บทที่ 5

สรุป อภิปรายและข้อเสนอแนะ

การวิจัยนี้ มีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบผลการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโมเดลโลจิสติกแบบสองพารามิเตอร์ระหว่างวิธีของเบส์กับวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูด ซึ่งได้ดำเนินการวิจัยตามลำดับ โดยสรุปดังต่อไปนี้

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบผลการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโมเดลโลจิสติกแบบสองพารามิเตอร์ระหว่างวิธีของเบส์กับวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูด ดังนี้

1.1 เปรียบเทียบผลการประมาณค่าอำนาจจำแนก (a) ระหว่างวิธีของเบส์กับวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูด

1.2 เปรียบเทียบผลการประมาณค่าความยาก (b) ระหว่างวิธีของเบส์กับวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูด

2. เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างค่าประมาณพารามิเตอร์ของโมเดลโลจิสติกแบบสองพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าด้วยวิธีของเบส์ กับค่าประมาณพารามิเตอร์ของโมเดลโลจิสติกแบบสองพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าด้วยวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูด ดังนี้

2.1 ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างค่าอำนาจจำแนก (a) ที่ประมาณค่าด้วยวิธีของเบส์กับค่าอำนาจจำแนก (a) ที่ประมาณค่าด้วยวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูด

2.2 ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างค่าความยาก (b) ที่ประมาณค่าด้วยวิธีของเบส์กับค่าความยาก (b) ที่ประมาณค่าด้วยวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูด

สมมติฐานการวิจัย

1. การเปรียบเทียบผลการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโมเดลโลจิสติกแบบสองพารามิเตอร์ระหว่างวิธีของเบส์กับวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูด ผู้วิจัยตั้งสมมติฐานไว้ดังนี้

1.1 ค่าอำนาจจำแนก (a) ที่ประมาณค่าด้วยวิธีของเบส์และค่าอำนาจจำแนก (a) ที่ประมาณค่าด้วยวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูดน่าจะมีค่าแตกต่างกัน

1.2 ค่าความยาก (b) ที่ประมาณค่าด้วยวิธีของเบส์และค่าความยาก (b) ที่ประมาณค่าด้วยวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูดน่าจะมีค่าแตกต่างกัน

2. การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างค่าประมาณพารามิเตอร์ของโมเดลโลจิสติกแบบสองพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าด้วยวิธีของเบส์กับค่าประมาณพารามิเตอร์ฯ ที่ประมาณค่าด้วยวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูด ผู้วิจัยตั้งสมมติฐานไว้ดังนี้

2.1 ค่าอำนาจจำแนก (a) ที่ประมาณค่าด้วยวิธีของเบส์กับค่าอำนาจจำแนก (a) ที่ประมาณค่าด้วยวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูด น่าจะมีความสัมพันธ์กัน

2.2 ค่าความยาก (b) ที่ประมาณค่าด้วยวิธีของเบส์กับค่าความยาก (b) ที่ประมาณค่าด้วยวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูด น่าจะมีความสัมพันธ์กัน

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2531 ในโรงเรียนของสำนักงานการประถมศึกษา อำเภอมโนรมย์ จังหวัดชัยนาท 30 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 502 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2531 ในโรงเรียนของสำนักงานการประถมศึกษา อำเภอมโนรมย์ จังหวัดชัยนาท 19 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 323 คน ซึ่งเลือกมาด้วยวิธีการสุ่มอย่างง่ายโดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยของการสุ่ม

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบสอบชนิดเลือกตอบ วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องทศนิยม โดยใช้เนื้อหาจากหนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ของกระทรวงศึกษาธิการ จำนวนข้อสอบ 40 ข้อ ข้อสอบแต่ละข้อมี 4 ตัวเลือก

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. ประมาณค่าอำนาจจำแนก (a) และค่าความยาก (b) ของข้อสอบด้วยวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูด โดยใช้โปรแกรม LOGIST 5

2. ประมาณค่าอำนาจจำแนก (a) และค่าความยาก (b) ของข้อสอบด้วยวิธีของเบส์ โดยใช้โปรแกรมภาษาฟอร์แทรน 77 ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น

3. การเปรียบเทียบผลการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโมเดลโลจิสติกแบบสองพารามิเตอร์ระหว่างวิธีของเบส์กับวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูดเป็นรายข้อ ใช้ค่าสถิติ χ^2 และ RMSE

4. การเปรียบเทียบผลการประมาณค่าอำนาจจำแนก (a) และค่าความยาก (b) ของข้อสอบระหว่างวิธีของเบส์กับวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูด ใช้ค่าสถิติที (t-test)

5. การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างค่าประมาณพารามิเตอร์ของโมเดลโลจิสติกแบบสองพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าด้วยวิธีของเบส์กับค่าประมาณพารามิเตอร์ฯ ที่ประมาณค่าด้วยวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูด ใช้ค่าสัมประสิทธ์สหสัมพันธ์เพียร์สัน (Pearson Product Moment Correlation)

ผลการวิจัย

1. ผลการเปรียบเทียบผลการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโมเดลโลจิสติกแบบสองพารามิเตอร์ระหว่างวิธีของเบส์กับวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูด ปรากฏผลดังนี้

1.1 ค่าอำนาจจำแนก (a) ที่ประมาณค่าด้วยวิธีของเบส์และวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูดมีค่าไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

1.2 ค่าความยาก (b) ที่ประมาณค่าด้วยวิธีของเบส์และวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูดมีค่าแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

2. ผลการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างค่าประมาณพารามิเตอร์ของโมเดลโลจิสติกแบบสองพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าด้วยวิธีของเบส์กับค่าประมาณพารามิเตอร์ฯ ที่ประมาณค่าด้วยวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูด ปรากฏผลดังนี้

2.1 ค่าอำนาจจำแนก (a) ที่ประมาณค่าด้วยวิธีของเบส์และวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูดมีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

2.2 ค่าความยาก (b) ที่ประมาณค่าด้วยวิธีของเบส์และวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูด มีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.01

อภิปรายผลการวิจัย

1. ในการเปรียบเทียบผลการประมาณค่าอำนาจจำแนก (a) ระหว่างวิธีของเบส์กับวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูด ที่พบว่ามีค่าไม่แตกต่างกัน แสดงว่าการกำหนดพิสัยของค่าประมาณของค่าอำนาจจำแนก (a) ด้วยวิธีที่แตกต่างกัน คือวิธีของเบส์กำหนดพิสัยของค่าประมาณของค่าอำนาจจำแนก (a) ด้วยการแจกแจงแบบไคว์ (Chi Distribution) ส่วนวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูดกำหนดพิสัยของค่าประมาณของค่าอำนาจจำแนก (a) ด้วยการกำหนดให้มีค่าอยู่ในช่วง 0.1 ถึง 10.0 ไม่มีผลทำให้ผลการประมาณค่าอำนาจจำแนก (a) มีค่าแตกต่างกัน (ตารางที่ 11) แต่จากผลการประมาณค่าอำนาจจำแนก (a) พบว่า ค่าอำนาจจำแนก (a) ที่ประมาณค่าด้วยวิธีของเบส์ มีค่าการกระจายน้อยกว่าค่าอำนาจจำแนก (a) ที่ประมาณค่าด้วยวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูด (S.D ของ $a_{\text{เบส์}}$ = 0.4652 และ S.D ของ $a_{\text{แมกซ์}}$ = 0.5564) (ตารางที่ 8 และตารางที่ 9) แสดงให้เห็นว่าการกำหนดการแจกแจงเริ่มแรก (Prior Distribution) ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีของเบส์ มีผลทำให้ค่าอำนาจจำแนก (a) ที่ประมาณค่าด้วยวิธีของเบส์ มีการกระจายน้อยกว่าค่าอำนาจจำแนก (a) ที่ประมาณค่าด้วยวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูด เพราะการประมาณค่าอำนาจจำแนก (a) ด้วยวิธีของเบส์ จะได้ค่าประมาณที่มีการถดถอยเข้าหาค่าเฉลี่ย (Regression Toward the Mean) ของการแจกแจงเริ่มแรก แต่การประมาณค่าอำนาจจำแนกด้วยวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูด จะได้ค่าประมาณที่ไม่มีการถดถอยเข้าหาค่าเฉลี่ย (Lord 1980: 186-187)

2. ส่วนการเปรียบเทียบผลการประมาณค่าความยาก (b) ระหว่างวิธีของเบส์กับวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูด ที่ปรากฏว่าผลการประมาณค่าความยาก (b) ของทั้งสองวิธีดังกล่าวมีค่าแตกต่างกันนั้น (ตารางที่ 12) น่าจะเป็นเพราะว่าในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโมเดลโลจิสติกแบบสองพารามิเตอร์ด้วยวิธีของเบส์ที่มีการใช้การแจกแจงเริ่มแรกกำหนดพิสัยของค่าอำนาจจำแนก (a) นั้น นอกจากจะมีผลต่อการประมาณค่าอำนาจจำแนก (a) ดังได้กล่าวแล้วข้างต้น ยังมีผลต่อเนื่องต่อการประมาณค่าความยาก (b) ด้วย ดังนั้นการใช้การแจกแจงเริ่มแรกดังกล่าว จึงทำให้ค่าความยาก (b) ที่ประมาณค่าด้วยวิธีของเบส์ มีค่าแตกต่างจากค่าความยาก (b) ที่ประมาณค่าด้วยวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูด แต่ที่ผลการประมาณค่าอำนาจจำแนก (a) มีค่าไม่แตกต่างกันนั้น อาจเป็นผล

มาจากพิสัยของค่าอำนาจจำแนก (a) แคบกว่าพิสัยของค่าความยาก (b) คือ ค่าประมาณอำนาจจำแนก (a) มีค่าอยู่ในช่วง 0.2095 ถึง 2.4873 และค่าประมาณความยาก (b) มีค่าอยู่ในช่วง -2.4877 ถึง 2.3230 (ตารางที่ 8 และตารางที่ 9) การแจกแจงเริ่มแรก น่าจะมีผลต่อการประมาณที่ค่าประมาณที่มีพิสัยแคบกว่าน้อยกว่าค่าประมาณที่มีพิสัยกว้างกว่า ดังนั้นจึงอาจทำให้ผลการประมาณค่าอำนาจจำแนก (a) มีค่าไม่แตกต่างกัน แต่ผลการประมาณค่าความยาก (b) มีค่าแตกต่างกันดังกล่าวข้างต้น

3. การที่พบว่าค่าอำนาจจำแนก (a) ที่ประมาณค่าด้วยวิธีของเบส์และวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูดมีความสัมพันธ์กัน และค่าความยาก (b) ที่ประมาณค่าด้วยวิธีของเบส์และวิธีของแมกซิมัมไลค์ลิฮูดมีความสัมพันธ์กันนั้น (ตารางที่ 13 และ ตารางที่ 14) น่าจะเป็นเพราะว่า วิธีของเบส์และวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูดเป็นวิธีประมาณค่าพารามิเตอร์ที่มีความแตกต่างกันไม่มากนัก คือ วิธีของเบส์ประมาณค่าอำนาจจำแนก (a) และค่าความยาก (b) ของข้อสอบที่ทำให้การแจกแจงโพสทีเรีย (Posterior Distribution) ซึ่งประกอบด้วยผลคูณของฟังก์ชันไลค์ลิฮูด (Likelihood Function) กับการแจกแจงเริ่มแรก (Prior Distribution) มีค่าสูงที่สุด และวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูด ประมาณค่าอำนาจจำแนก (a) และค่าความยาก (b) ของข้อสอบที่ทำให้ฟังก์ชันไลค์ลิฮูดมีค่าสูงที่สุด จะเห็นได้ว่าวิธีของเบส์และวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูดมีส่วนที่แตกต่างกัน คือการแจกแจงเริ่มแรกเท่านั้น สวามินาทานและกิฟฟอร์ด (Swaminathan and Gifford 1985: 358-359) ได้กล่าวว่า เมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (มากกว่า 200 คน) และข้อสอบมีจำนวนมาก (มากกว่า 200 คน) และข้อสอบมีจำนวนมาก (มากกว่า 35 ข้อ) การแจกแจงเริ่มแรกนี้จะมีค่าน้อยมาก จนทำให้การแจกแจงโพสทีเรียและฟังก์ชันไลค์ลิฮูดมีค่าใกล้เคียงกัน อนึ่งในการวิจัยนี้ใช้กลุ่มตัวอย่าง 323 คน และข้อสอบจำนวน 40 ข้อ จึงเป็นไปได้ที่ค่าอำนาจจำแนก (a) ที่ประมาณค่าด้วยวิธีของเบส์และวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูด มีความสัมพันธ์กัน และค่าความยาก (b) ที่ประมาณค่าด้วยวิธีของเบส์กับวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูดมีความสัมพันธ์กัน

4. การเปรียบเทียบผลการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโมเดลโลจิสติกแบบสองพารามิเตอร์ระหว่างวิธีของเบส์กับวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูดเป็นรายข้อ โดยใช้สถิติ RMSE และ χ^2 ได้พบว่า ผลการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโมเดลโลจิสติกแบบสองพารามิเตอร์ ของข้อสอบแต่ละข้อทุกข้อมีค่าไม่แตกต่างกันนั้น (ตารางที่ 10) แสดงว่า โค้งลักษณะข้อสอบ (Item Characteristic Curve) (ซึ่งได้จากค่าประมาณอำนาจจำแนก (a) และค่าความยาก (b)

ที่ประมาณค่าด้วยวิธีของเบส์และวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูด) มีค่าใกล้เคียงกัน โค้งลักษณะข้อสอบนี้เป็นสิ่งที่ใช้ในการสรุปอ้างอิงความสามารถของผู้เข้าสอบ ดังนั้นในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโมเดลโลจิสติกแบบสองพารามิเตอร์ จึงอาจเลือกใช้วิธีของเบส์แทนวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูดได้ เพราะโค้งลักษณะข้อสอบมีค่าใกล้เคียงกัน จึงทำให้สามารถสรุปอ้างอิงความสามารถของผู้เข้าสอบมีค่าใกล้เคียงกัน อาจใช้แทนกันได้

ข้อเสนอแนะ

1. ในการนำแบบสอบวิชาคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัยนี้ไปใช้ต่อไปในกลุ่มประชากรอื่นควรจะได้ประมาณค่าพารามิเตอร์ใหม่อีกครั้ง

2. ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโมเดลโลจิสติกแบบสองพารามิเตอร์ สามารถเลือกใช้วิธีของเบส์แทนวิธีแมกซิมัมไลค์ลิฮูดได้

3. การวิจัยเรื่องนี้ในครั้งต่อไปควรวิจัยเกี่ยวกับ

   3.1 เปรียบเทียบผลการประมาณค่าความสามารถของผู้เข้าสอบ

   3.2 เปรียบเทียบผลการประมาณค่าพารามิเตอร์โดยใช้โมเดลโลจิสติก แบบสามพารามิเตอร์

4. ควรจะได้ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับวิธีประมาณค่าพารามิเตอร์ของโมเดลโลจิสติกด้วยวิธีมาร์จินัลแมกซิมัมไลค์ลิฮูด (Marginal Maximum Likelihood) ว่าจะมีประสิทธิภาพมากน้อยเพียงใด