วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ เมื่อเกิดพหุสัมพันธ์

นางสาว วราภรณ์ บุญยไพศาลเจริญ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาสถิติศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ
คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2546

ISBN 974-17-4248-7

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

PARAMETER-ESTIMATION METHODS IN MULTIPLE LINEAR REGRESSION MODEL WITH MULTICOLLINEARITY

Miss Waraporn Bunyapaisalcharoen

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science in Statistics

Department of Statistics
Faculty of Commerce and Accountancy
Chulalongkorn University

Academic Year 2003
ISBN 974-17-4248-7

หัวข้อวิทยานิพนธ์	วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุคูณเมื่อเกิดพหุสัมพันธ์
โดย	นางสาววราภรณ์ บุญยไพศาลเจริญ
สาขาวิชา	สถิติ
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ร้อยเอก มานพ วราภักดิ์

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ดนุชา คุณพนิชกิจ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.ธีระพร วีระถาวร)

..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ร้อยเอก มานพ วราภักดิ์)

..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. สุพล ดุรงค์วัฒนา)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วราภรณ์ บุญยไพศาลเจริญ : วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบถดถอยพหุคูณเชิงเส้น เมื่อเกิดพหุสัมพันธ์(PARAMETER-ESTIMATION METHODS IN MULTIPLE LINEAR REGRESSION MODEL WITH MULTICOLINEARITY)
อ. ที่ปรึกษา : ผศ.รอ.มานพ วราภักดิ์ , 285 หน้า. ISBN 974-17-4248-7

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ โดยการเปรียบเทียบวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก(PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง(LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด(RL) ซึ่งเกณฑ์การเปรียบเทียบคือ ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเท่ากับ 15, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 และ 100 ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.0, 5.0 และ 10.0 ตามลำดับ ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ X_1 และ X_2 เท่ากับ 0.10, 0.30, 0.50, 0.70, 0.80 และ 0.90 เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 (X_1, X_2 และ X_3) และเท่ากับ (0.10,0.30), (0.50,0.70) และ (0.80,0.90) สำหรับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ (X_1 และ X_2 , X_4 และ X_5) เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยได้จากการจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โลซึ่งกระทำซ้ำ 1,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์

ผลการวิจัยปรากฏว่าระดับความสัมพันธ์ ขนาดตัวอย่าง จำนวนตัวแปรอิสระ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนต่างมีผลต่อการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณของทั้งสามวิธี โดยค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนมีค่ามากขึ้น หรือจำนวนตัวแปรอิสระมีจำนวนมากขึ้น

กรณีข้อมูลสอดคล้องกับข้อจำกัด

ในทุกระดับความสัมพันธ์ และทุกขนาดตัวอย่าง วิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัดจะให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำที่สุด ยกเว้นกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนมีขนาดเล็ก(1.0) วิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก วิธีการถดถอยแบบรากแฝงและวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด จะให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยไม่แตกต่างกัน

กรณีข้อมูลไม่สอดคล้องกับข้อจำกัด

ในทุกกรณีของระดับความสัมพันธ์ ขนาดตัวอย่าง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนและจำนวนตัวแปรอิสระ วิธีการถดถอยองค์ประกอบหลักเป็นวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณต่ำที่สุด

ภาควิชา.....สถิติ..... ลายมือชื่อนิสิต.....
สาขาวิชา.....สถิติ..... ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....
ปีการศึกษา.....2546.....

4482390726 : MAJOR STATISTICS

KEY WORD : Multicollinearity / Principal Component Regression / Latent Root Regression / Restricted Liu Estimator

WARAPORN BUNYAPAISALCHAROEN : PARAMETER-ESTIMATION METHODS IN MULTIPLE LINEAR REGRESSION MODEL WITH MULTICOLLONEARITY

THESIS ADVISOR : ASST.PROF.CAPT.MANOP VARAPHAKDI , M.S. 285 pp.

ISBN 974-17-4248-7

The objective of this research is to compare multiple regression coefficients estimating methods when having multicollinearity among independent variables. The estimation methods are Principal Component Regression method (PC), Latent Root Regression method (LR) and Restricted Liu Estmator method (RL). The criterion of comparison is the average value of mean square error. This research used sample sizes 15, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 and 100. The random errors are independent and identically distributed normal with mean zero and standard deviation 1.0, 5.0 and 10.0 , respectively. The level of correlations among independent variables X_1 and X_2 equal 0.10, 0.30, 0.50, 0.70, 0.80 and 0.90 for the number of independent variables of 3 (X_1, X_2 and X_3) and are (0.10,0.30), (0.50,0.70) and (0.80,0.90) for correlations of (X_1 and X_2 , X_4 and X_5) for the number of independent variables of 5. The study used the Monte Carlo Simulation method. The experiment was repeated 1,000 times under each situations.

The results of this research showed that level of correlations, sample sizes, number of independent variables and standard deviation have effect to multiple regression coefficients estimates. The average values of mean square error of multiple regression coefficients decreases when sample size increases but it increases when level of correlation or standard deviation increases or the number of dependence variables increases.

In case of data are satisfy restriction.

In every level of correlation every sample size , the average value of mean square error of Restricted Liu estimator method is smallest , except in the case of standard deviation is small (1.0), the average values of mean square error of the three methods are not differrent

In case of data are not satisfy restriction.

In every level of correlation , sample size , standard deviation and number of independent variables. Principal Component Regression method is smallest average value of mean square error of multiple regression coefficients

Department.....Statistics..... Student's signature.....

Field of study.....Statistics..... Advisor's signature.....

Academic year.....2003.....

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ร้อยเอก มานพ วราภักดิ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำแนะนำและข้อคิดเห็นต่างๆในการวิจัยมาด้วยดีตลอด ผู้วิจัยใคร่ขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ซึ่งประกอบไปด้วย รองศาสตราจารย์ ดร.ธีระพร วีระถาวร ผู้เป็นประธานกรรมการ และรองศาสตราจารย์ ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา ผู้เป็นกรรมการ ที่ช่วยตรวจสอบและแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ท้ายนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ตลอดจนทุกคนในครอบครัว ซึ่งสนับสนุนและให้กำลังใจเสมอมาจนสำเร็จการศึกษา และขอขอบคุณบรรดาเพื่อนๆที่คอยให้กำลังใจมาโดยตลอด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ จ

กิตติกรรมประกาศ ฉ

สารบัญ ช

สารบัญตาราง ฌ

สารบัญรูปภาพ ฑ

บทที่ 1 บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา..... 1

1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย..... 5

1.3 สมมติฐานของการวิจัย..... 5

1.4 ขอบเขตของการวิจัย..... 5

1.5 เกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจ..... 7

1.6 วิธีดำเนินการวิจัย..... 7

1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ..... 8

บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย

2.1 ตัวแบบทั่วไป..... 9

2.2 การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก..... 10

2.3 การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธีการถดถอยแบบรากแฝง..... 16

2.4 การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด..... 24

2.5 การแปลงสมการถดถอยพหุคูณเป็นสมการมาตรฐาน..... 31

บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย

3.1 แผนการทดลอง..... 33

3.2 ขั้นตอนในการวิจัย..... 34

บทที่ 4 ผลการวิจัย หน้า

4.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ
ในกรณีข้อมูลสอดคล้องกับข้อจำกัด..... 46
4.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ
ในกรณีข้อมูลไม่สอดคล้องกับข้อจำกัด..... 95

บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ
5.1 สรุปผลการวิจัย..... 233
5.2 ข้อเสนอแนะ..... 236

รายการอ้างอิง..... 241
ภาคผนวก..... 243
ภาคผนวก ก..... 256
ภาคผนวก ข..... 257
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์..... 285

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

4.1.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อ ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3..... 47

4.1.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อ ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3..... 56

4.1.3 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อ ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3..... 65

4.2.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อ ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5..... 74

4.2.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อ ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5..... 81

4.2.3 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อ ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5..... 87

ตารางที่ หน้า

4.1.1.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3..... 96

4.1.1.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3..... 105

4.1.1.3 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3..... 114

4.1.2.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3..... 123

4.1.2.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3..... 132

ตารางที่ หน้า

4.1.2.3 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3..... 141

4.1.3.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3..... 150

4.1.3.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3..... 159

4.1.3.3 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3..... 168

4.2.1.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5..... 177

ตารางที่ หน้า

4.2.1.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5..... 183

4.2.1.3 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5..... 189

4.2.2.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5..... 195

4.2.2.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5..... 201

4.2.2.3 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5..... 207

ตารางที่ หน้า

4.2.3.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5..... 213

4.2.3.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5..... 219

4.2.3.3 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5..... 225

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญรูปภาพ

รูปที่		หน้า
4.1.1	แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 เมื่อขนาดตัวอย่าง = 15, 30, 60, 100.....	53
4.1.2	แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 เมื่อขนาดตัวอย่าง = 15, 30, 60, 100.....	63
4.1.3	แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 เมื่อขนาดตัวอย่าง = 15, 30, 60, 100.....	73
4.2.1	แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 เมื่อขนาดตัวอย่าง = 15, 30, 60, 100.....	80
4.2.2	แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 เมื่อขนาดตัวอย่าง = 15, 30, 60, 100.....	87
4.2.3	แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 เมื่อขนาดตัวอย่าง = 15, 30, 60, 100.....	90
4.1.1.1	แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย= 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 เมื่อขนาดตัวอย่าง = 15, 30, 60, 100.....	102
4.1.1.2	แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย= 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 เมื่อขนาดตัวอย่าง = 15, 30, 60, 100.....	111

รูปที่ หน้า

4.1.1.3 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย= 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน =10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ= 3 เมื่อขนาดตัวอย่าง = 15, 30, 60, 100..... 120

4.1.2.1 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย= 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 เมื่อขนาดตัวอย่าง = 15, 30, 60, 100..... 129

4.1.2.2 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย= 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 เมื่อขนาดตัวอย่าง = 15, 30, 60, 100..... 138

4.1.2.3 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย= 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 เมื่อขนาดตัวอย่าง = 15, 30, 60, 100..... 147

4.1.3.1 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย= 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 เมื่อขนาดตัวอย่าง = 15, 30, 60, 100..... 156

4.1.3.2 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย= 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 เมื่อขนาดตัวอย่าง = 15, 30, 60, 100..... 165

4.1.3.3 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย= 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน =10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ= 3 เมื่อขนาดตัวอย่าง = 15, 30, 60, 100..... 174

รูปที่ หน้า

4.2.1.1 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย= 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 เมื่อขนาดตัวอย่าง = 15, 30, 60, 100..... 180

4.2.1.2 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย= 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 เมื่อขนาดตัวอย่าง = 15, 30, 60, 100..... 186

4.2.1.3 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย= 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน =10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 เมื่อขนาดตัวอย่าง = 15, 30, 60, 100..... 192

4.2.2.1 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย= 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 เมื่อขนาดตัวอย่าง = 15, 30, 60, 100..... 198

4.2.2.2 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย= 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 เมื่อขนาดตัวอย่าง = 15, 30, 60, 100..... 204

4.2.2.3 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย= 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน =10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ= 5 เมื่อขนาดตัวอย่าง = 15, 30, 60, 100..... 210

4.2.3.1 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย= 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ= 5 เมื่อขนาดตัวอย่าง = 15, 30, 60, 100..... 216

รูปที่ **หน้า**

4.2.3.2 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย= 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 เมื่อขนาดตัวอย่าง = 15, 30, 60, 100..... 222

4.2.3.3 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย= 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน =10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 เมื่อขนาดตัวอย่าง = 15, 30, 60, 100..... 228

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่1
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในการศึกษาหาความสัมพันธ์ของตัวแบบในรูปของสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ(independent variable) และตัวแปรตาม(dependent variable) โดยการวิเคราะห์การถดถอยพหุคูณ(multiple regression analysis) มีจุดประสงค์อย่างหนึ่งที่สำคัญ คือ การประมาณค่าพารามิเตอร์หรือเวกเตอร์สัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ($\underset{\sim}{\beta}$)ของตัวแปรอิสระ เพื่อศึกษาแนวโน้มการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรตาม ในการวิเคราะห์การถดถอยพหุคูณมีหลักเกณฑ์ว่า การใช้ตัวแปรอิสระที่เหมาะสมมากกว่าหนึ่งตัว ตัวแปรอิสระนั้นไม่ควรมีความสัมพันธ์กัน เราสามารถเขียนตัวแบบแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระและตัวแปรตามเชิงเส้นได้ดังต่อไปนี้

$$\underset{\sim}{y} = \underset{\sim}{X}\,\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\varepsilon} \qquad (1.1)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

เมื่อ $\underset{\sim}{y}$ เป็นเวกเตอร์ของตัวแปรตามขนาด n × 1

$\underset{\sim}{X}$ เป็นเมทริกซ์ของตัวแปรอิสระขนาด n × (p+1)

$\underset{\sim}{\beta}$ เป็นเวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณขนาด (p+1) ×1

$\underset{\sim}{\varepsilon}$ เป็นเวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อนขนาด n × 1

n เป็นขนาดตัวอย่าง

และ p เป็นจำนวนตัวแปรอิสระ

ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณจากตัวแบบดังกล่าว วิธีที่นิยมนำมาใช้มากวิธีหนึ่ง คือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบสามัญ (Ordinary Least Square Method) ซึ่งมีตัวแบบของตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในรูปของ

$$\underset{\sim}{\hat{\beta}} = (\underset{\sim}{X}' \underset{\sim}{X})^{-1}(\underset{\sim}{X}' \underset{\sim}{y}) \qquad (1.2)$$

ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบสามัญมีสมมติฐานที่สำคัญข้อหนึ่ง คือ ตัวแปรอิสระแต่ละตัวไม่มีความสัมพันธ์กันในลักษณะเชิงเส้น ซึ่งในทางปฏิบัติเป็นไปได้ยากเพราะตัวแปรต่างๆที่นำมาศึกษาส่วนใหญ่จะมีความสัมพันธ์กันไม่มากก็น้อย เรียกว่าตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์(multicollinearity) ซึ่งจะทำให้เมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}' \underset{\sim}{X}$ เกิดเงื่อนไขที่ไม่ดี (ill condition) นั่นคือ $\left|\underset{\sim}{X}' \underset{\sim}{X}\right|$ มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ จะส่งผลให้ความแปรปรวนของตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอย Cov($\underset{\sim}{\hat{\beta}}$) = $\sigma^2\left(\underset{\sim}{X}' \underset{\sim}{X}\right)^{-1}$ มีค่ามาก ทำให้การประมาณค่าที่ได้ไม่เหมาะสมและขาดความเที่ยงตรง

จากปัญหานี้นักสถิติได้เสนอการประมาณค่าพารามิเตอร์ในการวิเคราะห์การถดถอยพหุคูณที่จะลดความแปรปรวนของตัวประมาณ โดยวิธีเหล่านี้จะทำให้ได้ความแปรปรวนของตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยน้อยกว่าตัวประมาณที่ได้จากวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบสามัญ แต่ตัวประมาณที่ได้จะเป็นตัวประมาณที่มีความเอนเอียง เพราะฉะนั้นการเปรียบเทียบคุณภาพของตัวประมาณเหล่านี้จะเปรียบเทียบด้วยค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง(Mean Square Error : MSE) โดยตัวประมาณที่น่าสนใจเหล่านี้ได้แก่ตัวประมาณของวิธีดังต่อไปนี้

ในปี ค.ศ. 1977 Gunst และ Mason ได้เสนอวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (Principal Component Regression : PC) มาใช้ในการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ โดยการจัดรูปแบบตัวแปรอิสระเสียใหม่ก่อนที่จะนำไปหาค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณโดยให้ตัวแปรใหม่เป็นผลบวกเชิงเส้นของตัวแปรเดิม ซึ่งเป็นการลดผลกระทบของการเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ มีผลทำให้ตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณมีความถูกต้องมากขึ้นจึงช่วยให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณมีค่าต่ำกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุด ถึงแม้ว่าตัวประมาณที่ได้จากวิธีนี้มีคุณสมบัติเป็นตัวประมาณที่เอนเอียง(biased estimator)

ในปี ค.ศ. 1978 Gunst, Webster และ Mason ได้เสนอวิธีการถดถอยแบบรากแฝง(Latent Root Regression : LR) ซึ่งเป็นวิธีการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ โดยวิธีการนี้จะกำหนดให้เมทริกซ์ $\underset{\sim}{Z} = [\underset{\sim}{y}^* : \underset{\sim}{X}]$ โดยที่ $\underset{\sim}{X}$ คือเมทริกซ์ของตัวแปรอิสระที่มีการปรับค่าให้เป็นมาตรฐาน $\underset{\sim}{y}^*$ คือเวกเตอร์ของตัวแปรตามที่มีการปรับค่าให้เป็นมาตรฐาน และทำการคำนวณค่ารากแฝง(latent root) และเวกเตอร์แฝง(latent vector) จากเมทริกซ์ $\underset{\sim}{Z}'\underset{\sim}{Z}$ แล้วนำค่าที่ได้มาเปรียบเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ถ้าค่ารากแฝงและเวกเตอร์แฝงมีค่าต่ำกว่าเกณฑ์จะถูกคัดออก ซึ่งมีผลทำให้ตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณของวิธีนี้มีค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำกว่าตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณที่ได้จากวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบสามัญ

ในปี ค.ศ. 1999 Salahattin Kaciranlar ,Sadullah Sakallioglu และ Frikri Akdeniz ได้เสนอวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณที่ได้จากวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด(Restricted Liu estimator:RL) โดยวิธีนี้เป็นการนำข้อดีของวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเมื่อมีข้อจำกัด(Restricted Least Squares :RLS) และวิธีตัวประมาณลิว(Liu estimator) มาผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหาการเกิดพหุสัมพันธ์ โดยที่ข้อดีของวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเมื่อมีข้อจำกัดคือ มีการสร้างข้อจำกัดขึ้นมาเพื่อลดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ สำหรับข้อดีของวิธีตัวประมาณลิวคือมีการนำค่าคงที่เท่ากับหนึ่งบวกเข้ากับสมาชิกในแนวทแยงมุมของเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$ เพื่อแก้ปัญหาพหุสัมพันธ์ให้กับเทอมหน้าของสมการ และใช้รูปแบบของตัวประมาณสไตน์(Stien estimator) บวกเข้าไปในเทอมหลังเพื่อแก้ปัญหาพหุสัมพันธ์ให้กับเทอมหลัง เมื่อนำข้อดีของทั้งสองวิธีมาผสมผสานกัน ย่อมสามารถลดปัญหาการเกิดพหุสัมพันธ์ได้ ส่งผลให้ตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณของวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัดมีค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำกว่าตัวประมาณของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณที่ได้จากวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบสามัญ

ในปีก่อนๆที่ผ่านมามีนักศึกษาปริญญาโทได้เสนองานวิจัยเพื่อแก้ปัญหาการเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระโดยใช้วิธีการถดถอยองค์ประกอบหลักและวิธีการถดถอยแบบรากแฝงเปรียบเทียบกับวิธีอื่นๆ ดังนี้

ในปี พ.ศ.2536 นุสรา สถิตโพธิ์ศรี ได้เสนอวิทยานิพนธ์เกี่ยวกับเรื่องการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยพหุคูณโดยวิธีการถดถอยแบบริดจ์เปรียบเทียบกับวิธีการถดถอยแบบรากแฝงเมื่อเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ โดยทำการศึกษาเมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ(Normal Distribution) แจกแจงแบบปกติปลอมปน(Scale-contaminated Distribution) และแจกแจงแบบลอกนอร์มอล(Lognormal Distribution) ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 , 30 และ 50 จำนวนตัวแปรอิสระที่นำมาพิจารณาเท่ากับ 3 และ 5 และทำการศึกษาเมื่อตัว

แปรอิสระเกิดพหุสัมพันธ์กันในระดับต่างๆโดยแบ่งออกเป็น 9 ช่วง คือ [0.11-0.20] , [0.21-0.30] , [0.31-0.40] , [0.41-0.50] , [0.51-0.60] , [0.61-0.70] , [0.71-0.80] , [0.81-0.90] และ [0.91-1.00] ผลจากการวิจัยสามารถสรุปผลได้ว่า เมื่อความคลาดเคลื่อนของข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติ โดยทีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และค่าความแปรปรวนเท่ากับ 1.0 พบว่าตัวประมาณที่ได้จากวิธีการถดถอยแบบรากแฝง ให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(Average Mean Square Error : AMSE)ต่ำที่สุด ทั้งในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 และ 5 ยกเว้นเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กและระดับพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระมีค่าสูงขึ้น ตัวประมาณที่ได้จากวิธีการถดถอยแบบริดจ์เป็นตัวประมาณที่ดีที่สุด เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน พบว่า โดยส่วนใหญ่ตัวประมาณที่ได้จากวิธีการถดถอยแบบรากแฝงเป็นตัวประมาณที่ดีที่สุด ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็กและปานกลาง และระดับพหุสัมพันธ์สูงขึ้น ตัวประมาณที่ได้จากวิธีการถดถอยแบบริดจ์จะให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำที่สุด สำหรับกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลโดยที่ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ความแปรปรวนเท่ากับ 1.0 สรุปได้ว่าตัวประมาณที่ได้จากวิธีการถดถอยแบบรากแฝงเป็นตัวประมาณที่ให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำที่สุดในทุกกรณี แต่จะพบว่าเมื่อความคลาดเคลื่อนของข้อมูลมีค่าความแปรปรวนสูงขึ้นของทุกการแจกแจง วิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำที่สุดคือ วิธีการถดถอยแบบริดจ์ ทั้งในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 และ 5 ตัว

ในปี พ.ศ.2539 กรรณิการ์ หิรัญกสิ ได้เสนอวิทยานิพนธ์เกี่ยวกับเรื่องการประมาณค่าพารามิเตอร์โดยใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบ่งส่วน วิธีการถดถอยองค์ประกอบหลักและวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบสามัญ เมื่อเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระเปรียบเทียบกันทั้ง3 วิธี โดยทำการศึกษาเมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และค่าความแปรปรวนเท่ากับ 1.0 , 3.0 , 5.0 , 7.0 และ 10.0 กำหนดขนาดตัวอย่างเท่ากับ 4+p เมื่อ p คือ จำนวนตัวแปรอิสระ ในเรื่องนี้ให้จำนวนตัวแปรอิสระในสมการถดถอยมี 3 ขนาด คือ 5 , 8 และ 12 และทำการศึกษาที่ระดับความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรมีค่าเท่ากับ 0.60,0.70,0.80,0.95,0.975 และ 0.999 ผลจากการวิจัยสามารถสรุปได้ว่า วิธีการถดถอยแบบองค์ประกอบหลัก มีประสิทธิภาพดีที่สุดในการพยากรณ์เมื่อตัวแปรอิสระทุกตัวมีความสัมพันธ์กัน และระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระมีค่าสูง

จากคุณสมบัติในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 3 วิธีข้างต้น เป็นสิ่งที่น่าสนใจว่าเมื่อตัวแปรอิสระเกิดพหุสัมพันธ์กัน การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณจากวิธีใดที่จะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำสุดและมีประสิทธิภาพมากที่สุด จึงสนใจที่จะทำการเปรียบเทียบวิธีทั้งสามวิธีดังกล่าว ซึ่งยังไม่มีการศึกษาเปรียบเทียบทั้งสามวิธีนี้ด้วยกัน โดยประกอบไปด้วย

วิธีที่1 คือ วิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (Principal Component Regression : PC)

วิธีที่ 2 คือ วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (Latent root Regression : LR)

วิธีที่ 3 คือ วิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (Restricted Liu estimator : RL)

ผู้วิจัยจะทำการเปรียบเทียบวิธีทั้งสาม เพื่อศึกษาว่าการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณวิธีใดจะให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำที่สุด เมื่อเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ

1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อต้องการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของวิธีที่นำมาใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุคูณเมื่อเกิดพหุสัมพันธ์(multicollinearity) ระหว่างตัวแปรอิสระ โดยมี 3 วิธี คือ

1.วิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC)

2.วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR)

3.วิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL)

1.3 สมมติฐานการวิจัย

เมื่อตัวแปรอิสระเกิดพหุสัมพันธ์ระดับสูง วิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัดจะให้ตัวประมาณที่มีค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่าวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลักและวิธีการถดถอยแบบรากแฝง ภายใต้จำนวนตัวแปรอิสระ และขนาดตัวอย่างเดียวกัน

1.4 ขอบเขตการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ทำการศึกษาในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ คือ $\underset{\sim}{\varepsilon} \sim N_n(\underset{\sim}{0}, \sigma^2 \underset{\sim}{I}_n)$ และทำการศึกษาในกรณีต่างๆดังนี้

1). จำนวนตัวแปรอิสระที่ใช้ในการวิจัยมี 2 ระดับ คือ 3 และ 5

2). ขนาดตัวอย่างที่ศึกษาในแต่ละวิธีมีค่าเท่ากัน คือ n = 15 ,20,30 40,50,60,70 ,80,90 และ 100

3). ศึกษาเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน

คือ σ = 1.0, 5.0 และ 10.0

4). จำลองข้อมูล y จากตัวแบบ $\underset{\sim}{y} = \underset{\sim}{X}\,\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\varepsilon}$ และจำลอง $\underset{\sim}{X}$ เมื่อ

$\underset{\sim}{X} \sim N_n(\underset{\sim}{0}, \underset{\sim}{I})$ โดยมีระดับพหุสัมพันธ์ในกรณีต่างๆดังต่อไปนี้

กรณีที่มีตัวแปรอิสระ 3 ตัว ระดับพหุสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระที่ต้องการศึกษา คือ

ระดับต่ำ ρ = 0.10 , 0.30

ระดับปานกลาง ρ = 0.50 , 0.70

ระดับสูง ρ = 0.80 , 0.90

โดยที่ ρ คือความสัมพันธ์ระหว่าง X_1 กับ X_2

กรณีที่มีตัวแปรอิสระ 5 ตัว ระดับพหุสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระที่ต้องการศึกษา คือ

ระดับต่ำ ρ = (0.10, 0.30)

ระดับปานกลาง ρ = (0.50, 0.70)

ระดับสูง ρ = (0.80, 0.90)

โดยที่ค่า ρ ค่าแรกในวงเล็บ คือ ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1 กับ X_2

และค่า ρ ค่าหลังในวงเล็บ คือ ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_4 กับ X_5

5). การกำหนดค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ (β) จะกำหนดให้เป็นค่าคงที่ใดๆชุดหนึ่งโดยกำหนดให้ $\underset{\sim}{\beta}_0 = 1, \underset{\sim}{\beta}_1 = 1, \underset{\sim}{\beta}_2 = 2, \underset{\sim}{\beta}_3 = 3$

$\underset{\sim}{\beta}_4 = 4$ และ $\underset{\sim}{\beta}_5 = 5$

6). ในกรณีข้อมูลไม่สอดคล้องกับข้อจำกัด สร้างข้อมูลให้คลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดประมาณ 15%, 28% และ 55%

1.5 เกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจ

เกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจว่าวิธีในการหาตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณวิธีใดจะมีประสิทธิภาพมากที่สุด พิจารณาจากเกณฑ์ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Average Mean Square Eorror : AMSE) โดยวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำที่สุดจะเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด โดยมีวิธีในการคำนวณดังนี้

$$MSE_j = \frac{1}{1{,}000} \sum_{i=1}^{1{,}000} \left(\hat{\beta}_{ij} - \beta_j \right)^2$$

$$AMSE = \frac{1}{p+1} \sum_{j=1}^{p+1} MSE_j$$

เมื่อ β_j แทนสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณตัวที่ j

$\hat{\beta}_{ij}$ แทนตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณตัวที่ j จากการประมาณครั้งที่ i

p แทนจำนวนตัวแปรอิสระ

MSE_j แทนค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของค่าประมาณสำหรับสัมประสิทธิ์การถดถอย β_j

$AMSE$ แทนค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1.6 วิธีดำเนินการวิจัย

1.สร้างข้อมูลตัวแปรอิสระโดยการจำลองตามระดับความสัมพันธ์ต่างๆที่กำหนดไว้ในขอบเขตการวิจัย โดยในแต่ละวิธีจะทำการผลิตข้อมูลทั้งหมด 1,000 รอบ

2.สร้างข้อมูลตัวแปรตาม จากตัวแปรอิสระที่สร้างขึ้นที่ระดับความสัมพันธ์ต่างๆที่กำหนดไว้ในขอบเขตการวิจัยและค่าคลาดเคลื่อนของข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปกติ

3.ประมาณค่าพารามิเตอร์ตามวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก วิธีการถดถอยแบบราก แฝง และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด

4.คำนวณค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE)ของแต่ละวิธี

5.สรุปและอภิปรายผล

1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1).ผลที่ได้จากการศึกษาจะเป็นแนวทางในการเลือกใช้วิธีในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเพื่อพยากรณ์ค่าของตัวแปรตามในกรณีที่ตัวแปรอิสระเกิดพหุสัมพันธ์กันโดยความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ได้ใกล้เคียงกับค่าจริงมากที่สุด

2).เพื่อให้ได้ข้อเสนอแนะในการเลือกใช้วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในสถานการณ์ต่างๆ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่2
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย

ในบทนี้จะกล่าวถึงการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณของตัวแปรอิสระโดยใช้วิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก วิธีการถดถอยแบบรากแฝง และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด ซึ่งมีรายละเอียดต่างๆดังต่อไปนี้

2.1 ตัวแบบทั่วไป

ตัวแบบทั่วไปของการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\underset{\sim}{y} = \underset{\sim}{X}\,\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\varepsilon}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ : \\ : \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & ..... & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & ..... & x_{2p} \\ : & : & ..... & : \\ : & : & ..... & : \\ 1 & x_{n1} & ..... & x_{np} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ : \\ : \\ \beta_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ : \\ : \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

เมื่อ $\underset{\sim}{y}$ เป็นเวกเตอร์ของตัวแปรตามขนาด n × 1

$\underset{\sim}{X}$ เป็นเมทริกซ์ของตัวแปรอิสระขนาด n × (p+1)

$\underset{\sim}{\beta}$ เป็นเวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณขนาด (p+1) ×1

$\underset{\sim}{\varepsilon}$ เป็นเวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อนขนาด n × 1

n เป็นขนาดตัวอย่าง

และ p เป็นจำนวนตัวแปรอิสระ

โดยที่ $E\left(\underset{\sim}{\varepsilon}\right) = \underset{\sim}{0}$ และ $Cov\left(\underset{\sim}{\varepsilon}\right) = \sigma^2 \underset{\sim}{I}_n$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.2 การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก

ในปีค.ศ.1977 Gunst และ Mason ได้เสนอวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลักซึ่งเป็นเทคนิคการประมาณที่เอนเอียง ที่ใช้ในการแก้ปัญหาพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ โดยทำการแปลงกลุ่มตัวแปรอิสระที่มีอยู่เดิมเป็นกลุ่มตัวแปรใหม่ที่ไม่มีพหุสัมพันธ์กัน (อย่างมีนัยสำคัญ) เรียกกลุ่มตัวแปรใหม่ว่า “องค์ประกอบหลัก” (principals components) โดยทั่วไปกลุ่มตัวแปรใหม่จะมีจำนวนองค์ประกอบหลักน้อยกว่ากลุ่มตัวแปรเดิม เนื่องจากมีการจำกัดจำนวนองค์ประกอบที่แน่นอน ซึ่งมีผลต่อการลดความแปรปรวน แต่ตัวประมาณที่ได้เป็นตัวประมาณที่เอนเอียง

2.2.1 ตัวแบบและวิธีการวิเคราะห์การถดถอยองค์ประกอบหลัก

พิจารณาเมทริกซ์ของเวกเตอร์เฉพาะ(eigenvectors) ที่สอดคล้องกับค่าเฉพาะ (eigenvalues) $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_p$ ของ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$ โดยที่ $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq ... \geq \lambda_p$ และทราบว่า $\underset{\sim}{T}'\underset{\sim}{T} = \underset{\sim}{I}$ โดยที่ $\underset{\sim}{T}$ เป็นเมทริกซ์เชิงตั้งฉาก (orthogonal matrix) ดังนั้นจึงสามารถเขียนตัวแบบการถดถอยจากตัวแบบเดิม คือ

$$\underset{\sim}{y} = \underset{\sim}{X}\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\varepsilon} \qquad (2.2.1)$$

ไปเป็นตัวแบบ

$$\underset{\sim}{y} = \underset{\sim}{Z}\underset{\sim}{\alpha} + \underset{\sim}{\varepsilon} \qquad (2.2.2)$$

โดยที่ $\underset{\sim}{Z} = \underset{\sim}{X}\ \underset{\sim}{T}$ และ $\underset{\sim}{\alpha} = \underset{\sim}{T}'\underset{\sim}{\beta}$

$$\underset{\sim}{Z}'\underset{\sim}{Z} = \underset{\sim}{T}'\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}\underset{\sim}{T} = \Lambda = diag(\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_p) \qquad (2.2.3)$$

เมื่อ $\underset{\sim}{y}$ เป็นเวกเตอร์ซึ่งมีสมาชิกอยู่ในเทอมค่ามาตรฐาน มีขนาด n×1

$\underset{\sim}{X}$ เป็นเมทริกซ์ซึ่งมีสมาชิกอยู่ในเทอมค่ามาตรฐาน มีขนาด n×p

$\underset{\sim}{\beta}$ เป็นเมทริกซ์ของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณขนาด p×1

$\underset{\sim}{T}$ เป็นเมทริกซ์เชิงตั้งฉาก ขนาด p×p โดยที่แต่ละคอลัมน์ของเมทริกซ์เป็นเวกเตอร์เฉพาะที่สอดคล้องกับค่าเฉพาะ $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_p$ ตามลำดับ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$\underset{\sim}{Z}$ เป็นเมทริกซ์ซึ่งแต่ละสดมภ์คือตัวแปรอิสระชุดใหม่ซึ่งเกิดจากผลรวมเชิงเส้น (linear combination) ของตัวแปรอิสระ อาจกล่าวได้ว่าแต่ละสดมภ์ประกอบไปด้วย

$\underset{\sim}{Z}_1$ คือ องค์ประกอบหลักที่1

$\underset{\sim}{Z}_2$ คือ องค์ประกอบหลักที่ 2

:

$\underset{\sim}{Z}_p$ คือ องค์ประกอบหลักที่ p

$\underset{\sim}{\Lambda}$ เป็นเมทริกซ์ในแนวทแยงมุม (diagonal matrix) ที่มีขนาด p×p มีสมาชิกในแนวเส้นแทยงมุมเป็นค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$

จากสมการที่ (2.2.2) เราสามารถคำนวณค่า $\underset{\sim}{\hat{\alpha}}$ โดยใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดประมาณค่าดังนี้

$$\underset{\sim}{\hat{\alpha}} = (\underset{\sim}{Z}'\underset{\sim}{Z})^{-1}\underset{\sim}{Z}'\underset{\sim}{y}$$

เมื่อ $\underset{\sim}{\hat{\alpha}}$ เป็นเวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์ตัวใหม่ มีขนาด p×1

และจากสมการที่ (2.2.3) ถ้าการถดถอยอยู่ในรูปแบบของ Z เราสามารถหาความแปรปรวนของสัมประสิทธิ์(สมาชิกในแนวทแยงของ $\left(\underset{\sim}{Z}'\underset{\sim}{Z}\right)^{-1}$ หารด้วย σ^2) เป็นส่วนกลับของค่าเฉพาะ ดังนี้

$$\frac{Var(\hat{\alpha}_j)}{\sigma^2} = \frac{1}{\lambda_j} \qquad ;\ j = 1,2,\ldots,p$$

เราจะสังเกตได้ว่า ถ้าทุกองค์ประกอบหลักยังคงอยู่ในตัวแบบถดถอยแล้ว การแปลงตัวแปรเป็นองค์ประกอบหลักเหล่านั้นเป็นเพียงการหมุนแกนของตัวแปรถดถอยนั่นเอง อย่างไรก็ตามตัวแปรใหม่เหล่านี้ตั้งฉากกัน ขนาดของความแปรปรวนยังคงเท่าเดิม แต่เนื่องจากความแปรปรวนทั้งหมดถูกแจกแจงใหม่ ถ้าตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กันจะมีอย่างน้อย 1 องค์ประกอบที่มีค่าเฉพาะน้อยที่สุด การตัดองค์ประกอบหลักออกไปอย่างน้อย 1 องค์ประกอบอาจจะทำให้ลดความแปรปรวนทั้งหมดในตัวแบบให้น้อยลงและสามารถปรับปรุงสมการที่ใช้พยากรณ์ให้เหมาะสมยิ่งขึ้นได้

2.2.2 เกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาจำนวนองค์ประกอบหลักและการประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยองค์ประกอบหลัก

ในการวิเคราะห์องค์ประกอบหลัก เพื่อนำมาประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อมีพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระจะนำองค์ประกอบมาใช้เพียงบางองค์ประกอบเท่านั้น เนื่องจากหลักการและความคิดพื้นฐานของการถดถอยองค์ประกอบหลักเหมือนกับหลักการของกำลังสองน้อยที่สุด คือ เป็นการประมาณค่าด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดที่ดำเนินการบนองค์ประกอบหลัก ดังนั้นถ้าองค์ประกอบหนึ่งถูกตัดทิ้ง ผลลัพธ์ของตัวประมาณของสัมประสิทธิ์การถดถอยของตัวแปรเดิม(X) จะเป็นตัวประมาณที่เอนเอียง ความแปรปรวนที่เกิดจากการสร้างองค์ประกอบนั้นๆจะถูกตัดทิ้งด้วย ส่งผลให้ความแปรปรวนมีค่าลดลง การพิจารณาจำนวนองค์ประกอบหลักที่จะนำมาใช้จึงเป็นเรื่องสำคัญ โดยเกณฑ์ที่นำมาใช้ในการตัดสินใจเลือกองค์ประกอบเหล่านั้นมีอยู่หลายเกณฑ์ด้วยกัน ในการวิจัยนี้เราจะใช้ค่าเฉลี่ยของค่าเฉพาะทั้งหมด$(\bar{\lambda})$เป็นเกณฑ์[1] นั่นคือ

$$\text{ค่าเฉลี่ยของค่าเฉพาะทั้งหมด } (\bar{\lambda}) = \frac{1}{p}\sum_{i=1}^{p}\lambda_i$$

เมื่อ p แทนจำนวนตัวแปรอิสระ

โดยจำนวนองค์ประกอบหลักที่เราจะตัดออกจะมีค่าเท่ากับจำนวนของค่าเฉพาะที่มีค่าน้อยกว่าค่าเฉลี่ยของค่าเฉพาะนั้นทิ้งไป จำนวนองค์ประกอบที่เหลือจะนำมาสร้างตัวแบบถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

สมมติให้มีค่าเฉพาะจำนวน s ค่าสุดท้าย $(\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq ... \geq \lambda_s \geq \lambda_p > 0)$ ที่มีค่าน้อยกว่าค่าเฉพาะเฉลี่ย เราจะได้$\hat{\alpha}$ ซึ่งอยู่ในรูปของ $\underset{\sim}{\hat{\alpha}}_{pc}$ ดังนี้

$$\underset{\sim}{\hat{\alpha}}_{pc} = \underset{\sim}{B}\,\underset{\sim}{\hat{\alpha}} \quad \text{โดยที่} \quad \underset{\sim}{B} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_p \end{bmatrix}$$

$$b_1 = b_2 = ... = b_{p-s} = 1 \text{ และ } b_{p-s+1} = b_{p-s+2} = ... = b_p = 0$$

---

1 กรรณิการ์ หิรัญกสิ, การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ในการวิเคราะห์การถดถอยพหุโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบ่งส่วน วิธีการถดถอยองค์ประกอบ และวิธีกำลังสองน้อยที่สุด ในกรณีที่เกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ, วิทยานิพนธ์ปริญญาสถิติศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัยจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , 2540

$$\hat{\alpha}_{\sim pc} = \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_1 \\ \hat{\alpha}_2 \\ \hat{\alpha}_3 \\ : \\ \hat{\alpha}_{p-s} \\ 0 \\ 0 \\ : \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \} \text{ p-s ค่า} \\ \\ \\ \\ \\ \} \text{ s ค่า} \\ \\ \\ \\ \end{matrix}$$

$$= \Lambda^{-1}_{\sim p-s} T_{\sim p-s}{}' X_{\sim}' y_{\sim}$$

จากนั้นจึงใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ได้ตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยพหุคูณ โดยวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก ดังนี้

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{\sim pc} &= T_{\sim} \hat{\alpha}_{\sim pc} \\ &= T_{\sim p-s} \left(\Lambda^{-1}_{\sim p-s} T_{\sim p-s}{}' X_{\sim}' y_{\sim} \right) \\ &= \sum_{j=1}^{p-s} \lambda_{\sim j}^{-1} t_j{}' X_{\sim}' y_{\sim} t_j \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Var(\hat{\beta}_{\sim pc}) &= \sigma^2 T_{\sim} \Lambda^{-1}_{\sim} T_{\sim}{}' \\ &= \sigma^2 \sum_{j=1}^{p} \lambda_{\sim j}^{-1} t_{\sim j} t_{\sim j}{}' \end{aligned}$$

เมื่อ $t_{\sim j}$ แทนเวกเตอร์ของเมทริกซ์เชิงตั้งฉาก สดมภ์ที่ j

โดย $\hat{\beta}_{\sim pc}$ เป็นตัวประมาณที่เป็นมาตรฐาน (standardize estimator) สมาชิกแต่ละตัวของ $\hat{\beta}_{\sim pc}$ เรียกว่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่เป็นมาตรฐาน(standardize regression coefficients) นอกจากนี้ $\hat{\beta}_{\sim pc}$ ยังมีคุณสมบัติเป็นตัวประมาณที่เอนเอียง ซึ่งไม่มีการตัด $X_{\sim j}$ ใดๆออกจากสมการ แต่จะมีการตัด $Z_{\sim j}$ บางตัวออกแทน

2.2.3 ความเอนเอียงของสัมประสิทธิ์การถดถอยองค์ประกอบหลัก

เมื่อพิจารณาองค์ประกอบหลักที่ถูกตัดทิ้งไป s องค์ประกอบ และเหลืออยู่ p-s องค์ประกอบ โดยมีเมทริกซ์ของเวกเตอร์เฉพาะ $\underset{\sim}{T} = [\underset{\sim 1}{T}, \underset{\sim 2}{T}, \underset{\sim 3}{T}, ..., \underset{\sim P}{T}]$ ซึ่งสามารถแบ่งส่วนออกเป็น

$$\underset{\sim}{T} = \left[\underset{\sim s}{T} : \underset{\sim p-s}{T} \right]$$

ในทำนองเดียวกัน พิจารณา $\underset{\sim}{\Lambda}$ ซึ่งเป็นเมทริกซ์ในแนวทแยงมุมที่มีสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมเป็นค่าเฉพาะของ $\underset{\sim}{X}' \underset{\sim}{X}$ สามารถแบ่งส่วนออกเป็น

$$\underset{\sim}{\Lambda} = \begin{bmatrix} \underset{\sim s}{\Lambda} & 0 \\ 0 & \underset{\sim p-s}{\Lambda} \end{bmatrix}$$

โดยที่ $\underset{\sim s}{\Lambda}$ และ $\underset{\sim p-s}{\Lambda}$ เป็นเมทริกซ์ซึ่งประกอบไปด้วยสมาชิกในแนวทแยงมุมเป็นค่าเฉพาะที่สัมพันธ์กับองค์ประกอบที่ตัดทิ้ง และค่าเฉพาะที่สัมพันธ์กับองค์ประกอบที่เลือกไว้ตามลำดับ เราสามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ในการประมาณค่า $\underset{\sim}{\hat{\alpha}}$ ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด ได้ดังนี้

$$\underset{\sim}{\hat{\alpha}} = (\underset{\sim}{Z}' \underset{\sim}{Z})^{-1} (\underset{\sim}{Z}' \underset{\sim}{y}) \qquad (2.2.4)$$

และแสดงตัวประมาณ $\underset{\sim}{\hat{\alpha}}$ ที่อยู่ในตัวแบบ คือ

$$\underset{\sim p-s}{\hat{\alpha}} = (\underset{\sim}{Z}' \underset{\sim}{Z})^{-1} \underset{\sim}{Z}' \underset{\sim}{y} = \underset{\sim p-s}{\Lambda^{-1}} \underset{\sim p-s}{T}' \underset{\sim}{X}' \underset{\sim}{y}$$

และจะได้ว่า $Cov(\underset{\sim}{\hat{\alpha}}) = \sigma^2 (\underset{\sim}{Z}' \underset{\sim}{Z})^{-1} = \sigma^2 \underset{\sim}{\Lambda}^{-1}$

เนื่องจากหลักการในการสร้างตัวแบบด้วยวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลักเป็นเหมือนกับวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และองค์ประกอบเหล่านี้ตั้งฉากกัน เราสามารถแสดงได้ว่า $\underset{\sim p-s}{\hat{\alpha}}$ เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของ $\underset{\sim p-s}{\alpha}$ และสามารถแปลงองค์ประกอบหลักในตัวแบบกลับเป็นตัวแปรดั้งเดิมได้ดังนี้

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จาก $$\underset{\sim}{\alpha} = \underset{\sim}{T}' \underset{\sim}{\beta}$$

ไปเป็น $$\underset{\sim}{\beta} = \underset{\sim}{T}\,\underset{\sim}{\alpha}$$

เมื่อเราตัดองค์ประกอบ s องค์ประกอบสุดท้ายทิ้งไป เราสามารถเขียนตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุดของสัมประสิทธิ์การถดถอยสำหรับพารามิเตอร์ p ตัวได้เป็น

$$\underset{\sim\ pc}{\hat{\beta}} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ : \\ b_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{T}_1 \underset{\sim}{T}_2 \ldots \underset{\sim\ p-s}{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_1 \\ \hat{\alpha}_2 \\ : \\ \hat{\alpha}_{p-s} \end{bmatrix} \qquad (2.2.5)$$

หรือ $$\underset{\sim\ pc}{\hat{\beta}} = \underset{\sim\ p-s}{T}\ \underset{\sim\ p-s}{\hat{\alpha}}$$

ดังนั้น $$E[\underset{\sim\ pc}{\hat{\beta}}] = \underset{\sim\ p-s}{T}\ \underset{\sim\ p-s}{\alpha} = \underset{\sim\ p-s}{T}\ \underset{\sim\ p-s}{T}'\ \underset{\sim}{\beta}$$

เนื่องจาก $$\underset{\sim}{T}\,\underset{\sim}{T}' = \underset{\sim}{I} = \underset{\sim\ s}{T}\ \underset{\sim\ s}{T}' + \underset{\sim\ p-s}{T}\ \underset{\sim\ p-s}{T}'$$

จะได้ว่า $$\begin{aligned} E[\hat{\beta}_{pc}] &= [\underset{\sim}{I} - \underset{\sim\ s}{T}\ \underset{\sim\ s}{T}']\underset{\sim}{\beta} \\ &= \underset{\sim}{\beta} - \underset{\sim\ s}{T}\ \underset{\sim\ s}{T}'\ \underset{\sim}{\beta} \\ &= \underset{\sim}{\beta} - \underset{\sim\ s}{T}\ \underset{\sim\ s}{\alpha} \end{aligned}$$

ดังนั้น ตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยมีความเอนเอียงเท่ากับ $\underset{\sim\ s}{T}\ \underset{\sim\ s}{\alpha}$ โดยที่ $\underset{\sim\ s}{\alpha}$ เป็นเมทริกซ์ขององค์ประกอบหลักที่ถูกตัดทิ้งไป

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.2.4 ความแปรปรวนของสัมประสิทธิ์การถดถอยองค์ประกอบหลัก

การตัดองค์ประกอบเป็นผลให้ความแปรปรวนของสัมประสิทธิ์การถดถอย $\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{pc}$ มีค่าลดลง โดยสามารถพิจารณาได้จากสมการต่อไปนี้

$$\begin{aligned}\frac{Var(\underset{\sim}{\hat{\beta}})}{\sigma^2} &= (\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X})^{-1} \\ &= \underset{\sim}{T}\underset{\sim}{\Lambda}^{-1}\underset{\sim}{T}' \\ &= \underset{\sim s}{T}\underset{\sim s}{\Lambda}^{-1}\underset{\sim s}{T}' + \underset{\sim p-s}{T}\underset{\sim p-s}{\Lambda}^{-1}\underset{\sim p-s}{T}' \end{aligned} \qquad (2.2.6)$$

เนื่องจาก $Var(\hat{\alpha}_{p-s}) = \underset{\sim p-s}{\Lambda}^{-1}$ ดังนั้นเราจะได้เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม คือ

$$\frac{Var(\underset{\sim pc}{\hat{\beta}})}{\sigma^2} = \underset{\sim p-s}{T}\underset{\sim p-s}{\Lambda}^{-1}\underset{\sim p-s}{T}' \qquad (2.2.7)$$

ดังนั้นเมื่อพิจารณาจากสมการที่(2.2.6) และ(2.2.7) จะสังเกตได้ว่า ความแตกต่างของเมทริกซ์ความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วมสำหรับตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุดและตัวประมาณองค์ประกอบหลัก คือ $\underset{\sim s}{T}\underset{\sim s}{\Lambda}^{-1}\underset{\sim s}{T}'$ โดยเมื่อตัดองค์ประกอบที่ไม่ต้องการออก จะทำให้ได้ความแปรปรวนที่มีค่าลดลงดังสมการที่ (2.2.7)

2.3 การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธีการถดถอยแบบรากแฝง

ในปีค.ศ.1978 Gunst , Mason และ Webster ได้เสนอวิธีการถดถอยแบบรากแฝงซึ่งวิธีนี้มีพื้นฐานในการวิเคราะห์มาจากวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก โดยใช้เทคนิคในการวิเคราะห์หาค่ารากแฝงและเวกเตอร์แฝงของเมทริกซ์สหสัมพันธ์(Correlation Matrix) ซึ่งรวมคอลัมน์ของตัวแปรอิสระและตัวแปรตามอยู่ภายในเมทริกซ์เดียวกัน

โดยกำหนดให้ $\underset{\sim}{Z} = (\underset{\sim}{y}^{*}, \underset{\sim}{X})$

เมื่อ $\underset{\sim}{y}^{*}$ เป็นเวกเตอร์ซึ่งมีสมาชิกอยู่ในเทอมค่ามาตรฐาน มีขนาด n ×1

$\underset{\sim}{X}$ เป็นเมทริกซ์ซึ่งมีสมาชิกอยู่ในเทอมค่ามาตรฐาน มีขนาด n×p

$\underset{\sim}{Z} = \left[\underset{\sim}{y}^{*} : \underset{\sim}{X} \right]$ เป็นเมทริกซ์ที่มีขนาด n×(p+1)

$\underset{\sim}{Z}' \underset{\sim}{Z}$ เป็นเมทริกซ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรตามและตัวแปรอิสระที่มีขนาด (p+1)×(p+1)

เราสามารถหาค่ารากแฝงและเวกเตอร์แฝงได้จากสมการที่ (2.3.1) และ (2.3.2) ตามลำดับดังนี้

$$\left| \underset{\sim}{Z}' \underset{\sim}{Z} - \underset{\sim}{\lambda} \right| = 0 \qquad (2.3.1)$$

$$\left(\underset{\sim}{Z}' \underset{\sim}{Z} - \lambda_j \underset{\sim}{I} \right) \underset{\sim}{\gamma}_j = 0; \; j = 0,1,2,..., p \qquad (2.3.2)$$

โดยที่ $\underset{\sim}{\Gamma}' \left(\underset{\sim}{Z}' \underset{\sim}{Z} \right) \underset{\sim}{\Gamma} = \underset{\sim}{\Lambda} = diag\left(\lambda_0, \lambda_1, ..., \lambda_p \right)$ และ $\underset{\sim}{Z}' \underset{\sim}{Z} = \underset{\sim}{\Gamma} \underset{\sim}{\Lambda} \underset{\sim}{\Gamma}$

เมื่อ $\underset{\sim}{\gamma}_j' = \left(\gamma_{0j} \gamma_{1j} ... \gamma_{pj} \right)$ เป็นเวกเตอร์แฝงลำดับที่ j

$\underset{\sim}{\Gamma} = \left(\underset{\sim}{\gamma}_0 \; \underset{\sim}{\gamma}_1 \; ... \underset{\sim}{\gamma}_p \right)$ เป็นเมทริกซ์เชิงตั้งฉาก (orthogonal matrix) มีขนาด (p+1)×(p+1)

$\underset{\sim}{\Lambda} = diag(\underset{\sim}{\lambda}_0, \underset{\sim}{\lambda}_1, ..., \underset{\sim}{\lambda}_p)$ เป็นเมทริกซ์ทแยงมุม(diagonal matrix) โดยที่ λ_j คือ ค่ารากแฝงหรือค่าเฉพาะ(eigenvalues)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สามารถสังเกตได้ว่า

$$\underset{\sim}{Z}\underset{\sim}{\gamma}_{j} = \begin{bmatrix} y_1^{*}\gamma_{0j} + \sum_{r=1}^{p} X_{1r}\gamma_{rj} \\ y_2^{*}\gamma_{0j} + \sum_{r=1}^{p} X_{2r}\gamma_{rj} \\ \vdots \\ y_n^{*}\gamma_{0j} + \sum_{r=1}^{p} X_{nr}\gamma_{rj} \end{bmatrix} \qquad (2.3.3)$$

และ

$$\begin{aligned} \lambda_j &= (\underset{\sim}{Z}\underset{\sim}{\gamma}_{j})'(\underset{\sim}{Z}\underset{\sim}{\gamma}_{j}) \\ &= \underset{\sim}{\gamma}_{j}'(\underset{\sim}{Z}'\underset{\sim}{Z})\underset{\sim}{\gamma}_{j} \\ &= \sum_{i=1}^{n}(y_j^{*}\gamma_{0j} + \sum_{r=1}^{p} X_{ir}\gamma_{rj})^2 \end{aligned} \qquad (2.3.4)$$

ถ้า λ_j ใดๆ มีค่าเท่ากับ 0 และ $\underset{\sim 0j}{\gamma}$ ไม่เท่ากับ 0 แสดงว่ามีความเป็นอิสระเชิงเส้น (linear independence) ระหว่างคอลัมน์หรือทุกคอลัมน์ของ $\underset{\sim}{Z}$ แต่ถ้า λ_j ใดๆมีค่าเท่ากับ 0 และ $\underset{\sim 0j}{\gamma}$ มีค่าเท่ากับ 0 แสดงว่ามีความเป็นอิสระเชิงเส้นระหว่างคอลัมน์ของ X ซึ่งมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$\sum_{r=1}^{p} X_{ir}\gamma_{rj} = 0$$

จากสมการที่ (2.3.1) จะมีสมการทั้งหมด n สมการ ให้ทุกค่าของ $\underset{\sim 0j}{\gamma} \neq 0$ เมื่อ j = 0

จะได้ว่า

$$\underset{\sim}{Z}\underset{\sim}{\gamma}_{0} = \begin{bmatrix} y_1^{*}\gamma_{00} + \sum_{r=1}^{p} X_{1r}\gamma_{r0} \\ y_2^{*}\gamma_{00} + \sum_{r=1}^{p} X_{2r}\gamma_{r0} \\ \vdots \\ y_n^{*}\gamma_{00} + \sum_{r=1}^{p} X_{nr}\gamma_{r0} \end{bmatrix} \qquad (2.3.5)$$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากสมการที่ (2.3.4) เมื่อกำหนดให้ $\lambda_j = 0$ จะได้ว่า

$$\underset{\sim}{Z}\underset{\sim}{\gamma}_j = 0$$

จากสมการที่ (2.3.3) เมื่อกำหนดให้ j = 0 จะแก้สมการได้ คือ

$$y_1^*\gamma_{00} + \sum_{r=1}^{p} X_{1r}\gamma_{r0} = 0 \qquad (2.3.6)$$

$$y_2^*\gamma_{00} + \sum_{r=1}^{p} X_{2r}\gamma_{r0} = 0 \qquad (2.3.7)$$

$$\vdots$$

$$y_n^*\gamma_{00} + \sum_{r=1}^{p} X_{nr}\gamma_{r0} = 0 \qquad (2.3.8)$$

พิจารณาสมการที่ (2.3.6)

$$y_1^*\gamma_{00} = -\sum_{r=1}^{p} X_{1r}\gamma_{r0}$$

$$y_1^* = -\gamma_{00}^{-1}\sum_{r=1}^{p} X_{1r}\gamma_{r0}$$

$$\frac{(y_1 - \bar{y})}{\eta} = -\gamma_{00}^{-1}\sum_{r=1}^{p} X_{1r}\gamma_{r0}$$

$$y_1 = \bar{y} - \eta\gamma_{00}^{-1}\sum_{r=1}^{p} X_{1r}\gamma_{r0}$$

เมื่อ $\eta = \left(\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2\right)^{1/2}$

ดังนั้นจึงได้ว่าตัวประมาณของ y_1 คือ

$$\hat{y}_1 = \bar{y} - \eta\gamma_{00}^{-1}\sum_{r=1}^{p} X_{1r}\gamma_{r0}$$

เมื่อทำการพิจารณาข้อมูลที่ y_i ใดๆจะได้ว่า

$$\hat{y}_i = \bar{y} - \eta\gamma_{00}^{-1}\sum_{r=1}^{p} X_{ir}\gamma_{r0} \qquad (2.3.9)$$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

และเมื่อทำการพิจารณาสมการในการพยากรณ์ตัวแปรที่ j จะได้สมการดังนี้

$$\hat{y}_{ij} = \bar{y} - \eta\gamma_{0j}^{-1} \underset{\sim}{X}\, \underset{\sim j}{\gamma^{0}} \qquad \text{j=0,1,2,...,p} \qquad (2.3.10)$$

เมื่อ $\underset{\sim j}{\gamma^{0}}{}' = \left(\gamma_{1j}\gamma_{2j}...\gamma_{pj}\right)$ เป็นเวกเตอร์แฝงที่มีทุกคอลัมน์ของ γ_j ยกเว้นคอลัมน์แรก

เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบกับตัวแบบสมการถดถอยโดยทั่วไป คือ

$$\hat{y} = b_0 + xb$$

จากสมการที่ (2.3.10) จะพบว่า

$$b_0 = \bar{y}$$

$$b = -\eta\gamma_{0j}^{-1}\underset{\sim j}{\gamma^{0}}$$

และสำหรับวิธีนี้เราสามารถหาค่าความผันแปรที่เกิดขึ้นจากความไม่แน่นอนของข้อมูลรอบเส้นถดถอย(residual sum of squares) ได้คือ

$$\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \hat{y}_{ij}\right)^2 = \left(\underset{\sim}{y} - \underset{\sim j}{\hat{y}}\right)'\left(\underset{\sim}{y} - \underset{\sim j}{\hat{y}}\right) = \frac{\eta^2\lambda_j}{\gamma_{0j}^2} = \eta^2\lambda_j^* \qquad ; \quad \lambda_j^* = \frac{\lambda_j}{\gamma_{0j}^2}$$

จากสมการที่ (2.3.10) เราจะสามารถหาตัวประมาณผลรวมเชิงเส้นของ $\hat{y}_i$ สำหรับทุกๆค่าของ j ได้ คือ

$$\hat{y} = \sum_{j=1}^{p} a_j\gamma_{0j}\hat{y}_i \quad ; \text{i=1,2,...,n} \qquad (2.3.11)$$

ภายใต้ข้อกำหนด $\sum_{j=0}^{p} a_j\gamma_{0j} = 1$

สามารถหาค่า $\hat{y}$ ได้จาก

$$\hat{y} = \sum_{j=0}^{p} a_j\gamma_{0j}\left(\bar{y} - \eta\gamma_{0j}^{-1}X\gamma_j^0\right)$$

$$\hat{y} = \bar{y} - \eta X\sum_{j=0}^{p} a_j\gamma_j^0 \qquad (2.3.12)$$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ดังนั้นเมื่อพิจารณาในรูปตัวแบบสมการถดถอยโดยทั่วไปจะได้ว่า

$$b = -\eta \sum_{j=0}^{p} a_j \gamma_j^0 \qquad (2.3.13)$$

จากการใช้รูปแบบของผลรวมเชิงเส้นดังสมการที่(2.3.11) ภายใต้ข้อกำหนด $\sum_{j=0}^{p} a_j \gamma_{0j} = 1$ ทำให้สามารถหาค่าความผันแปรที่เกิดขึ้นจากความไม่แน่นอนของข้อมูลรอบเส้นถดถอยของ y คือ

$$\begin{aligned}(y-\hat{y})'(y-\hat{y}) &= \eta^2 \underset{\sim}{a}' \Lambda \underset{\sim}{a} \\ &= \eta^2 \sum_{j=0}^{p} a_j^2 \lambda_j \qquad \text{เมื่อ } \underset{\sim}{a} = \begin{pmatrix} a_0 & a_1 & ..... & a_p \end{pmatrix}\end{aligned}$$

เนื่องจากเราต้องการให้ค่าความผันแปรที่เกิดขึ้นมีค่าน้อยๆ ค่า a_j ที่นำมาใช้ควรมีค่าน้อย เราสามารถใช้วิธีการลากรานเจียน(Lagrangian Method) ในการหาตัวประมาณได้ดังนี้

$$f(a) = \eta^2 \sum_{j=0}^{p} a_j^2 \lambda_j - 2\mu_0 \left(\sum_{j=0}^{p} a_j \gamma_{0j} - 1 \right) \qquad (2.3.14)$$

เมื่อ μ_0 คือ ตัวคูณลากรานเจียน (Lagrangian Multiplier)

และ $$\frac{\partial f(a_j)}{\partial a_j} = 0$$

จะได้

$$a_j = \eta^{-2} \lambda_j^{-1} \gamma_{0j} \mu_0 \qquad ;j=0,1,2,\ldots,p \quad (2.3.15)$$

เนื่องจาก $\sum_{j=0}^{p} a_j \gamma_{0j} = 1$

เมื่อทำการย้ายข้างของสมการ (2.3.15) จะได้

$$\mu_0 = \eta^2 \left(\sum_{j=0}^{p} \lambda_j^{*-1} \right)^{-1} \quad ; \lambda_j^* = \frac{\lambda_j}{\gamma_{0j}^2}$$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แทนค่า μ_0 ลงในสมการที่ (2.3.15) จะได้

$$a_j = \gamma_{0j}\lambda_j^{-1}\left(\sum_{l=0}^{p}\lambda_l^{*-1}\right)^{-1} \quad ; \text{j=0,1,2,...,p} \qquad (2.3.16)$$

แทนค่า a_j ลงในสมการที่ (2.3.13) เพราะฉะนั้นจะได้

$$b = -\eta\left(\sum_{j=0}^{p}\gamma_{0j}\lambda_j^{-1}\underset{\sim}{\gamma}_j^0\right)\left(\sum_{l=0}^{p}\lambda_l^{*-1}\right)^{-1} \qquad (2.3.17)$$

เนื่องจาก $$\eta = \left(\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

จึงกำหนดให้ $$c = -\left(\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2\right)^{\frac{1}{2}}\left(\sum_{j=0}^{p}\gamma_{0j}^2\lambda_j^{-1}\right)^{-1}$$

ดังนั้นจะได้ว่า $$\underset{\sim}{\hat{\beta}}_j = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ : \\ b_p \end{bmatrix} = c\sum_{j=0}^{p}\gamma_{0j}\lambda_j^{-1}\begin{bmatrix} \gamma_{1j} \\ \gamma_{2j} \\ : \\ \gamma_{pj} \end{bmatrix}$$

หรือเขียนอยู่ในรูป $$\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{LR} = c\sum{}^{*}\gamma_{0j}\lambda_j^{-1}\underset{\sim}{\gamma}_j^0$$

เมื่อ $\sum^{*}$ แสดงผลรวมเฉพาะเวกเตอร์ j ที่สอดคล้องกับค่าเวกเตอร์แฝงที่อยู่ในเกณฑ์

โดยที่ $\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{LR}$ เป็นตัวประมาณที่เป็นมาตรฐาน สมาชิกแต่ละตัวของ $\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{LR}$ เรียกว่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่เป็นมาตรฐาน นอกจากนี้ $\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{LR}$ ยังมีคุณสมบัติเป็นตัวประมาณที่เอนเอียง ที่มีค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณต่ำกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุด เนื่องจากมีการขจัดค่ารากแฝงของ $\underset{\sim}{Z}'\underset{\sim}{Z}$ ที่มีค่าต่ำกว่าเกณฑ์ออก เหมือนกับเป็นการกำจัดเทอมที่ผิดปกติของ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$ ทำให้ได้เทอมใหม่ที่สามารถประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยได้ใกล้เคียงกับค่าจริง จึงส่งผลให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณของวิธีการถดถอยแบบรากแฝงมีค่าต่ำกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

2.3.1 เกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาจำนวนเวกเตอร์แฝง

ในการวิเคราะห์เพื่อการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณจากวิธีการถดถอยแบบรากแฝง มีหลักเกณฑ์ในการวิเคราะห์คล้ายกันกับ principal components โดยมีการขจัดค่ารากแฝงของ $\underset{\sim}{Z}'\underset{\sim}{Z}$ ที่มีค่าต่ำกว่าเกณฑ์ออก โดยพิจารณาจาก $0 \le \lambda_0 \le \lambda_1 \le ... \le \lambda_p$ และ $\underset{\sim j}{\gamma}$ นำค่า λ_{0j} และ γ_{0j} ที่ j = 0,1,2,…,p ของแต่ละตัวมาเปรียบเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนดไว้ คือ $\lambda_{0j} \le 0.05$ และ $\gamma_{0j} < 0.10$ แต่ถ้า γ_{0j} ใดๆมีค่า ≥ 0.01 ในขณะที่ $\lambda_{0j} \le 0.05$ เราจะไม่ตัดเวกเตอร์นั้นออกจากการพิจารณา เนื่องจากเราจะถือว่าเวกเตอร์นั้นยังคงเป็นเวกเตอร์ที่มีความสามารถในการทำนายได้

2.3.2 ตัวประมาณ b และค่าความผันแปรที่เกิดขึ้นจากความไม่แน่นอนของข้อมูลรอบเส้นถดถอยที่เกิดจากวิธีการถดถอยแบบรากแฝง

ให้ $\gamma_0, \gamma_1, ..., \gamma_{s-1}$ ขึ้นอยู่กับค่า $\det\left(\underset{\sim}{Z}'\underset{\sim}{Z}\right)$ ที่ไม่สามารถนำมาพยากรณ์ได้(non-predictive nearsingularities) จากวิธีการข้างต้น จะทำการปรับโดยกำหนดให้

$$a_0 = a_1 = a_2 = ... = a_{s-1} = 0$$

จากสมการที่ (2.3.14) จะได้

$$a_j = \gamma_{0j}\lambda_j^{-1}\left(\sum_{l=s}^{p}\lambda_l^{*-1}\right)^{-1} \quad ; \ j=s,s+1,\ldots,p \qquad (2.3.18)$$

และค่า b ที่เกิดขึ้นจะเป็นดังนี้

$$b = -\eta\left(\sum_{l=s}^{p}\lambda_l^{*-1}\right)^{-1}\left(\sum_{j=s}^{p}\gamma_{0j}\lambda_j^{-1}\gamma_j^{0}\right) \qquad (2.3.19)$$

และค่าความผันแปรที่เกิดขึ้นจากความไม่แน่นอนของข้อมูลรอบเส้นถดถอย เป็นดังนี้

$$SSE^*(X_1, X_2, ..., X_p) = \eta^2\left(\sum_{l=s}^{p}\lambda_l^{*-1}\right)^{-1}$$

การที่ให้ a_j เป็นศูนย์ เนื่องมาจากว่าค่า $\det\left(\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}\right)$ ที่เข้าใกล้ศูนย์ มีบางค่าของ λ_j และ γ_{0j} ของ $\underset{\sim}{Z}'\underset{\sim}{Z}$ มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ หรือน้อยมาก และค่า a_j จะขึ้นอยู่กับเวกเตอร์แฝงที่มีค่ามากเมื่อเปรียบเทียบกับ a_j ที่เหลือ ดังนั้นเมื่อเกิดขึ้นอย่างนี้ จะทำให้เทอมของ $a_j\gamma_j^0$ เมื่อ j=0,1,...,s-1 มีผลกระทบทำให้ค่า b มีค่ามากผิดปกติ แต่เมื่อทำการขจัดเทอมที่ผิดปกติเหล่านี้ออกไป จะมีผลทำให้ค่า b ที่ได้มีความแม่นยำใกล้เคียงกับค่า β มากขึ้น

2.4 การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด

ในปีค.ศ.1992 Sakar ได้เสนอตัวประมาณจากวิธีการถดถอยแบบริดจ์เมื่อมีข้อจำกัด (Restricted Ridge Regression:RRR) ซึ่งเป็นตัวประมาณที่พัฒนามาจากวิธีการถดถอยแบบริดจ์โดยสามัญ(Ordinary Ridge Regression:ORR)และตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุดเมื่อมีข้อจำกัด(Restricted Least Square:RLS) ต่อมาในปีค.ศ.1993 Liu Kejian ได้เสนอตัวประมาณชื่อว่าตัวประมาณลิว(Liu estimator) ซึ่งเป็นตัวประมาณที่พัฒนามาจากวิธีการถดถอยแบบริดจ์โดยสามัญ(ORR) และตัวประมาณสไตน์(Stien estimator) โดยที่ตัวประมาณจากวิธีการถดถอยแบบริดจ์เมื่อมีข้อจำกัดและตัวประมาณลิว ต่างก็เป็นตัวประมาณที่นำมาใช้เพื่อแก้ปัญหาการเกิดพหุสัมพันธ์ จึงได้มีผู้สนใจนำแนวคิดการนำตัวประมาณสองตัวมาผสมผสานกันสร้างเป็นตัวประมาณตัวใหม่ขึ้นมา โดยพิจารณาเลือกตัวประมาณที่มีข้อดีที่สามารถลดปัญหาการเกิดพหุสัมพันธ์ได้ ซึ่งมีขั้นตอนและแนวคิดดังนี้

เริ่มจากการพิจารณาข้อจำกัด $\underset{\sim}{R}\underset{\sim}{\beta} = \underset{\sim}{r}$ (2.4.1)

โดยที่ $\underset{\sim}{R}$ เป็นเมทริกซ์ที่แสดงความสัมพันธ์ของพารามิเตอร์ $\underset{\sim}{\beta}$ มีขนาด q×(p+1) และเป็น full row rank q<(p+1)

$\underset{\sim}{r}$ เป็นเวกเตอร์ของค่าคงที่ มีขนาด q × 1

นำข้อจำกัดที่สร้างขึ้นมาใช้กับตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณของวิธีกำลังสองน้อยที่สุด(OLS) ทำให้ได้ตัวประมาณซึ่งมีชื่อว่า ตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณของวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเมื่อมีข้อจำกัด(RLS) สำหรับข้อจำกัดที่นำมาใช้นั้นมีข้อดีคือ จะช่วยลด

ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระลงได้ ตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณของวิธีกำลังสองน้อยที่สุด มีตัวแบบดังนี้

$$\hat{\underset{\sim}{\beta}}^{*} = \hat{\underset{\sim}{\beta}} + \underset{\sim}{S}^{-1}\underset{\sim}{R}^{-1}\left(\underset{\sim}{R}\underset{\sim}{S}^{-1}\underset{\sim}{R}^{t}\right)^{-1}\left(\underset{\sim}{r} - \underset{\sim}{R}\hat{\underset{\sim}{\beta}}\right) \qquad (2.4.2)$$

เมื่อ $\hat{\underset{\sim}{\beta}}^{*}$ เป็นเวกเตอร์สัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณของวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเมื่อมีข้อจำกัด

$\hat{\underset{\sim}{\beta}}$ เป็นเวกเตอร์สัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณของวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

$\underset{\sim}{S}$ เป็นเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$

จากนั้นได้มีการนำ ตัวประมาณของลิว(Liu Estimator) มาพิจารณาร่วม เพื่อนำมาใช้ในการสร้างตัวประมาณตัวใหม่ สำหรับรายละเอียดของวิธีตัวประมาณลิวก็คือ ในการหาตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณโดยวิธีตัวประมาณลิวได้มีการนำหลักการของตัวประมาณแบบริดจ์มาใช้ เพื่อแก้ปัญหาพหุสัมพันธ์ โดยตัวประมาณที่ได้จาก**วิธีการถดถอยแบบริดจ์**(Ridge Regression)มีตัวแบบดังนี้

$$\hat{\underset{\sim}{\beta}}_{R} = \left(\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X} + k\,\underset{\sim}{I}\right)^{-1}\underset{\sim}{X}^{t}\underset{\sim}{y} \;;\; k>0$$

เมื่อ $\hat{\underset{\sim}{\beta}}_{R}$ เป็นเวกเตอร์สัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณของวิธีการถดถอยแบบริดจ์

สำหรับหลักการของวิธีการถดถอยแบบริดจ์ ก็คือ ต้องการจะทำให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณที่ให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำลง ทำได้โดยการบวกค่าคงที่ค่าหนึ่งกับสมาชิกทุกตัวในแนวทแยงมุมของเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$ เนื่องจากค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเป็นฟังก์ชันของ $\left(\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}\right)^{-1}$ เพื่อให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยลงต้องพยายามลดค่า$\left(\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}\right)^{-1}$ ให้ต่ำลง แต่เนื่องจากวิธีการถดถอยแบบริดจ์มีความยุ่งยากในการประมาณค่าพารามิเตอร์ k จากปัญหานี้จึงได้มีการนำ**ตัวประมาณสไตน์**(Stien estimator) เข้ามาใช้ร่วม โดยมีตัวแบบดังนี้

$$\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{s} = d\,\underset{\sim}{\hat{\beta}} \quad ;\ 0<d<1$$

เมื่อ $\hat{\beta}_S$ เป็นเวกเตอร์สัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณของตัวประมาณสไตน์

โดยเมื่อนำตัวประมาณสไตน์เข้ามาใช้ จะทำให้เราได้ตัวประมาณตัวใหม่ซึ่งมีชื่อว่า **ตัวประมาณลิว** (Liu estimator) โดยวิธีนี้ไม่ต้องทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ k ทำให้สามารถหาค่าพารามิเตอร์ได้ง่ายขึ้น โดยตัวประมาณที่ได้จากวิธีตัวประมาณลิว มีตัวแบบดังนี้

$$\begin{aligned}\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{C} &= (\underset{\sim}{S}+\underset{\sim}{I})^{-1}(\underset{\sim}{S}+d\,\underset{\sim}{I})\,\underset{\sim}{\hat{\beta}} \\ &= (\underset{\sim}{S}+\underset{\sim}{I})^{-1}(\underset{\sim}{X}^{t}\,\underset{\sim}{X}\,\underset{\sim}{\hat{\beta}}+d\,\underset{\sim}{\hat{\beta}}) \\ &= \left(\underset{\sim}{S}+\underset{\sim}{I}\right)^{-1}\left(\underset{\sim}{S}+d\,\underset{\sim}{I}\right)\underset{\sim}{\hat{\beta}} \quad ;\ 0<\mathrm{d}<1 \qquad (2.4.3)\end{aligned}$$

เมื่อ $\hat{\beta}_C$ เป็นเวกเตอร์สัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณของตัวประมาณลิว

ในปีค.ศ.1999 Salarhattin Kaciranlar ,Saddullah Sakallioglu และ Frikri Akdeniz ได้เสนอตัวประมาณตัวใหม่ขึ้นมา โดยได้นำหลักการของตัวประมาณที่ได้จากวิธีตัวประมาณลิว (สมการที่2.4.3)และตัวประมาณของวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเมื่อมีข้อจำกัด(สมการที่2.4.2) มาผสมผสานกัน โดยตัวประมาณตัวใหม่นี้เป็นตัวประมาณทีประมาณได้จากวิธีที่มีชื่อว่า **วิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด**(Restricted Liu Estimator :RL) ซึ่งมีตัวแบบดังนี้

$$\begin{aligned}\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{RL} &= \left(\underset{\sim}{S}+\underset{\sim}{I}\right)^{-1}\left(\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{y}+d\,\underset{\sim}{\hat{\beta}}^{*}+\underset{\sim}{S}\,\underset{\sim}{g}\right) \\ &= \left(\underset{\sim}{S}+\underset{\sim}{I}\right)^{-1}\left(\underset{\sim}{S}+d\,\underset{\sim}{I}\right)\hat{\beta}^{*} \quad ;\ 0<\mathrm{d}<1 \qquad (2.4.4)\end{aligned}$$

เมื่อ $\hat{\beta}_{RL}$ เป็นเวกเตอร์สัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณของวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด

$\underset{\sim}{g}$ เป็นเมทริกซ์ของ $\underset{\sim}{S}^{-1}\,\underset{\sim}{R}^{-1}\left(\underset{\sim}{R}\,\underset{\sim}{S}^{-1}\,\underset{\sim}{R}^{t}\right)\left(\underset{\sim}{r}-\underset{\sim}{R}\,\underset{\sim}{\hat{\beta}}\right)$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กำหนดให้ $\underset{\sim}{F}_d = \left(\underset{\sim}{S}+I\right)^{-1}\left(\underset{\sim}{S}+dI\right)\beta^*$; $d<1$

$$\underset{\sim}{A} = \underset{\sim}{S}^{-1} - \underset{\sim}{S}^{-1}\underset{\sim}{R}^t(\underset{\sim}{R}\underset{\sim}{S}^{-1}\underset{\sim}{R}^t)^{-1}\underset{\sim}{R}\underset{\sim}{S}^{-1}$$

ดังนั้นเราสามารถหาค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของ $\underset{\sim\ RL}{\hat{\beta}}$ ได้ดังนี้

$$MSE(\underset{\sim\ RL}{\hat{\beta}}) = \sigma^2 tr\left(\underset{\sim}{F}_d \underset{\sim}{A}\underset{\sim}{F}_d^t\right) + (d-1)^2 \underset{\sim}{\beta}'\left(\underset{\sim}{S}+\underset{\sim}{I}\right)^{-2} \qquad (2.4.5)$$

2.4.1 ความเอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความถดถอยพหุคูณของวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด

พิจารณาค่าคาดหวังของตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธีตัวประมาณลิวเมื่อมีข้อจำกัด เมื่อ $\left(\underset{\sim}{r}-\underset{\sim}{R}\underset{\sim}{\hat{\beta}}\right)$ มีค่าน้อยมากๆเข้าใกล้ศูนย์ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
E\left[\underset{\sim\ RL}{\hat{\beta}}\right] &= E\left[\underset{\sim}{F}_d \underset{\sim}{\hat{\beta}}^*\right] \\
&= \underset{\sim}{F}_d E\left[\underset{\sim}{\hat{\beta}}^*\right] \\
&= \underset{\sim}{F}_d E\left[\underset{\sim}{\hat{\beta}} + \underset{\sim}{F}_d \underset{\sim}{S}^{-1}\underset{\sim}{R}'\left(\underset{\sim}{R}\underset{\sim}{S}^{-1}\underset{\sim}{R}'\right)^{-1}\left(\underset{\sim}{r}-\underset{\sim}{R}\underset{\sim}{\hat{\beta}}\right)\right] \quad ;(\underset{\sim}{r}-\underset{\sim}{R}\underset{\sim}{\hat{\beta}}) \to 0 \\
&= \underset{\sim}{F}_d E\left(\underset{\sim}{\hat{\beta}}\right) \\
&= \underset{\sim}{F}_d \underset{\sim}{\beta}
\end{aligned}$$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\text{Bias} &= \underset{\sim}{\beta} - E(\underset{\sim}{\hat{\beta}}) \\
&= \underset{\sim}{\beta} - \underset{\sim}{F}_d \underset{\sim}{\beta} \\
&= [\underset{\sim}{I} - \underset{\sim}{F}_d]\underset{\sim}{\beta} \\
&= [\underset{\sim}{I} - (\underset{\sim}{S}+\underset{\sim}{I})^{-1}(\underset{\sim}{S}+d\,\underset{\sim}{I})]\underset{\sim}{\beta}
\end{aligned}$$

เราจะเห็นได้ว่าความเอนเอียงที่เกิดขึ้นเป็นฟังก์ชันลดลง โดยความเอนเอียงจะลดลงเมื่อค่าของ d มีค่าสูงขึ้นและมีค่าเท่ากับ 0 เมื่อ d=1 ซึ่งเป็นการแสดงให้เห็นว่าเมื่อใช้ค่า d =1 จะทำให้ตัวประมาณที่ได้เป็นตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณของวิธีกำลังสองน้อยที่สุดนั่นเอง ด้วยเหตุนี้เราจึงต้องทำการพิจารณาค่าพารามิเตอร์ d ที่เหมาะสม เพื่อทำให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณมีค่าต่ำลง

2.4.2 การคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ d ที่เหมาะสม

จากตัวแบบทั่วไปในสมการที่ (2.1) สามารถเขียนในรูปแบบใหม่โดยใช้เมทริกซ์เชิงตั้งฉากได้ดังนี้

$$\underset{\sim}{y} = \underset{\sim}{Z}\,\underset{\sim}{\alpha} + \underset{\sim}{\varepsilon} \qquad (2.4.6)$$

โดยที่ $\underset{\sim}{Z} = \underset{\sim}{X}\,\underset{\sim}{T}$ และ $\underset{\sim}{\alpha} = \underset{\sim}{T}'\,\underset{\sim}{\beta}$

$$\underset{\sim}{Z}'\,\underset{\sim}{Z} = \underset{\sim}{T}'\,\underset{\sim}{X}'\,\underset{\sim}{X}\,\underset{\sim}{T} = \underset{\sim}{\Lambda} = diag(\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_p)$$

$$\underset{\sim}{B} = \underset{\sim}{T}'\,\underset{\sim}{A}\,\underset{\sim}{T} \quad \text{และ} \quad \underset{\sim}{A} = \underset{\sim}{S}^{-1} - \underset{\sim}{S}^{-1}\,\underset{\sim}{R}'\left(\underset{\sim}{R}\,\underset{\sim}{S}^{-1}\,\underset{\sim}{R}'\right)^{-1}\underset{\sim}{R}\,\underset{\sim}{S}^{-1}$$

เมื่อ $\underset{\sim}{y}$ เป็นเวกเตอร์ของตัวแปรตาม มีขนาด n×1

$\underset{\sim}{X}$ เป็นเมทริกซ์ของตัวแปรอิสระ มีขนาด n ×(p+1)

$\underset{\sim}{\beta}$ เป็นเวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณขนาด (p+1)×1

$\underset{\sim}{T}$ เป็นเมทริกซ์เชิงตั้งฉาก(orthogonal matrix) ขนาด (p+1)×(p+1) โดยที่แต่ละสดมภ์ของเมทริกซ์เป็นเวกเตอร์เฉพาะ(eigenvectors) ที่สอดคล้องกับค่า เฉพาะ(eigenvalues) $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_p$ ตามลำดับ

$\underset{\sim}{Z}$ เป็นเมทริกซ์ซึ่งแต่ละสดมภ์คือตัวแปรอิสระชุดใหม่ซึ่งเกิดจากผลรวมเชิงเส้น (linear combination) ของตัวแปรอิสระ

$\underset{\sim}{\Lambda}$ เป็นเมทริกซ์ในแนวทแยงมุม(diagonal matrix) ที่มีขนาด (p+1)×(p+1) มีสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมเป็นค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}'\,\underset{\sim}{X}$

$\underset{\sim}{\varepsilon}$ เป็นเวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อน มีขนาด n × 1 โดยที่ $E\left(\underset{\sim}{\varepsilon}\right) = 0$ และ $Cov\left(\underset{\sim}{\varepsilon}\right) = \sigma^2\,\underset{\sim}{I}_n$

จากสมการที่ (2.4.6) เราสามารถหาค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณวิธีกำลังสองน้อยที่สุด ได้คือ

$$\underset{\sim}{\hat{\alpha}} = \left(\underset{\sim}{Z}'\underset{\sim}{Z}\right)^{-1}\underset{\sim}{Z}'\underset{\sim}{y}$$

$$= \underset{\sim}{\Lambda}^{-1}\underset{\sim}{Z}'\underset{\sim}{y}$$

เราสามารถใช้วิธีการเดียวกันนี้ในการหาค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด ได้เช่นเดียวกัน คือ

$$\underset{\sim}{\hat{\alpha}}_{RL}(d) = \left(\underset{\sim}{Z}'\underset{\sim}{Z}+\underset{\sim}{I}\right)^{-1}\left(\underset{\sim}{Z}'\underset{\sim}{y}+d\,\underset{\sim}{\hat{\alpha}}^{*}\right)$$

$$= \left(\underset{\sim}{\Lambda}+\underset{\sim}{I}\right)^{-1}\left(\underset{\sim}{Z}'\underset{\sim}{y}+d\,\underset{\sim}{\hat{\alpha}}^{*}\right)$$

เนื่องจาก $\underset{\sim}{\hat{\beta}}$ เป็นผลมาจากการนำเมทริกซ์เชิงตั้งฉากคูณกับ $\underset{\sim}{\hat{\alpha}}$ กล่าวคือ $\underset{\sim}{\hat{\beta}} = \underset{\sim}{T}\,\underset{\sim}{\hat{\alpha}}$ ดังนั้นในการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณจึงสามารถพิจารณา $\underset{\sim}{\hat{\alpha}}_{RL}(d)$ แทนได้ โดยคุณสมบัติของ $\underset{\sim}{\hat{\beta}}$ จะสอดคล้องกับ $\underset{\sim}{\hat{\alpha}}$ ดังนั้นเมื่อศึกษาคุณสมบัติของ $\underset{\sim}{\hat{\alpha}}$ ก็จะทราบถึงคุณสมบัติของ $\underset{\sim}{\hat{\beta}}$ ในกรณีนี้จึงศึกษาคุณสมบัติของ $\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{RL}$ โดยอาศัยคุณสมบัติของ $\underset{\sim}{\hat{\alpha}}_{RL}(d)$ ได้

ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของ $\underset{\sim}{\hat{\alpha}}_{RL}(d)$ เมื่อ $\left(\underset{\sim}{r}-\underset{\sim}{R}\,\underset{\sim}{\beta}\right)$ มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ มีค่าเท่ากับ

$$MSE\left(\underset{\sim}{\hat{\alpha}}_{RL}\right) = trace\left\{Cov\left(\underset{\sim}{\hat{\alpha}}_{RL}\right)\right\} + (bias)^2$$

โดยที่ $$Cov\left(\underset{\sim}{\hat{\alpha}}_{RL}\right) = \sigma^2\left(\underset{\sim}{\Lambda}+\underset{\sim}{I}\right)^{-1}\left(\underset{\sim}{\Lambda}+d\,\underset{\sim}{I}\right)\left(\underset{\sim}{A}+\underset{\sim}{I}\right)\left(\underset{\sim}{\Lambda}+d\,\underset{\sim}{I}\right)\left(\underset{\sim}{\Lambda}+\underset{\sim}{I}\right)^{-1}$$

$$\text{Bias} = E\left(\underset{\sim}{\hat{\alpha}}_{RL}\right)-\underset{\sim}{\alpha}$$

$$= \left[\left(\underset{\sim}{\Lambda}+\underset{\sim}{I}\right)^{-1}\left(\underset{\sim}{\Lambda}+d\,\underset{\sim}{I}\right)\underset{\sim}{\alpha}-\underset{\sim}{\alpha}\right]$$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาสมการที่ (2.4.5) จะเห็นได้ว่าเราสามารถคำนวณหาค่า $MSE\left(\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{RL}\right)$ ได้ และยังสามารถแสดงค่า $MSE\left(\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{RL}\right)$ ได้อีกรูปแบบหนึ่ง ดังนี้

$$tr\left(\underset{\sim}{F}_d \underset{\sim}{A} \underset{\sim}{F}_d^t\right) = \sum_{i=1}^{p} \frac{(\lambda_i + d)^2}{(\lambda_i + 1)^2} b_{ii} \qquad (2.4.7)$$

$$\underset{\sim}{\beta}' \left(\underset{\sim}{S} + \underset{\sim}{I}\right)^{-2} \underset{\sim}{\beta} = \sum_{i=1}^{p} \frac{\alpha_i^2}{(\lambda_i + 1)^2} \qquad (2.4.8)$$

โดยที่ b_{ii} เป็นสมาชิกในแนวทแยงมุมของ $\underset{\sim}{B}$

จากสมการที่(2.4.7)และ(2.4.8) เราสามารถคำนวณหา $MSE\left(\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{RL}\right)$ ได้ดังนี้

$$MSE\left(\hat{\beta}_{RL}\right) = \sigma^2 \sum \frac{(\lambda_i + d)^2 b_{ii}}{(\lambda_i + 1)^2} + (d-1)^2 \sum \frac{\alpha_i^2}{(\lambda_i + 1)^2} = f(d) \qquad (2.4.9)$$

$$f'(d) = 2\sigma^2 \sum \frac{(\lambda_i + 1) b_{ii}}{(\lambda_i + 1)^2} + 2 \sum \frac{(d-1)\alpha_i^2}{(\lambda_i + 1)^2}$$

$$= 2 \sum_{i=1}^{p+1} \frac{(\lambda_i + d) b_{ii} \sigma^2 + (d-1)\alpha_i^2}{(\lambda_i + 1)^2} > 0$$

เมื่อพิจารณาในกรณีที่ d=1 จะได้ว่า

$$f'(1) = 2 \sum_{i=1}^{p+1} \frac{\sigma^2}{\lambda_i + 1} b_{ii} > 0$$

เมื่อ $\lambda_i > 0$ และ $\sigma^2 > 0$ จะส่งผลให้ $f'(1) > 0$ ดังนั้นจึงพบว่ามีค่าของ d โดยที่ d<1 ที่ทำให้ $f(d) < f(1)$ หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือ $mse\left(\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{RL}\right) < mse\left(\underset{\sim}{\hat{\beta}}^*\right)$; d<1 จากสมการที่ (2.4.9) เราจะเห็นได้ว่า $MSE\left(\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{RL}\right)$ จะมีค่าต่ำสุดเมื่อ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$d = 1 - \frac{\sigma^2 \sum_{i=1}^{p+1} \frac{b_{ii}}{\lambda_i + 1}}{\sum_{i=1}^{p+1} \frac{b_{ii}\sigma^2 + \alpha_i^2}{(\lambda_i + 1)^2}} \qquad (2.4.10)$$

จากสมการที่ (2.4.9) เราทำการประมาณค่า σ^2 ด้วย $\tilde{\sigma}^2$ และประมาณ α_i ด้วย $\tilde{\alpha}_i$ ซึ่ง $\tilde{\sigma}^2$ และ $\tilde{\alpha}_i$ ต่างก็เป็นตัวประมาณที่ประมาณมาจากวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเมื่อมีข้อจำกัด ดังนั้นจะได้ว่า

$$d_{opt} = 1 - \frac{\tilde{\sigma}^2 \sum_{i=1}^{p+1} \frac{b_{ii}}{\lambda_i + 1}}{\sum_{i=1}^{p+1} \frac{b_{ii}\tilde{\sigma}^2 + \tilde{\alpha}_i^2}{(\lambda_i + 1)^2}} \qquad (2.4.11)$$

โดยที่ d_{opt} คือ d ที่มีค่าเหมาะสมที่สุดที่ทำให้ $MSE\left(\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{RL}\right)$ มีค่าต่ำสุด

2.5 การแปลงสมการถดถอยพหุคูณเป็นสมการมาตรฐาน

$$w_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}}{s_{jj}^{1/2}} \qquad ; i = 1,2,3,\ldots,n$$

$$; j = 1,2,3,\ldots,p$$

$$y_i^* = \frac{y_i - \bar{y}}{s_{yy}^{1/2}} \qquad ; i = 1,2,3,\ldots,n$$

เมื่อ x_{ij} เป็นค่าของตัวแปรอิสระตัวที่ j จากตัวอย่างชุดที่ i

y_i เป็นค่าของตัวแปรตามจากตัวอย่างชุดที่ i

w_{ij} เป็นค่าของตัวแปรอิสระที่เป็นค่ามาตรฐานตัวที่ j จากตัวอย่างชุดที่ i

y_i^* เป็นค่าของตัวแปรตามที่เป็นค่ามาตรฐานจากตัวอย่างชุดที่ i

โดยที่

$$s_{jj} = \sum_{i=1}^{n} \left(x_{ij} - \bar{x}_j\right)^2$$

$$s_{yy} = \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \bar{y}\right)^2$$

ในการแปลงค่าตัวแปรแบบนี้จะได้ค่าตัวแปรอิสระใหม่(w_{ij}) ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และ ค่า $\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(w_{ij}-w_i\right)^2}=1$ เมื่อเขียนสมการความถดถอยพหุในเทอมของตัวแปรใหม่เหล่านี้จะได้ว่า

$$y_i^* = b_1 w_{i1} + b_2 w_{i2} + ... + b_p w_{ip} + \underset{\sim}{\varepsilon}_i \qquad ;i = 1,2,3,...,n$$

หากประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดจะได้ว่า $\underset{\sim}{\hat{\beta}} = \left(\underset{\sim}{w}' \underset{\sim}{w}\right)^{-1} \underset{\sim}{w}' \underset{\sim}{y}^*$ ในการใช้วิธีการแปลงข้อมูลนี้ จะได้เมทริกซ์ของความสัมพันธ์ $\underset{\sim}{w}' \underset{\sim}{w}$ คือ

$$\underset{\sim}{w}' \underset{\sim}{w} = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & ... & r_{1p} \\ r_{12} & 1 & ... & r_{2p} \\ : & : & : & : \\ r_{1p} & r_{2p} & ... & 1 \end{bmatrix}$$

โดยที่

$$r_{ij} = \sum_{k=1}^{n} \frac{\left(x_{ki}-\bar{x}_i\right)\left(x_{kj}-\bar{x}_j\right)}{\left(s_{ii}s_{jj}\right)^{1/2}}$$

$$= \frac{s_{ij}}{\left(s_{ii}s_{jj}\right)^{1/2}}$$

เมื่อ r_{ij} เป็นค่าสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ x_i และ x_j

ในทำนองเดียวกัน

$$\underset{\sim}{w}' \underset{\sim}{y} = \begin{bmatrix} r_{1y} \\ r_{2y} \\ : \\ r_{ky} \end{bmatrix}$$

โดยที่

$$r_{jy} = \sum_{u=1}^{n} \frac{\left(x_{uj}-\bar{x}_j\right)\left(y_u-\bar{y}\right)}{\left(s_{jj}s_{yy}\right)^{1/2}}$$

$$= \frac{s_{jy}}{\left(s_{jj}s_{yy}\right)^{1/2}}$$

เมื่อ r_{jy} เป็นสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ x_j และตัวแปรตาม y

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่3
วิธีดำเนินการวิจัย

ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้จากการจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo) โดยใช้โปรแกรมภาษาฟอร์แทน 77 บน PC Computer ซึ่งมีขั้นตอนของแผนการทดลองและโปรแกรมที่ใช้ในการศึกษาดังต่อไปนี้

3.1 แผนการทดลอง

ในการวิจัยครั้งนี้กำหนดสถานการณ์ต่างๆที่ต้องการศึกษาดังนี้

1. เลือกกลุ่มตัวอย่างจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ โดยมีพารามิเตอร์ μ เท่ากับ 0 และ σ เท่ากับ 1.0 , 5.0 และ 10.0 ตามลำดับ
2. ขนาดตัวอย่างที่ทำการศึกษา เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 และ 5 มีค่าเท่ากับ 15,20,30,40,50,60,70,80,90 และ 100
3. เนื่องจากการวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ที่ จะเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร ผู้วิจัยจึงกำหนดระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรดังนี้
   3.1 กรณีที่มีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ผู้วิจัยสนใจศึกษาเมื่อตัวแปรอิสระ X_1 กับ X_2 มีความสัมพันธ์กัน ณ ระดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0.10 , 0.30 , 0.50 , 0.70 , 0.80 และ 0.90
   3.2 กรณีที่มีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ผู้วิจัยสนใจศึกษาเมื่อตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กันเป็นคู่ คือ X_1 กับ X_2 และ X_4 กับ X_5 โดยมีความสัมพันธ์ ณ ระดับความสัมพันธ์เท่ากับ (0.10,0.30) , (0.50,0.70) และ (0.80,0.90)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3.2 ขั้นตอนในการวิจัย

ขั้นตอนในการวิจัยมีดังนี้

1. สร้างความคลาดเคลื่อนให้มีการแจกแจงแบบปกติ สร้างข้อมูลของตัวแปรอิสระ ($\underset{\sim}{X}$) ให้มีระดับความสัมพันธ์ตามที่กำหนด และสร้างข้อมูลของตัวแปรตาม ($\underset{\sim}{y}$) จากรูปแบบความสัมพันธ์ $\underset{\sim}{y} = \underset{\sim}{X}\,\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\varepsilon}$ โดยกำหนดให้ $\underset{\sim}{\beta}$ เป็นค่าคงที่ใดๆ ชุดหนึ่ง
2. ประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธีที่สนใจศึกษา 3 วิธี คือ วิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก , วิธีการถดถอยแบบรากแฝง และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด
3. หาค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของการถดถอยแบบพหุคูณพร้อมทั้งเปรียบเทียบค่าและสรุปผลที่ได้
4. กลับไปทำขั้นตอนที่ 1 อีกครั้ง สร้างข้อมูลให้คลาดเคลื่อนไปจากข้อมูลชุดเดิมจากการกำหนด $\underset{\sim}{\beta}$ ชุดใหม่ขึ้นมา($\underset{\sim}{\beta}^*$) เพื่อนำมาใช้ในกรณีที่ข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัด เนื่องจากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณของวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด เป็นวิธีการประมาณที่ต้องทราบข้อจำกัดของพารามิเตอร์ในตัวแบบถดถอย ดังนั้นจากสมการข้อจำกัด

$$\underset{\sim}{R}\,\underset{\sim}{\beta}^* = \underset{\sim}{r}^*$$

เมื่อ $\underset{\sim}{R}$ เป็นเมทริกซ์ที่แสดงความสัมพันธ์ของพารามิเตอร์ $\underset{\sim}{\beta}$ มีขนาด q×(p+1) และเป็น full row rank q<(p+1)

$\underset{\sim}{r}^*$ เป็นเวกเตอร์ของค่าคงที่ มีขนาด q × 1

$\underset{\sim}{\beta}^*$ เป็นเวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณชุดใหม่ ขนาด (p+1) ×1

ในการทดลองจริง จะให้ผลรวมของ $\underset{\sim}{r}^*$ คลาดเคลื่อนไปจากความเป็นจริง ($\underset{\sim}{r}$)ประมาณ 15% , 28% และ 55% จากนั้นดำเนินการตามขั้นตอนที่ 2 และ 3 ต่อไป

3.2.1 การสร้างความคลาดเคลื่อนให้มีการแจกแจงตามที่ต้องการศึกษา

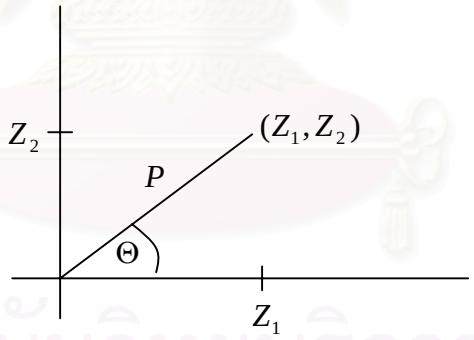
การสร้างค่าความคลาดเคลื่อนให้มีลักษณะการแจกแจงตามที่ต้องการศึกษานั้นใช้โปรแกรมภาษาฟอร์แทน 77 กับ PC Computer โดยการสร้างลักษณะการแจกแจงแบบปกติจะใช้เลขสุ่ม(random number) ซึ่งมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (uniform distribution) ในช่วง (0,1) เป็นพื้นฐาน

<u>การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ</u>

การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติใช้วิธีของ George E.P Box และ Mervin E.Muller (ค.ศ.1958) โดยใช้การแปลงตัวแปรสุ่ม คือ จากตัวแปรสุ่มมาตรฐานอิสระกัน Z_1 และ Z_2 ได้จุดบนระนาบในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน (Cartesian coordinates) ดังรูปที่ 3.2.1 แปลงตัวแปรสุ่มในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนเป็นตัวแปรสุ่มในระบบพิกัดเชิงขั้ว (Polar coordinates) เป็นจุด (P,Θ) โดยที่

$$Z_1 = P\cos\Theta$$

$$Z_2 = P\sin\Theta$$



รูปที่ 3.2.1

การแปลง $z_1 = p\cos\theta$ และ $z_2 = p\sin\theta$ เป็นการแปลงจากปริภูมิ

$R_{z_1,z_2} = \{(z_1,z_2) : -\infty < z_1 < \infty, -\infty < z_2 < \infty\}$ ไปยังปริภูมิ

$R_{P,\Theta} = \{(p,\theta) : 0 \le p < \infty, 0 \le \theta \le 2\pi\}$ โดยใช้จาโคเบียน (Jacobian) ของการแปลง J ดังนี้

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial z_1}{\partial p} & \frac{\partial z_1}{\partial \theta} \\ \frac{\partial z_2}{\partial p} & \frac{\partial z_2}{\partial \theta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos\theta & -p\sin\theta \\ \sin\theta & p\cos\theta \end{vmatrix}$$

$$= p(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = p$$

จากเทคนิคการแปลงในทฤษฎีความน่าจะเป็น ได้ว่า P และ Θ มีฟังก์ชันความหนาแน่นร่วม (joint density function) คือ

$$f_{P,\Theta}(p,\theta) = f_{Z_1,Z_2}(p\cos\theta, p\sin\theta)|J|$$

เนื่องจาก Z_1 และ Z_2 มีฟังก์ชันความหนาแน่นร่วม คือ

$$\begin{aligned} f_{z_1,z_2}(z_1,z_2) &= f_{Z_1}(z_1) f_{Z_2}(z_2) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-1}{2}z_1^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z_2^2} \\ &= \frac{1}{2\pi} e^{\frac{-1}{2}(z_1^2+z_2^2)} \end{aligned}$$

ดังนั้นโดยการแทนค่าจะได้ผลลัพธ์

$$\begin{aligned} f_{P,\Theta}(p,\theta) &= \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}p^2} p \\ &= \frac{1}{2\pi} p e^{-\frac{1}{2}p^2} \quad ;0 \le \theta \le 2\pi, 0 \le p \le \infty \\ &= f_\Theta(\theta) f_p(p) \end{aligned}$$

โดยที่ $f_\Theta(\theta) = \frac{1}{2\pi}; 0 \le \theta \le 2\pi$ เป็นฟังก์ชันของ θ เท่านั้น ไม่ขึ้นอยู่กับ p และ $f_P(p) = pe^{\frac{-1}{2}p^2}; p \ge 0$ เป็นฟังก์ชันของ p เท่านั้น ไม่ขึ้นอยู่กับ θ เพราะฉะนั้นจากคุณสมบัติของตัวแปรสุ่มอิสระ ได้ว่า P และ Θ เป็นอิสระกัน(เชิงสถิติ) ในการจำลอง Z_1 และ Z_2 เราจะจำลอง P และ Θ อย่างอิสระกัน โดยจำลอง P จาก $f_P(p) = pe^{\frac{-1}{2}p^2}$ ซึ่งด้วยวิธีการแปลงผกผัน

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ได้ตัวแบบจำลอง $P = \sqrt{-2\ln R_1}; R_1 \sim U(0,1)$ และจำลอง Θ จากการแจกแจง $U(0,2\pi)$ ได้ $\Theta = 2\pi R_2; R_2 \sim U(0,1)$ ดังนั้นเราจะได้ตัวแบบจำลองตัวแปรสุ่ม $Z_1 \sim N(0,1)$ และ $Z_2 \sim N(0,1)$ ซึ่งเป็นอิสระกัน คือ

$$Z_1 = (-2\ln R_1)^{\frac{1}{2}} \cos(2\pi R_2)$$

$$Z_2 = (-2\ln R_1)^{\frac{1}{2}} \sin(2\pi R_2)$$

ซึ่ง R_1 และ R_2 เป็นเลขสุ่มที่สร้างจาก FUNCTION RAND เมื่อเราได้เลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐานแล้ว จากนั้นจึงแปลงค่าเลขสุ่มดังกล่าวโดยใช้สมการ

$$\text{NORMAL} = \mu + \sigma Z_1$$

หรือ

$$\text{NORMAL} = \mu + \sigma Z_2$$

ทำให้ได้ NORMAL ที่มีการแจกแจงแบบปกติมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ และค่าความแปรปรวนเท่ากับ σ^2 (NORMAL~ N(μ , σ^2)) ซึ่งฟังก์ชันของการจำลองแบบประชากรที่มีการแจกแจงเป็นแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย μ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ คือ FUCTION NORM ซึ่งผู้วิจัยได้แสดงฟังก์ชันดังกล่าวไว้ในภาคผนวก

3.2.2 การสร้างตัวแปรอิสระ $\underset{\sim}{X}$ ให้มีความสัมพันธ์ในระดับต่างๆ

ในการวิจัยครั้งนี้ สร้างข้อมูลของตัวแปรอิสระ $\underset{\sim}{X}$ ที่มีการแจกแจงปกติของหลายตัวแปร (multivariate normal distribution) ที่มีค่าพารามิเตอร์ $\underset{\sim}{\mu}$ เท่ากับ $\underset{\sim}{0}$ และ $\underset{\sim}{V}$ เป็นเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม (covariance matrix) ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระใน $\underset{\sim}{X}$ สามารถเขียนได้เป็น $\underset{\sim}{X} \sim N_p\left(\underset{\sim}{\mu}, \underset{\sim}{V}\right)$

ปีค.ศ.1972 Barr และ Slesak ได้เสนอวิธีการสร้างข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติของหลายตัวแปรดังนี้

กำหนดให้ $\underset{\sim}{X} = (X_1, X_2, ..., X_p)'$ เป็นเวกเตอร์ของตัวแปรที่มีการแจกแจงแบบปกติที่มีความสัมพันธ์โดยมีเวกเตอร์ค่าเฉลี่ย $\underset{\sim}{\mu} = (\mu_1, \mu_2, ..., \mu_p)'$ สามารถเขียนเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม

$$\underset{\sim}{V} = E\left[\left(\underset{\sim}{X} - \underset{\sim}{\mu}\right)\left(\underset{\sim}{X} - \underset{\sim}{\mu}\right)'\right] = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2p} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \dots & \sigma_{pp} \end{bmatrix}$$

เมื่อ $\sigma_{ij} = Cov(X_i, X_j) = \sigma_{ji} = Cov(X_j, X_i)$ สำหรับ i ≠ j และ

$\sigma_{ii} = Var(X_i), i = 1,2,..., p \quad j = 1,2,..., p$

ขั้นตอนในการสร้างตัวแปร $\underset{\sim}{X}$ ที่มีการแจกแจงแบบปกติหลายตัวแปร มีดังนี้

1). คำนวณหาเมทริกซ์ $\underset{\sim}{C}$ ซึ่งเป็นเมทริกซ์เชิงสามเหลี่ยมล่าง(lower triangular matrix) ซึ่งทำให้ได้ $\underset{\sim}{V} = \underset{\sim}{C}' \underset{\sim}{C}$

$$\underset{\sim}{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & \dots & 0 \\ c_{21} & c_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ c_{p1} & c_{p2} & \dots & c_{pp} \end{bmatrix}$$

2). สร้าง $\underset{\sim}{Z}$ ที่ประกอบด้วยตัวแปรที่มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐานที่เป็นอิสระซึ่งกันและกัน p ตัว

3). คำนวณ $\underset{\sim}{X} = \underset{\sim}{\mu} + \underset{\sim}{C}\,\underset{\sim}{Z}$ โดยสามารถคำนวณหา $\underset{\sim}{C}$ ได้ดังนี้

3.1). กำหนดให้ $a = \sqrt{\sigma_{11}}$

$$c_{i1} = \frac{\sigma_{i1}}{a} \qquad ; i = 1,2,3,..., p$$

3.2). $$c_{ii} = \left(\sigma_{ii} - \sum_{j=1}^{i-1} c_{ij}^2\right)^{1/2}$$

เมื่อ $$\sigma_{ii} = \sum_{j=1}^{i-1} c_{ij}^2 \qquad ; i = 2,3,4,..., p$$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3.3). $$c_{ij} = \frac{\left(\sigma_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} c_{ik} c_{jk} \right)}{c_{jj}}$$

เมื่อ $$\sigma_{ij} = \sum_{k=1}^{i} c_{ik} c_{jk} \qquad ; i = 2,3,4,..., p \quad j = 1,2,3,...., i-1$$

จากสมการ $$\underset{\sim}{X} = \underset{\sim}{\mu} + \underset{\sim}{C}\,\underset{\sim}{Z} \qquad (1)$$

ในที่นี้ให้ $\underset{\sim}{\mu}$ แทน $\underset{\sim}{0}$ และ $\underset{\sim}{Z} = \left(Z_1, Z_2, Z_3, ..., Z_p\right)'$ เมื่อ $\underset{\sim}{Z} \sim N(\underset{\sim}{0}, \underset{\sim}{I})$ จากสมการที่ (1) สามารถจำลองข้อมูลของตัวแปรอิสระ $\underset{\sim}{X}$ ให้มีความสัมพันธ์ในระดับต่างๆตามที่ต้องการได้

สำหรับในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดให้ $\underset{\sim}{C}$ เป็นเมทริกซ์ที่คงที่ หลังจากนั้นจึงจำลอง $\underset{\sim}{Z}$ ซึ่งมีการแจกแจงแบบปกติ แล้วนำมาคูณกับ $\underset{\sim}{C}$ ในแต่ละรอบของการทดลอง (การวิจัยครั้งนี้ทำการทดลอง 1,000 รอบในแต่ละสถานการณ์) โดยผลลัพธ์ที่ได้คือ $\underset{\sim}{X}$ ที่ได้จะมีระดับความสัมพันธ์ตามที่ต้องการ

รายละเอียดของขั้นตอนของโปรแกรมการคำนวณในการสร้างตัวแปรอิสระ $\underset{\sim}{X}$ ที่มีการแจกแจงแบบปกติหลายตัวแปร โดยแสดงใน PROCEDURE C_MATRIX ซึ่งแสดงไว้ในภาคผนวก

3.2.3 การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก วิธีการถดถอยแบบรากแฝง และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด

จากหัวข้อ (3.2.1) และ (3.2.2) เราสามารถสร้างค่าความคลาดเคลื่อนตามการแจกแจงที่ต้องการศึกษา และสามารถสร้างตัวแปรอิสระ $\left(\underset{\sim}{X}\right)$ ให้มีความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงตามที่กำหนด จึงทำให้สามารถสร้างตัวแปรตาม $\left(\underset{\sim}{y}\right)$ ได้ จากนั้นจึงทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุด้วยวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก วิธีการถดถอยแบบรากแฝง และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1). ทำการปรับตัวแปรอิสระ $(\underset{\sim}{X})$ และตัวแปรตาม $(\underset{\sim}{y})$ ให้เป็นมาตรฐาน (standardization)

2). คำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก วิธีการถดถอยแบบรากแฝง และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด ดังที่ได้แสดงไว้ใน PROCEDURE PC , PROCEDURE LR และ PROCEDURE RL ตามลำดับ

3.2.4 การหาค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ

1. คำนวณค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแต่ละตัวเมื่อกระทำซ้ำ 1,000 ครั้ง

$$MSE_j = \frac{1}{1{,}000}\left(\sum_{i=1}^{1{,}000}\left(\hat{\beta}_{ij} - \beta_j\right)^2\right)$$

เมื่อ β_j แทนตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณตัวที่ j

$\hat{\beta}_{ij}$ แทนตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณตัวที่ j จากการประมาณครั้งที่ i

MSE_j แทนค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของค่าประมาณสำหรับสัมประสิทธิ์การถดถอย β_j

2. คำนวณหาค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ

$$AMSE(PC) = \frac{1}{p+1}\sum_{j=1}^{p+1} MSE(PC)_j$$

$$AMSE(LR) = \frac{1}{p+1}\sum_{j=1}^{p+1} MSE(LR)_j$$

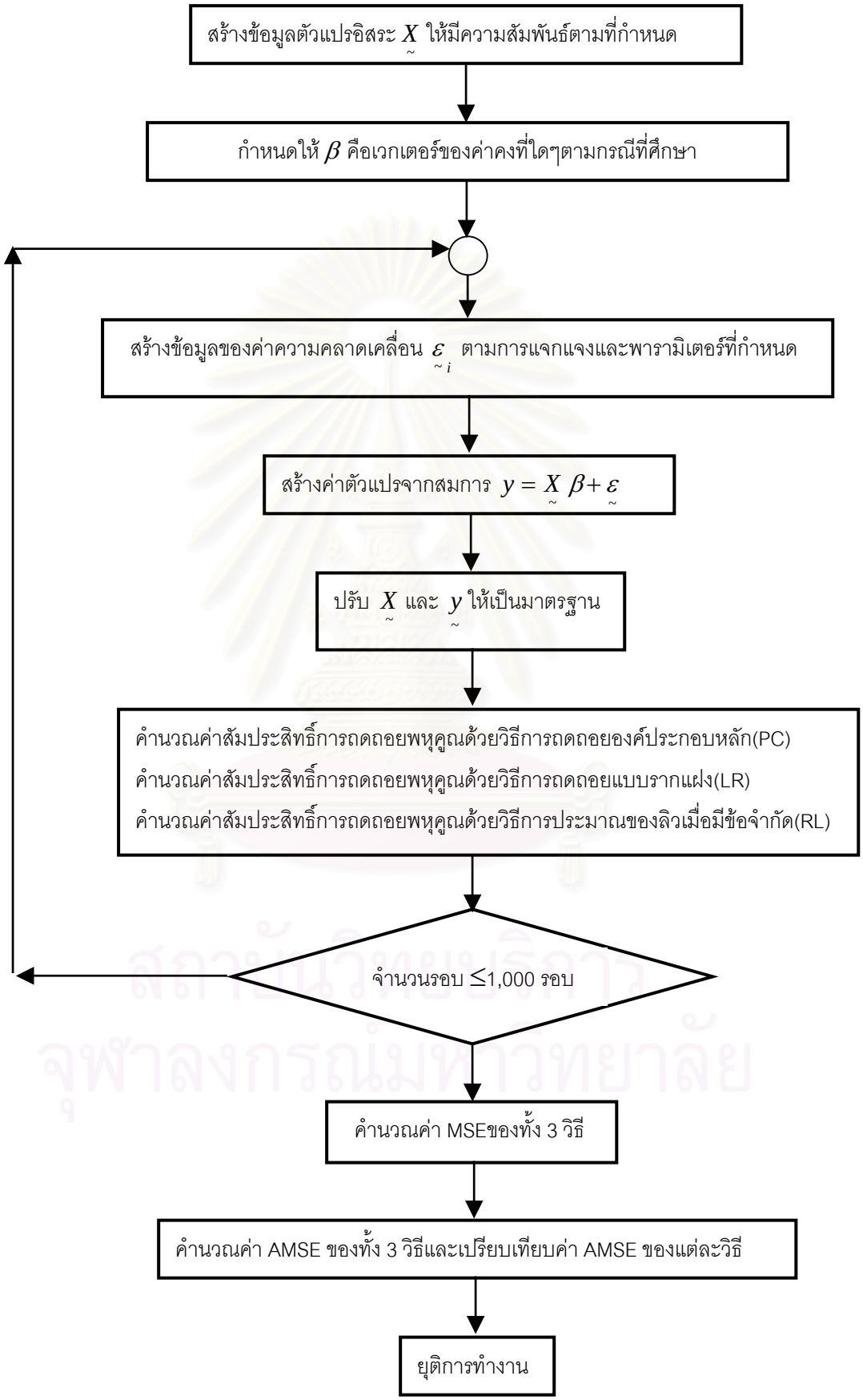
$$AMSE(RL) = \frac{1}{p+1}\sum_{j=1}^{p+1} MSE(RL)_j$$

เมื่อ p แทนจำนวนพารามิเตอร์ในตัวแบบการถดถอยพหุคูณ

โดยผู้วิจัยได้แสดงตารางลักษณะการทำงานของโปรแกรมทั้งหมดที่ใช้ในการวิจัยรวมทั้งแผนผังการเขียนโปรแกรมดังต่อไปนี้

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

<u>แผนผังการเขียนโปรแกรม</u>



ตารางที่ 3.1 แสดงลักษณะการทำงานของโปรแกรมทั้งหมดที่ใช้ในการวิจัย

อันดับที่	**ชื่อโปรแกรม**	**การทำงานของโปรแกรม**	**ชื่อโปรแกรมย่อยที่เรียกใช้**
โปรแกรมหลัก	MAIN	- อ่านค่าพารามิเตอร์ที่กำหนด - สร้างความคลาดเคลื่อนและข้อมูลที่ใช้ - หาค่าตัวเลขเงื่อนไขที่แสดงถึงพหุสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ - สร้างตัวแปรตาม(y) - สร้างตัวแปรตาม(y) และตัวแปรอิสระ (X)ให้เป็นมาตรฐาน - คำนวณหาเมทริกซ์ $\left(\underset{\sim}{X}' \underset{\sim}{X} \right)$ - หาค่าเฉพาะและเวกเตอร์เฉพาะของเมทริกซ์สมมาตร - คำนวณหาสัมประสิทธิ์การถดถอยของวิธี PC - คำนวณหาสัมประสิทธิ์การถดถอยของวิธี OLS - สร้างเมทริกซ์ $\left[\underset{\sim}{y} : \underset{\sim}{X} \right]$ - คำนวณหาสัมประสิทธิ์การถดถอยของวิธี LR - คำนวณหาสัมประสิทธิ์การถดถอยของวิธี RLS - คำนวณหาค่า b_{ii} - คำนวณหาค่า d_{opt} - คำนวณหาสัมประสิทธิ์การถดถอยของวิธี RL	NORM C_MATRIX , MULTI BUILDY STD_XY XTRAN EIGEN PCR OLS COMAT LR RLS PAP DOPT RL

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

อันดับที่	**ชื่อโปรแกรม**	**การทำงานของโปรแกรม**	**ชื่อโปรแกรมย่อยที่เรียกใช้**
SUBROUTINE			
1	NORM	- สร้างข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติมาตรฐาน	
2	C_MATRIX	- คำนวณหาเมทริกซ์ C ที่ใช้ในการสร้างข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติพหุตัวแปร	
3	MULTI	- สร้างข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติหลายตัวแปร	
4	BUILDY	- สร้างตัวแปรตาม (y)	
5	STD_XY	- สร้างตัวแปรอิสระ (X) และตัวแปรตาม (y) ให้เป็นมาตรฐาน	
6.	XTRAN	- สร้างเมทริกซ์ $\left(\underset{\sim}{X}' \underset{\sim}{X} \right)$	
7.	EIGEN	- หาค่าเฉพาะและเวกเตอร์เฉพาะของเมทริกซ์สมมาตร	SVD
8.	PCR	- คำนวณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก และค่า MSEP	MSET1
9.	INVERS	- หาค่าผกผันของเมทริกซ์สมมาตร	
10.	OLS	- คำนวณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของวิธีกำลังสองน้อยที่สุด	
11.	COMAT	- สร้างเมทริกซ์ $\left[\underset{\sim}{y} : \underset{\sim}{X} \right]$	
12.	LR	- คำนวณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของวิธีการถดถอยแบบรากแฝงและ MSEL	MSET2

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

อันดับที่	**ชื่อโปรแกรม**	**การทำงานของโปรแกรม**	**ชื่อโปรแกรมย่อยที่เรียกใช้**
SUBROUTINE			
13.	RLS	- คำนวณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเมื่อมีข้อจำกัด	
14.	PAP	- คำนวณหาค่า b_{ii}	
15.	DOPT	- คำนวณหาค่า d_{opt}	
16.	RL	- คำนวณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของวิธีตัวประมาณลิวเมื่อมีข้อจำกัดและค่า MSER	MSET3

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 4
ผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ โดยผู้วิจัยได้ทำการเปรียบเทียบวิธีการทั้ง 3 วิธี ซึ่งได้แก่วิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก วิธีการถดถอยแบบรากแฝง และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด โดยใช้เกณฑ์การเปรียบเทียบคือ ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ซึ่งมีวิธีการคำนวณเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบดังนี้

$$MSE_j = \frac{1}{1{,}000} \sum_{i=1}^{1{,}000} \left(\hat{\beta}_{ij} - \beta_j \right)^2$$

$$AMSE = \frac{1}{p+1} \sum_{j=1}^{p+1} MSE_j$$

เมื่อ β_j แทนสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณตัวที่ j

$\hat{\beta}_{ij}$ แทนตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณตัวที่ j จากการประมาณครั้งที่ i

p แทนจำนวนพารามิเตอร์ในตัวแบบการถดถอยพหุคูณ

MSE_j แทนค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของค่าประมาณสำหรับสัมประสิทธิ์การถดถอย β_j

$AMSE$ แทนค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ

ผู้วิจัยได้เสนอผลการวิจัยโดยแบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ

ส่วนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีข้อมูลสอดคล้องกับข้อจำกัด

ส่วนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีข้อมูลไม่สอดคล้องกับข้อจำกัด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สำหรับการนำเสนอผลการวิจัยจะนำเสนอในรูปแบบตารางและรูปกราฟ เพื่อความสะดวกในการอธิบายจึงใช้สัญลักษณ์ต่อไปนี้เพื่อแทนความหมายต่างๆ

σ^2 หมายถึง ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของตัวแบบถดถอยพหุคูณ

n หมายถึง ขนาดตัวอย่าง

PC หมายถึง การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก

LR หมายถึง การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธีการถดถอยแบบรากแฝง

RL หมายถึง การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด

SD หมายถึง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

AMSE หมายถึง ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ

4.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีข้อมูลสอดคล้องกับข้อจำกัด

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยทำการศึกษาเมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1.0,5.0$ และ 10.0 ตามลำดับ

โดยได้ทำการศึกษาในกรณีต่างๆดังนี้

4.1.1 กรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ทำการศึกษาที่ระดับความสัมพันธ์เป็น 0.10,0.30,0.50,0.70,0.80 และ 0.90 ซึ่งผลการวิจัยส่วนนี้ได้นำเสนอในตารางที่ 4.1.1 - 4.1.3 และกราฟรูปที่ 4.1.1 - 4.1.3โดยกราฟจะแสดงค่า AMSE เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไปในกรณีที่ ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15, 30, 60 และ 100

4.1.2 กรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ทำการศึกษาที่ระดับความสัมพันธ์เป็น (0.1,0.3),(0.5,0.7) และ (0.8,0.9) ซึ่งผลการวิจัยส่วนนี้ได้นำเสนอในตารางที่ 4.2.1 – 4.2.3 และกราฟรูปที่ 4.2.1 – 4.2.3 โดยกราฟจะแสดงค่า AMSE เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไปในกรณีที่ ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15, 30, 60 และ 100

ตารางที่4.1.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.10	15	0.061797 (0.019887)	0.059939 (0.019660)	0.059745 * (0.019673)
	20	0.045939 (0.009628)	0.045181 (0.009897)	0.045092 * (0.009910)
	30	0.031315 (0.005958)	0.030998 (0.005930)	0.030964 * (0.005929)
	40	0.024134 (0.004247)	0.023933 (0.004211)	0.023917 * (0.004209)
	50	0.016906 (0.003941)	0.016829 (0.003922)	0.016823 * (0.003942)
	60	0.013938 (0.003145)	0.013903 (0.003131)	0.013899 * (0.003146)
	70	0.011783 (0.002998)	0.011760 (0.002991)	0.011757 * (0.002998)
	80	0.010318 (0.002215)	0.010303 (0.002220)	0.010301 * (0.002221)
	90	0.008790 (0.002197)	0.008779 (0.002204)	0.008778 * (0.002204)
	100	0.007845 (0.001969)	0.007835 (0.001967)	0.007835 * (0.002100)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่4.1.1(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.30	15	0.063497 (0.020426)	0.061248 (0.019692)	0.061045 * (0.019687)
	20	0.048037 (0.009344)	0.047023 (0.009383)	0.046922 * (0.009360)
	30	0.033772 (0.008067)	0.033257 (0.007854)	0.033213 * (0.007843)
	40	0.026436 (0.006687)	0.026105 (0.006492)	0.026084 * (0.006481)
	50	0.018481 (0.004579)	0.018349 (0.004558)	0.018341 * (0.004556)
	60	0.015215 (0.003458)	0.015154 (0.003453)	0.015149 * (0.003434)
	70	0.012749 (0.003006)	0.012712 (0.003004)	0.012709 * (0.003003)
	80	0.011382 (0.002998)	0.011355 (0.002987)	0.011353 * (0.002986)
	90	0.009668 (0.002546)	0.009650 (0.002549)	0.009648 * (0.002550)
	100	0.008562 (0.002104)	0.008545 (0.002101)	0.008544 * (0.002100)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่4.1.1 (ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.50	15	0.069767 (0.024981)	0.066126 (0.022361)	0.065917 * (0.022240)
	20	0.053354 (0.013350)	0.051569 (0.012215)	0.051448 * (0.012165)
	30	0.038835 (0.013152)	0.037902 (0.012991)	0.037843 * (0.012950)
	40	0.031018 (0.012081)	0.030302 (0.011444)	0.030273 * (0.011419)
	50	0.021560 (0.007299)	0.021271 (0.007106)	0.021259 * (0.007099)
	60	0.017805 (0.005704)	0.017661 (0.005601)	0.017654 * (0.005596)
	70	0.014745 (0.004385)	0.014660 (0.004326)	0.014655 * (0.004322)
	80	0.013513 (0.005237)	0.013443 (0.005171)	0.013440 * (0.005168)
	90	0.011404 (0.004046)	0.011361 (0.004023)	0.011359 * (0.004022)
	100	0.009996 (0.003208)	0.009958 (0.003180)	0.009956 * (0.003179)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่4.1.1(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.70	15	0.087737 (0.042407)	0.078603 (0.032897)	0.078469 * (0.032424)
	20	0.067596 (0.028847)	0.062650 (0.023760)	0.062488 * (0.023508)
	30	0.051560 (0.028426)	0.048616 (0.025347)	0.048509 * (0.025210)
	40	0.042201 (0.025186)	0.039759 (0.022590)	0.039690 * (0.022499)
	50	0.029101 (0.015571)	0.028059 (0.014540)	0.028033 * (0.012175)
	60	0.024252 (0.012835)	0.023643 (0.012194)	0.023627 * (0.012175)
	70	0.019754 (0.009699)	0.019397 (0.009323)	0.019387 * (0.009312)
	80	0.018710 (0.011137)	0.018403 (0.010786)	0.018395 * (0.010776)
	90	0.015637 (0.008634)	0.015451 (0.008449)	0.015446 * (0.008443)
	100	0.013526 (0.006979)	0.013370 (0.006816)	0.013367 * (0.006812)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่4.1.1(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.80	15	0.111245 (0.067986)	0.092014 * (0.046386)	0.092105 (0.045653)
	20	0.086072 (0.049994)	0.074889 (0.037610)	0.074634 * (0.037049)
	30	0.067666 (0.047026)	0.060478 (0.039038)	0.060236 * (0.038678)
	40	0.056303 (0.041567)	0.050174 (0.034737)	0.049941 * (0.034427)
	50	0.038696 (0.026538)	0.035901 (0.023529)	0.035810 * (0.023414)
	60	0.032494 (0.022284)	0.030668 (0.020242)	0.03061 * (0.020166)
	70	0.026179 (0.017004)	0.025085 (0.015775)	0.025057 * (0.015736)
	80	0.025256 (0.018656)	0.024303 (0.017548)	0.024280 * (0.017514)
	90	0.020989 (0.014711)	0.020396 (0.014058)	0.020382 * (0.014040
	100	0.018013 (0.012019)	0.017527 (0.011525)	0.017518 * (0.011512)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

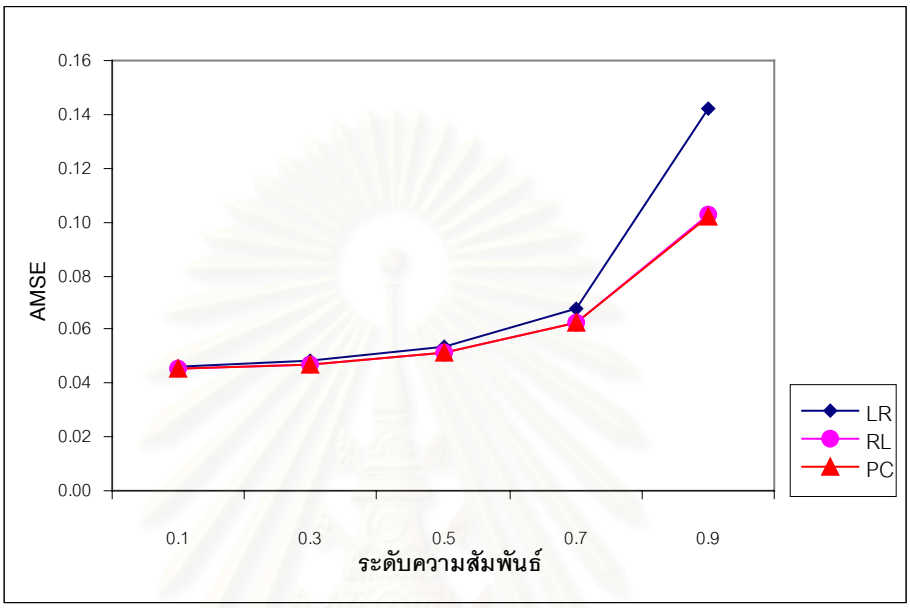
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่4.1.1(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

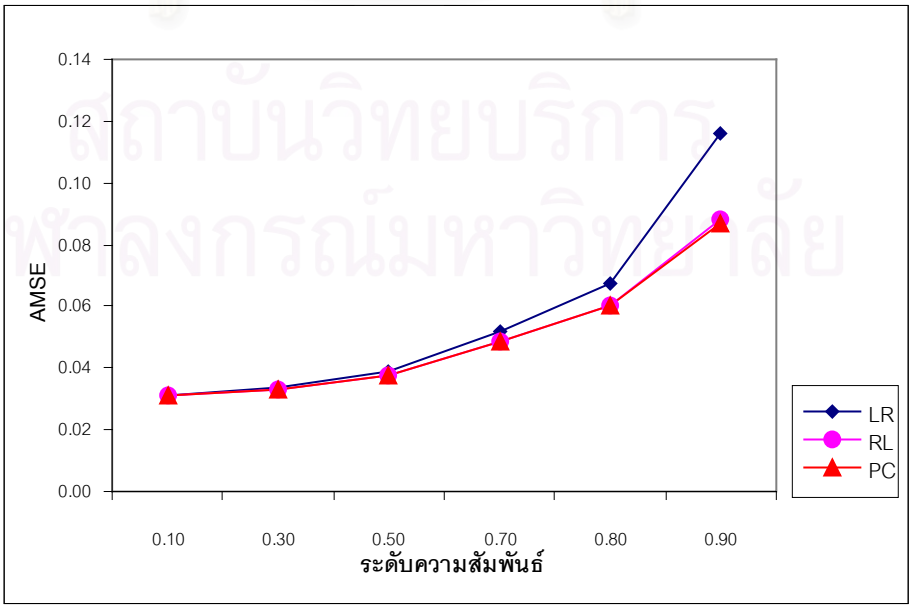
ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.90	15	0.181892 (0.148157)	0.121156 * (0.077641)	0.122594 (0.077488)
	20	0.141797 (0.114259)	0.102552 (0.069283)	0.101767* (0.067706)
	30	0.115717 (0.102498)	0.088031 (0.070712)	0.086860 * (0.069093)
	40	0.098419 (0.090288)	0.074423 (0.062815)	0.073053 * (0.061118)
	50	0.067651 (0.059913)	0.055284 (0.045942)	0.054511 * (0.045013)
	60	0.057400 (0.051004)	0.048207 (0.040461)	0.047601 * (0.039718)
	70	0.045634 (0.039400)	0.039690 (0.032555)	0.039338 * (0.032110)
	80	0.044786 (0.041161)	0.039605 (0.035127)	0.039308 * (0.034750)
	90	0.037050 (0.033163)	0.033541 (0.029146)	0.033346 * (0.028904)
	100	0.031518 (0.027592)	0.028687 (0.024328)	0.028535 * (0.024137)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

รูปที่4.1.1 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป โดยความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 15

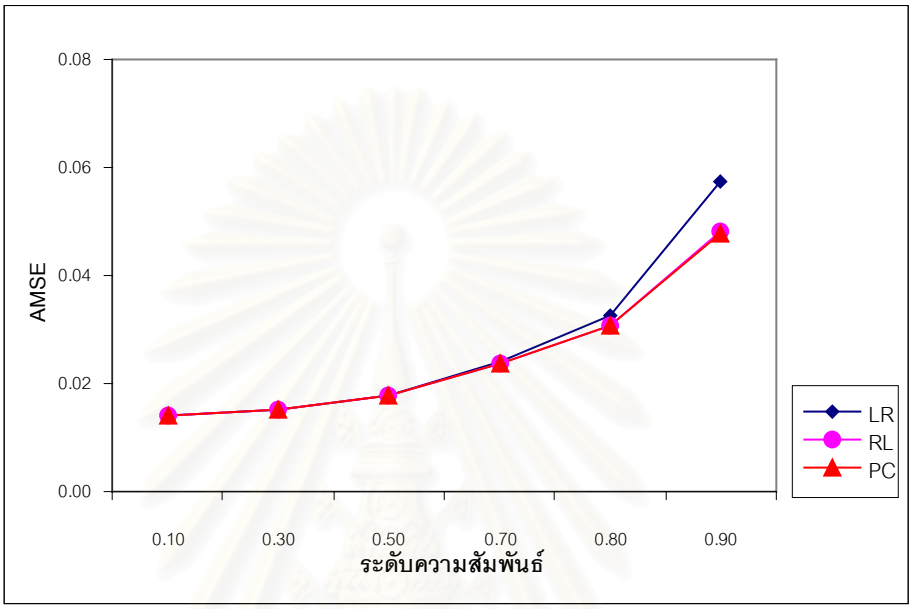


รูปที่4.1.1(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป โดยความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 30

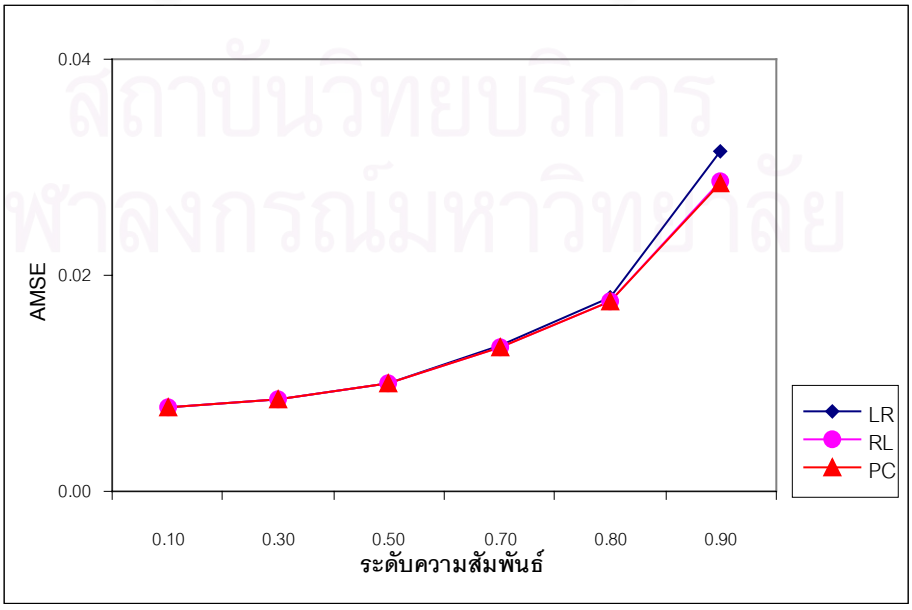


สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่4.1.1(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป โดยความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 60



รูปที่4.1.1(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป โดยความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 100



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากตารางที่ 4.1.1 เราสามารถสรุปผลการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธีPC วิธีLR และวิธีRL เมื่อ**จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 โดยที่ความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.0** จำแนกตามระดับพหุสัมพันธ์ได้ดังนี้

1. **ความสัมพันธ์ระดับต่ำ**(ρ =0.10, ρ =0.30)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ จะพบว่าในทุกๆขนาดตัวอย่าง คือ n = 15,20,30,40,50,60,70,80,90 และ 100 วิธีPC วิธีRL และ วิธีLR ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน โดยที่วิธีPC ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธีRL และวิธีLR ตามลำดับ

2. **ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง**(ρ =0.50, ρ =0.70)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง ในทุกๆขนาดตัวอย่าง วิธีPC วิธีRL และ วิธีLR ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกันโดยที่วิธีPC ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธีRL และวิธีLR ตามลำดับ

3. **ความสัมพันธ์ระดับสูง**(ρ =0.80, ρ =0.90)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับสูง เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าเป็น n = 15,20,30, 40,50,60,70,80,90 และ 100 วิธีPC วิธีRL และ วิธีLR ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกันโดยที่เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าเป็น 15 วิธีRL ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธีPC และวิธีLR แต่เมื่อ n เพิ่มขึ้นจะพบว่า วิธีPC ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธีRL และวิธีLR ตามลำดับ

ข้อสรุป

จากตารางที่ 4.1.1 วิธีPC วิธีRL และ วิธีLR ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกันมาก โดยเฉพาะเมื่อระดับพหุสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ โดยเมื่อระดับพหุสัมพันธ์สูงขึ้นเราจะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ของทั้ง 3 วิธีได้ชัดขึ้น โดยจะพบว่า วิธีPC เป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธีRL และวิธีLR ตามลำดับ และจะสังเกตได้ว่าค่า AMSE ของทุกวิธีจะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$ ลดลง จึงทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ตารางที่4.1.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.10	15	1.544923 (0.497187)	1.150210 * (0.393320)	1.183142 (0.402344)
	20	1.148477 (0.240692)	0.939413 * (0.214120)	0.957347 (0.214067)
	30	0.782886 (0.148941)	0.684613 * (0.137714)	0.692857 (0.137663)
	40	0.603342 (0.106166)	0.540056 * (0.093976)	0.544847 (0.094476)
	50	0.422656 (0.098052)	0.390610 * (0.095971)	0.392779 (0.095296)
	60	0.348461 (0.078281)	0.330374 * (0.078238)	0.331315 (0.077676)
	70	0.294570 (0.074795)	0.282304 * (0.075033)	0.282856 (0.044566)
	80	0.257954 (0.055388)	0.249027 * (0.055041)	0.249349 (0.054814)
	90	0.219752 (0.054941)	0.213740 * (0.055143)	0.213891 (0.054912)
	100	0.196135 (0.049172)	0.190769 * (0.049120)	0.191916 (0.048944)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่4.1.2(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.30	15	1.587416 (0.510646)	1.161541 * (0.405734)	1.195624 (0.417252)
	20	1.200914 (0.233597)	0.964154 * (0.205985)	0.984008 (0.207994)
	30	0.843231 (0.201697)	0.722858 * (0.169443)	0.722727 (0.171841)
	40	0.660907 (0.167183)	0.578235 * (0.133007)	0.584378 (0.135594)
	50	0.462014 (0.114486)	0.419081 * (0.104509)	0.428023 (0.104566)
	60	0.380369 (0.086460)	0.355168 * (0.081559)	0.356589 (0.081486)
	70	0.318747 (0.075160)	0.301689 * (0.072938)	0.302544 (0.072730)
	80	0.284568 (0.074971)	0.271400 * (0.070057)	0.271950 (0.070214)
	90	0.241711 (0.063661)	0.232774 * (0.061894)	0.233069 (0.061833)
	100	0.214042 (0.052605)	0.206260 * (0.050975)	0.206519 (0.050911)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่4.1.2(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.50	15	1.744196 (0.624545)	1.230608 * (0.445432)	1.265434 (0.461930)
	20	1.333858 (0.337549)	1.033004 * (0.244127)	1.055945 (0.252905)
	30	0.970878 (0.343808)	0.802911 * (0.256661)	0.815470 (0.263483)
	40	0.775465 (0.302048)	0.652122 * (0.221342)	0.660736 (0.227222)
	50	0.539021 (0.182497)	0.473417 * (0.148358)	0.477856 (0.150401)
	60	0.445133 (0.142609)	0.403669 * (0.119825)	0.406115 (0.121274)
	70	0.368648 (0.109628)	0.340393 * (0.095577)	0.341894 (0.096374)
	80	0.337830 (0.130937)	0.314705 * (0.114678)	0.315743 (0.115610)
	90	0.285116 (0.101166)	0.269185 * (0.092253)	0.269780 (0.092646)
	100	0.249904 (0.080202)	0.236352 * (0.072454)	0.236854 (0.072764)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่4.1.2(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.70	15	2.193451 (1.060181)	1.431709 * (0.596335)	1.463267 (0.614647)
	20	1.689901 (0.721190)	1.213354 * (0.423714)	1.239803 (0.440320)
	30	1.289005 (0.710655)	0.991019 * (0.473903)	1.007789 (0.485983)
	40	1.055045 (0.629673)	0.820118 * (0.421835)	0.833656 (0.432726)
	50	0.727542 (0.389275)	0.598309 * (0.284045)	0.606493 (0.290272)
	60	0.606305 (0.320890)	0.515590 * (0.243162)	0.521171 (0.248528)
	70	0.493856 (0.242484)	0.430605 * (0.189172)	0.434174 (0.192888)
	80	0.467773 (0.278426)	0.413478 * (0.224269)	0.416119 (0.230368)
	90	0.390936 (0.215859)	0.352267 * (0.182299)	0.353921 (0.184126)
	100	0.338166 (0.174497)	0.305875 * (0.145962)	0.307275 (0.147531)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่4.1.2(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.80	15	2.781130 (1.699656)	1.680899 * (0.831645)	1.704668 (0.839608)
	20	2.151821 (1.249874)	1.433548 * (0.670169)	1.458213 (0.683760)
	30	1.691666 (1.175656)	1.211328 * (0.728622)	1.228899 (0.739907)
	40	1.407597 (1.039196)	1.014684 * (0.649826)	1.031074 (0.662162)
	50	0.967410 (0.663449)	0.745069 * (0.452690)	0.757183 (0.462347)
	60	0.812371 (0.557118)	0.646405 * (0.394426)	0.656287 (0.404261)
	70	0.654495 (0.425119)	0.536176 * (0.309692)	0.543083 (0.317276)
	80	0.631416 (0.466425)	0.528185 * (0.359731)	0.533478 (0.365951)
	90	0.524744 (0.367779)	0.449157 * (0.292993)	0.452956 (0.297294)
	100	0.450332 (0.301734)	0.387454 * (0.238722)	0.390727 (0.242539)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

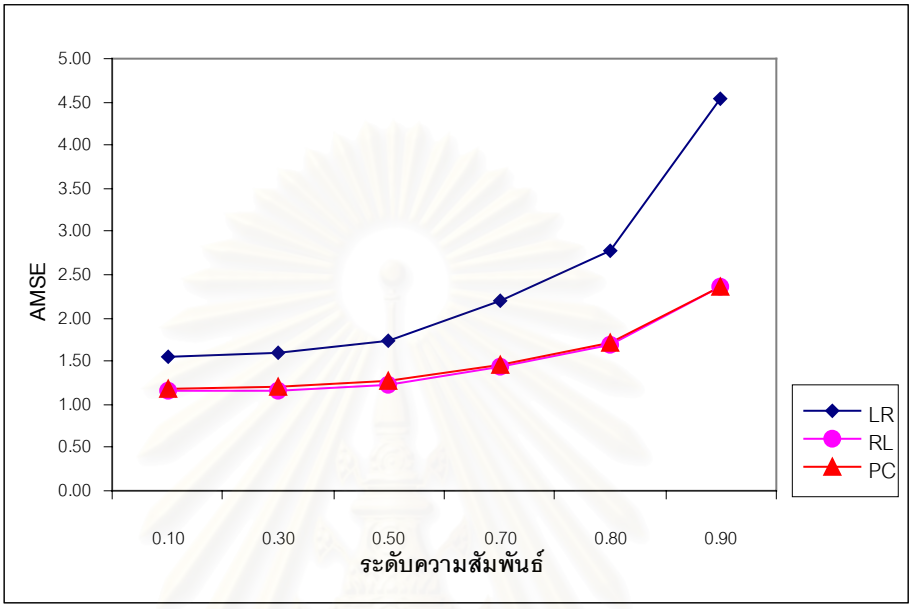
ตารางที่4.1.2(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.90	15	4.547310 (3.703969)	2.349990 * (1.541517)	2.369216 (1.531603)
	20	3.544933 (2.856482)	2.029802 * (1.350772)	2.036568 (1.335447)
	30	2.892944 (2.562454)	1.797761 * (1.403465)	1.800394 (1.391389)
	40	2.460493 (2.257221)	1.531323 * (1.248117)	1.538103 (1.244852)
	50	1.691292 (1.497845)	1.140890 * (0.910381)	1.153989 (0.917861)
	60	1.435014 (1.275107)	0.996467 * (0.799792)	1.012091 (0.813760)
	70	1.140859 (0.985003)	0.817623 * (0.634778)	0.831879 (0.649355)
	80	1.199653 (1.029025)	0.834673 * (0.713483)	0.845868 (0.725781)
	90	0.926258 (0.829081)	0.709308 * (0.592838)	0.720035 (0.604189)
	100	0.787972 (0.689813)	0.606483 * (0.490885)	0.616625 (0.502127)

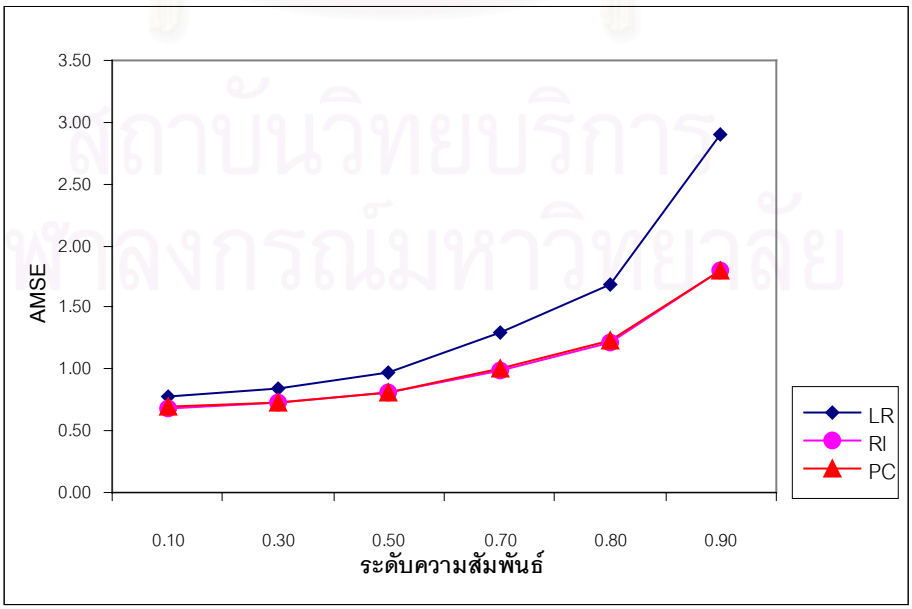
* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

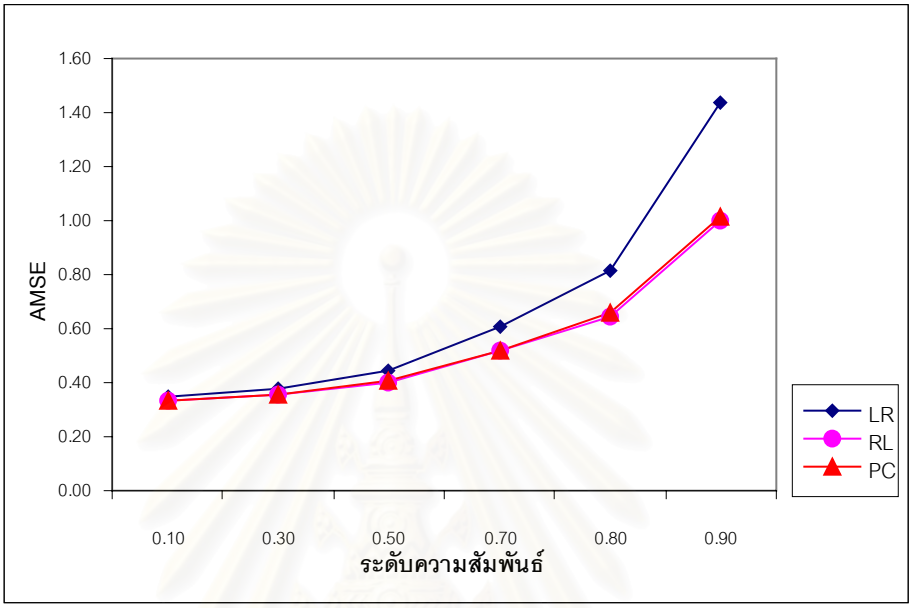
รูปที่4.1.2 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป โดยความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 15



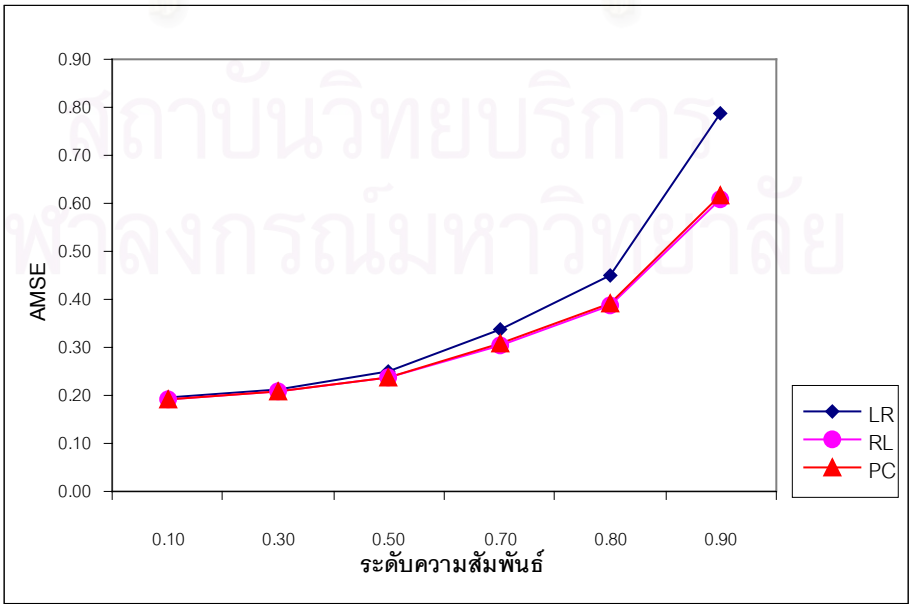
รูปที่4.1.2(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป โดยความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 30



รูปที่4.1.2(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป โดยความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 60



รูปที่4.1.2(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป โดยความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 100



จากตารางที่ 4.1.2 เราสามารถสรุปผลการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธีPC วิธีLR และวิธีRL เมื่อ**จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 โดยที่ความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ** 5.0 จำแนกตามระดับพหุสัมพันธ์ได้ดังนี้

1. **ความสัมพันธ์ระดับต่ำ**(ρ =0.10, ρ =0.30)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ วิธีRL จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดสำหรับทุกขนาดตัวอย่างที่กำหนด รองลงมาคือวิธีPC และวิธีLR ตามลำดับ

2. **ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง**(ρ =0.50, ρ =0.70)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง วิธีRL จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดสำหรับทุกขนาดตัวอย่างที่กำหนด รองลงมาคือวิธีPC และวิธีLR ตามลำดับ

3. **ความสัมพันธ์ระดับสูง**(ρ =0.80, ρ =0.90)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับสูง วิธีRL จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดสำหรับทุกขนาดตัวอย่างที่กำหนด รองลงมาคือวิธีPC และวิธีLR ตามลำดับ

ข้อสรุป

จากตารางที่ 4.1.2 วิธีPC วิธีRL และ วิธีLR ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับพหุสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ โดยที่วิธีLR เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กจะเป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE สูงกว่าวิธีอื่นๆอย่างเห็นได้ชัดเจนขึ้น และเมื่อระดับพหุสัมพันธ์สูงขึ้นเราจะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ของทั้ง 3 วิธีได้ชัดขึ้น โดยจะพบว่า วิธีRL เป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธีPC และวิธีLR ตามลำดับ และจะสังเกตได้ว่าค่า AMSE ของทุกวิธีจะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$ ลดลง จึงทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ตารางที่4.1.3 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.10	15	6.179691 (1.988752)	4.123075 * (1.414373)	4.448349 (1.520135)
	20	4.593910 (0.962770)	3.389747 * (0.724672)	3.610448 (0.775619)
	30	3.131547 (0.595764)	2.496382 * (0.508944)	2.625132 (0.530253)
	40	2.413370 (0.424667)	1.985188 * (0.338722)	2.073963 (0.357288)
	50	1.690624 (0.392211)	1.441252 * (0.348145)	1.492514 (0.355906)
	60	1.393844 (0.313127)	1.236624 * (0.290340)	1.268365 (0.292557)
	70	1.178280 (0.299182)	1.061193 * (0.282479)	1.084864 (0.283842)
	80	1.031819 (0.221555)	0.942658 * (0.209676)	0.959692 (0.210433)
	90	0.790115 (0.219766)	0.814026 * (0.211635)	0.826151 (0.211660)
	100	0.784541 (0.196688)	0.727688 * (0.189148)	0.738045 (0.189185)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่4.1.3(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.30	15	6.349663 (2.042587)	4.172537 * (1.507778)	4.503540 (1.618497)
	20	4.803656 (0.934388)	3.490637 * (0.744521)	3.723054 (0.796909)
	30	3.372926 (0.806788)	2.643264 * (0.645614)	2.786192 (0.677619)
	40	2.643631 (0.668735)	2.128653 * (0.488274)	2.232510 (0.521314)
	50	1.848057 (0.457946)	1.546169 * (0.380890)	1.610878 (0.394309)
	60	1.529480 (0.345840)	1.325776 * (0.301103)	1.365338 (0.308363)
	70	1.274988 (0.300643)	1.129721 * (0.274235)	1.159094 (0.277938)
	80	1.138273 (0.299887)	1.023352 * (0.265238)	1.045276 (0.270811)
	90	0.966844 (0.254647)	0.882096 * (0.235761)	0.898021 (0.238247)
	100	0.856168 (0.210422)	0.783076 * (0.194683)	0.796558 (0.196581)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่4.1.3(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.50	15	6.976785 (2.498180)	4.455369 * (1.712844)	4.793802 (1.828142)
	20	5.335433 (1.335020)	3.765060 * (0.947307)	4.019450 (1.013684)
	30	3.883514 (1.375235)	2.953796 * (0.981424)	3.121116 (1.036881)
	40	3.101861 (1.208194)	2.410992 * (0.819750)	2.540687 (0.877770)
	50	2.156084 (0.729990)	1.750230 * (0.544949)	1.833874 (0.575244)
	60	1.780536 (0.570439)	1.504328 * (0.440446)	1.559652 (0.464291)
	70	1.474592 (0.438512)	1.270164 * (0.355224)	1.311349 (0.370572)
	80	1.351323 (0.523748)	1.182866 * (0.429465)	1.214818 (0.446221)
	90	1.140465 (0.404666)	1.014622 * (0.345780)	1.038500 (0.356291)
	100	0.999617 (0.320810)	0.892566 * (0.270951)	0.912784 (0.279930)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่4.1.3(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.70	15	8.773803 (4.240725)	5.283205 * (2.359134)	5.615510 (2.443957)
	20	6.759604 (2.884761)	4.492243 * (1.676023)	4.776783 (1.755576)
	30	5.1560222 (2.842621)	3.699250 * (1.818820)	3.904654 (1.903226)
	40	4.220178 (2.518694)	3.070778 * (1.590023)	3.243326 (1.684348)
	50	2.910168 (1.557103)	2.232248 * (1.061091)	2.353810 (1.125145)
	60	2.425221 (1.283563)	1.929453 * (0.903430)	2.021185 (0.963286)
	70	1.975428 (0.969938)	1.607582 * (0.700869)	1.678269 (0.746445)
	80	1.871092 (1.113707)	1.556000 * (0.851456)	1.612794 (0.893810)
	90	1.563745 (0.863439)	1.324313 * (0.679467)	1.369510 (0.711262)
	100	1.352666 (0.697989)	1.151071 * (0.541380)	1.189507 (0.569547)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่4.1.3(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.80	15	11.124520 (6.798622)	6.313542* (3.321645)	6.614188 (3.331528)
	20	8.607285 (4.999496)	5.391090* (2.656381)	5.674975 (2.709431)
	30	6.766665 (4.702626)	4.587892* (2.824884)	4.805957 (2.906032)
	40	5.630387 (4.156785)	3.852082* (2.491174)	4.045416 (2.596844)
	50	3.869641 (2.653799)	2.812723* (1.719295)	2.964784 (1.808080)
	60	3.249485 (2.228474)	2.441018* (1.488456)	2.567941 (1.580618)
	70	2.617981 (1.700479)	2.014545* (1.160268)	2.117594 (1.236826)
	80	2.525665 (1.865700)	2.000455* (1.360747)	2.084417 (1.430173)
	90	2.098978 (1.471119)	1.695213* (1.100481)	1.766406 (1.157498)
	100	1.801331 (1.206936)	1.461648* (0.891992)	1.532417 (0.943719)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

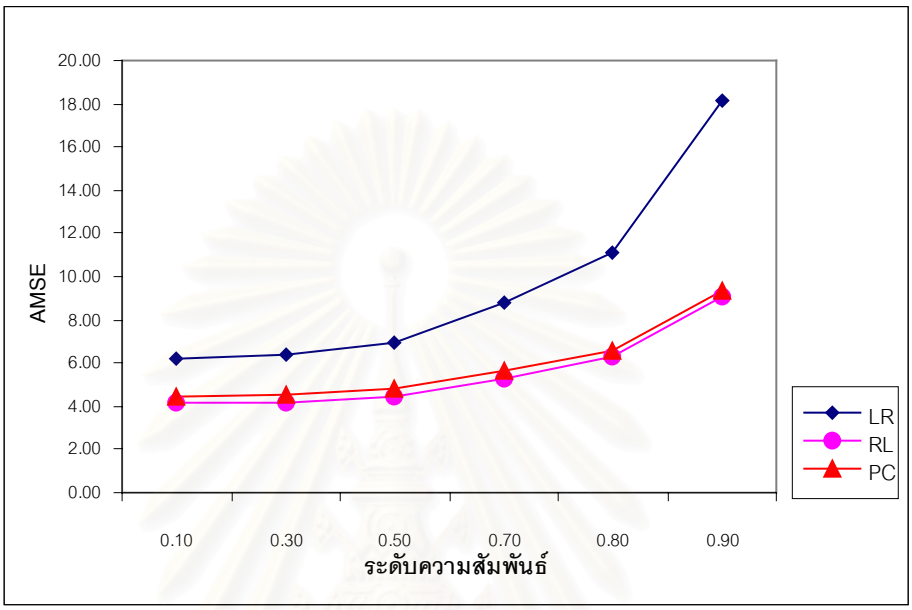
ตารางที่4.1.3(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.90	15	18.189240 (14.815880)	9.068130 * (6.198460)	9.331127 (6.087687)
	20	14.179730 (11.425930)	7.833705 * (5.393353)	8.033556 (5.299572)
	30	11.571780 (10.249820)	6.974016 * (5.538082)	7.122506 (5.509346)
	40	9.841972 (9.028884)	5.951099 * (4.900358)	6.095179 (4.931896)
	50	6.765168 (5.991379)	4.408234 * (3.548397)	4.567943 (3.630854)
	60	5.740053 (5.100426)	3.844864 * (3.102261)	4.005226 (3.218347)
	70	4.563436 (3.940017)	3.633659 * (2.442945)	3.884373 (2.562248)
	80	4.478613 (4.116100)	3.218680 * (2.759845)	3.343227 (2.868460)
	90	3.705034 (3.315326)	2.721784 * (2.277903)	2.842551 (2.382952)
	100	3.151890 (2.759253)	2.320681 * (1.876327)	2.432889 (1.979499)

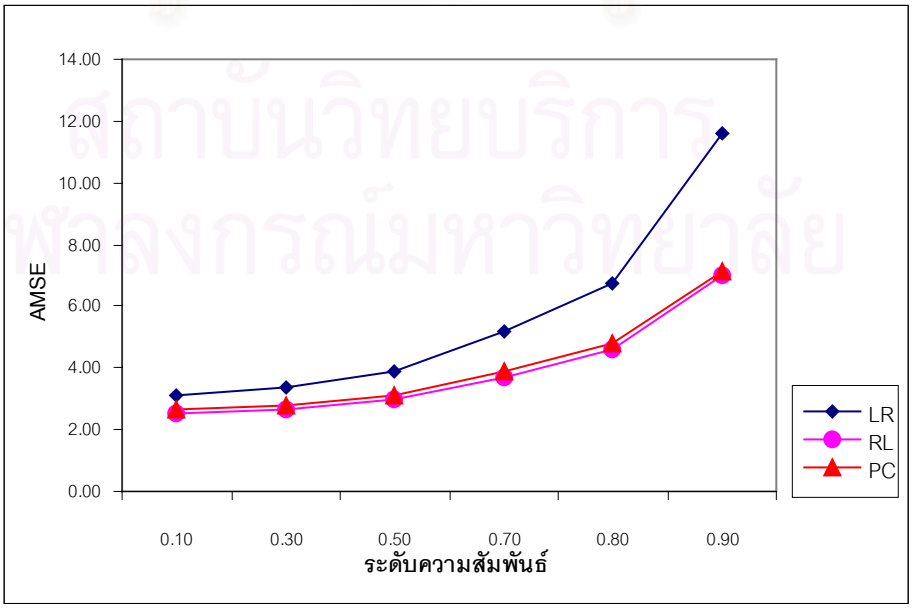
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

รูปที่4.1.3 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป โดยความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 15

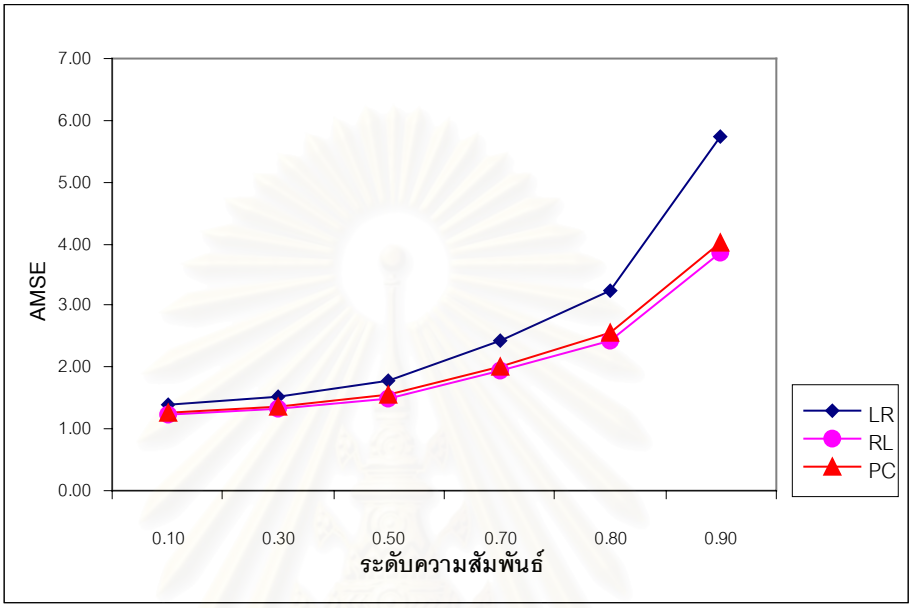


รูปที่4.1.3(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป โดยความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 30

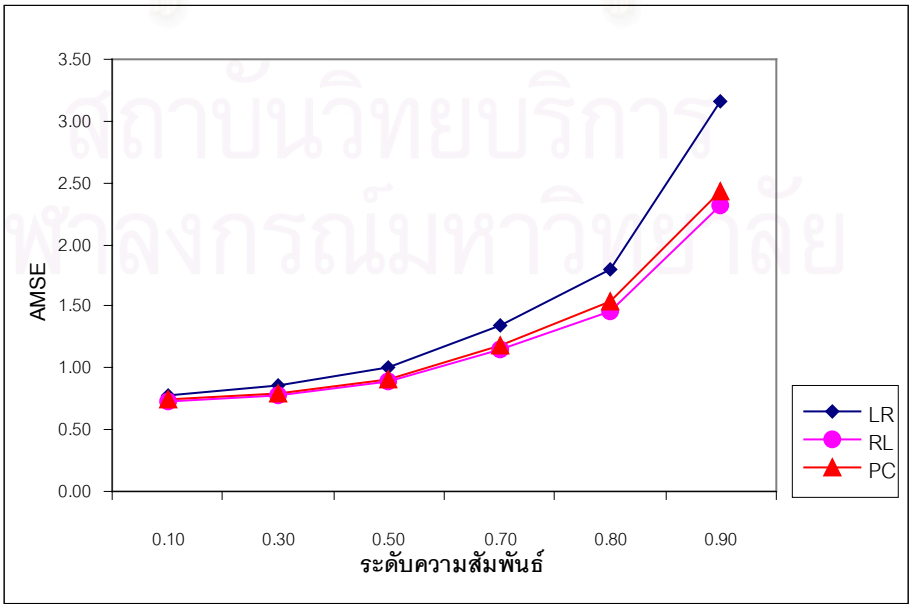


สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่4.1.3(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป โดยความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 60



รูปที่4.1.3(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป โดยความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 100



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากตารางที่ 4.1.3 เราสามารถสรุปผลการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธีPC วิธีLR และวิธีRL เมื่อ**จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 โดยที่ความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ** 10.0 จำแนกตามระดับพหุสัมพันธ์ได้ดังนี้

1. **ความสัมพันธ์ระดับต่ำ**(ρ =0.10, ρ =0.30)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ วิธีRL จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดสำหรับทุกขนาดตัวอย่างที่กำหนด รองลงมาคือวิธีPC และวิธีLR ตามลำดับ

2. **ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง**(ρ =0.50, ρ =0.70)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ปานกลาง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

3. **ความสัมพันธ์ระดับสูง**(ρ =0.80, ρ =0.90)

สำหรับระดับความสัมพันธ์สูง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

ข้อสรุป

จากตารางที่ 4.1.3 วิธีPC วิธีRL และ วิธีLR ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับพหุสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ โดยที่วิธีLR เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กจะเป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE สูงกว่าวิธีอื่นๆอย่างเห็นได้ชัดเจน และเมื่อระดับพหุสัมพันธ์สูงขึ้นเราจะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ของทั้ง 3 วิธีได้ชัดขึ้น โดยจะพบว่า วิธีRL เป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธีPC และวิธีLR ตามลำดับ และจะสังเกตได้ว่าค่า AMSE ของทุกวิธีจะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$ ลดลง จึงทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ตารางที่4.2.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.10,0.30)	15	0.091107 (0.037179)	0.083178 (0.031993)	0.082891 * (0.031888)
	20	0.074951 (0.037423)	0.070997 (0.034946)	0.070733 * (0.034778)
	30	0.045684 (0.019949)	0.044416 (0.019459)	0.044329 * (0.019410)
	40	0.028156 (0.006990)	0.027869 (0.006898)	0.027844 * (0.006891)
	50	0.021464 (0.006977)	0.021337 (0.006940)	0.021323 * (0.006936)
	60	0.018123 (0.004550)	0.018036 (0.004518)	0.018027 * (0.004515)
	70	0.015406 (0.004075)	0.015350 (0.004060)	0.015345 * (0.004059)
	80	0.013135 (0.003341)	0.013097 (0.003326)	0.013094 * (0.003325)
	90	0.011502 (0.002785)	0.011471 (0.002771)	0.011469 * (0.002770)
	100	0.010358 (0.002225)	0.010337 (0.002220)	0.010335 * (0.002220)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่4.2.1(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.50,0.70)	15	0.154076 (0.083094)	0.115334 (0.052929)	0.114064 * (0.052151)
	20	0.126973 (0.078787)	0.101581 (0.057110)	0.100558 * (0.056523)
	30	0.078647 (0.043219)	0.068656 (0.035798)	0.068183 * (0.035461)
	40	0.043210 (0.018076)	0.041149 (0.016597)	0.041065 * (0.016537)
	50	0.032813 (0.015721)	0.031855 (0.015021)	0.031811 * (0.014990)
	60	0.027228 (0.011474)	0.026612 (0.011019)	0.026584 * (0.011001)
	70	0.023570 (0.010636)	0.023107 (0.010254)	0.023091 * (0.010243)
	80	0.020277 (0.008930)	0.019951 (0.008685)	0.019940 * (0.008672)
	90	0.017353 (0.007521)	0.017142 (0.007353)	0.017135 * (0.007348)
	100	0.015609 (0.006460)	0.015446 (0.006341)	0.015441 * (0.006338)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

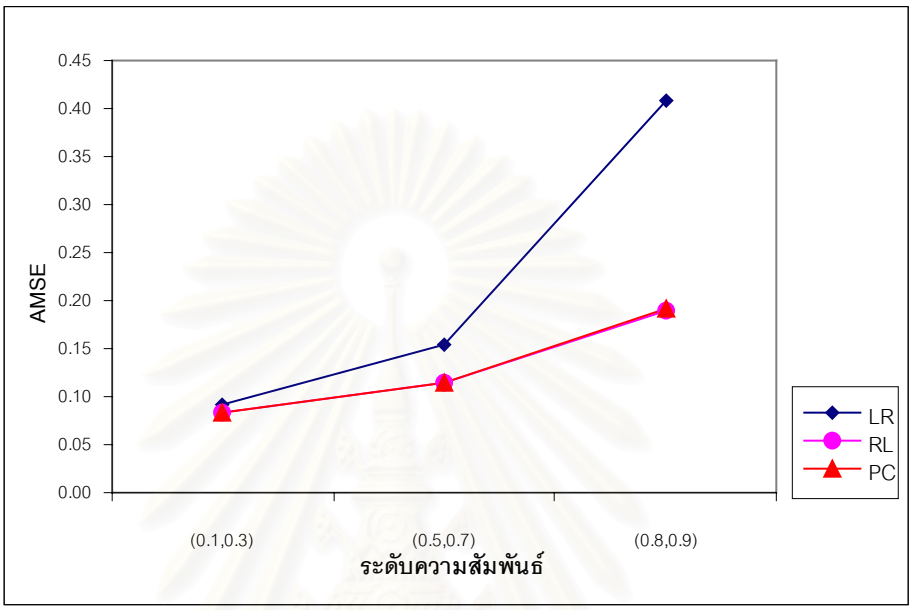
ตารางที่4.2.1(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.80,0.90)	15	0.408476 (0.289918)	0.189041 * (0.109880)	0.190694 (0.113797)
	20	0.329183 (0.259453)	0.167512 (0.110628)	0.166000 * (0.113014)
	30	0.204336 (0.144506)	0.121789 (0.075978)	0.117753 * (0.073154)
	40	0.102920 (0.064457)	0.077824 (0.044512)	0.076213 * (0.043197)
	50	0.078493 (0.054370)	0.064060 (0.041388)	0.063211 * (0.040668)
	60	0.062303 (0.041746)	0.053069 (0.033334)	0.052497 * (0.032821)
	70	0.054539 (0.039317)	0.047179 (0.031956)	0.046732 * (0.031533)
	80	0.046960 (0.031944)	0.041395 (0.026832)	0.041066 * (0.026540)
	90	0.039983 (0.027891)	0.036278 (0.024331)	0.036078 * (0.024148)
	100	0.035861 (0.024235)	0.032854 (0.021395)	0.032701 * (0.021256)

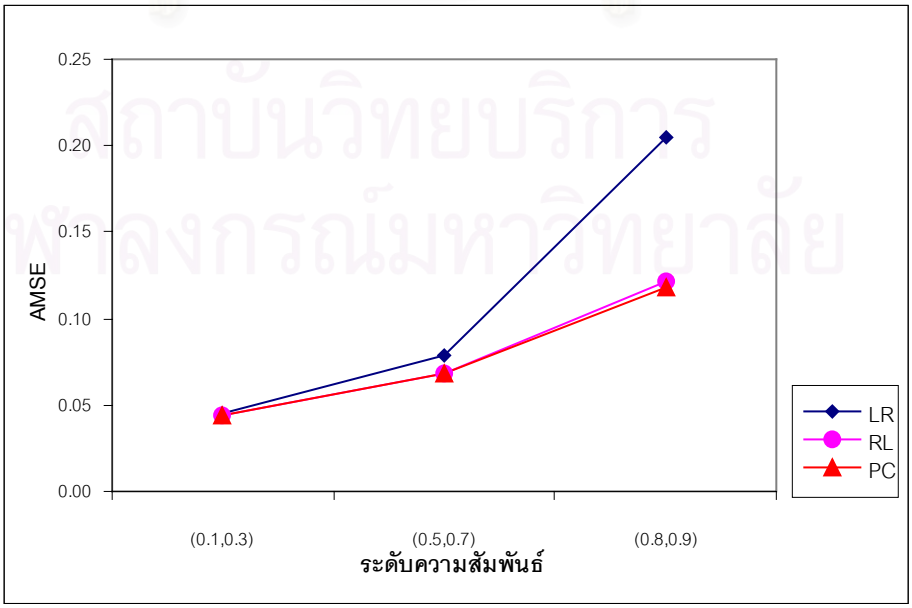
* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่4.2.1 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป โดยความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 15

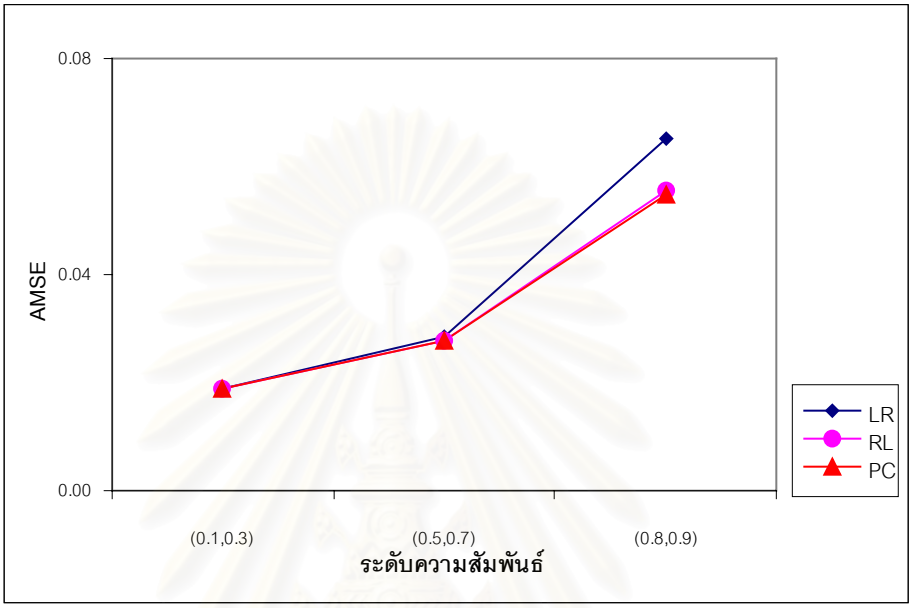


รูปที่4.2.1(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป โดยความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 30

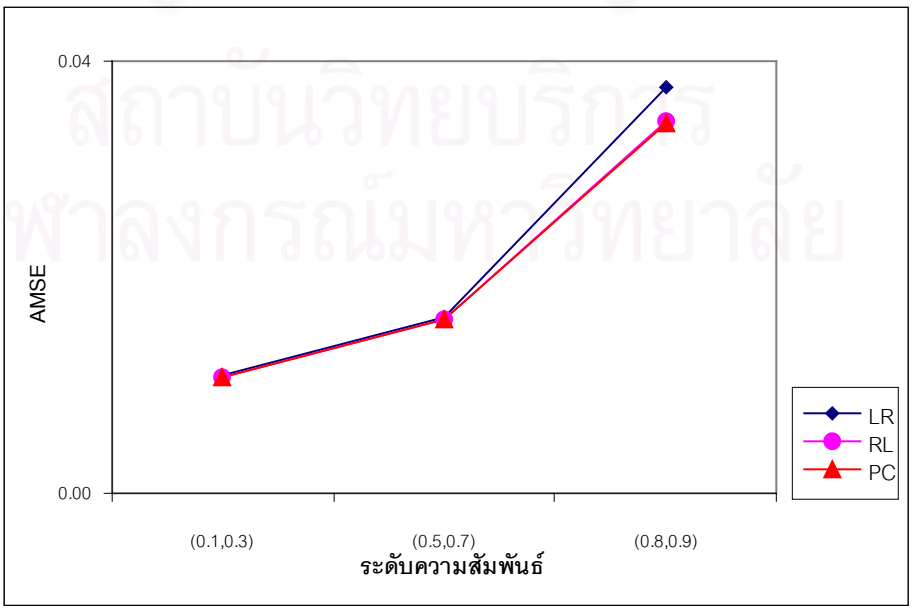


สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่4.2.1(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป โดยความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 60



รูปที่4.2.1(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป โดยความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 100



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากตารางที่ 4.2.1 เราสามารถสรุปผลการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธีPC วิธีLR และวิธีRL เมื่อ**จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 โดยที่ความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.0** จำแนกตามระดับพหุสัมพันธ์ได้ดังนี้

1. **ความสัมพันธ์ระดับต่ำ** (ρ = (0.10,0.30))

สำหรับระดับความสัมพันธ์เท่ากับ (0.10,0.30) จะพบว่าในทุกๆขนาดตัวอย่าง คือ n = 15,20,30,40,50,60,70,80,90 และ 100 วิธีPC วิธีRL และ วิธีLR ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกันโดยที่วิธีPC ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธีRL และวิธีLR ตามลำดับ

2. **ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง** (ρ =(0.50,0.70))

สำหรับระดับความสัมพันธ์เท่ากับ (0.50,0.70) จะพบว่าในทุกๆขนาดตัวอย่าง คือ n = 15,20,30,40,50,60,70,80,90 และ 100 วิธีRL และ วิธีPC ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน โดยเมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ขึ้น วิธีLR ก็ให้ผลใกล้เคียงกันกับวิธีRL และ วิธีPC เช่นกัน จะสังเกตได้ว่าในทุกขนาดตัวอย่างวิธีPC เป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธีRL และ วิธีLR ตามลำดับ

3. **ความสัมพันธ์ระดับสูง**(ρ =(0.80, 0.90))

สำหรับระดับความสัมพันธ์เท่ากับ (0.80,0.90) ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง

ข้อสรุป

จากตารางที่ 4.2.1 วิธีPC วิธีRL และ วิธีLR ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกันมาก โดยเฉพาะเมื่อระดับพหุสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ โดยเมื่อระดับพหุสัมพันธ์สูงขึ้นเราจะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ของทั้ง 3 วิธีได้ชัดขึ้น โดยจะพบว่า วิธีPC เป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธีRL และวิธีLR ตามลำดับ และจะสังเกตได้ว่าค่า AMSE ของทุกวิธีจะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$ ลดลง จึงทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่4.2.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.10,0.30)	15	2.277684 (0.929497)	1.505213 * (0.489148)	1.569166 (0.510708)
	20	1.873794 (0.935590)	1.318218 * (0.557756)	1.365525 (0.580956)
	30	1.142106 (0.498733)	0.891303 * (0.367891)	0.914608 (0.376276)
	40	0.703901 (0.174774)	0.606206 * (0.144743)	0.615363 (0.146359)
	50	0.536623 (0.174443)	0.485278 * (0.152869)	0.489254 (0.154261)
	60	0.453084 (0.113752)	0.415981 * (0.102213)	0.418749 (0.102751)
	70	0.385162 (0.101899)	0.359458 * (0.095258)	0.361100 (0.095349)
	80	0.328382 (0.083549)	0.309275 * (0.077186)	0.310371 (0.077472)
	90	0.287559 (0.069626)	0.274390 * (0.066195)	0.275015 (0.066214)
	100	0.258970 (0.055635)	0.248472 * (0.053039)	0.248931 (0.053093)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่4.2.2(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.50,0.70)	15	3.851901 (2.077359)	2.128702 * (0.900930)	2.192527 (0.915860)
	20	3.174346 (1.960684)	1.869147 * (0.970070)	1.919396 (0.985694)
	30	1.966187 (1.080478)	1.285785 * (0.615726)	1.327260 (0.632396)
	40	1.080257 (0.451921)	0.821044 * (0.298991)	0.843436 (0.309518)
	50	0.820331 (0.393047)	0.661956 * (0.290630)	0.678249 (0.298037)
	60	0.680721 (0.286897)	0.569638 * (0.219326)	0.578485 (0.224115)
	70	0.589254 (0.265915)	0.503165 * (0.208409)	0.509572 (0.212268)
	80	0.506948 (0.223261)	0.439456 * (0.179556)	0.444142 (0.182549)
	90	0.433834 (0.188046)	0.387281 * (0.158220)	0.390065 (0.159909)
	100	0.390229 (0.161511)	0.351765 * (0.137037)	0.353903 (0.138416)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

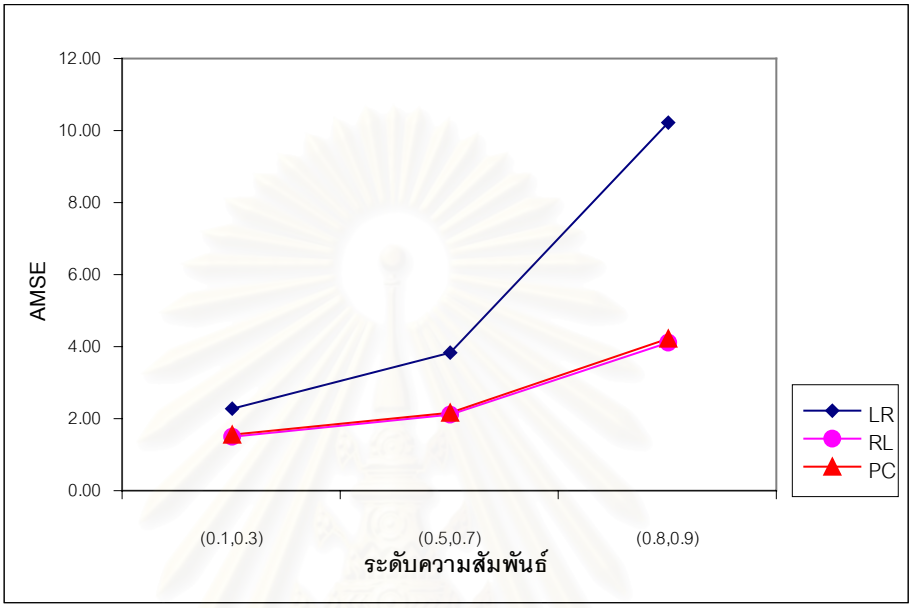
ตารางที่4.2.2(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.80,0.90)	15	10.211900 (7.247954)	4.107991 * (2.432718)	4.227689 (2.531534)
	20	8.229587 (6.486320)	3.561628 * (2.392640)	3.60732 (2.454219)
	30	5.108401 (3.612671)	2.484679 * (1.531587)	2.493829 (1.518035)
	40	2.573011 (1.611448)	1.494687 * (0.808227)	1.530650 (0.824575)
	50	1.962335 (1.359254)	1.245287 * (0.763912)	1.276235 (0.780482)
	60	1.557590 (1.043659)	1.044926 * (0.623734)	1.074753 (0.641227)
	70	1.363479 (0.982930)	0.941488 * (0.605665)	0.968740 (0.622868)
	80	1.174022 (0.798624)	0.827608 * (0.507993)	0.851822 (0.524659)
	90	0.999578 (0.697265)	0.745290 * (0.477965)	0.764112 (0.490854)
	100	0.896527 (0.605881)	0.679428 * (0.419667)	0.695571 (0.431248)

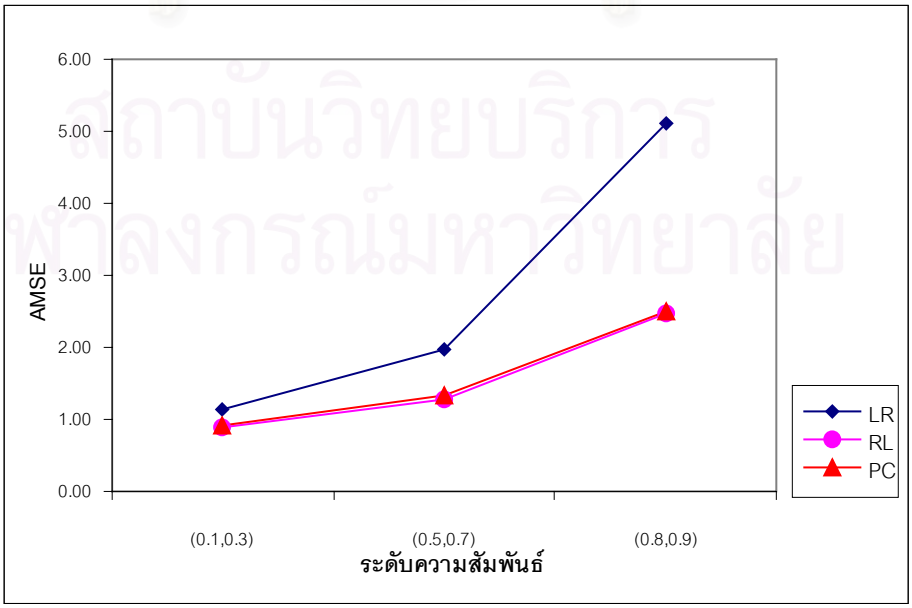
* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

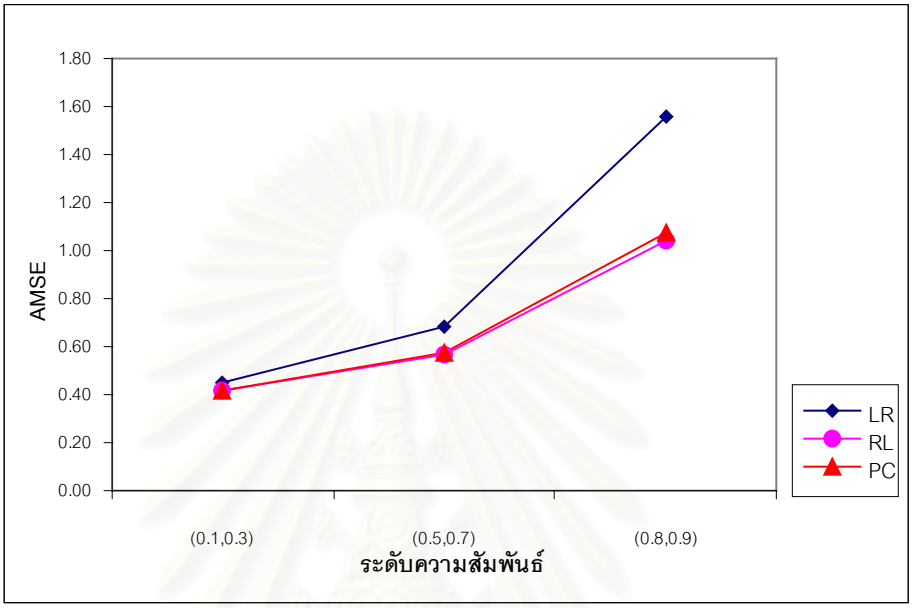
รูปที่4.2.2 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป โดยความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 15



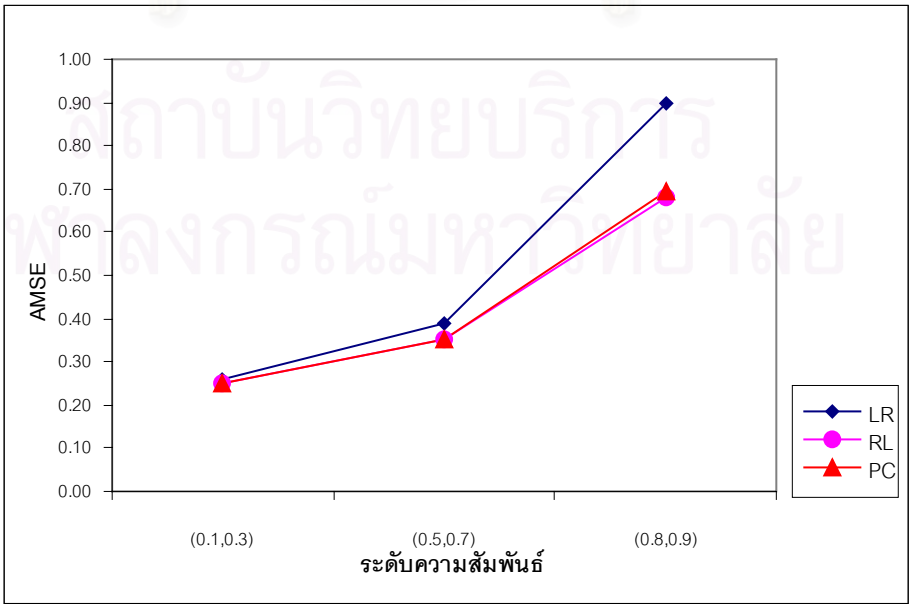
รูปที่4.2.2(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป โดยความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 30



รูปที่4.2.2(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป โดยความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 60



รูปที่4.2.2(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป โดยความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 100



จากตารางที่ 4.2.2 เราสามารถสรุปผลการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธีPC วิธีLR และวิธีRL เมื่อ**จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 โดยที่ความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.0** จำแนกตามระดับพหุสัมพันธ์ได้ดังนี้

1. **ความสัมพันธ์ระดับต่ำ** (ρ = (0.10,0.30))

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ วิธีRL จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดสำหรับทุกขนาดตัวอย่างที่กำหนด รองลงมาคือวิธีPC และวิธีLR ตามลำดับ

2. **ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง** (ρ =(0.50,0.70))

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

3. **ความสัมพันธ์ระดับสูง**(ρ =0.80, 0.90))

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับสูง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

ข้อสรุป

จากตารางที่ 4.2.2 วิธีPC วิธีRL และ วิธีLR ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับพหุสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ โดยที่วิธีLR เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กจะเป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE สูงกว่าวิธีอื่นๆอย่างเห็นได้ชัดเจน และเมื่อระดับพหุสัมพันธ์สูงขึ้นเราจะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ของทั้ง 3 วิธีได้ชัดขึ้น โดยจะพบว่า วิธีRL เป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธีPC และวิธีLR ตามลำดับ และจะสังเกตได้ว่าค่า AMSE ของทุกวิธีจะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$ ลดลง จึงทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ตารางที่4.2.3 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.10,0.30)	15	9.110736 (3.717990)	5.524124 * (1.777940)	6.027247 (1.925315)
	20	7.495177 (3.742361)	4.815676 * (1.991851)	5.219194 (2.163160)
	30	4.568422 (1.994933)	3.227545 * (1.281357)	3.483020 (1.390647)
	40	2.815607 (0.699096)	2.184389 * (0.497421)	2.328717 (0.536654)
	50	2.146492 (0.697774)	1.769061 * (0.539921)	1.854969 (0.572955)
	60	1.812339 (0.455011)	1.533727 * (0.368896)	1.596545 (0.385648)
	70	1.540649 (0.407598)	1.333056 * (0.349469)	1.379293 (0.360831)
	80	1.313531 (0.334199)	1.151111 * (0.282619)	1.186917 (0.293043)
	90	1.150239 (0.278504)	1.032410 * (0.248920)	1.056886 (0.253462)
	100	1.035880 (0.222542)	0.937952 * (0.198540)	0.957949 (0.202939)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่4.2.3 (ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.50,0.70)	15	15.407600 (8.309435)	8.145438 * (3.488043)	8.617965 (3.593878)
	20	12.697380 (7.878740)	7.124369 * (3.724042)	7.523291 (3.846710)
	30	7.864747 (4.321910)	4.840414 * (2.311628)	5.185357 (2.453331)
	40	4.321029 (1.807686)	3.019513 * (1.087366)	3.256566 (1.184734)
	50	3.281326 (1.572191)	2.452125 * (1.051112)	2.610978 (1.135539)
	60	2.722883 (1.147589)	2.105112 * (0.796929)	2.230670 (0.856932)
	70	2.357017 (1.063663)	1.865154 * (0.760670)	1.966900 (0.813268)
	80	2.027792 (0.893044)	1.628750 * (0.652794)	1.712226 (0.697300)
	90	1.735339 (0.752184)	1.445812 * (0.582485)	1.505585 (0.612961)
	100	1.560919 (0.646047)	1.315584 * (0.502098)	1.366019 (0.528986)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

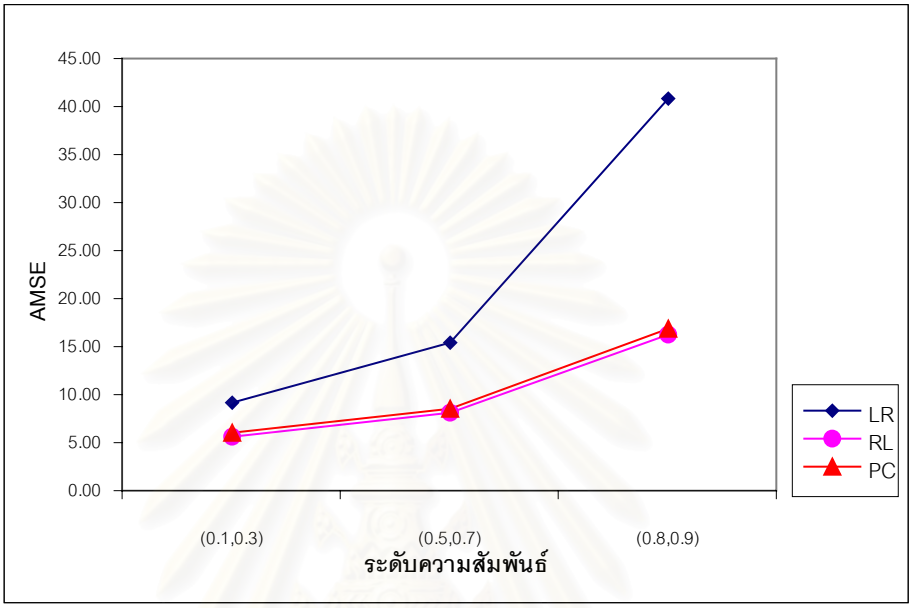
ตารางที่4.2.3 (ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.80,0.90)	15	40.847610 (28.991810)	16.244200 * (9.699269)	16.836000 (10.087670)
	20	32.918350 (25.945290)	14.055800 * (9.512729)	14.350600 (9.766246)
	30	20.433600 (14.450680)	9.751819 * (6.049417)	9.906364 (6.028055)
	40	10.292050 (6.445794)	5.751754 * (3.130605)	6.044615 (3.252802)
	50	7.849342 (5.437015)	4.767934 * (2.935060)	5.031588 (3.070288)
	60	6.230362 (4.174637)	3.987755 * (2.388451)	4.234689 (2.524170)
	70	5.453916 (3.931722)	2.885303 * (0.749853)	3.819150 (2.452808)
	80	4.696087 (3.194498)	2.488804 * (0.606134)	3.354347 (2.061485)
	90	3.998315 (2.789063)	2.238621 * (0.538131)	3.008469 (1.929176)
	100	3.586108 (2.423526)	2.033921 * (0.427654)	2.737169 (1.692614)

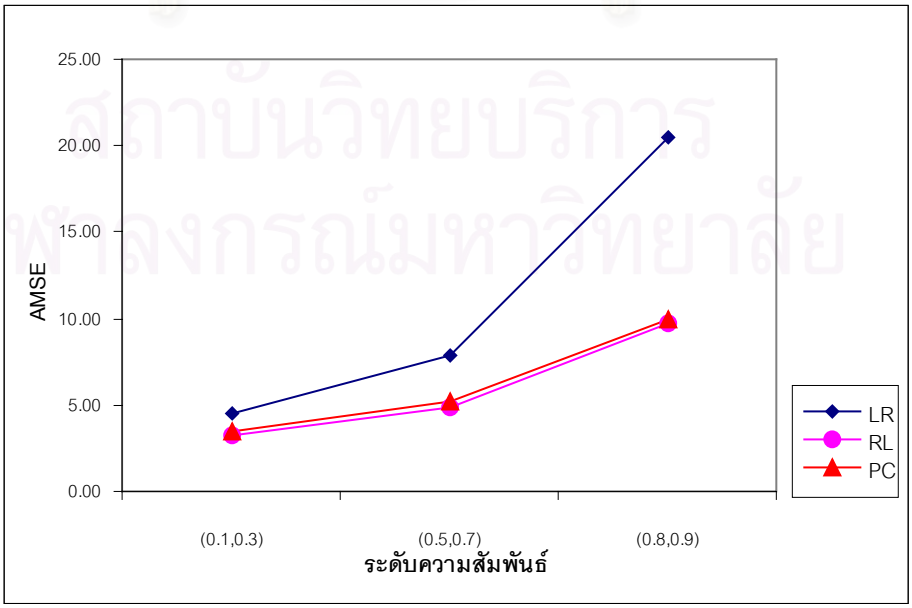
* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่4.2.3 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป โดยความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 15

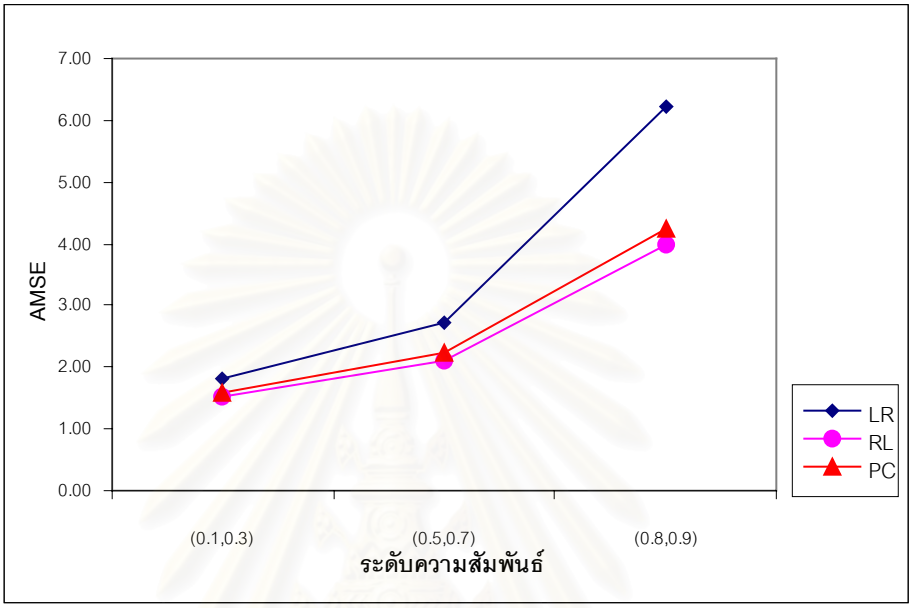


รูปที่4.2.3(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป โดยความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 30

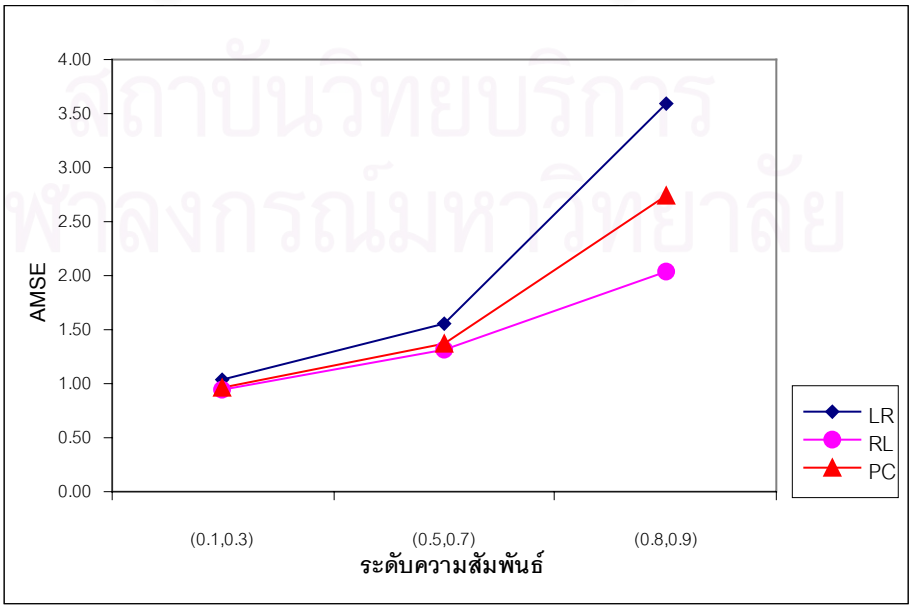


สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่4.2.3(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป โดยความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 60



รูปที่4.2.3(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป โดยความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 100



จากตารางที่ 4.2.3 เราสามารถสรุปผลการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธีPC วิธีLR และวิธีRL เมื่อ**จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 โดยที่ความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ** 10.0 จำแนกตามระดับพหุสัมพันธ์ได้ดังนี้

1. **ความสัมพันธ์ระดับต่ำ** (ρ =(0.10,0.30))

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ วิธีRL จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดสำหรับทุกขนาดตัวอย่างที่กำหนด รองลงมาคือวิธีPC และวิธีLR ตามลำดับ

2. **ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง** (ρ =(0.50,0.70))

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

3. **ความสัมพันธ์ระดับสูง** (ρ =(0.80,0.90))

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับสูง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

ข้อสรุป

จากตารางที่ 4.2.3 วิธีPC วิธีRL และ วิธีLR ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับพหุสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ โดยที่วิธีLR เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กจะเป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE สูงกว่าวิธีอื่นๆอย่างเห็นได้ชัดเจน และเมื่อระดับพหุสัมพันธ์สูงขึ้นเราจะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ของทั้ง 3 วิธีได้ชัดขึ้น โดยจะพบว่า วิธีRL เป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธีPC และวิธีLR ตามลำดับ และจะสังเกตได้ว่าค่า AMSE ของทุกวิธีจะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$ ลดลง จึงทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ผลสรุปโดยรวมของข้อมูลจากตารางที่ 4.1.1 - 4.1.3 และ 4.2.1 – 4.2.3 เป็นไปดังนี้

1.จากตารางที่ 4.1.1 – 4.1.3 และ 4.2.1 – 4.2.3 ผู้วิจัยสรุปผลเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นได้คือ

ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น สาเหตุที่เป็นเช่นนี้เนื่องจากเราได้ข้อมูลของค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณมากขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงส่งผลให้ประสิทธิภาพของตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณดีขึ้น

2. จากตารางที่ 4.1.1 – 4.1.3 และ 4.2.1 – 4.2.3 ผู้วิจัยสรุปผลเมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นได้ คือ

ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น สาเหตุที่เป็นเช่นนี้เนื่องจากเราสามารถเขียนค่าเฉลี่ยของกำลังสองของระยะทางจาก $\hat{\underset{\sim}{\beta}}$ ไปยัง $\underset{\sim}{\beta}$ ในรูปฟังก์ชันของค่าเฉพาะของ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$ ได้ดังนี้

$$E\left[\left(\hat{\underset{\sim}{\beta}}-\underset{\sim}{\beta}\right)'\left(\hat{\underset{\sim}{\beta}}-\underset{\sim}{\beta}\right)\right]=\sigma^2\sum_{i=1}^{p+1}\left(\frac{1}{\lambda_i}\right)$$

เนื่องจาก $\left|\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}\right|$ มีค่าเท่ากับผลคูณของค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$ โดยที่ค่า $\left|\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}\right|$ มีค่าน้อยลงเข้าใกล้ศูนย์ เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น จึงส่งผลให้ค่าเฉพาะบางค่ามีค่าน้อยมาก ดังนั้นจึงส่งผลให้ค่า $E\left[\left(\hat{\underset{\sim}{\beta}}-\underset{\sim}{\beta}\right)'\left(\hat{\underset{\sim}{\beta}}-\underset{\sim}{\beta}\right)\right]$ มีค่าสูงขึ้นตามไปด้วย ซึ่งเป็นการทำให้ประสิทธิภาพของตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณลดลงเมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้น

<u>หมายเหตุ</u> ผู้วิจัยได้แสดงตารางการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ของวิธีRL วิธีPC และวิธีLR ด้วยค่า AMSE เมื่อขนาดตัวอย่างคงที่ ในขณะที่ระดับความสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป ในภาคผนวกข

3. จากตารางที่ 4.1.1 – 4.1.3 และ 4.2.1 – 4.2.3 ผู้วิจัยสรุปผลเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้น คือ

ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนสูงขึ้น สาเหตุที่เป็นเช่นนี้เนื่องจากความคลาดเคลื่อนมีการกระจายมากขึ้นเมื่อระดับความแปรปรวนสูงขึ้น ส่งผลให้ประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณมีค่าลดลง

4. จากตารางที่ 4.1.1 กับ 4.2.1 , 4.1.2 กับ 4.2.2 และ 4.1.3 กับ 4.2.3 ผู้วิจัยสรุปผลเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นได้ดังนี้

ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น สาเหตุที่เป็นเช่นนี้เนื่องจากระดับความเสรีของความคลาดเคลื่อนของตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน คือ n-p ดังนั้นระดับความเสรีน้อยลงเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณลดลง [1]

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1 กรรณิการ์ หิรัญกสิ, การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ในการวิเคราะห์การถดถอยพหุโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบ่งส่วน วิธีการถดถอยองค์ประกอบ และวิธีกำลังสองน้อยที่สุด ในกรณีที่เกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ, วิทยานิพนธ์ปริญญาสถิติศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัยจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , 2540

4.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีข้อมูลไม่สอดคล้องกับข้อจำกัด

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยทำการศึกษาเมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ มีพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1.0,5.0$ และ 10.0 และข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15% , 28% และ 55% ตามลำดับ

โดยได้ทำการศึกษาในกรณีต่างๆดังนี้

4.2.1 กรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ทำการศึกษาที่ระดับความสัมพันธ์เป็น 0.10,0.30,0.50,0.70,0.80 และ 0.90 ซึ่งผลการวิจัยส่วนนี้ได้นำเสนอในตารางที่ 4.1.1.1 – 4.1.3.3 และกราฟรูปที่ 4.1.1.1 - 4.1.3.3 โดยกราฟจะแสดงค่า AMSE เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไปในกรณีที่ ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15, 30, 60 และ 100

4.2.2 กรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ทำการศึกษาที่ระดับความสัมพันธ์เป็น (0.1,0.3),(0.5,0.7) และ (0.8,0.9) ซึ่งผลการวิจัยส่วนนี้ได้นำเสนอในตารางที่ 4.2.1.1 – 4.2.3.3 และกราฟรูปที่ 4.2.1.1 – 4.2.3.3 โดยกราฟจะแสดงค่า AMSE เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไปในกรณีที่ ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15, 30, 60 และ 100

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่4.1.1.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.10	15	0.062280 (0.019514)	0.061584 (0.019429)	0.061423 * (0.019409)
	20	0.046229 (0.009498)	0.045878 (0.009497)	0.045814 * (0.009489)
	30	0.031542 (0.005828)	0.031365 (0.005823)	0.031338 * (0.005781)
	40	0.024345 (0.004136)	0.024223 (0.004133)	0.024209 * (0.004112)
	50	0.017109 (0.003815)	0.017043 (0.003813)	0.017037 * (0.003789)
	60	0.014144 (0.003008)	0.014106 (0.003006)	0.014102 * (0.002992)
	70	0.011996 (0.002877)	0.011968 (0.002876)	0.011964 * (0.002865)
	80	0.010531 (0.002044)	0.010508 (0.002042)	0.010506 * (0.002027)
	90	0.009017 (0.001978)	0.008997 (0.001977)	0.008995 * (0.001962)
	100	0.008058 (0.001836)	0.008043 (0.001835)	0.008041 * (0.001826)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่4.1.1.1(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.30	15	0.064044 (0.019858)	0.063165 (0.019755)	0.062980 * (0.019728)
	20	0.048364 (0.009021)	0.047909 (0.009016)	0.047837 * (0.008974)
	30	0.033976 (0.007832)	0.033736 (0.009016)	0.033703 * (0.007779)
	40	0.026657 (0.006538)	0.026484 (0.006533)	0.026468 * (0.006532)
	50	0.018689 (0.004486)	0.018598 (0.004465)	0.018592 * (0.004423)
	60	0.015424 (0.003321)	0.015373 (0.003319)	0.015369 * (0.003298)
	70	0.012969 (0.002860)	0.012932 (0.002859)	0.012929 * (0.002839)
	80	0.011604 (0.002802)	0.011573 (0.002799)	0.011579 * (0.002778)
	90	0.009906 (0.002248)	0.009882 (0.002246)	0.009877 * (0.002223)
	100	0.008781 (0.001935)	0.008761 (0.001934)	0.008759 * (0.001935)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.1.1(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.50	15	0.070395 (0.024412)	0.069020 (0.023969)	0.068784 * (0.023863)
	20	0.053730 (0.012932)	0.052995 (0.012758)	0.052905 * (0.012732)
	30	0.039107 (0.013438)	0.038692 (0.013378)	0.038650 * (0.013372)
	40	0.031251 (0.011933)	0.030932 (0.011812)	0.030913 * (0.011806)
	50	0.021778 (0.007143)	0.021619 (0.007124)	0.021612 * (0.007125)
	60	0.018021 (0.005550)	0.017934 (0.005549)	0.017928 * (0.005541)
	70	0.014973 (0.004215)	0.014913 (0.004213)	0.014909 * (0.004193)
	80	0.013744 (0.004215)	0.013692 (0.004046)	0.013689 * (0.005043)
	90	0.011652 (0.003748)	0.011614 (0.003743)	0.011611 * (0.003717)
	100	0.010224 (0.003031)	0.010192 (0.003024)	0.010189 * (0.003005)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.1.1(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.70	15	0.088524 (0.042180)	0.085062 (0.039527)	0.084804 * (0.039203)
	20	0.068056 (0.028612)	0.066097 (0.027161)	0.066012 * (0.027078)
	30	0.051871 (0.028159)	0.050652 (0.027354)	0.050616 * (0.027343)
	40	0.042451 (0.025052)	0.041421 (0.024236)	0.041417 * (0.024364)
	50	0.029334 (0.015438)	0.028849 (0.015135)	0.028843 * (0.015131)
	60	0.024478 (0.012686)	0.024199 (0.012543)	0.024197 * (0.012541)
	70	0.019991 (0.009522)	0.019819 (0.009469)	0.019814 * (0.009467)
	80	0.018953 (0.010961)	0.018803 (0.010912)	0.018800 * (0.010910)
	90	0.015892 (0.008350)	0.015791 (0.008344)	0.015788 * (0.008342)
	100	0.013764 (0.006802)	0.013681 (0.006796)	0.013679 * (0.006794)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.1.1(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.80	15	0.112217 (0.068119)	0.104059 (0.059849)	0.103928 * (0.059627)
	20	0.086628 (0.049931)	0.081859 (0.045224)	0.081757 * (0.045205)
	30	0.068016 (0.046818)	0.064862 (0.043958)	0.064789 * (0.043873)
	40	0.056566 (0.041448)	0.053818 (0.038776)	0.053706 * (0.038644)
	50	0.038944 (0.026427)	0.037651 (0.025286)	0.003761 * (0.024238)
	60	0.032728 (0.022147)	0.031934 (0.021494)	0.031913 * (0.021468)
	70	0.026421 (0.016838)	0.025948 (0.016510)	0.025940 * (0.016498)
	80	0.025507 (0.018507)	0.025098 (0.018218)	0.025091 * (0.018206)
	90	0.021245 (0.014449)	0.020979 (0.014309)	0.020977 * (0.014304)
	100	0.018257 (0.011919)	0.018043 (0.011797)	0.018040 * (0.011793)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

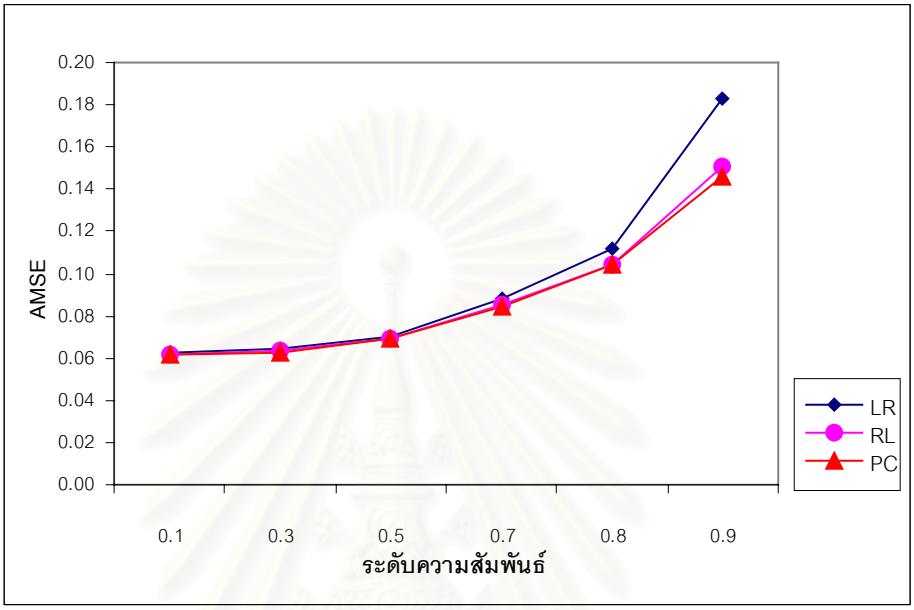
ตารางที่4.1.1.1(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.90	15	0.183396 (0.149066)	0.150950 (0.109799)	0.146188 * (0.106254)
	20	0.142620 (0.114572)	0.121446 (0.090013)	0.119356 * (0.088312)
	30	0.116176 (0.102438)	0.100716 (0.085346)	0.099639 * (0.084257)
	40	0.098711 (0.090205)	0.084552 (0.074429)	0.083814 * (0.073662)
	50	0.067937 (0.059853)	0.060796 (0.052154)	0.060527 * (0.051861)
	60	0.057653 (0.050891)	0.052736 (0.045665)	0.052553 * (0.045457)
	70	0.045881 (0.039245)	0.042944 (0.036242)	0.042819 * (0.036098)
	80	0.045058 (0.041055)	0.042535 (0.038472)	0.042433 * (0.038352)
	90	0.037299 (0.032915)	0.035654 (0.031339)	0.035594 * (0.031267)
	100	0.031777 (0.027464)	0.030471 (0.026213)	0.030420 * (0.026153)

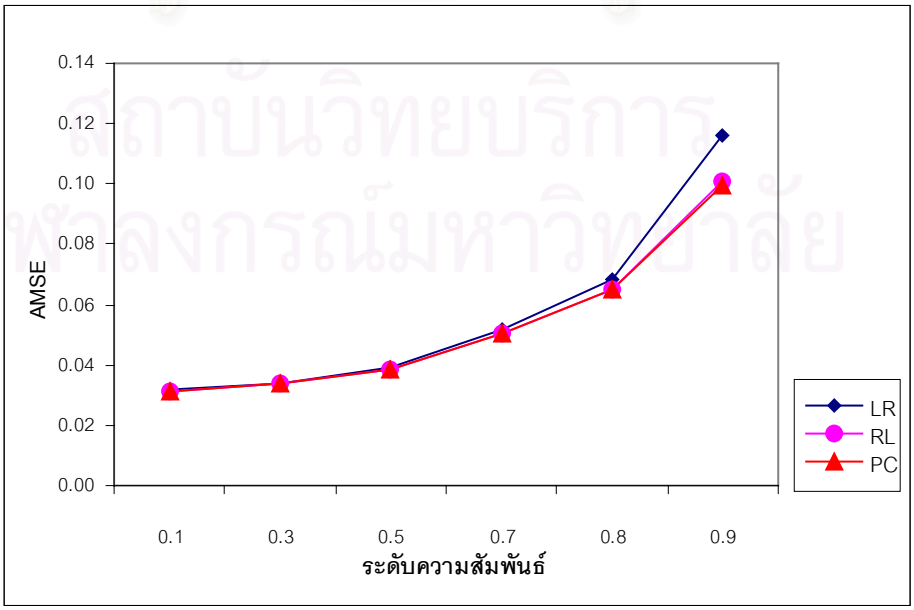
* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่4.1.1.1 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 15

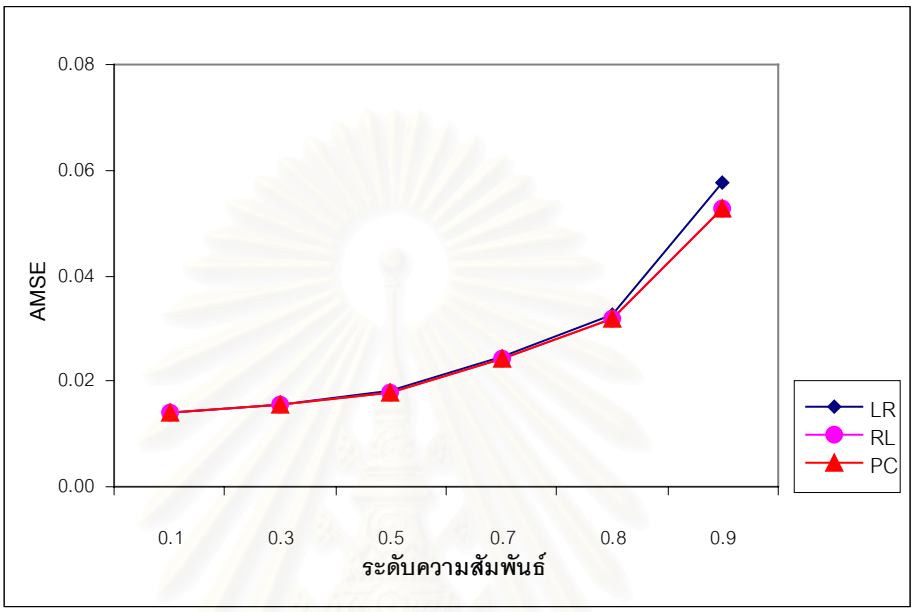


รูปที่4.1.1.1(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 30

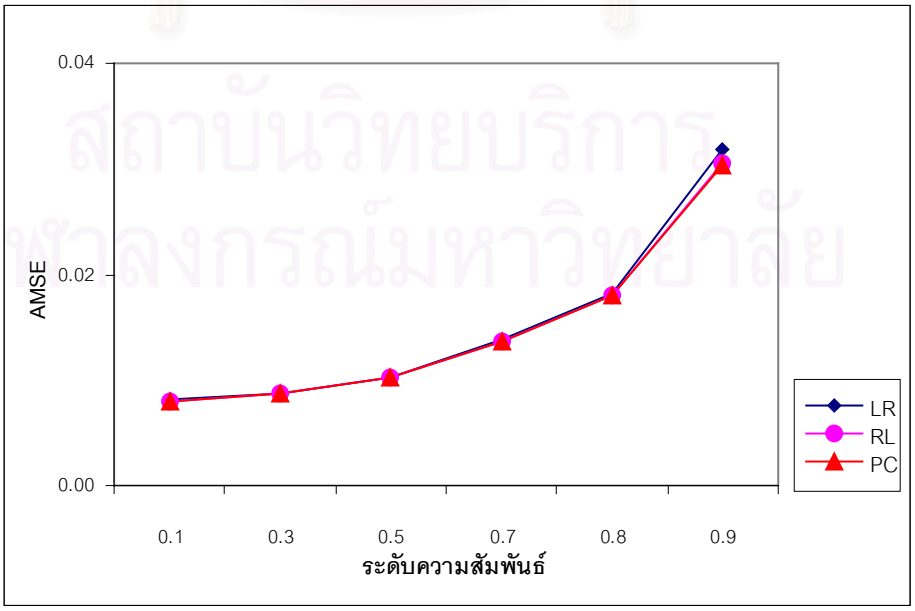


สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่4.1.1.1(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 60



รูปที่4.1.1.1(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 100



จากตารางที่ 4.1.1.1 เราสามารถสรุปผลการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธีPC วิธีLR และวิธีRL เมื่อ**จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15% โดยที่ความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ** 1.0 จำแนกตามระดับพหุสัมพันธ์ได้ดังนี้

1.**ความสัมพันธ์ระดับต่ำ**(ρ =0.10, ρ =0.30)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ จะพบว่าในทุกๆขนาดตัวอย่าง คือ n = 15,20,30,40,50,60,70,80,90 และ 100 วิธีPC วิธีRL และ วิธีLR ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน โดยที่วิธีPC ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธีRL และวิธีLR ตามลำดับ

2. **ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง**(ρ =0.50, ρ =0.70)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

3. **ความสัมพันธ์ระดับสูง**(ρ =0.80, ρ =0.90)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับสูง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

ข้อสรุป

จากตารางที่ 4.1.1.1 วิธีPC วิธีRL และ วิธีLR ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกันมาก โดยเฉพาะเมื่อระดับพหุสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ โดยเมื่อระดับพหุสัมพันธ์สูงขึ้นเราจะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ของทั้ง 3 วิธีได้ชัดขึ้น โดยจะพบว่า วิธีPC เป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธีRL และวิธีLR ตามลำดับ และจะสังเกตได้ว่าค่า AMSE ของทุกวิธีจะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}' \underset{\sim}{X}$ ลดลง จึงทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ตารางที่4.1.1.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.10	15	1.545848 (0.496424)	1.343804 (0.403587)	1.208122 * (0.401825)
	20	1.148875 (0.240398)	1.053252 (0.225700)	0.986459 * (0.230083)
	30	0.783104 (0.148834)	0.739602 (0.127854)	0.709774 * (0.126548)
	40	0.603545 (0.106033)	0.574051 (0.088378)	0.547326 * (0.289172)
	50	0.422823 (0.057931)	0.407538 (0.092898)	0.400152 * (0.092970)
	60	0.348640 (0.078058)	0.340821 (0.075807)	0.338120 * (0.075714)
	70	0.294777 (0.074682)	0.290220 (0.073567)	0.287978 * (0.035153)
	80	0.258141 (0.055038)	0.254796 (0.054639)	0.250609 * (0.053643)
	90	0.220018 (0.054386)	0.217549 (0.053943)	0.215410 * (0.053902)
	100	0.196334 (0.049098)	0.194324 (0.048472)	0.192235 * (0.048431)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.1.2(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.30	15	1.588468 (0.509608)	1.366479 (0.378696)	1.261524 * (0.389076)
	20	1.201394 (0.233017)	1.090111 (0.185133)	0.998676 * (0.181437)
	30	0.843487 (0.201246)	0.787509 (0.159434)	0.746204 * (0.162124)
	40	0.661118 (0.166976)	0.619919 (0.135766)	0.598944 * (0.134734)
	50	0.462192 (0.114217)	0.440906 (0.103175)	0.429058 * (0.102445)
	60	0.380551 (0.086215)	0.369669 (0.080044)	0.359317 * (0.079957)
	70	0.318960 (0.075013)	0.312346 (0.071652)	0.308065 * (0.071432)
	80	0.284763 (0.074631)	0.279589 (0.070987)	0.273962 * (0.070654)
	90	0.242004 (0.062841)	0.238352 (0.061478)	0.234831 * (0.061432)
	100	0.214245 (0.052505)	0.211253 (0.050985)	0.211009 * (0.050967)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.1.2(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.50	15	1.745425 (0.623698)	1.445926 (0.408108)	1.309113 * (0.408001)
	20	1.334455 (0.333198)	1.172829 (0.208198)	1.078724 * (0.219844)
	30	0.971186 (0.343203)	0.880763 (0.264798)	0.848656 * (0.264070)
	40	0.775679 (0.301794)	0.705663 (0.239111)	0.683937 * (0.238761)
	50	0.539212 (0.182120)	0.503099 (0.155421)	0.482245 * (0.155376)
	60	0.445321 (0.142392)	0.425075 (0.125963)	0.414523 * (0.125766)
	70	0.368872 (0.109442)	0.356392 (0.099527)	0.348990 * (0.099487)
	80	0.338036 (0.130688)	0.327706 (0.121444)	0.312735 * (0.121249)
	90	0.285425 (0.100323)	0.278414 (0.095710)	0.272162 * (0.095657)
	100	0.250115 (0.080057)	0.244365 (0.075734)	0.240176 * (0.075721)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.1.2(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.70	15	2.195067 (1.060245)	1.657927 (0.589354)	1.482731 * (0.589021)
	20	1.690729 (0.721101)	1.373558 (0.424191)	1.314474 * (0.424015)
	30	1.289398 (0.710090)	1.089879 (0.514165)	1.034040 * (0.514603)
	40	1.055248 (0.628372)	0.892598 (0.465159)	0.847395 * (0.464837)
	50	0.727751 (0.388867)	0.642131 (0.309308)	0.619545 * (0.308132)
	60	0.606505 (0.320730)	0.551121 (0.266703)	0.539361 * (0.265755)
	70	0.494093 (0.242295)	0.458583 (0.207464)	0.435819 * (0.206805)
	80	0.467998 (0.278293)	0.437348 (0.246747)	0.413626 * (0.245894)
	90	0.391243 (0.215141)	0.370481 (0.196057)	0.359729 * (0.195503)
	100	0.338391 (0.174342)	0.321423 (0.158009)	0.300831 * (0.157521)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.1.2(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.80	15	2.783221 (1.700595)	1.905162 (0.850017)	1.707764 * (0.849453)
	20	2.152922 (1.250231)	1.603099 (0.697947)	1.484022 * (0.697123)
	30	1.692153 (1.175211)	1.322547 (0.788678)	1.280913 * (0.788103)
	40	1.407774 (1.038852)	1.098826 (0.709212)	1.057579 * (0.709114)
	50	0.967633 (0.663046)	0.799871 (0.492226)	0.774224 * (0.488422)
	60	0.812589 (0.557002)	0.694231 (0.432956)	0.660661 * (0.430015)
	70	0.654737 (0.424935)	0.575881 (0.341837)	0.552883 * (0.339665)
	80	0.631667 (0.466373)	0.562739 (0.391656)	0.549998 * (0.389206)
	90	0.525036 (0.367120)	0.477113 (0.318024)	0.465089 * (0.316233)
	100	0.450569 (0.301594)	0.411403 (0.260492)	0.409795 * (0.025899)

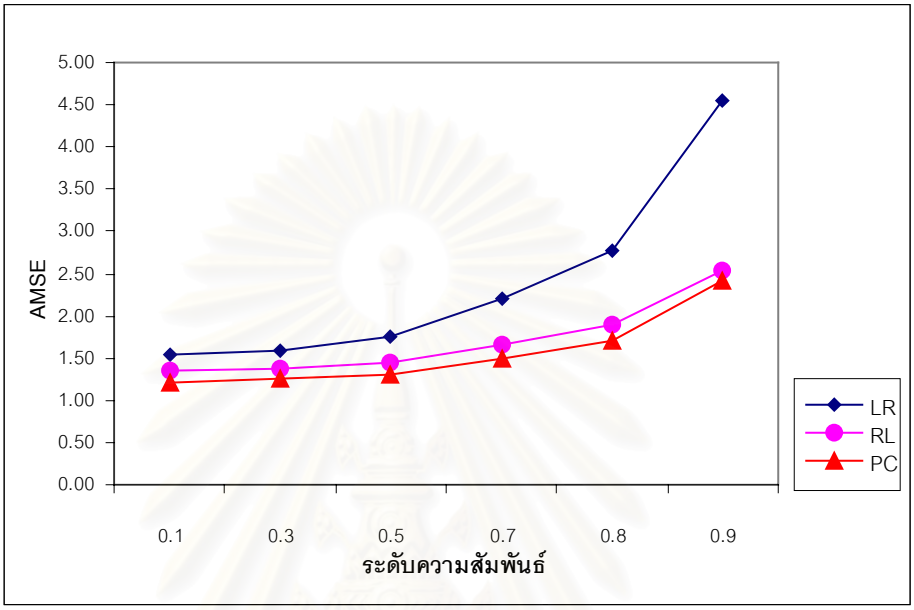
* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.1.2(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

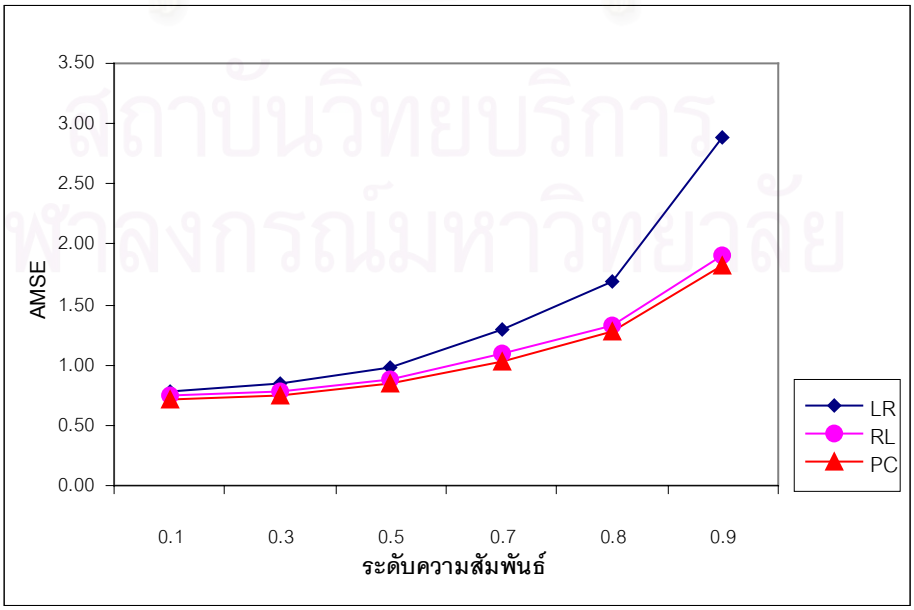
ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.90	15	4.550791 (3.706845)	2.544997 (1.565401)	2.410398 * (1.580226)
	20	3.546835 (2.857901)	2.191765 (1.392634)	2.084997 * (1.369707)
	30	2.893722 (2.562382)	1.910653 (1.473239)	1.821644 * (1.442658)
	40	2.460581 (2.256760)	1.618577 (1.315014)	1.539749 * (1.286778)
	50	1.691547 (1.497473)	1.205725 (0.964243)	1.189416 * (0.949022)
	60	1.435299 (1.275094)	1.058581 (0.856329)	1.036346 * (0.845305)
	70	1.141106 (0.984826)	0.874452 (0.687375)	0.855131 * (0.679436)
	80	1.119990 (1.029133)	0.845179 (0.764199)	0.816556 * (0.755919)
	90	0.926495 (0.828439)	0.754134 (0.637683)	0.737467 * (0.631214)
	100	0.788245 (0.689726)	0.646157 (0.530948)	0.620935 * (0.525914)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

รูปที่4.1.1.2 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 15

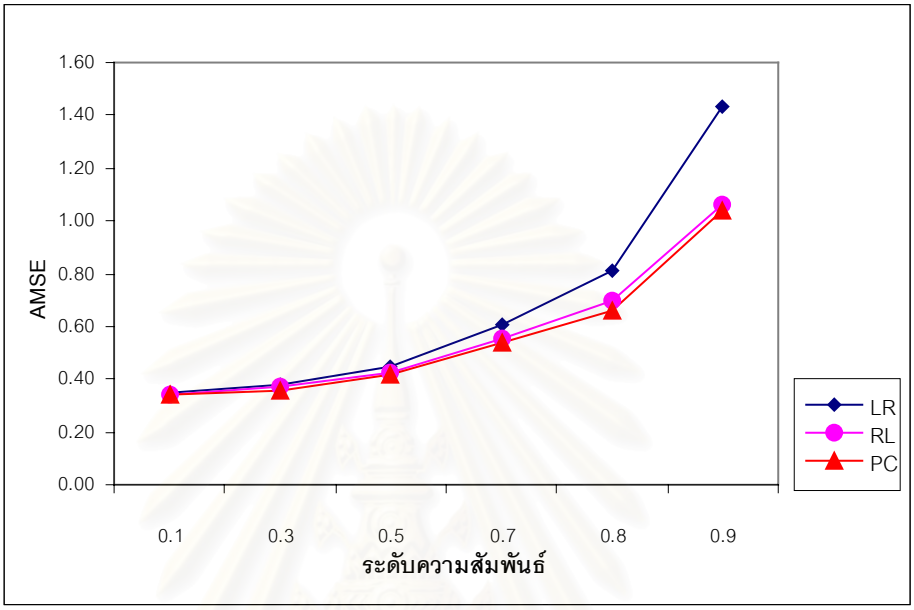


รูปที่4.1.1.2(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 30

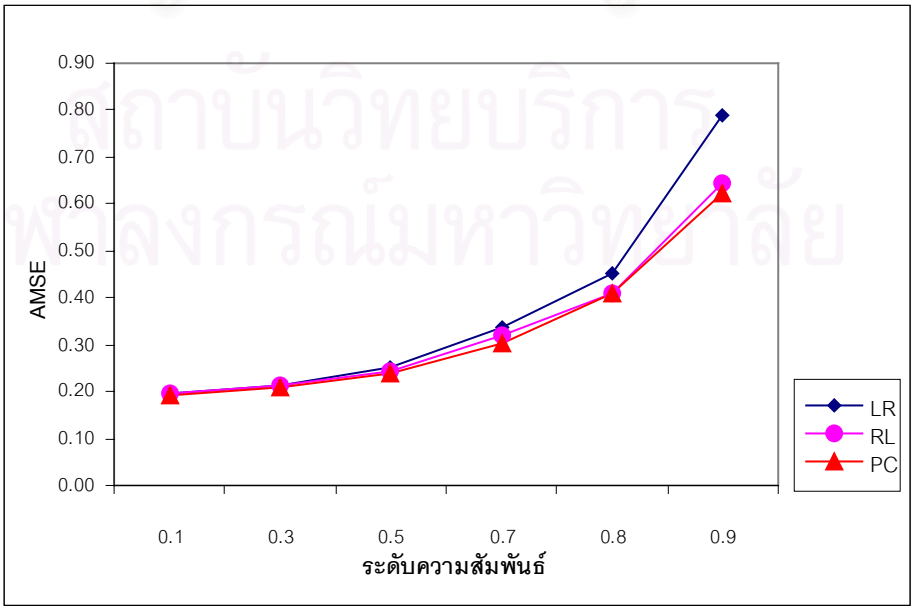


สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่4.1.1.2(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 60



รูปที่4.1.1.2(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 100



จากตารางที่ 4.1.1.2 เราสามารถสรุปผลการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธีPC วิธีLR และวิธีRL เมื่อ**จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15% โดยที่ความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ** 5.0 จำแนกตามระดับพหุสัมพันธ์ได้ดังนี้

1. **ความสัมพันธ์ระดับต่ำ**(ρ =0.10, ρ =0.30)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ วิธีPC จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดสำหรับทุกขนาดตัวอย่างที่กำหนด รองลงมาคือวิธีRL และวิธีLR ตามลำดับ

2. **ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง**(ρ =0.50, ρ =0.70)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

3. **ความสัมพันธ์ระดับสูง**(ρ =0.80, ρ =0.90)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับสูง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

ข้อสรุป

จากตารางที่ 4.1.1.2 วิธีPC วิธีRL และ วิธีLR ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับพหุสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ โดยที่วิธีLR เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กจะเป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE สูงกว่าวิธีอื่นๆอย่างเห็นได้ชัดเจนขึ้น และเมื่อระดับพหุสัมพันธ์สูงขึ้นเราจะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ของทั้ง 3 วิธีได้ชัดขึ้น โดยจะพบว่า วิธีPC เป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธีRL และวิธีLR ตามลำดับ และจะสังเกตได้ว่าค่า AMSE ของทุกวิธีจะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$ ลดลง จึงทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ตารางที่4.1.1.3 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.10	15	0.181169 (0.198751)	4.746067 (1.495096)	4.583836 * (1.397048)
	20	4.594440 (0.962333)	3.824423 (0.794454)	3.728896 * (0.784551)
	30	3.131752 (0.595745)	2.759185 (0.488309)	2.683587 * (0.453286)
	40	2.413561 (0.424535)	2.161700 (0.329493)	2.102935 * (0.300684)
	50	1.690746 (0.392103)	1.550111 (0.350829)	1.504501 * (0.341540)
	60	1.393991 (0.312797)	1.313974 (0.289639)	1.277180 * (0.286194)
	70	1.178479 (0.299085)	1.124607 (0.284181)	1.090616 * (0.282331)
	80	1.031971 (0.221001)	0.992176 (0.204776)	0.969790 * (0.201128)
	90	0.879324 (0.218812)	0.850532 (0.209244)	0.829077 * (0.207425)
	100	0.784724 (0.196698)	0.760581 (0.188021)	0.749405 * (0.186894)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.1.3(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.30	15	6.351347 (2.040963)	4.804402 (1.540669)	4.641720 * (1.398225)
	20	4.804328 (0.933548)	3.941332 (0.727909)	3.840464 * (0.612252)
	30	3.373195 (0.806136)	2.924134 (0.622248)	2.872465 * (0.560505)
	40	2.643829 (0.668456)	2.324721 (0.498705)	2.250070 * (0.453901)
	50	1.848197 (0.457536)	1.669864 (0.384400)	1.620541 * (0.366356)
	60	1.521625 (0.345488)	1.416463 (0.298318)	1.387267 * (0.287506)
	70	1.275194 (0.300518)	1.204168 (0.271038)	1.168688 * (0.264312)
	80	1.138434 (0.299395)	1.082903 (0.266185)	1.079360 * (0.259116)
	90	0.967206 (0.253204)	0.927375 (0.235412)	0.905150 * (0.231524)
	100	0.856349 (0.210430)	0.823112 (0.193788)	0.821337 * (0.190860)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.1.3(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.50	15	6.978763 (2.496988)	5.086438 (1.739507)	4.924790 * (1.553082)
	20	5.336305 (1.334290)	4.235797 (0.909664)	4.084222 * (0.774309)
	30	3.883866 (1.374266)	3.258993 (1.007589)	3.175649 * (0.926086)
	40	3.102052 (1.207808)	2.633935 (0.879177)	2.568126 * (0.820226)
	50	2.156246 (0.729340)	1.895510 (0.574502)	1.858587 * (0.545117)
	60	1.780686 (0.570154)	1.615628 (0.463048)	1.581073 * (0.442538)
	70	1.474811 (0.438335)	1.362049 (0.367391)	1.343161 * (0.353023)
	80	1.351496 (0.523443)	1.258196 (0.452055)	1.232037 * (0.440974)
	90	1.140850 (0.403183)	1.074163 (0.360893)	1.050196 * (0.354331)
	100	0.999807 (0.320738)	0.924405 (0.282567)	0.941237 * (0.276956)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.1.3(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.70	15	8.776455 (4.241154)	5.874831 (2.405544)	5.681678 * (2.214337)
	20	6.760892 (2.884862)	4.974831 (1.708301)	4.752158 * (1.545080)
	30	5.156515 (2.841685)	4.030747 (1.921373)	3.870062 * (1.822166)
	40	4.220321 (2.518185)	3.328731 (1.715169)	3.261655 * (1.635412)
	50	2.910348 (1.556535)	2.412802 (1.144759)	2.367520 * (1.096813)
	60	2.425389 (1.283391)	2.077355 (0.982893)	2.028698 * (0.944412)
	70	1.975662 (0.969736)	1.731853 (0.761986)	1.698964 * (0.873600)
	80	1.871296 (1.113626)	1.660015 (0.916160)	1.620782 * (0.824753)
	90	1.564118 (0.862182)	1.410950 (0.730937)	1.369295 * (0.717261)
	100	1.352874 (0.697867)	1.226080 (0.585307)	1.198124 * (0.573154)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.1.3(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.80	15	11.125010 (6.800578)	6.836369 (3.338238)	6.628095 * (3.206724)
	20	8.609068 (5.000381)	5.848536 (2.709420)	5.683707 * (3.070878)
	30	6.767324 (4.701888)	4.915670 (2.948050)	4.812614 * (2.855341)
	40	5.630459 (4.156160)	4.119689 (2.639086)	4.041386 * (2.554291)
	50	3.869830 (2.653029)	3.017647 (1.837762)	2.954011 * (1.774967)
	60	3.249684 (2.228386)	2.619195 (1.610576)	2.570505 * (1.553079)
	70	2.618224 (1.700275)	2.168291 (1.263536)	2.113818 * (1.218213)
	80	2.525917 (1.865771)	2.129983 (1.460824)	2.093648 * (1.425554)
	90	2.099313 (1.469966)	1.807656 (1.185664)	1.767948 * (1.160782)
	100	1.801559 (1.206822)	1.560102 (0.967187)	1.538354 * (0.944493)

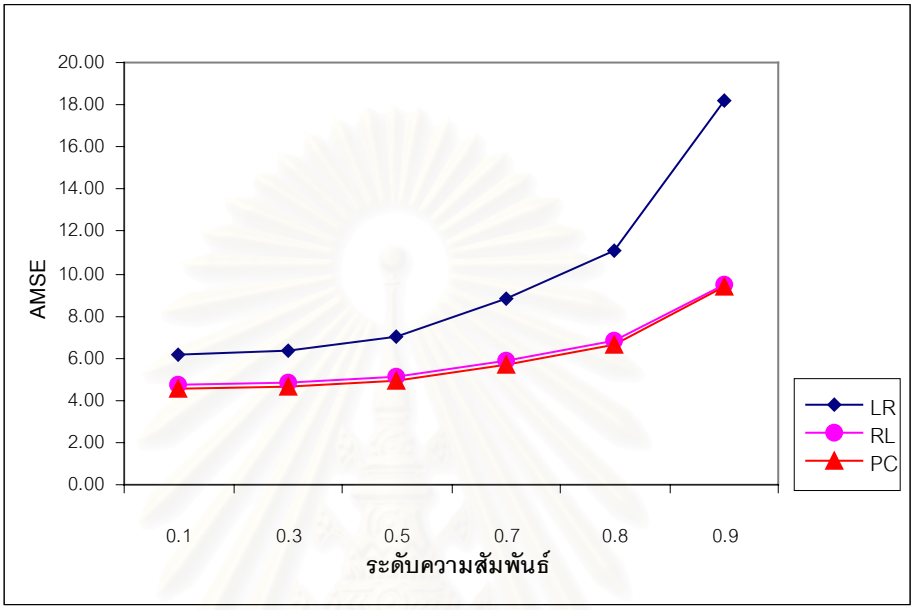
* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.1.3(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

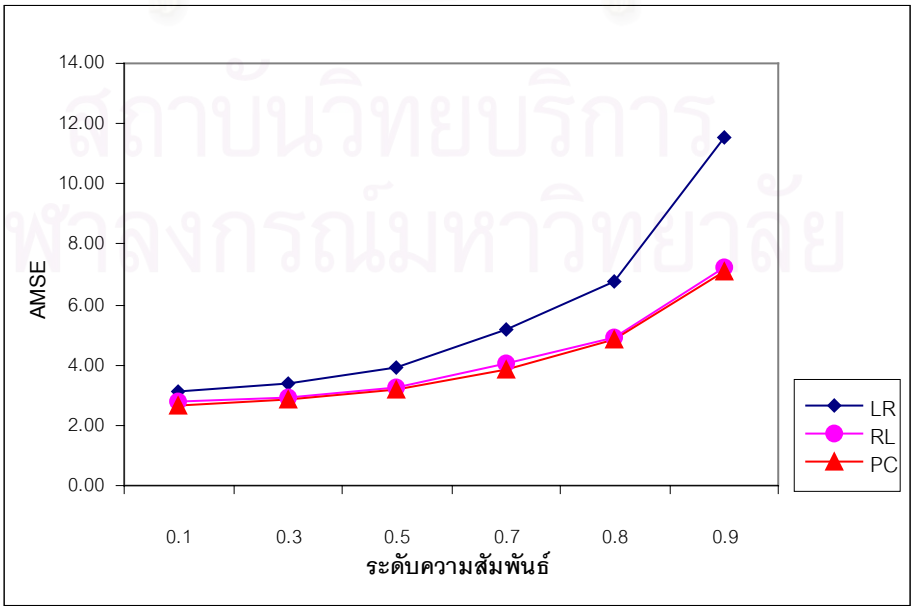
ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.90	15	18.195190 (14.821210	9.488408 (6.130672)	9.342426 * (6.100305)
	20	14.182980 (11.428730	8.160249 (5.339560)	8.049290 * (5.336842)
	30	11.572960 (10.249730	7.201750 (5.563338)	7.132617 * (5.572872)
	40	9.841805 (9.027949	6.148747 (4.974796)	6.098400 * (4.957953)
	50	6.765383 (5.990618	4.608164 (3.664205)	4.549275 * (3.611175)
	60	5.740378 (5.100540	4.044587 (3.252491)	3.972428 * (3.179602)
	70	4.563683 (3.939809	3.824915 (2.594980)	3.859446 * (2.521210)
	80	4.478613 (4.116477	3.380698 (2.902275)	3.329212 * (2.841705)
	90	3.705256 (3.315195	2.877139 (2.414992)	2.837940 * (2.360652)
	100	3.152181 (2.759219	2.464402 (2.007212)	2.427832 * (1.952692)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

รูปที่4.1.1.3 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 15

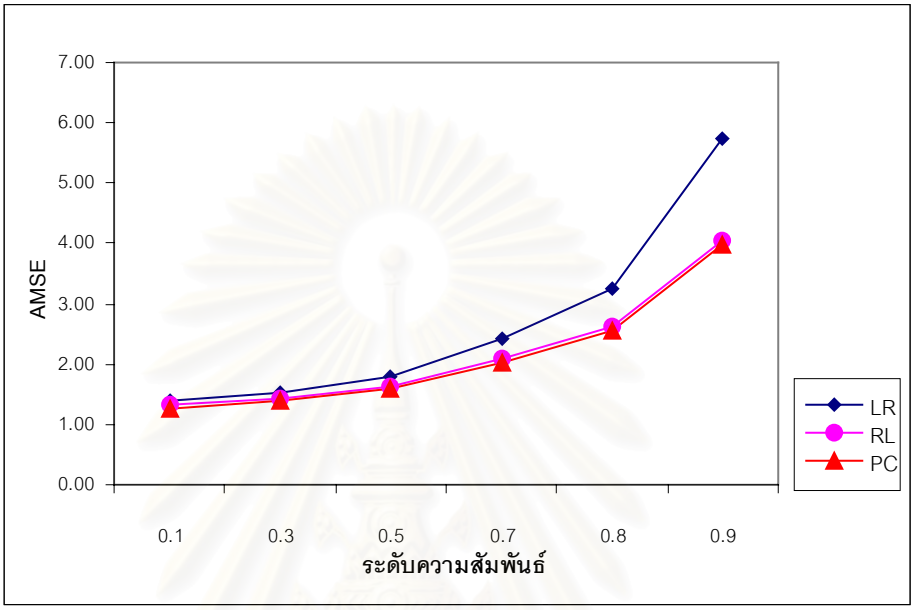


รูปที่4.1.1.3(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 30

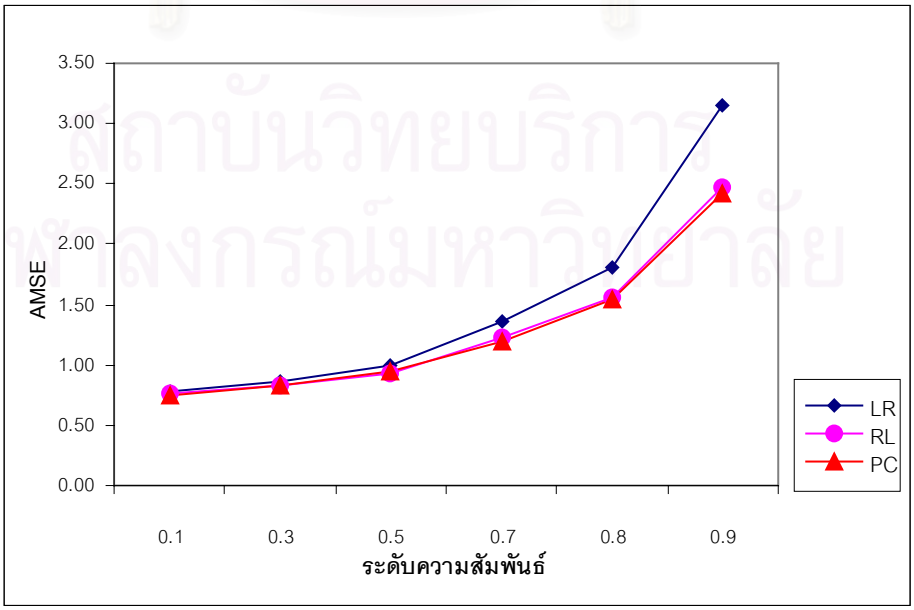


สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่4.1.1.3(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 60



รูปที่4.1.1.3(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 100



จากตารางที่ 4.1.1.3 เราสามารถสรุปผลการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธีPC วิธีLR และวิธีRL เมื่อ**จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15% โดยที่ความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ** 10.0 จำแนกตามระดับพหุสัมพันธ์ได้ดังนี้

1. **ความสัมพันธ์ระดับต่ำ**(ρ =0.10, ρ =0.30)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ วิธีPC จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดสำหรับทุกขนาดตัวอย่างที่กำหนด รองลงมาคือวิธีRL และวิธีLR ตามลำดับ

2. **ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง**(ρ =0.50, ρ =0.70)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

3. **ความสัมพันธ์ระดับสูง**(ρ =0.80, ρ =0.90)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับสูง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

ข้อสรุป

จากตารางที่ 4.1.1.3 วิธีPC วิธีRL และ วิธีLR ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับพหุสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ โดยที่วิธีLR เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กจะเป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE สูงกว่าวิธีอื่นๆอย่างเห็นได้ชัดเจนขึ้น และเมื่อระดับพหุสัมพันธ์สูงขึ้นเราจะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ของทั้ง 3 วิธีได้ชัดขึ้น โดยจะพบว่า วิธีPC เป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธีRL และวิธีLR ตามลำดับ และจะสังเกตได้ว่าค่า AMSE ของทุกวิธีจะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$ ลดลง จึงทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ตารางที่4.1.2.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.10	15	0.061812 (0.019875)	0.100192 (0.033055)	0.059682 * (0.019697)
	20	0.045944 (0.009623)	0.072506 (0.026001)	0.045061 * (0.009915)
	30	0.031318 (0.005957)	0.054186 (0.016151)	0.030947 * (0.005942)
	40	0.024136 (0.004245)	0.045499 (0.013323)	0.023907 * (0.004214)
	50	0.016907 (0.003921)	0.038055 (0.011461)	0.016816 * (0.003844)
	60	0.013939 (0.003145)	0.035053 (0.009531)	0.013895 * (0.003128)
	70	0.011785 (0.002999)	0.033230 (0.008675)	0.011755 * (0.002990)
	80	0.010319 (0.002217)	0.032269 (0.007691)	0.010299 * (0.022100)
	90	0.008793 (0.002196)	0.030601 (0.000598)	0.008778 * (0.002188)
	100	0.007847 (0.001969)	0.029454 (0.000518)	0.007834 * (0.001966)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.2.1(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.30	15	0.063513 (0.020409	0.106843 (0.033807	0.060975 * (0.019753)
	20	0.048043 (0.009409	0.077301 (0.027854	0.046888 * (0.009335)
	30	0.033732 (0.008061	0.058159 (0.019784	0.031956 * (0.007859)
	40	0.026438 (0.006685	0.048721 (0.016562	0.026073 * (0.006488)
	50	0.018482 (0.004575	0.039980 (0.013444	0.018335 * (0.004557)
	60	0.015216 (0.003455	0.036745 (0.011269	0.015145 * (0.003454)
	70	0.012752 (0.003005	0.034793 (0.010867	0.012707 * (0.003004)
	80	0.011387 (0.002994	0.034141 (0.009976	0.011351 * (0.002985)
	90	0.009672 (0.002532	0.032220 (0.010052	0.009649 * (0.002530)
	100	0.008563 (0.002104	0.030872 (0.009983)	0.009543 * (0.002103)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.2.1(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.50	15	0.069788 (0.024969)	0.119048 (0.029513)	0.065834 * (0.022355)
	20	0.053363 (0.013343)	0.085898 (0.028177)	0.051409 * (0.012222)
	30	0.038839 (0.013743)	0.065189 (0.023141)	0.037821 * (0.012970)
	40	0.031021 (0.012078)	0.054694 (0.021074)	0.030258 * (0.011428)
	50	0.021562 (0.007293)	0.043852 (0.017032)	0.021251 * (0.007098)
	60	0.017807 (0.005702)	0.040052 (0.016087)	0.017648 * (0.005598)
	70	0.014748 (0.005383)	0.036646 (0.014768)	0.014651 * (0.004326)
	80	0.013515 (0.004834)	0.035173 (0.013799)	0.013436 * (0.005170)
	90	0.011409 (0.004032)	0.034803 (0.012256)	0.011359 * (0.004011)
	100	0.009998 (0.003207)	0.033137 (0.008761)	0.009954 * (0.003182)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.2.1(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.70	15	0.087765 (0.042411)	0.147709 (0.017840)	0.078366 * (0.032607)
	20	0.067609 (0.028849)	0.105419 (0.035027)	0.062438 * (0.023599)
	30	0.051565 (0.028417)	0.080739 (0.031462)	0.048478 * (0.025245)
	40	0.042203 (0.025182)	0.068158 (0.031425)	0.039669 * (0.022515)
	50	0.029103 (0.015563)	0.052907 (0.024535)	0.028021 * (0.014512)
	60	0.024254 (0.012834)	0.047421 (0.021028)	0.023618 * (0.012183)
	70	0.019757 (0.009697)	0.043473 (0.018049)	0.019380 * (0.009319)
	80	0.018713 (0.011136)	0.043295 (0.016876)	0.018389 * (0.009784)
	90	0.015641 (0.008622)	0.039919 (0.012768)	0.015443 * (0.008437)
	100	0.013529 (0.006979)	0.037576 (0.010071)	0.013363 * (0.006817)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.2.1(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.80	15	0.111280 (0.068006)	0.183245 (0.087038)	0.091989 * (0.045882)
	20	0.086691 (0.050004)	0.129334 (0.055455)	0.074576 * (0.037173)
	30	0.067673 (0.047019)	0.099492 (0.047303)	0.060198 * (0.038732)
	40	0.056305 (0.041562)	0.084452 (0.046745)	0.049913 * (0.034452)
	50	0.038698 (0.026530)	0.064029 (0.034786)	0.035794 * (0.023421)
	60	0.032497 (0.022284)	0.056209 (0.025280)	0.030598 * (0.020182)
	70	0.026182 (0.017003)	0.050351 (0.024067)	0.025047 * (0.015749)
	80	0.025259 (0.018658)	0.050335 (0.021743)	0.024271 * (0.017529)
	90	0.020993 (0.014699)	0.045709 (0.018507)	0.020376 * (0.014039)
	100	0.018016 (0.012068)	0.042594 (0.017812)	0.017512 * (0.011520)

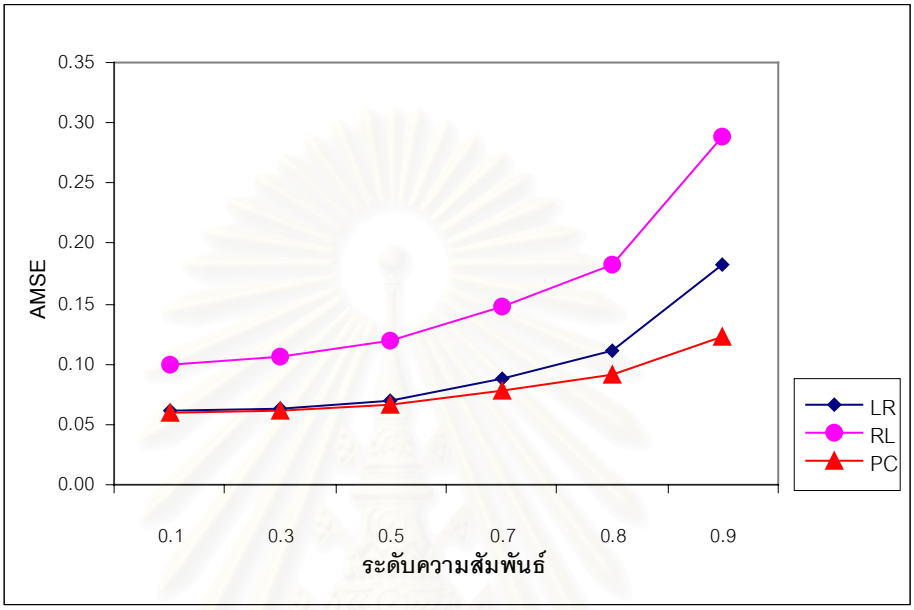
* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.2.1(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

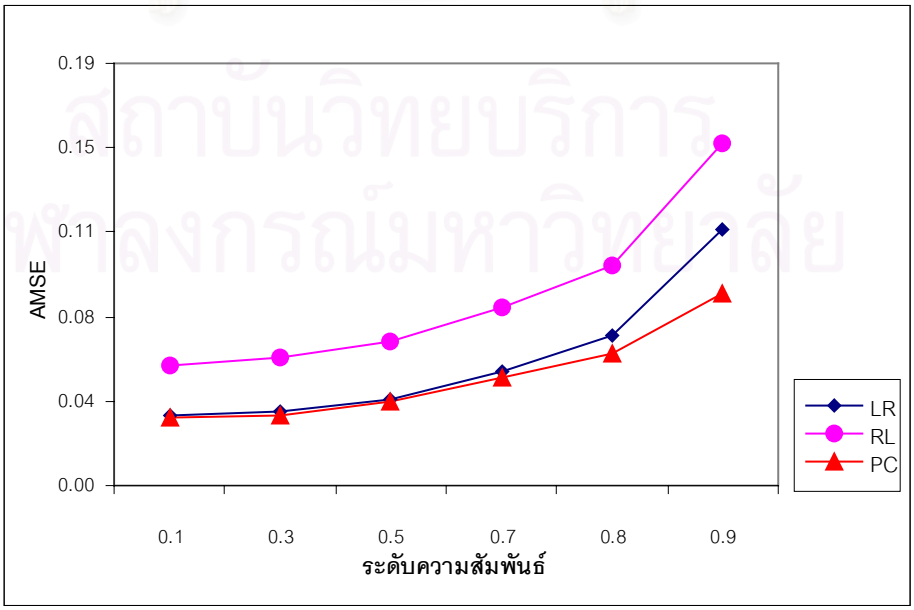
ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.90	15	0.181952 (0.148212)	0.287799 (0.208931)	0.122479 * (0.077796)
	20	0.141829 (0.114287)	0.199829 (0.132398)	0.101708 * (0.067892)
	30	0.115729 (0.102497)	0.154404 (0.105726)	0.086818 * (0.069191)
	40	0.098418 (0.090279)	0.132158 (0.098285)	0.073016 * (0.061160)
	50	0.067654 (0.059906)	0.096908 (0.069582)	0.054491 * (0.045033)
	60	0.057404 (0.051005)	0.081918 (0.046272)	0.047585 * (0.039753)
	70	0.045637 (0.039398)	0.070271 (0.036447)	0.039321 * (0.032139)
	80	0.044790 (0.041165)	0.070595 (0.040017)	0.039295 * (0.034782)
	90	0.037053 (0.033152)	0.062205 (0.039768)	0.033335 * (0.028915)
	100	0.031522 (0.027592)	0.056984 (0.035421)	0.028525 * (0.024155)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

รูปที่4.1.2.1 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 15

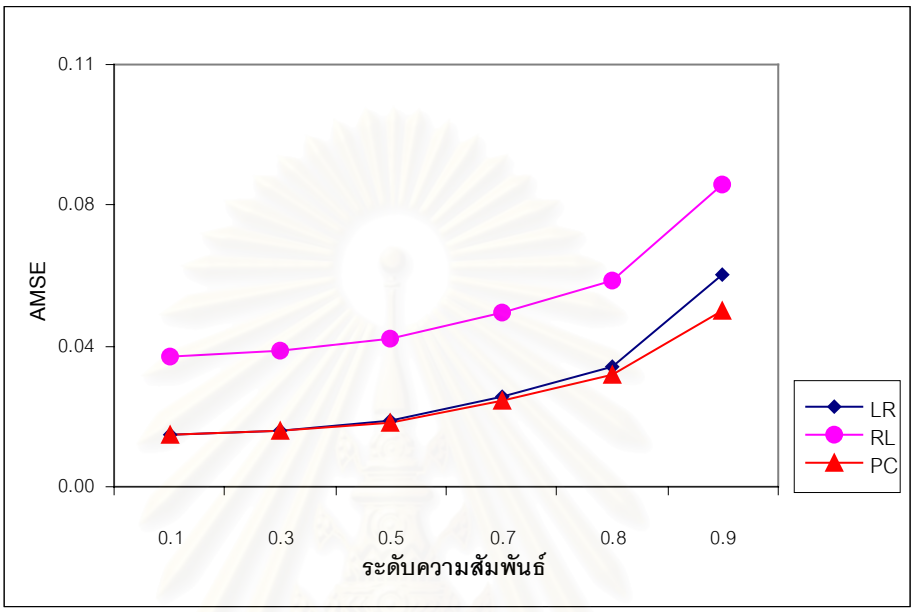


รูปที่4.1.2.1(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 30

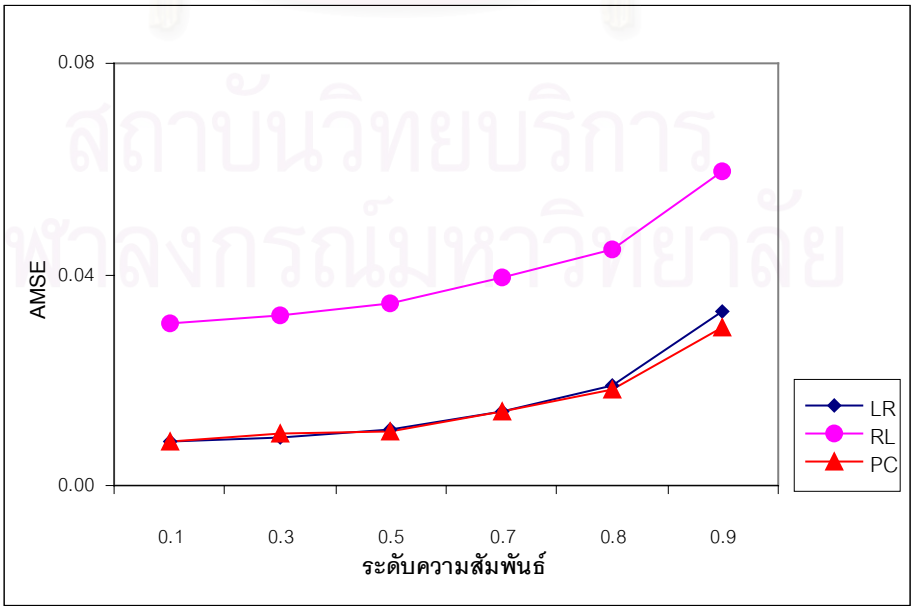


สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่4.1.2.1(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 60



รูปที่4.1.2.1(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 100



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากตารางที่ 4.1.2.1 เราสามารถสรุปผลการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธีPC วิธีLR และวิธีRL เมื่อ**จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% โดยที่ความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ** 1.0 จำแนกตามระดับพหุสัมพันธ์ได้ดังนี้

1. **ความสัมพันธ์ระดับต่ำ**(ρ =0.10, ρ =0.30)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ วิธีPC จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดสำหรับทุกขนาดตัวอย่างที่กำหนด รองลงมาคือวิธีLR และวิธีRL ตามลำดับ

2. **ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง**(ρ =0.50, ρ =0.70)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ปานกลาง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

3. **ความสัมพันธ์ระดับสูง**(ρ =0.80, ρ =0.90)

สำหรับระดับความสัมพันธ์สูง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

ข้อสรุป

จากตารางที่ 4.1.2.1 วิธีPC วิธีRL และ วิธีLR ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับพหุสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ โดยที่วิธีRL เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กจะเป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE สูงกว่าวิธีPCอย่างเห็นได้ชัดเจนขึ้น และเมื่อระดับพหุสัมพันธ์สูงขึ้นเราจะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ของทั้ง 3 วิธีได้ชัดขึ้น โดยจะพบว่า วิธีPC เป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธีLR และวิธีRL ตามลำดับ และจะสังเกตได้ว่าค่า AMSE ของทุกวิธีจะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$ ลดลง จึงทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ตารางที่4.1.2.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.10	15	1.544981 (0.497136)	1.587742 (0.498376)	1.183040 * (0.402557)
	20	1.148493 (0.240677)	1.176122 (0.243765)	0.957244 * (0.214176)
	30	0.782888 (0.148948)	0.805665 (0.176594)	0.692756 * (0.137791)
	40	0.603344 (0.106166)	0.624617 (0.127132)	0.544764 * (0.094557)
	50	0.422654 (0.098053)	0.443439 (0.108154)	0.392709 * (0.095349)
	60	0.348459 (0.078270)	0.369315 (0.095702)	0.331258 * (0.077701)
	70	0.294571 (0.074796)	0.315954 (0.082398)	0.282805 * (0.074598)
	80	0.257954 (0.055367)	0.279632 (0.068743)	0.249299 * (0.054827)
	90	0.219759 (0.054900)	0.241943 (0.064392)	0.213856 * (0.054903)
	100	0.196136 (0.049179)	0.217608 (0.054723)	0.190880 * (0.048976)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.2.2(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.30	15	1.587483 (0.510583)	1.635811 (0.560154)	1.195530 * (0.417558)
	20	1.200935 (0.233567)	1.231710 (0.299674)	0.983917 * (0.208162)
	30	0.843235 (0.201674)	0.867757 (0.275092)	0.732635 * (0.171989)
	40	0.660908 (0.167175)	0.683091 (0.253471)	0.584303 * (0.135683)
	50	0.462012 (0.114471)	0.483212 (0.180056)	0.421960 * (0.104611)
	60	0.380368 (0.086448)	0.401618 (0.091883)	0.356536 * (0.081524)
	70	0.318748 (0.075162)	0.340732 (0.078655)	0.302496 * (0.072778)
	80	0.284567 (0.074955)	0.307057 (0.075122)	0.271901 * (0.070252)
	90	0.241720 (0.063597)	0.264813 (0.070507)	0.233036 * (0.061817)
	100	0.214042 (0.052614)	0.236181 (0.063008)	0.206483 * (0.050959)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.2.2(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.50	15	1.744276 (0.624505)	1.799485 (0.771177)	1.265350 * (0.462357)
	20	1.333889 (0.333734)	1.368616 (0.493836)	1.055865 * (0.253157)
	30	0.970885 (0.343774)	0.997589 (0.416545)	0.815388 * (0.263652)
	40	0.775466 (0.302034)	0.798954 (0.378902)	0.660667 * (0.227319)
	50	0.539019 (0.182469)	0.561061 (0.200756)	0.477799 * (0.150440)
	60	0.445133 (0.142601)	0.467089 (0.157605)	0.406065 * (0.121337)
	70	0.368650 (0.109627)	0.391444 (0.148017)	0.341848 * (0.096445)
	80	0.337829 (0.130929)	0.361236 (0.141782)	0.315696 * (0.115676)
	90	0.285126 (0.101101)	0.309124 (0.127653)	0.269749 * (0.092644)
	100	0.249905 (0.080208)	0.272880 (0.090182)	0.236818 * (0.072827)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.2.2(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.70	15	2.193561 (1.060215)	2.261724 (1.134712)	1.463197 * (0.615202)
	20	1.689950 (0.721206)	1.731399 (0.796516)	1.239744 * (0.440646)
	30	1.289018 (0.710616)	1.319007 (0.788150)	1.007719 * (0.486173)
	40	1.055041 (0.629652)	1.080533 (0.689541)	0.833589 * (0.432826)
	50	0.727541 (0.389241)	0.751113 (0.419893)	0.606443 * (0.290312)
	60	0.606305 (0.320888)	0.629216 (0.376661)	0.521127 * (0.248614)
	70	0.493859 (0.242481)	0.517564 (0.285626)	0.434132 * (0.192976)
	80	0.4677739 (0.228430)	0.492189 (0.261370)	0.416076 * (0.230463)
	90	0.390945 (0.215804)	0.415740 (0.233889)	0.353892 * (0.184149)
	100	0.338167 (0.174498)	0.362085 (0.187554)	0.307240 * (0.147601)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.2.2(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.80	15	2.781276 (1.699756)	2.864333 (1.703750)	1.704615 * (0.840211)
	20	2.151893 (1.249924)	2.200547 (1.253888)	1.458176 * (0.684122)
	30	1.691686 (1.175625)	1.724873 (1.205819)	1.228843 * (0.740109)
	40	1.407590 (1.039168)	1.434891 (1.050358)	1.031005 * (0.662253)
	50	0.967409 (0.663413)	0.992488 (0.706422)	0.757139 * (0.462385)
	60	0.812372 (0.557119)	0.835931 (0.643448)	0.656248 * (0.404354)
	70	0.654498 (0.425117)	0.678665 (0.540923)	0.543044 * (0.317368)
	80	0.631419 (0.466436)	0.656496 (0.480853)	0.533439 * (0.366057)
	90	0.524752 (0.367729)	0.549822 (0.397258)	0.452928 * (0.297327)
	100	0.450334 (0.301735)	0.474840 (0.316455)	0.390695 * (0.242613)

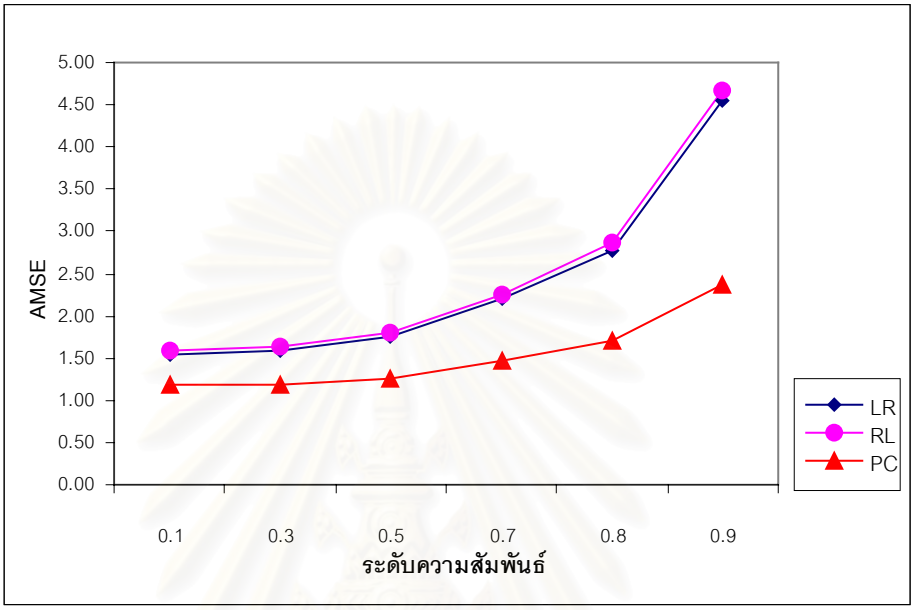
* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.2.2(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

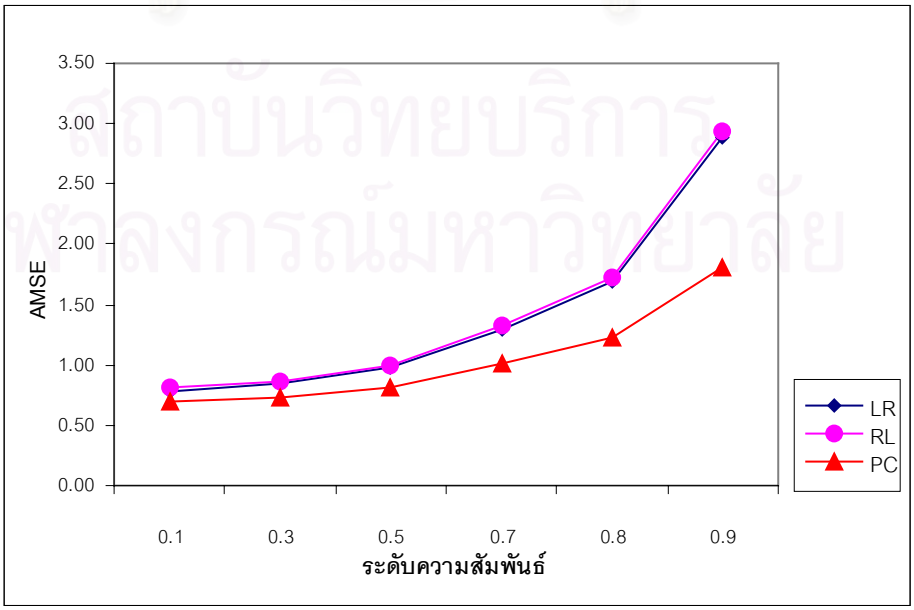
ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.90	15	4.547567 (3.704218)	4.672965 (3.770776)	2.369202 * (1.532222)
	20	3.540507 (2.856619)	3.613757 (2.874307)	2.036609 * (1.335881)
	30	2.892988 (2.562453)	2.934818 (2.586941)	1.800374 * (1.391608)
	40	2.460470 (2.257173)	2.492197 (2.268825)	1.538022 * (1.244905)
	50	1.691291 (1.497806)	1.720246 (1.515923)	1.153955 * (0.917896)
	60	1.435019 (1.275118)	1.459855 (1.292783)	1.012062 * (0.813855)
	70	1.140862 (0.985000)	1.165502 (0.990045)	0.831846 * (0.649439)
	80	1.119664 (1.029050)	1.146107 (0.910198)	0.845844 * (0.725896)
	90	0.926259 (0.829031)	0.951287 (0.895576)	0.720010 * (0.604221)
	100	0.787977 (0.689817)	0.813588 (0.706872)	0.616601 * (0.502198)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

รูปที่4.1.2.2 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 15

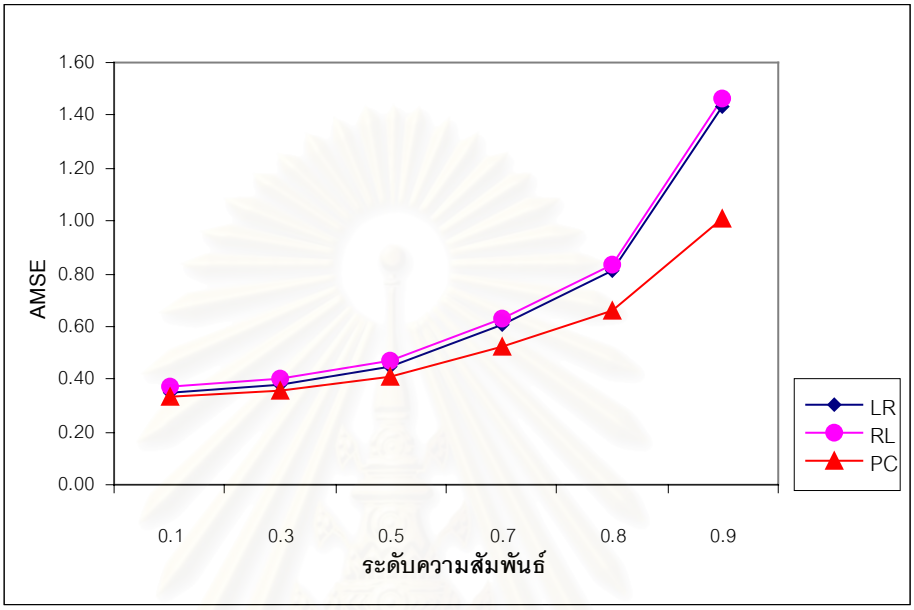


รูปที่4.1.2.2(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 30

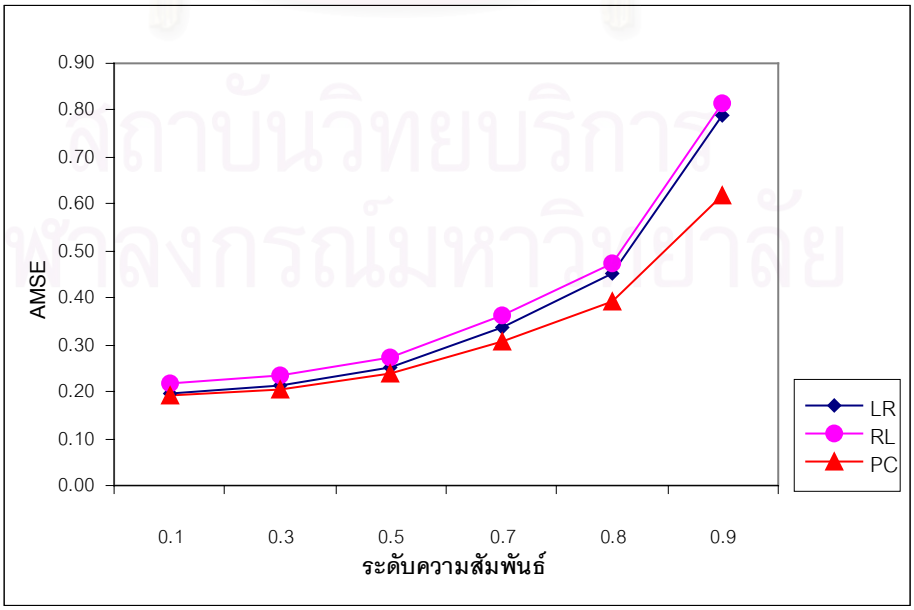


สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่4.1.2.2(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 60



รูปที่4.1.2.2(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 100



จากตารางที่ 4.1.2.2 เราสามารถสรุปผลการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธีPC วิธีLR และวิธีRL เมื่อ**จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% โดยที่ความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ** 5.0 จำแนกตามระดับพหุสัมพันธ์ได้ดังนี้

1. **ความสัมพันธ์ระดับต่ำ**(ρ =0.10, ρ =0.30)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ วิธีPC จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดสำหรับทุกขนาดตัวอย่างที่กำหนด รองลงมาคือวิธีLR และวิธีRL ตามลำดับ

2. **ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง**(ρ =0.50, ρ =0.70)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ปานกลาง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

3. **ความสัมพันธ์ระดับสูง**(ρ =0.80, ρ =0.90)

สำหรับระดับความสัมพันธ์สูง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

ข้อสรุป

จากตารางที่ 4.1.2.2 วิธีPC วิธีRL และ วิธีLR ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับพหุสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ โดยที่วิธีRL เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กจะเป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE สูงกว่าวิธีPCอย่างเห็นได้ชัดเจนขึ้น และเมื่อระดับพหุสัมพันธ์สูงขึ้นเราจะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ของทั้ง 3 วิธีได้ชัดขึ้น โดยจะพบว่า วิธีPC เป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธีLR และวิธีRL ตามลำดับ และจะสังเกตได้ว่าค่า AMSE ของทุกวิธีจะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$ ลดลง จึงทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ตารางที่4.1.2.3 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.10	15	6.179802 (1.988652)	6.228040 (1.995143)	4.448323 * (1.520385)
	20	4.593939 (0.962740)	4.022900 (0.984989)	3.610390 * (0.775778)
	30	3.131546 (0.595780)	3.154210 (0.578094)	2.625045 * (0.530432)
	40	2.413370 (0.424666)	2.434530 (0.441191)	2.073881 * (0.357409)
	50	1.690618 (0.392213)	1.710953 (0.398975)	1.495437 * (0.356012)
	60	1.393840 (0.313106)	1.414374 (0.329219)	1.238297 * (0.292621)
	70	1.178281 (0.299184)	1.199585 (0.306532)	1.084802 * (0.283923)
	80	1.031814 (0.221512)	1.053154 (0.232668)	0.959626 * (0.210469)
	90	0.879023 (0.219685)	0.901676 (0.228764)	0.826103 * (0.211662)
	100	0.784540 (0.196703)	0.805844 (0.202642)	0.737992 * (0.189262)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.2.3(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.30	15	6.349794 (2.042467)	6.404371 (2.048397)	4.503527 * (1.618842)
	20	4.803696 (0.934333)	4.836367 (0.897392)	3.723010 * (0.797096)
	30	3.372931 (0.806745)	3.397573 (0.877952)	2.786117 * (0.677786)
	40	2.643631 (0.668720)	2.665687 (0.683783)	2.232436 * (0.521425)
	50	1.848051 (0.457917)	1.868877 (0.482326)	1.610810 * (0.394379)
	60	1.521474 (0.345819)	1.542376 (0.369833)	1.365280 * (0.308431)
	70	1.274988 (0.300646)	1.296900 (0.323971)	1.159041 * (0.278030)
	80	1.138268 (0.299855)	1.160426 (0.317871)	1.045216 * (0.270876)
	90	0.966860 (0.254521)	0.990634 (0.282264)	0.897983 * (0.238222)
	100	0.856165 (0.210442)	0.878099 (0.224766)	0.796509 * (0.196679)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.2.3(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.50	15	6.976937 (2.498103)	7.039582 (2.518142)	4.793797 * (1.828613)
	20	5.335490 (1.334980)	5.372953 (1.353175)	4.019425 * (1.013933)
	30	3.883526 (1.375161)	3.910670 (1.400872)	3.121050 * (1.037050)
	40	3.101857 (1.208166)	3.125116 (1.217345)	2.540616 * (0.877877)
	50	2.156080 (0.729934)	2.177811 (0.744272)	1.833814 * (0.575283)
	60	1.780531 (0.570424)	1.802125 (0.584731)	1.559601 * (0.464377)
	70	1.474594 (0.438512)	1.497341 (0.442352)	1.311302 * (0.370676)
	80	1.351318 (0.523736)	1.374411 (0.533729)	1.214765 * (0.446320)
	90	1.140483 (0.404536)	1.165236 (0.408736)	1.038472 * (0.356272)
	100	0.999616 (0.320822)	1.022387 (0.354931)	0.912680 * (0.280034)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.2.3(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.70	15	8.774013 (4.240790)	8.852449 (4.298028)	5.615529 * (2.444589)
	20	6.759700 (2.884794)	6.805699 (2.861221)	4.776788 * (1.755918)
	30	5.156044 (2.842545)	5.187050 (2.871588)	3.904604 * (1.903417)
	40	4.220170 (2.518652)	4.245082 (2.590517)	3.243253 * (1.684443)
	50	2.910166 (1.557035)	2.933445 (1.584379)	2.353758 * (1.125165)
	60	2.425218 (1.283560)	2.447809 (1.289764)	2.021137 * (0.963389)
	70	1.975431 (0.969935)	1.899120 (0.952216)	1.678229 * (0.746551)
	80	1.871091 (1.113716)	1.865300 (1.140963)	1.612746 * (0.893934)
	90	1.563761 (0.863331)	1.589203 (0.884992)	1.369486 * (0.711263)
	100	1.352665 (0.677994)	1.376422 (0.710223)	1.189468 * (0.569645)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.2.3(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.80	15	11.124810 (6.798825)	11.221720 (6.811937)	6.614235 * (3.332238)
	20	8.607426 (4.999600)	8.662844 (5.003149)	5.675019 * (2.709850)
	30	6.766702 (4.702564)	6.801599 (4.725179)	4.805926 * (2.906240)
	40	5.630370 (4.156730)	5.656618 (4.164802)	4.045334 * (2.596917)
	50	3.769638 (2.653726)	3.894400 (2.672713)	2.964740 * (1.808095)
	60	3.249481 (2.228475)	3.272851 (2.230146)	2.567900 * (1.580728)
	70	2.617985 (1.700475)	2.642151 (1.700915)	2.117553 * (1.236926)
	80	2.525669 (1.865724)	2.550749 (1.870746)	2.084378 * (1.430309)
	90	2.09898 (1.471019)	2.124503 (1.483907)	1.766383 * (1.157503)
	100	1.801333 (1.206941)	1.825745 (1.219106)	1.523382 * (0.943810)

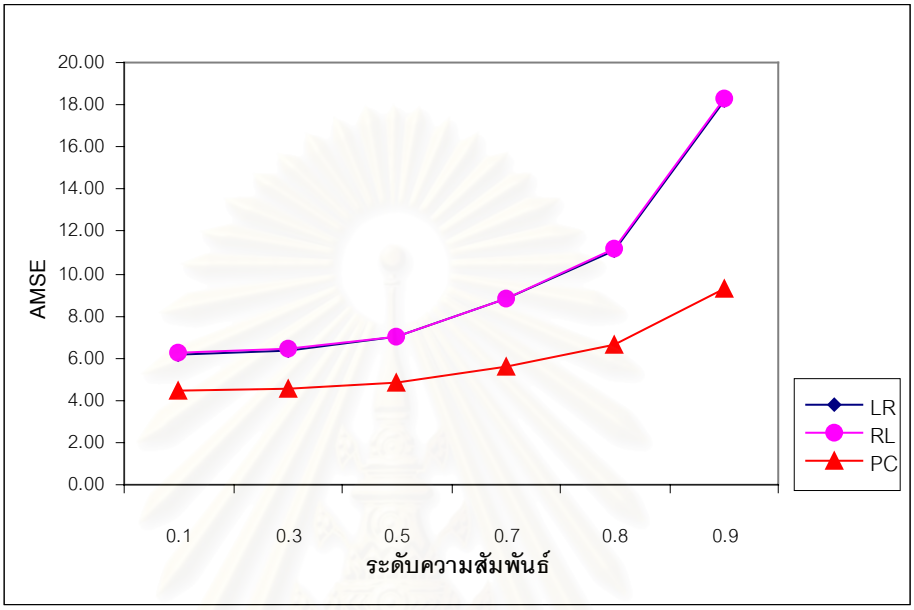
* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.2.3(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

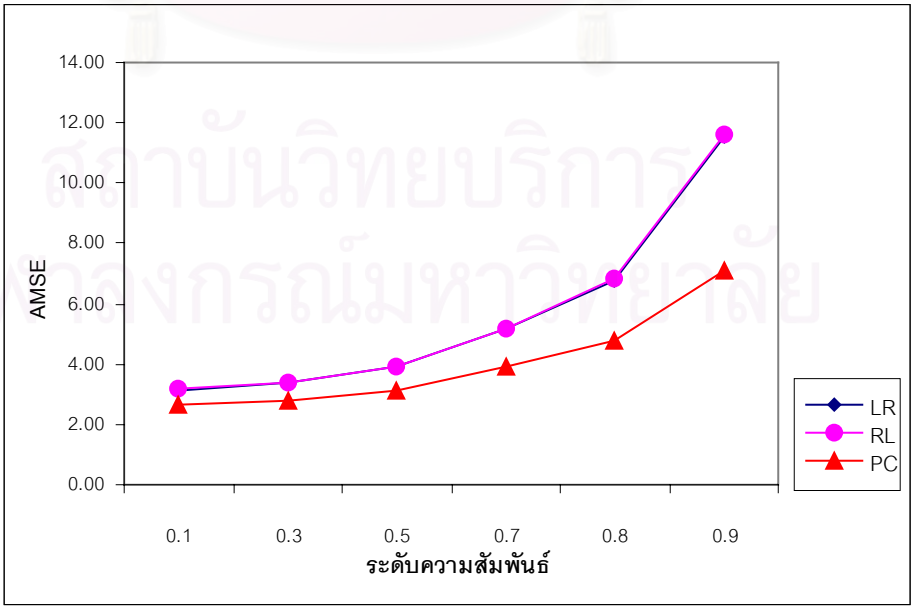
ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.90	15	18.189740 (14.816360)	18.339590 (14.878143)	9.331250 * (6.088483)
	20	14.180000 (11.426200)	14.262050 (11.431771)	8.033754 * (5.300164)
	30	11.571860 (10.249820)	11.617630 (10.253850	7.122542 * (5.509603)
	40	9.841928 (9.028792)	9.871133 (9.030545)	6.095068 * (4.931904)
	50	6.765164 (5.991304)	6.793742 (5.998503)	4.567916 * (3.630865)
	60	5.740066 (5.100453)	5.765297 (5.148914)	4.005198 * (3.218856)
	70	4.563438 (3.940009)	4.588088 (3.948481)	3.284340 * (2.562332)
	80	4.478631 (4.116152)	4.505871 (4.177251)	3.343211 * (2.868607)
	90	3.705032 (3.316226)	3.729904 (3.329154)	2.842527 * (2.382946)
	100	3.151896 (2.759263)	3.177691 (2.746383)	2.432865 * (1.979579)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

รูปที่4.1.2.3 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 15

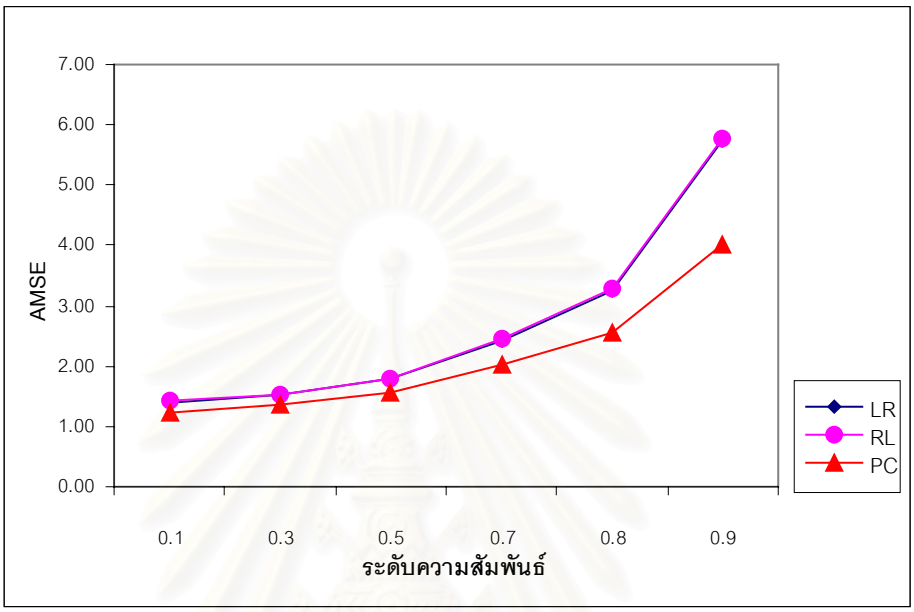


รูปที่4.1.2.3(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 30

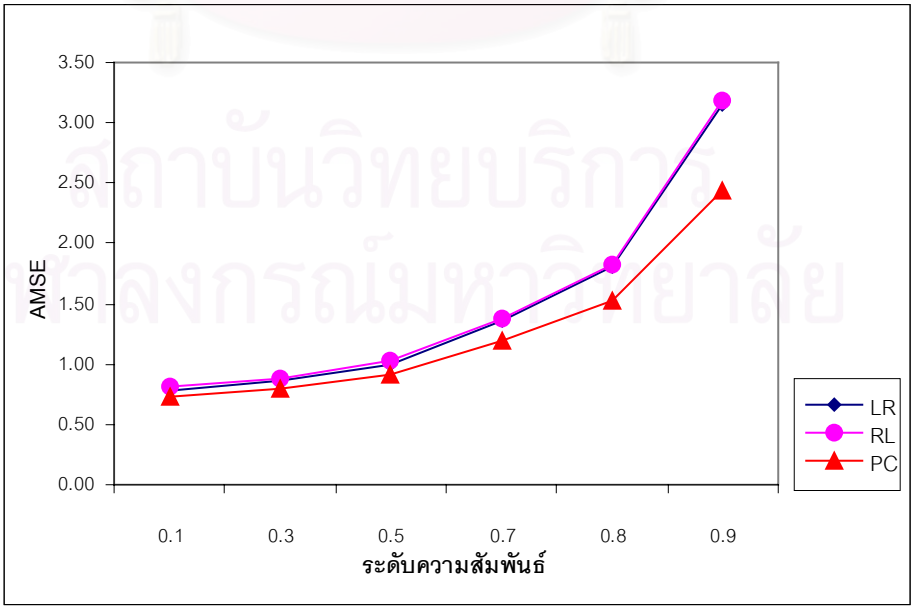


สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่4.1.2.3(ต่อ) รูปที่4.1.2.1(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 60



รูปที่4.1.2.3(ต่อ) รูปที่4.1.2.1(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 100



จากตารางที่ 4.1.2.3 เราสามารถสรุปผลการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธีPC วิธีLR และวิธีRL เมื่อ**จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% โดยที่ความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ** 10.0 จำแนกตามระดับพหุสัมพันธ์ได้ดังนี้

1. **ความสัมพันธ์ระดับต่ำ**(ρ =0.10, ρ =0.30)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ วิธีPC จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดสำหรับทุกขนาดตัวอย่างที่กำหนด รองลงมาคือวิธีLR และวิธีRL ตามลำดับ

2. **ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง**(ρ =0.50, ρ =0.70)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ปานกลาง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

3. **ความสัมพันธ์ระดับสูง**(ρ =0.80, ρ =0.90)

สำหรับระดับความสัมพันธ์สูง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

ข้อสรุป

จากตารางที่ 4.1.2.3 วิธีPC วิธีRL และ วิธีLR ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับพหุสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ โดยที่วิธีRL เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กจะเป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE สูงกว่าวิธีPCอย่างเห็นได้ชัดเจนขึ้น และเมื่อระดับพหุสัมพันธ์สูงขึ้นเราจะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ของทั้ง 3 วิธีได้ชัดขึ้น โดยจะพบว่า วิธีPC เป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธีLR และวิธีRL ตามลำดับ และจะสังเกตได้ว่าค่า AMSE ของทุกวิธีจะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$ ลดลง จึงทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ตารางที่4.1.3.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.10	15	0.061834 (0.019857)	0.213165 (0.173488)	0.059626 * (0.019716)
	20	0.045955 (0.009616)	0.151667 (0.113352)	0.045034 * (0.009917)
	30	0.031324 (0.005953)	0.122845 (0.079807)	0.030935 * (0.005951)
	40	0.024142 (0.004241)	0.109640 (0.062969)	0.023902 * (0.004217)
	50	0.016913 (0.003947)	0.101683 (0.056641)	0.016814 * (0.003914)
	60	0.013946 (0.003142)	0.098526 (0.055315)	0.013896 * (0.003122)
	70	0.011791 (0.002987)	0.097604 (0.053359)	0.011757 * (0.002967)
	80	0.010325 (0.002211)	0.098259 (0.049253)	0.010302 * (0.002201)
	90	0.008801 (0.002175)	0.095843 (0.041794)	0.008783 * (0.002164)
	100	0.00853 (0.001964)	0.094346 (0.037596)	0.007837 * (0.001961)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.3.1(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.30	15	0.063538 (0.020384)	0.234357 (0.184028)	0.060913 * (0.019806)
	20	0.048056 (0.009428)	0.164329 (0.134654)	0.046859 * (0.009321)
	30	0.033739 (0.008049)	0.131399 (0.100144)	0.033182 * (0.007869)
	40	0.026445 (0.006679)	0.115627 (0.077108)	0.026066 * (0.006492)
	50	0.018489 (0.004569)	0.102548 (0.085695)	0.018332 * (0.004555)
	60	0.015222 (0.003449)	0.101477 (0.065363)	0.015145 * (0.003450)
	70	0.012758 (0.003004)	0.100950 (0.061949)	0.012708 * (0.003000)
	80	0.011391 (0.002985)	0.102549 (0.058695)	0.011353 * (0.002979)
	90	0.009680 (0.002514)	0.099601 (0.052938)	0.009654 * (0.002523)
	100	0.008569 (0.002100)	0.097887 (0.048151)	0.008547 * (0.002101)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.3.1(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.50	15	0.069817 (0.024948)	0.253888 (0.185408)	0.065761 * (0.022459)
	20	0.053378 (0.013328)	0.182424 (0.149047)	0.051376 * (0.012271)
	30	0.038847 (0.013728)	0.144073 (0.117208)	0.037804 * (0.012985)
	40	0.031027 (0.012072)	0.125814 (0.092886)	0.030249 * (0.011435)
	50	0.021568 (0.007285)	0.110852 (0.076108)	0.021248 * (0.007096)
	60	0.017812 (0.005696)	0.106940 (0.070349)	0.017647 * (0.005598)
	70	0.014755 (0.004378)	0.106097 (0.067567)	0.014652 * (0.004326)
	80	0.013521 (0.005227)	0.105278 (0.063792)	0.013437 * (0.005168)
	90	0.011417 (0.004013)	0.104691 (0.098063)	0.011363 * (0.003996)
	100	0.01004 (0.003202)	0.102644 (0.097036)	0.009958 * (0.003181)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่4.1.3.1(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.70	15	0.087803 (0.042041)	0.323472 (0.197349)	0.078272 * (0.032781)
	20	0.067629 (0.028844)	0.217052 (0.160101)	0.062394 * (0.023685)
	30	0.051576 (0.028404)	0.167866 (0.161335)	0.048453 * (0.025276)
	40	0.042209 (0.025175)	0.146261 (0.111283)	0.039652 * (0.022529)
	50	0.029110 (0.015555)	0.124440 (0.093659)	0.028014 * (0.014512)
	60	0.024260 (0.012829)	0.117057 (0.091907)	0.023613 * (0.012188)
	70	0.019764 (0.009692)	0.114635 (0.087235)	0.019378 * (0.009323)
	80	0.018719 (0.011132)	0.113213 (0.082104)	0.018387 * (0.010788)
	90	0.015649 (0.008606)	0.112502 (0.074316)	0.015445 * (0.008427)
	100	0.013536 (0.006974)	0.109788 (0.061342)	0.013365 * (0.006818)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.3.1(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.80	15	0.111329 (0.068024)	0.393643 (0.241907)	0.091885 * (0.046107)
	20	0.086117 (0.050009)	0.256384 (0.174406)	0.074525 * (0.037289)
	30	0.067686 (0.047008)	0.194277 (0.141694)	0.060167 * (0.038783)
	40	0.056311 (0.041554)	0.169322 (0.127593)	0.049890 * (0.034475)
	50	0.038705 (0.026522)	0.140157 (0.108939)	0.035783 * (0.023425)
	60	0.032504 (0.022280)	0.127432 (0.102524)	0.030590 * (0.020194)
	70	0.026189 (0.016997)	0.125865 (0.101077)	0.025041 * (0.015757)
	80	0.025267 (0.018654)	0.123568 (0.100784)	0.024266 * (0.017540)
	90	0.021001 (0.014685)	0.119692 (0.094435)	0.020375 * (0.014034)
	100	0.018023 (0.012064)	0.116375 (0.087654)	0.017511 * (0.011524)

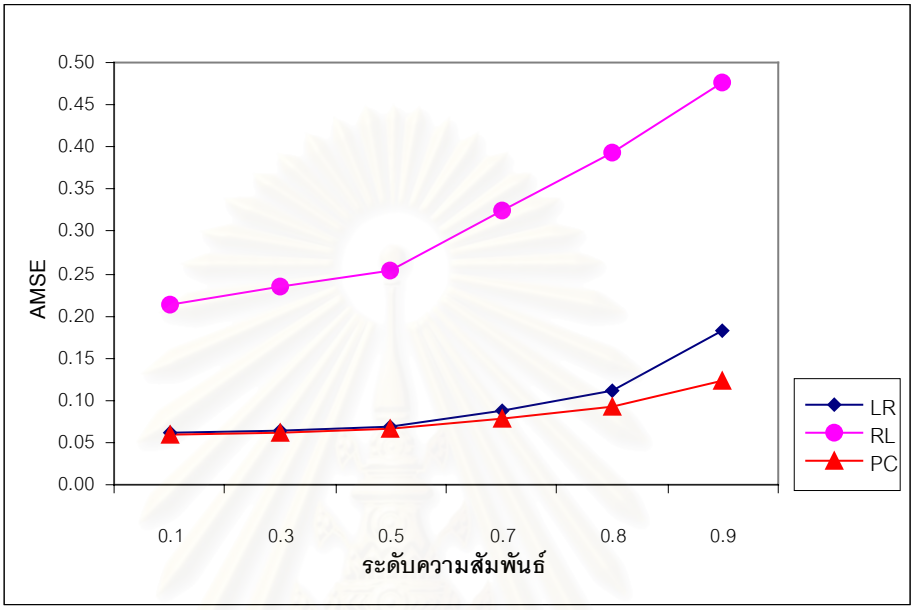
* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.3.1(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

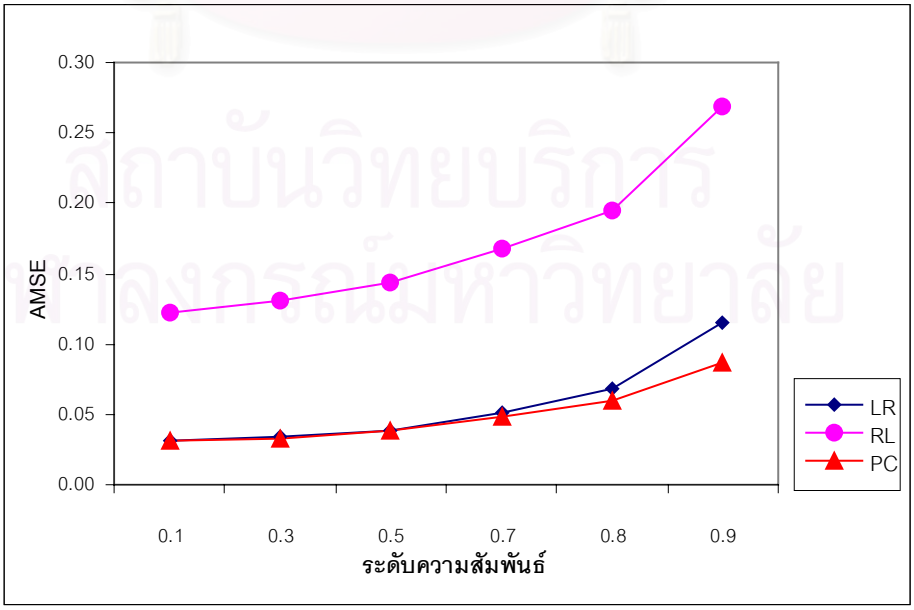
ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.90	15	0.182032 (0.148274)	0.475644 (0.442812)	0.122379 * (0.078108)
	20	0.141873 (0.143160)	0.368530 (0.255089)	0.101659 * (0.068077)
	30	0.115749 (0.102495)	0.268870 (0.187192)	0.086782 * (0.069287)
	40	0.098423 (0.090270)	0.234390 (0.181220)	0.072984 * (0.061202)
	50	0.067662 (0.059898)	0.184826 (0.150962)	0.054475 * (0.045051)
	60	0.057412 (0.051004)	0.155311 (0.109034)	0.047573 * (0.039784)
	70	0.045644 (0.039393)	0.144179 (0.103002)	0.039309 * (0.032163)
	80	0.044799 (0.041165)	0.137697 (0.102311)	0.039287 * (0.034810)
	90	0.037059 (0.033138)	0.134127 (0.100345)	0.033273 * (0.028921)
	100	0.031530 (0.027589)	0.128476 (0.099764)	0.028520 * (0.024169)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

รูปที่4.1.3.1แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 15

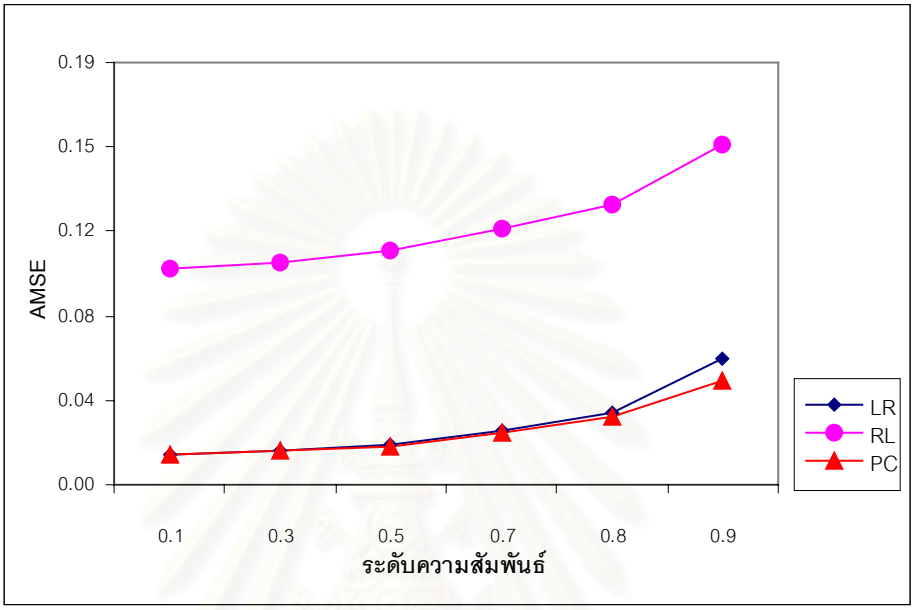


รูปที่4.1.3.1(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 30

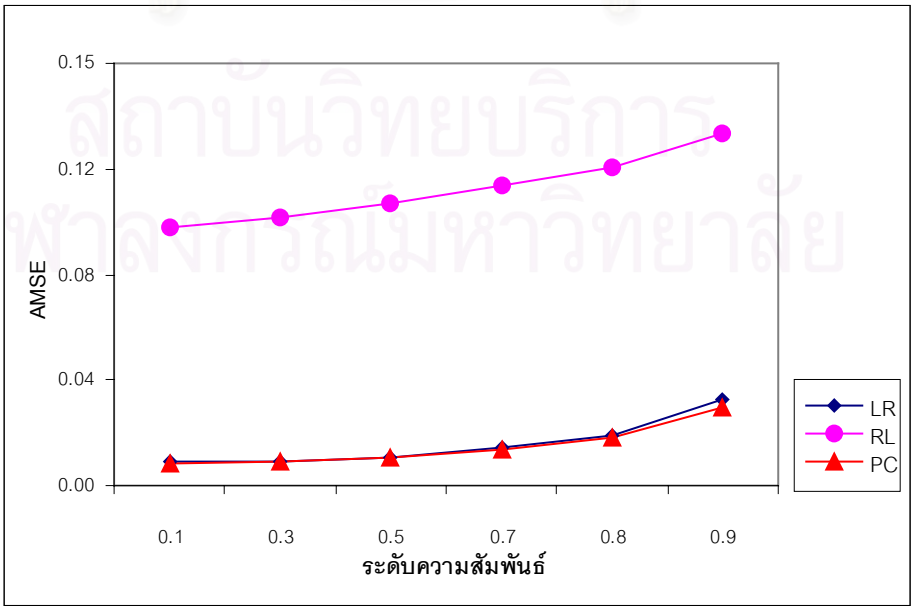


สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่4.1.3.1(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 60



รูปที่4.1.3.1(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 100



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากตารางที่ 4.1.3.1 เราสามารถสรุปผลการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธีPC วิธีLR และวิธีRL เมื่อ**จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% โดยที่ความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ** 1.0 จำแนกตามระดับพหุสัมพันธ์ได้ดังนี้

1. **ความสัมพันธ์ระดับต่ำ**(ρ =0.10, ρ =0.30)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ วิธีPC จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดสำหรับทุกขนาดตัวอย่างที่กำหนด รองลงมาคือวิธีLR และวิธีRL ตามลำดับ

2. **ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง**(ρ =0.50, ρ =0.70)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ปานกลาง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

3. **ความสัมพันธ์ระดับสูง**(ρ =0.80, ρ =0.90)

สำหรับระดับความสัมพันธ์สูง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

ข้อสรุป

จากตารางที่ 4.1.3.1 วิธีPC วิธีRL และ วิธีLR ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับพหุสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ โดยที่วิธีRL เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กจะเป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE สูงกว่าวิธีPCอย่างเห็นได้ชัดเจนขึ้น และเมื่อระดับพหุสัมพันธ์สูงขึ้นเราจะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ของทั้ง 3 วิธีได้ชัดขึ้น โดยจะพบว่า วิธีPC เป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธีLR และวิธีRL ตามลำดับ และจะสังเกตได้ว่าค่า AMSE ของทุกวิธีจะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}' \underset{\sim}{X}$ ลดลง จึงทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ตารางที่4.1.3.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.10	15	1.545047 (0.497079)	1.705139 (0.508764)	1.182944 * (0.402766)
	20	1.148515 (0.240659)	1.256362 (0.250659)	0.957145 * (0.214282)
	30	0.782894 (0.148951)	0.874232 (0.159342)	0.692659 * (0.137916)
	40	0.603349 (0.106162)	0.688667 (0.132967)	0.544685 * (0.094636)
	50	0.422656 (0.098050)	0.506703 (0.130977)	0.392644 * (0.095399)
	60	0.348463 (0.078256)	0.432529 (0.128944)	0.331205 * (0.077723)
	70	0.294577 (0.074794)	0.380264 (0.100483)	0.282759 * (0.074628)
	80	0.257957 (0.055342)	0.345349 (0.097653)	0.249255 * (0.054836)
	90	0.219771 (0.054855)	0.307566 (0.089764)	0.213825 * (0.054892)
	100	0.196141 (0.049182)	0.282365 (0.077452)	0.190848 * (0.049005)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.3.2(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.30	15	1.587559 (0.510512)	1.768374 (0.594731)	1.195443 * (0.417858)
	20	1.200964 (0.233532)	1.320271 (0.307654)	0.983830 * (0.208324)
	30	0.843244 (0.201647)	0.941094 (0.285411)	0.732548 * (0.172133)
	40	0.660914 (0.167164)	0.749895 (0.264732)	0.584233 * (0.135768)
	50	0.462015 (0.114453)	0.547559 (0.233416)	0.421901 * (0.104653)
	60	0.380372 (0.086433)	0.466069 (0.174431)	0.356487 * (0.081559)
	70	0.318754 (0.075158)	0.406831 (0.153912)	0.302451 * (0.072822)
	80	0.284571 (0.074934)	0.375197 (0.094764)	0.271857 * (0.070285)
	90	0.241734 (0.063529)	0.332744 (0.089932)	0.233008 * (0.061798)
	100	0.214047 (0.052618)	0.303031 (0.076435)	0.206452 * (0.051004)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.3.2(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.50	15	1.744365 (0.624455)	1.950332 (0.843162)	1.265271 * (0.462773)
	20	1.333927 (0.333706)	1.467354 (0.576411)	1.055791 * (0.253403)
	30	0.970898 (0.343727)	1.076828 (0.501432)	0.815309 * (0.263815)
	40	0.775769 (0.302017)	0.869887 (0.432142)	0.660602 * (0.227414)
	50	0.539023 (0.182439)	0.627809 (0.319768)	0.477746 * (0.150478)
	60	0.445135 (0.142590)	0.533684 (0.214431)	0.406021 * (0.121396)
	70	0.368656 (0.109622)	0.459925 (0.153176)	0.341806 * (0.096512)
	80	0.337834 (0.130918)	0.432088 (0.147643)	0.315653 * (0.115738)
	90	0.285141 (0.101030)	0.379624 (0.139764)	0.269722 * (0.092638)
	100	0.249909 (0.080209)	0.342222 (0.114112)	0.236786 * (0.072885)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.3.2(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.70	15	2.193681 (1.060243)	2.445787 (1.157320)	1.463135 * (0.615751)
	20	1.690008 (0.721217)	1.846705 (0.814322)	1.239689 * (0.440965)
	30	1.289037 (0.710573)	1.406957 (0.783412)	1.007655 * (0.486359)
	40	1.055043 (0.629628)	1.158168 (0.701142)	0.833527 * (0.432923)
	50	0.727546 (0.389205)	0.822414 (0.523114)	0.606398 * (0.290349)
	60	0.606308 (0.320882)	0.698593 (0.384356)	0.521089 * (0.248696)
	70	0.493866 (0.242475)	0.588713 (0.300461)	0.434094 * (0.193059)
	80	0.467779 (0.278429)	0.565859 (0.278142)	0.416037 * (0.230554)
	90	0.390959 (0.215745)	0.488846 (0.243196)	0.353867 * (0.184168)
	100	0.338173 (0.174496)	0.434167 (0.200345)	0.307210 * (0.147668)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.3.2(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.80	15	2.781436 (1.699854)	2.908593 (1.709160)	1.704570 * (0.840811)
	20	2.151975 (1.249974)	2.333066 (1.258734)	1.458148 * (0.684481)
	30	1.691712 (1.175590)	1.821041 (1.214389)	1.228791 * (0.740308)
	40	1.407587 (1.039138)	1.518907 (1.083746)	1.030941 * (0.662342)
	50	0.967414 (0.663375)	1.068360 (1.066821)	0.757098 * (0.462422)
	60	0.812377 (0.557118)	0.906997 (0.876542)	0.656214 * (0.404444)
	70	0.654505 (0.425109)	0.751178 (0.553116)	0.543010 * (0.317456)
	80	0.631427 (0.466443)	0.731732 (0.490273)	0.533406 * (0.366161)
	90	0.524763 (0.367675)	0.624162 (0.400724)	0.452906 * (0.297356)
	100	0.450341 (0.301733)	0.548546 (0.344762)	0.390668 * (0.242683)

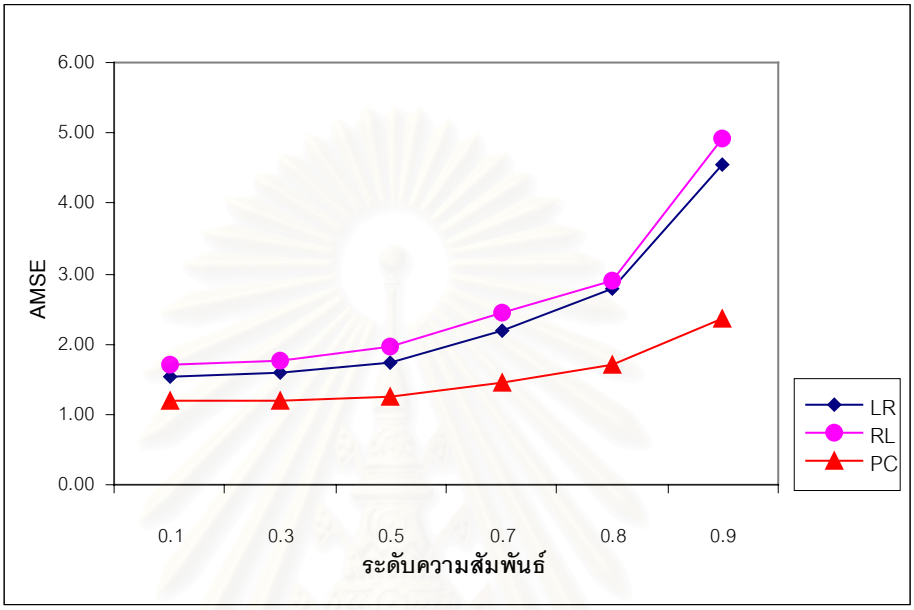
* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.3.2(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

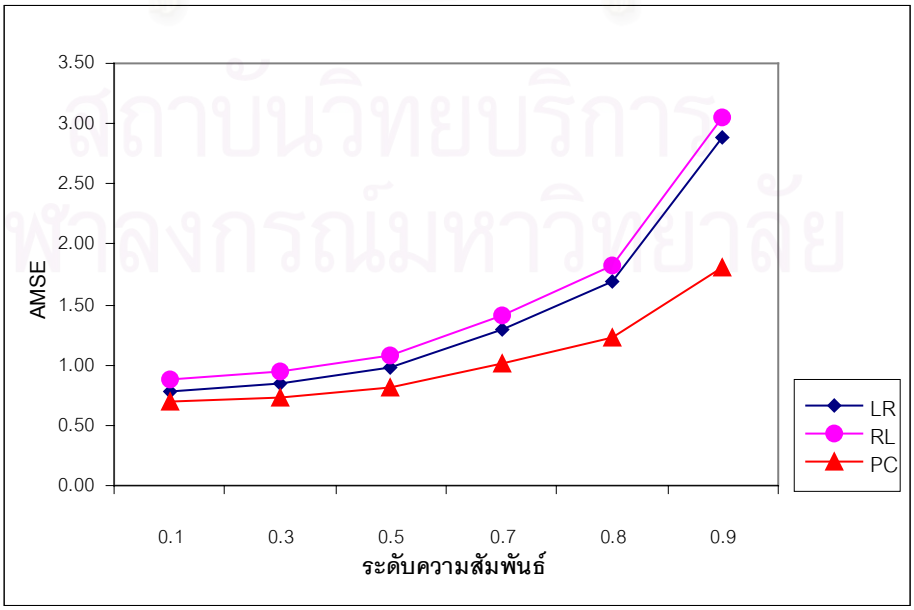
ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.90	15	4.547843 (3.704477)	4.930056 (3.804321)	2.369200 * (1.532846)
	20	3.545225 (2.856761)	3.793251 (2.894167)	2.063359 * (1.336314)
	30	2.893039 (2.562449)	3.052472 (2.617314)	1.800359 * (1.391825)
	40	2.460456 (2.257128)	2.592392 (2.283674)	1.537946 * (1.244957)
	50	1.691296 (1.497768)	1.807861 (1.531412)	1.153927 * (0.917929)
	60	1.435031 (1.275126)	1.533570 (1.314128)	1.012037 * (0.813946)
	70	1.140869 (0.984992)	1.239417 (0.999732)	0.831818 * (0.649520)
	80	1.119679 (1.029072)	1.223854 (0.937416)	0.845825 * (0.726007)
	90	0.926266 (0.828978)	1.026689 (0.900413)	0.719989 * (0.604248)
	100	0.787986 (0.689818)	0.890059 (0.814132)	0.616581 * (0.502267)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

รูปที่4.1.3.2 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 15

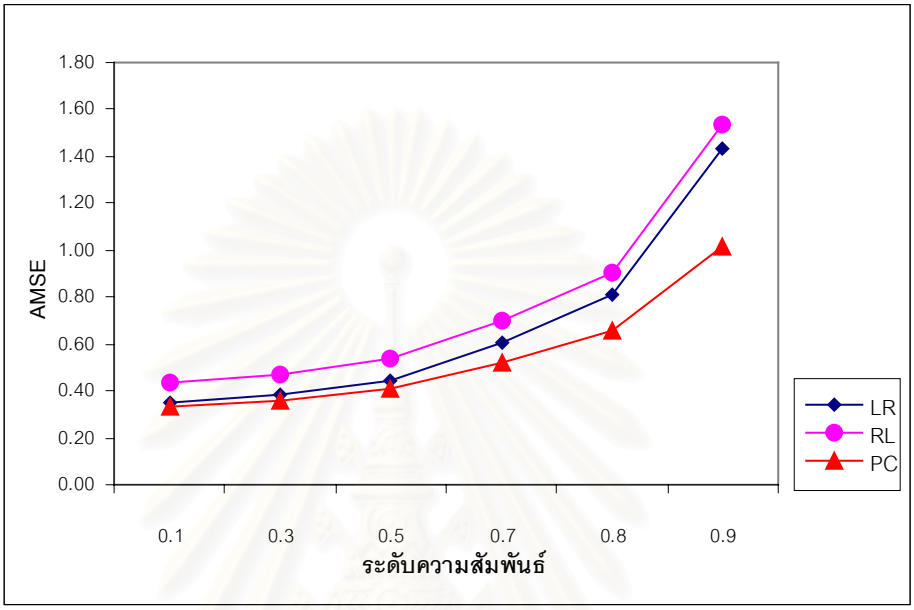


รูปที่4.1.3.2(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 30

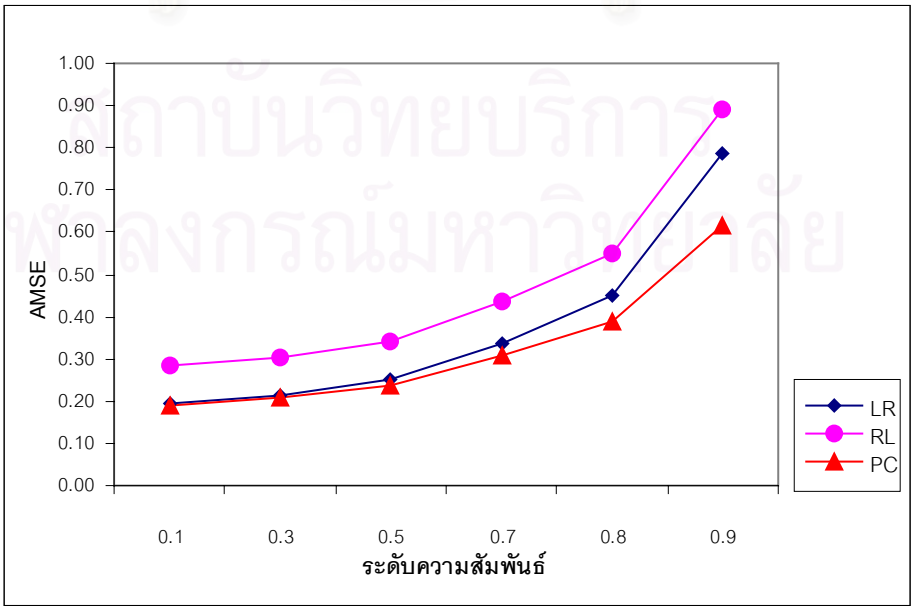


สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่4.1.3.2(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 60



รูปที่4.1.3.2(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 100



จากตารางที่ 4.1.3.2 เราสามารถสรุปผลการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธีPC วิธีLR และวิธีRL เมื่อ**จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% โดยที่ความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ** 5.0 จำแนกตามระดับพหุสัมพันธ์ได้ดังนี้

1. **ความสัมพันธ์ระดับต่ำ**(ρ =0.10, ρ =0.30)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ วิธีPC จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดสำหรับทุกขนาดตัวอย่างที่กำหนด รองลงมาคือวิธีLR และวิธีRL ตามลำดับ

2. **ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง**(ρ =0.50, ρ =0.70)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ปานกลาง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

3. **ความสัมพันธ์ระดับสูง**(ρ =0.80, ρ =0.90)

สำหรับระดับความสัมพันธ์สูง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

ข้อสรุป

จากตารางที่ 4.1.3.2 วิธีPC วิธีRL และ วิธีLR ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับพหุสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ โดยที่วิธีRL เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กจะเป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE สูงกว่าวิธีPCอย่างเห็นได้ชัดเจนขึ้น และเมื่อระดับพหุสัมพันธ์สูงขึ้นเราจะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ของทั้ง 3 วิธีได้ชัดขึ้น โดยจะพบว่า วิธีPC เป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธีLR และวิธีRL ตามลำดับ และจะสังเกตได้ว่าค่า AMSE ของทุกวิธีจะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$ ลดลง จึงทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ตารางที่4.1.3.3 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.10	15	6.179922 (1.988546)	6.350967 (1.998763)	4.448305 * (1.520634)
	20	4.593972 (0.962709)	4.704486 (0.988546)	3.610334 * (0.775938)
	30	3.131551 (0.595793)	3.222659 (0.603422)	2.624959 * (0.530605)
	40	2.413374 (0.424663)	2.498468 (0.447613)	2.073803 * (0.357529)
	50	1.690615 (0.392211)	1.773760 (0.401312)	1.495364 * (0.356115)
	60	1.393839 (0.313081)	1.477262 (0.334167)	1.268233 * (0.292683)
	70	1.178286 (0.299184)	1.263816 (0.312132)	1.084745 * (0.284001)
	80	1.031814 (0.221468)	1.118528 (0.243466)	0.959563 * (0.210503)
	90	0.879039 (0.219601)	0.967773 (0.231064)	0.826058 * (0.211659)
	100	0.784544 (0.196716)	0.870431 (0.217352)	0.737943 * (0.189336)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.3.3(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.30	15	6.349934 (2.042334)	6.543245 (2.057321)	4.503523 * (1.619179)
	20	4.803741 (0.934269)	4.926839 (0.941687)	3.722974 * (0.797279)
	30	3.372942 (0.806696)	3.471029 (0.883264)	2.786045 * (0.677979)
	40	2.643634 (0.668701)	2.732366 (0.703162)	2.232367 * (0.521532)
	50	1.848050 (0.457885)	1.932847 (0.491765)	1.610747 * (0.394448)
	60	1.521474 (0.345793)	1.606474 (0.381321)	1.365226 * (0.308496)
	70	1.274993 (0.300646)	1.352927 (0.334562)	1.158992 * (0.278118)
	80	1.138268 (0.299818)	1.228230 (0.321736)	1.045161 * (0.270937)
	90	0.966880 (0.254389)	1.059253 (0.302143)	0.897951 * (0.238194)
	100	0.856169 (0.210458)	0.944736 (0.241174)	0.796465 * (0.196772)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.3.3(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.50	15	6.977102 (2.498020)	7.197942 (2.583167)	4.793805 * (1.829074)
	20	5.335556 (1.334936)	5.474463 (1.384322)	4.019403 * (1.014172)
	30	3.883542 (1.375079)	3.990355 (1.410124)	3.120988 * (1.037215)
	40	3.101862 (1.208138)	3.195816 (1.256739)	2.540550 * (0.877981)
	50	2.156080 (0.729876)	2.244245 (0.784362)	1.833757 * (0.575318)
	60	1.780530 (0.570406)	1.868355 (0.601141)	1.559554 * (0.464458)
	70	1.474600 (0.538508)	1.565776 (0.583967)	1.311260 * (0.370777)
	80	1.351319 (0.523719)	1.444945 (0.552884)	1.214716 * (0.446414)
	90	1.140505 (0.404402)	1.236498 (0.436627)	1.038447 * (0.356249)
	100	0.999619 (0.320831)	1.091521 (0.361529)	0.912641 * (0.280135)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.3.3(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.70	15	8.774242 (4.240862)	9.046892 (4.312166)	5.615555 * (2.445213)
	20	6.759799 (2.884824)	6.925597 (2.897653)	4.776796 * (1.756256)
	30	5.156073 (2.842463)	5.276029 (2.881146)	3.904558 * (1.903603)
	40	4.220164 (2.518609)	4.322133 (2.610432)	3.243181 * (1.684533)
	50	2.910166 (1.556964)	3.004454 (1.595361)	2.353710 * (1.125184)
	60	2.425218 (1.283552)	2.516862 (1.317145)	2.021096 * (0.963489)
	70	1.975437 (0.969926)	2.070254 (0.983726)	1.678191 * (0.746653)
	80	1.871094 (1.113721)	1.968759 (1.160473)	1.612704 * (0.894056)
	90	1.563781 (0.863217)	1.662961 (0.897412)	1.369467 * (0.711261)
	100	1.352669 (0.697995)	1.448341 (0.730544)	1.189435 * (0.569739)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.3.3(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.80	15	11.125110 (6.799625)	11.457330 (6.883959)	6.614288 * (3.329481)
	20	8.607572 (4.999697)	8.802192 (5.210743)	5.675069 * (2.710264)
	30	6.766744 (4.702499)	6.899492 (4.789631)	4.805897 * (2.906442)
	40	5.630359 (4.156674)	5.739563 (4.214364)	4.045254 * (2.596983)
	50	3.869637 (2.653652)	3.969953 (2.731644)	2.964698 * (1.808107)
	60	3.249487 (2.228480)	3.343723 (2.243916)	2.567864 * (1.580835)
	70	2.617992 (1.700466)	2.714661 (1.731064)	2.117520 * (1.237023)
	80	2.525675 (1.865743)	2.625987 (1.899413)	2.084343 * (1.430440)
	90	2.099007 (1.470917)	2.199290 (1.501392)	1.766364 * (1.157504)
	100	1.801337 (1.206940)	1.899360 (1.243768)	1.523353 * (0.943898)

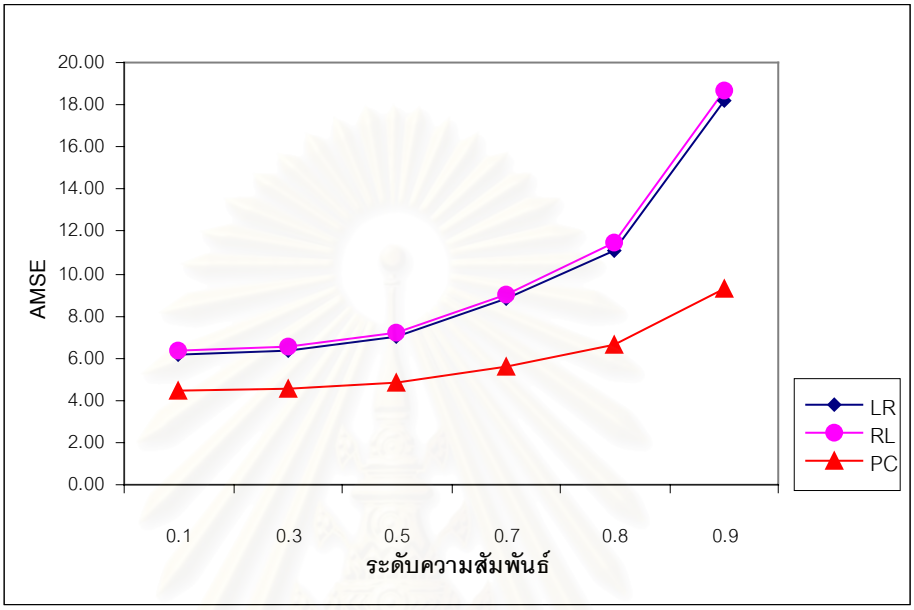
* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.1.3.3(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3

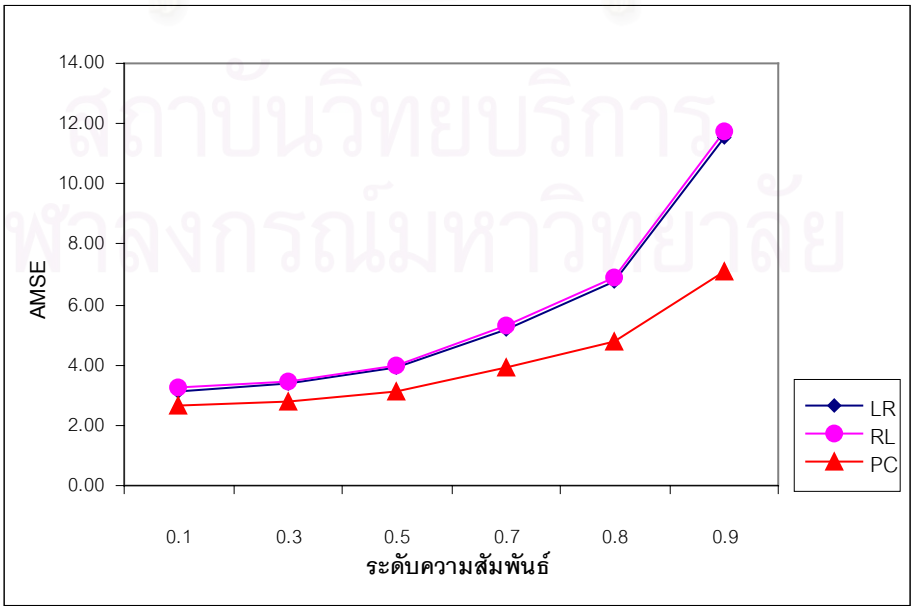
ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
0.90	15	18.188270 (14.816870)	18.691860 (14.903621)	9.331385 * (6.089275)
	20	14.180290 (11.426480)	14.455030 (11.443293)	8.033964 * (5.300759)
	30	11.571950 (10.249810)	11.739270 (10.287654)	7.122580 * (5.509851)
	40	9.841879 (9.028691)	9.968788 (9.077167)	6.094964 * (4.931913)
	50	6.765162 (5.991225)	6.880983 (6.034852)	4.567893 * (3.630873)
	60	5.740079 (5.100472)	5.839421 (5.341230)	4.005176 * (3.218967)
	70	4.563445 (3.93998)	4.662010 (4.056431)	3.284310 * (2.562413)
	80	4.478657 (3.816201)	4.584427 (3.976512)	3.343200 * (2.868751)
	90	3.705038 (3.316123)	3.805149 (3.388764)	2.842505 * (2.382933)
	100	3.151905 (2.759267)	3.254351 (2.772364)	2.432845 * (1.979656)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

รูปที่4.1.3.3 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 15

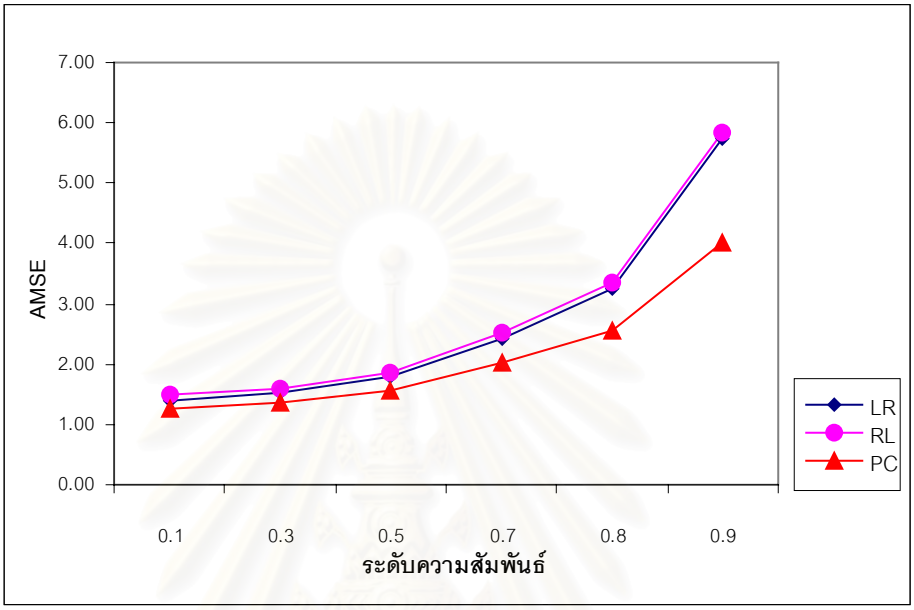


รูปที่4.1.3.2(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 30

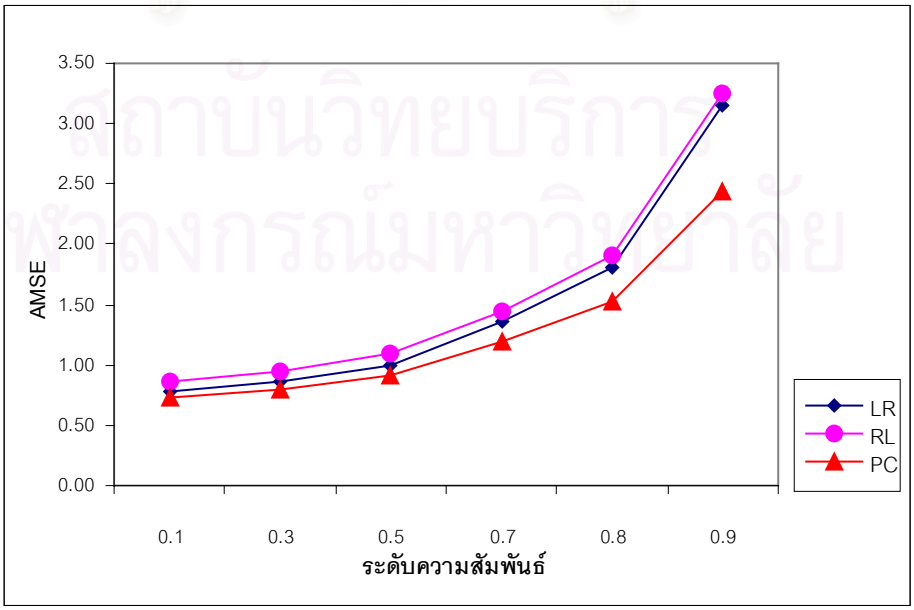


สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่4.1.3.2(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 60



รูปที่4.1.3.2(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 100



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากตารางที่ 4.1.3.3 เราสามารถสรุปผลการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธีPC วิธีLR และวิธีRL เมื่อ**จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% โดยที่ความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ** 10.0 จำแนกตามระดับพหุสัมพันธ์ได้ดังนี้

1. **ความสัมพันธ์ระดับต่ำ**(ρ =0.10, ρ =0.30)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ วิธีPC จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดสำหรับทุกขนาดตัวอย่างที่กำหนด รองลงมาคือวิธีLR และวิธีRL ตามลำดับ

2. **ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง**(ρ =0.50, ρ =0.70)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ปานกลาง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

3. **ความสัมพันธ์ระดับสูง**(ρ =0.80, ρ =0.90)

สำหรับระดับความสัมพันธ์สูง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

ข้อสรุป

จากตารางที่ 4.1.3.3 วิธีPC วิธีRL และ วิธีLR ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับพหุสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ โดยที่วิธีRL เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กจะเป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE สูงกว่าวิธีPCอย่างเห็นได้ชัดเจนขึ้น และเมื่อระดับพหุสัมพันธ์สูงขึ้นเราจะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ของทั้ง 3 วิธีได้ชัดขึ้น โดยจะพบว่า วิธีPC เป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธีLR และวิธีRL ตามลำดับ และจะสังเกตได้ว่าค่า AMSE ของทุกวิธีจะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$ ลดลง จึงทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ตารางที่4.2.1.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.10,0.30)	15	0.091084 (0.037124)	0.085258 (0.032844)	0.082857 * (0.031916)
	20	0.074941 (0.037393)	0.073785 (0.035226)	0.070729 * (0.034809)
	30	0.049689 (0.019942)	0.047526 (0.019787)	0.044329 * (0.019421)
	40	0.028159 (0.006996)	0.028001 (0.006934)	0.027837 * (0.006900)
	50	0.021467 (0.006969)	0.021405 (0.006940)	0.021317 * (0.006934)
	60	0.181247 (0.004539)	0.1813976 (0.004527)	0.018021 * (0.004509)
	70	0.015408 (0.004076)	0.015379 (0.004067)	0.015342 * (0.004063)
	80	0.013137 (0.003342)	0.013104 (0.003334)	0.013092 * (0.003328)
	90	0.011505 (0.002780)	0.011499 (0.002771)	0.011468 * (0.002768)
	100	0.010382 (0.002222)	0.010347 (0.002220)	0.010335 * (0.002219)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.2.1.1(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.50,0.70)	15	0.154034 (0.082998)	0.117797 (0.064481)	0.114020 * (0.052184)
	20	0.126957 (0.078734)	0.104391 (0.057469)	0.100546 * (0.056561)
	30	0.078651 (0.043206)	0.071643 (0.035913)	0.068182 * (0.035478)
	40	0.43185 (0.018052)	0.043253 (0.017527)	0.041072 * (0.016537)
	50	0.034819 (0.015717)	0.032086 (0.015493)	0.031801 * (0.015000)
	60	0.028832 (0.011465)	0.027731 (0.011372)	0.026571 * (0.010999)
	70	0.025571 (0.010636)	0.023285 (0.010443)	0.023081 * (0.010251)
	80	0.022280 (0.008929)	0.020170 (0.008703)	0.019932 * (0.008677)
	90	0.019355 (0.007517)	0.017893 (0.007411)	0.017131 * (0.007349)
	100	0.017612 (0.006458)	0.016809 (0.006432)	0.015437 * (0.006340)

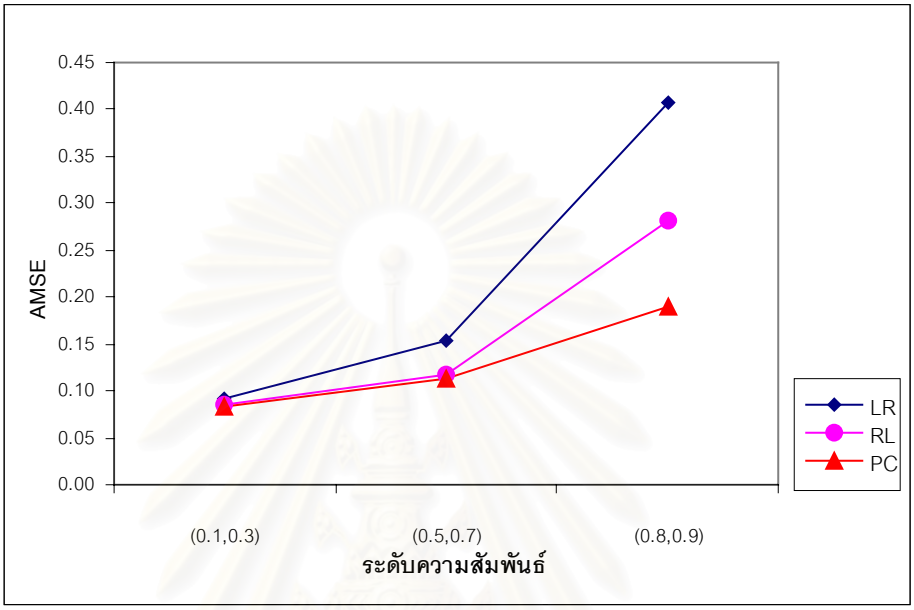
* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.2.1.1(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

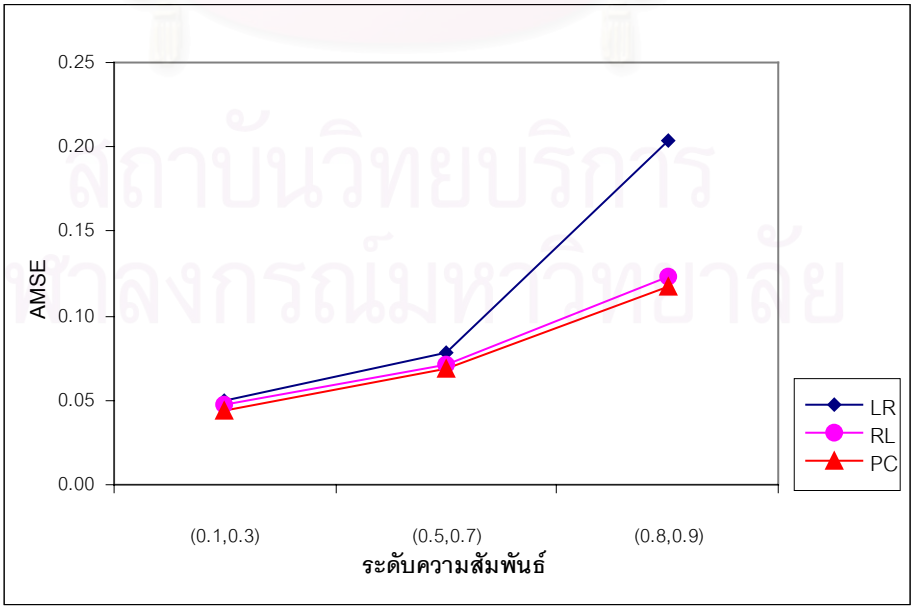
ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.80,0.90)	15	0.408319 (0.289659)	0.281762 (0.184432)	0.190577 * (0.113747)
	20	0.329112 (0.259316)	0.199518 (0.143567)	0.165923 * (0.112983)
	30	0.204333 (0.144488)	0.122971 (0.078353)	0.117731 * (0.073168)
	40	0.102924 (0.064464)	0.079669 (0.048431)	0.076188 * (0.043244)
	50	0.078508 (0.054373)	0.066193 (0.043867)	0.063191 * (0.040716)
	60	0.062312 (0.041738)	0.055735 (0.038419)	0.052473 * (0.032849)
	70	0.054539 (0.039316)	0.049550 (0.032718)	0.046707 * (0.031564)
	80	0.046962 (0.031943)	0.043755 (0.028276)	0.041046 * (0.026561)
	90	0.039988 (0.027887)	0.038761 (0.025008)	0.036066 * (0.024163)
	100	0.035867 (0.024232)	0.035338 (0.022814)	0.032687 * (0.021269)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

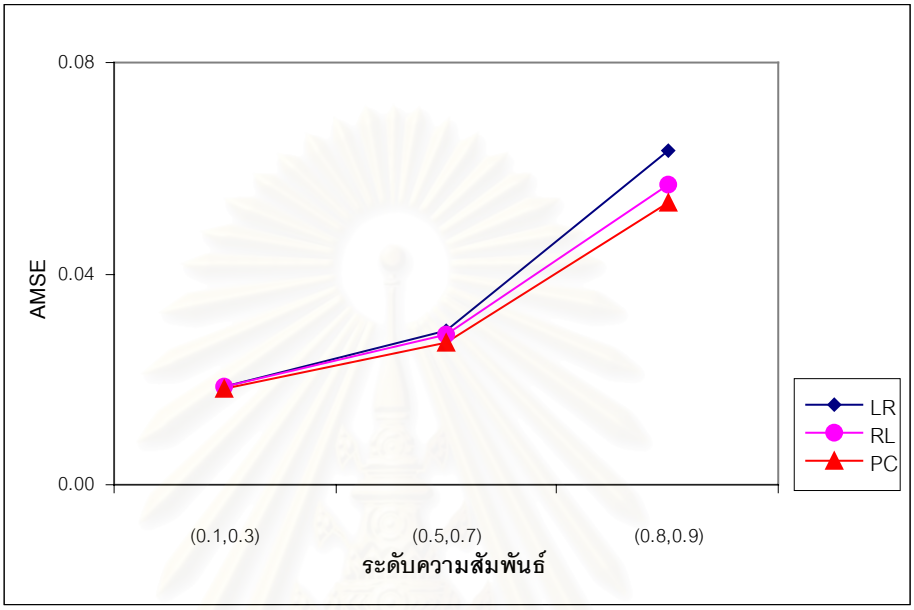
รูปที่4.2.1.1 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 15



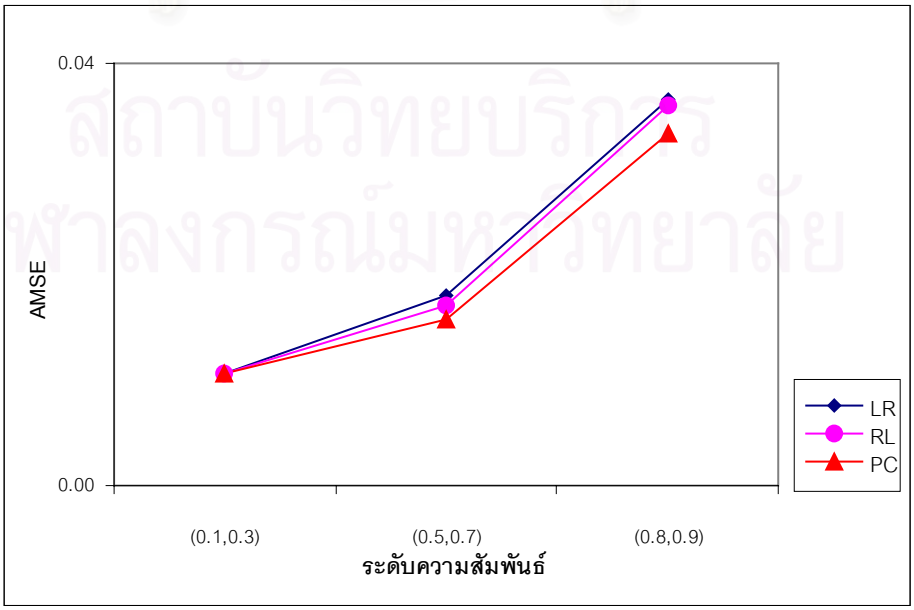
รูปที่4.2.1.1(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 30



รูปที่4.2.1.1(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 60



รูปที่4.2.1.1(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 100



จากตารางที่ 4.2.1.1 เราสามารถสรุปผลการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธีPC วิธีLR และวิธีRL เมื่อ**จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15% โดยที่ความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ** 1.0 จำแนกตามระดับพหุสัมพันธ์ได้ดังนี้

1. **ความสัมพันธ์ระดับต่ำ** (ρ = (0.10,0.30))

สำหรับระดับความสัมพันธ์เท่ากับ (0.10,0.30) จะพบว่าในทุกๆขนาดตัวอย่าง คือ n = 15,20,30,40,50,60,70,80,90 และ 100 วิธีPC วิธีRL และ วิธีLR ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกันโดยที่วิธีPC ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธีRL และวิธีLR ตามลำดับ

2. **ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง** (ρ =(0.50,0.70))

สำหรับระดับความสัมพันธ์เท่ากับ (0.50,0.70) จะพบว่าในทุกๆขนาดตัวอย่าง คือ n = 15,20,30,40,50,60,70,80,90 และ 100 วิธีRL และ วิธีPC ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน โดยเมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ขึ้น วิธีLR ก็ให้ผลใกล้เคียงกันกับวิธีRL และ วิธีPC เช่นกัน จะสังเกตได้ว่าในทุกขนาดตัวอย่างวิธีPC เป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธีRL และ วิธีLR ตามลำดับ

3. **ความสัมพันธ์ระดับสูง**(ρ =(0.80, 0.90))

สำหรับระดับความสัมพันธ์เท่ากับ (0.80,0.90) ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง

ข้อสรุป

จากตารางที่ 4.2.1.1 วิธีPC วิธีRL และ วิธีLR ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกันมาก โดยเฉพาะเมื่อระดับพหุสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ โดยเมื่อระดับพหุสัมพันธ์สูงขึ้นเราจะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ของทั้ง 3 วิธีได้ชัดขึ้น โดยจะพบว่า วิธีPC เป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธีRL และวิธีLR ตามลำดับ และจะสังเกตได้ว่าค่า AMSE ของทุกวิธีจะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$ ลดลง จึงทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ตารางที่4.2.1.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.10,0.30)	15	2.277548 (0.929215)	1.607046 (0.621403)	1.569005 * (0.510700)
	20	1.873724 (0.935439)	1.401243 (0.600024)	1.365383 * (0.580958)
	30	1.142113 (0.498701)	0.987269 (0.391465)	0.914556 * (0.376336)
	40	0.703908 (0.174799)	0.664441 (0.150314)	0.615302 * (0.146437)
	50	0.536625 (0.174403)	0.517157 (0.143762)	0.489192 * (0.134313)
	60	0.453079 (0.113705)	0.437221 (0.108346)	0.418691 * (0.102761)
	70	0.385161 (0.101907)	0.373164 (0.098762)	0.361052 * (0.095415)
	80	0.328383 (0.083555)	0.318442 (0.081145)	0.310327 * (0.077525)
	90	0.287559 (0.069609)	0.279451 (0.066954)	0.274977 * (0.066242)
	100	0.258973 (0.055628)	0.251346 (0.053876)	0.248894 * (0.053127)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.2.1.2(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.50,0.70)	15	3.851667 (2.076866)	2.249506 (0.976097)	2.192354 * (0.915731)
	20	3.174246 (1.969420)	1.972071 (1.045397)	1.919271 * (0.985607)
	30	1.966187 (1.080414)	1.412072 (0.745392)	1.327232 * (0.632409)
	40	1.080263 (0.451962)	0.895550 (0.374165)	0.843394* (0.309632)
	50	0.820350 (0.393032)	0.733712 (0.354217)	0.678214 * (0.298130)
	60	0.680722 (0.286852)	0.636006 (0.264978)	0.578445 * (0.224159)
	70	0.589247 (0.265920)	0.564137 (0.237772)	0.509530 * (0.212358)
	80	0.506946 (0.223264)	0.499053 (0.208763)	0.444106 * (0.182624)
	90	0.443832 (0.188030)	0.425913 (0.173412)	0.390032 * (0.159957)
	100	0.390233 (0.161510)	0.380164 (0.153422)	0.353873 * (0.138476)

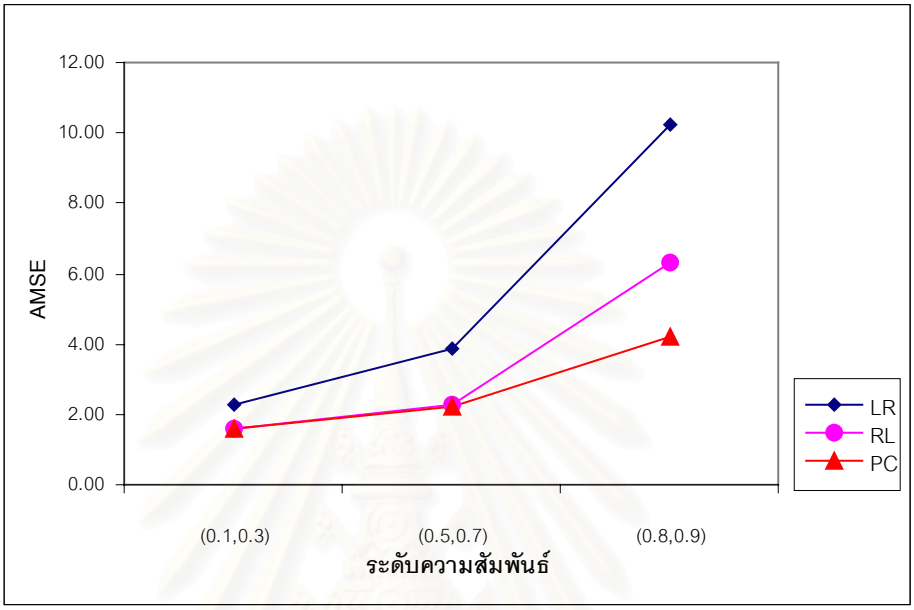
* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.2.1.2(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

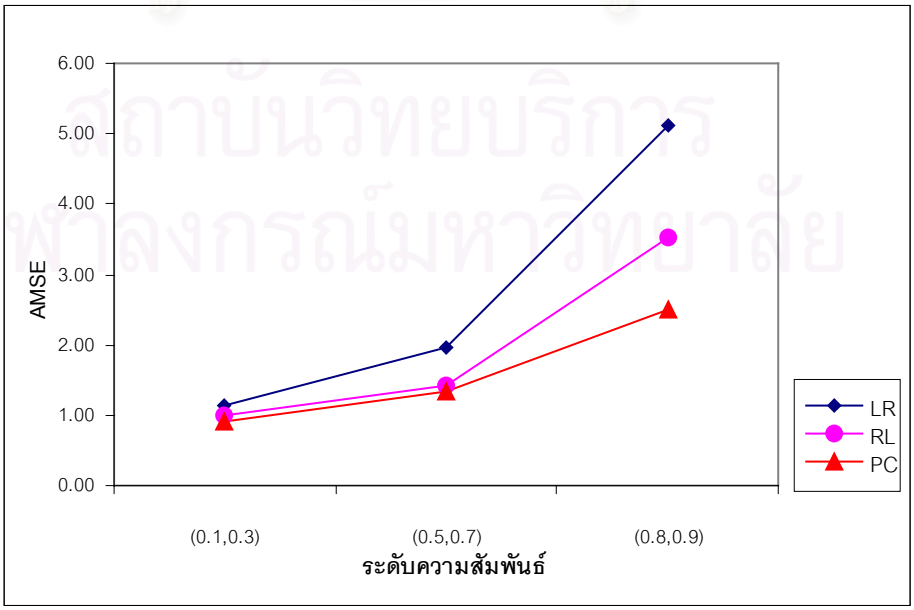
ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.80,0.90)	15	10.211060 (7.246620)	6.315290 (3.413268)	4.227249 * (2.530941)
	20	8.229195 (6.485618)	4.810528 (2.675369)	3.607007 * (2.453795)
	30	5.108368 (3.612582)	3.525649 (2.008713)	2.493772 * (1.517995)
	40	2.573014 (1.611487)	1.885312 (1.002940)	1.530621 * (0.824695)
	50	1.962393 (1.359275)	1.338529 (0.876543)	1.276233 * (0.780605)
	60	1.557616 (1.043624)	1.252331 (0.794416)	1.074747 * (0.641299)
	70	1.363462 (0.982933)	1.136126 (0.734191)	0.968701 * (0.622965)
	80	1.174013 (0.798623)	0.978106 (0.700942)	0.851791 * (0.524739)
	90	0.999586 (0.697256)	0.830876 (0.534962)	0.764099 * (0.490921)
	100	0.896521 (0.605874)	0.762408 (0.500091)	0.695549 * (0.431316)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

รูปที่4.2.1.2 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 15

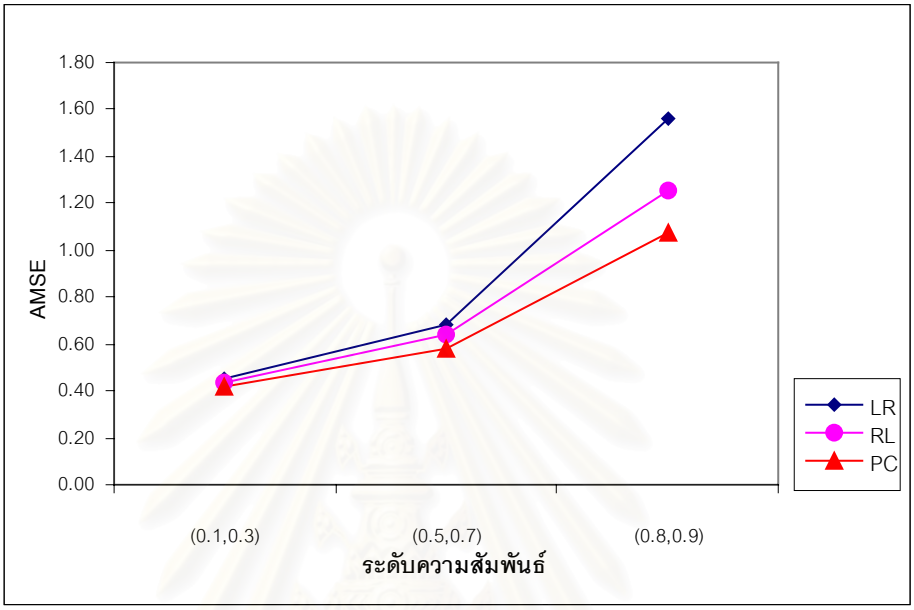


รูปที่4.2.1.2(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 30

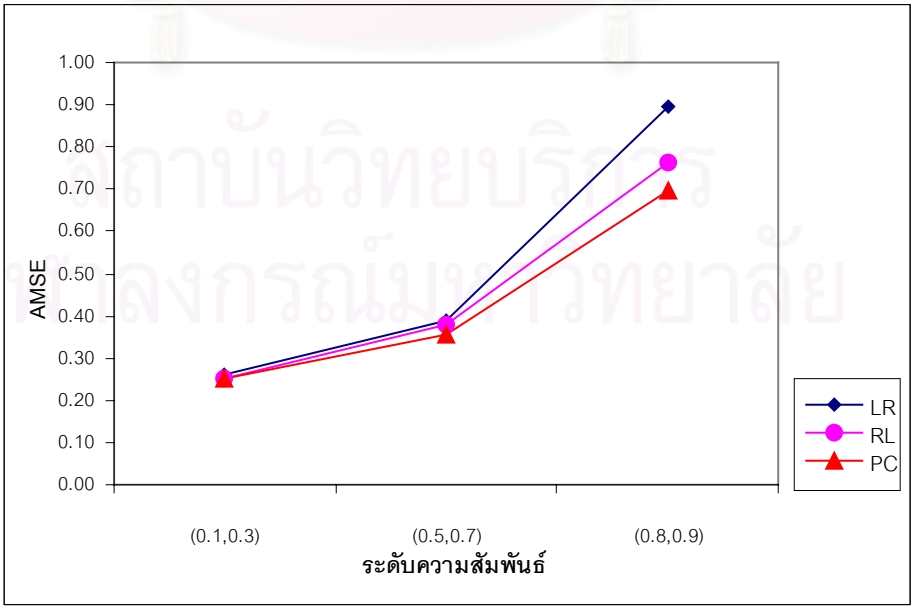


สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่4.2.1.2(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 60



รูปที่4.2.1.2(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 100



จากตารางที่ 4.2.1.2 เราสามารถสรุปผลการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธีPC วิธีLR และวิธีRL เมื่อ**จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15% โดยที่ความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ** 5.0 จำแนกตามระดับพหุสัมพันธ์ได้ดังนี้

1. **ความสัมพันธ์ระดับต่ำ** (ρ = (0.10,0.30))

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ วิธีPC จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดสำหรับทุกขนาดตัวอย่างที่กำหนด รองลงมาคือวิธีRL และวิธีLR ตามลำดับ

2. **ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง** (ρ =(0.50,0.70))

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

3. **ความสัมพันธ์ระดับสูง**(ρ =(0.80, 0.90))

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับสูง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

ข้อสรุป

จากตารางที่ 4.1.1.2 วิธีPC วิธีRL และ วิธีLR ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับพหุสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ โดยที่วิธีLR เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กจะเป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE สูงกว่าวิธีอื่นๆอย่างเห็นได้ชัดเจนขึ้น และเมื่อระดับพหุสัมพันธ์สูงขึ้นเราจะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ของทั้ง 3 วิธีได้ชัดขึ้น โดยจะพบว่า วิธีPC เป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธีRL และวิธีLR ตามลำดับ และจะสังเกตได้ว่าค่า AMSE ของทุกวิธีจะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$ ลดลง จึงทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ตารางที่4.2.1.3 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.10,0.30)	15	9.110462 (3.717425)	7.054163 (2.134216)	6.027019 * (1.925133)
	20	7.495033 (3.742061)	5.848937 (2.549317)	5.218977 * (2.163038)
	30	4.568433 (1.994869)	3.944991 (1.734957)	3.482972 * (1.390694)
	40	2.815617 (0.699146)	2.397722 (0.555283)	2.328668 * (0.536787)
	50	2.146494 (0.697694)	1.901622 (0.581064)	1.854914 * (0.573027)
	60	1.812326 (0.454917)	1.673017 (0.410395)	1.596485 * (0.385658)
	70	1.540643 (0.407615)	1.436898 (0.379842)	1.379247 * (0.360951)
	80	1.313529 (0.334212)	1.234857 (0.300419)	1.186872 * (0.293142)
	90	1.150236 (0.278474)	1.080602 (0.258763)	1.056843 * (0.253758)
	100	1.035883 (0.222530)	1.007844 (0.217546)	0.957908 * (0.203012)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.2.1.3(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.50,0.70)	15	15.407130 (8.308449)	10.658846 (4.937625)	8.617683 * (3.593469)
	20	12.697180 (7.878217)	8.563597 (4.316472)	7.523083 * (3.846414)
	30	7.864742 (4.321785)	5.850439 (3.194123)	5.185333 * (2.453297)
	40	4.321035 (1.807769)	3.708570 (1.239507)	3.256530 * (1.184896)
	50	3.281361 (1.572161)	2.877754 (1.343626)	2.610961 * (1.135643)
	60	2.722880 (1.147500)	2.387760 (0.917413)	2.230633 * (0.856961)
	70	2.357000 (1.063675)	2.120012 (0.948445)	1.966855 * (0.813390)
	80	2.027785 (0.893054)	1.866192 (0.739124)	1.712190 * (0.697404)
	90	1.735331 (0.752155)	1.580397 (0.689786)	1.505551 * (0.613024)
	100	1.560923 (0.646047)	1.422521 (0.583492)	1.365992 * (0.529075)

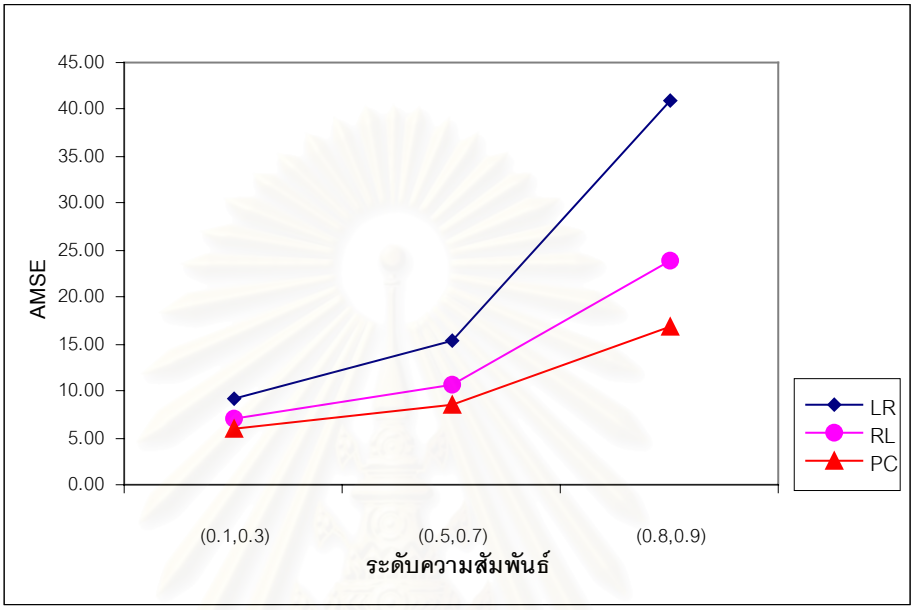
* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.2.1.3(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

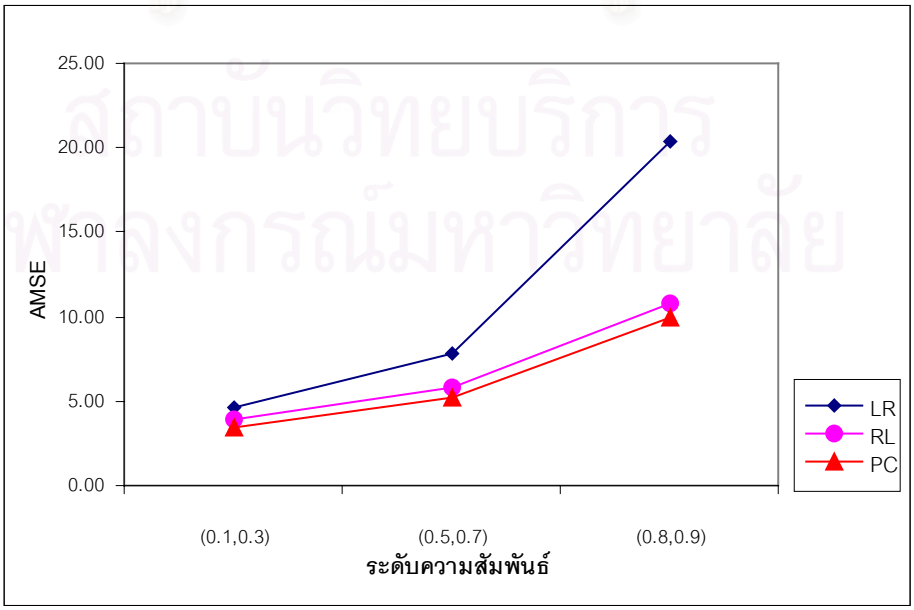
ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.80,0.90)	15	40.845930 (28.989160)	23.873020 (11.964021)	16.835230 * (10.086400)
	20	32.917560 (25.943890)	16.365390 (10.041935)	14.350010 * (9.765330)
	30	20.433540 (14.450520)	10.786432 (7.006392)	9.906280 * (6.027938)
	40	10.292050 (6.445872)	7.610371 (3.875412)	6.044592 * (3.252969)
	50	7.849455 (5.437062)	6.098431 (3.099567)	5.031557 * (3.070426)
	60	6.230409 (4.174571)	4.831479 (2.639576)	4.234701 * (2.524219)
	70	5.453879 (3.931733)	4.183699 (2.489765)	3.819092 * (2.452312)
	80	4.696064 (3.194495)	3.818715 (2.324761)	3.354302 * (2.061568)
	90	3.998324 (2.789045)	3.275529 (2.095766)	3.008460 * (1.929244)
	100	3.586093 (2.423516)	2.993408 (1.985438)	2.737144 * (1.692685)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

รูปที่4.2.1.3 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 15

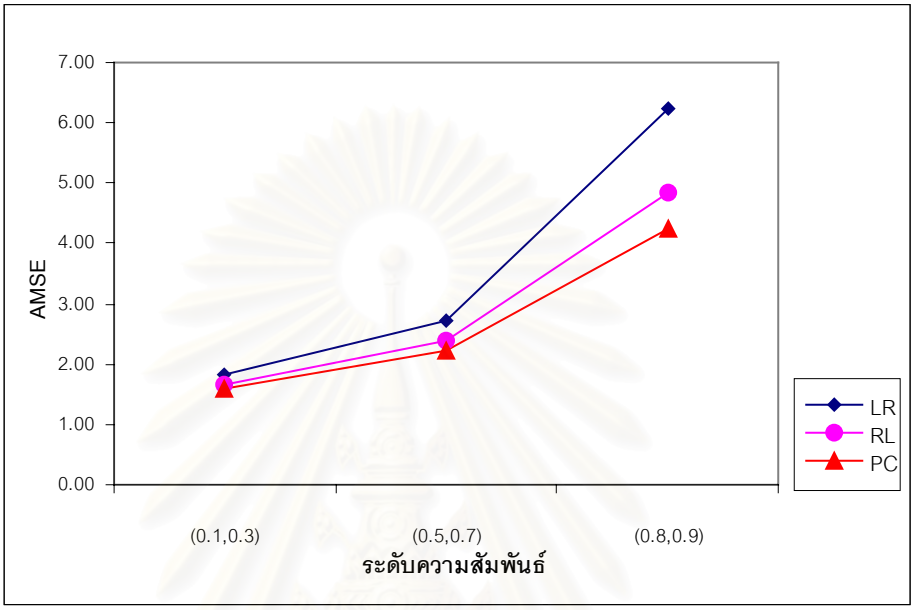


รูปที่4.2.1.3(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 30

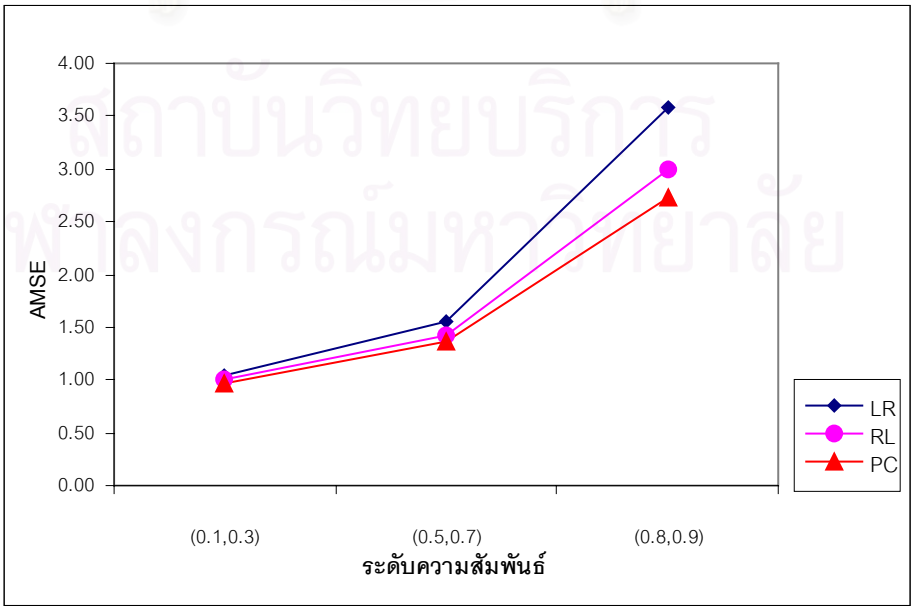


สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่4.2.1.3(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 60



รูปที่4.2.1.3(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 100



จากตารางที่ 4.2.1.3 เราสามารถสรุปผลการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธีPC วิธีLR และวิธีRL เมื่อ**จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15% โดยที่ความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ** 10.0 จำแนกตามระดับพหุสัมพันธ์ได้ดังนี้

1. **ความสัมพันธ์ระดับต่ำ** (ρ = (0.10,0.30))

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ วิธีPC จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดสำหรับทุกขนาดตัวอย่างที่กำหนด รองลงมาคือวิธีRL และวิธีLR ตามลำดับ

2. **ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง** (ρ =(0.50,0.70))

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

3. **ความสัมพันธ์ระดับสูง**(ρ =(0.80, 0.90))

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับสูง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

ข้อสรุป

จากตารางที่ 4.2.1.3 วิธีPC วิธีRL และ วิธีLR ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับพหุสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ โดยที่วิธีLR เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กจะเป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE สูงกว่าวิธีอื่นๆอย่างเห็นได้ชัดเจนขึ้น และเมื่อระดับพหุสัมพันธ์สูงขึ้นเราจะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ของทั้ง 3 วิธีได้ชัดขึ้น โดยจะพบว่า วิธีPC เป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธีRL และวิธีLR ตามลำดับ และจะสังเกตได้ว่าค่า AMSE ของทุกวิธีจะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$ ลดลง จึงทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ตารางที่4.2.2.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.10,0.30)	15	0.091089 (0.037139)	0.112189 (0.046205)	0.082866 * (0.031908)
	20	0.074943 (0.037402)	0.094839 (0.044723)	0.070729 * (0.034801)
	30	0.045687 (0.019945)	0.066806 (0.039981)	0.044329 * (0.019418)
	40	0.028158 (0.006994)	0.044043 (0.023762)	0.027839 * (0.006897)
	50	0.021466 (0.006972)	0.036449 (0.012628)	0.021318 * (0.006935)
	60	0.018124 (0.004543)	0.032775 (0.013401)	0.018022 * (0.004511)
	70	0.015407 (0.004076)	0.029762 (0.013144)	0.015343 * (0.004062)
	80	0.013136 (0.003342)	0.027485 (0.012178)	0.013092 * (0.003328)
	90	0.011503 (0.002782)	0.025946 (0.011963)	0.011468 * (0.002769)
	100	0.010360 (0.002224)	0.024936 (0.010073)	0.010335 * (0.002220)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.2.2.1(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.50,0.70)	15	0.154045 (0.083025)	0.182732 (0.096643)	0.114032 * (0.052174)
	20	0.126961 (0.078749)	0.150329 (0.079046)	0.100549 * (0.056550)
	30	0.078649 (0.043209)	0.100494 (0.050424)	0.068182 * (0.035474)
	40	0.043212 (0.018082)	0.059612 (0.022085)	0.041055 * (0.016553)
	50	0.032817 (0.015719)	0.049442 (0.018625)	0.031803 * (0.014998)
	60	0.027230 (0.011469)	0.044190 (0.018001)	0.026574 * (0.010999)
	70	0.023570 (0.010636)	0.039463 (0.014708)	0.023083 * (0.010249)
	80	0.020279 (0.008930)	0.035977 (0.013414)	0.019934 * (0.008676)
	90	0.017354 (0.007519)	0.033029 (0.012570)	0.017131 * (0.007349)
	100	0.015611 (0.006459)	0.031541 (0.011743)	0.015438 * (0.006340)

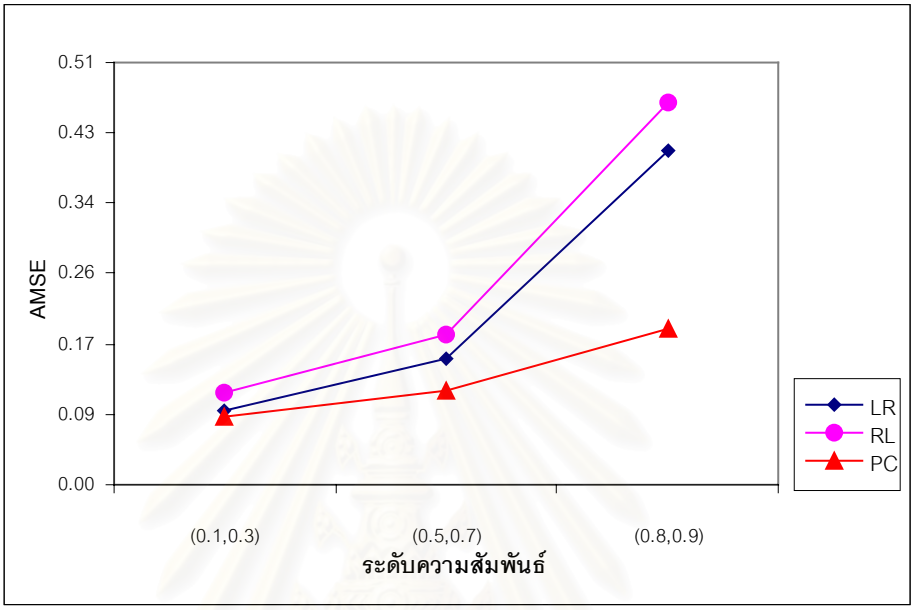
* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.2.2.1(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

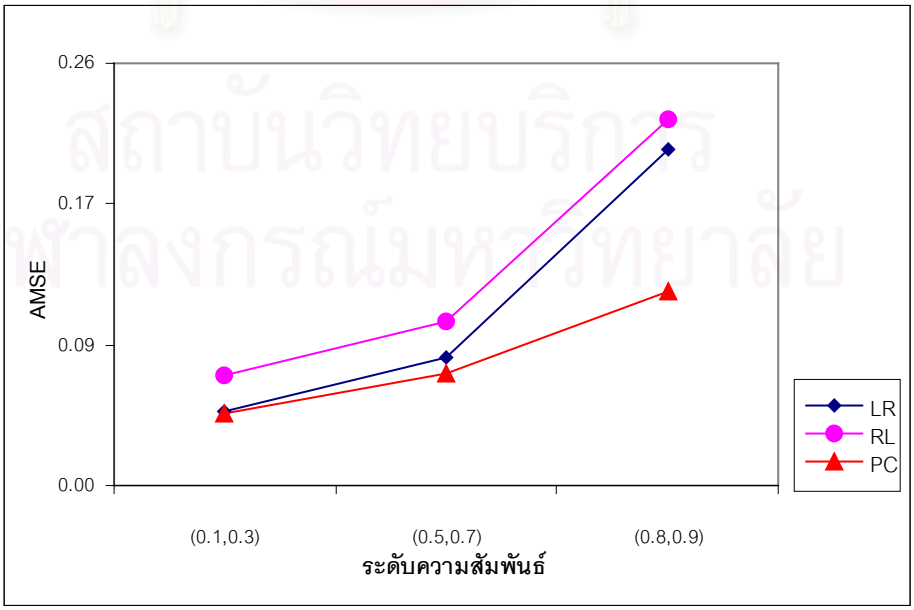
ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.80,0.90)	15	0.408362 (0.289731)	0.465392 (0.320761)	0.190609 * (0.113761)
	20	0.329131 (0.259354)	0.366115 (0.271615)	0.165945 * (0.112991)
	30	0.204333 (0.144494)	0.222791 (0.154789)	0.117737 * (0.073165)
	40	0.102922 (0.064463)	0.122079 (0.068867)	0.076195 * (0.043231)
	50	0.078503 (0.054372)	0.097954 (0.058322)	0.063197 * (0.040703)
	60	0.062309 (0.041741)	0.085670 (0.045086)	0.052479 * (0.032841)
	70	0.054538 (0.039317)	0.075177 (0.041302)	0.046713 * (0.031556)
	80	0.046961 (0.031944)	0.066510 (0.032928)	0.041051 * (0.026556)
	90	0.039986 (0.027888)	0.058827 (0.028693)	0.036069 * (0.024159)
	100	0.035862 (0.024233)	0.054753 (0.026482)	0.032690 * (0.021267)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

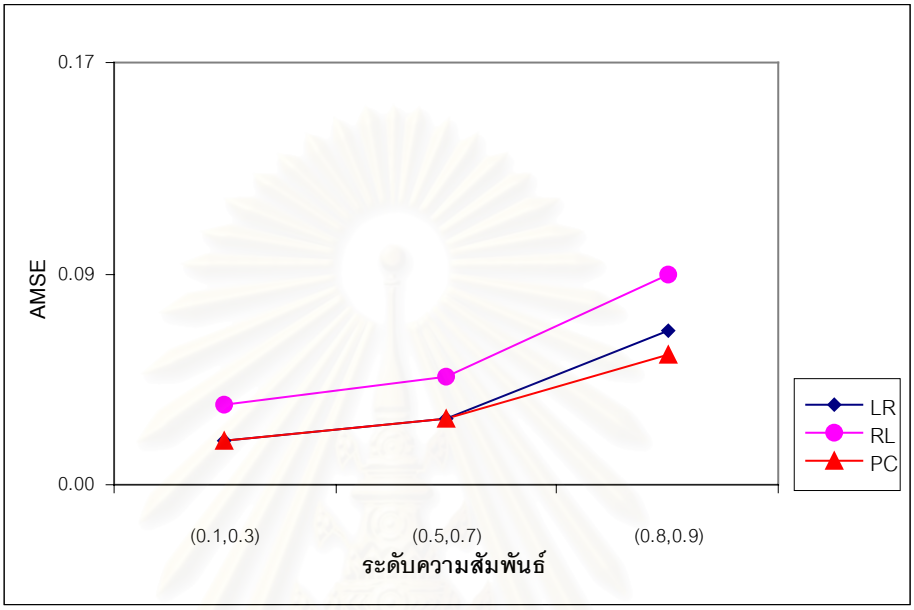
รูปที่4.2.2.1 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 15



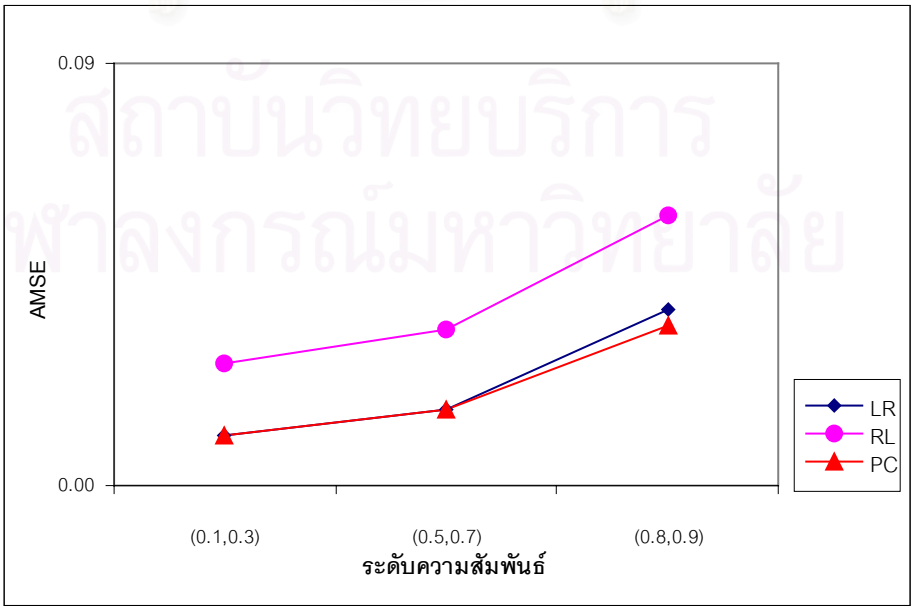
รูปที่4.2.2.1(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 30



รูปที่4.2.2.1(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 60



รูปที่4.2.2.1(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 100



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากตารางที่ 4.2.2.1 เราสามารถสรุปผลการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธีPC วิธีLR และวิธีRL เมื่อ**จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% โดยที่ความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ** 1.0 จำแนกตามระดับพหุสัมพันธ์ได้ดังนี้

1. **ความสัมพันธ์ระดับต่ำ**(ρ =(0.10,0.30))

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ วิธีPC จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดสำหรับทุกขนาดตัวอย่างที่กำหนด รองลงมาคือวิธีLR และวิธีRL ตามลำดับ

2. **ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง**(ρ =(0.50, 0.70))

สำหรับระดับความสัมพันธ์ปานกลาง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

3. **ความสัมพันธ์ระดับสูง**(ρ =(0.80, 0.90))

สำหรับระดับความสัมพันธ์สูง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

ข้อสรุป

จากตารางที่ 4.2.2.1 วิธีPC วิธีRL และ วิธีLR ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับพหุสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ โดยที่วิธีRL เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กจะเป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE สูงกว่าวิธีPCอย่างเห็นได้ชัดเจนขึ้น และเมื่อระดับพหุสัมพันธ์สูงขึ้นเราจะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ของทั้ง 3 วิธีได้ชัดขึ้น โดยจะพบว่า วิธีPC เป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธีLR และวิธีRL ตามลำดับ และจะสังเกตได้ว่าค่า AMSE ของทุกวิธีจะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$ ลดลง จึงทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ตารางที่4.2.2.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.10,0.30)	15	2.277586 (0.929295)	2.290667 (0.936445)	1.569051 * (0.510702)
	20	1.873744 (0.935482)	1.889469 (0.942692)	1.365422 * (0.580957)
	30	1.142110 (0.498710)	1.163370 (0.499584)	0.914570 * (0.376319)
	40	0.703906 (0.174792)	0.720003 (0.179196)	0.615319 * (0.146415)
	50	0.536624 (0.174415)	0.551569 (0.178164)	0.489209 * (0.154299)
	60	0.453080 (0.113719)	0.467268 (0.115469)	0.418708 * (0.102758)
	70	0.385161 (0.101905)	0.399277 (0.104782)	0.361065 * (0.095397)
	80	0.328382 (0.083554)	0.342589 (0.084963)	0.310339 * (0.077510)
	90	0.287559 (0.069615)	0.301827 (0.071253)	0.274987 * (0.066234)
	100	0.258971 (0.055631)	0.273546 (0.066314)	0.248904 * (0.053117)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.2.2.2(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.50,0.70)	15	3.851732 (2.077005)	3.866841 (2.081305)	2.192403 * (0.915768)
	20	3.174273 (1.969495)	3.191611 (1.973144)	1.919305 * (0.985631)
	30	1.966186 (1.080432)	1.987829 (1.083421)	1.327239 * (0.632407)
	40	1.080260 (0.451951)	1.096783 (0.457932)	0.843406 * (0.309599)
	50	0.820344 (0.393037)	0.837859 (0.400163)	0.678224 * (0.298104)
	60	0.680721 (0.286865)	0.697520 (0.289317)	0.578455 * (0.224147)
	70	0.589248 (0.265919)	0.604527 (0.267315)	0.509542 * (0.212333)
	80	0.506946 (0.223264)	0.522363 (0.231104)	0.444116 * (0.182603)
	90	0.433832 (0.188035)	0.449201 (0.191015)	0.390041 * (0.159944)
	100	0.390231 (0.161511)	0.406158 (0.173213)	0.353881 * (0.138459)

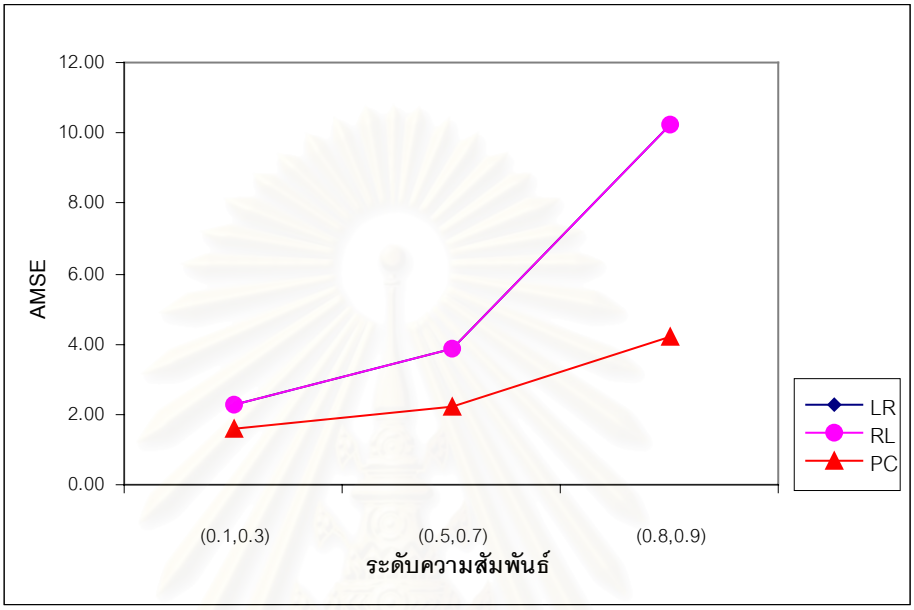
* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.2.2.2(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

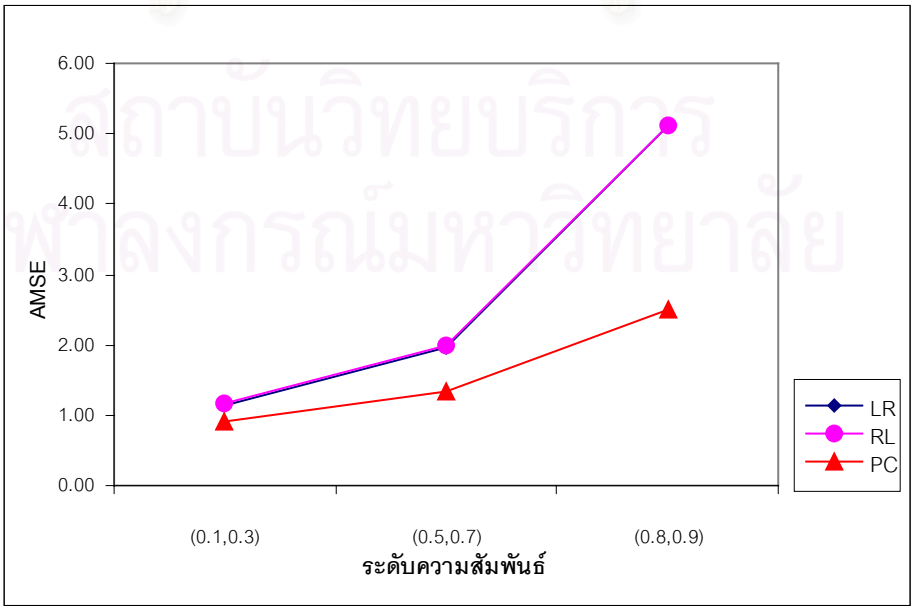
ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.80,0.90)	15	10.211300 (7.247004)	10.220430 (7.250132)	4.227369 * (2.531111)
	20	8.229308 (6.485822)	8.243854 (6.499327)	3.607095 * (2.453915)
	30	5.108377 (3.612609)	5.124818 (3.621350)	2.493787 * (1.518007)
	40	2.573013 (1.611476)	2.592186 (1.617484)	1.530629 * (0.824661)
	50	1.962376 (1.359270)	1.984857 (1.380176)	1.276232 * (0.780570)
	60	1.557607 (1.043635)	1.582173 (1.044392)	1.074748 * (0.641279)
	70	1.363466 (0.982933)	1.382905 (0.987312)	0.968712 * (0.622938)
	80	1.174015 (0.798623)	1.192825 (0.801321)	0.851799 * (0.524717)
	90	0.999582 (0.697259)	1.018609 (0.710082)	0.764102 * (0.490902)
	100	0.896522 (0.605877)	0.914822 (0.613721)	0.695555 * (0.431297)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

รูปที่4.2.2.2 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 15

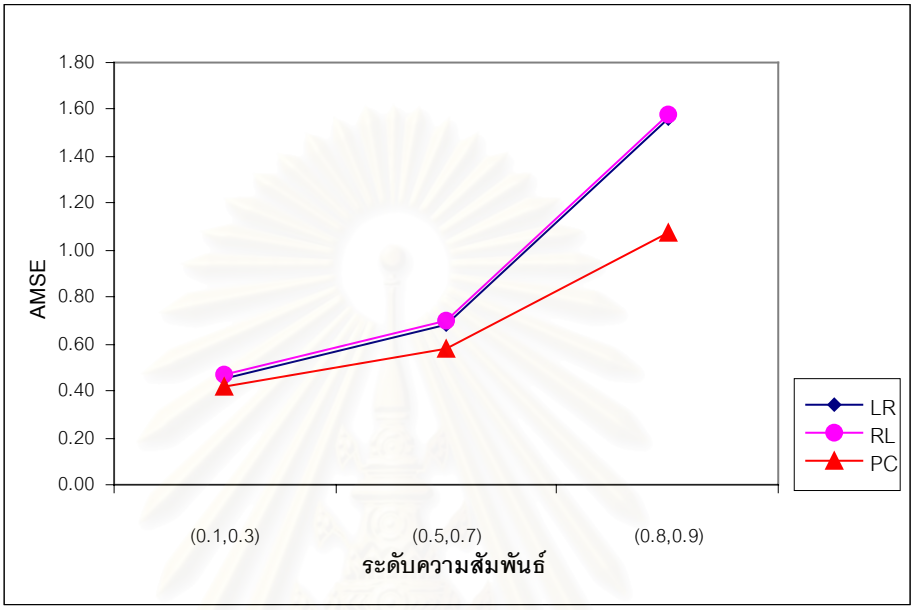


รูปที่4.2.2.2(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 30

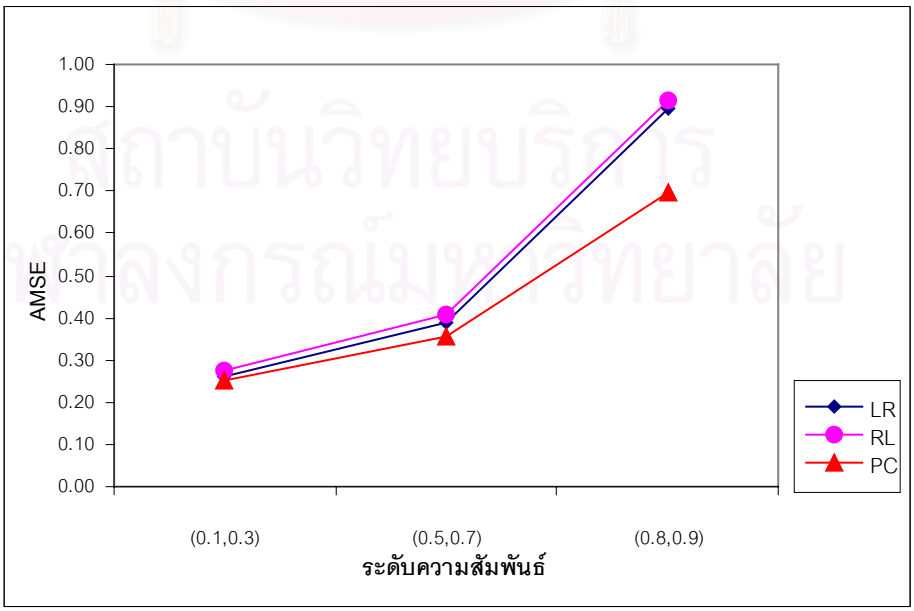


สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่4.2.2.2(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 60



รูปที่4.2.2.2(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 100



จากตารางที่ 4.2.2.2 เราสามารถสรุปผลการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธีPC วิธีLR และวิธีRL เมื่อ**จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% โดยที่ความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ** 5.0 จำแนกตามระดับพหุสัมพันธ์ได้ดังนี้

1. **ความสัมพันธ์ระดับต่ำ**(ρ =(0.10, 0.30))

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ วิธีPC จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดสำหรับทุกขนาดตัวอย่างที่กำหนด รองลงมาคือวิธีLR และวิธีRL ตามลำดับ

2. **ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง**(ρ =(0.50,0.70))

สำหรับระดับความสัมพันธ์ปานกลาง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

3. **ความสัมพันธ์ระดับสูง**(ρ =(0.80,0.90))

สำหรับระดับความสัมพันธ์สูง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

ข้อสรุป

จากตารางที่ 4.2.2.2 วิธีPC วิธีRL และ วิธีLR ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับพหุสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ โดยที่วิธีRL เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กจะเป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE สูงกว่าวิธีPCอย่างเห็นได้ชัดเจนขึ้น และเมื่อระดับพหุสัมพันธ์สูงขึ้นเราจะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ของทั้ง 3 วิธีได้ชัดขึ้น โดยจะพบว่า วิธีPC เป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธีLR และวิธีRL ตามลำดับ และจะสังเกตได้ว่าค่า AMSE ของทุกวิธีจะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$ ลดลง จึงทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ตารางที่4.2.2.3 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.10,0.30)	15	9.111054 (3.717580)	9.113595 (3.728534)	6.027081 * (1.925184)
	20	7.495071 (3.742143)	7.505581 (3.783916)	5.219036 * (2.163070)
	30	4.568429 (1.994885)	4.589864 (2.031764)	3.482985 * (1.390680)
	40	2.815614 (0.699132)	2.831976 (0.713721)	2.328681 * (0.536750)
	50	2.146492 (0.697715)	2.161390 (0.701598)	1.854929 * (0.573006)
	60	1.812329 (0.454944)	1.825939 (0.485942)	1.596502 * (0.385656)
	70	1.540644 (0.407610)	1.554462 (0.434576)	1.379260 * (0.360917)
	80	1.313529 (0.334208)	1.327560 (0.387412)	1.186885 * (0.293114)
	90	1.150235 (0.278482)	1.164285 (0.288951)	1.056855 * (0.253743)
	100	1.035882 (0.222534)	1.050453 (0.243125)	0.957920 * (0.202991)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.2.2.3(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.50,0.70)	15	15.407260 (8.308729)	15.413723 (8.314762)	8.617767 * (3.593591)
	20	12.697240 (7.878368)	12.71740 (7.893121)	7.523139 * (3.846499)
	30	7.864742 (4.321821)	7.886131 (4.337623)	5.185339 * (2.453305)
	40	4.321032 (1.807744)	4.337708 (1.834156)	3.256540 * (1.184850)
	50	3.281351 (1.572170)	3.299974 (1.588723)	2.610966 * (1.135615)
	60	2.722880 (1.147525)	2.739481 (1.159763)	2.230644 * (0.856953)
	70	2.357003 (1.063672)	2.371515 (1.084765)	1.966867 * (0.813355)
	80	2.027786 (0.893051)	2.042852 (0.903174)	1.712201 * (0.697376)
	90	1.735332 (0.752164)	1.750318 (0.783016)	1.505560 * (0.613006)
	100	1.560921 (0.646047)	1.576843 (0.673183)	1.366000 * (0.529050)

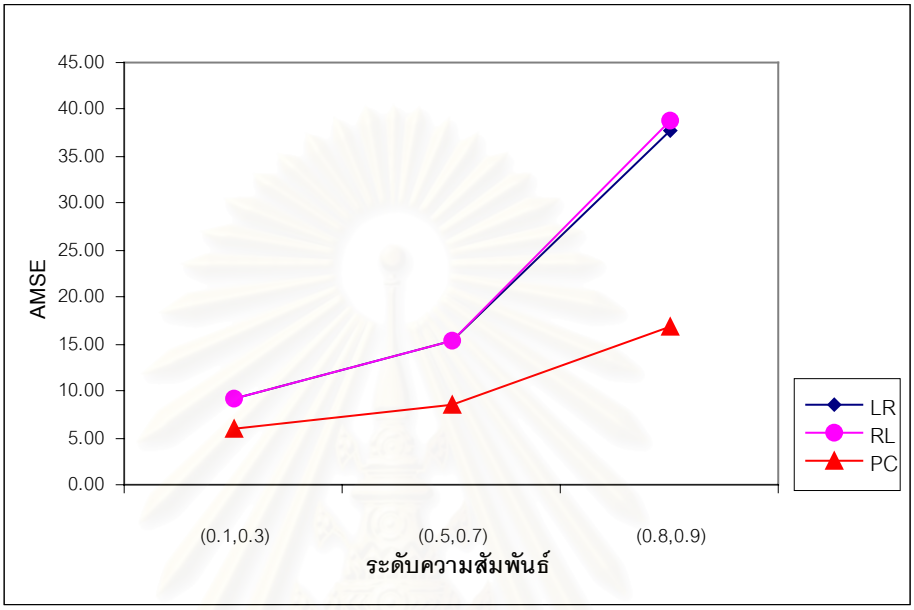
* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.2.2.3(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

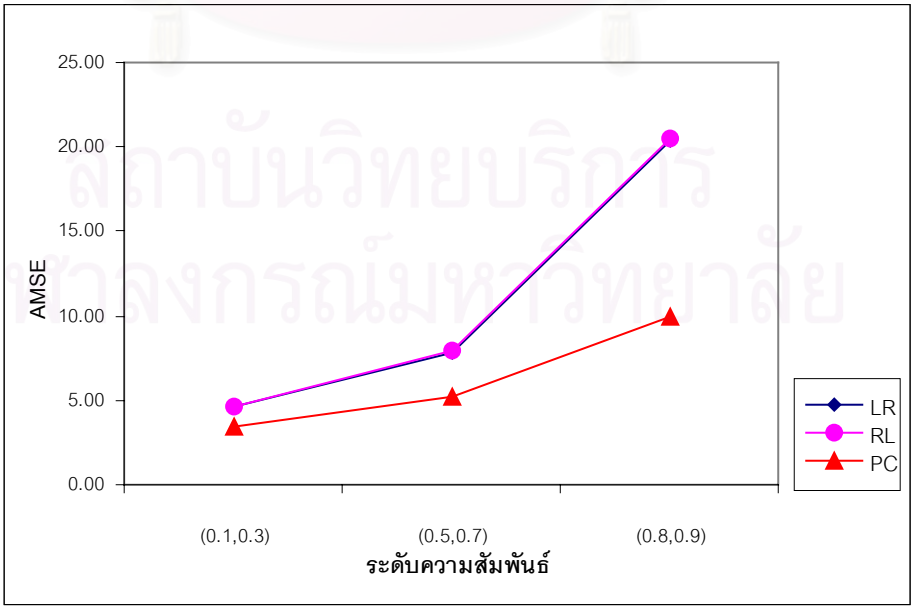
ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.80,0.90)	15	37.846390 (26.989900)	38.795650 (26.997613)	16.835450 * (10.086760)
	20	32.917780 (25.944280)	33.017651 (25.983761)	14.350180 * (9.765592)
	30	20.433550 (14.450550)	20.473170 (14.473265)	9.906303 * (6.027972)
	40	10.292040 (6.445853)	10.339124 (6.485321)	6.044598 * (3.252921)
	50	7.894922 (5.437049)	7.915687 (5.477069)	5.031548 * (3.070388)
	60	6.230394 (4.174591)	6.286460 (4.193215)	4.234700 * (2.524207)
	70	5.453888 (3.931728)	5.481825 (3.949931)	3.819109 * (2.452283)
	80	4.696069 (3.194495)	4.753956 (3.214356)	3.354314 * (2.061544)
	90	3.998321 (2.789051)	4.081758 (2.799814)	3.008462 * (1.929224)
	100	3.586097 (2.423519)	3.633657 (2.428376)	2.737149 * (1.692664)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

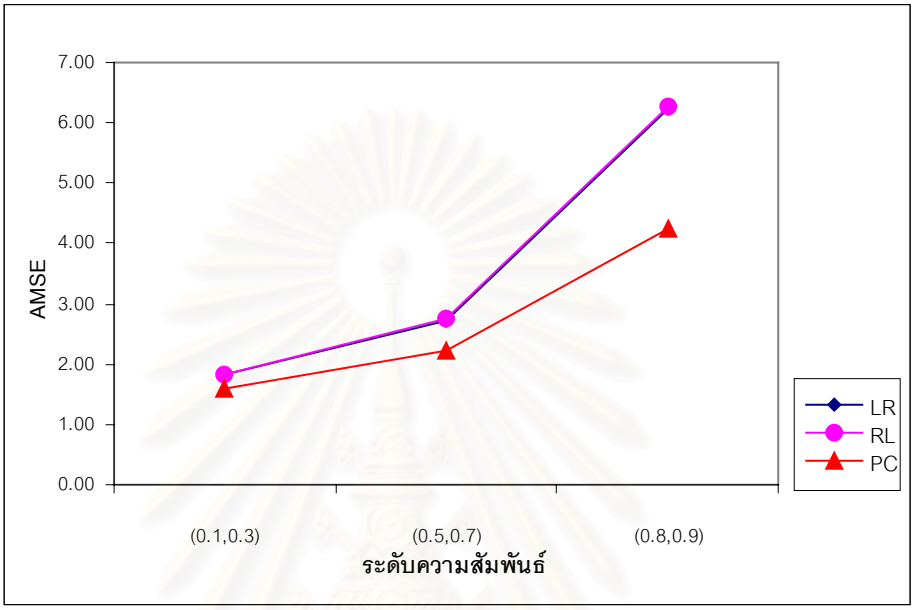
รูปที่4.2.2.3 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 15



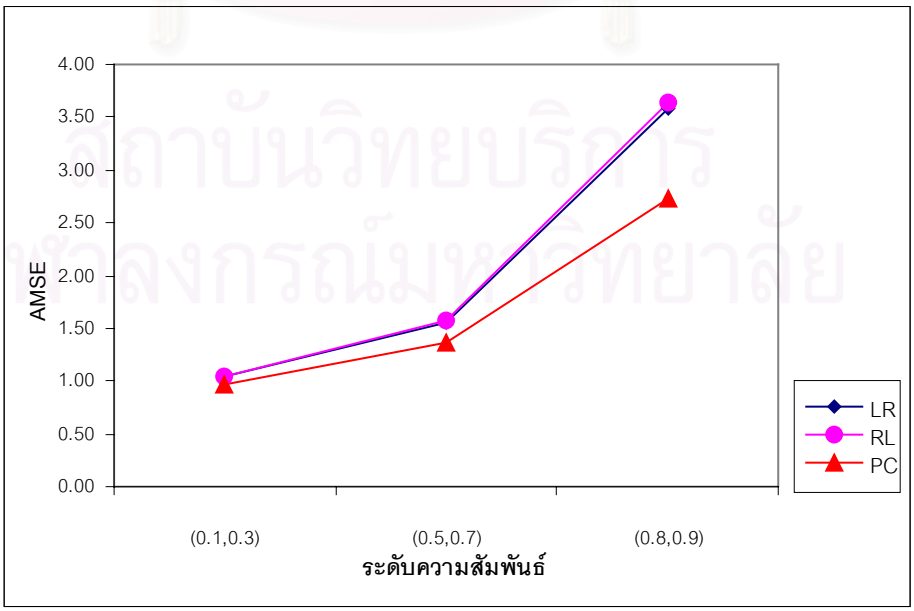
รูปที่4.2.2.3(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 30



รูปที่4.2.2.3(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 60



รูปที่4.2.2.2(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 100



จากตารางที่ 4.2.2.3 เราสามารถสรุปผลการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธีPC วิธีLR และวิธีRL เมื่อ**จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% โดยที่ความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ** 10.0 จำแนกตามระดับพหุสัมพันธ์ได้ดังนี้

1. **ความสัมพันธ์ระดับต่ำ**(ρ =(0.10,0.30))

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ วิธีPC จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดสำหรับทุกขนาดตัวอย่างที่กำหนด รองลงมาคือวิธีLR และวิธีRL ตามลำดับ

2. **ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง**(ρ =(0.50,0.70))

สำหรับระดับความสัมพันธ์ปานกลาง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

3. **ความสัมพันธ์ระดับสูง**(ρ =(0.80,0.90))

สำหรับระดับความสัมพันธ์สูง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

ข้อสรุป

จากตารางที่ 4.2.2.3 วิธีPC วิธีRL และ วิธีLR ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับพหุสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ โดยที่วิธีRL เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กจะเป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE สูงกว่าวิธีPCอย่างเห็นได้ชัดเจนขึ้น และเมื่อระดับพหุสัมพันธ์สูงขึ้นเราจะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ของทั้ง 3 วิธีได้ชัดขึ้น โดยจะพบว่า วิธีPC เป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธีLR และวิธีRL ตามลำดับ และจะสังเกตได้ว่าค่า AMSE ของทุกวิธีจะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$ ลดลง จึงทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ตารางที่4.2.3.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.10,0.30)	15	0.091076 (0.037101)	0.179484 (0.112999)	0.082845 * (0.031928)
	20	0.074939 (0.037379)	0.156610 (0.066925)	0.070729 * (0.034823)
	30	0.045693 (0.019939)	0.130099 (0.073195)	0.044331 * (0.019425)
	40	0.028163 (0.006999)	0.091599 (0.056732)	0.027836 * (0.006904)
	50	0.021471 (0.006964)	0.081424 (0.054795)	0.021317 * (0.006932)
	60	0.018127 (0.004534)	0.076962 (0.047312)	0.018020 * (0.004505)
	70	0.015411 (0.004074)	0.072951 (0.041156)	0.015342 * (0.004063)
	80	0.013140 (0.003341)	0.070606 (0.037216)	0.013093 * (0.003328)
	90	0.011507 (0.002777)	0.069367 (0.031289)	0.011469 * (0.002766)
	100	0.010364 (0.002219)	0.068671 (0.027318)	0.010337 * (0.002218)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.2.3.1(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.50,0.70)	15	0.154020 (0.082958)	0.275557 (0.184796)	0.114004 * (0.052199)
	20	0.126953 (0.078711)	0.223442 (0.106618)	0.100543 * (0.056574)
	30	0.078655 (0.043199)	0.166136 (0.097312)	0.068184 * (0.035484)
	40	0.043217 (0.018087)	0.108757 (0.084312)	0.041048 * (0.016566)
	50	0.032824 (0.015714)	0.098880 (0.081156)	0.031797 * (0.015003)
	60	0.027235 (0.011459)	0.095156 (0.075364)	0.026568 * (0.010997)
	70	0.023574 (0.010634)	0.087450 (0.063245)	0.023078 * (0.010253)
	80	0.020283 (0.008928)	0.083218 (0.061112)	0.019931 * (0.008678)
	90	0.017358 (0.007513)	0.080215 (0.057743)	0.017130 * (0.007347)
	100	0.015616 (0.006456)	0.079339 (0.051394)	0.015438 * (0.006339)

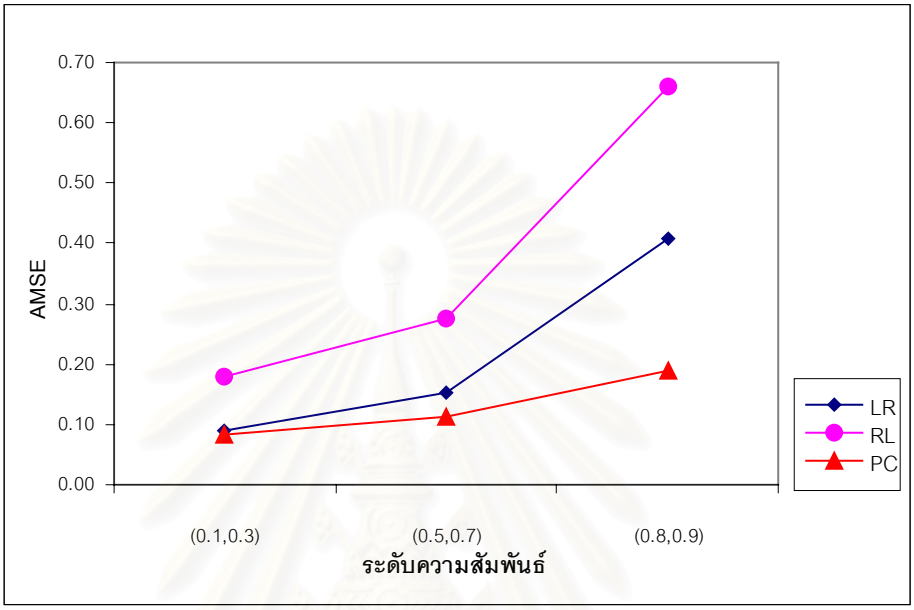
* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.2.3.1(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

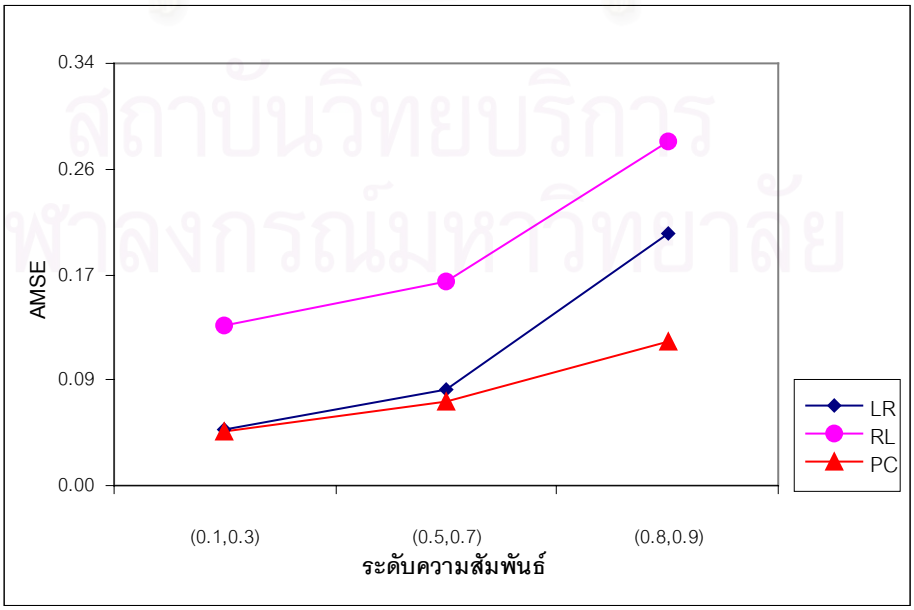
ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.80,0.90)	15	0.408262 (0.289555)	0.660332 (0.478952)	0.190532 * (0.113727)
	20	0.329087 (0.259260)	0.488238 (0.345831)	0.165894 * (0.112969)
	30	0.204333 (0.144478)	0.279174 (0.155714)	0.117722 * (0.073172)
	40	0.102928 (0.064466)	0.179548 (0.089916)	0.076179 * (0.043263)
	50	0.078516 (0.054373)	0.164805 (0.073243)	0.063185 * (0.040735)
	60	0.062319 (0.041733)	0.155163 (0.069314)	0.052465 * (0.032859)
	70	0.054541 (0.039313)	0.137697 (0.061473)	0.046699 * (0.031576)
	80	0.046965 (0.031941)	0.125532 (0.058762)	0.041039 * (0.026569)
	90	0.039992 (0.027884)	0.115265 (0.054442)	0.036063 * (0.024168)
	100	0.035866 (0.024229)	0.111728 (0.050319)	0.032683 * (0.021274)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

รูปที่4.2.3.1 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 15

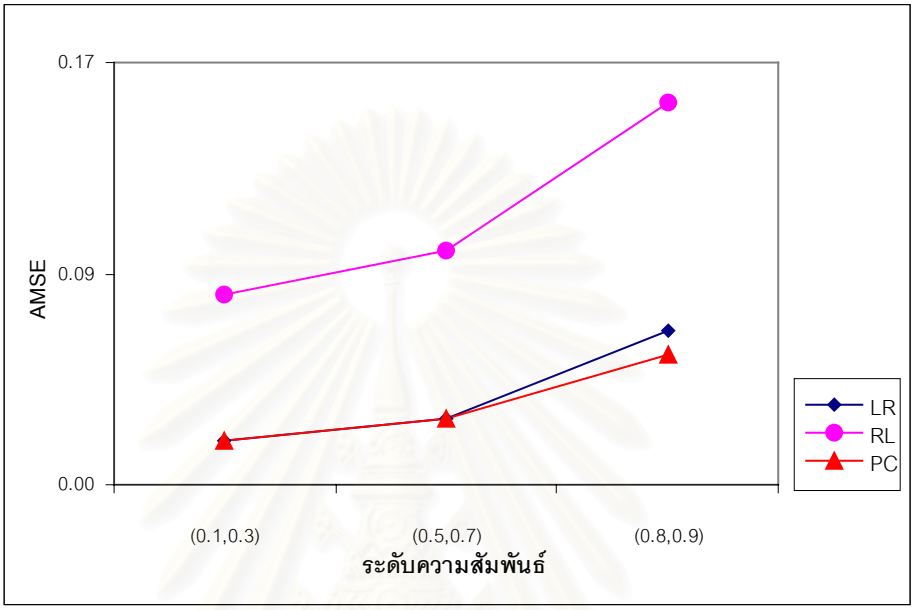


รูปที่4.2.3.1(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 30

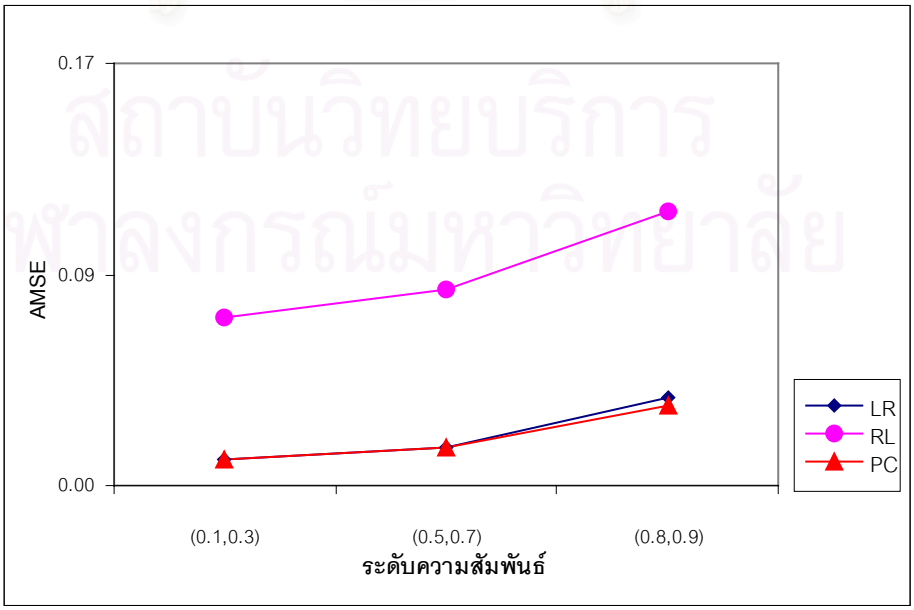


สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่4.2.3.1(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 60



รูปที่4.2.3.1(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 100



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากตารางที่ 4.2.3.1 เราสามารถสรุปผลการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธีPC วิธีLR และวิธีRL เมื่อ**จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% โดยที่ความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ** 1.0 จำแนกตามระดับพหุสัมพันธ์ได้ดังนี้

1. **ความสัมพันธ์ระดับต่ำ**(ρ =(0.10,0.30))

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ วิธีPC จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดสำหรับทุกขนาดตัวอย่างที่กำหนด รองลงมาคือวิธีLR และวิธีRL ตามลำดับ

2. **ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง**(ρ =(0.50,0.70))

สำหรับระดับความสัมพันธ์ปานกลาง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

3. **ความสัมพันธ์ระดับสูง**(ρ =(0.80,0.90))

สำหรับระดับความสัมพันธ์สูง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

ข้อสรุป

จากตารางที่ 4.2.3.1 วิธีPC วิธีRL และ วิธีLR ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับพหุสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ โดยที่วิธีRL เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กจะเป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE สูงกว่าวิธีPCอย่างเห็นได้ชัดเจนขึ้น และเมื่อระดับพหุสัมพันธ์สูงขึ้นเราจะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ของทั้ง 3 วิธีได้ชัดขึ้น โดยจะพบว่า วิธีPC เป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธีLR และวิธีRL ตามลำดับ และจะสังเกตได้ว่าค่า AMSE ของทุกวิธีจะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$ ลดลง จึงทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ตารางที่4.2.3.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.10,0.30)	15	2.277490 (0.929094)	2.349862 (0.989765)	1.568939 * (0.540696)
	20	1.873697 (0.905375)	1.947025 (0.934706)	1.365324 * (0.510958)
	30	1.142118 (0.498686)	1.226806 (0.613242)	0.914536 * (0.376361)
	40	0.703913 (0.174811)	0.767772 (0.283165)	0.615278 * (0.146470)
	50	0.536628 (0.174385)	0.596505 (0.231764)	0.489165 * (0.154334)
	60	0.453079 (0.113684)	0.510989 (0.213446)	0.418668 * (0.102764)
	70	0.385162 (0.101909)	0.442225 (0.173564)	0.361033 * (0.095442)
	80	0.328385 (0.083556)	0.385568 (0.145826)	0.310309 * (0.077546)
	90	0.287561 (0.069601)	0.345071 (0.134397)	0.274961 * (0.066252)
	100	0.258976 (0.055624)	0.317278 (0.098761)	0.248880 * (0.053140)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.2.3.2(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.50,0.70)	15	3.851570 (2.076655)	3.945949 (2.159734)	2.192283 * (0.915675)
	20	3.174203 (1.969302)	3.258631 (2.003761)	1.919220 * (0.985568)
	30	1.966190 (1.080386)	2.053266 (1.237652)	1.327222 * (0.632415)
	40	1.080267 (0.451979)	1.146050 (0.573192)	0.843378 * (0.309679)
	50	0.820361 (0.393024)	0.888194 (0.513819)	0.678201 * (0.298169)
	60	0.680723 (0.286831)	0.748324 (0.444361)	0.578429 * (0.224177)
	70	0.589245 (0.265921)	0.651894 (0.397623)	0.509514 * (0.212395)
	80	0.506947 (0.223265)	0.569320 (0.337348)	0.444092 * (0.182654)
	90	0.433833 (0.188022)	0.496075 (0.287432)	0.390019 * (0.159976)
	100	0.390236 (0.161508)	0.453953 (0.251596)	0.353862 * (0.138499)

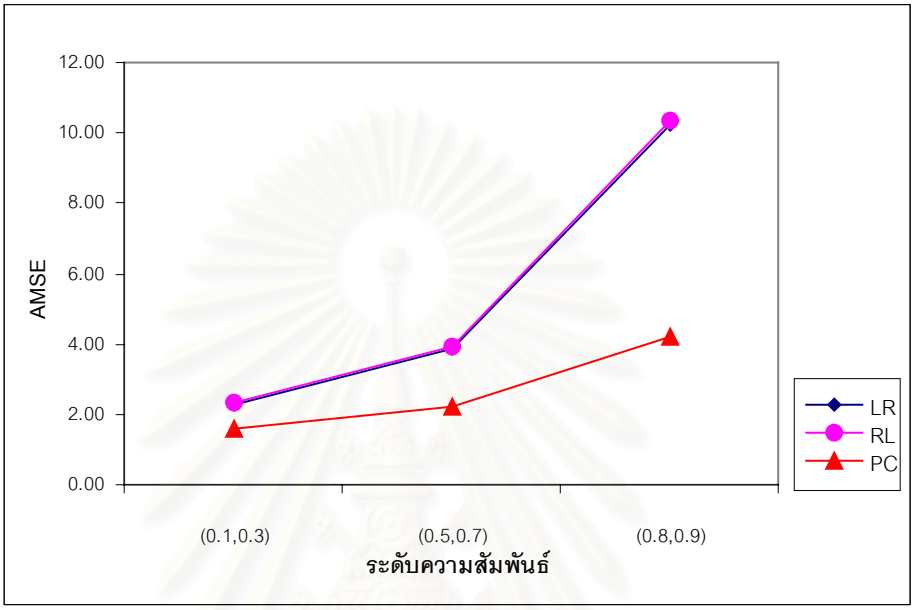
* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.2.3.2(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

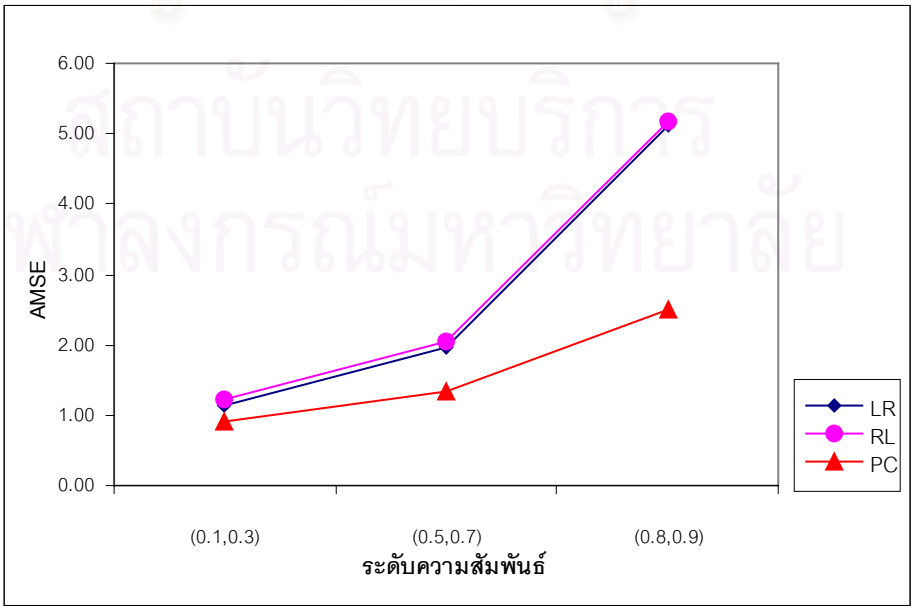
ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.80,0.90)	15	10.210720 (7.246062)	10.366990 (7.348694)	4.227075 * (2.530692)
	20	8.229035 (6.485325)	8.343319 (6.513792)	3.606878 * (2.453615)
	30	5.108356 (3.612543)	5.179158 (3.814464)	2.493749 * (1.517976)
	40	2.573019 (1.611503)	2.649673 (1.823963)	1.530611 * (0.824745)
	50	1.962420 (1.359283)	2.044767 (1.431271)	1.276234 * (0.780656)
	60	1.557630 (1.043608)	1.652880 (1.093768)	1.074746 * (0.641328)
	70	1.363457 (0.982933)	1.444214 (1.023402)	0.968686 * (0.623005)
	80	1.174011 (0.798620)	1.251101 (0.834761)	0.851780 * (0.524772)
	90	0.999591 (0.697251)	1.075235 (0.799325)	0.764096 * (0.490948)
	100	0.896519 (0.605869)	0.971199 (0.673145)	0.695542 * (0.431343)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

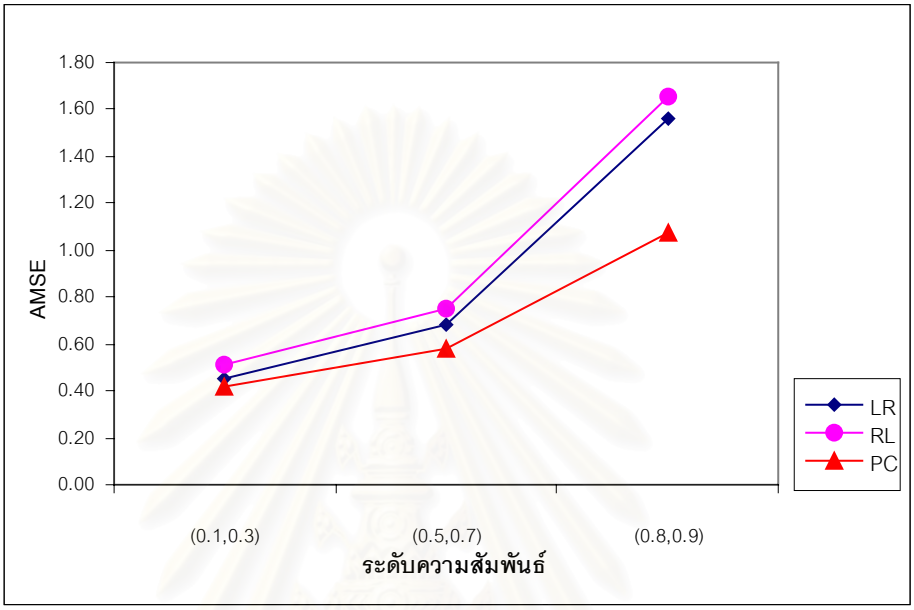
รูปที่4.2.3.2 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 15



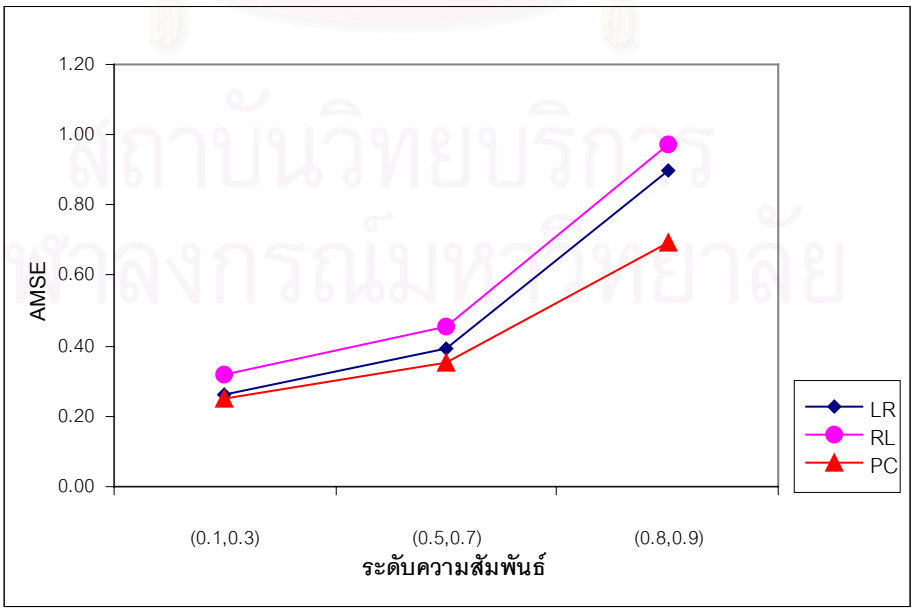
รูปที่4.2.3.2(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 30



รูปที่4.2.3.2(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 60



รูปที่4.2.3.2(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 5.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 100



จากตารางที่ 4.2.3.2 เราสามารถสรุปผลการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธีPC วิธีLR และวิธีRL เมื่อ**จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% โดยที่ความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ** 5.0 จำแนกตามระดับพหุสัมพันธ์ได้ดังนี้

1. **ความสัมพันธ์ระดับต่ำ**(ρ =0.10, ρ =0.30)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ วิธีPC จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดสำหรับทุกขนาดตัวอย่างที่กำหนด รองลงมาคือวิธีLR และวิธีRL ตามลำดับ

2. **ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง**(ρ =0.50, ρ =0.70)

สำหรับระดับความสัมพันธ์ปานกลาง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

3. **ความสัมพันธ์ระดับสูง**(ρ =0.80, ρ =0.90)

สำหรับระดับความสัมพันธ์สูง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

ข้อสรุป

จากตารางที่ 4.2.3.2 วิธีPC วิธีRL และ วิธีLR ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับพหุสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ โดยที่วิธีRL เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กจะเป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE สูงกว่าวิธีPCอย่างเห็นได้ชัดเจนขึ้น และเมื่อระดับพหุสัมพันธ์สูงขึ้นเราจะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ของทั้ง 3 วิธีได้ชัดขึ้น โดยจะพบว่า วิธีPC เป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธีLR และวิธีRL ตามลำดับ และจะสังเกตได้ว่าค่า AMSE ของทุกวิธีจะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$ ลดลง จึงทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ตารางที่4.2.3.3 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.10,0.30)	15	9.110343 (3.717182)	9.162669 (3.754133)	6.026922 * (1.925054)
	20	7.494975 (2.741929)	7.557873 (2.819437)	5.218885 * (2.162981)
	30	4.568439 (1.994840)	4.653481 (2.231645)	3.482954 * (1.390711)
	40	2.815624 (0.699169)	2.880012 (0.784436)	2.328648 * (0.536843)
	50	2.146496 (0.697659)	2.206277 (0.718795)	1.854891 * (0.573056)
	60	1.812321 (0.454877)	1.869074 (0.519436)	1.596463 * (0.385662)
	70	1.540642 (0.407622)	1.597108 (0.473498)	1.379229 * (0.361001)
	80	1.313529 (0.334215)	1.370359 (0.411114)	1.186854 * (0.293187)
	90	1.150236 (0.278459)	1.207308 (0.329063)	1.056827 * (0.253781)
	100	1.035886 (0.222523)	1.094182 (0.298716)	0.957892 * (0.203041)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.2.3.3(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.50,0.70)	15	15.406920 (8.308019)	15.467360 (8.375169)	8.617566 * (3.593300)
	20	12.697090 (7.877982)	12.766440 (8.013425)	7.522992 * (3.846287)
	30	7.864744 (4.321728)	7.951314 (4.596732)	5.185324 * (2.453280)
	40	4.321040 (1.807802)	4.387131 (2.785346)	3.256516 * (1.184965)
	50	3.281377 (1.572146)	3.351434 (1.939821)	2.610955 * (1.135685)
	60	2.722882 (1.147461)	2.798216 (1.513422)	2.230620 * (0.856972)
	70	2.356993 (1.063678)	2.418107 (1.324675)	1.966837 * (0.813439)
	80	2.027784 (0.893057)	2.089453 (1.097843)	1.712177 * (0.697449)
	90	1.735328 (0.752141)	1.796804 (0.913576)	1.505539 * (0.613049)
	100	1.560925 (0.646045)	1.624632 (0.831672)	1.365982 * (0.529112)

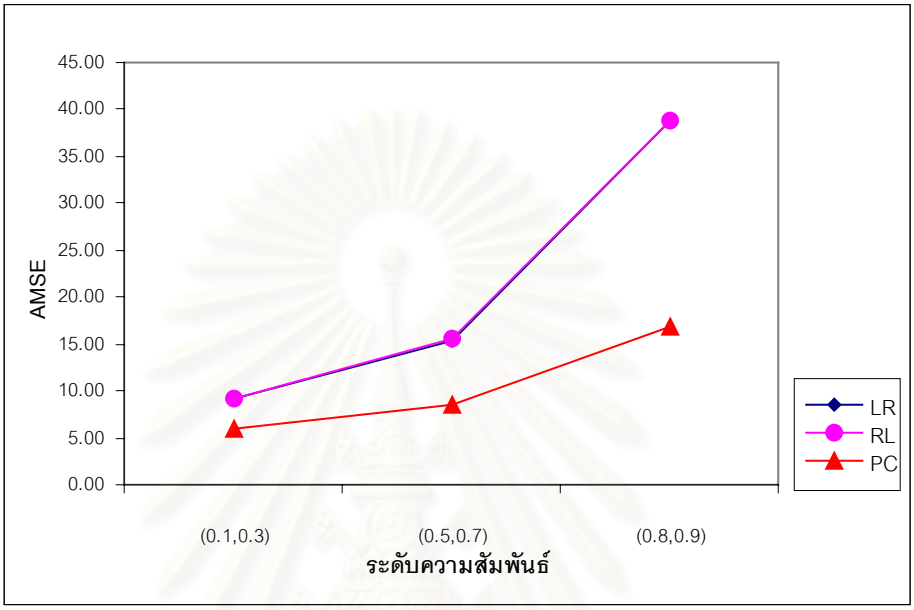
* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่4.2.3.3(ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก (PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง (LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด (RL) ด้วยค่า AMSE กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55 % เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.00 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5

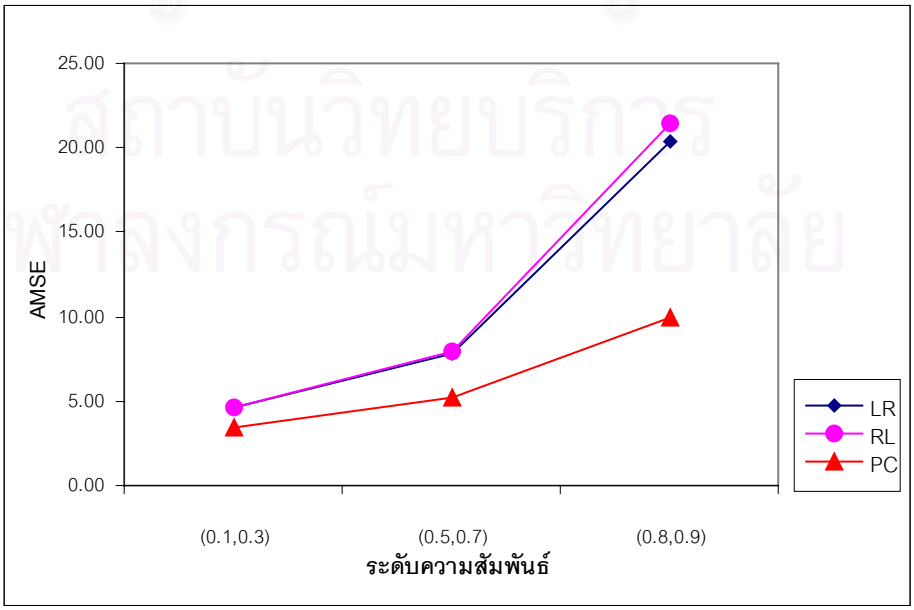
ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ	ขนาดตัวอย่าง(n)	AMSE		
		LR (s.d.)	RL (s.d.)	PC (s.d.)
(0.80,0.90)	15	38.845210 (28.988010)	38.881730 (28.999531)	16.834890 * (10.085840)
	20	32.917240 (25.943290)	33.975420 (25.98937)	14.349760 * (9.764927)
	30	20.433500 (14.450430)	21.49927 (14.75312)	9.906247 * (6.027888)
	40	10.292050 (6.445906)	10.768740 (6.519437)	6.044582 * (3.253037)
	50	7.849504 (5.437079)	7.995428 (5.748956)	5.031574 * (3.070408)
	60	6.230431 (4.174540)	6.428691 (4.532146)	4.234710 * (2.524230)
	70	5.453864 (3.931732)	5.543162 (4.071435)	3.809071 * (2.452356)
	80	4.696058 (3.194494)	4.791298 (3.241988)	3.354286 * (2.061603)
	90	3.998330 (2.789035)	4.203726 (2.917635)	3.008458 * (1.929271)
	100	3.586086 (2.423506)	3.784956 (2.544472)	2.737137 * (1.692716)

* หมายถึง วิธีที่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแล้วได้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

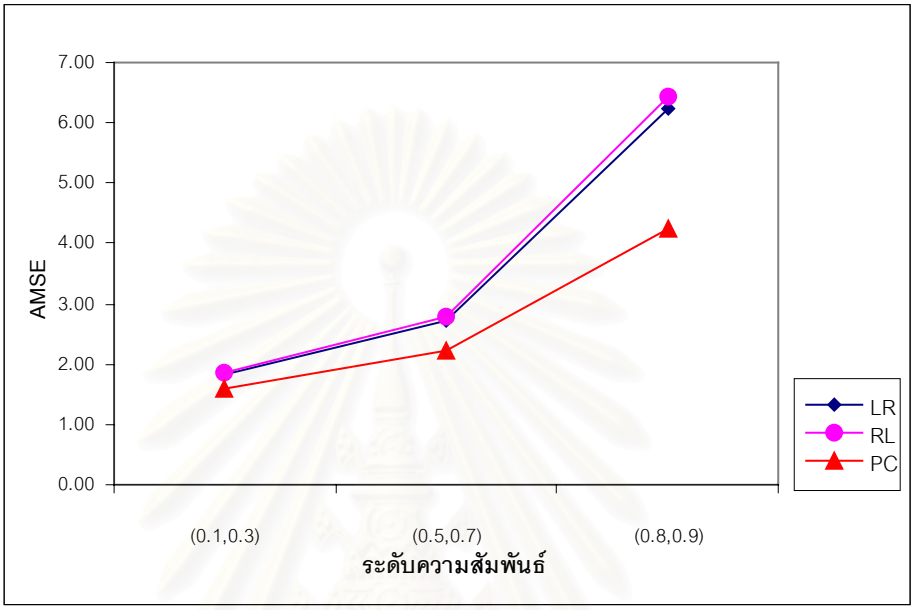
รูปที่4.2.3.3 แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 15



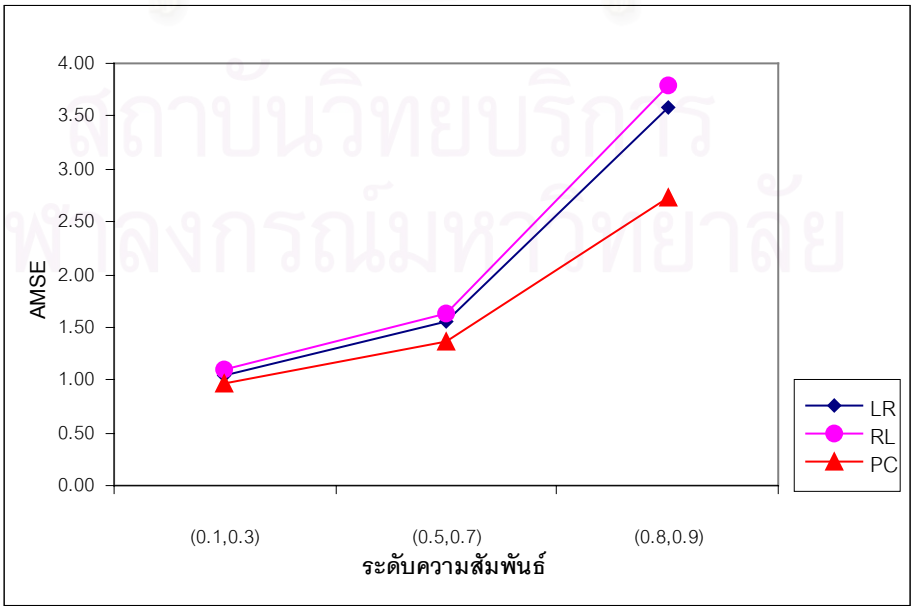
รูปที่4.2.3.3(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 30



รูปที่4.2.3.3(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 60



รูปที่4.2.3.3(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธี PC วิธี LR และ วิธี RL เมื่อระดับพหุสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย = 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10.0 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 100



จากตารางที่ 4.2.3.3 เราสามารถสรุปผลการเปรียบเทียบค่า AMSE ของวิธีPC วิธีLR และวิธีRL เมื่อ**จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% โดยที่ความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ** 10.0 จำแนกตามระดับพหุสัมพันธ์ได้ดังนี้

1. **ความสัมพันธ์ระดับต่ำ**(ρ =(0.10,0.30))

สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ วิธีPC จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดสำหรับทุกขนาดตัวอย่างที่กำหนด รองลงมาคือวิธีLR และวิธีRL ตามลำดับ

2. **ความสัมพันธ์ระดับปานกลาง**(ρ =(0.50,0.70))

สำหรับระดับความสัมพันธ์ปานกลาง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

3. **ความสัมพันธ์ระดับสูง**(ρ =(0.80,0.90))

สำหรับระดับความสัมพันธ์สูง ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ

ข้อสรุป

จากตารางที่ 4.2.3.3 วิธีPC วิธีRL และ วิธีLR ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับพหุสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ โดยที่วิธีRL เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กจะเป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE สูงกว่าวิธีPCอย่างเห็นได้ชัดเจนขึ้น และเมื่อระดับพหุสัมพันธ์สูงขึ้นเราจะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ของทั้ง 3 วิธีได้ชัดขึ้น โดยจะพบว่า วิธีPC เป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธีLR และวิธีRL ตามลำดับ และจะสังเกตได้ว่าค่า AMSE ของทุกวิธีจะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$ ลดลง จึงทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ผลสรุปโดยรวมของข้อมูลจากตารางที่ 4.1.1.1 - 4.1.3.3 และ 4.2.1.1 – 4.2.3.3 เป็นไปดังนี้

1.จากตารางที่ 4.1.1.1 - 4.1.3.3 และ 4.2.1.1 – 4.2.3.3 ผู้วิจัยสรุปผลเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นได้คือ

ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น สาเหตุที่เป็นเช่นนี้เนื่องจากเราได้ข้อมูลของค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณมากขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงส่งผลให้ประสิทธิภาพของตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณดีขึ้น

2. จากตารางที่ 4.1.1.1 - 4.1.3.3 และ 4.2.1.1 – 4.2.3.3 ผู้วิจัยสรุปผลเมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นได้ คือ

ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น สาเหตุที่เป็นเช่นนี้เนื่องจากเราสามารถเขียนค่าเฉลี่ยของกำลังสองของระยะทางจาก $\hat{\underset{\sim}{\beta}}$ ไปยัง $\underset{\sim}{\beta}$ ในรูปฟังก์ชันของค่าเฉพาะของ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$ ได้ดังนี้

$$E\left[\left(\hat{\underset{\sim}{\beta}}-\underset{\sim}{\beta}\right)'\left(\hat{\underset{\sim}{\beta}}-\underset{\sim}{\beta}\right)\right]=\sigma^2\sum_{i=1}^{p+1}\left(\frac{1}{\lambda_i}\right)$$

เนื่องจาก $\left|\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}\right|$ มีค่าเท่ากับผลคูณของค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$ โดยที่ค่า $\left|\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}\right|$ มีค่าน้อยลงเข้าใกล้ศูนย์ เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น จึงส่งผลให้ค่าเฉพาะบางค่ามีค่าน้อยมาก ดังนั้นจึงส่งผลให้ค่า $E\left[\left(\hat{\underset{\sim}{\beta}}-\underset{\sim}{\beta}\right)'\left(\hat{\underset{\sim}{\beta}}-\underset{\sim}{\beta}\right)\right]$ มีค่าสูงขึ้นตามไปด้วย ซึ่งเป็นการทำให้ประสิทธิภาพของตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณลดลงเมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้น

<u>หมายเหตุ</u> ผู้วิจัยได้แสดงตารางการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ของวิธีRL วิธีPC และวิธีLR ด้วยค่า AMSE เมื่อขนาดตัวอย่างคงที่ ในขณะที่ระดับความสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงไป ในภาคผนวก ข

3. จากตารางที่ 4.1.1.1 - 4.1.3.3 และ 4.2.1.1 – 4.2.3.3 ผู้วิจัยสรุปผลเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้น คือ

ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนสูงขึ้น สาเหตุที่เป็นเช่นนี้เนื่องจากความคลาดเคลื่อนมีการกระจายมากขึ้นเมื่อระดับความแปรปรวนสูงขึ้น ส่งผลให้ประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณมีค่าลดลง

4. จากตารางที่ 4.1.1.1 กับ 4.2.1.1 , 4.1.1.2 กับ 4.2.1.2 และ 4.1.1.3 กับ 4.2.1.3 เป็นการพิจารณาระหว่างกรณีจำนวนตัวแปรอิสระ 3 ตัวเปรียบเทียบกับกรณีจำนวนตัวแปรอิสระ 5 ตัว เมื่อข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 15%, 28% และ 55% โดยผู้วิจัยสรุปผลเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นได้ดังนี้

ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น สาเหตุที่เป็นเช่นนี้เนื่องจากระดับความเสรีของความคลาดเคลื่อนของตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน คือ n-p ดังนั้นระดับความเสรีน้อยลงเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณลดลง [1]

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1 กรรณิการ์ หิรัญกสิ, การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ในการวิเคราะห์การถดถอยพหุโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบ่งส่วน วิธีการถดถอยองค์ประกอบ และวิธีกำลังสองน้อยที่สุด ในกรณีที่เกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ, วิทยานิพนธ์ปริญญาสถิติศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัยจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , 2540

บทที่ 5
สรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลองเพื่อการศึกษาและเปรียบเทียบวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ ซึ่งในที่นี้มี 3 วิธีคือ วิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก(PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง(LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด(RL) โดยสถานการณ์ที่ศึกษามีดังนี้

1. ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ
2. จำนวนตัวแปรอิสระที่ศึกษา คือ 3 และ 5 ตัว
3. ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย คือ 15,20,30,40,50,60,70,80,90 และ 100
4. ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 คือ 0.10,0.30,0.50,0.70,0.80 และ 0.90 ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 คือ (0.10,0.30),(0.50,0.70) และ (0.80,0.90)

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยศึกษาวิเคราะห์ด้วยเทคนิคมอนติคาร์โลโดยใช้โปรแกรมภาษาฟอร์แทน 77 บน PC Computer เพื่อสร้างข้อมูลตามสถานการณ์ที่กำหนดโดยกระทำซ้ำ 1,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์

5.1 สรุปผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยต้องการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณโดยพิจารณาจากค่า AMSE ของแต่ละวิธี ซึ่งจากผลการวิจัยพบว่า ขนาดตัวอย่าง จำนวนตัวแปรอิสระ ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน ต่างก็มีผลต่อค่า AMSE ของวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณของวิธีทั้ง3โดยค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระ ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระหรือส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น แต่มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างมากขึ้น ผู้วิจัยได้สรุปผลการวิจัยตามกรณีต่างๆดังนี้

5.1.1 กรณีข้อมูลสอดคล้องกับข้อจำกัด

5.1.1.1 กรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3

พบว่าในกรณีระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระอยู่ในระดับต่ำ $(\rho = 0.10,0.30)$ โดยส่วนใหญ่วิธีRL จะเป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดเมื่อเทียบกับวิธีอื่นๆ รองลงมาคือวิธีPC และวิธีLR ตามลำดับ โดยในระดับความสัมพันธ์เดียวกันนี้เมื่อขนาดตัวอย่าง(n) มากกว่า 20 วิธีRL และวิธีPC จะให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน

กรณีระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับปานกลาง $(\rho = 0.50,0.70)$ ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ คือวิธีRL จะให้ค่า AMSE ต่ำสุดเมื่อเทียบกับวิธีอื่นๆ รองลงมาคือวิธีPC และวิธีLR ตามลำดับ เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ขึ้นโดยเฉพาะเมื่อ n > 40 วิธี RL และวิธีPC จะให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน

เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระอยู่ในระดับสูง $(\rho = 0.80,0.90)$ พบว่าโดยส่วนใหญ่วิธีRL เป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เช่นเดียวกันกับในกรณีที่มีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำและปานกลางและเมื่อ n > 70 วิธีRLและวิธีPC จะให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน

5.1.1.2 กรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5

พบว่าในกรณีระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระอยู่ในระดับต่ำ $(\rho = (0.10,0.30))$ โดยส่วนใหญ่วิธีRL จะเป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดเมื่อเทียบกับวิธีอื่นๆ รองลงมาคือวิธีPC และวิธีLR ตามลำดับ โดยในระดับความสัมพันธ์เดียวกันนี้เมื่อขนาดตัวอย่าง(n) มากกว่า 30 วิธีRL และวิธีPC จะให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน

กรณีระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับปานกลาง $(\rho = (0.50,0.70))$ ให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ คือวิธีRL จะให้ค่า AMSE ต่ำสุดเมื่อเทียบกับวิธีอื่นๆ รองลงมาคือวิธีPC และวิธีLR ตามลำดับ เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ขึ้นโดยเฉพาะเมื่อ n > 50 วิธี RL และวิธีPC จะให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน

เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระอยู่ในระดับสูง $(\rho = (0.80,0.90))$ พบว่าโดยส่วนใหญ่วิธีRL เป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เช่นเดียวกันกับในกรณีที่มีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำและปานกลางและ เมื่อ n > 90 วิธีRLและวิธีPC จะให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน นอกจากนี้พบว่าในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ค่า AMSE จะมีค่าสูงกว่าในกรณีจำนวนตัวแปรอิสระ

เท่ากับ 3 เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ ขนาดตัวอย่าง ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนมีค่าคงที่

5.1.2 กรณีข้อมูลไม่สอดคล้องกับข้อจำกัด

5.1.2.1 กรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3

พบว่ากรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ15% ในทุกระดับความสัมพันธ์(ρ)และทุกขนาดตัวอย่าง(n) วิธีPC จะเป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดเมื่อเทียบกับวิธีอื่นๆ รองลงมาคือวิธีRL และวิธีLR ตามลำดับโดยที่จะพบว่าเมื่อ n > 40 วิธีPCและวิธีRL จะให้ผลใกล้เคียงกัน

กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% ในทุกระดับความสัมพันธ์และทุกขนาดตัวอย่าง วิธีPC จะเป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดเมื่อเทียบกับวิธีอื่นๆ รองลงมาคือวิธีLRและวิธีRL ตามลำดับ

เมื่อข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% จะให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริง 28% โดยวิธีPC เป็นวิธีที่ให้ค่า AMSEน้อยที่สุด และสามารถสังเกตได้ว่าเมื่อข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงมากขึ้นจะเห็นได้ชัดเจนขึ้นว่าวิธีRL จะเป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE สูงกว่าวิธีอื่นๆ

เราสามารถสังเกตได้ว่าเมื่อข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริง 15% 28% และ 55% วิธีPC และวิธีLR ให้ค่า AMSE เปลี่ยนแปลงไปจากกรณีข้อจำกัดที่เป็นจริงน้อยมาก เนื่องจากทั้งสองวิธีนี้ไม่มีเรื่องข้อจำกัดเข้ามาเกี่ยวข้องนั่นเอง

5.1.2.2 กรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5

พบว่ากรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ15% ในทุกระดับความสัมพันธ์(ρ)และทุกขนาดตัวอย่าง(n) วิธีPC จะเป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดเมื่อเทียบกับวิธีอื่นๆ รองลงมาคือวิธีRL และวิธีLR ตามลำดับโดยที่จะพบว่าเมื่อ n > 50 วิธีPCและวิธีRL จะให้ผลใกล้เคียงกัน

กรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 28% ในทุกระดับความสัมพันธ์และทุกขนาดตัวอย่าง วิธีPC จะเป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดเมื่อเทียบกับวิธีอื่นๆ รองลงมาคือวิธีLRและวิธีRL ตามลำดับ

เราสามารถสังเกตได้ว่าเมื่อข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริง 15% 28% และ 55% วิธีPC และวิธีLR ให้ค่า AMSE เปลี่ยนแปลงไปจากกรณีข้อจำกัดที่เป็นจริงน้อยมาก เนื่องจากทั้งสองวิธีนี้ไม่มีเรื่องข้อจำกัดเข้ามาเกี่ยวข้องนั่นเอง

เมื่อข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงประมาณ 55% จะให้ผลเช่นเดียวกันกับกรณีข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริง 28% โดยวิธีPC เป็นวิธีที่ให้ค่า AMSEน้อยที่สุด และสามารถสังเกตได้ว่าเมื่อข้อมูลคลาดเคลื่อนไปจากข้อจำกัดที่เป็นจริงมากขึ้นจะเห็นได้ชัดเจนขึ้นว่าวิธีRL จะเป็นวิธีที่ให้ค่า AMSE สูงกว่าวิธีอื่นๆ

5.2 **ข้อเสนอแนะ**

ผลการวิจัยครั้งนี้จะเสนอแนะเป็น 2 ด้าน คือ

5.2.1 ด้านการนำไปใช้ประโยชน์

เพื่อเป็นแนวทางในการเลือกวิธีการประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อตัวแปรอิสระเกิดพหุสัมพันธ์กัน ให้เหมาะสมในแต่ละสถานการณ์

เนื่องจากในการวิจัยครั้งนี้เลือกใช้ตัวประมาณที่ได้จากวิธีต่างๆ 3 วิธีด้วยกัน คือ วิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก(PC) วิธีการถดถอยแบบรากแฝง(LR) และวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด(RL) โดยที่ตัวประมาณที่ได้จากวิธีทั้ง 3 มีคุณสมบัติเป็นตัวประมาณที่เอนเอียง แต่จะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบสามัญซึ่งเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียง เนื่องจากวิธีการประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณของทั้ง 3 วิธีมีวัตถุประสงค์เพื่อต้องการประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณที่ให้ค่าความแปรปรวนของค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยมีค่าน้อยๆ ดังนั้นในการนำไปใช้ก็ควรจะเลือกวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด เนื่องจากว่าเป็นวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำที่สุดในทุกกรณีที่ทำการศึกษา แต่วิธีนี้มีความยุ่งยากในการนำข้อจำกัดมาใช้ โดยข้อจำกัดนั้นต้องสอดคล้องกับข้อมูลที่ต้องการวิจัยด้วย จึงจะทำให้ได้ตัวประมาณที่ดีที่ให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อย

ในกรณีที่ไม่ทราบข้อจำกัดหรือกรณีข้อจำกัดกับข้อมูลไม่สอดคล้องกัน ในการนำไปใช้ควรจะเลือกวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก เนื่องจากในกรณีนี้วิธีการถดถอยองค์ประกอบหลักเป็นวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่าวิธีการถดถอยแบบรากแฝงและวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด ในทุกระดับความสัมพันธ์และทุกขนาดตัวอย่างและจะสังเกตได้ว่าในกรณีที่ข้อมูลสอดคล้องกับข้อจำกัด วิธีการถดถอยองค์ประกอบหลักเป็นวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยใกล้เคียงกันกับวิธีการประมาณของลิวเมื่อมีข้อจำกัด ดังนั้นวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลักจึงเป็นวิธีที่เราสามารถเลือกนำมาใช้ในการหาตัวประมาณได้โดยที่เราไม่จำเป็นต้องทราบข้อจำกัด

ผู้วิจัยแสดงแผนผังการเลือกวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณที่ทำให้ได้ค่า AMSE ต่ำสุดในสถานการณ์ต่างๆเพื่อนำไปใช้ ซึ่งในการเลือกใช้จะต้องทราบปัจจัยต่างๆ คือ จำนวนตัวแปรอิสระ ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ และขนาดตัวอย่าง โดยใช้สัญลักษณ์ต่อไปนี้แทนความหมายต่างๆ กล่าวคือ

PC หมายถึง ตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณวิธีการถดถอยองค์ประกอบหลัก

LR หมายถึง ตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณวิธีการถดถอยแบบรากแฝง

RL หมายถึง ตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณวิธีตัวประมาณลิวเมื่อมีข้อจำกัด

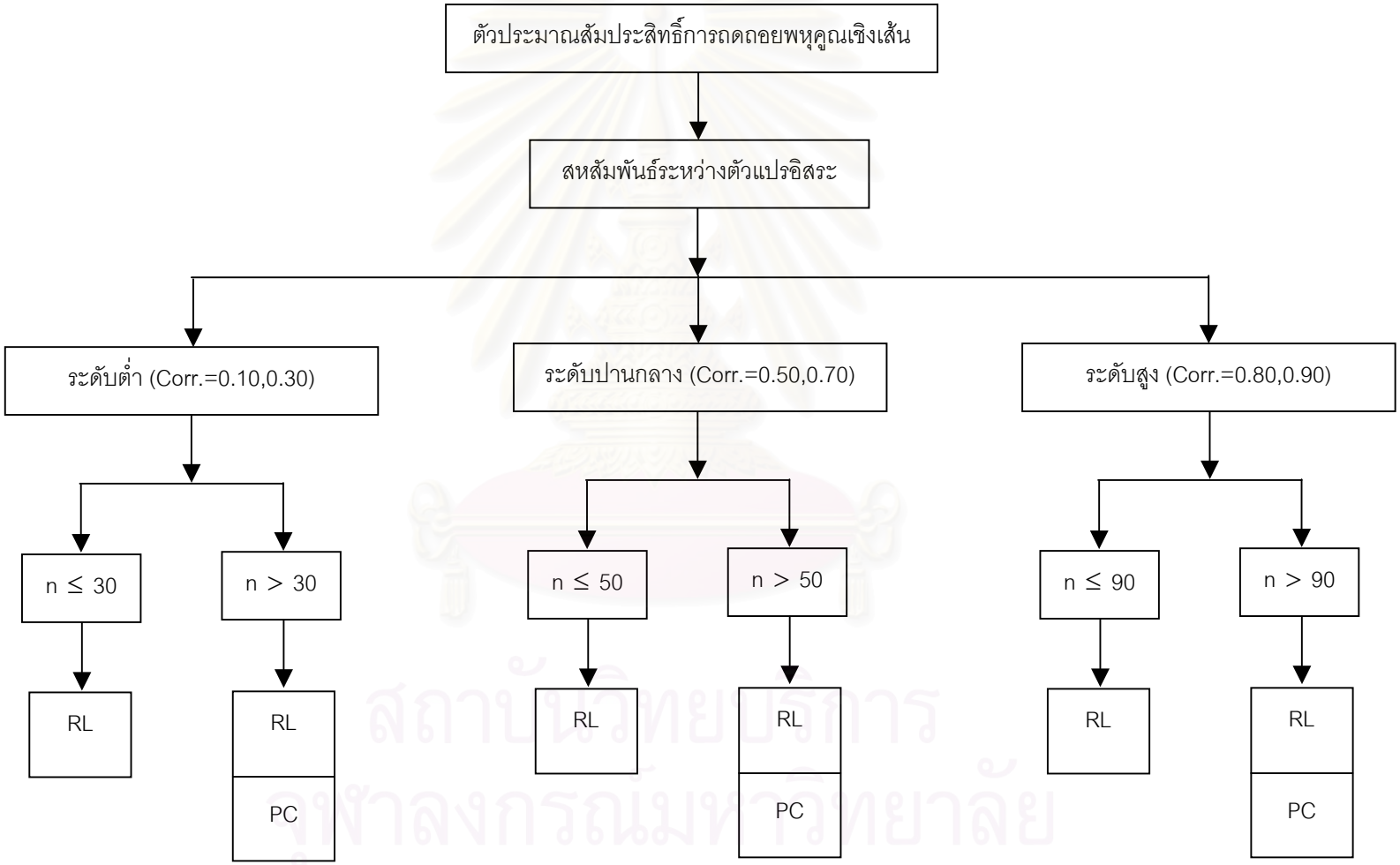
Corr. หมายถึง ระดับความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ(X_1, X_2) และ (X_4, X_5)

Var. หมายถึง จำนวนตัวแปรอิสระ

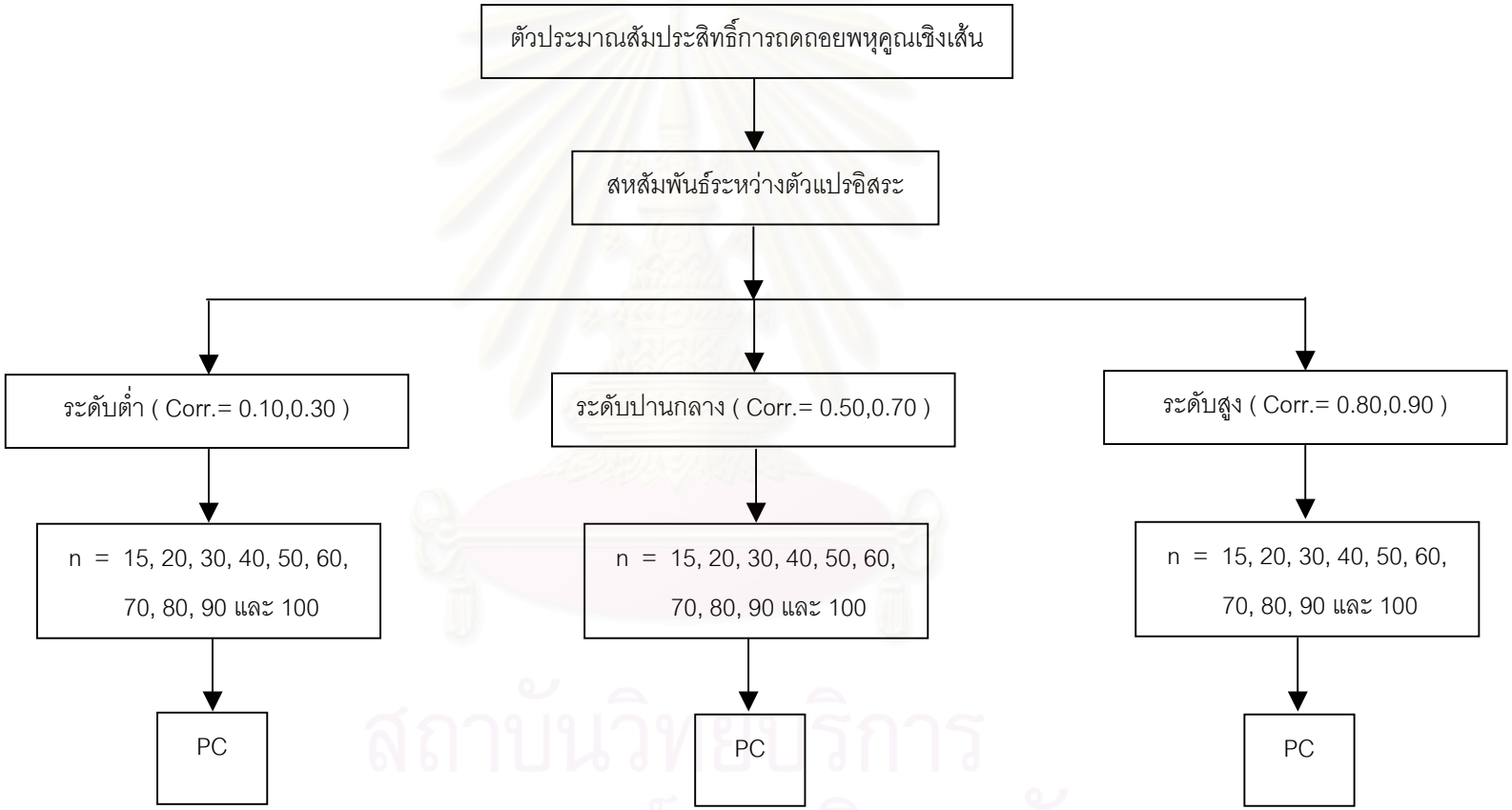
<u>หมายเหตุ</u> ผู้วิจัยได้แสดงสูตรการคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์(Correlation Coefficient) ระหว่างสองตัวแปรอิสระ $(X_i$ และ $X_j)$ ในภาคผนวก ก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนผังแสดงการเลือกใช้ตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ กรณีข้อมูลสอดคล้องกับข้อจำกัด



แผนผังแสดงการเลือกใช้ตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ กรณีข้อมูลไม่สอดคล้องกับข้อจำกัด



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

5.2.2 ด้านการศึกษาวิจัย

เพื่อเป็นแนวทางให้ผู้ที่สนใจได้ศึกษาเพิ่มเติม เพื่อเป็นการขยายผลการวิจัยออกไปให้เกิดประโยชน์มากยิ่งขึ้น โดยทำการศึกษาในกรณีต่างๆดังต่อไปนี้

1. จากการวิจัยผลของวิธีRL ในกรณีที่ข้อมูลสอดคล้องกับข้อจำกัด เวกเตอร์ของข้อจำกัด (R) ที่นำมาใช้จะสอดคล้องกับข้อมูลที่จำลองขึ้นในการวิจัยครั้งนี้เท่านั้น ดังนั้นในความเป็นจริง $\underset{\sim}{R}$ อาจต้องเปลี่ยนแปลงไป เพื่อให้สอดคล้องกับข้อมูลที่ทำการศึกษา

2. ควรศึกษาหาวิธีการประมาณค่า d ที่เหมาะสมกับกรณีที่ข้อมูลไม่สอดคล้องกับข้อจำกัด เพื่อช่วยในการประมาณค่า $\underset{\sim PC}{\hat{\beta}}$ ได้ใกล้เคียงกับค่าจริงมากขึ้น

3. ควรศึกษาเมื่อตัวแปรอิสระมีมากกว่า 5 ตัวแปร และจำนวนตัวแปรอิสระที่เกิดพหุสัมพันธ์ควรมีมากกว่า 2 ตัว

4. ศึกษาเพิ่มเติมเมื่อความคลาดเคลื่อนของข้อมูลมีการแจกแจงในรูปแบบอื่นๆ เช่นการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล การแจกแจงแบบไวบูลล์

5. ควรศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการทางสถิติวิธีอื่นสำหรับการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ เช่น วิธีการถดถอยแบบริดจ์(Ridge Regression) เป็นต้น

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

ดวงพร ชูรักษ์. **การเปรียบเทียบการประมาณค่าในการวิเคราะห์การถดถอยพหุ โดยวิธีริดจ์รีเกรสชั่น รีเกรสชั่นพริ้นซิเปิ้ลคอมโพเน้นท์และวิธีกำลังสองน้อยที่สุดในกรณีที่เกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ สาขาวิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2529.

นุสรา สถิตโพธิ์ศรี. **การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยพหุโดยวิธีริดจ์รีเกรสชั่นและวิธีลาเท้นรูทรีเกรสชั่นในกรณีที่เกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ สาขาวิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2536.

สมพล จารุธรศักดิ์กูร. **การเปรียบเทียบการประมาณค่าในการวิเคราะห์ความถดถอยพหุคูณด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด วิธีริดจ์รีเกรสชั่นที่ใช้ข้อสนเทศโดยหลักเกณฑ์และวิธีลิวคีเจียนทั่วไป เมื่อเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ สาขาวิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2529.

ภาษาอังกฤษ

Draper,Norman Richard. **Applied regression analysis**. The United States of America, 1981.

Frikli Akdeniz and Selahattin Kaciranlar, More on the New Biased Estimator in Linear Regression, **The Indian Journal of Statistics** 63 (May 2001) : 321-325.

Judge,George G. **The Theory and practice of economics**. The United States of America, 1985.

Judge,George G.,and Takayama,T. Inequality restrictions in regression analysis. **Journal of the America Statistical Association**. 61 (March 1966): 166 -181

Montgomery,Douglas C. **Introduction to linear regression analysis**. The United States of America , 1982.

Selahattin Kaciranlar, Styan,George P.H., and Werner,Hans J. A New Biased Estimator In Linear Regression And A Detailed Analysis of the Widely-Analysed Dataset on Portland Cement, **The Indian Journal of Statistics** 61, (August 1999) : 443 - 459.

Waterman,M.S. A Restricted least squares problem.**Technometrics** 16 (February 1974) :133-136.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก

วิธีหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ (X_i และ X_j)

$$r_{ij} = \frac{s_{ij}}{(s_{ii}s_{jj})^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{\sum_{k=1}^{n}(x_{ki}-\bar{x}_i)(x_{kj}-\bar{x}_j)}{\sqrt{\sum_{k=1}^{n}(x_{ki}-\bar{x}_i)^2\sum_{k=1}^{n}(x_{kj}-\bar{x}_j)^2}}$$

โดยที่ $s_{jj} = \sum_{k=1}^{n}(x_{kj}-\bar{x}_j)^2$ $s_{ij} = \sum_{k=1}^{n}(x_{ki}-\bar{x}_i)(x_{kj}-\bar{x}_j)$ $s_{ii} = \sum_{k=1}^{n}(x_{ki}-\bar{x}_i)^2$

เมื่อ r_{ij} เป็นค่าสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ X_i และ X_j

x_{kj} เป็นค่าที่ k ของตัวแปรอิสระตัวที่ j ; $k = 1,2,3,...,n$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ข

โปรแกรมแสดงการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณของวิธีPC วิธีLR และวิธีRL

```
DOUBLE PRECISION EIG(100,100),LAMDA(100)
REAL  SIGMA,MEAN,SMSEP,SMSEL,SMSER,NORMAL
DIMENSION  XA(100,10),C(10,10),X(100,10),Y(100) ,XSTAR(100,10),YSTAR(100)
           BPC(10),XTX(100,10),BOLS(10),XYSTAR(100,10) ,BLR(10),BRLS(10)
           BII(10,10),AA(10,10),BRL(10)
COMMON/SEED/IX,MM
INTEGER IX,MM

      OPEN(1,FILE='C:\X.DOC')
      OPEN(2,FILE='C:\C_MATRIXN.DOC')
      OPEN(3,FILE='C:\MULTIV.DOC')
      OPEN(4,FILE='C:\VAR_Y.DOC')
      OPEN(5,FILE='C:\STD_XY.DOC')
      OPEN(6,FILE='C:\EIGEN.DOC')
      OPEN(7,FILE='C:\RAMDA.DOC')
      OPEN(8,FILE='C:\BPC.DOC')
      OPEN(9,FILE='C:\XTXN.DOC')
      OPEN(10,FILE='C:\BOLS1.DOC')
      OPEN(11,FILE='C:\XY.DOC')
      OPEN(12,FILE='C:\BLR.DOC')
      OPEN(13,FILE='C:\BRLS1.DOC')
      OPEN(14,FILE='C:\BRL.DOC')

      PRINT*,'NUMBER OF ROW='
      READ*,N
      PRINT*,'NUMBER OF COLUMN='
      READ*,M2
```

```
      PRINT*,'NUMBER OF COLUMN2='
      READ*,M

      PRINT*,'VALUE OF MEAN='
      READ*,MEAN
      PRINT*,'VALUE OF SIGMA='
      READ*,SIGMA
      PRINT*,'NUMBER OF REPLICATION='
      READ*,REP

      IX=65539
      KK=0
      PI=3.1415926

DO 9999 REPREAT=1,REP

      DO 1 I=1,N
            DMEAN=0.0
            SIGMA=1.0
      DO 1 J=1,M2
            XA(I,J)=NORMAL(DMEAN,SIGMA)
            WRITE(1,*)I,J,XA(I,J)
      1   CONTINUE

DO 9999 REPREAT=1,REP

      CALL C_MATRIX(M2,C)
      DO 2 I=1,M2
      DO 2 J=1,M2
            WRITE(2,*)I,J,C(I,J)
      2   CONTINUE
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
CALL MULTI(C,M2,M,N,XA,X)
DO 3 I=1,N
DO 3 J=1,M
        WRITE(3,*)I,J,X(I,J)
3   CONTINUE

CALL BUILD_Y(M,N,X,Y)
DO 4 I=1,N
        WRITE(4,*)I,Y(I)
4   CONTINUE

CALL XTRAN(M,N,X,XTX)
DO 6 I=1,M
DO 6 J=1,M
        WRITE(9,*)I,J,XTX(I,J)
6   CONTINUE

CALL EIGEN(X,M,N,LAMDA,EIG)
DO 17 I=1,M
DO 17 J=1,M
        WRITE(6,*)I,J,EIG(I,J)
17  CONTINUE
DO 18 I=1,M
        WRITE(7,*)I,LAMDA(I)
18  CONTINUE

CALL OLS(M,N,X,Y,XTX,BOLS)
DO 21 J=1,M
        WRITE(10,*)J,BOLS(J)
21  CONTINUE
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
CALL RLS(X,Y,XTX,BOLS,M,N,BRLS,SIG)
DO 24 J=1,M
        WRITE(13,*)J,BRLS(J)
24  CONTINUE

CALL PAP(XTX,EIG,M,AA,BII)

CALL DOPT(SIG,M,BRLS,LAMDA,EIG,BII,D)
        PRINT*,D

CALL RL(BRLS,XTX,M,D,BRL,SMSER)
DO 25 I=1,M
         WRITE(14,*)I,BRL(I)
25  CONTINUE

CALL STD_XY(M,N,X,Y,XSTAR,YSTAR)
DO 5 I=1,N
DO 5 J=1,M
        WRITE(5,*)I,J,YSTAR(I),XSTAR(I,J)
5       CONTINUE

CALL PCR(M,N,X,Y,LAMDA,EIG,BPC,SMSEP)
DO 20 I=1,M
        WRITE(8,*)I,BPC(I)
20   CONTINUE

CALL COMAT(M,N,XSTAR,YSTAR,XYSTAR,LAMDAL,EIG)
M1=M+1
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
      DO 22 I=1,M1
      DO 22 J=1,M1
            WRITE(11,*)I,J,XYSTAR(I,J)
      22  CONTINUE
      CALL LR(M,M2,N,YSTAR,SDX,LAMDAL,EIG,BLR,SDIFF2)
      DO 23 J=1,M
            WRITE(12,*)J,BLR(J)
      23  CONTINUE

9999 CONTINUE

       AMSEP=SMSEP/M
       AMSEL=SMSEL/M
       AMSER=SMSER/M
       PRINT*,AMSEP,AMSEL,AMSER

END
!*****************************************************
!COMPUTE MEAN SQUARE ERROR OF RL
!*****************************************************
 SUBROUTINE    MSET3(M,BRL,SMSER)
 DIMENSION    BETA(10),BRL(10),TMSER(10),SDIFF3(10)
 REAL    SMSER
 INTEGER    M
 BETA(1)=1.0
 BETA(2)=2.0
 BETA(3)=3.0
 BETA(4)=4.0
 BETA(5)=5.0
```

```
 DO I=1,M
          PRINT*,I,BRL(I)
 ENDDO

DO 322 I=1,M
          SDIFF3(I)=(BRL(I)-BETA(I))**2
          TMSER(I)=0.001*SDIFF3(I)
           PRINT*,SDIFF3(I),I,BRL(I)
322 CONTINUE
DO 433 I=1,M
           SMSER=SMSER+TMSER(I)
           PRINT*,SMSER
 433 CONTINUE
 RETURN
 END
!******************************************************
!COMPUTE MEAN SQUARE ERROR OF LR
!******************************************************
 SUBROUTINE    MSET2(M,BLR,SMSEL)
 DIMENSION    BETA(10),BLR(10),TMSEL(10),SDIFF2(10)
 REAL    SMSEL
 INTEGER    M
 BETA(1)=1.0
 BETA(2)=2.0
 BETA(3)=3.0
 BETA(4)=4.0
 BETA(5)=5.0
 DO I=1,M
          PRINT*,BLR(I+1),I+1
 ENDDO
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
 DO 233 I=1,M
            SDIFF2(I)=(BLR(I+1)-BETA(I))**2
            TMSEL(I)=0.001*SDIFF2(I)
             PRINT*,SDIFF2(I),I
 233 CONTINUE
DO 344 I=1,M
           SMSEL=SMSEL+TMSEL(I)
           PRINT*,SMSEL
 344 CONTINUE
 RETURN
 END
!*******************************************************
!COMPUTE MEAN SQUARE ERROR OF PCR
!*******************************************************
 SUBROUTINE    MSET1(M,BPC,SMSEP)
 DIMENSION    BETA(10),BPC(10),SDIFF1(10)
 REAL    TMSEP(10)
 REAL    SMSEP
 INTEGER M
 BETA(1)=1.0
 BETA(2)=2.0
 BETA(3)=3.0
 BETA(4)=4.0
 BETA(5)=5.0
 DO I=1,M
           WRITE(2,*)I,BPC(I)
END DO
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
DO 222 I=1,M
        SDIFF1(I)=(BPC(I)-BETA(I))**2
        TMSEP(I)=0.001*SDIFF1(I)
        PRINT*,SDIFF1(I),I
222 CONTINUE
DO 333 I=1,M
        SMSEP=SMSEP+TMSEP(I)
        PRINT*,SMSEP
 333 CONTINUE
 RETURN
 END
!*****************************************************
!                   COMPUTE BRL
!*****************************************************
SUBROUTINE    RL(BRLS,XTX,M,D,BRL,SMSER)
REAL    XTXN(100,10),XTX(100,10),BRLS(10),BRL(10),D,XTXB(10),DB(10),XTXDB(10)
         XTX2(100,10)
DOUBLE PRECISION XTXINV(10,10)
DO 10 I=1,M
DO 10 J=1,M
        IF (I.EQ.J) THEN
                XTXN(I,J)=XTX(I,J)+1.0
        ELSE
                XTXN(I,J)=XTX(I,J)+0.0
        ENDIF
10   CONTINUE
DO I=1,M
DO J=1,M
        XTX2(I,J)=XTXN(I,J)
ENDDO
ENDDO
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
        CALL INVERS(XTX2,M,XTXINV)
DO 20 I=1,M
        XTXB(I)=0.0
DO 20 K=1,M
        XTXB(I)=XTXB(I)+XTX(I,K)*BRLS(K)
20   CONTINUE
DO 25 I=1,M
        DB(I)=D*BRLS(I)
25   CONTINUE
DO 30 I=1,M
        XTXDB(I)=XTXB(I)+DB(I)
30   CONTINUE
DO 40 I=1,M
        BRL(I)=0.0
DO 40 K=1,M
        BRL(I)=BRL(I)+XTXINV(I,K)*XTXDB(K)
40   CONTINUE
DO I=1,M
        PRINT*,I,BRL(I)
ENDDO
        CALL MSET3(M,BRL,SMSER)
RETURN
END
!*************************************************
!                COMPUTE D-OPTIMUM
!*************************************************
SUBROUTINE DOPT(SIG,M,BRLS,LAMDA,EIG,BII,D)
REAL W1,ALPRLS(10),W2,SIG,D,BRLS(10),BII(10,10)
DOUBLE PRECISION LAMDA(100),EIG(100,100),EIGT(100,100)
        W1=0.0
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
DO 40 I=1,M
        W1=W1+(BII(I,I)/(LAMDA(I)+1))
40   CONTINUE
DO 45 I=1,M
DO 45 J=1,M
        EIGT(J,I)=EIG(I,J)
45CONTINUE

DO 50 I=1,M
        ALPRLS(I)=0.0
DO 50 K=1,M
        ALPRLS(I)=ALPRLS(I)+EIGT(I,K)*BRLS(K)
50   CONTINUE
        W2=0.0
DO 55 I=1,M
        W2=W2+(((BII(I,I)*SIG)+(ALPRLS(I)**2))/((LAMDA(I)+1)**2))
55   CONTINUE
        D=1-(((SIG)*(W1))/W2)
        PRINT*,D
RETURN
END
!*****************************************************
!                    COMPUTE BII
!*****************************************************
SUBROUTINE    PAP(XTX,EIG,M,AA,BII)
REAL    XTX(100,10),R(10),SRT(10),RS(10),RSRT,RSRTINV,G1(10),G2(10,10)
         AA(10,10),PTA(10,10),PTAP(10,10),BII(10,10)
DOUBLE PRECISION INVA(10,10),EIG(100,100),EIGT(100,100)
        R(1)=1.0
        R(2)=1.0
        R(3)=-1.0
```

```
        R(4)=0.0
        R(5)=0.0
        R(6)=1.0

        CALL INVERS(XTX,M,INVA)

DO 10 I=1,M
        SRT(I)=0.0
DO 10 K=1,M
        SRT(I)=SRT(I)+INVA(I,K)*R(K)
10   CONTINUE
DO 15 I=1,M
        RS(I)=0.0
DO 15 K=1,M
        RS(I)=RS(I)+R(K)*INVA(K,I)
15   CONTINUE
        RSRT=0.0
DO 20 I=1,M
        RSRT=RSRT+RS(I)*R(I)
20   CONTINUE
        RSRTINV=1/RSRT
DO 25 I=1,M
        G1(I)=SRT(I)*RSRTINV
25   CONTINUE
DO 30 I=1,M
DO 30 J=1,M
        G2(I,J)=G1(I)*RS(J)
30   CONTINUE
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
DO 35 I=1,M
DO 35 J=1,M
        AA(I,J)=INVA(I,J)-G2(I,J)
35   CONTINUE
DO 40 I=1,M
DO 40 J=1,M
        EIGT(J,I)=EIG(I,J)
40   CONTINUE

DO 45 I=1,M
DO 45 J=1,M
        PTA(I,J)=0.0
DO 45 K=1,M
        PTA(I,J)=PTA(I,J)+EIGT(I,K)*AA(K,J)
45  CONTINUE
DO 50 I=1,M
DO 50 J=1,M
        PTAP(I,J)=0.0
DO 50 K=1,M
        PTAP(I,J)=PTAP(I,J)+PTA(I,K)*EIG(K,J)
50   CONTINUE
DO 55 I=1,M
DO 55 J=1,M
        BII(I,J)=PTAP(I,J)
        PRINT*,I,J,BII(I,J)
55   CONTINUE
RETURN
END
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
!*****************************************************
!                    COMPUTE RLS
!*****************************************************
SUBROUTINE     RLS(X,Y,XTX,BOLS,M,N,BRLS,SIG)
REAL     X(100,10),Y(100),XTX(100,10),R(10),T,BOLS(10),RBOLS,REST
          RINV(10),RINVRT,INVRT(10),URLS(10),VRLS(10),BRLS(10),XBRLS(100)
          ERROR(100),SQERR,SIG
DOUBLE PRECISION INV(10,10)
          T=9.00
          R(1)=0.0
          R(2)=1.0
          R(3)=1.0
          R(4)=1.0
          R(5)=0.0
          R(6)=0.0
          RBOLS=0.0

DO 10 I=1,M
          RBOLS=RBOLS+R(I)*BOLS(I)
10   CONTINUE
          REST=T-RBOLS

          CALL INVERS(XTX,M,INV)
DO 20 I=1,M
          RINV(I)=0.0
DO 20 K=1,M
          RINV(I)=RINV(I)+R(K)*INV(K,I)
20   CONTINUE
          RINVRT=0.0
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
DO 25 I=1,M
        RINVRT=RINVRT+RINV(I)*R(I)
25   CONTINUE
DO 30 I=1,M
        INVRT(I)=0.0
DO 30 K=1,M
        INVRT(I)=INVRT(I)+INV(I,K)*R(K)
30   CONTINUE
DO 35 I=1,M
        URLS(I)=INVRT(I)*(1/RINVRT)
35   CONTINUE
DO 40 I=1,M
        VRLS(I)=URLS(I)*REST
40   CONTINUE

DO 45 I=1,M
        BRLS(I)=BOLS(I)+VRLS(I)
        PRINT*,BRLS(I)
45   CONTINUE
DO 50 I=1,N
        XBRLS(I)=0.0
DO 50 K=1,M
        XBRLS(I)=XBRLS(I)+X(I,K)*BRLS(K)
50   CONTINUE
DO 55 I=1,N
        ERROR(I)=Y(I)-XBRLS(I)
55   CONTINUE
        SQERR=0.0
DO 60 I=1,N
        SQERR=SQERR+ERROR(I)**2
60   CONTINUE
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
        SIG=SQERR/(N-M)
        PRINT*,SIG
RETURN
END
!*****************************************************
!                   COMPUTE LR
!*****************************************************
SUBROUTINE    LR(M,M2,N,YSTAR,SDX,LAMDAL,EIG,BLR,SDIFF2)
REAL    XBARY,BARY,TOLY,TERM2,TERM1,C
INTEGER    M,M1
DIMENSION    YSTAR(100),DY(100),BC(100),BLR(10),BLRN(10),SDIFF2(10)
DOUBLE PRECISION    EIG(100,100),LAMDAL(100),SDX(10)
M1=M+1
DO J=1,M1
        PRINT*,J,LAMDAL(J)
ENDDO

M1=M+1
DO 10 L=1,M1
        IF (LAMDAL(L).GT.0.05.OR.EIG(1,L).GT.0.10) THEN
                LL=L
                GOTO 20
        ENDIF
10  CONTINUE
20  XBARY=0.0

M1=M+1
DO J=1,LL
        PRINT*,J,LAMDAL(J)
ENDDO
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
DO 21 I=1,N
21  XBARY=XBARY+YSTAR(I)
BARY=XBARY/N

DO 22 I=1,N
22  DY(I)=YSTAR(I)-BARY
TOLY=0.0
DO 23 I=1,N
23  TOLY=TOLY+(DY(I)**2)
TERM2=SQRT(TOLY)
SUMBB=0.0

DO 60 J=1,LL
60  SUMBB=SUMBB+((EIG(1,J)**2)/LAMDAL(J))
TERM1=1.0/SUMBB
C=(TERM1*TERM2)*(-1)
BC(1)=0.0

DO 70 I=2,M1
        SUMCC=0.0
DO 80 J=1,LL
80   SUMCC=SUMCC+(EIG(1,J)*EIG(I,J))/LAMDAL(J)
        BC(I)=SUMCC
70   CONTINUE
        BLRN(1)=BARY
        DO 90 I=2,M1
        BLR(I)=C*BC(I)
90   CONTINUE
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
DO I=2,M1
        BLRN(I)=BLR(I)/SDX(I-1)
ENDDO

DO I=1,M1
        PRINT*,I,BLRN(I)
ENDDO

        CALL MSET2(M2,BLRN,SDIFF2)
RETURN
END
!*****************************************************
!                   COMPUTE MATRIX YX
!*****************************************************
SUBROUTINE    COMAT(M,N,XSTAR,YSTAR,LRX,LAMDAL,EIG)
REAL    TRANLR,LRX
INTEGER    M1,M2,M,N
DIMENSION    SE(10,10),EV(100,10),TRANLR(10,10),YSTAR(100)
                XSTAR(100,10),LRX(100,10)
DOUBLE PRECISION EIG(100,100),LAMDAL(100)
M1=M+1
M2=M
IKL=0
10 DO 20 I=1,N
        IF (M2.EQ.0.OR.M1.EQ.1)THEN
                LRX(I,1)=YSTAR(I)
                IF(I.EQ.N) IKL=1
                ELSE
                LRX(I,M1)=XSTAR(I,M2)
        END IF
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
20   CONTINUE
          IF (IKL.EQ.1) GOTO 25
                M2=M2-1
                M1=M1-1
                GOTO 10
25   M1=M+1

DO I=1,N
DO J=1,M
          PRINT*,I,J,LRX(I,J)
ENDDO
ENDDO
 DO 30 I=1,M1
DO 30 J=1,M1
          TRANLR(I,J)=0.0
          SE(I,J)=0.0
          EV(I,J)=0
30   CONTINUE

DO 40 I=1,M1
DO 40 L=1,M1
          SIK=0
DO 50 J=1,N
50   SIK=SIK+LRX(J,I)*LRX(J,L)
          SE(I,L)=SIK
40   SE(L,I)=SIK
DO 60 I=1,M1
DO 60 J=1,M1
          TRANLR(I,J)=SE(I,J)
          TRANLR(J,I)=SE(I,J)
60   CONTINUE
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
 DO 70 I=1,M1
DO 70 J=1,M1
          EV(I,J)=TRANLR(I,J)
70   CONTINUE

          CALL EIGEN(LRX,M1,N,LAMDAL,EIG)

DO I=1,M1
          PRINT*,I,LAMDAL(I)
ENDDO
RETURN
END
!************************************************
!                    COMPUTE OLS METHOD
!************************************************
SUBROUTINE OLS(M,N,X,Y,XTX,BOLS)
REAL X(100,10),XT(10,100),Y(100),XTY(10),BOLS(10),XTX(100,10)
DOUBLE PRECISION INV(10,10)
DO 10 I=1,N
DO 10 J=1,M
          XT(J,I)=X(I,J)
10   CONTINUE
DO 25 I=1,M
          XTY(I)=0.0
DO 25 K=1,N
          XTY(I)=XTY(I)+XT(I,K)*Y(K)
25   CONTINUE
          CALL INVERS(XTX,M,INV)
DO 20 I=1,M
          BOLS(I)=0.0
DO 20 K=1,M
```

```
        BOLS(I)=BOLS(I)+INV(I,K)*XTY(K)
20   CONTINUE
RETURN
END
!************************************************
!                    COMPUTE INVERSE
!************************************************
SUBROUTINE INVERS(XTX,M,INV)
REAL XTX(100,10),SIGV(10,10)
DOUBLE PRECISION INV(10,10)

DO 5 I=1,M
DO 5 J=1,M
        SIGV(I,J)=XTX(I,J)
5   CONTINUE
N=2*M
N1=M+1
M1=M-1
DO 20 I=1,M
        M1=M1+1
DO 20 J=N1,N
        M2=J-M1
        IF (M2.EQ.1) SIGV(I,J)=1.0
        IF (M2.NE.1) SIGV(I,J)=0.0
20   CONTINUE
DO 60 I=1,M
DO 25 K=I,M
        IF (SIGV(K,I).EQ.0.0) GOTO 25
                I1=K
                GOTO 30
25   CONTINUE
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
          PRINT*,'THE MATRIX IS SINGULAR'
          STOP
30   IF (I1.EQ.I) GOTO 40
DO 35 J=1,N
          E=SIGV(I1,J)
          F=SIGV(I,J)
          SIGV(I,J)=E
          SIGV(I1,J)=F
35   CONTINUE
40   D=SIGV(I,I)

DO 45 J=I,N
          SIGV(I,J)=SIGV(I,J)/D
45   CONTINUE
DO 55 K=1,M
          IF (K.EQ.I) GOTO 55
          IF (SIGV(K,I).EQ.0.0) GOTO 55
                    C=SIGV(K,I)
DO 50 J=1,N
          SIGV(K,J)=SIGV(K,J)-(C*SIGV(I,J))
50   CONTINUE
55   CONTINUE
60   CONTINUE
DO 65 I=1,M
DO 65 J=N1,N
          K=J-M
          INV(I,K)=SIGV(I,J)
65   CONTINUE
RETURN
END
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
!************************************************
!  COMPUTE PRINCIPAL COMPONENT REGRESSION
!************************************************
SUBROUTINE    PCR(M,N,M2,XSTAR,YSTAR,LAMDA,EIG,SUMXSQ,SUMYSQ
              XBAR,YBAR,BPC,SDIFF1)
DIMENSION     TEIG(10,10),Z(100,10),XSTAR(100,10),ZTRAN(10,100),YSTAR(100)
              ZY(100),BPC(10),ALHAT(10),BPCN(10),TRANB(10),TRAN(10)
              SDIFF1(10)
DOUBLE PRECISION    LAMDA(100),EIG(100,100),SUMXSQ(10),SUMYSQ,XBAR(10)
                    YBAR
REAL     SUMEI,ALAMDA
INTEGER    M,N,M2

SUMEI=0.0
DO 20 J=1,M
20   SUMEI=SUMEI+LAMDA(J)
        ALAMDA=SUMEI/M
        PRINT*,ALAMDA
DO 30 I=1,N
DO 30 J=1,M
        Z(I,J)=0.0
DO 35 K=1,M
35   Z(I,J)=Z(I,J)+XSTAR(I,K)*EIG(K,J)
        PRINT*,I,J,Z(I,J)
30  CONTINUE
DO 45 I=1,M
DO 45 J=1,N
        ZTRAN(I,J)=Z(J,I)
        PRINT*,I,J,ZTRAN(I,J)
45   CONTINUE
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
DO 50 J=1,M
        ZY(J)=0.0
DO 55 I=1,N
        ZY(J)=ZY(J)+ZTRAN(J,I)*YSTAR(I)
55  CONTINUE
        PRINT*,J,ZY(J)
50  CONTINUE
ME=0.0
DO 60 J=1,M
        IF (LAMDA(J)-ALAMDA) 60,60,61
61  ME=ME+1
60  CONTINUE
         PRINT*,ME

DO 70 J=1,ME
        TEIG(J,J)=1.0/LAMDA(J)
        ALHAT(J)=TEIG(J,J)*ZY(J)
        PRINT*,TEIG(J,J)
70  CONTINUE
 DO 75 J=1,M
        BPC(J)=0.0
DO 80 I=1,ME
80  BPC(J)=BPC(J)+EIG(J,I)*ALHAT(I)
75  CONTINUE
DO J=1,M
        TRANB(J)=SUMYSQ*(1/SUMXSQ(J))
        TRAN(J)=(TRANB(J))**(0.5)
        PRINT*,J,TRAN(J)
ENDDO
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
DO 88 J=1,M
        BPCN(J)=BPC(J)*TRAN(J)
88   CONTINUE
DO J=1,M
        PRINT*,J,BPCN(J),BPC(J)
ENDDO
        SUMBN=0.0
DO J=1,M
        SUMBN=SUMBN+(BPCN(J)*XBAR(J))
ENDDO
        PRINT*,SUMBN
        BPCN(M2)=YBAR-SUMBN
        PRINT*,BPCN(M2)

        CALL MSET1(M2,BPCN,SDIFF1)
 RETURN
END
!************************************************
!       COMPUTE EIGENVALUE & EIGENVECTOR
!************************************************
SUBROUTINE    EIGEN(A,M,N,W,V)
IMPLICIT REAL*8 (B-H,O-Z)
LOGICAL     MATU,MATV
DIMENSION    A(100,100),W(100),U(100,100),V(100,100),RV1(100)
DIMENSION    CN(100)
DATA TOL/0.0001/
NDIM=100
MATU=.TRUE.
MATV=.TRUE.
        CALL SVD(NDIM,N,M,A,W,MATU,U,MATV,V,IERR,RV1)
IRANK=N
```

```
DO 19 I=1,N
        CN(I)=W(I)/W(1)
        IF (CN(I).LT.TOL) IRANK=IRANK-1
19 CONTINUE
RETURN
END

! ! SUBROUTINE SVD
SUBROUTINE SVD(NM,N,M,A,W,MATU,U,MATV,V,IERR,RV1)
IMPLICIT REAL*8(B-H,O-Z)
DIMENSION A(NM,M),W(M),U(NM,M),V(NM,M),RV1(M)
LOGICAL MATU,MATV
IERR=0
DO 100 I=1,N
DO 100 J=1,M
     U(I,J)=A(I,J)
100 CONTINUE

! .....HOUSEHOLDER REDUCTION TO BIDIAGONAL FORM .....
G=0.0D0
SCALE=0.0D0
X=0.0D0
DO 300 I=1,M
        L=I+1
                RV1(I)=SCALE*G
                G=0.0D0
                S=0.0D0
                SCALE=0.0D0
          IF (I.GT.N) GOTO 210
        DO 120 K=I,N
120 SCALE=SCALE+DABS(U(K,I))
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
      IF (SCALE.EQ.0.0D0) GOTO 210
         DO 130 K=I,N
            U(K,I)=U(K,I)/SCALE
                  S=S+U(K,I)**2
130 CONTINUE
      F=U(I,I)
                  G=-DSIGN(DSQRT(S),F)
                  H=F*G-S
                  U(I,I)=F-G
                  IF(I.EQ.M) GOTO 190
         DO 150 J=L,M
            S=0.0D0
         DO 140 K=I,N
140 S=S+U(K,I)*U(K,J)
      F=S/H
         DO 150 K=I,N
            U(K,J)=U(K,J)+F*U(K,I)
150 CONTINUE
190 DO 200 K=I,N
200 U(K,I)=SCALE*U(K,I)
210 W(I)=SCALE*G
   G=0.0D0
         S=0.0D0
         SCALE=0.0D0
         IF (I.GT.N .OR. I.EQ.M) GOTO 290
         DO 220 K=L,M
220 SCALE=SCALE+DABS(U(I,K))
   IF (SCALE.EQ.0.0D0) GOTO 290
         DO 230 K=L,M
            U(I,K)=U(I,K)/SCALE
                  S=S+U(I,K)**2
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
230 CONTINUE
   F=U(I,L)
         G=-DSIGN(DSQRT(S),F)
         H=F*G-S
         U(I,L)=F-G
         DO 240 K=L,M
240 RV1(K)=U(I,K)/H
   IF (I.EQ.N) GOTO 270              !200
         DO 260 J=L,N
         S=0.0D0
         DO 250 K=L,M
250 S=S+U(J,K)*U(I,K)
   DO 260 K=L,M
         U(J,K)=U(J,K)+S*RV1(K)
260 CONTINUE
270 DO 280 K=L,M
280 U(I,K)=SCALE*U(I,K)
290 X=DMAX1(X,DABS(W(I))+DABS(RV1(I)))   !227
300 CONTINUE

! ..... ACCUMALATION OF RIGHT-HAND TRANSFORMATIONS .....
         IF (.NOT.MATV) GOTO 410
         ! ..... FOR I=N STEP -1 UNTIL 1 DO -- .....
         DO 400 II=1,M
         I=M+1-II
         IF (I.EQ.M) GOTO 390
         IF (G.EQ.0.0D0) GOTO 360
         DO 320 J=L,M
         ! ..... DOUBLE DIVISION AVOIDS POSSIBLE UNDERFLOW .....
320 V(J,I)=(U(I,J)/U(I,L))/G
DO 350 J=L,M
```

```
            S=0.0D0
            DO 340 K=L,M
340 S=S+U(I,K)*V(K,J)
DO 350 K=L,M
            V(K,J)=V(K,J)+S*V(K,I)
350 CONTINUE
360 DO 380 J=L,M
            V(I,J)=0.0D0
            V(J,I)=0.0D0
380 CONTINUE
390 V(I,I)=1.0D0
            G=RV1(I)
            L=I
400 CONTINUE
! ..... ACCUMALATION OF LEFT-HAND TRANSFORMATIONS .....
410 IF (.NOT.MATU) GOTO 510
! ..... FOR I=MIN(M,N) STEP -1 UNTIL - DO -- .....
            MN=M
            IF (N.LT.M) MN=N
            DO 500 II=1,MN
            I=MN+1-II
            L=I+1
            G=W(I)
            IF (I.EQ.M) GOTO 430
            DO 420 J=L,M
420 U(I,J)=0.0D0
430 IF (G.EQ.0.0D0) GOTO 475
   IF (I.EQ.MN) GOTO 460
            DO 450 J=L,M
            S=0.0D0
            DO 440 K=L,N
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
440 S=S+U(K,I)*U(K,J)
! ..... DOUBLE DIVISION AVOIDS POSSIBLE UNDERFLOW .....
          F=(S/U(I,I))/G
          DO 450 K=I,N
          U(K,J)=U(K,J)+F*U(K,I)
450 CONTINUE
460 DO 470 J=I,N
470 U(J,I)=U(I,J)/G
   GOTO 490
475 DO 480 J=I,N
480 U(J,I)=0.0D0
490 U(I,I)=U(I,I)+1.0D0
500 CONTINUE
! ......DIAGONALIZATION OF THE BIDIAGONAL FORM ......
510 TST1=X
! ......FOR K=N STEP -1 UNTIL 1 DO -- ......
          DO 700 KK=1,M
          K1=M-KK
          K=K1+1
          ITS=0


! ......TEST FOR SPLITTING
! FOR L=K STEP -1 UNTIL 1 DO -- ......
520 DO 530 LL=1,K
   L1=K-LL
          L=L1+1
          TST2=TST1+DABS(RV1(L))
          IF (TST2.EQ.TST1) GOTO 565
          ! ..... RV1(1) IS ALWAYS ZERO,SO THERE IS NO EXIT
          ! THROUGH THE BOTTOM OF THE LOOP .....
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
      TST2=TST1+DABS(W(L1))
      IF (TST2.EQ.TST1) GOTO 540
530 CONTINUE
   ! ..... CANCELLATION OF RV1(L) IF L GREATER THAN 1 .....
540 C=0.0D0
      S=1.0D0
      DO 560 I=L,K
      F=S*RV1(I)
      RV1(I)=C*RV1(I)
      TST2=TST1+DABS(F)
      IF (TST2.EQ.TST1) GOTO 565
      G=W(I)
      H=PYTHAG(F,G)
      W(I)=H
      C=G/H
      S=-F/H
      IF (.NOT.MATU) GOTO 560
      DO 550 J=1,N
      Y=U(J,L1)
      Z=U(J,I)
      U(J,L1)=Y*C+Z*S
      U(J,I)=-Y*S+Z*C
550 CONTINUE
560 CONTINUE
! ..... TEST FOR CONVERGENCE .....
565 Z=W(K)
      IF (L.EQ.K) GOTO 650
      ! ..... SHIFT FROM BOTTOM 2 BY 2 MINOR .....
      IF (ITS.EQ.30) GOTO 1000
      ITS=ITS+1
      X=W(L)
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
      Y=W(K1)
      G=RV1(K1)
      H=RV1(K)
      F=0.5D0*(((G+Z)/H)*((G-Z)/Y)+Y/H-H/Y)
      G=PYTHAG(F,1.0D0)
      F=X-(Z/X)*Z+(H/X)*(Y/(F+DSIGN(G,F))-H) !353
      ! ..... NEXT QR TRANSFORMATION .....
      C=1.0D0
      S=1.0D0
      DO 600 I1=L,K1
      I=I1+1
      G=RV1(I)
      Y=W(I)
      H=S*G
      G=C*G
      Z=PYTHAG(F,H)
      RV1(I1)=Z
      C=F/Z
      S=H/Z
      F=X*C+G*S
      G=-X*S+G*C
      H=Y*S
      Y=Y*C
      IF (.NOT.MATV) GOTO 575
      DO 570 J=1,M
      X=V(J,I1)
      Z=V(J,I)
      V(J,I1)=X*C+Z*S
      V(J,I)=-X*S+Z*C
570 CONTINUE
575 Z=PYTHAG(F,H)
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
   W(I1)=Z
         ! ..... ROTATION CAN BE ARBITRARY IF Z IS ZERO .....
         IF (Z.EQ.0.0D0) GOTO 580
         C=F/Z
         S=H/Z
580 F=C*G+S*Y
   X=-S*G+C*Y
         IF (.NOT.MATU) GOTO 600
         DO 590 J=1,N
         Y=U(J,I1)
         Z=U(J,I)
         U(J,I1)=Y*C+Z*S
         U(J,I)=-Y*S+Z*C
590 CONTINUE
600 CONTINUE
   RV1(L)=0.0D0
         RV1(K)=F
         W(K)=X
         GOTO 520
         ! ......CONVERGENCE ......
650 IF (Z.GE.0.0D0) GOTO 700
   ! ..... W(K) IS MADE NON-NEGATIVE .....
         W(K)=-Z
         IF (.NOT.MATV) GOTO 700
         DO 690 J=1,M
690 V(J,K)=-V(J,K)
700 CONTINUE
   GOTO 1001
         ! ..... SET ERROR -- NO CONVERGENCE TO A
         ! SINGULAR VALUE AFTER 30 ITERATIONS .....
1000 IERR=K
```

```
1001 RETURN
   END
        DOUBLE PRECISION FUNCTION PYTHAG(A,B)
        DOUBLE PRECISION A,B
        ! FINDS DSQRT(A**2+B**2) WITHOUT OVERFLOW OR DESTRUCTIVE
UNDERFLOW
        DOUBLE PRECISION P,R,S,T,U
        P=DMAX1(DABS(A),DABS(B))
        IF (P.EQ.0.0D0) GOTO 20
        R=(DMIN1(DABS(A),DABS(B))/P)**2
10  CONTINUE
   T=4.0D0+R
        IF (T.EQ.4.0D0) GOTO 20
        S=R/T
        U=1.0D0+2.0D0*S
        P=U*P
        R=(S/U)**2*R
        GOTO 10
20  PYTHAG=P
RETURN
END

!************************************************
!          COMPUTE XTX
!************************************************
SUBROUTINE    XTRAN(M,N,XSTAR,XTX)
REAL    XSTAR(100,10),XT(10,100),XTX(100,10)
DO 10 I=1,N
DO 10 J=1,M
        XT(J,I)=XSTAR(I,J)
10  CONTINUE
```

```
DO 15 I=1,M
DO 15 J=1,M
        XTX(I,J)=0.0
DO 15 K=1,N
        XTX(I,J)=XTX(I,J)+XT(I,K)*XSTAR(K,J)
15   CONTINUE
RETURN
END
!************************************************
!       COMPUTE STANDARDIZE X,Y
!************************************************
SUBROUTINE    STD_XY(M,N,X,Y,XSTAR,YSTAR)
REAL    X(100,10),Y(100),XSTAR(100,10),YSTAR(100)
DOUBLE PRECISION      XBAR(10),SUMXSQ(10),XP(100,10),SDX(10),SUMX(10),SUMY
                      YBAR,YP(100),SUMYSQ
DO 10 J=1,M
        SUMX(J)=0.0
DO 10 I=1,N
        SUMX(J)=SUMX(J)+X(I,J)
10  CONTINUE

DO 15 J=1,M
        XBAR(J)=SUMX(J)/N
        PRINT*,J,XBAR(J)
15  CONTINUE
DO 20 I=1,N
DO 20 J=1,M
        XP(I,J)=X(I,J)-XBAR(J)
20  CONTINUE
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
DO 25 J=1,M
        SUMXSQ(J)=0.0
DO 25 I=1,N
        SUMXSQ(J)=SUMXSQ(J)+XP(I,J)**2
25  CONTINUE
DO 30 J=1,M
     SDX(J)=SQRT(SUMXSQ(J))
30  CONTINUE
DO 35 I=1,N
DO 35 J=2,M
         XSTAR(I,J)=XP(I,J)/SDX(J)
         PRINT*,I,J,XSTAR(I,J)
35  CONTINUE
        SUMY=0.0
DO 40 I=1,N
        SUMY=SUMY+Y(I)
40  CONTINUE
        YBAR=SUMY/N
DO 45 I=1,N
        YP(I)=Y(I)-YBAR
45  CONTINUE
        SUMYSQ=0.0
 DO 50 I=1,N
     SUMYSQ=SUMYSQ+YP(I)**2
50  CONTINUE
DO 55 I=1,N
        YSTAR(I)=YP(I)/SQRT(SUMYSQ)
        PRINT*,I,YSTAR(I)
55  CONTINUE
RETURN
END
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
!************************************************
!                    COMPUTE Y
!************************************************
SUBROUTINE BUILD_Y(M,N,X,Y)
REAL X(100,5),Y(100),SUMY(100),E(100),YINTER(100),NORMAL!,MEAN,SIGMA
INTEGER B(6)
          B(1)=1.0
          B(2)=2.0
          B(3)=3.0
          B(4)=4.0
          B(5)=5.0
          B(6)=1.0
10  CONTINUE
DO 20 I=1,N
          E(I)= NORMAL(0.0,1.0)
           PRINT*,E(I)
20  CONTINUE

DO 30 I=1,N
          SUMY(I)=0.0
DO 40 J=1,M
          SUMY(I)=SUMY(I)+X(I,J)*B(J)
40  CONTINUE
          YINTER(I)=SUMY(I)+E(I)+0.0  ! B(M2)
30  CONTINUE
DO 50 I=1,N
          Y(I)=YINTER(I)
          PRINT*,I,Y(I)
50  CONTINUE
RETURN
END
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
!************************************************
!      COMPUTE MULTIVARIATE NORMAL DIST.
!************************************************
SUBROUTINE MULTI(C,M2,M,N,XA,X)
REAL X(100,10),XA(100,10),MUE(10),C(10,10),XB(100,10),SUM

        MUE(1)=0.0
        MUE(2)=0.0
        MUE(3)=0.0
        MUE(4)=0.0
        MUE(5)=0.0
DO 10 I=1,N
DO 10 J=1,M2
        SUM=0.0
DO 15 K=1,M2
        SUM=SUM+C(J,K)*XA(I,K)
15   CONTINUE
        XB(I,J)=MUE(J)+SUM
10  CONTINUE
DO 20 I=1,N
DO 25 J=1,M
        IF (J.EQ.1) THEN
         X(I,J)=1.0
        ELSE IF (J.GE.2) THEN
           X(I,J)=XB(I,J-1)
        ENDIF
25 CONTINUE
20 CONTINUE
RETURN
 END
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
!************************************************
!                    COMPUTE C MATRIX
!************************************************
SUBROUTINE C_MATRIX(M2,C)
REAL SUMCIJ,SUMCII,COV(10,10)
DIMENSION C(10,10)
        COV(1,1)=1.0
        COV(1,2)=0.1
        COV(1,3)=0.0
        COV(1,4)=0.0
        COV(1,5)=0.0
        COV(2,1)=0.1
        COV(2,2)=1.0
        COV(2,3)=0.0
        COV(2,4)=0.0
        COV(2,5)=0.0
        COV(3,1)=0.0
        COV(3,2)=0.0
        COV(3,3)=1.0
        COV(3,4)=0.0
        COV(3,5)=0.0
        COV(4,1)=0.0
        COV(4,2)=0.0
        COV(4,3)=0.0
        COV(4,4)=1.0
        COV(4,5)=0.3
        COV(5,1)=0.0
        COV(5,2)=0.0
        COV(5,3)=0.0
        COV(5,4)=0.3
        COV(5,5)=1.0
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
C(1,1)=SQRT(COV(1,1))
DO 10 I=2,M2
A1=I-1
DO 15 J=1,A1
A2=J-1
SUMCIJ=0.0
      IF (A2.EQ.0) GOTO 5
DO 20 K=1,A2
20 SUMCIJ=SUMCIJ+C(I,K)*C(J,K)
5  C(I,J)=(COV(I,J)-SUMCIJ)/C(J,J)
C(J,I)=0.0
15 CONTINUE
SUMCII=0.0
      DO 25 K=1,A1
25 SUMCII=SUMCII+C(I,K)**2
      C(I,I)=SQRT(COV(I,I)-SUMCII)
10 CONTINUERETURN
END
!************************************************
!                  COMPUTE RANDOM NUMBER
!************************************************
FUNCTION    NORMAL(MEAN,SIGMA)
COMMON/SEED/IX,MM
REAL    MEAN,SIGMA,R1,R2,Z1,Z2,PI,NORMAL
INTEGER    MM
PI=3.1415926
      IF (MM.EQ.1) GOTO 10
            CALL RAND(IX,IY,YFL)
            R1=YFL
            CALL RAND(IX,IY,YFL)
            R2=YFL
```

```
                Z1=SQRT(-2*ALOG(R1))*COS(2*PI*R2)
                Z2=SQRT(-2*ALOG(R1))*SIN(2*PI*R2)
                NORMAL=(Z1*SIGMA)+MEAN
                MM=1
        RETURN
10              NORMAL=(Z2*SIGMA)+MEAN
                MM=0

RETURN
END
!*************************************************
!               COMPUTE FUNCTION RANDOM
!*************************************************
SUBROUTINE RAND(IX,IY,YFL)
IY=IX*16807
IF(IY) 5,6,6
5  IY=IY+2147483647+1
6  YFL=IY

        YFL=YFL/2147483647
        IX=IY
RETURN
END
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาววราภรณ์ บุญยไพศาลเจริญ เกิดวันพฤหัสบดีที่ 25 พฤษภาคม พ.ศ. 2521 สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีวิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ปีการศึกษา 2543 จากนั้นเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรสถิติศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชย์ศาสตร์และการบัญชี ที่จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อ พ.ศ.2544

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย