

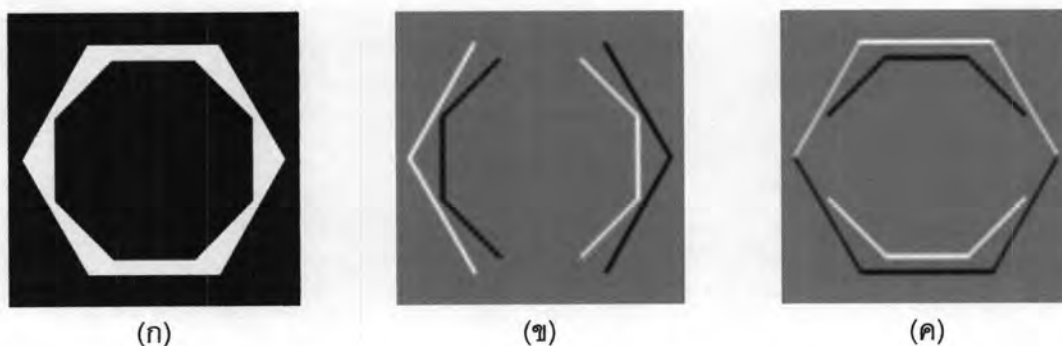


รูปที่ 2.10 การพิจารณาขอบของวัตถุในภาพ
(ก) ขอบบวก (ข) ขอบลบ

ค่าเกรเดียนต์ในแนวนอนและแนวตั้งของภาพ $I(x, y)$ สามารถคำนวณได้จากสมการที่ (2.9)

$$g(x, y) = \nabla(G_\sigma(x, y) * I(x, y)) = (g_x(x, y), g_y(x, y)) \quad (2.9)$$

โดยที่ g_x คือ เกรเดียนต์แนวนอน หรือในทิศทาง $+x$ และ g_y คือ เกรเดียนต์แนวตั้ง หรือในทิศทาง $+y$ ของภาพ $I(x, y)$ ที่ผ่านการทำให้เบลอด้วย ฟังก์ชันเกาส์เซียน 2 มิติมาแล้ว ดังตัวอย่างแสดงในรูปที่ 2.11

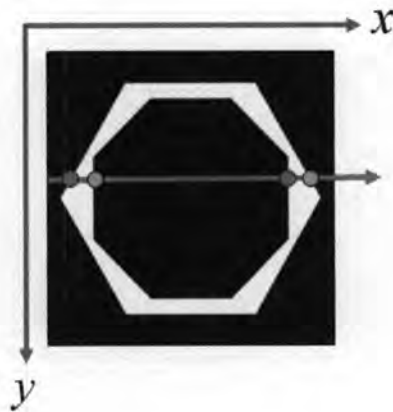


รูปที่ 2.11 การหาค่าเกรเดียนต์ของภาพ

(ก) ภาพ $I(x, y)$ (ข) เกรเดียนต์แนวนอน $g_x(x, y)$ (ค) เกรเดียนต์แนวตั้ง $g_y(x, y)$



รูปที่ 2.11(ก) เป็นภาพตัวอย่างที่มีวัตถุที่เราสนใจในภาพ 2 วัตถุด้วยกัน ประกอบไปด้วย วัตถุแปดเหลี่ยมสีดำบนพื้นสีขาว และ วัตถุหกเหลี่ยมสีขาวบนพื้นสีดำ โดยในภาพนี้กำหนดให้ สีขาวมีความเข้มสีเท่ากับ 1 และสีดำมีความเข้มสีเท่ากับ 0 ซึ่งเมื่อทำการหาค่าเกรเดียนต์โดยใช้ สมการที่ (2.9) จะได้ภาพขอบออกมา 2 ภาพ คือ ภาพขอบที่ได้จากการหาค่าเกรเดียนต์ในแนวตั้ง และแนวนอนของภาพ ดังแสดงในรูปที่ 2.11(ข) และ (ค) ตามลำดับ ซึ่งเห็นได้ว่าคุณค่าเกรเดียนต์ที่ได้จากการคำนวณนั้น มีทั้งค่าบวกและค่าลบ โดยในสองภาพนี้กำหนดให้ สีขาว คือ ค่าเกรเดียนต์ที่เป็นค่าบวก สีดำ คือ ค่าเกรเดียนต์ที่เป็นค่าลบ และ สีเทา คือ ค่าเกรเดียนต์ที่เป็นศูนย์ ดังนั้นจึงสามารถแยกแยะลักษณะของขอบออกได้เป็นขอบบวกหรือขอบลบ ตามตัวอย่างในรูปที่ 2.12



รูปที่ 2.12 การพิจารณาลักษณะขอบของวัตถุในภาพตามทิศทาง +x

จากรูปที่ 2.12 เป็นตัวอย่างการพิจารณาลักษณะขอบของวัตถุในภาพตามทิศทาง +x ซึ่ง จุดสีเขียวนั้น คือ ขอบที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงค่าความเข้มสีจากน้อยไปมาก จึงมีลักษณะเป็นขอบบวก และจุดสีส้ม คือ ขอบที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงค่าความเข้มสีจากมากไปน้อย จึงมีลักษณะเป็นขอบลบ ซึ่งแรงภายนอกแบบ DDGVF นี้มีการพิจารณาภาพขอบ แบ่งออกเป็นขอบบวกและขอบลบ ใน 4 ทิศทางด้วยกัน ซึ่งประกอบไปด้วยทิศทาง +x, -x, +y และ -y ตามลำดับ โดยภาพขอบกรณีขอบบวกใน 4 ทิศทาง สามารถคำนวณได้จากสมการที่ (2.10)-(2.13)

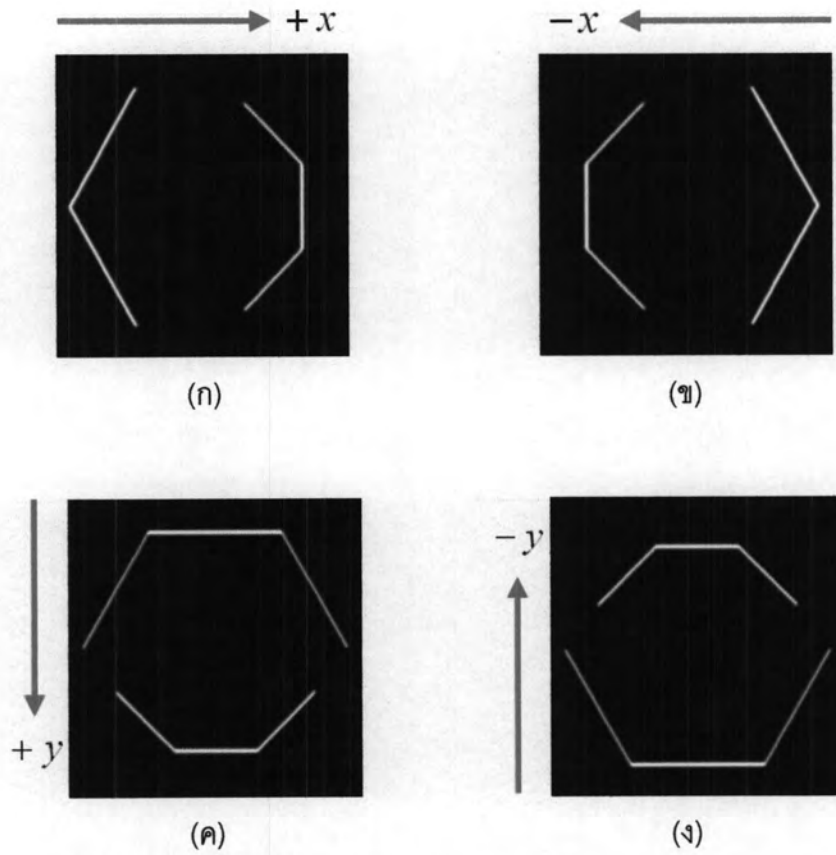
$$f_x^+(x, y) = \max \{g_x(x, y), 0\} \quad (2.10)$$

$$f_x^-(x, y) = -\min \{g_x(x, y), 0\} \quad (2.11)$$

$$f_y^+(x, y) = \max \{g_y(x, y), 0\} \quad (2.12)$$

$$f_y^-(x, y) = -\min \{g_y(x, y), 0\} \quad (2.13)$$

จากสมการที่ (2.10)-(2.13) เป็นการกรองภาพขอบในรูปที่ 2.11(ข) และ (ค) ออกเป็นภาพขอบ 4 ภาพ โดยในแต่ละภาพจะมีคุณสมบัติเป็นขอบบวกในแต่ละทิศทาง แสดงดังรูปที่ 2.13



รูปที่ 2.13 ชุดภาพขอบวกใน 4 ทิศทาง (ก) $f_x^+(x, y)$ ทิศทาง $+x$
 (ข) $f_x^-(x, y)$ ทิศทาง $-x$ (ค) $f_y^+(x, y)$ ทิศทาง $+y$ (ง) $f_y^-(x, y)$ ทิศทาง $-y$

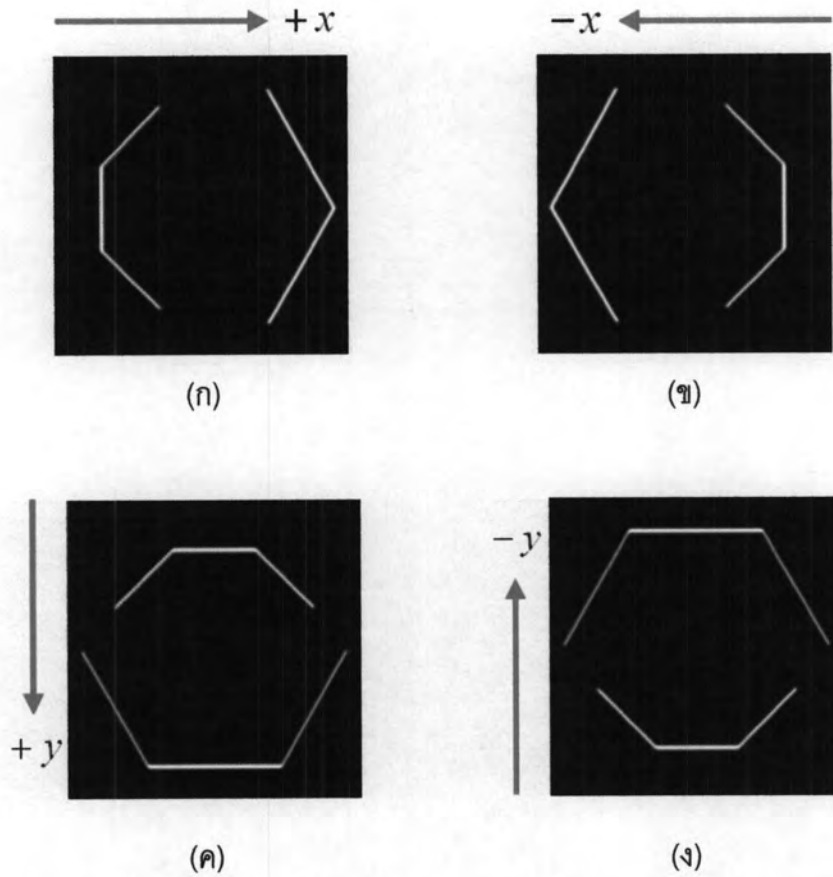
ภาพขอบกรณีขอบลบใน 4 ทิศทาง สามารถคำนวณได้จากสมการที่ (2.14)-(2.17) ซึ่งเป็น การกรองภาพขอบในรูปที่ 2.11(ข) และ (ค) ออกเป็นภาพขอบ 4 ภาพ โดยในแต่ละภาพจะมี คุณสมบัติเป็นขอบลบในแต่ละทิศทาง แสดงดังรูปที่ 2.14

$$f_x^+(x, y) = -\min\{g_x(x, y), 0\} \quad (2.14)$$

$$f_x^-(x, y) = \max\{g_x(x, y), 0\} \quad (2.15)$$

$$f_y^+(x, y) = -\min\{g_y(x, y), 0\} \quad (2.16)$$

$$f_y^-(x, y) = \max\{g_y(x, y), 0\} \quad (2.17)$$



รูปที่ 2.14 ชุดภาพขอบใน 4 ทิศทาง (ก) $f_x^+(x, y)$ ทิศทาง $+x$
 (ข) $f_x^-(x, y)$ ทิศทาง $-x$ (ค) $f_y^+(x, y)$ ทิศทาง $+y$ (ง) $f_y^-(x, y)$ ทิศทาง $-y$

f_x^+, f_x^-, f_y^+ และ f_y^- คือ ภาพขอบที่ได้มาจากค่าเกรเดียนต์ ซึ่งมีค่าเป็นบวก ในทิศทาง $+x, -x, +y$ และ $-y$ ตามลำดับ โดยเรียกภาพขอบแบบใหม่นี้ว่า ภาพขอบแบบมีทิศทาง (Directional Edge Map) แสดงดังสมการที่ (2.18)

$$f(x, y) = [f_x^+(x, y), f_x^-(x, y), f_y^+(x, y), f_y^-(x, y)] \tag{2.18}$$

DDGVF field มี 4 ส่วนประกอบ คือ $V(x, y) = [u^+(x, y), u^-(x, y), v^+(x, y), v^-(x, y)]$ สำหรับ 4 ทิศทาง โดยที่ DDGVF field สามารถคำนวณได้จากสมการที่ (2.19) ซึ่งคล้ายกับ GVF field ในสมการที่ (2.8)

$$V_i = \mu \nabla^2 V - (V - df) df^2, \quad V_0 = df \tag{2.19}$$

โดยที่ $df = [df_x^+, df_x^-, df_y^+, df_y^-]$ และ

$$df_x^+ = \frac{\partial}{\partial x} f_x^+ \quad (2.20)$$

$$df_x^- = \frac{\partial}{\partial x} f_x^- \quad (2.21)$$

$$df_y^+ = \frac{\partial}{\partial y} f_y^+ \quad (2.22)$$

$$df_y^- = \frac{\partial}{\partial y} f_y^- \quad (2.23)$$

จากสมการที่ (2.19) สามารถเขียน DDGVF field แยกออกเป็น 4 ส่วนประกอบได้ ดังสมการที่ (2.24)-(2.27)

$$u_t^+ = \mu \nabla^2 u^+ - (u^+ - df_x^+)(df_x^+)^2, \quad u_0^+ = df_x^+ \quad (2.24)$$

$$u_t^- = \mu \nabla^2 u^- - (u^- - df_x^-)(df_x^-)^2, \quad u_0^- = df_x^- \quad (2.25)$$

$$v_t^+ = \mu \nabla^2 v^+ - (v^+ - df_y^+)(df_y^+)^2, \quad v_0^+ = df_y^+ \quad (2.26)$$

$$v_t^- = \mu \nabla^2 v^- - (v^- - df_y^-)(df_y^-)^2, \quad v_0^- = df_y^- \quad (2.27)$$

ดังนั้น แรงภายนอกแบบ DDGVF สามารถเขียนได้ดังสมการที่ (2.28)

$$F_{\text{external}} = F_{\text{DDGVF}} = [F_x, F_y] \quad (2.28)$$

โดยที่ F_x และ F_y สามารถเขียนได้ดังสมการที่ (2.29) และ (2.30) ตามลำดับ

$$F_x = u^+ \max\{\cos(\theta), 0\} - u^- \min\{\cos(\theta), 0\} \quad (2.29)$$

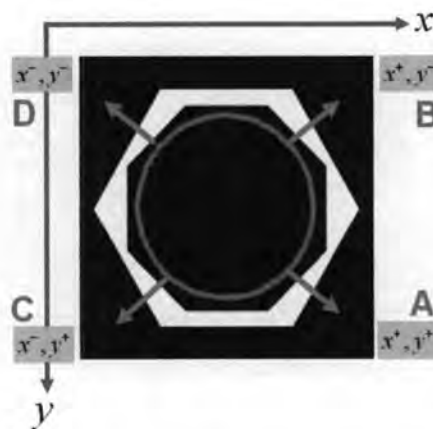
$$F_y = v^+ \max\{\sin(\theta), 0\} - v^- \min\{\sin(\theta), 0\} \quad (2.30)$$

จากสมการที่ (2.29) และ (2.30) $\cos(\theta)$ และ $\sin(\theta)$ คือ เวกเตอร์หนึ่งหน่วย, n ในทิศทางของ x และ y โดยสมการทั้งสองนี้จะเป็นการเลือกใช้แรงภายนอกที่ขึ้นอยู่กับทิศทางของเวกเตอร์หนึ่งหน่วย ดังนั้นแรงภายนอกแบบ DDGVF จะมีความเป็นไปได้ทั้งหมด 4 กรณี ดังนี้

1. เวกเตอร์หนึ่งหน่วยมีทิศทาง $+n_x, +n_y$ จะได้ $F_{\text{DDGVF}} = [u^+, v^+]$
2. เวกเตอร์หนึ่งหน่วยมีทิศทาง $+n_x, -n_y$ จะได้ $F_{\text{DDGVF}} = [u^+, v^-]$
3. เวกเตอร์หนึ่งหน่วยมีทิศทาง $-n_x, +n_y$ จะได้ $F_{\text{DDGVF}} = [u^-, v^+]$
4. เวกเตอร์หนึ่งหน่วยมีทิศทาง $-n_x, -n_y$ จะได้ $F_{\text{DDGVF}} = [u^-, v^-]$

นอกจากนี้แรงภายนอกแบบ DDGVF ยังสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท ซึ่งขึ้นอยู่กับผู้ใช้งานว่าต้องการแบ่งส่วนวัตถุใดในภาพ โดยดูจากลักษณะขอบของวัตถุที่ต้องการ โดยถ้าวัตถุนั้นมีลักษณะของขอบเป็นขอบบวก ก็จะเลือกใช้ชุดภาพขอบบวก และ เรียกแรงภายนอกแบบนี้ว่า F_{DDGVF+} และ ถ้าวัตถุนั้นมีลักษณะของขอบเป็นขอบลบ ก็จะเลือกใช้ชุดภาพขอบลบ และ เรียกแรงภายนอกแบบนี้ว่า F_{DDGVF-}

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการแบ่งส่วนภาพในรูปที่ 2.11(ก) โดยในตัวอย่างนี้มีความต้องการที่จะแบ่งส่วนวัตถุแปดเหลี่ยมสีดำที่วางอยู่บนพื้นสีขาว ซึ่งเป็นวัตถุที่มีขอบที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงค่าความเข้มสีน้อยไปยังค่าความเข้มสีมาก ซึ่งก็คือขอบบวกนั่นเอง ดังนั้น จึงเลือกใช้ชุดภาพขอบบวกในรูปที่ 2.13 ในการคำนวณ DDGVF field และในที่นี้ได้ยกตัวอย่างทิศทางการเคลื่อนที่ของจุดบนคอนทัวร์ใน 4 กรณี แสดงดังรูปที่ 2.15



รูปที่ 2.15 การแบ่งส่วนภาพโดยใช้แรงภายนอกแบบ DDGVF โดยเลือกใช้ขอบบวก

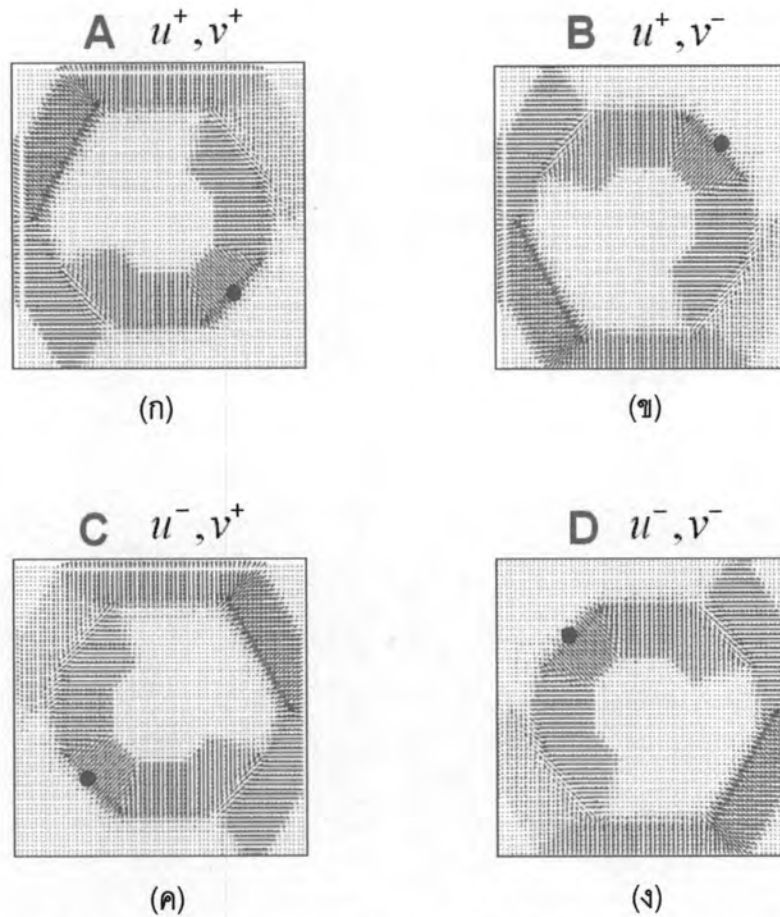
จากรูปที่ 2.15 วงกลมสีแดงที่วางอยู่ภายในวัตถุแปดเหลี่ยมสีดำ คือ คอนทัวร์เริ่มต้น และ ลูกศรสีเขียว คือ ตัวอย่างเวกเตอร์หนึ่งหน่วยของจุดบนคอนทัวร์ใน 4 กรณี ดังต่อไปนี้

กรณี A $+n_x, +n_y$ จะได้ $F_{DDGVF+} = [u^+, v^+]$ แสดงดังรูปที่ 2.16(ก)

กรณี B $+n_x, -n_y$ จะได้ $F_{DDGVF+} = [u^+, v^-]$ แสดงดังรูปที่ 2.16(ข)

กรณี C $-n_x, +n_y$ จะได้ $F_{DDGVF+} = [u^-, v^+]$ แสดงดังรูปที่ 2.16(ค)

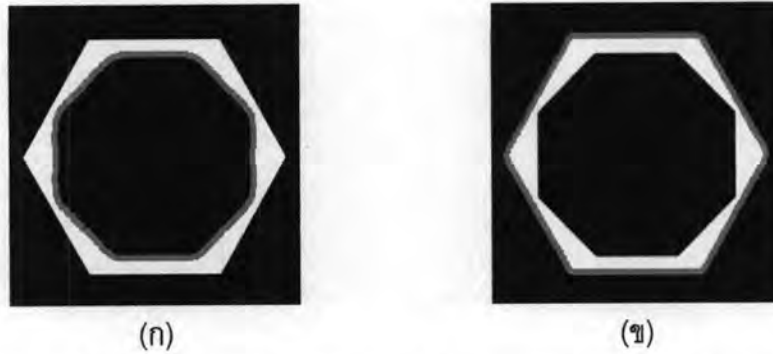
กรณี D $-n_x, -n_y$ จะได้ $F_{DDGVF+} = [u^-, v^-]$ แสดงดังรูปที่ 2.16(ง)



รูปที่ 2.16 แรงแยกแบบ DDGVF โดยเลือกใช้ขอบบวกลงใน 4 กรณี

$$(ก) F_{DDGVF+} = [u^+, v^+] \quad (ข) F_{DDGVF+} = [u^+, v^-] \quad (ค) F_{DDGVF+} = [u^-, v^+] \quad (ง) F_{DDGVF+} = [u^-, v^-]$$

จากรูปที่ 2.16 เป็นทิศทางของแรงแยกแบบ DDGVF ที่เลือกใช้ชุดภาพขอบบวกลง ซึ่งมีทั้งหมด 4 กรณี โดยจุดสีแดงที่ปรากฏในภาพทั้งสี่คือ ขอบที่จุดบนคอนทอร์นในแต่ละกรณีจะเคลื่อนที่เข้าหา ซึ่งเห็นได้ว่าในทั้งสี่กรณี จุดสีแดงเหล่านี้จะเป็นขอบส่วนหนึ่งของวัตถุแปดเหลี่ยมด้วยเหตุนี้เอง จึงทำให้คอนทอร์นสามารถเคลื่อนที่ไปยังวัตถุแปดเหลี่ยมได้ แสดงดังรูปที่ 2.17(ก) และในทางกลับกัน ถ้าต้องการแบ่งส่วนวัตถุหกเหลี่ยมสีขาวที่วางอยู่บนพื้นสีดำ สามารถทำได้โดยเลือกใช้ชุดภาพขอบลบในการคำนวณ DDGVF field ทำให้คอนทอร์นสามารถเคลื่อนที่ไปยังวัตถุหกเหลี่ยมได้ แสดงดังรูปที่ 2.17(ข)



รูปที่ 2.17 ผลการแบ่งส่วนภาพโดยใช้แรงภายนอกแบบ DDGVF

(ก) กรณีเลือกใช้ขอบบวก (ข) กรณีเลือกใช้ขอบลบ

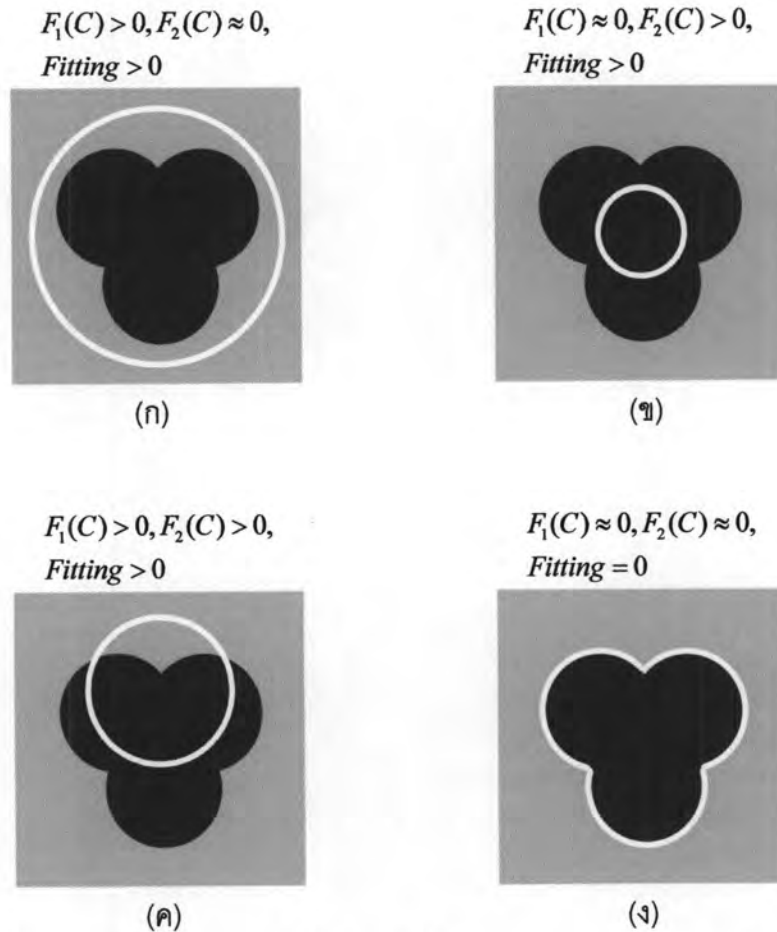
จากการเลือกใช้ขอบบวกหรือขอบลบ ของแรงภายนอกแบบ DDGVF นี้ ทำให้เราสามารถเลือกได้ว่า ต้องการแบ่งส่วนภาพวัตถุที่มีขอบลักษณะใดในภาพ ซึ่งเป็นความสามารถที่เหนือกว่าแรงภายนอกแบบดั้งเดิม และ แรงภายนอกแบบ GVF

2.1.2.4 แรงภายนอกแบบอาณาบริเวณ

แรงภายนอกแบบดั้งเดิม แบบ GVF และ แบบ DDGVF เป็นแรงภายนอกที่ขึ้นอยู่กับค่าเกรเดียนต์ของภาพ ซึ่งก็คือภาพขอบ จึงทำให้มีข้อเสียอยู่หลายประการ เช่น การวางคอนทัวร์เริ่มต้นต้องใกล้เคียงกับวัตถุที่เราสนใจเพียงพอ และ ขอบปลอม (Spurious Edge) ที่เกิดจากสัญญาณรบกวน (Noise) ซึ่งจะดึงดูดคอนทัวร์ให้เคลื่อนที่ไปในทิศทางที่ไม่ต้องการได้ ในการแก้ไขปัญหานี้ ช่างตัน ได้มีการเปลี่ยนการใช้ภาพขอบมาเป็นการใช้อาณาบริเวณของภาพ ซึ่งถูกนำเสนอโดย Chan และ Vese [8] โดยเริ่มต้นจากพิจารณาตามสมการที่ (2.31)

$$F_1(C) + F_2(C) = \int_{\text{inside}(C)} (I - R_{in})^2 dx dy + \int_{\text{outside}(C)} (I - R_{out})^2 dx dy \quad (2.31)$$

โดยที่ C คือ คอนทัวร์, R_{in} และ R_{out} คือ ค่าเฉลี่ยของความเข้มสี (Average Intensity) ภายในและภายนอกของคอนทัวร์ตามลำดับ และ I คือ ค่าความเข้มสีท้องถิ่นของภาพ (Local Image Intensity) โดยภาพถูกแบ่งออกเป็น 2 อาณาบริเวณ คือ อาณาบริเวณที่อยู่ภายในคอนทัวร์ และ อาณาบริเวณที่อยู่ภายนอกคอนทัวร์ เรียกสมการที่ (2.31) นี้ว่า "Fitting"



รูปที่ 2.18 การพิจารณากรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตำแหน่งคอนทัวร์ในภาพ

(ก) คอนทัวร์อยู่ภายนอกวัตถุ (ข) ภายในวัตถุ (ค) ภายในและภายนอกวัตถุ (ง) บนขอบของวัตถุ

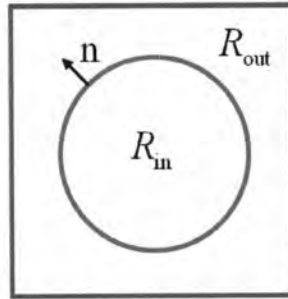
จากรูปที่ 2.18 วัตถุสีดำเป็นวัตถุที่เราสนใจและมีกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตำแหน่งคอนทัวร์ 4 กรณี คือ รูป (ก) กรณีคอนทัวร์อยู่ภายนอกวัตถุ $F_1(C) > 0$ และ $F_2(C) \approx 0$ รูป (ข) กรณีคอนทัวร์อยู่ภายในวัตถุ $F_1(C) \approx 0$ และ $F_2(C) > 0$ รูป (ค) กรณีคอนทัวร์อยู่ภายในและภายนอกวัตถุ $F_1(C) > 0$ และ $F_2(C) > 0$ และ รูป (ง) กรณีคอนทัวร์อยู่บนขอบของวัตถุ $F_1(C) \approx 0$ และ $F_2(C) \approx 0$ ในกรณีนี้ค่า fitting มีค่าน้อยที่สุดประมาณเท่ากับศูนย์ ซึ่งเป็นผลการแบ่งส่วนภาพที่เราต้องการ คือ สามารถแบ่งภาพออกเป็น 2 อาณาบริเวณได้อย่างชัดเจน ระหว่างวัตถุกับพื้นหลัง ดังนั้น จึงได้มีการเปลี่ยนพลังงานภายนอกจากเดิมที่ขึ้นอยู่กับค่าเกรเดียนต์ของภาพมาเป็นสมการที่ (2.31) ที่ขึ้นอยู่กับ 2 อาณาบริเวณของภาพ คือ อาณาบริเวณภายในและภายนอกของคอนทัวร์ แสดงดังรูปที่ 2.19 โดยสามารถเขียนฟังก์ชันพลังงานภายนอกได้ดังสมการที่ (2.32)

$$E_{\text{region}}(C, R_{\text{in}}, R_{\text{out}}) = \lambda_{\text{in}} \int_{\text{inside}(C)} (I - R_{\text{in}})^2 d\sigma + \lambda_{\text{out}} \int_{\text{outside}(C)} (I - R_{\text{out}})^2 d\sigma \quad (2.32)$$

โดยที่ C คือ คอนทัวร์, R_{in} และ R_{out} คือ ค่าเฉลี่ยของความเข้มสี (Average Intensity) ภายในและภายนอกคอนทัวร์ λ_{in} และ λ_{out} คือ ค่าคงที่บวก ทำหน้าที่เป็นตัวถ่วงน้ำหนัก และ I คือ ค่าความเข้มสีท้องถิ่นของภาพ (Local Image Intensity) การทำให้ฟังก์ชันพลังงานในสมการที่ (2.32) มีค่าน้อยที่สุด คอนทัวร์จะต้องเคลื่อนที่และเปลี่ยนรูปร่างตามฟังก์ชันของเวลา ในสมการที่ (2.33)

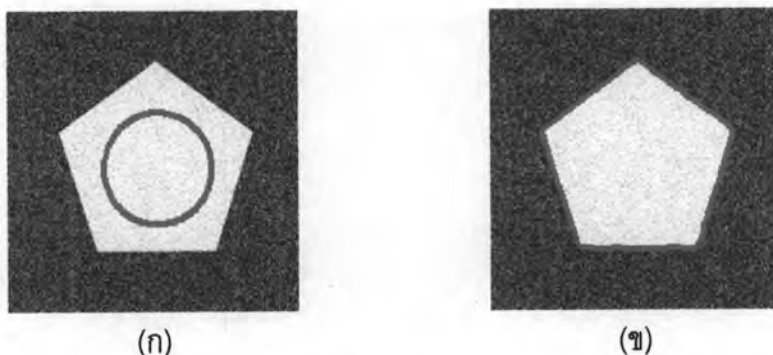
$$F_{\text{external}} = F_{\text{region}} = -[\lambda_{in}(I - R_{in})^2 - \lambda_{out}(I - R_{out})^2]n \quad (2.33)$$

โดยที่ n คือ เวกเตอร์หนึ่งหน่วยของจุดบนคอนทัวร์ C ซึ่งมีทิศทางหันออกด้านนอกคอนทัวร์ แสดงดังรูปที่ 2.19



รูปที่ 2.19 อาณาบริเวณของภาพที่ถูกแบ่งโดยคอนทัวร์

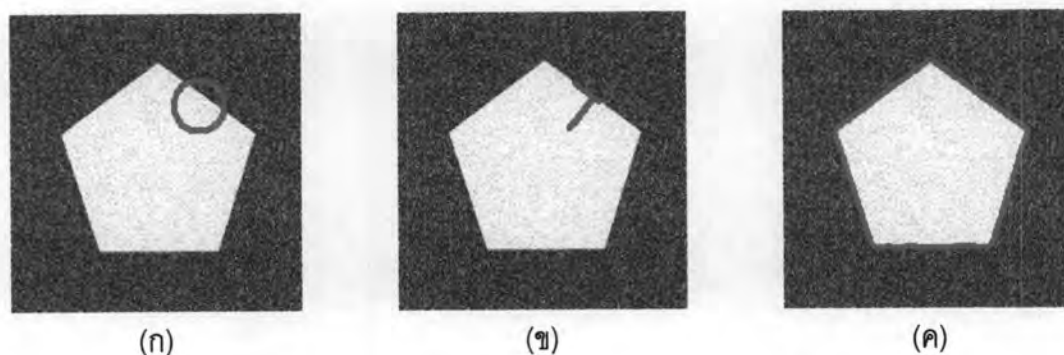
ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการแบ่งส่วนภาพโดยใช้แรงภายนอกแบบอาณาบริเวณ โดยภาพที่นำมาใช้นี้เป็นภาพวัตถุห้าเหลี่ยมสีขาวที่วางอยู่บนพื้นหลังสีดำ และถูกทำให้ไม่ชัดเจนด้วยสัญญาณรบกวน โดยวางคอนทัวร์เริ่มต้นไว้ภายในวัตถุห้าเหลี่ยม ดังรูปที่ 2.20(ก) และผลการแบ่งส่วนภาพที่ได้แสดงดังรูปที่ 2.20(ข) ซึ่งเห็นได้ว่าคอนทัวร์สามารถแบ่งภาพออกเป็น 2 อาณาบริเวณได้อย่างชัดเจน ระหว่างวัตถุห้าเหลี่ยมและพื้นหลัง แม้ว่าภาพจะไม่ชัดเจนมากเนื่องจากสัญญาณรบกวนก็ตาม



รูปที่ 2.20 การแบ่งส่วนภาพโดยใช้แรงภายนอกแบบอาณาบริเวณ

(ก) คอนทัวร์เริ่มต้น (ข) ผลการแบ่งส่วนภาพ

แรงภายนอกแบบอาณาบริเวณมีความสามารถที่เหนือกว่าแรงภายนอกแบบที่ใช้ภาพขอบ โดยเฉพาะในเรื่องของการวางตำแหน่งคอนทัวร์เริ่มต้น ดังตัวอย่างแสดงการเปรียบเทียบการแบ่งส่วนภาพระหว่างแรงภายนอกแบบ GVF และ แบบอาณาบริเวณ ในรูปที่ 2.21



รูปที่ 2.21 ผลกระทบของคอนทัวร์เริ่มต้นกับแรงภายนอก
(ก) คอนทัวร์เริ่มต้น (ข) ผลการแบ่งส่วนภาพโดยใช้แรงภายนอกแบบ GVF
(ค) ผลการแบ่งส่วนภาพโดยใช้แรงภายนอกแบบอาณาบริเวณ

จากรูปที่ 2.21(ก) คือ คอนทัวร์เริ่มต้น ซึ่งในที่นี้ได้วางคอนทัวร์เริ่มต้นไว้บริเวณทางขวาด้านบนของภาพ โดยคอนทัวร์คร่อมอยู่ระหว่างวัตถุห้าเหลี่ยมกับพื้นหลัง และเมื่อใช้แรงภายนอกแบบ GVF ผลที่ได้แสดงดังรูป (ข) ซึ่งเห็นได้ว่าคอนทัวร์ไม่สามารถเปลี่ยนรูปร่างและเคลื่อนที่ไปยังขอบของวัตถุห้าเหลี่ยมได้ สาเหตุเนื่องจากมีสัญญาณรบกวนในภาพ ส่งผลให้ขอบของวัตถุห้าเหลี่ยมไม่ชัดเจนและยังส่งผลให้เกิดขอบเล็กขอบน้อยขึ้นในภาพขอบอีกด้วย จึงทำให้คอนทัวร์เคลื่อนที่ไปติดกับขอบเล็กขอบน้อยเหล่านี้ แต่ถ้าใช้แรงภายนอกแบบอาณาบริเวณ ผลที่ได้แสดงดังรูป (ค) ซึ่งเห็นได้ว่าคอนทัวร์สามารถเปลี่ยนรูปร่างและเคลื่อนที่ไปยังวัตถุห้าเหลี่ยมได้ เพื่อแบ่งส่วนภาพออกเป็นสองอาณาบริเวณได้อย่างชัดเจน คือ อาณาบริเวณที่เป็นวัตถุห้าเหลี่ยมและ

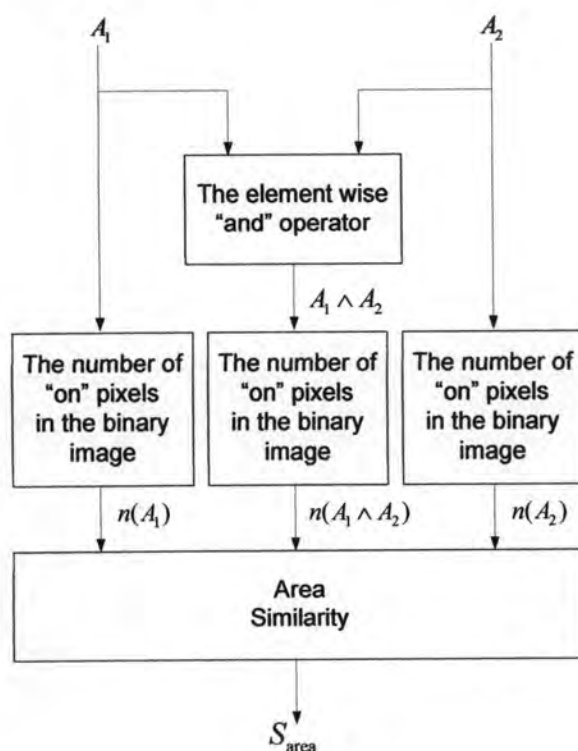
อาณาบริเวณที่เป็นพื้นหลัง ซึ่งสัญญาณรบกวนในภาพนี้ ไม่มีผลกระทบกับแรงภายนอกแบบนี้มากนัก เนื่องจากแรงภายนอกแบบอาณาบริเวณนี้ไม่ได้ใช้ภาพขอบ และยังเป็นการศึกษาค่าความเข้มสีเฉลี่ยของอาณาบริเวณที่อยู่ภายในและภายนอกคอนทราสต์อีกด้วย ดังนั้น ถ้าภาพมีความชัดเจนระหว่างวัตถุที่เราสนใจกับพื้นหลังเพียงพอ แรงภายนอกแบบอาณาบริเวณนี้ก็จะเป็นประสบความสำเร็จเป็นอย่างดีในการแบ่งส่วนภาพ โดยไม่มีผลกระทบในเรื่องของคอนทราสต์เริ่มต้นมากนัก

2.2 เกณฑ์ในการประเมินผลการแบ่งส่วนภาพ

ในวิทยานิพนธ์นี้ ได้มีการนำผลการแบ่งส่วนภาพที่ได้จากการใช้ระเบียบวิธีแอกทิฟคอนทราสต์ มาเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการแบ่งส่วนภาพด้วยมือ เพื่อเป็นการวัดและประเมินประสิทธิภาพของระเบียบวิธีแอกทิฟคอนทราสต์ โดยได้มีการเลือกใช้เกณฑ์ในการวัดผล 2 รูปแบบด้วยกัน คือ ความคล้ายเชิงพื้นที่ [18,19] และ ความคล้ายเชิงรูปร่าง [9]

2.2.1 ความคล้ายเชิงพื้นที่

การวัดผลการแบ่งส่วนภาพโดยการพิจารณาจากความคล้ายเชิงพื้นที่ เป็นวิธีการวัดผลที่ถูกนำไปใช้กันอย่างทั่วไป ในงานวิจัยที่เกี่ยวกับการแบ่งส่วนภาพสะท้อนแม่เหล็ก (MRI) ซึ่งค่าความคล้ายเชิงพื้นที่, S_{area} มีขั้นตอนในการคำนวณแสดงดังรูปที่ 2.22



รูปที่ 2.22 ขั้นตอนในการคำนวณค่าความคล้ายเชิงพื้นที่

จากขั้นตอนการคำนวณค่าความคล้ายเชิงพื้นที่ในรูปที่ 2.22 สามารถเขียนได้ดังสมการที่ (2.34)

$$S_{\text{area}} = \frac{2n(A_1 \wedge A_2)}{n(A_1) + n(A_2)} \quad (2.34)$$

โดยที่ A_1 คือ ภาพขาวดำของผลการแบ่งส่วนภาพด้วยมือ และ A_2 คือ ภาพขาวดำของผลการแบ่งส่วนภาพด้วยระเบียบวิธีแอกทิฟคอนทัวร์คู่ ซึ่งในที่นี้กำหนดให้วัตถุที่ได้จากการแบ่งส่วนภาพเป็นสีขาว มีค่าความเข้มสีเท่ากับ 1 และ กำหนดให้พื้นหลังเป็นสีดำ มีค่าความเข้มสีเท่ากับ 0 , \wedge คือ ตัวดำเนินการ "And" และ $n(A)$ คือ จำนวนจุดที่เป็นสีขาวของภาพ A

S_{area} ในสมการที่ (2.34) จะมีค่าอยู่ในช่วง 0 ถึง 1 กล่าวคือ ถ้าภาพ A_1 และ A_2 เป็นภาพเดียวกัน ค่า S_{area} ที่คำนวณจะมีค่ามากที่สุด คือ 1 นั่นเอง

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการคำนวณค่า S_{area} แสดงดังรูปที่ 2.23



รูปที่ 2.23 ตัวอย่างการคำนวณค่าความคล้ายเชิงพื้นที่

(ก) ภาพขาวดำ A_1 (ข) ภาพขาวดำ A_2 (ค) ภาพขาวดำ $A_1 \wedge A_2$

จากรูปที่ 2.23(ก) เป็นภาพขาวดำ A_1 ที่มีขนาด 100×100 พิกเซล โดยมีวัตถุสีขาวในภาพเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแนวนอน ซึ่งมีขนาด 25×50 พิกเซล ดังนั้น จะได้ $n(A_1) = 1250$ และรูป (ข) เป็นภาพขาวดำ A_2 ที่มีขนาด 100×100 พิกเซล โดยมีวัตถุสีขาวในภาพเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแนวตั้ง ซึ่งมีขนาด 50×25 พิกเซล ดังนั้น จะได้ $n(A_2) = 1250$ และรูป (ค) เป็นภาพขาวดำที่ได้จาก $A_1 \wedge A_2$ ซึ่งผลที่ได้คือ วัตถุสีขาวในภาพเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งมีขนาด 25×25 พิกเซล และ $n(A_1 \wedge A_2) = 625$ ดังนั้น สามารถคำนวณค่า S_{area} ได้ดังต่อไปนี้

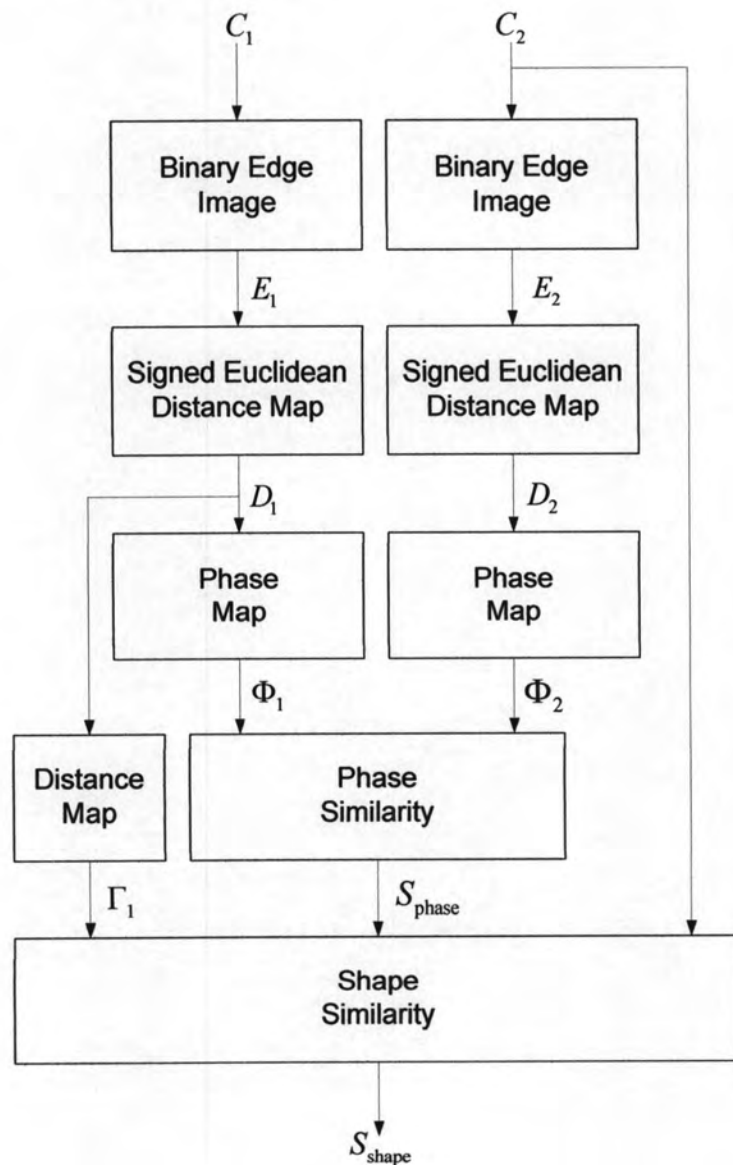
$$S_{\text{area}} = \frac{2n(A_1 \wedge A_2)}{n(A_1) + n(A_2)} = \frac{2 \times 625}{1250 + 1250} = \frac{1250}{2500} = 0.5$$

ค่า $S_{\text{area}} = 0.5$ ที่คำนวณได้นี้ สามารถบอกได้ว่าวัตถุสีขาวในภาพ A_1 และ A_2 มีส่วนที่ซ้อนทับกันเป็น 50 เปอร์เซ็นต์ ของวัตถุสีขาวทั้งหมดของทั้งสองภาพ

2.2.2 ความคล้ายเชิงรูปร่าง

นอกจากการวัดผลการแบ่งส่วนภาพโดยใช้ความคล้ายเชิงพื้นที่ ในวิทยานิพนธ์นี้ยังได้มีการวัดผลโดยใช้ความคล้ายเชิงรูปร่างอีกด้วย เนื่องจากค่าความคล้ายเชิงพื้นที่ สามารถบ่งบอกความคล้ายได้แค่เพียงพื้นที่ที่วัตถุในภาพทั้งสองซ้อนทับกันเท่านั้น ไม่ได้มีการคำนึงถึงรูปร่างของคอนทัวร์ที่นำมาทำการเปรียบเทียบ

ค่าความคล้ายเชิงรูปร่าง เป็นค่าที่ได้จากการเปรียบเทียบระหว่างคอนทัวร์ 2 คอนทัวร์ ซึ่งสามารถคำนวณได้ตามขั้นตอนในรูปที่ 2.24



รูปที่ 2.24 ขั้นตอนในการคำนวณค่าความคล้ายเชิงรูปร่าง

จากรูปที่ 2.24 เป็นขั้นตอนในการคำนวณค่าความคล้ายเชิงรูปร่าง โดยที่ C_1 คือ คอนทัวร์ที่ได้จากการแบ่งส่วนภาพด้วยมือและ C_2 คือ คอนทัวร์ที่ได้จากการแบ่งส่วนภาพด้วยระเบียบวิธีแอ็กทิฟคอนทัวร์คู่ โดยมีขั้นตอนต่างๆดังต่อไปนี้

1. สร้างภาพขอบจากคอนทัวร์ C_1 และ C_2 โดยภาพขอบที่ได้นี้จะเป็นภาพขาวดำที่มีลักษณะเป็นรูปคอนทัวร์สีขาววางอยู่บนพื้นสีดำ ซึ่งภาพขอบของ C_1 และ C_2 คือ E_1 และ E_2 ตามลำดับ

2. คำนวณระยะห่างระหว่างทุกๆพิกเซลบนภาพ กับทุกๆพิกเซลที่อยู่บนคอนทัวร์ ของภาพขอบ E ดังสมการที่ (2.35) ซึ่งค่าระยะห่างที่คำนวณได้จากพิกเซลที่อยู่ภายในคอนทัวร์จะมีค่าเป็นลบ และ ค่าระยะห่างที่คำนวณได้จากพิกเซลที่อยู่ภายนอกคอนทัวร์จะมีค่าเป็นบวก

$$D(x, y) = \begin{cases} -\min_{(i,j) \in C} \sqrt{(x-i)^2 + (y-j)^2} & \text{if } (x, y) \in \Omega_1 \\ \min_{(i,j) \in C} \sqrt{(x-i)^2 + (y-j)^2} & \text{if } (x, y) \in \Omega_2 \end{cases} \quad (2.35)$$

โดยที่ (x, y) แทนพิกเซลในโดเมนของภาพ, (i, j) แทนพิกเซลที่อยู่บนคอนทัวร์ C , Ω_1 และ Ω_2 คือ เซตของพิกเซลที่อยู่ภายในและภายนอกคอนทัวร์ C ตามลำดับ เราเรียกการคำนวณในสมการที่ (2.35) ว่า การแปลงระยะทางแบบยูคลิด (Euclidean Distance Transform)

3. คำนวณเฟสจากสมการที่ (2.36)

$$\Phi_i(x, y) = \tan^{-1} \frac{\nabla_y D_i(x, y)}{\nabla_x D_i(x, y)} \quad \text{for } i = 1, 2 \quad (2.36)$$

โดยที่ $\nabla_x D$ และ $\nabla_y D$ คือ ค่าเกรเดียนต์ในแนวแกนนอนและแกนตั้งของ D ตามลำดับ

4. คำนวณค่าความคล้ายเชิงเฟสระหว่างคอนทัวร์ทั้งสอง ดังสมการที่ (2.37)

$$S_{\text{phase}} = \frac{|\Phi_1 - \Phi_2| - \pi}{\pi} \quad (2.37)$$

โดยที่ S_{phase} นี้จะมีค่าอยู่ในช่วง 0 ถึง 1 ซึ่งถ้าคอนทัวร์ทั้งสองมีเฟสเหมือนกันจะได้ $S_{\text{phase}} = 1$ และถ้าคอนทัวร์ทั้งสองมีเฟสต่างกันมากที่สุดเท่ากับ π จะได้ $S_{\text{phase}} = 0$

5. คำนวณค่าความคล้ายเชิงรูปร่าง ดังสมการที่ (2.38)

$$S_{\text{shape}} = \frac{1}{n(C_2)} \sum_{(x,y) \in C_2} \Gamma_1(x,y) S_{\text{phase}}(x,y) \quad (2.38)$$

โดยที่ $n(C_2)$ คือ จำนวนพิกเซลที่อยู่บนคอนทัวร์ C_2 และ $\Gamma_1(x,y)$ คำนวณได้ดังสมการที่ (2.39)

$$\Gamma_1(x,y) = \exp \left\{ -\frac{D_1^2(x,y)}{\sqrt{m \times n}} \right\} \quad (2.39)$$

โดยที่ $m \times n$ คือ จำนวนพิกเซลทั้งหมดของภาพ D

