การเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ในการวิเคราะห์ความถดถอยพหุคูณ โดยวิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชัน เมื่อเกิดพหุสัมพันธ์

นางสาววรรัตน์ ราชกิจจา

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาสถิติศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2547

ISBN 974-17-6774-9

A COMPARISON OF PARAMETERS ESTIMATION IN MULTIPLE REGRESSION ANALYSIS BY EMPIRICAL BAYES RIDGE REGRESSION METHODS WITH EXISTENCE OF MULTICOLLINEARITY

Miss Wararat Radchakitja

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science in Statistics
Department of Statistics
Faculty of Commerce and Accountancy
Chulalongkorn University
Academic Year 2004
ISBN 974-17-6774-9

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ในการวิเคราะห์ความถดถอยพหุคูณ โดยวิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชัน เมื่อเกิดพหุสัมพันธ์
โดย	นางสาววรรัตน์ ราชกิจจา
สาขาวิชา	สถิติ
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร. ธีระพร วีระถาวร

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.... คณบดีคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ดนุชา คุณพนิชกิจ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.... ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร. สุพล ดุรงค์วัฒนา)

.... อาจารย์ที่ปรึกษา

(รองศาสตราจารย์ ดร. ธีระพร วีระถาวร)

.... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ร.อ. มานพ วราภักดิ์)

.... กรรมการ

(อาจารย์ ดร. เสกสรร เกียรติสุไพบูลย์)

วรรัตน์ ราชกิจจา : การเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ในการวิเคราะห์ความถดถอยพหุคูณ โดยวิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชัน เมื่อเกิดพหุสัมพันธ์ (A COMPARISON OF PARAMETERS ESTIMATION IN MULTIPLE REGRESSION ANALYSIS BY EMPIRICAL BAYES RIDGE REGRESSION METHODS WITH EXISTENCE OF MULTICOLLINEARITY). อ. ที่ปรึกษา : รศ.ดร. ธีระพร วีระถาวร, 124 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ โดยเปรียบเทียบวิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชัน (EB) วิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชันแบบลำดับขั้น (HB) และวิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชันแบบแบ่งส่วน (DB) เกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจ คือ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Average Mean Square Error (AMSE)) และเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการทั้ง 3 วิธี จะใช้ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Ratio of Different Average Mean Square Error (RDAMSE)) ซึ่งได้ศึกษาในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 7 และ 9 จำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่เท่ากับ 3 และ 5 ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 , 50 , 70 และ 100 ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติด้วยค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 , 5 และ 10 ตามลำดับ ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระมี 3 ระดับ คือ ระดับต่ำ (ρ = 0.10, 0.30) ระดับปานกลาง (ρ = 0.50, 0.70) และระดับสูง (ρ = 0.80, 0.90) ในการวิจัยครั้งนี้ได้ทำการจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โลซึ่งกระทำซ้ำ 1,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์ ผลของการวิจัยสามารถสรุปได้ดังนี้

<u>กรณีที่ 1</u> จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 7

ในทุกกรณี วิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่เพิ่มขึ้น ส่วนค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เมื่อระดับความสัมพันธ์ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่เพิ่มขึ้น

<u>กรณีที่ 2</u> จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 9

ให้ผลลัพธ์เช่นเดียวกันกับในกรณีที่ 1

ค่า AMSE แปรผันตามปัจจัยต่อไปนี้จากมากไปน้อยคือ ระดับความสัมพันธ์ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน จำนวนตัวแปรอิสระ และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่ แต่แปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง

ภาควิชา ....สถิติ............................... ลายมือชื่อนิสิต ....

สาขาวิชา ....สถิติ.............................. ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา ....

ปีการศึกษา ....2547............................. ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ....

4582346226 : MAJOR STATISTICS
KEY WORD : Multicollinearity / Empirical Bayes Ridge regression / Hierarchical Empirical Bayes Ridge regression / Decomposed Empirical Bayes Ridge regression

WARARAT RADCHAKITJA : A COMPARISON OF PARAMETERS ESTIMATION IN MULTIPLE REGRESSION ANALYSIS BY EMPIRICAL BAYES RIDGE REGRESSION METHODS WITH EXISTENCE OF MULTICOLLINEARITY : ASSOC. PROF. THEERAPORN VERATHAWORN, Ph.D. 124 pp.

The objective of this research is to compare multiple regression coefficients estimating methods with existence of multicollinearity among independent variables. The estimation methods are Empirical Bayes Ridge regression method (EB), Hierarchical Empirical Bayes Ridge regression method (HB) and Decomposed Empirical Bayes Ridge regression method (DB). The Average Mean Square Error (AMSE) was used as the criteria in this research. The criterion of comparison is the Ratio of Different Average Mean Square Error (RDAMSE). This research used 7 and 9 independent variables. The number of remaining eigenvalues are 3 and 5. The size of the samples was vary, which composed of 30, 50, 70 and 100 samples. The distribution of error is normal distribution with mean equal to 0 and standard deviation equal to 1, 5 and 10, respectively. The level of correlations among the independent variables could be classified into 3 levels for which low levels equal to (0.10, 0.30), middle levels equal to (0.50, 0.70) and high level equal to (0.80, 0.90). The study used the Monte Carlo Simulation method. The experiment was repeated 1,000 times under each situation. The analyzed results of the data was demonstrated as follow.

<u>CASE 1</u> The number of independent variables is 7

In all cases, DB method has the smallest AMSE and HB method has a smaller AMSE than the EB method, respctively. The AMSE decreases when sample size increases but it increases when level of correlation or standard deviation or the number of remaining eigenvalues increases. The RDAMSE decreases when sample size increases but it increases when level of correlation or standard deviation or the number of remaining eigenvalues increases.

<u>CASE 2</u> The number of independent variables is 9

The result is the same as the case 1.

The AMSE varies with, most to least, respectively, level of correlations, standard deviation, number of independent variables and number of remaining eigenvalues but converses to sample sizes.

Department ....Statistics................................ Student's signature ....

Field of study ....Statistics............................... Advisor's signature ....

Academic year ....2004.................................. Co-advisor's signature ....

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความช่วยเหลือ และเอาใจใส่อย่างดียิ่งของรองศาสตราจารย์ ดร. ธีระพร วีระถาวร อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณต่อท่านอาจารย์เป็นอย่างสูง ที่กรุณาให้คำปรึกษา และแนะนำเกี่ยวกับวิทยานิพนธ์ด้วยดีเสมอมา

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร. สุพล ดุรงค์วัฒนา ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ร.อ. มานพ วราภักดิ์ และอาจารย์ ดร. เสกสรร เกียรติสุไพบูลย์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำแนะนำ ตรวจสอบ และแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ และพี่สาว ที่ช่วยส่งเสริม สนับสนุน และให้กำลังใจเสมอมาจนสำเร็จการศึกษา รวมทั้งขอขอบคุณเพื่อนๆ ทุกคนที่คอยห่วงใยและให้กำลังใจผู้วิจัยมาโดยตลอด

สารบัญ

สารบัญ (ต่อ)

สารบัญตาราง

สารบัญตาราง (ต่อ)

สารบัญรูปภาพ

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การวิเคราะห์ความถดถอยพหุคูณ (multiple regression analysis) เป็นการศึกษารูปแบบความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 2 กลุ่ม กลุ่มหนึ่งเรียกว่า ตัวแปรตาม (dependent variable) และอีกกลุ่มเรียกว่า ตัวแปรอิสระ (independent variables) โดยที่ตัวแปรอิสระมีมากกว่าหนึ่งตัวแปรและไม่ควรมีความสัมพันธ์กัน เราสามารถเขียนตัวแบบแสดงความสัมพันธ์เชิงเส้นระหว่างตัวแปรทั้ง 2 กลุ่ม ได้ดังนี้

(1.1) $$\underset{\sim}{y} = X\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\varepsilon}$$

เมื่อ $\underset{\sim}{y}$ คือ เวกเตอร์ของตัวแปรตามขนาด $n \times 1$

X คือ เมทริกซ์ของตัวแปรอิสระขนาด $n \times (p+1)$

$\underset{\sim}{\beta}$ คือ เวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณขนาด $(p+1) \times 1$

$\underset{\sim}{\varepsilon}$ คือ เวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อนขนาด $n \times 1$

โดยที่ $\underset{\sim}{\varepsilon} \sim N_n(\underset{\sim}{0}, \sigma^2 I_n)$, $E(\underset{\sim}{\varepsilon}) = \underset{\sim}{0}$, $cov(\underset{\sim}{\varepsilon}) = \sigma^2 I_n$

p คือ จำนวนตัวแปรอิสระ

และ n คือ ขนาดตัวอย่าง

จุดประสงค์ที่สำคัญอย่างหนึ่งในการวิเคราะห์ความถดถอยพหุคูณ คือ การพยากรณ์ค่าของตัวแปรตาม ซึ่งต้องการทราบอิทธิพลของตัวแปรอิสระที่มีผลต่อตัวแปรตาม กล่าวคือ เราต้องประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ $\underset{\sim}{\beta}$ และวิธีหนึ่งที่นิยมใช้กันมาก คือ วิธีกำลังสองน้อยสุด (Least Squares method) ซึ่งตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณจะอยู่ในรูปของ

(1.2) $$\hat{\underset{\sim}{\beta}} = (X'X)^{-1}X'\underset{\sim}{y}$$

ตัวประมาณ $\hat{\underset{\sim}{\beta}}$ มีคุณสมบัติเป็นตัวประมาณไม่เอนเอียงและให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุดในบรรดาตัวประมาณไม่เอนเอียงเชิงเส้น แต่ต้องเป็นไปตามข้อสมมติที่ว่าตัวแปรอิสระต้องไม่มีความสัมพันธ์กัน ซึ่งในทางปฏิบัติเกิดขึ้นได้น้อยมาก เนื่องจากตัวแปรบางตัวที่นำมาศึกษา

อาจเป็นฟังก์ชันของตัวแปรอิสระตัวอื่น หรือที่เรียกว่า ตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์ (multicollinearity) ซึ่งจะทำให้เมทริกซ์ $X'X$ เกิดเงื่อนไขที่ไม่ดี (ill – conditioned) กล่าวคือ $|X'X|$ มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ เนื่องจากเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณอยู่ในรูปของ $cov(\hat{\underset{\sim}{\beta}}) = \sigma^2(X'X)^{-1}$ จึงส่งผลให้ความแปรปรวนของค่าประมาณมีค่ามากและค่าประมาณที่ได้ไม่เหมาะสม

" ในปี ค.ศ.1970 โฮเอิร์ล และ เคนนาร์ด (Hoerl and Kennard) ได้เสนอวิธีริดจ์รีเกรสชัน (Ridge Regression method) ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ กรณีที่เกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ โดยไม่ต้องตัดตัวแปรอิสระออกจากตัวแบบ หลักการของวิธีนี้ คือการบวกค่าคงที่ซึ่ง มากกว่าศูนย์กับสมาชิกทุกตัวบนเส้นทแยงมุมของเมทริกซ์ $X'X$ ทำให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์การถดถอยมีค่าต่ำกว่าวิธีกำลังสองน้อยสุด " [1] ตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธีริดจ์รีเกรสชันมีคุณสมบัติเป็นตัวประมาณที่เอนเอียงและเราจะต้องประมาณค่าพารามิเตอร์ k ซึ่งตัวประมาณอยู่ในรูปของ

(1.3) $$\hat{\underset{\sim}{\beta}}^R = (X'X + kI)^{-1} X' \underset{\sim}{y} \quad ; \; k > 0$$

หรือ $$\hat{\underset{\sim}{\beta}}^R(\lambda) = (X'X + kI)^{-1} X' \underset{\sim}{y}$$

(1.4) $$= \hat{\underset{\sim}{\beta}} - (I + \lambda X'X)^{-1} \hat{\underset{\sim}{\beta}} \quad ; \; \lambda = \frac{1}{k} \; , \; k > 0$$

ในปี ค.ศ. 2003 คุโบคาว่า และ ศรีวาสทาวา (Kubokawa and Srivastava) ได้เสนอวิธีในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ซึ่งมีแนวคิดว่าการนำข้อมูลจากอดีตมาประยุกต์กับวิธีริดจ์รีเกรสชันจะทำให้ค่าประมาณที่ได้มีความถูกต้องและใกล้เคียงกับค่าจริงมากยิ่งขึ้น ซึ่งวิธีที่เสนอมีทั้งหมด 3 วิธี ดังนี้

---

[1] ธันยากร ต้นชลขันธ์, "การเปรียบเทียบการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุโดยวิธีกำลังสองน้อยสุด วิธีริดจ์รีเกรสชัน และวิธีที่ใช้หลักการของริดจ์และสไตน์ ในกรณีที่เกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ" (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2538), หน้า 2.

1. วิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชัน (Empirical Bayes Ridge regression method (EB))
2. วิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชันแบบลำดับขั้น (Hierarchical Empirical Bayes Ridge regression method (HB))
3. วิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชันแบบแบ่งส่วน (Decomposed Empirical Bayes Ridge regression method (DB))

จากที่กล่าวมาข้างต้นเป็นสิ่งที่น่าสนใจว่า ในกรณีที่ตัวแปรอิสระเกิดพหุสัมพันธ์กันการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณโดยการนำข้อมูลจากอดีตมาประยุกต์กับวิธีริดจ์รีเกรสชันทั้ง 3 วิธี วิธีการใดที่จะทำให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของค่าประมาณสำหรับสัมประสิทธิ์การถดถอยมีค่าต่ำสุด ซึ่งทำให้ได้ตัวประมาณที่ดีและใกล้เคียงกับค่าจริงมากที่สุด

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ที่จะเปรียบเทียบการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ กรณีเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ โดยมีวิธีการประมาณ 3 วิธี คือ

1. วิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชัน (EB)
2. วิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชันแบบลำดับขั้น (HB)
3. วิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชันแบบแบ่งส่วน (DB)

1.3 สมมติฐานของการวิจัย

ในกรณีที่ตัวแปรอิสระเกิดพหุสัมพันธ์ระดับสูง วิธี DB จะให้ตัวประมาณที่มีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่าวิธี EB และวิธี HB ภายใต้จำนวนตัวแปรอิสระและขนาดตัวอย่างเดียวกัน

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ได้กำหนดขอบเขตสำหรับเปรียบเทียบการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธีต่างๆ ทั้ง 3 วิธี ดังนี้

1. จำนวนตัวแปรอิสระที่ศึกษามี 2 ระดับ คือ 7 และ 9
2. ขนาดตัวอย่างที่ศึกษามี 4 ขนาด คือ 30, 50, 70 และ 100
3. ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติที่มี $\mu = 0$ และ σ = 1, 5 และ 10
4. กำหนดจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่ (q) เท่ากับ 3 และ 5

5. กำหนดจำนวนตัวแปรที่มีพหุสัมพันธ์ และระดับพหุสัมพันธ์เป็น 3 กรณีดังนี้

5.1 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 7

ระดับพหุสัมพันธ์ที่ต้องการศึกษา คือ

ระดับต่ำ ρ = 0.10, 0.30

ระดับปานกลาง ρ = 0.50, 0.70

ระดับสูง ρ = 0.80, 0.90

เมื่อ ρ คือ ความสัมพันธ์ระหว่าง X_i และ X_j ; i, j = 1, 2,…,7 และ $i \neq j$

5.2 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 9

ระดับพหุสัมพันธ์ที่ต้องการศึกษา คือ

ระดับต่ำ ρ = 0.10, 0.30

ระดับปานกลาง ρ = 0.50, 0.70

ระดับสูง ρ = 0.80, 0.90

เมื่อ ρ คือ ความสัมพันธ์ระหว่าง X_i และ X_j ; i, j = 1, 2,…,9 และ $i \neq j$

6. กำหนดการประมวลผลในแต่ละสถานการณ์เท่ากับ 1,000 รอบ

1.5 เกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจ

เกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจว่า วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณวิธีการใดทำให้ได้ค่าประมาณที่ใกล้เคียงกับค่าจริงมากที่สุด จะพิจารณาจากค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์การถดถอย (Average Mean Square Error (AMSE)) และเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการทั้ง 3 วิธี จะใช้ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Ratio of Different Average Mean Square Error (RDAMSE)) ซึ่งมีวิธีในการคำนวณดังนี้

$$MSE_j = \frac{1}{1000}\sum_{i=1}^{1000}\left(\hat{\beta}_{ij}-\beta_j\right)^2$$

$$AMSE = \frac{1}{p+1}\sum_{j=1}^{p+1} MSE_j$$

$$RDAMSE_k = \frac{(AMSE_k - AMSE_{min})}{AMSE_{min}} \times 100$$

เมื่อ β_j แทนตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณตัวที่ j

$\hat{\beta}_{ij}$ แทนตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณตัวที่ j จากการประมาณครั้งที่ i

p แทนจำนวนตัวแปรอิสระ

MSE_j แทนค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอย β_j

$AMSE$ แทนค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์การถดถอย

$AMSE_k$ แทนค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยจากวิธีที่ k ; $k = 1, 2, 3$

$AMSE_{min}$ แทนค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่มีค่าต่ำที่สุดจากวิธีทั้ง 3 วิธี

และ $RDAMSE_k$ แทนค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยจากวิธีที่ k

จากเกณฑ์ที่ได้กล่าวมา ถ้าวิธีใดให้ค่า AMSE ต่ำสุดจะเป็นวิธีที่ดีที่สุด และค่า RDAMSE จะใช้วัดว่าวิธีที่ให้ค่า AMSE ต่ำที่สุดจะดีกว่าวิธีอื่นกี่เปอร์เซ็นต์

1.6 วิธีดำเนินการวิจัย

1. สร้างข้อมูลของความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงปกติ โดยมีพารามิเตอร์ตามที่กำหนด

2. สร้างข้อมูลของตัวแปรอิสระ $X = [\underset{\sim}{1} \mid X^*]$ โดยที่ $X^* = [\underset{\sim}{X}_1^*, \underset{\sim}{X}_2^*, \ldots, \underset{\sim}{X}_p^*]$ มีการแจกแจงปกติหลายตัวแปร (multivariate normal distribution) ด้วยค่าเฉลี่ย $\underset{\sim}{\mu} = \underset{\sim}{0}$ และเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม (covariance matrix) Σ สามารถเขียนได้เป็น $X^* \sim N_p(\underset{\sim}{\mu}, \Sigma_{p\times p})$ และสร้างข้อมูลของตัวแปรตาม $(\underset{\sim}{y})$ จากรูปแบบความสัมพันธ์ $\underset{\sim}{y} = X\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\varepsilon}$ โดยกำหนดให้ $\underset{\sim}{\beta}$ เป็นค่าคงที่ใด ๆ คือ $\beta_j = 1$ โดยที่ j = 1,2,…,p

3. ประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธี EB วิธี HB และวิธี DB

4. คำนวณหาค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ (AMSE) พร้อมทั้งค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการทั้ง 3 วิธี

5. สรุปผลที่ได้จากการทดลอง

1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ผลการศึกษาจะเป็นแนวทางในการเลือกใช้วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรได้อย่างเหมาะสม ซึ่งส่งผลให้ได้ตัวประมาณที่ดีและใกล้เคียงกับค่าจริงมากที่สุด

บทที่ 2

ทฤษฎีและตัวสถิติที่เกี่ยวข้อง

ในกรณีที่เกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดจะทำให้ได้ค่าประมาณที่ไม่เหมาะสม ดังนั้นการบวกค่าคงที่ซึ่งมากกว่าศูนย์กับสมาชิกทุกตัวบนเส้นทแยงมุมของเมทริกซ์ $X'X$ จะทำให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์การถดถอยมีค่าต่ำกว่าวิธีกำลังสองน้อยสุด เราเรียกวิธีนี้ว่า วิธีริดจ์รีเกรสชัน (Ridge regression method) แต่ถ้าเรานำ ข้อมูลจากอดีตมาประยุกต์กับวิธีริดจ์รีเกรสชัน จะยิ่งทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณมีความถูกต้องและใกล้เคียงกับค่าจริงมากขึ้น ในบทนี้จะกล่าวถึงการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณโดยวิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชัน (Empirical Bayes Ridge regression methods) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

2.1 ตัวแบบของวิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชัน

จากตัวแบบแสดงความสัมพันธ์เชิงเส้น

$$\underset{\sim}{y} = X\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\varepsilon}$$

เมื่อ $\underset{\sim}{y}$ คือ เวกเตอร์ของตัวแปรตามขนาด $n \times 1$

X คือ เมทริกซ์ของตัวแปรอิสระขนาด $n \times (p+1)$

$\underset{\sim}{\beta}$ คือ เวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณขนาด $(p+1) \times 1$

$\underset{\sim}{\varepsilon}$ คือ เวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อนขนาด $n \times 1$

โดยที่ $\underset{\sim}{\varepsilon} \sim N_n(\underset{\sim}{0}, \sigma^2 I_n)$, $E(\underset{\sim}{\varepsilon}) = \underset{\sim}{0}$, $cov(\underset{\sim}{\varepsilon}) = \sigma^2 I_n$

p คือ จำนวนตัวแปรอิสระ

และ n คือ ขนาดตัวอย่าง

เราสามารถเขียนตัวแบบแสดงความสัมพันธ์เชิงเส้นให้อยู่ในรูปของตัวแบบใหม่ได้ดังนี้

(2.1) $$\underset{\sim}{y} = Z\underset{\sim}{\alpha} + \underset{\sim}{\varepsilon}$$

เมื่อ $\underset{\sim}{y}$ คือ เวกเตอร์ของตัวแปรตามขนาด $n \times 1$

Z คือ เมทริกซ์ซึ่งแต่ละสดมภ์ (column) เป็นตัวแปรอิสระชุดใหม่ที่เกิดจากผลรวมเชิงเส้น (linear combination)ของตัวแปรอิสระขนาด n × (p+1)

โดยที่ $Z = XH' = [\, \underset{\sim}{Z}_1, \underset{\sim}{Z}_2, \ldots, \underset{\sim}{Z}_p \,]$

$\underset{\sim}{\alpha}$ คือ เวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณตัวใหม่ขนาด (p+1) × 1

โดยที่ $\underset{\sim}{\alpha} = H\underset{\sim}{\beta}$

H คือ เมทริกซ์เชิงตั้งฉาก (orthogonal matrix) ขนาด (p+1) × (p+1) โดยที่ $H'H = HH' = I$

เราสามารถหาเมทริกซ์ H ได้ดังนี้

<u>นิยาม</u>[1] ค่า λ ที่ทำให้สมการ $(A - \lambda I)\underset{\sim}{t} = \underset{\sim}{0}$ มีคำตอบที่ไม่เป็นเวกเตอร์ศูนย์ เรียกว่า ค่าลักษณะเฉพาะ (eigenvalues) ของเมทริกซ์ A

<u>นิยาม</u> ค่า $\underset{\sim}{t} \neq \underset{\sim}{0}$ ของแต่ละ λ ซึ่งเป็นคำตอบของสมการ $(A - \lambda I)\underset{\sim}{t} = \underset{\sim}{0}$ เรียกว่า เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ (eigenvectors)

<u>ทฤษฎี</u> ถ้า P เป็นเมทริกซ์เชิงตั้งฉาก โดยที่ $P'P = PP' = I$ แล้ว $PAP' = diag\,(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p)$ เมื่อ $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p$ เป็นค่าลักษณะเฉพาะ (eigenvalues) ของเมทริกซ์ A และแต่ละสดมภ์ของเมทริกซ์เป็นเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ (eigenvectors) ที่สอดคล้องกับค่าลักษณะเฉพาะ $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p$ ตามลำดับ

ดังนั้นถ้า $D = H(X'X)^{-1}H' = diag\,(d_1, d_2, \ldots, d_{p+1})$ และ $d_1 \geq d_2 \geq \ldots \geq d_{p+1} > 0$

จะได้ว่า D คือ เมทริกซ์ทแยงมุม (diagonal matrix) ขนาด (p+1) × (p+1) มีสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมเป็นค่าลักษณะเฉพาะ (eigenvalues) ของเมทริกซ์ $(X'X)^{-1}$

และ D^{-1} คือ เมทริกซ์ทแยงมุม (diagonal matrix) ขนาด (p+1) × (p+1) มีสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมเป็นค่าลักษณะเฉพาะ (eigenvalues) ของเมทริกซ์ $X'X$

---

[1] ชนศักดิ์ บ่ายเที่ยง, <u>เมทริกซ์</u>, (กรุงเทพมหานคร : ศูนย์ผลิตตำราเรียนสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, 2537), หน้า 120.

โดยที่ $D^{-1} = HX'XH' = diag\,(d_1^{-1}, d_2^{-1}, \ldots, d_{p+1}^{-1}) = \begin{bmatrix} D_1^{-1} & 0 \\ 0 & D_2^{-1} \end{bmatrix}$

และ $D_1^{-1} = diag\,(d_1^{-1}, d_2^{-1}, \ldots, d_{p-q+1}^{-1})$

p คือ จำนวนตัวแปรอิสระ

q คือ จำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่

และ n คือ ขนาดตัวอย่าง

ในการคำนวณค่าลักษณะเฉพาะ $diag\,(d_1, d_2, \ldots, d_{p+1})$ ของเมทริกซ์ $(X'X)^{-1}$ สามารถคำนวณได้จากค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ซึ่งจะได้ว่า

$$(D^{-1})^{-1} = (HX'XH')^{-1} = D = diag\,(d_1, d_2, \ldots, d_{p+1})$$

พิจารณาเมทริกซ์ H' ซึ่งสามารถแบ่งส่วนออกเป็น $H' = [\, H_1' : H_2' \,]$

ดังนั้น
$$\underset{\sim}{\beta} = H'H\underset{\sim}{\beta}$$
$$= H_1'H_1\underset{\sim}{\beta} + H_2'H_2\underset{\sim}{\beta}$$
$$= H_1'\underset{\sim}{\alpha}_1 + H_2'\underset{\sim}{\alpha}_2 \qquad (2.2)$$

เมื่อ $\underset{\sim}{\alpha}_1$ คือ เวกเตอร์ขนาด (p–q+1) $\times$ 1 ที่สอดคล้องกับค่าลักษณะเฉพาะที่มีค่าน้อยของเมทริกซ์ $X'X$

และ $\underset{\sim}{\alpha}_2$ คือ เวกเตอร์ขนาด q $\times$ 1 ที่สอดคล้องกับค่าลักษณะเฉพาะที่มีค่ามากของเมทริกซ์ $X'X$

ในการวิเคราะห์เราจะตัด $\underset{\sim}{Z}_j$ บางตัวออกแทน ที่สอดคล้องกับค่าลักษณะเฉพาะที่มีค่าน้อย p–q+1 ค่าจากทั้งหมด p ค่าของเมทริกซ์ $X'X$ ซึ่งไม่มีการตัด $\underset{\sim}{X}_j$ ใดๆ ออกจากสมการ

2.2 การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชัน (EB)

วิธี EB เป็นวิธีที่นำข้อมูลเกี่ยวกับ $\underset{\sim}{\beta}$ ในอดีตมาพิจารณารวมกับวิธีริดจ์รีเกรสชันและวิธีการถดถอยองค์ประกอบ ซึ่งวิธีริดจ์รีเกรสชันจะทำการบวกค่าคงที่ซึ่งมากกว่าศูนย์กับสมาชิกทุกตัวบนเส้นทแยงมุมของเมทริกซ์ $X'X$ ทำให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์การถดถอยมีค่าต่ำกว่าวิธีกำลังสองน้อยสุด และวิธีการถดถอยองค์ประกอบจะทำการแปลงกลุ่มตัวแปรอิสระที่มีอยู่เดิมเป็นกลุ่มตัวแปรใหม่ที่ไม่มีพหุสัมพันธ์กัน ดังนั้นการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธี EB จะทำให้ค่าประมาณมีความถูกต้องมากขึ้น

กำหนด การแจกแจงก่อน (prior distribution) ของ $\underset{\sim}{\beta}$ คือ $N_{p+1}(H_2'\underset{\sim}{\alpha}_2 , \sigma^2\lambda I_{p+1})$; $\lambda > 0$ และฟังก์ชันควรจะเป็น (likelihood function) $\underset{\sim}{\hat{\beta}} | \underset{\sim}{\beta} \sim N_{p+1}(\underset{\sim}{\beta}, \sigma^2 (X'X)^{-1})$ เราสามารถหาการแจกแจงภายหลัง [2] (posterior distribution) ของ $\underset{\sim}{\beta} | \underset{\sim}{\hat{\beta}}$ ได้ดังนี้

(2.3) $$p(\underset{\sim}{\beta} | \underset{\sim}{\hat{\beta}}) = \frac{p(\underset{\sim}{\hat{\beta}} | \underset{\sim}{\beta})\ p(\underset{\sim}{\beta})}{\int_{\Theta} p(\underset{\sim}{\hat{\beta}} | \underset{\sim}{\beta})\ p(\underset{\sim}{\beta})\ d\underset{\sim}{\beta}}$$

เราสามารถเขียนสมการ (2.3) ได้ใหม่ คือ

(2.4) $$p(\underset{\sim}{\beta} | \underset{\sim}{\hat{\beta}}) \propto p(\underset{\sim}{\hat{\beta}} | \underset{\sim}{\beta})\, p(\underset{\sim}{\beta})$$

กล่าวคือ *Posterior* $\propto$ *Likelihood* $\bullet$ *Prior*

และสามารถหาการแจกแจงตามขอบ [3] (marginal distribution) ของ $\underset{\sim}{\hat{\beta}}$ ได้ดังนี้

(2.5) $$p(\underset{\sim}{\hat{\beta}}) = \int_{\Theta} p(\underset{\sim}{\hat{\beta}} | \underset{\sim}{\beta})\ p(\underset{\sim}{\beta})\ d\underset{\sim}{\beta}$$

เมื่อ $p(\underset{\sim}{\beta})$ คือ ฟังก์ชันความหนาแน่นก่อน (prior density function) ของ $\underset{\sim}{\beta}$

$p(\underset{\sim}{\hat{\beta}} | \underset{\sim}{\beta})$ คือ ฟังก์ชันควรจะเป็นร่วม (joint likelihood function) ซึ่งเป็นฟังก์ชันความหนาแน่นร่วมแบบมีเงื่อนไข (joint conditional density function) ของ $\underset{\sim}{\hat{\beta}}$ เมื่อกำหนด $\underset{\sim}{\beta}$

และ $p(\underset{\sim}{\beta} | \underset{\sim}{\hat{\beta}})$ คือ ฟังก์ชันความหนาแน่นภายหลัง (posterior density function) ของ $\underset{\sim}{\beta}$ เมื่อทราบ $\underset{\sim}{\hat{\beta}}$

---

[2] ธีระพร วีระถาวร, <u>การอนุมานเชิงสถิติขั้นกลาง : โครงสร้างและความหมาย</u>, พิมพ์ครั้งที่ 2 (กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2536), หน้า 119.

[3] <u>ศัพท์คณิตศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสถาน</u> , พิมพ์ครั้งที่ 8 (กรุงเทพมหานคร : ห้างหุ้นส่วนจำกัดอรุณการพิมพ์, 2545)

ดังนั้น การแจกแจงภายหลัง (posterior distribution) ของ $\underset{\sim}{\beta} \mid \hat{\underset{\sim}{\beta}}$ คือ

$$N_{p+1}(\hat{\underset{\sim}{\beta}}^{B}(\lambda, \underset{\sim}{\alpha}_2)\ ,\ \sigma^2(X'X + \lambda^{-1}I_{p+1})^{-1})$$

และการแจกแจงตามขอบ (marginal distribution) ของ $\hat{\underset{\sim}{\beta}}$ คือ $N_{p+1}(H_2'\underset{\sim}{\alpha}_2\ ,\ \sigma^2[(X'X)^{-1}+\lambda I_{p+1}])$

เมื่อ $\hat{\underset{\sim}{\beta}}^{B}(\lambda, \underset{\sim}{\alpha}_2) = (X'X + \lambda^{-1}I_{p+1})^{-1}X'X(\hat{\underset{\sim}{\beta}} - H_2'\underset{\sim}{\alpha}_2) + H_2'\underset{\sim}{\alpha}_2$

(2.6) $$= \hat{\underset{\sim}{\beta}} - (I_{p+1} + \lambda X'X)^{-1}(\hat{\underset{\sim}{\beta}} - H_2'\underset{\sim}{\alpha}_2)$$

เนื่องจากไม่ทราบค่าของ $\underset{\sim}{\alpha}_2$ และ λ จึงต้องทำการประมาณค่าโดยใช้วิธีกำลังสองน้อยสุดถ่วงน้ำหนัก (Weighted Least Squares method) และการแจกแจงตามขอบของ $\hat{\underset{\sim}{\beta}}$ ตามลำดับ ดังนี้

ในการประมาณ $\underset{\sim}{\alpha}_2$ จะใช้วิธีกำลังสองน้อยสุดถ่วงน้ำหนักที่ทำให้ความสูญเสียกำลังสองถ่วงน้ำหนัก $(\hat{\underset{\sim}{\beta}} - H_2'\underset{\sim}{\alpha}_2)'X'X(\hat{\underset{\sim}{\beta}} - H_2'\underset{\sim}{\alpha}_2)$ มีค่าต่ำสุด ซึ่งจะได้ตัวประมาณอยู่ในรูปของ

(2.7) $$\hat{\underset{\sim}{\alpha}}_2 = (H_2X'XH_2')^{-1}H_2X'X\hat{\underset{\sim}{\beta}} = H_2\hat{\underset{\sim}{\beta}}$$

และการประมาณ $\underset{\sim}{\beta}$ ด้วยวิธีการถดถอยองค์ประกอบ จะได้ตัวประมาณอยู่ในรูปของ

(2.8) $$\hat{\underset{\sim}{\beta}}^{PC} = H_2'H_2\hat{\underset{\sim}{\beta}} = H_2'\hat{\underset{\sim}{\alpha}}_2$$

ในการประมาณ λ สามารถทำได้โดยใช้การแจกแจงตามขอบ (marginal distribution) ของ $\hat{\underset{\sim}{\beta}}$ ซึ่งจะได้ตัวประมาณอยู่ในรูปของ

(2.9) $$\hat{\lambda}_{EB} = max(\lambda^*, \lambda_0)$$

เมื่อ λ^* คำนวณได้จากสมการ

(2.10) $$(\hat{\underset{\sim}{\beta}} - \hat{\underset{\sim}{\beta}}^{PC})'[(X'X)^{-1} + \lambda^*I_{p+1}]^{-1}(\hat{\underset{\sim}{\beta}} - \hat{\underset{\sim}{\beta}}^{PC}) = \frac{(p-q-1)S}{n-p+1}$$

หรือ (2.11) $$\sum_{i=1}^{p-q+1} \frac{x_i^2}{(d_i+\lambda^*)} = \frac{(p-q-1)S}{n-p+1} \qquad ; \; p \geq q+2 \, , \, q \geq 3$$

โดยที่ $S = (\underset{\sim}{y} - X\hat{\underset{\sim}{\beta}})'(\underset{\sim}{y} - X\hat{\underset{\sim}{\beta}})$

และ $\underset{\sim}{x} = H\hat{\underset{\sim}{\beta}} = (x_1, x_2, \ldots, x_{p+1})'$

ส่วน λ_0 คำนวณได้จากสมการ

(2.12) $$\sum_{i=1}^{p-q+1} \frac{(d_i - d_{p-q+1})}{(d_i+\lambda_0)} = \frac{(p-q-1)}{2} \qquad ; \; p \geq q+2 \, , \, q \geq 3$$

แทนค่า $\hat{\underset{\sim}{\alpha}}_2$, $\hat{\lambda}_{EB}$ และสมการที่ (2.8) ในสมการที่ (2.6) จะได้ตัวประมาณ EB ซึ่งอยู่ในรูปของ

(2.13) $$\hat{\underset{\sim}{\beta}}^{EB} = \hat{\underset{\sim}{\beta}}^{B}(\hat{\lambda}_{EB}, \hat{\underset{\sim}{\alpha}}_2) = \hat{\underset{\sim}{\beta}} - (I_{p+1} + \hat{\lambda}_{EB} X'X)^{-1}(\hat{\underset{\sim}{\beta}} - \hat{\underset{\sim}{\beta}}^{PC})$$

(2.14) $$= (X'X + \hat{\lambda}_{EB}^{-1} I_{p+1})^{-1}(X'\underset{\sim}{y} - X'X\hat{\underset{\sim}{\beta}}^{PC}) + \hat{\underset{\sim}{\beta}}^{PC}$$

พิจารณาตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธี EB ซึ่งอยู่ในรูปของ

$$\hat{\underset{\sim}{\beta}}^{B}(\lambda, \underset{\sim}{\alpha}_2) = (X'X + \lambda^{-1} I_{p+1})^{-1} X'X(\hat{\underset{\sim}{\beta}} - H_2'\underset{\sim}{\alpha}_2) + H_2'\underset{\sim}{\alpha}_2$$

จะเห็นได้ว่าวิธีกำลังสองน้อยสุดเป็นกรณีเฉพาะของวิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชัน เมื่อ $\lambda = 0$ และพิจารณาตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธีริดจ์รีเกรสชัน ซึ่งอยู่ในรูปของ

$$\hat{\underset{\sim}{\beta}}^{R}(\lambda) = \hat{\underset{\sim}{\beta}} - (I + \lambda X'X)^{-1}\hat{\underset{\sim}{\beta}}$$

และ $$\hat{\underset{\sim}{\beta}}^{B}(\lambda, \underset{\sim}{\alpha}_2) = \hat{\underset{\sim}{\beta}} - (I_{p+1} + \lambda X'X)^{-1}(\hat{\underset{\sim}{\beta}} - H_2'\underset{\sim}{\alpha}_2)$$

เพราะฉะนั้นวิธีริดจ์รีเกรสชันเป็นกรณีเฉพาะของวิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชัน เมื่อ $\underset{\sim}{\alpha}_2 = \underset{\sim}{0}$ หรือการแจกแจงก่อนของ $\hat{\underset{\sim}{\beta}}$ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\underset{\sim}{0}$

2.3 การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชันแบบลำดับขั้น (HB)

วิธี HB เป็นวิธีที่นำข้อมูลเกี่ยวกับ $\underset{\sim}{\alpha}_2$ และ $\underset{\sim}{\beta}$ ในอดีตมาพิจารณารวมกับวิธีริดจ์รีเกรสชัน กล่าวคือ เราทราบข้อมูลเกี่ยวกับ $\underset{\sim}{\alpha}_2$ และนำข้อมูลที่ได้มาพิจารณาเพื่อให้ได้ข้อมูลของ $\underset{\sim}{\beta}$ จากนั้นนำข้อมูลของ $\underset{\sim}{\beta}$ มาพิจารณารวมกับวิธีริดจ์รีเกรสชัน ซึ่งจะทำให้ได้ค่าประมาณที่ถูกต้องยิ่งขึ้น

กำหนด การแจกแจงก่อนแบบลำดับขั้น (hierarchical prior distribution)ของ $\underset{\sim}{\alpha}_2$ คือ

$$N_q(\underset{\sim}{\alpha}_0, \sigma^2 \tau I_q)$$

และการแจกแจงร่วมแบบมีเงื่อนไข (joint conditional distribution) ของ $\underset{\sim}{\beta}|\underset{\sim}{\alpha}_2$ คือ

$$N_{p+1}(H_2'\underset{\sim}{\alpha}_2, \sigma^2 \lambda I_{p+1})$$

เมื่อ λ และ τ เป็นไฮเปอร์พารามิเตอร์ (hyper – parameter) ซึ่งไม่ทราบค่า
และ $\underset{\sim}{\alpha}_0$ ทราบค่า

เราสามารถหาการแจกแจงตามขอบ (marginal prior distribution) ของ $\underset{\sim}{\beta}$ ได้ดังนี้

$$p(\underset{\sim}{\beta}) = \int_{\Theta} p(\underset{\sim}{\beta}|\underset{\sim}{\alpha}_2)p(\underset{\sim}{\alpha}_2)d\underset{\sim}{\alpha}_2$$

เมื่อ $p(\underset{\sim}{\alpha}_2)$ คือ ฟังก์ชันความหนาแน่นก่อนแบบลำดับขั้น (hierarchical prior density function) ของ $\underset{\sim}{\alpha}_2$

และ $p(\underset{\sim}{\beta}|\underset{\sim}{\alpha}_2)$ คือ ฟังก์ชันควรจะเป็นร่วม (joint likelihood function) ซึ่งเป็นฟังก์ชันความหนาแน่นร่วมแบบมีเงื่อนไข (joint conditional density function) ของ $\underset{\sim}{\beta}$ เมื่อกำหนด $\underset{\sim}{\alpha}_2$

ดังนั้น การแจกแจงก่อนตามขอบ (marginal prior distribution) ของ $\underset{\sim}{\beta}$ คือ

$$N_{p+1}(H_2'\underset{\sim}{\alpha}_0 , \sigma^2[\lambda I_{p+1} + \tau H_2'H_2])$$

เนื่องจาก $\hat{\underset{\sim}{\beta}} \mid \underset{\sim}{\beta} \sim N_{p+1}(\underset{\sim}{\beta}, \sigma^2 (X'X)^{-1})$ จึงสามารถหาการแจกแจงภายหลังได้จาก $p(\underset{\sim}{\beta} \mid \hat{\underset{\sim}{\beta}}) \propto p(\hat{\underset{\sim}{\beta}} \mid \underset{\sim}{\beta})\, p(\underset{\sim}{\beta})$ ดังนั้นการแจกแจงภายหลัง (posterior distribution) ของ $\underset{\sim}{\beta} \mid \hat{\underset{\sim}{\beta}}$ คือ

$$N_{p+1}(\hat{\underset{\sim}{\beta}}^{HB}(\lambda,\tau),\ [X'X+(\lambda I_{p+1}+\tau H_2'H_2)^{-1}]^{-1})$$

และสามารถหาการแจกแจงตามขอบ (marginal distribution) ของ $\hat{\underset{\sim}{\beta}}$ ได้จาก

$$p(\hat{\underset{\sim}{\beta}}) = \int_{\Theta} p(\hat{\underset{\sim}{\beta}} \mid \underset{\sim}{\beta})\ p(\underset{\sim}{\beta})\ d\underset{\sim}{\beta}$$

ซึ่งจะได้การแจกแจงตามขอบของ $\hat{\underset{\sim}{\beta}}$ คือ $N_{p+1}(H_2'\underset{\sim}{\alpha}_0, \lambda I_{p+1}+\tau H_2'H_2+(X'X)^{-1})$

เมื่อ $\hat{\underset{\sim}{\beta}}^{HB}(\lambda,\tau) = [X'X+(\lambda I_{p+1}+\tau H_2'H_2)^{-1}]^{-1}[X'X\hat{\underset{\sim}{\beta}}+(\lambda I_{p+1}+\tau H_2'H_2)^{-1}H_2'\underset{\sim}{\alpha}_0]$

(2.15) $$= \hat{\underset{\sim}{\beta}} - (X'X)^{-1}[(X'X)^{-1}+\lambda I_{p+1}+\tau H_2'H_2]^{-1}(\hat{\underset{\sim}{\beta}} - H_2'\underset{\sim}{\alpha}_0)$$

(2.16) $$= \hat{\underset{\sim}{\beta}} - (X'X)^{-1}[(X'X)^{-1}+\lambda I_{p+1}]^{-1}[\hat{\underset{\sim}{\beta}} - H_2'\hat{\underset{\sim}{\alpha}}_2^{s}(\lambda,\tau)]$$

โดยที่ (2.17) $$\hat{\underset{\sim}{\alpha}}_2^{s}(\lambda,\tau) = \hat{\underset{\sim}{\alpha}}_2(\lambda) - (I_q+\tau H_2[(X'X)^{-1}+\lambda I_{p+1}]^{-1}H_2')^{-1}(\hat{\underset{\sim}{\alpha}}_2(\lambda) - \underset{\sim}{\alpha}_0)$$

และ (2.18) $$\hat{\underset{\sim}{\alpha}}_2(\lambda) = [H_2[(X'X)^{-1}+\lambda I_{p+1}]^{-1}H_2']^{-1}H_2[(X'X)^{-1}+\lambda I_{p+1}]^{-1}\hat{\underset{\sim}{\beta}}$$

ในการประมาณ λ และ τ สามารถทำได้โดยใช้การแจกแจงตามขอบ (marginal distribution) ของ $\hat{\underset{\sim}{\beta}}$ ซึ่งจะได้ว่า

$\hat{\lambda}_{EB}$ เป็นตัวประมาณของ λ

และ $\hat{\tau}_{HB}$ เป็นตัวประมาณของ τ ซึ่งตัวประมาณ $\hat{\tau}_{HB}$ อยู่ในรูปของ

(2.19) $$\hat{\tau}_{HB} = max(\hat{\psi}_{HB} - \hat{\lambda}_{EB}, 0)$$

เมื่อ (2.20) $$\hat{\psi}_{HB} = max(\psi^*, \psi_0, \psi_1)$$

โดยที่ ψ^* คำนวณได้จากสมการ

(2.21) $$(H_2\hat{\underset{\sim}{\beta}} - \underset{\sim}{\alpha}_0)' [H_2(X'X)^{-1}H_2' + \psi^* I_q]^{-1}(H_2\hat{\underset{\sim}{\beta}} - \underset{\sim}{\alpha}_0) = \frac{(q-2)S}{n-p+1}$$

หรือ (2.22) $$\sum_{i=p-q+2}^{p+1} \frac{(x_i-\alpha_{0i})^2}{(d_i+\psi^*)} = \frac{(q-2)S}{n-p+1} \qquad ; \; p \geq q+2 , q \geq 3$$

โดยที่ $S = (\underset{\sim}{y} - X\hat{\underset{\sim}{\beta}})'(\underset{\sim}{y} - X\hat{\underset{\sim}{\beta}})$

และ $\underset{\sim}{x} = H\hat{\underset{\sim}{\beta}} = (x_1, x_2, \ldots , x_{p+1})'$

ส่วน ψ_0 คำนวณได้จากสมการ

(2.23) $$\sum_{i=p-q+2}^{p+1} \frac{(d_i-d_{p+1})}{(d_i+\psi_0)} = \frac{(q-2)}{2} \qquad ; \; p \geq q+2 , q \geq 3$$

และ ψ_1 คำนวณได้จากสมการ

(2.24) $$\sum_{i=p-q+2}^{p+1} \frac{(d_i-d_{p+1})}{(d_i+\psi_1)} + 2\left(\frac{q-2}{n-p+1}\right)\left(\frac{d_1-d_{p+1}}{d_{p+1}+\psi_1}\right) = \frac{(q+2)}{2} \qquad ; \; p \geq q+2 , q \geq 3$$

แทนค่า $\hat{\lambda}_{EB}$ และ $\hat{\tau}_{HB}$ ในสมการที่ (2.15) จะได้ตัวประมาณ HB ซึ่งอยู่ในรูปของ

$$\hat{\underset{\sim}{\beta}}^{HB} = \hat{\underset{\sim}{\beta}}^{B}(\hat{\lambda}_{EB}, \hat{\tau}_{HB})$$

(2.25) $$= \hat{\underset{\sim}{\beta}} - (X'X)^{-1}[(X'X)^{-1} + \hat{\lambda}_{EB}I_{p+1} + \hat{\tau}_{HB} H_2'H_2]^{-1}(\hat{\underset{\sim}{\beta}} - H_2'\underset{\sim}{\alpha}_0)$$

(2.26) $$= [X'X + (\hat{\lambda}_{EB}I_{p+1} + \hat{\tau}_{HB} H_2'H_2)^{-1}]^{-1} [X'\underset{\sim}{y} + (\hat{\lambda}_{EB}I_{p+1} + \hat{\tau}_{HB} H_2'H_2)^{-1} H_2'\underset{\sim}{\alpha}_0]$$

พิจารณาตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธี HB ซึ่งอยู่ในรูปของ

$$\hat{\underset{\sim}{\beta}}^{HB}(\lambda,\tau) = [X'X+(\lambda I_{p+1}+\tau H_2'H_2)^{-1}]^{-1}[X'X\hat{\underset{\sim}{\beta}}+(\lambda I_{p+1}+\tau H_2'H_2)^{-1}H_2'\underset{\sim}{\alpha}_0]$$

จะเห็นได้ว่า วิธีกำลังสองน้อยสุดเป็นกรณีเฉพาะของวิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชันแบบลำดับขั้น เมื่อ $\lambda = 0$ และ $\tau = 0$ และพิจารณาตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธีริดจ์รีเกรสชันซึ่งอยู่ในรูปของ

$$\hat{\underset{\sim}{\beta}}^{R}(\lambda) = \hat{\underset{\sim}{\beta}} - (I+\lambda X'X)^{-1}\hat{\underset{\sim}{\beta}}$$

และ

$$\hat{\underset{\sim}{\beta}}^{HB}(\lambda,\tau) = \hat{\underset{\sim}{\beta}} - [I+(\lambda I_{p+1}+\tau H_2'H_2)\,X'X]^{-1}(\hat{\underset{\sim}{\beta}} - H_2'\underset{\sim}{\alpha}_0)$$

เพราะฉะนั้นวิธีริดจ์รีเกรสชันเป็นกรณีเฉพาะของวิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชันแบบลำดับขั้น เมื่อ $\underset{\sim}{\alpha}_0 = \underset{\sim}{0}$ และ $\tau = 0$

2.4 การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชันแบบแบ่งส่วน (DB)

วิธี DB เป็นวิธีที่ใช้ข้อมูลที่แตกต่างกันของ $\underset{\sim}{\alpha}_1$ และ $\underset{\sim}{\alpha}_2$ ในการพิจารณาข้อมูลเกี่ยวกับ $\underset{\sim}{\beta}$ ในอดีต กล่าวคือ เราทราบข้อมูลเกี่ยวกับ $\underset{\sim}{\alpha}_1$ และ $\underset{\sim}{\alpha}_2$ และนำข้อมูลที่ได้มาพิจารณาเพื่อให้ได้ข้อมูลของ $\underset{\sim}{\beta}$ จากนั้นนำข้อมูลของ $\underset{\sim}{\beta}$ มาพิจารณารวมกับวิธีริดจ์รีเกรสชัน ซึ่งจะทำให้ได้ค่าประมาณที่ถูกต้องยิ่งขึ้น

กำหนด $\underset{\sim}{\beta} = H_1'\underset{\sim}{\alpha}_1 + H_2'\underset{\sim}{\alpha}_2$

โดยที่ $\underset{\sim}{\alpha}_1$ มีการแจกแจงก่อน (prior distribution) คือ $N_{p-q+1}(\underset{\sim}{0},\lambda\sigma^2 I_{p-q+1})$

และ $\underset{\sim}{\alpha}_2$ มีการแจกแจงก่อน (prior distribution) คือ $N_q(\underset{\sim}{\alpha}_0,\psi\sigma^2 I_q)$

เราสามารถหาการแจกแจงก่อน (prior distribution) ของ $\underset{\sim}{\beta}$ ได้โดยใช้ฟังก์ชันก่อกำเนิดโมเมนต์ (moment generating ดังนี้function)

$$m_{\underset{\sim}{\beta}}(\underset{\sim}{t}) = E[exp(\underset{\sim}{t}'\underset{\sim}{\beta})]$$

$$= E[exp(\underset{\sim}{t}'(H_1'\underset{\sim}{\alpha}_1 + H_2'\underset{\sim}{\alpha}_2))]$$

$$= E[exp(\underset{\sim}{t}'H_1'\underset{\sim}{\alpha}_1 + \underset{\sim}{t}'H_2'\underset{\sim}{\alpha}_2)]$$

$$= E[exp(\underset{\sim}{t}'H_1'\underset{\sim}{\alpha}_1)] + E[exp(\underset{\sim}{t}'H_2'\underset{\sim}{\alpha}_2)]$$

(2.27)
$$= m_{\underset{\sim}{\alpha}_1}(\underset{\sim}{t}'H_1') \bullet m_{\underset{\sim}{\alpha}_2}(\underset{\sim}{t}'H_2')$$

เนื่องจาก $\underset{\sim}{\alpha}_1 \sim N_{p-q+1}(\underset{\sim}{0}, \lambda\sigma^2 I_{p-q+1})$ ดังนั้น $m_{\underset{\sim}{\alpha}_1}(\underset{\sim}{t}'H_1') = E[exp(\frac{1}{2}\underset{\sim}{t}'H_1'(\lambda\sigma^2 I_{p-q+1})H_1\underset{\sim}{t})]$

และ $\underset{\sim}{\alpha}_2 \sim N_q(\underset{\sim}{\alpha}_0, \psi\sigma^2 I_q)$ ดังนั้น $m_{\underset{\sim}{\alpha}_2}(\underset{\sim}{t}'H_2') = E[exp(\underset{\sim}{t}'H_2'\underset{\sim}{\alpha}_0 + \frac{1}{2}\underset{\sim}{t}'H_2'(\psi\sigma^2 I_q)H_2\underset{\sim}{t})]$

แทนค่า $m_{\underset{\sim}{\alpha}_1}(\underset{\sim}{t}'H_1')$) และ $m_{\underset{\sim}{\alpha}_2}(\underset{\sim}{t}'H_2')$ ในสมการที่ (2.27) จะได้ว่า

$$m_{\underset{\sim}{\beta}}(\underset{\sim}{t}) = E[exp(\frac{1}{2}\underset{\sim}{t}'H_1'(\lambda\sigma^2 I_{p-q+1})H_1\underset{\sim}{t})]$$

$$\bullet E[exp(\underset{\sim}{t}'H_2'\underset{\sim}{\alpha}_0 + \frac{1}{2}\underset{\sim}{t}'H_2'(\psi\sigma^2 I_q)H_2\underset{\sim}{t})]$$

(2.28)
$$= E[exp(\underset{\sim}{t}'H_2'\underset{\sim}{\alpha}_0 + \frac{1}{2}\underset{\sim}{t}'(\sigma^2(\lambda H_1'H_1 + \psi H_2'H_2)\underset{\sim}{t})]$$

จะเห็นได้ว่าสมการที่ (2.28) เป็นฟังก์ชันก่อกำเนิดโมเมนต์ของการแจกแจงปกติหลายตัวแปร ที่มีค่าเฉลี่ย $H_2'\underset{\sim}{\alpha}_0$ และความแปรปรวนร่วม $\sigma^2[\lambda H_1'H_1 + \psi H_2'H_2]$ ดังนั้นการแจกแจงก่อน (prior distribution) ของ $\underset{\sim}{\beta}$ คือ

$$N_{p+1}(H_2'\underset{\sim}{\alpha}_0, \sigma^2[\lambda H_1'H_1 + \psi H_2'H_2])$$

และฟังก์ชันควรจะเป็น (likelihood function) $\hat{\underset{\sim}{\beta}} | \underset{\sim}{\beta} \sim N_{p+1}(\underset{\sim}{\beta}, \sigma^2(X'X)^{-1})$

ดังนั้นสามารถหาการแจกแจงภายหลังได้จาก $p(\underset{\sim}{\beta} \mid \underset{\sim}{\hat{\beta}}) \propto p(\underset{\sim}{\hat{\beta}} \mid \underset{\sim}{\beta}) p(\underset{\sim}{\beta})$ ซึ่งการแจกแจงภายหลัง (posterior distribution) ของ $\underset{\sim}{\beta} \mid \underset{\sim}{\hat{\beta}}$ คือ

$$N_{p+1}\left(\underset{\sim}{\hat{\beta}}^{DB}(\lambda,\psi)\,,\,\sigma^2\left(X'X + \frac{1}{\lambda}H_1'H_1 + \frac{1}{\psi}H_2'H_2\right)^{-1}\right)$$

และสามารถหาการแจกแจงตามขอบ (marginal distribution) ของ $\underset{\sim}{\hat{\beta}}$ ได้จาก

$$p(\underset{\sim}{\hat{\beta}}) = \int_{\Theta} p(\underset{\sim}{\hat{\beta}} \mid \underset{\sim}{\beta})\; p(\underset{\sim}{\beta})\; d\underset{\sim}{\beta}$$

ซึ่งจะได้การแจกแจงตามขอบของ $\underset{\sim}{\hat{\beta}}$ คือ $N_{p+1}(H_2'\underset{\sim}{\alpha}_0, \sigma^2\,[(X'X)^{-1} + \lambda H_1'H_1 + \psi\, H_2'H_2])$

เมื่อ (2.29) $\underset{\sim}{\hat{\beta}}^{DB}(\lambda,\psi) = \underset{\sim}{\hat{\beta}} - (X'X)^{-1}[(X'X)^{-1} + \lambda H_1'H_1 + \psi\, H_2'H_2]^{-1}(\underset{\sim}{\hat{\beta}} - H_2'\underset{\sim}{\alpha}_0)$

โดยที่ λ และ ψ เป็นไฮเปอร์พารามิเตอร์ (hyper – parameter) ที่ไม่ทราบค่า แต่เราสามารถประมาณค่าได้จากการแจกแจงตามขอบของ $\underset{\sim}{\hat{\beta}}$ ซึ่งจะได้ว่า

$\hat{\lambda}_{EB}$ เป็นตัวประมาณของ λ

และ $\hat{\psi}_{DB}$ เป็นตัวประมาณของ ψ ซึ่งจะได้ตัวประมาณอยู่ในรูปของ

(2.30) $\hat{\psi}_{DB} = max(\psi^*, \psi_0)$

โดยที่ ψ^* คำนวณได้จากสมการที่ (2.22)
และ ψ_0 คำนวณได้จากสมการที่ (2.23)

แทนค่า $\hat{\lambda}_{EB}$ และ $\hat{\psi}_{DB}$ ในสมการที่ (2.29) จะได้ตัวประมาณ DB ซึ่งอยู่ในรูปของ

$$\underset{\sim}{\hat{\beta}}^{DB} = \underset{\sim}{\hat{\beta}}^{B}(\hat{\lambda}_{EB}, \hat{\psi}_{DB})$$

(2.31) $= \underset{\sim}{\hat{\beta}} - (X'X)^{-1}[(X'X)^{-1} + \hat{\lambda}_{EB}H_1'H_1 + \hat{\psi}_{DB}H_2'H_2]^{-1}(\underset{\sim}{\hat{\beta}} - H_2'\underset{\sim}{\alpha}_0)$

(2.32) $= [X'X + (\hat{\lambda}_{EB}H_1'H_1 + \hat{\psi}_{DB}H_2'H_2)^{-1}]^{-1}[\,X'\underset{\sim}{y} + (\hat{\lambda}_{EB}H_1'H_1 + \hat{\psi}_{DB}H_2'H_2)^{-1}H_2'\underset{\sim}{\alpha}_0]$

พิจารณาตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธี DB ซึ่งอยู่ในรูปของ

$$\underset{\sim}{\hat{\beta}}^{DB}(\lambda,\psi) = [X'X + (\lambda H_1'H_1 + \psi H_2'H_2)^{-1}]^{-1}[X'X\underset{\sim}{\hat{\beta}} + (\lambda H_1'H_1 + \psi H_2'H_2)^{-1} H_2'\underset{\sim}{\alpha}_0]$$

จะเห็นได้ว่า วิธีกำลังสองน้อยสุดเป็นกรณีเฉพาะของวิธีเอ็มพิริเบส์ริดจ์รีเกรสชันแบบแบ่งส่วน เมื่อ $\lambda = 0$ และ $\psi = 0$ และพิจารณาตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธีริดจ์รีเกรสชัน ซึ่งอยู่ในรูปของ

$$\underset{\sim}{\hat{\beta}}^{R}(\lambda) = \underset{\sim}{\hat{\beta}} - (I + \lambda X'X)^{-1}\underset{\sim}{\hat{\beta}}$$

และ $$\underset{\sim}{\hat{\beta}}^{DB}(\lambda,\psi) = \underset{\sim}{\hat{\beta}} - (X'X)^{-1}[(X'X)^{-1} + \lambda H_1'H_1 + \psi H_2'H_2]^{-1}(\underset{\sim}{\hat{\beta}} - H_2'\underset{\sim}{\alpha}_0)$$

เพราะฉะนั้นวิธีริดจ์รีเกรสชันเป็นกรณีเฉพาะของวิธีเอ็มพิริเบส์ริดจ์รีเกรสชันแบบแบ่งส่วน เมื่อ $\underset{\sim}{\alpha}_0 = \underset{\sim}{0}$ และ $\psi = \lambda$

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาเพื่อเปรียบเทียบการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณกรณีเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระด้วยวิธี EB วิธี HB และวิธี DB ซึ่งในการเปรียบเทียบจะพิจารณาจากค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ (AMSE) ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยได้จากการจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo technique) โดยใช้โปรแกรม S-plus 2000 กับเครื่อง PC ซึ่งแผนการทดลองและขั้นตอนในการวิจัยมีรายละเอียดดังนี้

3.1 แผนการทดลอง

ในการวิจัยครั้งนี้ได้กำหนดสถานการณ์ต่าง ๆ สำหรับเปรียบเทียบการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธีต่างๆ ทั้ง 3 วิธี ดังนี้

1. จำนวนตัวแปรอิสระที่ศึกษามี 2 ระดับ คือ 7 และ 9
2. ขนาดตัวอย่างที่ศึกษามี 4 ขนาด คือ 30, 50, 70 และ 100
3. ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติที่มี $\mu = 0$ และ $\sigma = 1, 5$ และ 10
4. กำหนดจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่ (q) เท่ากับ 3 และ 5
5. กำหนดจำนวนตัวแปรที่มีพหุสัมพันธ์ และระดับพหุสัมพันธ์เป็น 3 กรณีดังนี้

   5.1 <u>กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 7</u>

   ระดับพหุสัมพันธ์ที่ต้องการศึกษา คือ

   ระดับต่ำ ρ = 0.10, 0.30

   ระดับปานกลาง ρ = 0.50, 0.70

   ระดับสูง ρ = 0.80, 0.90

   เมื่อ ρ คือ ความสัมพันธ์ระหว่าง X_i และ X_j ; $i, j = 1, 2, \ldots, 7$ และ $i \neq j$

   5.2 <u>กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 9</u>

   ระดับพหุสัมพันธ์ที่ต้องการศึกษา คือ

   ระดับต่ำ ρ = 0.10, 0.30

   ระดับปานกลาง ρ = 0.50, 0.70

   ระดับสูง ρ = 0.80, 0.90

   เมื่อ ρ คือ ความสัมพันธ์ระหว่าง X_i และ X_j ; $i, j = 1, 2, \ldots, 9$ และ $i \neq j$

6. กำหนดการประมวลผลในแต่ละสถานการณ์เท่ากับ 1,000 รอบ

3.2 ขั้นตอนในการวิจัย

ขั้นตอนในการวิจัยมีดังนี้

1. สร้างข้อมูลของความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงปกติ โดยมีพารามิเตอร์ตามที่กำหนด

2. สร้างข้อมูลของตัวแปรอิสระ (X) ให้มีระดับความสัมพันธ์ตามที่กำหนด และสร้างข้อมูลของตัวแปรตาม $(\underset{\sim}{y})$ จากรูปแบบความสัมพันธ์ $\underset{\sim}{y} = X\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\varepsilon}$ โดยกำหนดให้ $\underset{\sim}{\beta}$ เป็นค่าคงที่ใด ๆ คือ $\beta_j = 1$ โดยที่ j = 1,2,…,p

3. ประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธี EB วิธี HB และวิธี DB

4. คำนวณหาค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ (AMSE) พร้อมทั้งค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการทั้ง 3 วิธี และสรุปผลที่ได้จากการทดลอง

รายละเอียดของแต่ละขั้นตอนมีดังนี้

1. การสร้างการแจกแจงของค่าความคลาดเคลื่อนตามที่กำหนด

สร้างข้อมูลของความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงปกติ พารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ σ = 1, 5 และ 10 โดยที่ฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงปกติอยู่ในรูปของ

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\ exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2\right\}$$

เมื่อ $E(x) = \mu$, $Var(x) = \sigma^2$

2. การสร้างตัวแปรอิสระ และสร้างตัวแปรตามให้มีความสัมพันธ์ตามที่กำหนด

สร้างข้อมูลของตัวแปรอิสระ $X = [\underset{\sim}{1} \mid X^*]$ โดยที่ $X^* = [\underset{\sim}{X}_1^*, \underset{\sim}{X}_2^*, \ldots, \underset{\sim}{X}_p^*]$ มีการแจกแจงปกติหลายตัวแปร (multivariate normal distribution) ด้วยค่าเฉลี่ย $\underset{\sim}{\mu} = \underset{\sim}{0}$ และเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม (covariance matrix) Σ สามารถเขียนได้เป็น $X^* \sim N_p(\underset{\sim}{\mu}, \Sigma_{p\times p})$

$$\text{เมื่อ} \quad \Sigma = E\left[(X^*-\underset{\sim}{\mu})(X^*-\underset{\sim}{\mu})'\right] = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{21} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \cdots & \sigma_{pp} \end{bmatrix}$$

เมื่อ σ_{ij} คือ ความแปรปรวนร่วมระหว่างตัวแปร X_i และ X_j

โดยที่ $\sigma_{ij} = \rho_{ij}(\sigma_i \sigma_j)$; $i, j = 1, 2, \ldots, p$

และ ρ_{ij} คือ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร X_i และ X_j

จากนั้นสร้างข้อมูลของตัวแปรตาม $(\underset{\sim}{y})$ จากรูปแบบความสัมพันธ์ $\underset{\sim}{y} = X\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\varepsilon}$ โดยกำหนดให้ $\underset{\sim}{\beta} = \underset{\sim}{1}$

3. การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธี EB วิธี HB และวิธี DB

จากหัวข้อ 1 และ 2 เราสร้างค่าความคลาดเคลื่อนตามการแจกแจงที่ต้องการศึกษา และสร้างตัวแปรอิสระ (X) ที่มีความสัมพันธ์ตามที่กำหนด จึงทำให้สามารถสร้างตัวแปรตาม $(\underset{\sim}{y})$ ได้ จากนั้นทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธี EB วิธี HB และวิธี DB ตามสถานการณ์ต่างๆ ที่ได้กำหนดไว้ในหัวข้อ 3.1 ซึ่งจะทำการทดลอง 1,000 รอบ ในแต่ละสถานการณ์

4. การหาค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ และค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย

4.1 คำนวณค่า MSE ของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณแต่ละตัวในแต่ละวิธี เมื่อกระทำซ้ำ 1,000 รอบ

$$MSE_j = \frac{1}{1000}\sum_{i=1}^{1000}\left(\hat{\beta}_{ij} - \beta_j\right)^2$$

เมื่อ β_j แทนตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณตัวที่ j

$\hat{\beta}_{ij}$ แทนตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณตัวที่ j จากการประมาณครั้งที่ i

และ MSE_j แทนค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของค่าประมาณสำหรับสัมประสิทธิ์การถดถอย β_j

4.2 คำนวณค่า *AMSE* แต่ละวิธี โดยการหาค่าเฉลี่ยของ *MSE*

$$AMSE\ (EB) = \frac{1}{p+1} \sum_{j=1}^{p+1} MSE(EB)_j$$

$$AMSE\ (HB) = \frac{1}{p+1} \sum_{j=1}^{p+1} MSE(HB)_j$$

$$AMSE\ (DB) = \frac{1}{p+1} \sum_{j=1}^{p+1} MSE(DB)_j$$

เมื่อ p แทนจำนวนตัวแปรอิสระ

4.3 คำนวณค่า *RDAMSE* เพื่อใช้วัดว่าวิธีที่ให้ค่า *AMSE* ต่ำที่สุดจะดีกว่าวิธีอื่นกี่เปอร์เซ็นต์

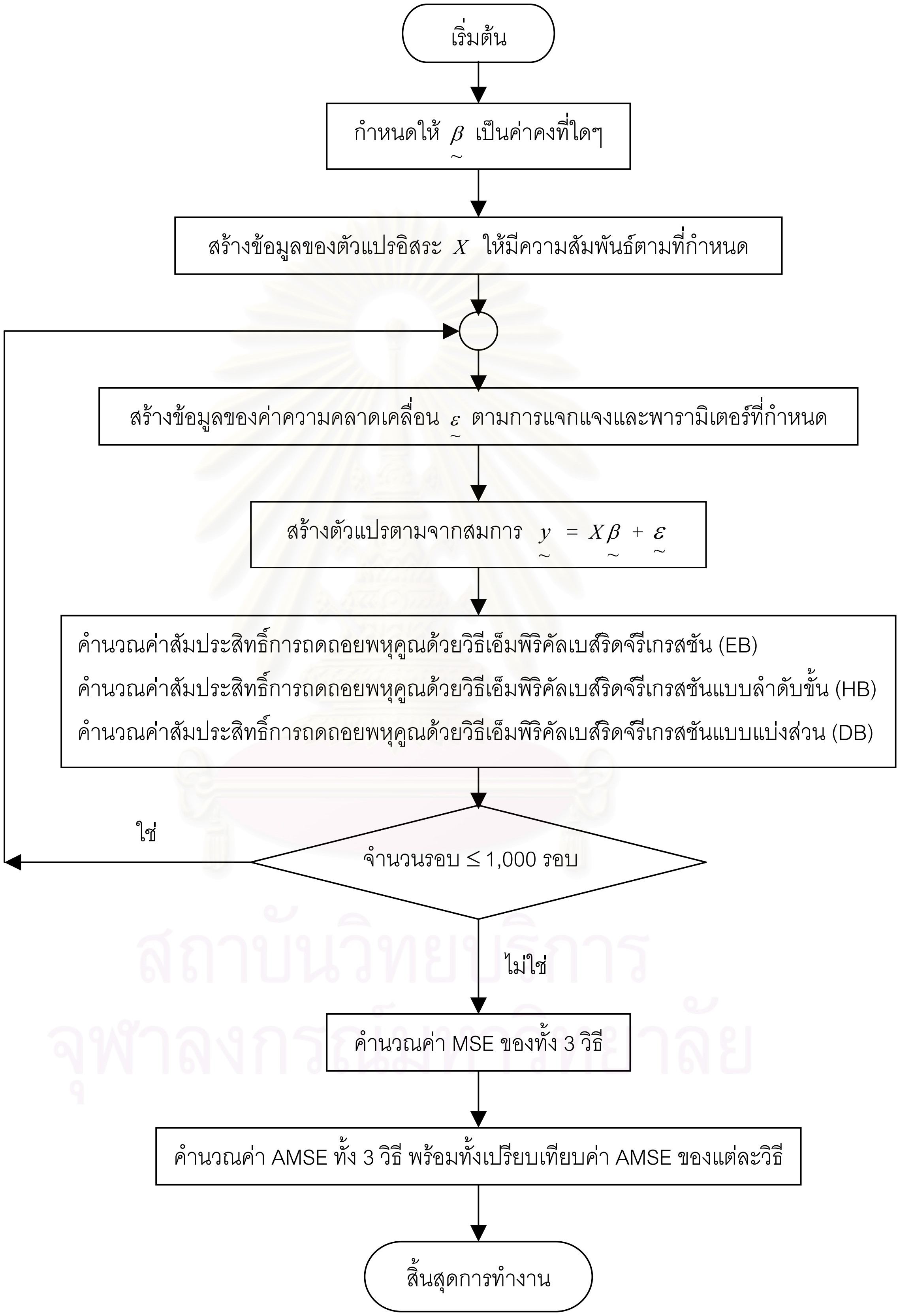
$$RDAMSE_k = \frac{(AMSE_k - AMSE_{min})}{AMSE_{min}} \times 100$$

เมื่อ $AMSE_k$ แทนค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยจากวิธีที่ k ; $k = 1, 2, 3$

$AMSE_{min}$ แทนค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่มีค่าต่ำที่สุดจากวิธีทั้ง 3 วิธี

และ $RDAMSE_k$ แทนค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยจากวิธีที่ k

แผนผังการเขียนโปรแกรม



บทที่ 4

ผลการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ที่จะเปรียบเทียบการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ กรณีเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระด้วยวิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชัน (EB) วิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชันแบบลำดับขั้น (HB) และวิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชันแบบแบ่งส่วน (DB) โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจว่า วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณวิธีการใดทำให้ได้ค่าประมาณที่ใกล้เคียงกับค่าจริงมากที่สุด จะพิจารณาจากค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์การถดถอย (AMSE) และเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการทั้ง 3 วิธี จะใช้ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE)

ผู้วิจัยเสนอผลการวิจัยโดยแบ่งเป็น 2 ส่วน คือ

ส่วนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 7

ส่วนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 9

การนำเสนอผลการวิจัยจะนำเสนอในรูปตารางและรูปกราฟ โดยใช้สัญลักษณ์แทนความหมายต่าง ๆ ดังนี้

n หมายถึง ขนาดตัวอย่าง

q หมายถึง จำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่

EB หมายถึง การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธี EB

HB หมายถึง การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธี HB

DB หมายถึง การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธี DB

AMSE หมายถึง ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์การถดถอย

SD หมายถึง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

RDAMSE หมายถึง ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย

4.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 7

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยศึกษา กรณีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ พารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ σ = 1, 5 และ 10 ตามลำดับ ที่ระดับความสัมพันธ์ 0.10, 0.30, 0.50, 0.70, 0.80 และ 0.90 โดยมีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30, 50, 70 และ 100 ซึ่งผลการวิจัยส่วนนี้นำเสนอในตารางที่ 4.1.1 - 4.1.6

รายละเอียดของตารางที่ 4.1.1 - 4.1.6

ตารางที่	q	**ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน**
4.1.1	3	1
4.1.2	3	5
4.1.3	3	10
4.1.4	5	1
4.1.5	5	5
4.1.6	5	10

ตารางที่ 4.1.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0$, $\sigma = 1$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 7 และ q = 3

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.1	n = 30	AMSE	0.046436	0.045232	0.044372
		SD	(0.007849)	(0.007384)	(0.006892)
		RDAMSE	4.653368	1.940041	0
	n = 50	AMSE	0.024858	0.024353	0.024120
		SD	(0.003823)	(0.003702)	(0.003594)
		RDAMSE	3.056557	0.963264	0
	n = 70	AMSE	0.017680	0.017353	0.017269
		SD	(0.002569)	(0.002439)	(0.002377)
		RDAMSE	2.379051	0.487975	0
	n = 100	AMSE	0.010535	0.010471	0.010461
		SD	(0.001384)	(0.001338)	(0.001290)
		RDAMSE	0.702094	0.094466	0
0.3	n = 30	AMSE	0.054855	0.051830	0.049931
		SD	(0.009356)	(0.008645)	(0.008144)
		RDAMSE	9.859928	3.802365	0
	n = 50	AMSE	0.028094	0.026579	0.025998
		SD	(0.004552)	(0.004279)	(0.004113)
		RDAMSE	8.059218	2.235295	0
	n = 70	AMSE	0.020988	0.019822	0.019621
		SD	(0.003208)	(0.002949)	(0.002887)
		RDAMSE	6.970662	1.026003	0
	n = 100	AMSE	0.012354	0.011953	0.011927
		SD	(0.001734)	(0.001667)	(0.001623)
		RDAMSE	3.582450	0.216784	0

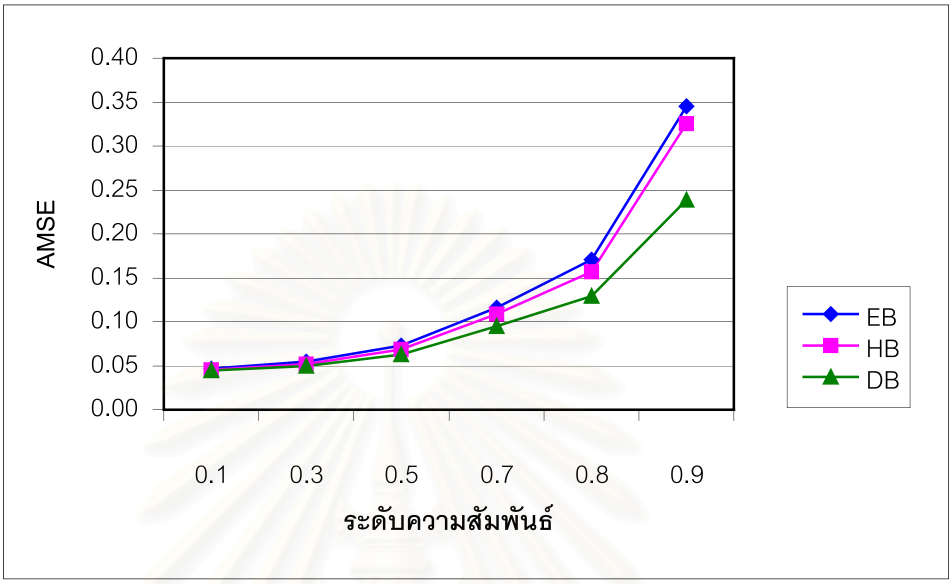
ตารางที่ 4.1.1 (ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 1$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 7 และ q = 3

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.5	n = 30	AMSE	0.072713	0.068303	0.062704
		SD	(0.013470)	(0.012481)	(0.011249)
		RDAMSE	15.962367	8.928775	0
	n = 50	AMSE	0.039221	0.036932	0.034292
		SD	(0.006693)	(0.006243)	(0.005779)
		RDAMSE	14.373711	7.696290	0
	n = 70	AMSE	0.028031	0.026172	0.024831
		SD	(0.004541)	(0.004163)	(0.003877)
		RDAMSE	12.884541	5.401690	0
	n = 100	AMSE	0.016632	0.015486	0.015117
		SD	(0.002415)	(0.002230)	(0.002122)
		RDAMSE	10.020141	2.437070	0
0.7	n = 30	AMSE	0.116009	0.109047	0.094955
		SD	(0.022001)	(0.020261)	(0.017270)
		RDAMSE	22.173045	14.840839	0
	n = 50	AMSE	0.063248	0.058927	0.052559
		SD	(0.011073)	(0.010252)	(0.009060)
		RDAMSE	20.336000	12.115254	0
	n = 70	AMSE	0.045026	0.042029	0.037913
		SD	(0.007585)	(0.007043)	(0.006302)
		RDAMSE	18.761705	10.856011	0
	n = 100	AMSE	0.026791	0.025162	0.023185
		SD	(0.004033)	(0.003775)	(0.003470)
		RDAMSE	15.554817	8.529883	0

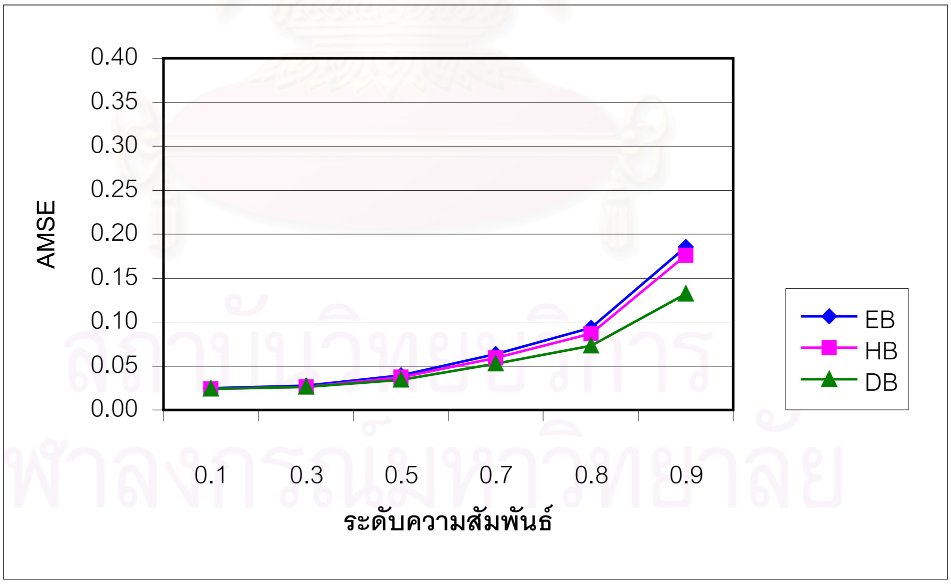
ตารางที่ 4.1.1 (ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 1$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 7 และ q = 3

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.8	n = 30	AMSE	0.170649	0.156782	0.129330
		SD	(0.032604)	(0.029422)	(0.023851)
		RDAMSE	31.948577	21.225822	0
	n = 50	AMSE	0.093701	0.087077	0.072880
		SD	(0.016774)	(0.015182)	(0.012628)
		RDAMSE	28.568428	19.479248	0
	n = 70	AMSE	0.066470	0.061823	0.052545
		SD	(0.011251)	(0.010447)	(0.008824)
		RDAMSE	26.499445	17.656802	0
	n = 100	AMSE	0.039834	0.036948	0.032133
		SD	(0.006113)	(0.005619)	(0.004880)
		RDAMSE	23.965197	14.984548	0
0.9	n = 30	AMSE	0.345117	0.325275	0.238504
		SD	(0.066746)	(0.061589)	(0.044601)
		RDAMSE	44.700783	36.381171	0
	n = 50	AMSE	0.185754	0.176168	0.131828
		SD	(0.033614)	(0.031041)	(0.023201)
		RDAMSE	40.905838	33.634368	0
	n = 70	AMSE	0.131114	0.124912	0.095689
		SD	(0.022453)	(0.021314)	(0.016200)
		RDAMSE	37.022172	30.539786	0
	n = 100	AMSE	0.078372	0.074413	0.058203
		SD	(0.012621)	(0.011920)	(0.009210)
		RDAMSE	34.652687	27.850173	0

<u>รูปที่ 4.1.1</u> กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 1$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 7 และ q = 3

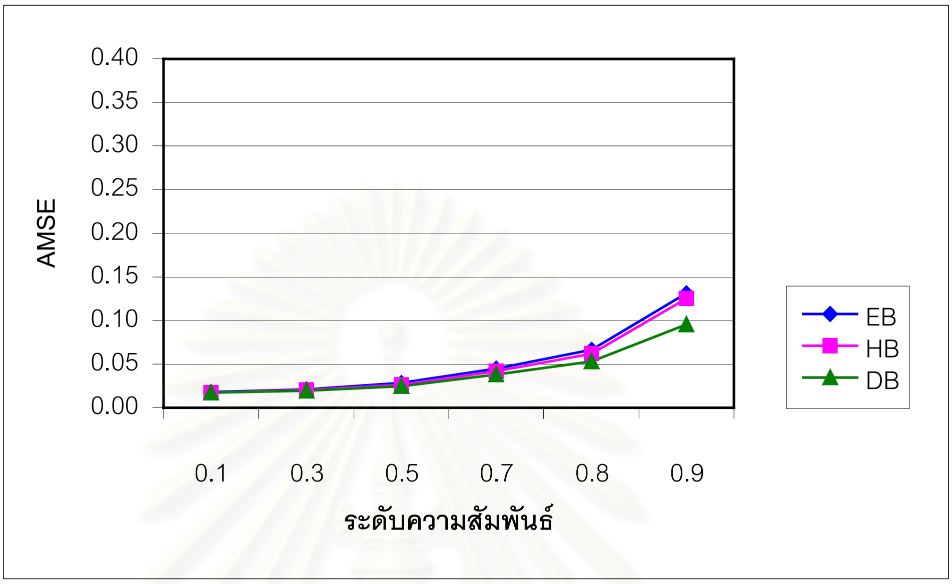


ก) ขนาดตัวอย่าง = 30

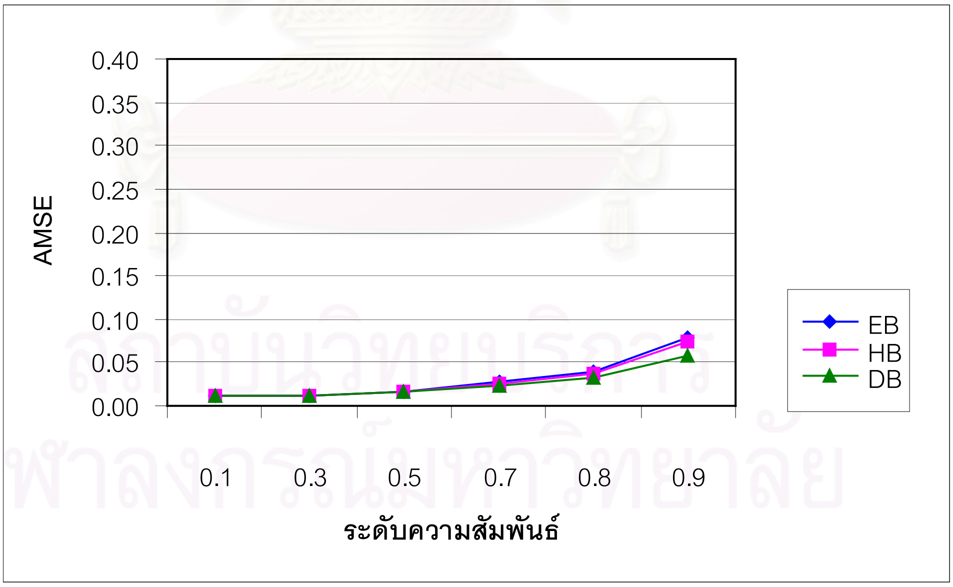


ข) ขนาดตัวอย่าง = 50

รูปที่ 4.1.1 (ต่อ) กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 1$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 7 และ q = 3



ค) ขนาดตัวอย่าง = 70



ง) ขนาดตัวอย่าง = 100

จากตารางที่ 4.1.1 เราสามารถสรุปผล ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 7 และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่เท่ากับ 3 จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ (ρ = 0.10, 0.30)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับต่ำ จะพบว่าวิธีทั้ง 3 วิธี ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน แต่วิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง (ρ = 0.50, 0.70)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ระดับสูง (ρ = 0.80, 0.90)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.1

จากตารางที่ 4.1.1 จะเห็นได้ว่า วิธี DB วิธี HB และ วิธี EB ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกันมาก เมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้นจะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ได้ชัดขึ้น โดยวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ และจะพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ จะพบว่า วิธี DB จะดีกว่าวิธี HB สูงสุดถึง 36.38% และดีกว่าวิธี EB สูงสุดถึง 44.70% โดยที่ค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้น จึงส่งผลทำให้ค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี EB จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้น ค่า RDAMSE จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.1.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0$, $\sigma = 5$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 7 และ q = 3

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.1	n = 30	AMSE	1.327856	1.238284	1.145738
		SD	(0.263172)	(0.242057)	(0.221990)
		RDAMSE	15.895253	8.077404	0
	n = 50	AMSE	0.857626	0.801032	0.753979
		SD	(0.163351)	(0.150556)	(0.139668)
		RDAMSE	13.746664	6.240705	0
	n = 70	AMSE	0.613608	0.583541	0.557475
		SD	(0.111635)	(0.104484)	(0.098902)
		RDAMSE	10.069149	4.675643	0
	n = 100	AMSE	0.408773	0.387337	0.380585
		SD	(0.069215)	(0.065312)	(0.063889)
		RDAMSE	7.406439	1.773874	0
0.3	n = 30	AMSE	1.486978	1.368525	1.219637
		SD	(0.310184)	(0.283751)	(0.248916)
		RDAMSE	21.919731	12.207549	0
	n = 50	AMSE	1.079663	1.008719	0.912542
		SD	(0.215553)	(0.198492)	(0.176365)
		RDAMSE	18.313766	10.539470	0
	n = 70	AMSE	0.874538	0.815392	0.752696
		SD	(0.164581)	(0.151545)	(0.137116)
		RDAMSE	16.187499	8.329544	0
	n = 100	AMSE	0.585619	0.545717	0.517965
		SD	(0.102643)	(0.094157)	(0.088484)
		RDAMSE	13.061450	5.357888	0

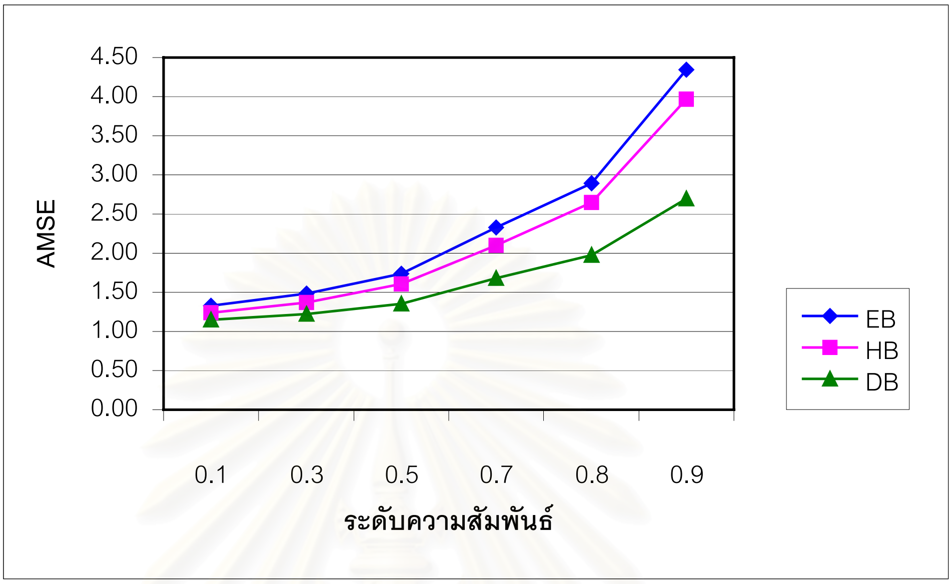
ตารางที่ 4.1.2 (ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 5$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 7 และ q = 3

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.5	n = 30	AMSE	1.738484	1.603055	1.350164
		SD	(0.365005)	(0.333217)	(0.276987)
		RDAMSE	28.760916	18.730345	0
	n = 50	AMSE	1.281338	1.170637	1.008962
		SD	(0.257481)	(0.232054)	(0.197517)
		RDAMSE	26.995666	16.023876	0
	n = 70	AMSE	0.996943	0.903891	0.792176
		SD	(0.191353)	(0.172332)	(0.149459)
		RDAMSE	25.848790	14.102405	0
	n = 100	AMSE	0.729276	0.668540	0.597438
		SD	(0.132354)	(0.120247)	(0.106336)
		RDAMSE	22.067397	11.901287	0
0.7	n = 30	AMSE	2.328133	2.100932	1.679689
		SD	(0.497114)	(0.439461)	(0.347906)
		RDAMSE	38.605005	25.078641	0
	n = 50	AMSE	1.704122	1.536906	1.268433
		SD	(0.346752)	(0.308192)	(0.253037)
		RDAMSE	34.348593	21.165651	0
	n = 70	AMSE	1.337150	1.203704	1.005707
		SD	(0.257443)	(0.229425)	(0.189802)
		RDAMSE	32.956155	19.687340	0
	n = 100	AMSE	0.936094	0.845775	0.727134
		SD	(0.172133)	(0.153647)	(0.130669)
		RDAMSE	28.737576	16.316376	0

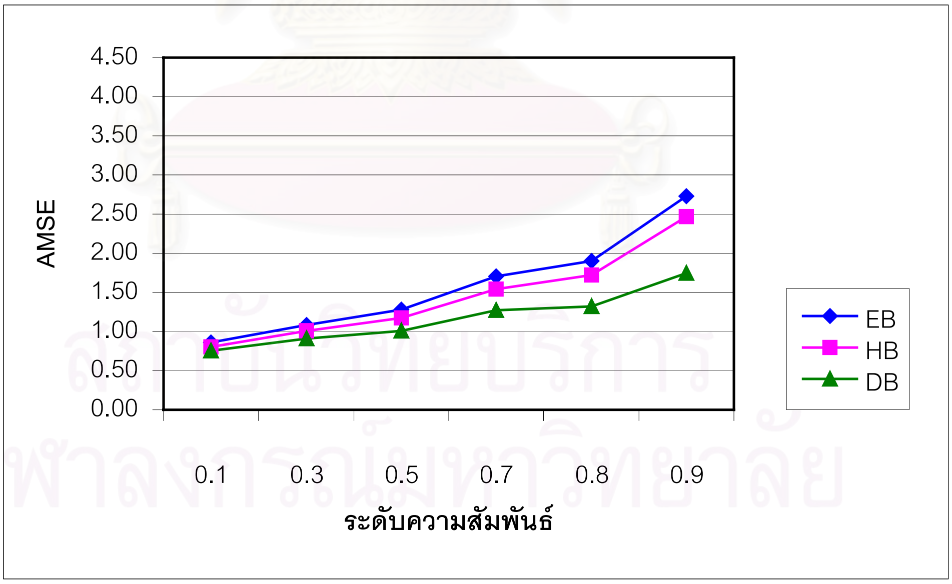
ตารางที่ 4.1.2 (ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 5$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 7 และ q = 3

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.8	n = 30	AMSE	2.892773	2.645075	1.973123
		SD	(0.628282)	(0.568860)	(0.421405)
		RDAMSE	46.608897	34.055259	0
	n = 50	AMSE	1.900761	1.722988	1.321125
		SD	(0.395917)	(0.354030)	(0.270579)
		RDAMSE	43.874346	30.418202	0
	n = 70	AMSE	1.521508	1.375208	1.071819
		SD	(0.303603)	(0.271656)	(0.210948)
		RDAMSE	41.955690	28.305939	0
	n = 100	AMSE	1.149609	1.046879	0.826486
		SD	(0.217750)	(0.196782)	(0.153612)
		RDAMSE	39.095905	26.666255	0
0.9	n = 30	AMSE	4.341148	3.967838	2.693975
		SD	(0.980354)	(0.873590)	(0.587045)
		RDAMSE	61.142860	47.285644	0
	n = 50	AMSE	2.726288	2.468216	1.742226
		SD	(0.586951)	(0.514147)	(0.360325)
		RDAMSE	56.483013	41.670225	0
	n = 70	AMSE	2.097957	1.892348	1.358920
		SD	(0.424584)	(0.380473)	(0.271567)
		RDAMSE	54.384117	39.253806	0
	n = 100	AMSE	1.497147	1.364647	1.001782
		SD	(0.289972)	(0.260224)	(0.189121)
		RDAMSE	49.448468	36.222049	0

<u>รูปที่ 4.1.2</u> กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 5$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 7 และ q = 3

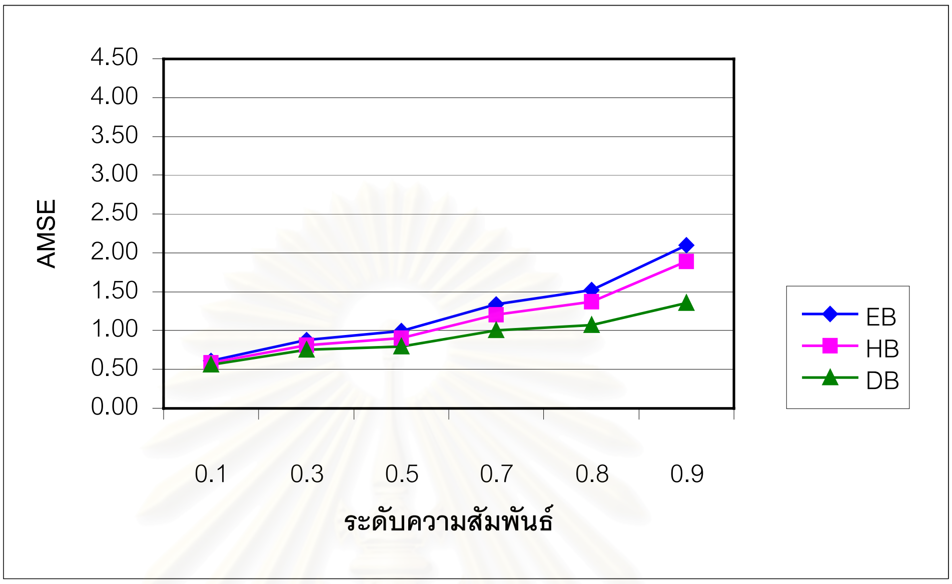


ก) ขนาดตัวอย่าง = 30

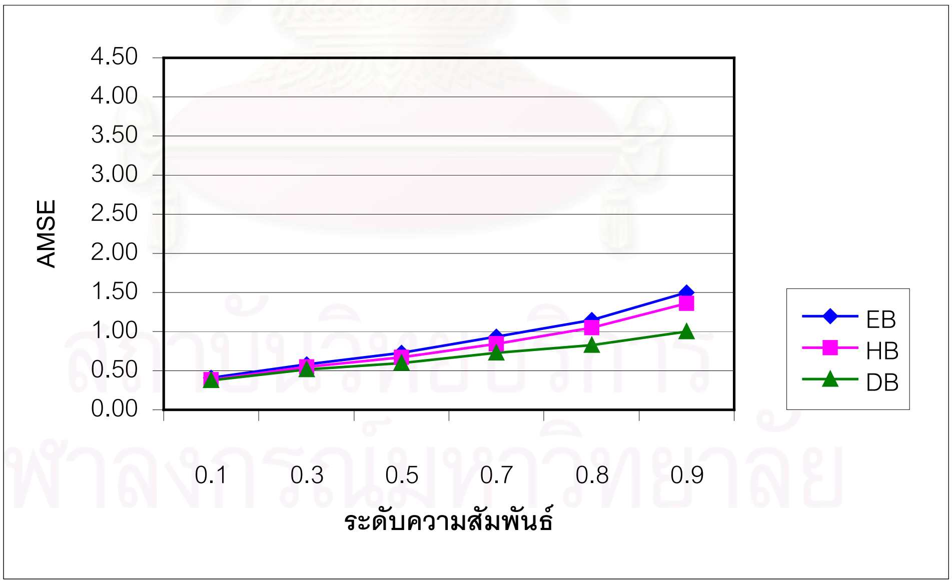


ข) ขนาดตัวอย่าง = 50

รูปที่ 4.1.2 (ต่อ) กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0$, $\sigma = 5$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 7 และ q = 3



ค) ขนาดตัวอย่าง = 70



ง) ขนาดตัวอย่าง = 100

จากตารางที่ 4.1.2 เราสามารถสรุปผล ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5 จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 7 และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่เท่ากับ 3 จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ (ρ = 0.10, 0.30)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับต่ำ จะพบว่าวิธีทั้ง 3 วิธี ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน ทุกขนาดตัวอย่าง แต่วิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง (ρ = 0.50, 0.70)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ระดับสูง (ρ = 0.80, 0.90)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับสูง จะพบว่าวิธีทั้ง 3 วิธี ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ แต่วิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.2

จากตารางที่ 4.1.2 จะเห็นได้ว่า วิธี DB วิธี HB และ วิธี EB ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้น จะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ได้ชัดขึ้น ซึ่งวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยเฉพาะเมื่อระดับความสัมพันธ์สูง และตัวอย่างมีขนาดเล็กวิธี DB จะให้ค่า AMSE ต่ำกว่าวิธีอื่นอย่างเห็นได้ชัด และพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ จะพบว่า วิธี DB จะดีกว่าวิธี HB สูงสุดถึง 47.29% และดีกว่าวิธี EB สูงสุดถึง 61.14% โดยที่ค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี EB จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้น ค่า RDAMSE จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.1.3 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 10$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 7 และ q = 3

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.1	n = 30	AMSE	2.904707	2.653428	2.223400
		SD	(0.697017)	(0.608552)	(0.503183)
		RDAMSE	30.642562	19.341002	0
	n = 50	AMSE	2.009640	1.842558	1.575524
		SD	(0.444672)	(0.404914)	(0.343421)
		RDAMSE	27.553746	16.948883	0
	n = 70	AMSE	1.578645	1.424424	1.256507
		SD	(0.331564)	(0.296457)	(0.260090)
		RDAMSE	25.637589	13.363764	0
	n = 100	AMSE	1.106977	0.995086	0.901081
		SD	(0.219277)	(0.194202)	(0.173837)
		RDAMSE	22.849948	10.432525	0
0.3	n = 30	AMSE	3.485320	3.163289	2.524279
		SD	(0.828210)	(0.742602)	(0.582751)
		RDAMSE	38.071935	25.314583	0
	n = 50	AMSE	2.604880	2.362177	1.922197
		SD	(0.589255)	(0.521448)	(0.420663)
		RDAMSE	35.515808	22.889436	0
	n = 70	AMSE	1.881733	1.699895	1.407638
		SD	(0.404140)	(0.359486)	(0.294733)
		RDAMSE	33.680140	20.762195	0
	n = 100	AMSE	1.361691	1.223795	1.043748
		SD	(0.278140)	(0.245275)	(0.206904)
		RDAMSE	30.461672	17.250063	0

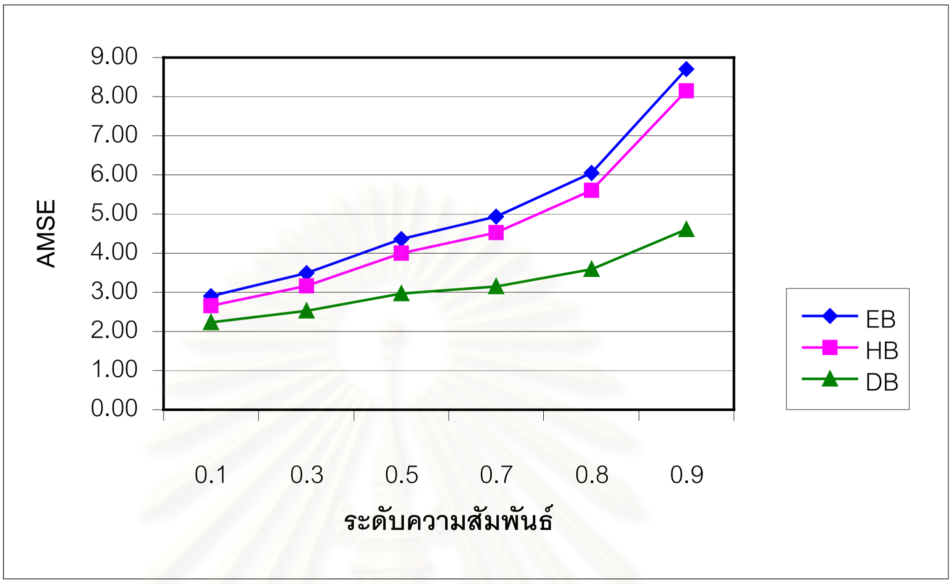
ตารางที่ 4.1.3 (ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0$, $\sigma = 10$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 7 และ q = 3

ระดับความสัมพันธ์	**ขนาดตัวอย่าง**		EB	HB	DB
0.5	n = 30	AMSE	4.362388	3.996582	2.962609
		SD	(1.053942)	(0.953852)	(0.701025)
		RDAMSE	47.248204	34.900763	0
	n = 50	AMSE	3.270219	2.946950	2.256763
		SD	(0.760070)	(0.676739)	(0.508943)
		RDAMSE	44.907497	30.583042	0
	n = 70	AMSE	2.361548	2.131682	1.653875
		SD	(0.518734)	(0.464566)	(0.355103)
		RDAMSE	42.788750	28.890117	0
	n = 100	AMSE	1.694788	1.524928	1.208405
		SD	(0.348742)	(0.310617)	(0.241817)
		RDAMSE	40.249981	26.193437	0
0.7	n = 30	AMSE	4.931971	4.518638	3.142933
		SD	(1.231779)	(1.105142)	(0.752438)
		RDAMSE	56.922551	43.771374	0
	n = 50	AMSE	3.933563	3.596659	2.575787
		SD	(0.924437)	(0.831871)	(0.589649)
		RDAMSE	52.713039	39.633374	0
	n = 70	AMSE	2.752112	2.500263	1.829459
		SD	(0.619817)	(0.556520)	(0.399272)
		RDAMSE	50.433079	36.666799	0
	n = 100	AMSE	2.185394	1.978062	1.477743
		SD	(0.459382)	(0.413713)	(0.305968)
		RDAMSE	47.887266	33.856976	0

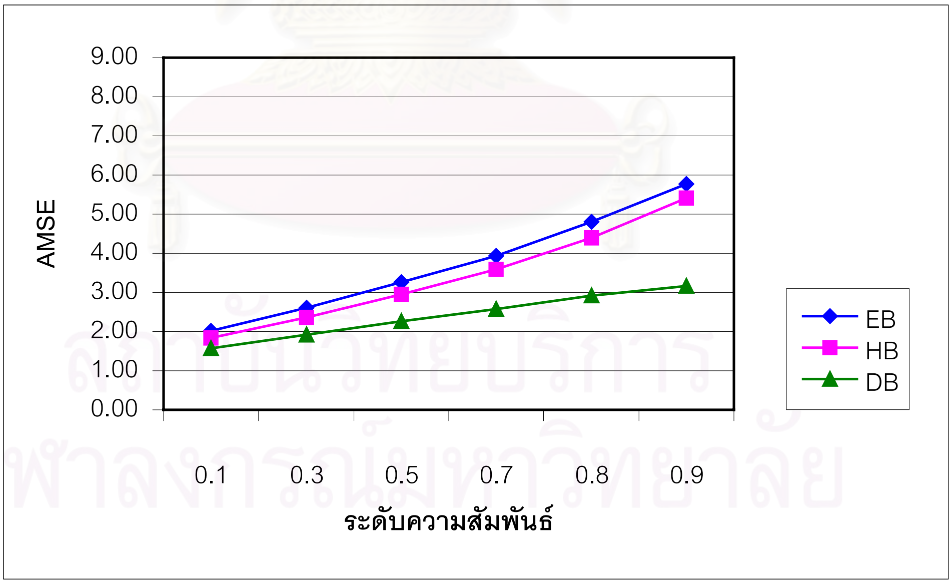
ตารางที่ 4.1.3 (ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 10$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 7 และ q = 3

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.8	n = 30	AMSE	6.046008	5.609484	3.596112
		SD	(1.561746)	(1.423910)	(0.891309)
		RDAMSE	68.126231	55.987442	0
	n = 50	AMSE	4.798099	4.397477	2.925749
		SD	(1.157564)	(1.046653)	(0.692537)
		RDAMSE	63.995597	50.302636	0
	n = 70	AMSE	3.654541	3.326480	2.275591
		SD	(0.848234)	(0.764837)	(0.517525)
		RDAMSE	60.597484	46.180930	0
	n = 100	AMSE	2.727965	2.491211	1.730490
		SD	(0.596784)	(0.538820)	(0.369080)
		RDAMSE	57.641205	43.959863	0
0.9	n = 30	AMSE	8.701280	8.147977	4.613450
		SD	(2.298845)	(2.121439)	(1.186395)
		RDAMSE	88.606807	76.613547	0
	n = 50	AMSE	5.778627	5.417054	3.171435
		SD	(1.446134)	(1.346974)	(0.777405)
		RDAMSE	82.208582	70.807657	0
	n = 70	AMSE	4.792994	4.474892	2.681341
		SD	(1.140097)	(1.050053)	(0.624671)
		RDAMSE	78.753612	66.890085	0
	n = 100	AMSE	3.383513	3.141937	1.932988
		SD	(0.754786)	(0.697123)	(0.422521)
		RDAMSE	75.040540	62.542994	0

<u>รูปที่ 4.1.3</u> กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0$, $\sigma = 10$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 7 และ q = 3

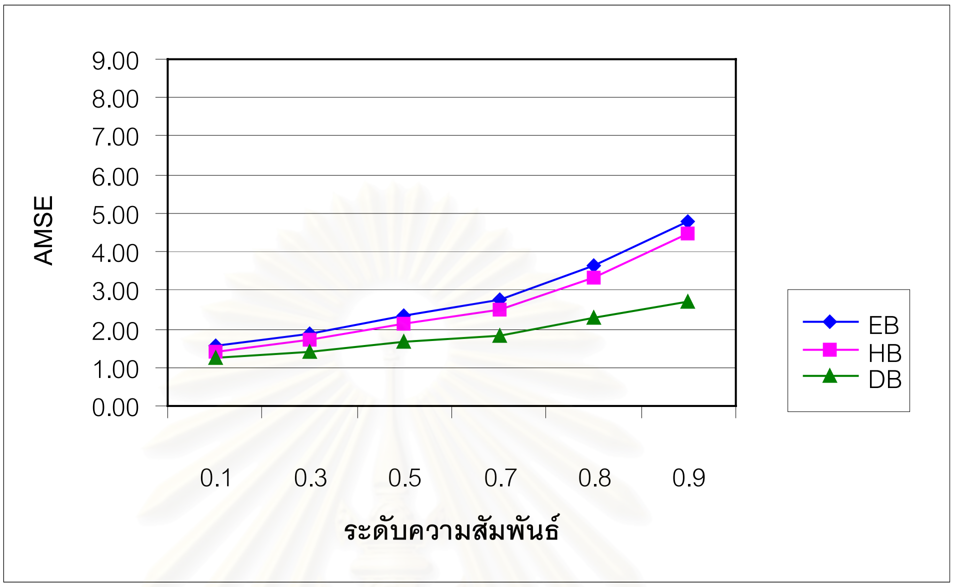


ก) ขนาดตัวอย่าง = 30

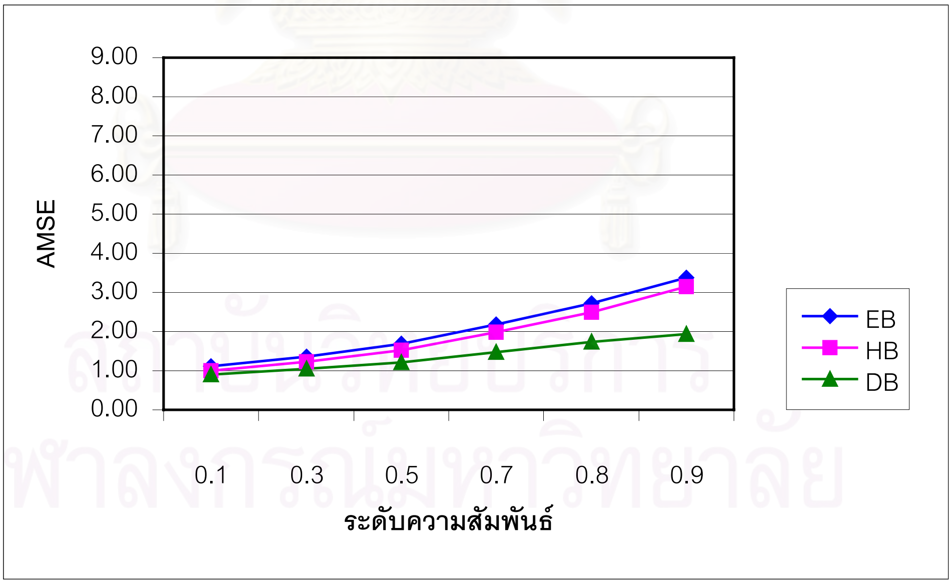


ข) ขนาดตัวอย่าง = 50

รูปที่ 4.1.3 (ต่อ) กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0$, $\sigma = 10$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 7 และ q = 3



ค) ขนาดตัวอย่าง = 70



ง) ขนาดตัวอย่าง = 100

จากตารางที่ 4.1.3 เราสามารถสรุปผล ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10 จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 7 และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่เท่ากับ 3 จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ (ρ = 0.10, 0.30)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับต่ำ จะพบว่าวิธีทั้ง 3 วิธี ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ซึ่งวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง (ρ = 0.50, 0.70)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง จะพบว่าวิธีทั้ง 3 วิธี ให้ค่า AMSE แตกต่างกันมากขึ้นทุกขนาดตัวอย่าง ซึ่งวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับสูง (ρ = 0.80, 0.90)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับปานกลาง

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.3

จากตารางที่ 4.1.3 จะเห็นได้ว่า วิธี DB วิธี HB และ วิธี EB ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้น จะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ได้ชัดขึ้น ซึ่งวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยเฉพาะเมื่อระดับความสัมพันธ์สูง และตัวอย่างมีขนาดเล็กวิธี DB จะให้ค่า AMSE ต่ำกว่าวิธีอื่นอย่างมาก และพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ จะพบว่า วิธี DB จะดีกว่าวิธี HB สูงสุดถึง 76.61% และดีกว่าวิธี EB สูงสุดถึง 88.61% โดยที่ค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี EB จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้น ค่า RDAMSE จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

ผลสรุปของตารางที่ 4.1.1 – 4.1.3

จากตารางที่ 4.1.1 – 4.1.3 จะเห็นได้ว่าวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ และจะพบว่า เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าน้อย วิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 3 วิธี จะให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกันมาก แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้น และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่ามากขึ้น จะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ได้ชัดขึ้น โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้นทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ จะพบว่าค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี EB จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น เมื่อระดับความสัมพันธ์และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้น ค่า RDAMSE จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.1.4 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 1$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 7 และ q = 5

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.1	n = 30	AMSE	0.056852	0.055683	0.053161
		SD	(0.009700)	(0.009200)	(0.008651)
		RDAMSE	6.942580	4.744055	0
	n = 50	AMSE	0.044936	0.043913	0.042532
		SD	(0.007081)	(0.006771)	(0.006486)
		RDAMSE	5.650316	3.245003	0
	n = 70	AMSE	0.027532	0.027062	0.026568
		SD	(0.004032)	(0.003935)	(0.003829)
		RDAMSE	3.629216	1.862465	0
	n = 100	AMSE	0.014552	0.014382	0.014266
		SD	(0.001982)	(0.001940)	(0.001879)
		RDAMSE	2.004186	0.814531	0
0.3	n = 30	AMSE	0.066849	0.063043	0.059431
		SD	(0.011866)	(0.011018)	(0.010091)
		RDAMSE	12.481164	6.078093	0
	n = 50	AMSE	0.051579	0.048693	0.046616
		SD	(0.008608)	(0.007976)	(0.007436)
		RDAMSE	10.647403	4.456950	0
	n = 70	AMSE	0.032910	0.031070	0.030226
		SD	(0.005184)	(0.004760)	(0.004592)
		RDAMSE	8.880211	2.790003	0
	n = 100	AMSE	0.018367	0.017582	0.017309
		SD	(0.002654)	(0.002511)	(0.002412)
		RDAMSE	6.114868	1.581808	0

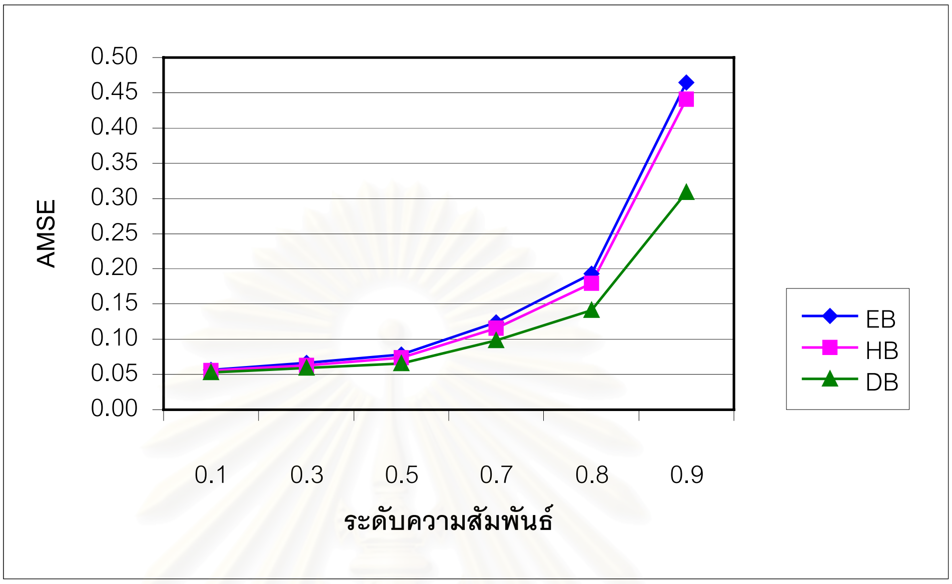
ตารางที่ 4.1.4 (ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 1$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 7 และ q = 5

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.5	n = 30	AMSE	0.078249	0.073371	0.065895
		SD	(0.014716)	(0.013717)	(0.012123)
		RDAMSE	18.747560	11.344956	0
	n = 50	AMSE	0.060292	0.056843	0.051763
		SD	(0.010444)	(0.009775)	(0.008783)
		RDAMSE	16.477972	9.814858	0
	n = 70	AMSE	0.050265	0.047165	0.043782
		SD	(0.008430)	(0.007771)	(0.007069)
		RDAMSE	14.807613	7.726561	0
	n = 100	AMSE	0.023084	0.021813	0.020671
		SD	(0.003431)	(0.003205)	(0.003013)
		RDAMSE	11.673001	5.522941	0
0.7	n = 30	AMSE	0.123571	0.115941	0.098520
		SD	(0.023885)	(0.021939)	(0.018310)
		RDAMSE	25.426910	17.683030	0
	n = 50	AMSE	0.092315	0.086366	0.074697
		SD	(0.016751)	(0.015414)	(0.013165)
		RDAMSE	23.586164	15.621420	0
	n = 70	AMSE	0.069825	0.065396	0.057637
		SD	(0.012057)	(0.011157)	(0.009666)
		RDAMSE	21.145523	13.460665	0
	n = 100	AMSE	0.046986	0.044002	0.039923
		SD	(0.007411)	(0.006830)	(0.006144)
		RDAMSE	17.690952	10.217068	0

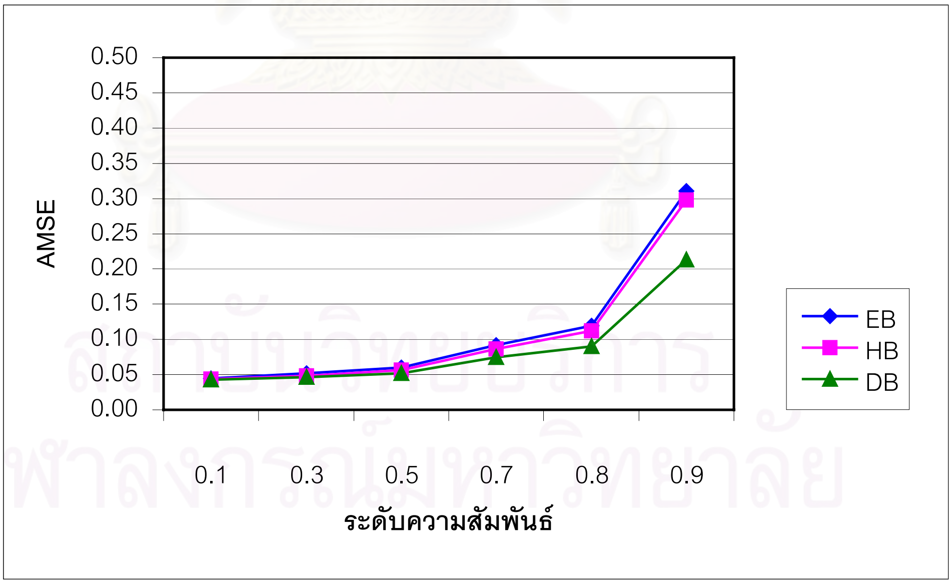
ตารางที่ 4.1.4 (ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 1$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 7 และ q = 5

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.8	n = 30	AMSE	0.192759	0.179015	0.140748
		SD	(0.038078)	(0.034113)	(0.026523)
		RDAMSE	36.953788	27.188554	0
	n = 50	AMSE	0.119215	0.111883	0.090110
		SD	(0.021715)	(0.020289)	(0.016058)
		RDAMSE	32.299365	24.161940	0
	n = 70	AMSE	0.096852	0.091661	0.074636
		SD	(0.016893)	(0.015741)	(0.012572)
		RDAMSE	29.764611	22.810044	0
	n = 100	AMSE	0.061376	0.057823	0.048504
		SD	(0.009929)	(0.009252)	(0.007634)
		RDAMSE	26.536542	19.212584	0
0.9	n = 30	AMSE	0.464755	0.440755	0.308767
		SD	(0.095627)	(0.087533)	(0.060764)
		RDAMSE	50.519823	42.746861	0
	n = 50	AMSE	0.310638	0.297485	0.213167
		SD	(0.059841)	(0.056806)	(0.039885)
		RDAMSE	45.725081	39.554883	0
	n = 70	AMSE	0.154612	0.148724	0.109290
		SD	(0.028025)	(0.026472)	(0.019147)
		RDAMSE	41.469563	36.082415	0
	n = 100	AMSE	0.102680	0.099388	0.074288
		SD	(0.017201)	(0.016549)	(0.012191)
		RDAMSE	38.218735	33.787119	0

รูปที่ 4.1.4 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 1$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 7 และ q = 5

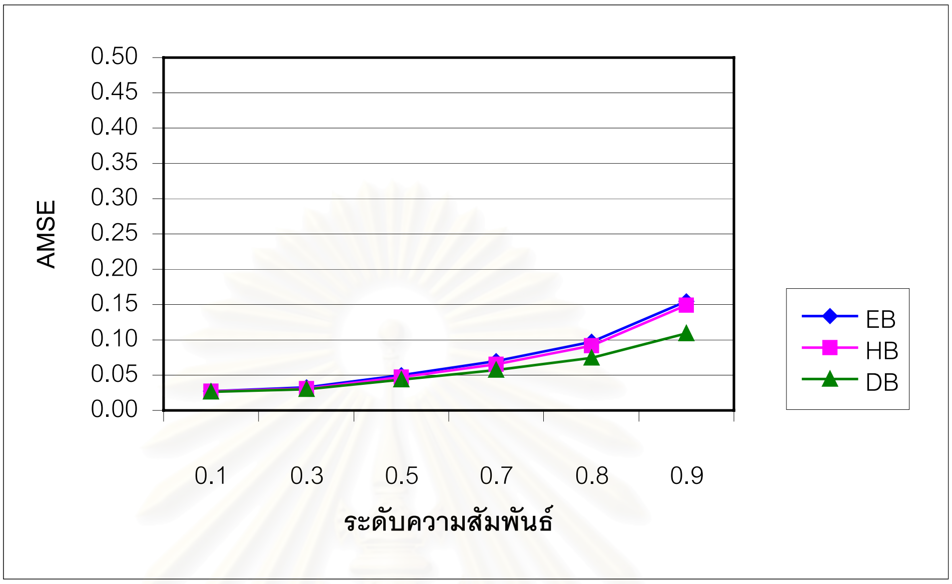


ก) ขนาดตัวอย่าง = 30

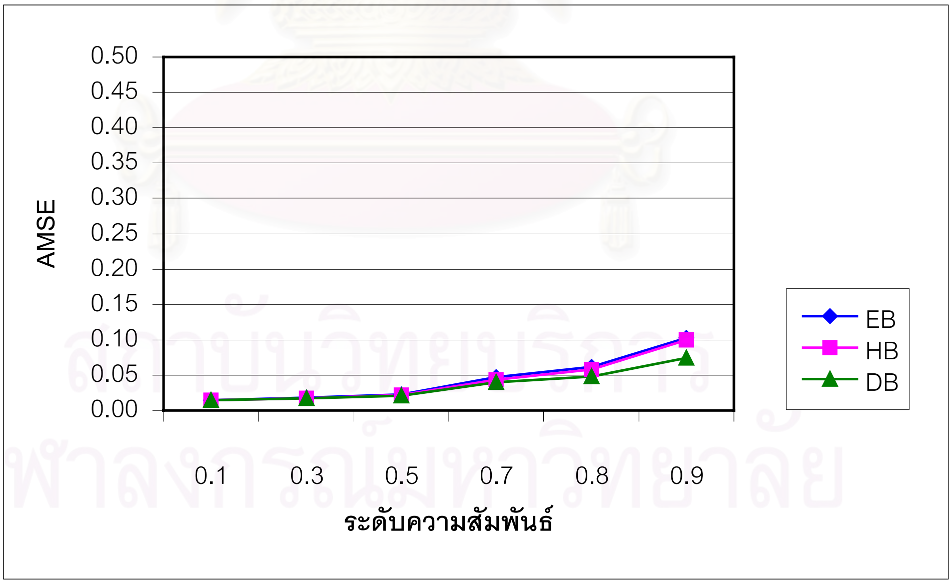


ข) ขนาดตัวอย่าง = 50

<u>รูปที่ 4.1.4</u> (ต่อ) กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 1$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 7 และ q = 5



ค) ขนาดตัวอย่าง = 70



ง) ขนาดตัวอย่าง = 100

จากตารางที่ 4.1.4 เราสามารถสรุปผล ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 7 และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่เท่ากับ 5 จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

<u>ระดับต่ำ</u> (ρ = 0.10, 0.30)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับต่ำ จะพบว่าวิธีทั้ง 3 วิธี ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน แต่วิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

<u>ระดับปานกลาง</u> (ρ = 0.50, 0.70)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

<u>ระดับสูง</u> (ρ = 0.80, 0.90)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.4

จากตารางที่ 4.1.4 จะเห็นได้ว่า วิธี DB วิธี HB และ วิธี EB ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้น จะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ได้ชัดขึ้น โดยวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HB และวิธี EB ตามลำดับ และจะพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ จะพบว่า วิธี DB จะดีกว่าวิธี HB สูงสุดถึง 42.75% และดีกว่าวิธี EB สูงสุดถึง 50.52% โดยที่ค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้น จึงส่งผลทำให้ค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี EB จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้น ค่า RDAMSE จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.1.5 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 5$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 7 และ q = 5

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.1	n = 30	AMSE	1.721380	1.615445	1.454527
		SD	(0.355308)	(0.329305)	(0.290788)
		RDAMSE	18.346312	11.063230	0
	n = 50	AMSE	1.262884	1.182320	1.081270
		SD	(0.247255)	(0.228882)	(0.203386)
		RDAMSE	16.796327	9.345526	0
	n = 70	AMSE	0.806535	0.757127	0.702047
		SD	(0.149073)	(0.138161)	(0.125699)
		RDAMSE	14.883324	7.845650	0
	n = 100	AMSE	0.568520	0.535855	0.504387
		SD	(0.098228)	(0.092113)	(0.085289)
		RDAMSE	12.714976	6.238708	0
0.3	n = 30	AMSE	1.907527	1.754003	1.531883
		SD	(0.404771)	(0.365897)	(0.314497)
		RDAMSE	24.521717	14.499786	0
	n = 50	AMSE	1.420045	1.295705	1.154538
		SD	(0.282308)	(0.255311)	(0.225303)
		RDAMSE	22.996861	12.227193	0
	n = 70	AMSE	1.170576	1.074048	0.968532
		SD	(0.224428)	(0.202398)	(0.180242)
		RDAMSE	20.860825	10.894340	0
	n = 100	AMSE	0.763563	0.710232	0.649808
		SD	(0.136312)	(0.124707)	(0.112958)
		RDAMSE	17.505806	9.298687	0

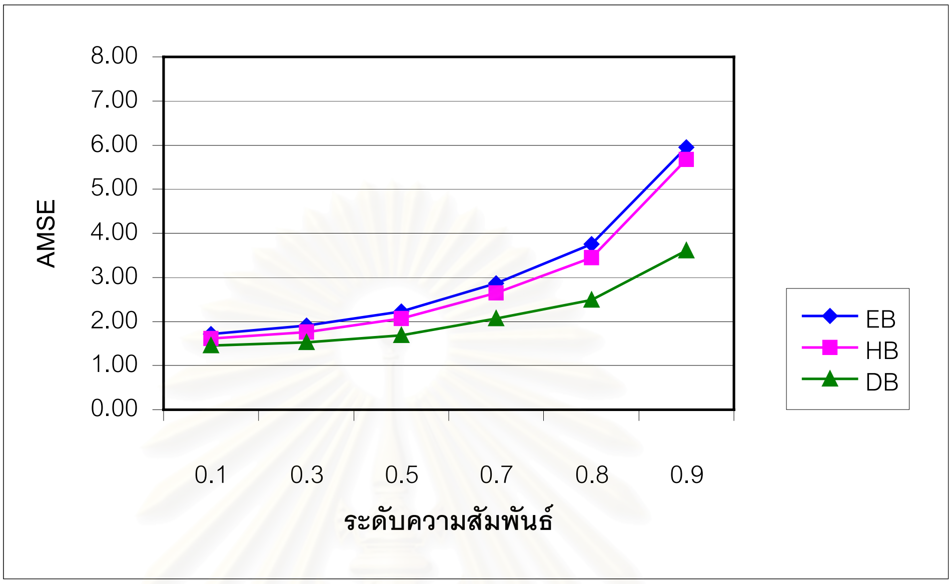
ตารางที่ 4.1.5 (ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 5$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 7 และ q = 5

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.5	n = 30	AMSE	2.219497	2.068617	1.693935
		SD	(0.482181)	(0.445330)	(0.361573)
		RDAMSE	31.026110	22.119032	0
	n = 50	AMSE	1.681434	1.559426	1.294717
		SD	(0.350417)	(0.320251)	(0.263720)
		RDAMSE	29.868881	20.445331	0
	n = 70	AMSE	1.373608	1.275124	1.074976
		SD	(0.273911)	(0.252393)	(0.209326)
		RDAMSE	27.780424	18.618915	0
	n = 100	AMSE	0.940368	0.874024	0.753940
		SD	(0.174946)	(0.161021)	(0.136556)
		RDAMSE	24.727243	15.927524	0
0.7	n = 30	AMSE	2.862393	2.642176	2.059147
		SD	(0.641775)	(0.585056)	(0.451518)
		RDAMSE	39.008685	28.314125	0
	n = 50	AMSE	2.206520	2.032426	1.615117
		SD	(0.472613)	(0.429376)	(0.336534)
		RDAMSE	36.616738	25.837731	0
	n = 70	AMSE	1.867176	1.719832	1.389279
		SD	(0.382292)	(0.347441)	(0.275291)
		RDAMSE	34.398931	23.793123	0
	n = 100	AMSE	1.134500	1.041307	0.862892
		SD	(0.217410)	(0.196140)	(0.160928)
		RDAMSE	31.476493	20.676393	0

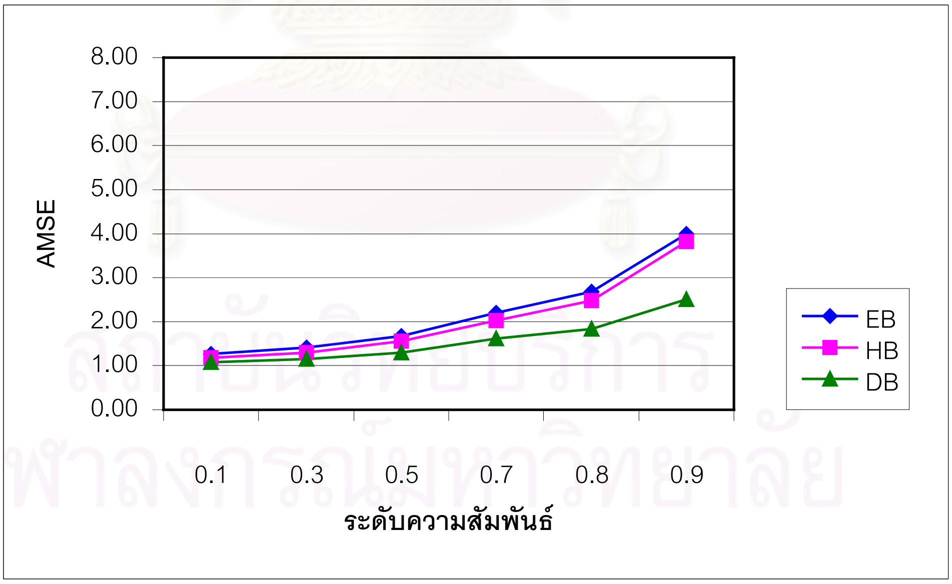
<u>ตารางที่ 4.1.5</u> (ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 5$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 7 และ q = 5

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.8	n = 30	AMSE	3.752198	3.445031	2.492703
		SD	(0.860362)	(0.777731)	(0.556115)
		RDAMSE	50.527275	38.204630	0
	n = 50	AMSE	2.684175	2.482971	1.840250
		SD	(0.583391)	(0.535464)	(0.393091)
		RDAMSE	45.859229	34.925702	0
	n = 70	AMSE	2.151818	2.004240	1.507114
		SD	(0.449322)	(0.412348)	(0.306689)
		RDAMSE	42.777399	32.985271	0
	n = 100	AMSE	1.361292	1.250912	0.973792
		SD	(0.266423)	(0.242464)	(0.185520)
		RDAMSE	39.792842	28.457782	0
0.9	n = 30	AMSE	5.947870	5.675719	3.602810
		SD	(1.389195)	(1.297980)	(0.810697)
		RDAMSE	65.089723	57.535875	0
	n = 50	AMSE	3.992925	3.815526	2.510516
		SD	(0.885994)	(0.837203)	(0.546377)
		RDAMSE	59.047986	51.981746	0
	n = 70	AMSE	2.956437	2.812088	1.901018
		SD	(0.632529)	(0.595819)	(0.396791)
		RDAMSE	55.518652	47.925384	0
	n = 100	AMSE	1.832082	1.746438	1.204629
		SD	(0.367167)	(0.348005)	(0.238267)
		RDAMSE	52.086827	44.977239	0

รูปที่ 4.1.5 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 5$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 7 และ q = 5

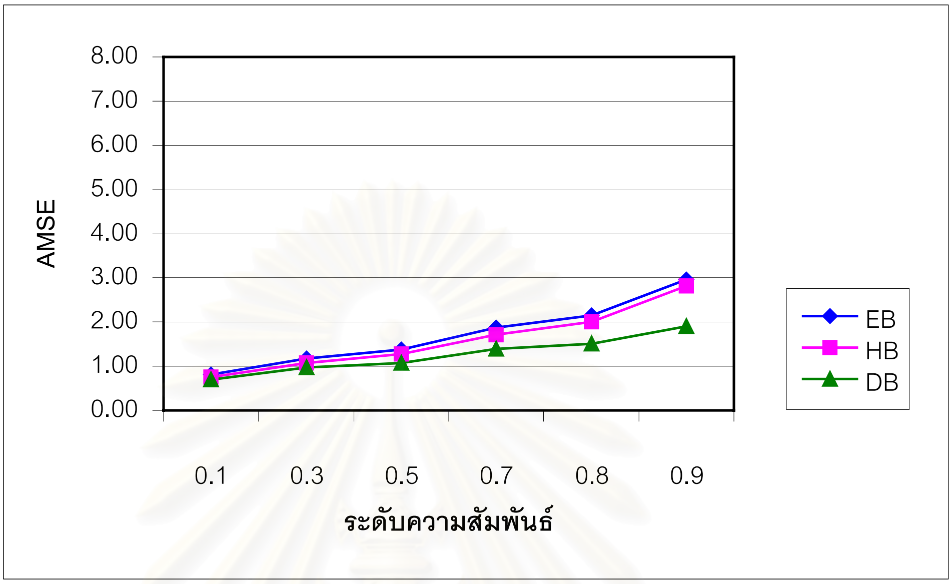


ก) ขนาดตัวอย่าง = 30

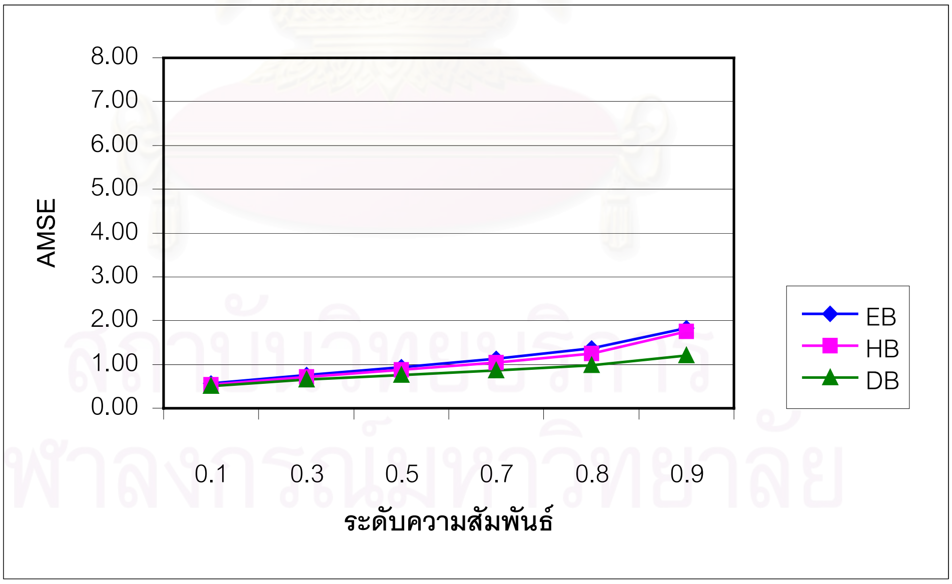


ข) ขนาดตัวอย่าง = 50

<u>รูปที่ 4.1.5</u> (ต่อ) กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0$, $\sigma = 5$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 7 และ q = 5



ค) ขนาดตัวอย่าง = 70



ง) ขนาดตัวอย่าง = 100

จากตารางที่ 4.1.5 เราสามารถสรุปผล ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5 จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 7 และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่เท่ากับ 5 จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

<u>ระดับต่ำ</u> (ρ = 0.10, 0.30)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับต่ำ จะพบว่าวิธีทั้ง 3 วิธี ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน ทุกขนาดตัวอย่าง แต่วิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

<u>ระดับปานกลาง</u> (ρ = 0.50, 0.70)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

<u>ระดับสูง</u> (ρ = 0.80, 0.90)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับสูง จะพบว่าวิธีทั้ง 3 วิธี ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ แต่วิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.5

จากตารางที่ 4.1.5 จะเห็นได้ว่า วิธี DB วิธี HB และ วิธี EB ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้น จะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ได้ชัดขึ้น ซึ่งวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยเฉพาะเมื่อระดับความสัมพันธ์สูง และตัวอย่างมีขนาดเล็กวิธี DB จะให้ค่า AMSE ต่ำกว่าวิธีอื่นอย่างเห็นได้ชัด และพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ จะพบว่า วิธี DB จะดีกว่าวิธี HB สูงสุดถึง 57.54% และดีกว่าวิธี EB สูงสุดถึง 65.09% โดยที่ค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี EB จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้น ค่า RDAMSE จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.1.6 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 10$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 7 และ q = 5

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.1	n = 30	AMSE	4.626180	4.267436	3.465952
		SD	(1.081395)	(0.989905)	(0.787378)
		RDAMSE	33.475021	23.124495	0
	n = 50	AMSE	2.283251	2.126692	1.745514
		SD	(0.507141)	(0.466069)	(0.379136)
		RDAMSE	30.806816	21.837595	0
	n = 70	AMSE	1.784866	1.657098	1.384244
		SD	(0.380726)	(0.348124)	(0.287939)
		RDAMSE	28.941585	19.711370	0
	n = 100	AMSE	1.311593	1.204833	1.034697
		SD	(0.263949)	(0.240831)	(0.204005)
		RDAMSE	26.761136	16.443094	0
0.3	n = 30	AMSE	5.202640	4.726040	3.623833
		SD	(1.279637)	(1.144283)	(0.867252)
		RDAMSE	43.567333	30.415493	0
	n = 50	AMSE	3.061368	2.791749	2.175009
		SD	(0.720737)	(0.653218)	(0.496639)
		RDAMSE	40.751934	28.355695	0
	n = 70	AMSE	2.367345	2.157211	1.705106
		SD	(0.530789)	(0.478527)	(0.371411)
		RDAMSE	38.838624	26.514810	0
	n = 100	AMSE	1.762020	1.604096	1.304079
		SD	(0.366489)	(0.328261)	(0.263593)
		RDAMSE	35.116066	23.006025	0

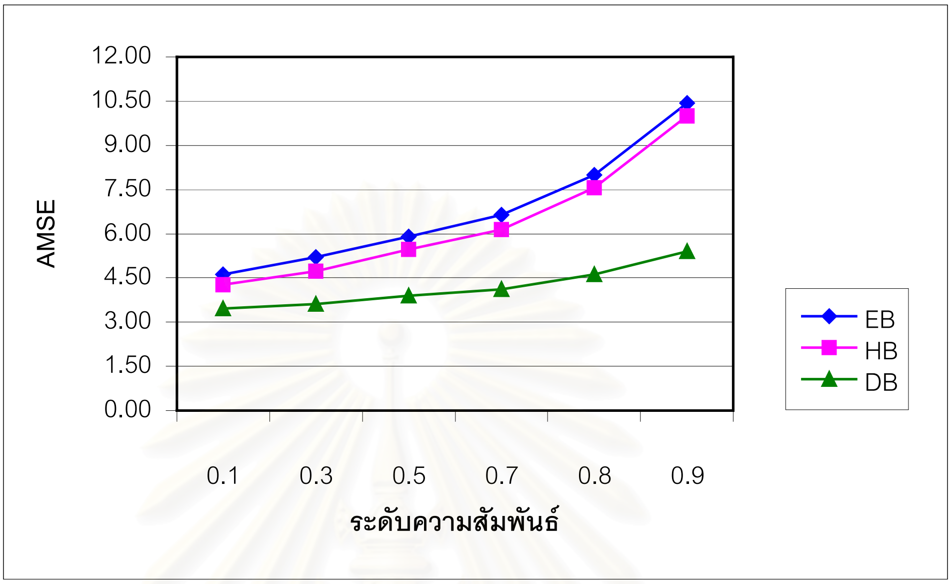
ตารางที่ 4.1.6 (ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0$, $\sigma = 10$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 7 และ q = 5

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.5	n = 30	AMSE	5.899514	5.460790	3.903372
		SD	(1.472036)	(1.345212)	(0.937036)
		RDAMSE	51.138902	39.899293	0
	n = 50	AMSE	4.241206	3.879559	2.847379
		SD	(0.998048)	(0.907416)	(0.652749)
		RDAMSE	48.951221	36.250169	0
	n = 70	AMSE	3.150748	2.879585	2.143491
		SD	(0.708934)	(0.641553)	(0.468704)
		RDAMSE	46.991441	34.340882	0
	n = 100	AMSE	2.021544	1.854082	1.408185
		SD	(0.427299)	(0.388140)	(0.292140)
		RDAMSE	43.556650	31.664656	0
0.7	n = 30	AMSE	6.636415	6.151736	4.118786
		SD	(1.669008)	(1.521302)	(1.008458)
		RDAMSE	61.125510	49.357999	0
	n = 50	AMSE	5.043329	4.673706	3.207699
		SD	(1.208806)	(1.105723)	(0.752542)
		RDAMSE	57.225761	45.702752	0
	n = 70	AMSE	4.029516	3.732808	2.595065
		SD	(0.929811)	(0.848632)	(0.584198)
		RDAMSE	55.276108	43.842562	0
	n = 100	AMSE	2.316452	2.128165	1.517929
		SD	(0.506138)	(0.459502)	(0.324648)
		RDAMSE	52.606141	40.201891	0

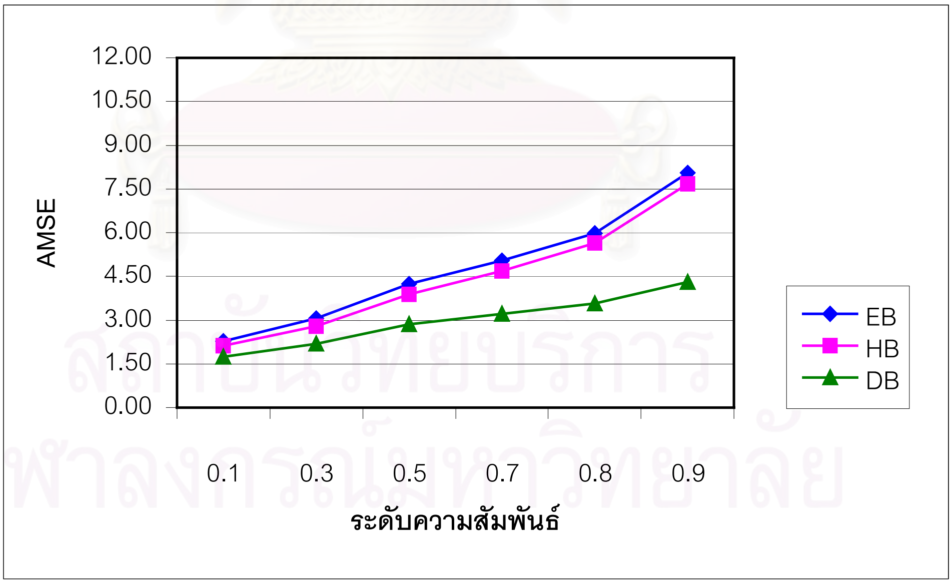
ตารางที่ 4.1.6 (ต่อ)   การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 10$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 7 และ q = 5

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.8	n = 30	AMSE	7.994522	7.565881	4.618195
		SD	(2.055346)	(1.932294)	(1.164880)
		RDAMSE	73.109235	63.827659	0
	n = 50	AMSE	5.972813	5.646228	3.565540
		SD	(1.478048)	(1.374977)	(0.859859)
		RDAMSE	67.514960	58.355465	0
	n = 70	AMSE	4.569128	4.320719	2.794972
		SD	(1.075302)	(1.006186)	(0.642531)
		RDAMSE	63.476701	54.588986	0
	n = 100	AMSE	2.934469	2.780293	1.829790
		SD	(0.652037)	(0.614265)	(0.399222)
		RDAMSE	60.371887	51.946009	0
0.9	n = 30	AMSE	10.429511	9.998161	5.407571
		SD	(2.784246)	(2.611615)	(1.397578)
		RDAMSE	92.868695	84.891912	0
	n = 50	AMSE	8.054921	7.676383	4.313101
		SD	(2.032271)	(1.914141)	(1.062790)
		RDAMSE	86.754762	77.978284	0
	n = 70	AMSE	6.085685	5.779823	3.339952
		SD	(1.463823)	(1.376435)	(0.785936)
		RDAMSE	82.208790	73.051090	0
	n = 100	AMSE	3.833274	3.649450	2.163109
		SD	(0.876093)	(0.828201)	(0.485488)
		RDAMSE	77.211306	68.713156	0

รูปที่ 4.1.6 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 10$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 7 และ q = 5

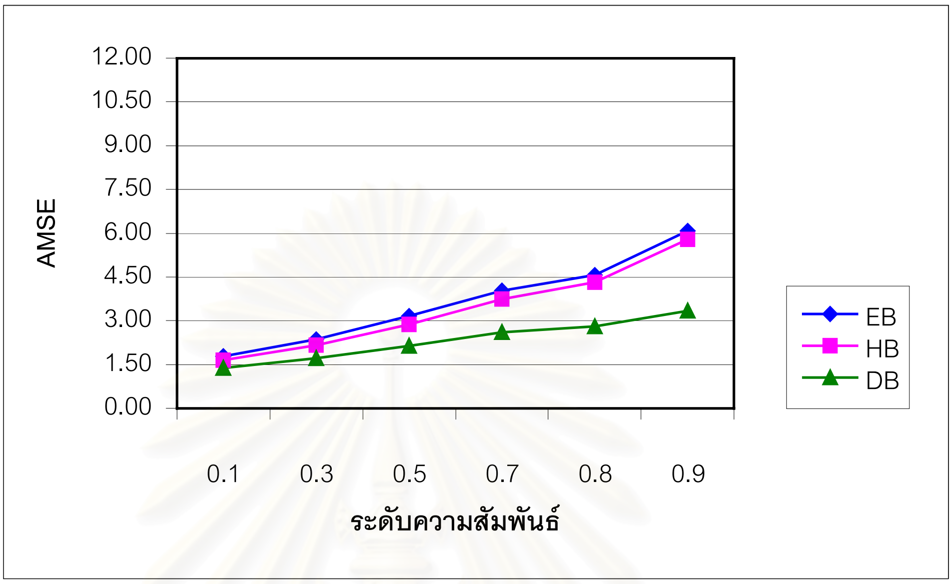


ก) ขนาดตัวอย่าง = 30

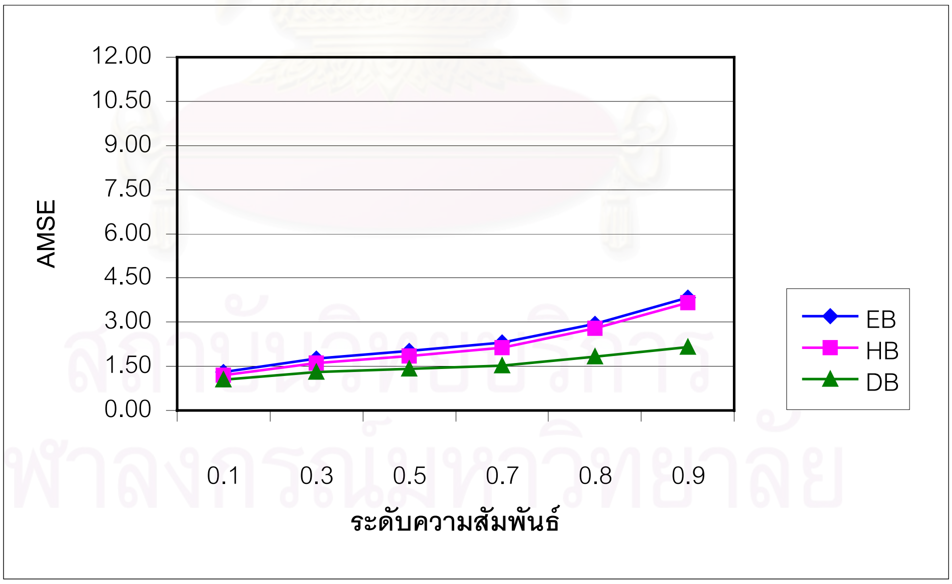


ข) ขนาดตัวอย่าง = 50

รูปที่ 4.1.6 (ต่อ) กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 10$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 7 และ q = 5



ค) ขนาดตัวอย่าง = 70



ง) ขนาดตัวอย่าง = 100

จากตารางที่ 4.1.6 เราสามารถสรุปผล ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10 จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 7 และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่เท่ากับ 5 จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ (ρ = 0.10, 0.30)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับต่ำ จะพบว่าวิธีทั้ง 3 วิธี ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ซึ่งวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง (ρ = 0.50, 0.70)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง จะพบว่าวิธีทั้ง 3 วิธี ให้ค่า AMSE แตกต่างกันมากขึ้นทุกขนาดตัวอย่าง ซึ่งวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับสูง (ρ = 0.80, 0.90)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับปานกลาง

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.6

จากตารางที่ 4.1.6 จะเห็นได้ว่า วิธี DB วิธี HB และ วิธี EB ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้น จะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ได้ชัดขึ้น ซึ่งวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยเฉพาะเมื่อระดับความสัมพันธ์สูง และตัวอย่างมีขนาดเล็กวิธี DB จะให้ค่า AMSE ต่ำกว่าวิธีอื่นอย่างมาก และพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ จะพบว่า วิธี DB จะดีกว่าวิธี HB สูงสุดถึง 84.89% และดีกว่าวิธี EB สูงสุดถึง 92.87% โดยที่ค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี EB จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้น ค่า RDAMSE จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

ผลสรุปของตารางที่ 4.1.4 – 4.1.6

จากตารางที่ 4.1.4 – 4.1.6 จะเห็นได้ว่าวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ และจะพบว่า เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าน้อย วิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 3 วิธี จะให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกันมาก แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้น และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่ามากขึ้น จะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ได้ชัดขึ้น โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้นทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ จะพบว่าค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี EB จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น เมื่อระดับความสัมพันธ์และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้น ค่า RDAMSE จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

ผลสรุปของตารางที่ 4.1.1 – 4.1.6

จากตารางที่ 4.1.1 – 4.1.6 สามารถสรุปผลโดยรวมได้ว่า วิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยเฉพาะเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ระดับความสัมพันธ์สูง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่ามาก และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่มาก วิธี DB จะให้ค่า AMSE ต่ำกว่าวิธีอื่นอย่างมาก โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่เพิ่มขึ้น กล่าวคือ ค่า AMSE จะแปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง แต่แปรผันตามกับระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่ เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลง จึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้นทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนมากขึ้น จึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และเมื่อจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่เพิ่มขึ้นทำให้ค่าความแปรปรวนเพิ่มขึ้น จึงส่งผลให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ จะพบว่าค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี EB จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น เมื่อระดับความสัมพันธ์ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่เพิ่มขึ้นทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้น ค่า RDAMSE จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

4.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 9

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยศึกษา กรณีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ พารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ σ = 1, 5 และ 10 ตามลำดับ ที่ระดับความสัมพันธ์ 0.10, 0.30, 0.50, 0.70, 0.80 และ 0.90 โดยมีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30, 50, 70 และ 100 ซึ่งผลการวิจัยส่วนนี้นำเสนอในตารางที่ 4.1.7 - 4.1.12

รายละเอียดของตารางที่ 4.1.7 - 4.1.12

ตารางที่	q	**ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน**
4.1.7	3	1
4.1.8	3	5
4.1.9	3	10
4.1.10	5	1
4.1.11	5	5
4.1.12	5	10

ตารางที่ 4.1.7 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 1$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 9 และ q = 3

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.1	n = 30	AMSE	0.093805	0.089019	0.084634
		SD	(0.022446)	(0.021169)	(0.019813)
		RDAMSE	10.836541	5.180732	0
	n = 50	AMSE	0.069556	0.066319	0.063646
		SD	(0.015877)	(0.015114)	(0.014318)
		RDAMSE	9.285973	4.199579	0
	n = 70	AMSE	0.050316	0.048004	0.046441
		SD	(0.010994)	(0.010366)	(0.009931)
		RDAMSE	8.344462	3.366131	0
	n = 100	AMSE	0.023205	0.022153	0.021850
		SD	(0.004746)	(0.004480)	(0.004384)
		RDAMSE	6.201078	1.386531	0
0.3	n = 30	AMSE	0.113980	0.107328	0.097314
		SD	(0.027896)	(0.025938)	(0.023333)
		RDAMSE	17.126141	10.290449	0
	n = 50	AMSE	0.092420	0.087022	0.079994
		SD	(0.021770)	(0.020234)	(0.018346)
		RDAMSE	15.534937	8.786831	0
	n = 70	AMSE	0.064064	0.059849	0.056121
		SD	(0.014302)	(0.013268)	(0.012249)
		RDAMSE	14.154168	6.643564	0
	n = 100	AMSE	0.032371	0.030641	0.029044
		SD	(0.006827)	(0.006396)	(0.005974)
		RDAMSE	11.456947	5.500005	0

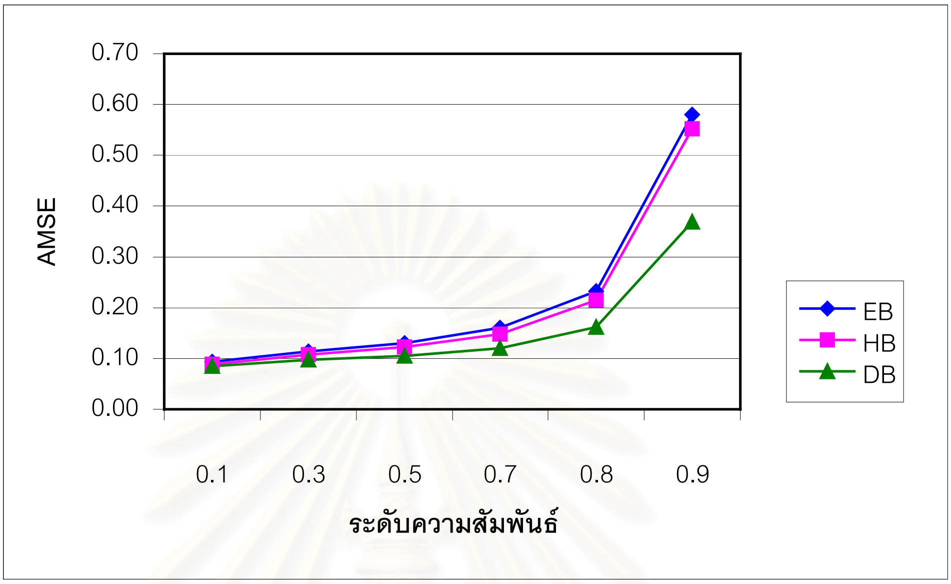
<u>ตารางที่ 4.1.7</u> (ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0$, $\sigma = 1$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 9 และ q = 3

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.5	n = 30	AMSE	0.130325	0.122310	0.104908
		SD	(0.032399)	(0.030169)	(0.025442)
		RDAMSE	24.228289	16.588088	0
	n = 50	AMSE	0.103673	0.096741	0.084729
		SD	(0.024680)	(0.022937)	(0.019889)
		RDAMSE	22.358733	14.177922	0
	n = 70	AMSE	0.083073	0.077610	0.069006
		SD	(0.019006)	(0.017542)	(0.015445)
		RDAMSE	20.385353	12.469417	0
	n = 100	AMSE	0.045026	0.042506	0.038439
		SD	(0.009733)	(0.009150)	(0.008213)
		RDAMSE	17.134677	10.579649	0
0.7	n = 30	AMSE	0.160025	0.148291	0.120528
		SD	(0.040588)	(0.037355)	(0.030063)
		RDAMSE	32.769674	23.034299	0
	n = 50	AMSE	0.120830	0.111877	0.092254
		SD	(0.029523)	(0.027146)	(0.022114)
		RDAMSE	30.975937	21.270645	0
	n = 70	AMSE	0.095578	0.089021	0.074565
		SD	(0.022547)	(0.020743)	(0.017287)
		RDAMSE	28.180202	19.386223	0
	n = 100	AMSE	0.057808	0.053706	0.046121
		SD	(0.012918)	(0.012441)	(0.010083)
		RDAMSE	25.340616	16.445849	0

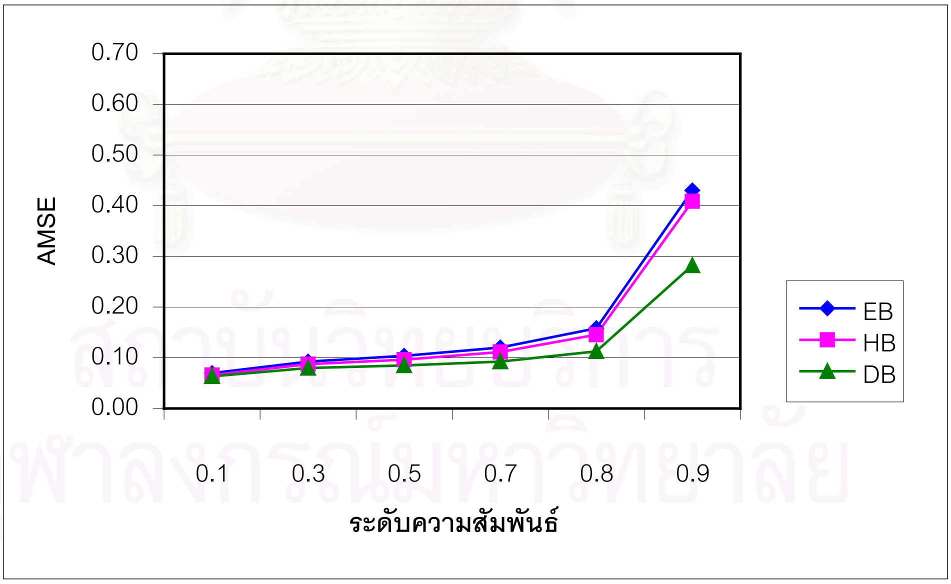
ตารางที่ 4.1.7 (ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 1$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 9 และ q = 3

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.8	n = 30	AMSE	0.232859	0.214761	0.162064
		SD	(0.060007)	(0.055053)	(0.041111)
		RDAMSE	43.683162	32.516257	0
	n = 50	AMSE	0.158284	0.144947	0.113087
		SD	(0.039037)	(0.035242)	(0.027433)
		RDAMSE	39.966928	28.173573	0
	n = 70	AMSE	0.126702	0.117149	0.093117
		SD	(0.030121)	(0.027417)	(0.021752)
		RDAMSE	36.067314	25.808961	0
	n = 100	AMSE	0.071636	0.065875	0.053507
		SD	(0.016124)	(0.014749)	(0.011865)
		RDAMSE	33.880942	23.114226	0
0.9	n = 30	AMSE	0.579793	0.551871	0.368723
		SD	(0.153344)	(0.144089)	(0.095508)
		RDAMSE	57.243833	49.671148	0
	n = 50	AMSE	0.430261	0.409428	0.282762
		SD	(0.109882)	(0.104346)	(0.071354)
		RDAMSE	52.163808	44.796211	0
	n = 70	AMSE	0.278427	0.261410	0.186078
		SD	(0.068704)	(0.064218)	(0.045245)
		RDAMSE	49.629002	40.483839	0
	n = 100	AMSE	0.137337	0.129892	0.094700
		SD	(0.032324)	(0.030332)	(0.021695)
		RDAMSE	45.022469	37.160871	0

รูปที่ 4.1.7 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 1$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 9 และ q = 3

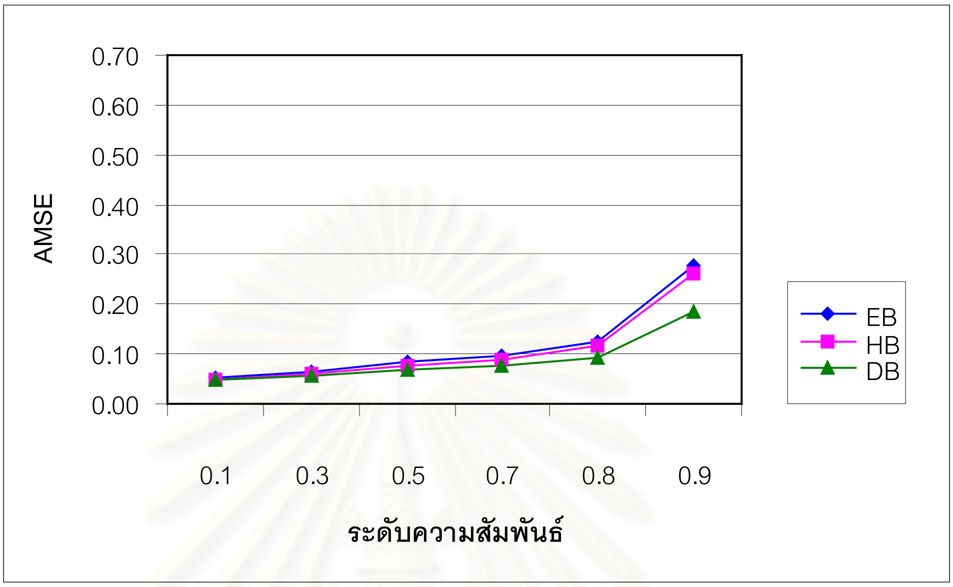


ก) ขนาดตัวอย่าง = 30

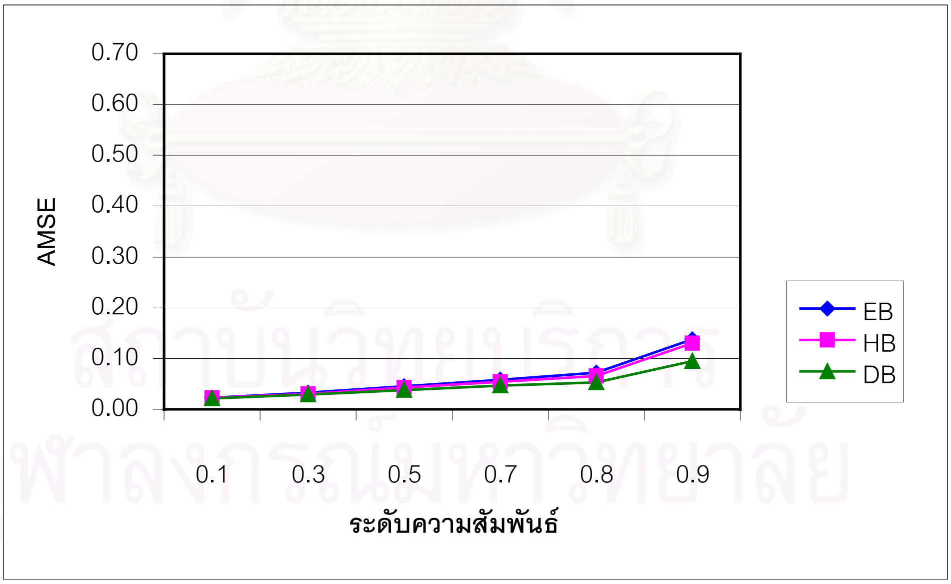


ข) ขนาดตัวอย่าง = 50

รูปที่ 4.1.7 (ต่อ) กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0$, $\sigma = 1$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 9 และ q = 3



ค) ขนาดตัวอย่าง = 70



ง) ขนาดตัวอย่าง = 100

จากตารางที่ 4.1.7 เราสามารถสรุปผล ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 9 และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่เท่ากับ 3 จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ (ρ = 0.10, 0.30)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับต่ำ จะพบว่าวิธีทั้ง 3 วิธี ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน ทุกขนาดตัวอย่าง แต่วิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง (ρ = 0.50, 0.70)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ระดับสูง (ρ = 0.80, 0.90)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับสูง จะพบว่าวิธีทั้ง 3 วิธี ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ แต่วิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.7

จากตารางที่ 4.1.7 จะเห็นได้ว่า วิธี DB วิธี HB และ วิธี EB ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้น จะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ได้ชัดขึ้น ซึ่งวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยเฉพาะเมื่อระดับความสัมพันธ์สูง และตัวอย่างมีขนาดเล็กวิธี DB จะให้ค่า AMSE ต่ำกว่าวิธีอื่นอย่างเห็นได้ชัด และพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ จะพบว่า วิธี DB จะดีกว่าวิธี HB สูงสุดถึง 49.67% และดีกว่าวิธี EB สูงสุดถึง 57.24% โดยที่ค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้น จึงส่งผลทำให้ค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี EB จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้น ค่า RDAMSE จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.1.8 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 5$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 9 และ q = 3

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.1	n = 30	AMSE	2.392857	2.237734	1.936933
		SD	(0.651552)	(0.602439)	(0.519039)
		RDAMSE	23.538421	15.529754	0
	n = 50	AMSE	1.869654	1.749967	1.537631
		SD	(0.491525)	(0.451607)	(0.394133)
		RDAMSE	21.593150	13.809308	0
	n = 70	AMSE	1.259891	1.177474	1.051965
		SD	(0.315826)	(0.292044)	(0.258366)
		RDAMSE	19.765420	11.930899	0
	n = 100	AMSE	0.768520	0.721785	0.656021
		SD	(0.181908)	(0.169229)	(0.152348)
		RDAMSE	17.148584	10.024630	0
0.3	n = 30	AMSE	2.775047	2.574632	2.112515
		SD	(0.767208)	(0.702980)	(0.568912)
		RDAMSE	31.362204	21.875190	0
	n = 50	AMSE	2.306590	2.143521	1.786350
		SD	(0.607027)	(0.555991)	(0.459137)
		RDAMSE	29.123116	19.994508	0
	n = 70	AMSE	1.853499	1.715061	1.457188
		SD	(0.466640)	(0.427571)	(0.360400)
		RDAMSE	27.196973	17.696630	0
	n = 100	AMSE	1.079115	0.992335	0.862333
		SD	(0.259611)	(0.237263)	(0.205971)
		RDAMSE	25.138992	15.075553	0

ตารางที่ 4.1.8 (ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 5$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 9 และ q = 3

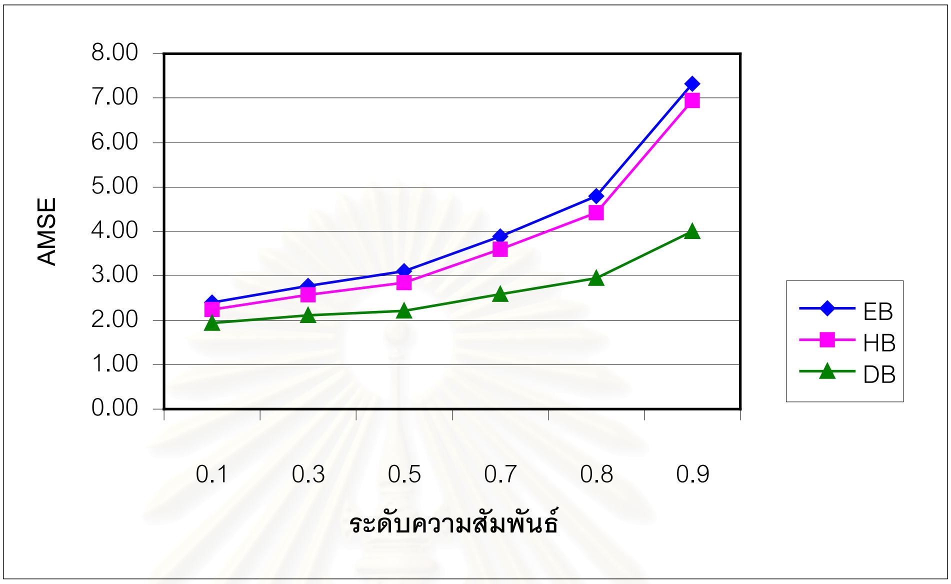
ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.5	n = 30	AMSE	3.106507	2.849415	2.205261
		SD	(0.872025)	(0.792370)	(0.606746)
		RDAMSE	40.867982	29.209845	0
	n = 50	AMSE	2.643182	2.427502	1.903502
		SD	(0.707911)	(0.647566)	(0.505023)
		RDAMSE	38.858909	27.528245	0
	n = 70	AMSE	2.440847	2.241990	1.781985
		SD	(0.636387)	(0.578814)	(0.454580)
		RDAMSE	36.973529	25.814191	0
	n = 100	AMSE	1.429428	1.306617	1.070655
		SD	(0.354470)	(0.320820)	(0.261934)
		RDAMSE	33.509600	22.038999	0
0.7	n = 30	AMSE	3.884274	3.589264	2.588307
		SD	(1.116955)	(1.018760)	(0.720854)
		RDAMSE	50.070036	38.672232	0
	n = 50	AMSE	3.198447	2.929692	2.166584
		SD	(0.871685)	(0.788673)	(0.579017)
		RDAMSE	47.626237	35.221702	0
	n = 70	AMSE	2.743702	2.491022	1.870312
		SD	(0.717392)	(0.646873)	(0.483104)
		RDAMSE	46.697597	33.187522	0
	n = 100	AMSE	1.958910	1.790863	1.374362
		SD	(0.490652)	(0.447662)	(0.340049)
		RDAMSE	42.532290	30.305010	0

ตารางที่ 4.1.8 (ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 5$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 9 และ q = 3

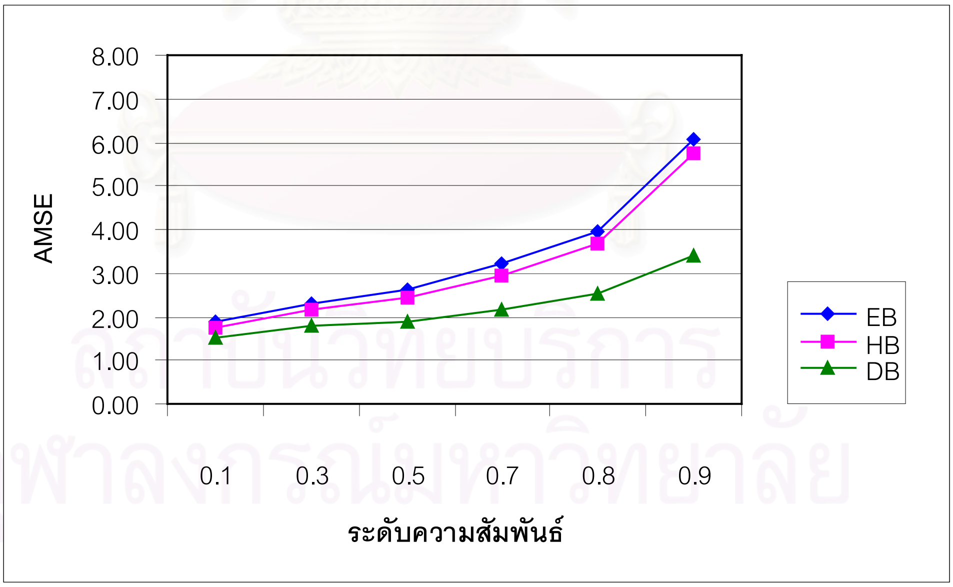
ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.8	n = 30	AMSE	4.794667	4.423003	2.946245
		SD	(1.396631)	(1.274346)	(0.840294)
		RDAMSE	62.738197	50.123366	0
	n = 50	AMSE	3.960383	3.676655	2.508532
		SD	(1.101342)	(1.018373)	(0.686582)
		RDAMSE	57.876516	46.566004	0
	n = 70	AMSE	3.236082	3.027379	2.093498
		SD	(0.866038)	(0.803984)	(0.554066)
		RDAMSE	54.577769	44.608660	0
	n = 100	AMSE	2.390996	2.228526	1.578498
		SD	(0.610427)	(0.564943)	(0.397671)
		RDAMSE	51.472833	41.180098	0
0.9	n = 30	AMSE	7.316684	6.943496	4.004156
		SD	(2.173103)	(2.056147)	(1.172288)
		RDAMSE	82.727258	73.407247	0
	n = 50	AMSE	6.051558	5.741411	3.410853
		SD	(1.734331)	(1.625927)	(0.957967)
		RDAMSE	77.420678	68.327732	0
	n = 70	AMSE	4.541020	4.318004	2.614872
		SD	(1.249231)	(1.177068)	(0.704801)
		RDAMSE	73.661229	65.132483	0
	n = 100	AMSE	3.286574	3.131313	1.929093
		SD	(0.863651)	(0.811814)	(0.496585)
		RDAMSE	70.368849	62.320455	0

รูปที่ 4.1.8 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ

$\mu = 0, \sigma = 5$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 9 และ q = 3

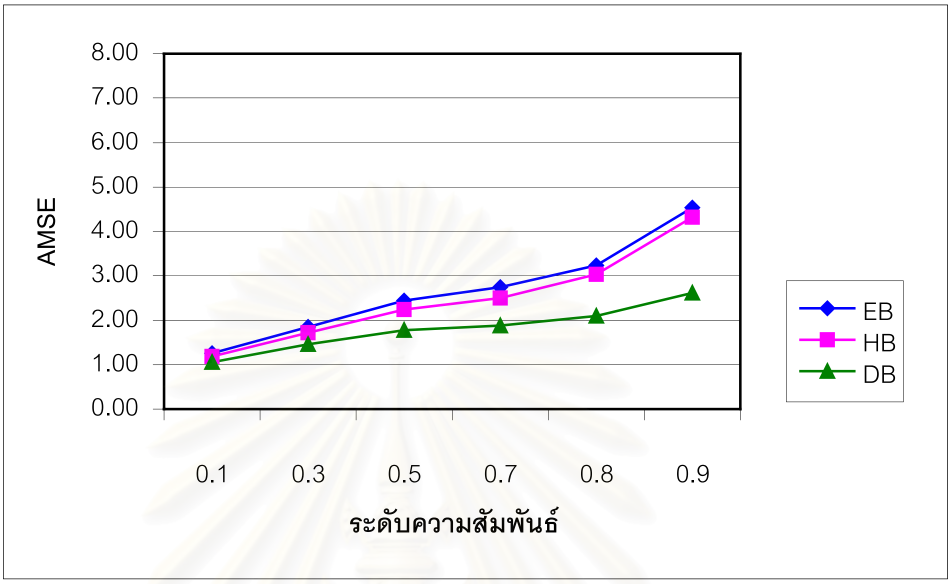


ก) ขนาดตัวอย่าง = 30

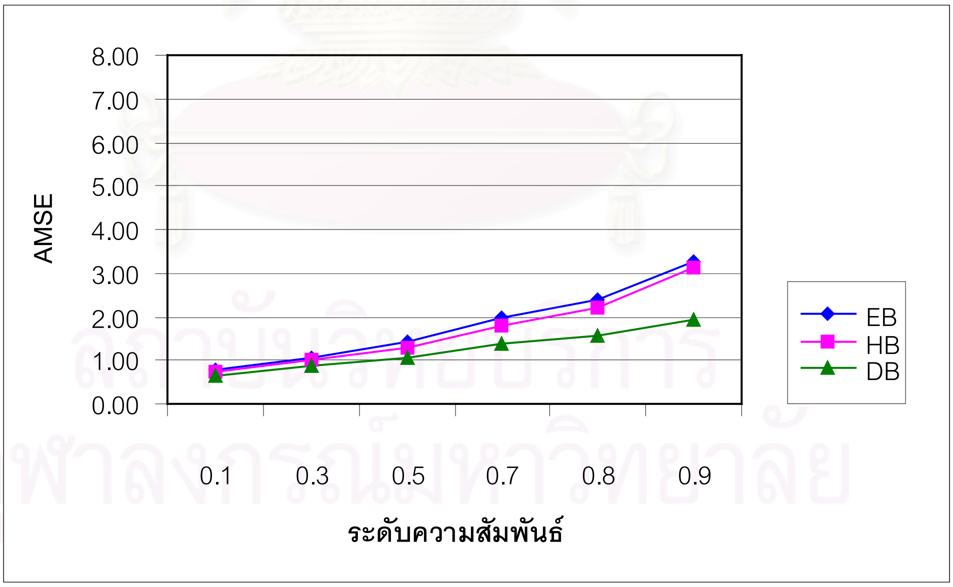


ข) ขนาดตัวอย่าง = 50

รูปที่ 4.1.8 (ต่อ) กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0$, $\sigma = 5$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 9 และ q = 3



ค) ขนาดตัวอย่าง = 70



ง) ขนาดตัวอย่าง = 100

จากตารางที่ 4.1.8 เราสามารถสรุปผล ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5 จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 9 และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่เท่ากับ 3 จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ (ρ = 0.10, 0.30)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับต่ำ จะพบว่าวิธีทั้ง 3 วิธี ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ซึ่งวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง (ρ = 0.50, 0.70)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง จะพบว่าวิธีทั้ง 3 วิธี ให้ค่า AMSE แตกต่างกันมากขึ้นทุกขนาดตัวอย่าง ซึ่งวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับสูง (ρ = 0.80, 0.90)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับปานกลาง

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.8

จากตารางที่ 4.1.8 จะเห็นได้ว่า วิธี DB วิธี HB และ วิธี EB ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้น จะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ได้ชัดขึ้น ซึ่งวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยเฉพาะเมื่อระดับความสัมพันธ์สูง และตัวอย่างมีขนาดเล็กวิธี DB จะให้ค่า AMSE ต่ำกว่าวิธีอื่นอย่างมาก และพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ จะพบว่า วิธี DB จะดีกว่าวิธี HB สูงสุดถึง 72.41% และดีกว่าวิธี EB สูงสุดถึง 82.73% โดยที่ค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี EB จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้น ค่า RDAMSE จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.1.9 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 10$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 9 และ q = 3

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.1	n = 30	AMSE	6.104126	5.536392	4.251808
		SD	(1.840719)	(1.650289)	(1.248335)
		RDAMSE	43.565423	30.212671	0
	n = 50	AMSE	4.958988	4.493872	3.503732
		SD	(1.427097)	(1.276666)	(0.990329)
		RDAMSE	41.534447	28.259578	0
	n = 70	AMSE	4.025761	3.652859	2.886713
		SD	(1.116207)	(1.009580)	(0.788527)
		RDAMSE	39.458305	26.540439	0
	n = 100	AMSE	2.965582	2.683182	2.177314
		SD	(0.787742)	(0.705727)	(0.572574)
		RDAMSE	36.203699	23.233586	0
0.3	n = 30	AMSE	6.867245	6.258550	4.492107
		SD	(2.108530)	(1.908937)	(1.357279)
		RDAMSE	52.873585	39.323270	0
	n = 50	AMSE	5.545829	5.110223	3.710221
		SD	(1.646206)	(1.505039)	(1.082284)
		RDAMSE	49.474372	37.733677	0
	n = 70	AMSE	4.791838	4.374754	3.244007
		SD	(1.368031)	(1.240888)	(0.905957)
		RDAMSE	47.713525	34.856484	0
	n = 100	AMSE	3.601215	3.269965	2.489812
		SD	(0.978359)	(0.881721)	(0.668990)
		RDAMSE	44.638016	31.333786	0

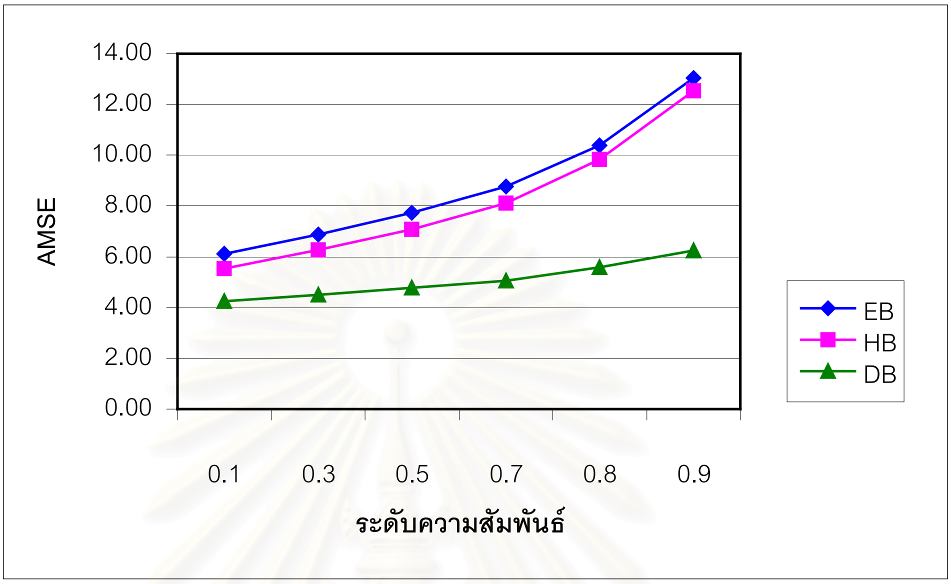
ตารางที่ 4.1.9 (ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 10$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 9 และ q = 3

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.5	n = 30	AMSE	7.724609	7.085854	4.763832
		SD	(2.402231)	(2.180001)	(1.452656)
		RDAMSE	62.151171	48.742752	0
	n = 50	AMSE	6.448352	5.902513	4.050431
		SD	(1.927725)	(1.756573)	(1.192833)
		RDAMSE	59.201629	45.725560	0
	n = 70	AMSE	5.635326	5.175870	3.605862
		SD	(1.635927)	(1.498050)	(1.033544)
		RDAMSE	56.282365	43.540455	0
	n = 100	AMSE	4.100943	3.753396	2.674276
		SD	(1.132657)	(1.030596)	(0.729327)
		RDAMSE	53.347825	40.351884	0
0.7	n = 30	AMSE	8.764913	8.103413	5.061754
		SD	(2.773138)	(2.540950)	(1.559263)
		RDAMSE	73.159611	60.091004	0
	n = 50	AMSE	7.268154	6.781010	4.320980
		SD	(2.209078)	(2.048946)	(1.289211)
		RDAMSE	68.206157	56.932233	0
	n = 70	AMSE	6.224856	5.772520	3.742887
		SD	(1.833854)	(1.681903)	(1.078798)
		RDAMSE	66.311618	54.226379	0
	n = 100	AMSE	4.832892	4.465900	2.951318
		SD	(1.354532)	(1.250012)	(0.817651)
		RDAMSE	63.753668	51.318821	0

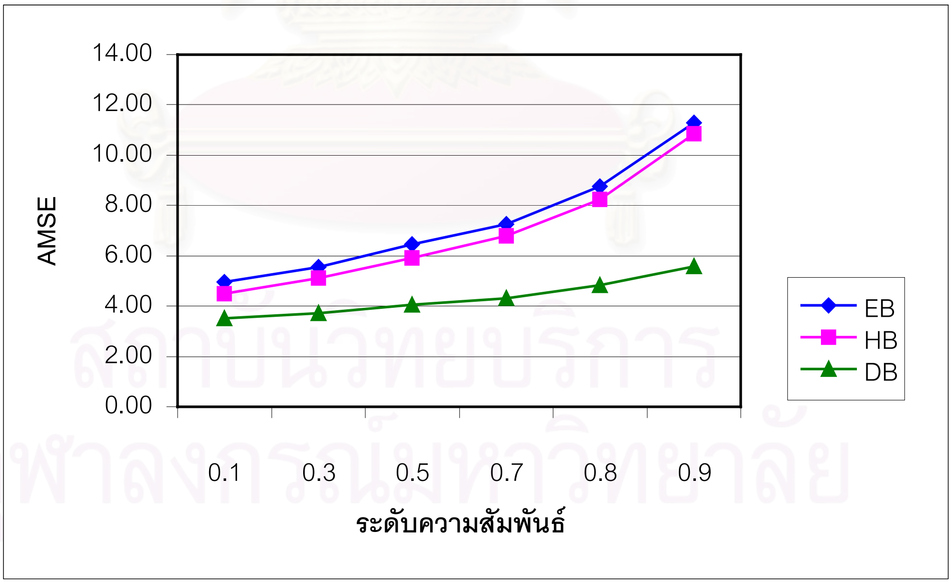
ตารางที่ 4.1.9 (ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 10$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 9 และ q = 3

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.8	n = 30	AMSE	10.397844	9.822396	5.587365
		SD	(3.337866)	(3.132691)	(1.769558)
		RDAMSE	86.095669	75.796566	0
	n = 50	AMSE	8.755260	8.232848	4.832693
		SD	(2.719714)	(2.549734)	(1.490058)
		RDAMSE	81.167324	70.357366	0
	n = 70	AMSE	7.132461	6.693713	4.016954
		SD	(2.133154)	(1.997215)	(1.196461)
		RDAMSE	77.558921	66.636527	0
	n = 100	AMSE	5.579837	5.246601	3.203345
		SD	(1.607619)	(1.509286)	(0.911311)
		RDAMSE	74.187848	63.785074	0
0.9	n = 30	AMSE	13.028152	12.546291	6.244908
		SD	(4.276874)	(4.100402)	(2.021590)
		RDAMSE	108.620415	100.904344	0
	n = 50	AMSE	11.278855	10.851597	5.589916
		SD	(3.586338)	(3.417792)	(1.746787)
		RDAMSE	101.771475	94.128092	0
	n = 70	AMSE	8.757872	8.463218	4.438130
		SD	(2.690311)	(2.585157)	(1.344337)
		RDAMSE	97.332474	90.693341	0
	n = 100	AMSE	7.005745	6.708863	3.616740
		SD	(2.061294)	(1.964521)	(1.047180)
		RDAMSE	93.703292	85.494741	0

<u>รูปที่ 4.1.9</u> กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 10$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 9 และ q = 3

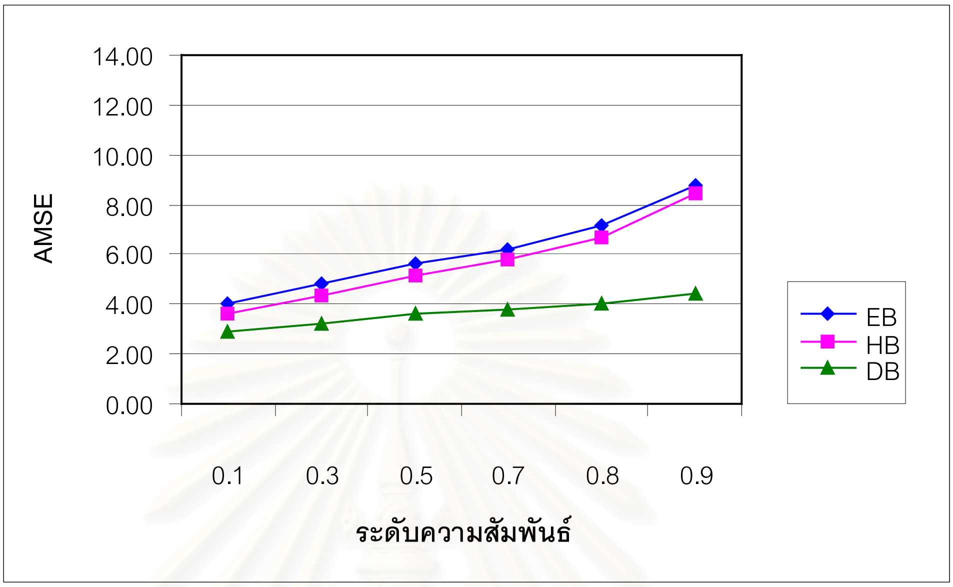


ก) ขนาดตัวอย่าง = 30

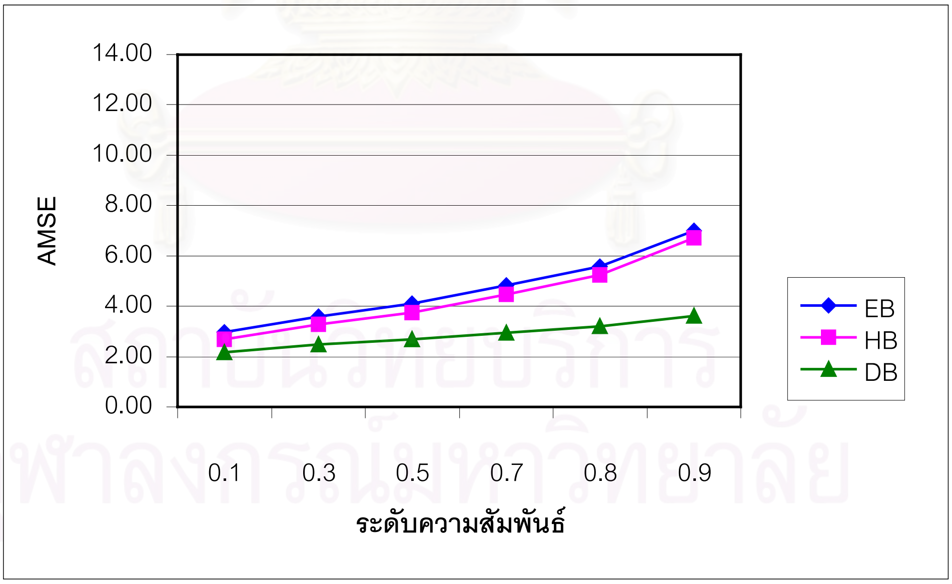


ข) ขนาดตัวอย่าง = 50

<u>รูปที่ 4.1.9</u> (ต่อ) กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 10$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 9 และ q = 3



ค) ขนาดตัวอย่าง = 70



ง) ขนาดตัวอย่าง = 100

จากตารางที่ 4.1.9 เราสามารถสรุปผล ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10 จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 9 และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่เท่ากับ 3 จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

<u>ระดับต่ำ</u> (ρ = 0.10, 0.30)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับต่ำ จะพบว่าวิธีทั้ง 3 วิธี ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ซึ่งวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

<u>ระดับปานกลาง</u> (ρ = 0.50, 0.70)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง จะพบว่าวิธีทั้ง 3 วิธี ให้ค่า AMSE แตกต่างกันมากขึ้นทุกขนาดตัวอย่าง ซึ่งวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

<u>ระดับสูง</u> (ρ = 0.80, 0.90)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง จะพบว่าวิธีทั้ง 3 วิธี ให้ค่า AMSE แตกต่างกันอย่างมากทุกขนาดตัวอย่าง ซึ่งวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.9

จากตารางที่ 4.1.9 จะเห็นได้ว่า วิธี DB วิธี HB และ วิธี EB ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้น จะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ได้ชัดขึ้น ซึ่งวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยเฉพาะเมื่อระดับความสัมพันธ์สูง และตัวอย่างมีขนาดเล็กวิธี DB จะให้ค่า AMSE ต่ำกว่าวิธีอื่นอย่างมาก และพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ จะพบว่า วิธี DB จะดีกว่าวิธี HB สูงสุดถึง 100.90% และดีกว่าวิธี EB สูงสุดถึง 108.62% โดยที่ค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี EB จะลดลงมากกว่า

วิธีอื่น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้น ค่า RDAMSE จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

ผลสรุปของตารางที่ 4.1.7 – 4.1.9

จากตารางที่ 4.1.7 – 4.1.9 จะเห็นได้ว่าวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ และจะพบว่า เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าน้อย วิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 3 วิธี จะให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกันมาก แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้น และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่ามากขึ้น จะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ได้ชัดขึ้น โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้นทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ จะพบว่าค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี EB จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น เมื่อระดับความสัมพันธ์และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้น ค่า RDAMSE จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

<u>ตารางที่ 4.1.10</u> การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 1$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 9 และ q = 5

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.1	n = 30	AMSE	0.110455	0.104713	0.095329
		SD	(0.027741)	(0.026097)	(0.023469)
		RDAMSE	15.867151	9.842937	0
	n = 50	AMSE	0.083703	0.078902	0.072934
		SD	(0.020122)	(0.018707)	(0.017152)
		RDAMSE	14.764722	8.182255	0
	n = 70	AMSE	0.063861	0.060762	0.056615
		SD	(0.014707)	(0.013872)	(0.012688)
		RDAMSE	12.800148	7.325897	0
	n = 100	AMSE	0.035225	0.033504	0.031681
		SD	(0.007674)	(0.007219)	(0.006761)
		RDAMSE	11.188549	5.754812	0
0.3	n = 30	AMSE	0.126253	0.118044	0.102897
		SD	(0.032677)	(0.030268)	(0.026126)
		RDAMSE	22.698296	14.720366	0
	n = 50	AMSE	0.101936	0.095473	0.084591
		SD	(0.025367)	(0.023408)	(0.020489)
		RDAMSE	20.504122	12.863964	0
	n = 70	AMSE	0.077837	0.072389	0.065258
		SD	(0.018347)	(0.016927)	(0.015137)
		RDAMSE	19.276168	10.927696	0
	n = 100	AMSE	0.047488	0.044701	0.040858
		SD	(0.010597)	(0.009919)	(0.008960)
		RDAMSE	16.225043	9.405395	0

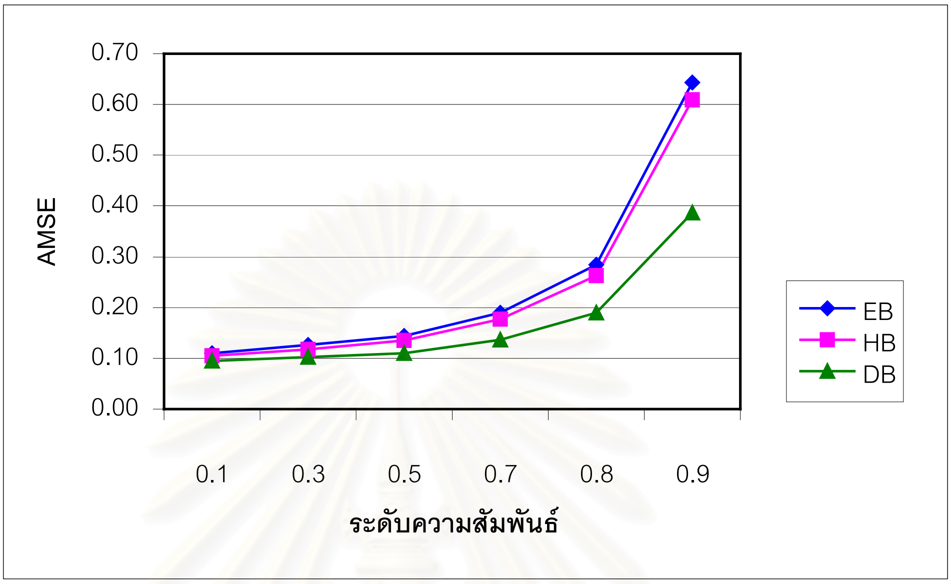
ตารางที่ 4.1.10 (ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0$, $\sigma = 1$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 9 และ q = 5

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.5	n = 30	AMSE	0.143743	0.135325	0.110455
		SD	(0.037485)	(0.034819)	(0.028246)
		RDAMSE	30.137410	22.516060	0
	n = 50	AMSE	0.118086	0.110397	0.091741
		SD	(0.029450)	(0.027181)	(0.022334)
		RDAMSE	28.717448	20.335413	0
	n = 70	AMSE	0.088741	0.082965	0.070308
		SD	(0.021264)	(0.019733)	(0.016500)
		RDAMSE	26.218421	18.002895	0
	n = 100	AMSE	0.063595	0.060067	0.051344
		SD	(0.014394)	(0.013569)	(0.011453)
		RDAMSE	23.859917	16.987764	0
0.7	n = 30	AMSE	0.189359	0.176883	0.136799
		SD	(0.050673)	(0.046536)	(0.035476)
		RDAMSE	38.421063	29.300750	0
	n = 50	AMSE	0.140879	0.131673	0.103532
		SD	(0.036009)	(0.033340)	(0.026045)
		RDAMSE	36.073307	27.181022	0
	n = 70	AMSE	0.108405	0.101016	0.080339
		SD	(0.026682)	(0.024709)	(0.019438)
		RDAMSE	34.935017	25.737091	0
	n = 100	AMSE	0.082285	0.076818	0.062650
		SD	(0.019095)	(0.017725)	(0.014289)
		RDAMSE	31.341685	22.615780	0

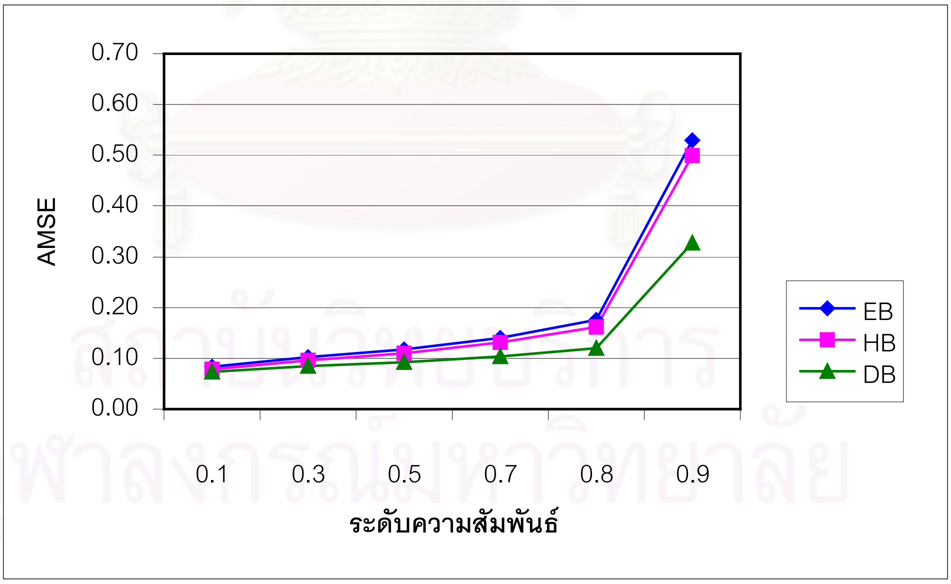
ตารางที่ 4.1.10 (ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 1$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 9 และ q = 5

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.8	n = 30	AMSE	0.284488	0.263140	0.189827
		SD	(0.077056)	(0.070625)	(0.050568)
		RDAMSE	49.867055	38.621194	0
	n = 50	AMSE	0.175875	0.161801	0.120502
		SD	(0.045592)	(0.041689)	(0.030710)
		RDAMSE	45.952309	34.272717	0
	n = 70	AMSE	0.132813	0.122367	0.093076
		SD	(0.032954)	(0.030139)	(0.022773)
		RDAMSE	42.692389	31.470330	0
	n = 100	AMSE	0.097358	0.089981	0.069617
		SD	(0.022961)	(0.020994)	(0.016136)
		RDAMSE	39.848135	29.250953	0
0.9	n = 30	AMSE	0.643004	0.609251	0.386715
		SD	(0.178420)	(0.166627)	(0.103871)
		RDAMSE	66.273444	57.545317	0
	n = 50	AMSE	0.529807	0.499261	0.327203
		SD	(0.140060)	(0.130584)	(0.084695)
		RDAMSE	61.919869	52.584396	0
	n = 70	AMSE	0.370813	0.347344	0.233848
		SD	(0.094222)	(0.087606)	(0.058383)
		RDAMSE	58.570070	48.534210	0
	n = 100	AMSE	0.223459	0.208371	0.143335
		SD	(0.053912)	(0.049489)	(0.033876)
		RDAMSE	55.899308	45.372794	0

<u>รูปที่ 4.1.10</u> กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0$, $\sigma = 1$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 9 และ q = 5

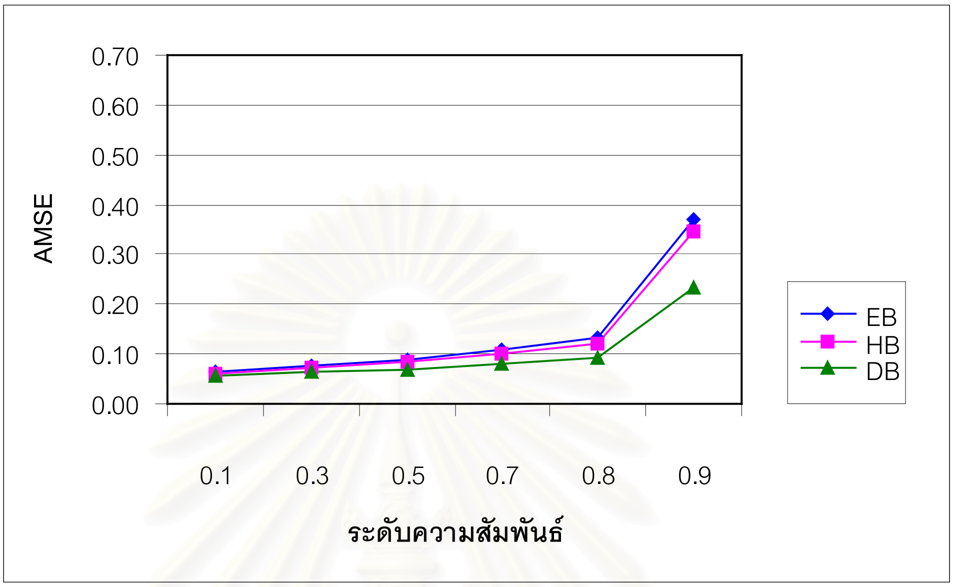


ก) ขนาดตัวอย่าง = 30

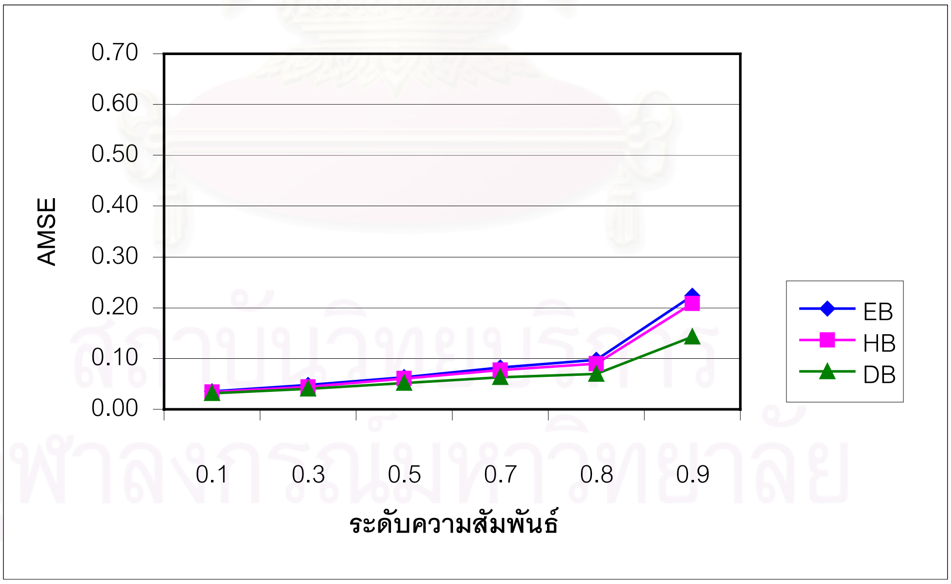


ข) ขนาดตัวอย่าง = 50

รูปที่ 4.1.10 (ต่อ) กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 1$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 9 และ q = 5



ค) ขนาดตัวอย่าง = 70



ง) ขนาดตัวอย่าง = 100

จากตารางที่ 4.1.10 เราสามารถสรุปผล ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 9 และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่เท่ากับ 5 จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ (ρ = 0.10, 0.30)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับต่ำ จะพบว่าวิธีทั้ง 3 วิธี ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน ทุกขนาดตัวอย่าง แต่วิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง (ρ = 0.50, 0.70)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ระดับสูง (ρ = 0.80, 0.90)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับสูง จะพบว่าวิธีทั้ง 3 วิธี ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ แต่วิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.10

จากตารางที่ 4.1.10 จะเห็นได้ว่า วิธี DB วิธี HB และ วิธี EB ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้น จะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ได้ชัดขึ้น ซึ่งวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยเฉพาะเมื่อระดับความสัมพันธ์สูง และตัวอย่างมีขนาดเล็กวิธี DB จะให้ค่า AMSE ต่ำกว่าวิธีอื่นอย่างเห็นได้ชัด และพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ จะพบว่า วิธี DB จะดีกว่าวิธี HB สูงสุดถึง 57.55% และดีกว่าวิธี EB สูงสุดถึง 66.27% โดยที่ค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี EB จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้น ค่า RDAMSE จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.1.11 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 5$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 9 และ q = 5

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.1	n = 30	AMSE	2.746822	2.576514	2.110035
		SD	(0.772004)	(0.716471)	(0.581694)
		RDAMSE	30.178981	22.107629	0
	n = 50	AMSE	2.249832	2.094556	1.745462
		SD	(0.601301)	(0.556425)	(0.458586)
		RDAMSE	28.896103	20.000076	0
	n = 70	AMSE	1.815186	1.704899	1.436785
		SD	(0.465094)	(0.432313)	(0.361277)
		RDAMSE	26.336604	18.660653	0
	n = 100	AMSE	1.169768	1.089387	0.937256
		SD	(0.285288)	(0.264505)	(0.225318)
		RDAMSE	24.807768	16.231488	0
0.3	n = 30	AMSE	3.148760	2.927905	2.284809
		SD	(0.908134)	(0.828733)	(0.635868)
		RDAMSE	37.812828	28.146612	0
	n = 50	AMSE	2.468135	2.312864	1.828218
		SD	(0.669118)	(0.616387)	(0.500349)
		RDAMSE	35.002230	26.509210	0
	n = 70	AMSE	2.250279	2.100471	1.688523
		SD	(0.601461)	(0.556941)	(0.444298)
		RDAMSE	33.269042	24.396955	0
	n = 100	AMSE	1.386217	1.297288	1.055698
		SD	(0.353570)	(0.328303)	(0.262996)
		RDAMSE	31.308092	22.884408	0

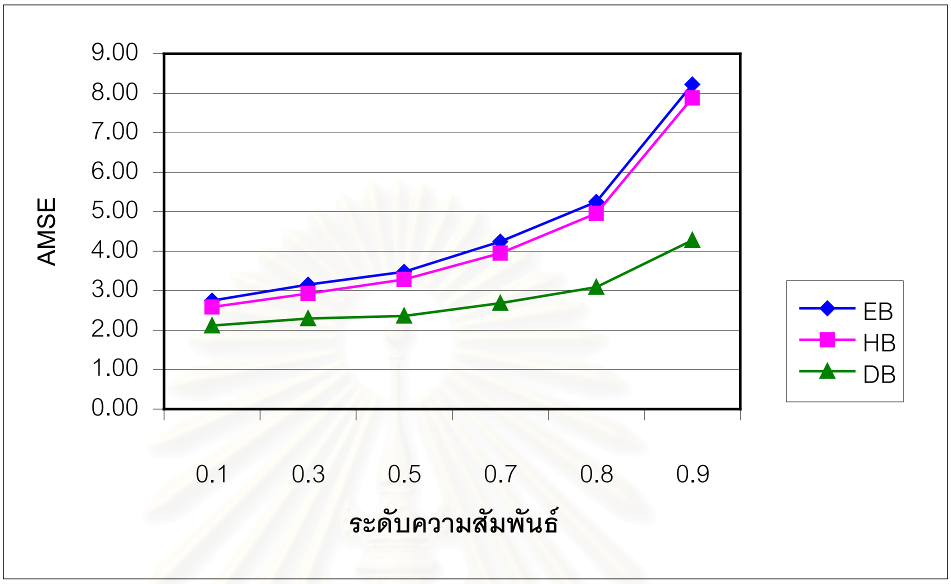
ตารางที่ 4.1.11 (ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 5$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 9 และ q = 5

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.5	n = 30	AMSE	3.470751	3.285280	2.356369
		SD	(1.018816)	(0.954169)	(0.677954)
		RDAMSE	47.292313	39.421251	0
	n = 50	AMSE	2.993315	2.827957	2.056369
		SD	(0.850002)	(0.792809)	(0.569643)
		RDAMSE	45.563125	37.521840	0
	n = 70	AMSE	2.504662	2.366965	1.746236
		SD	(0.679889)	(0.635877)	(0.463051)
		RDAMSE	43.432043	35.546666	0
	n = 100	AMSE	1.915076	1.808922	1.361874
		SD	(0.488615)	(0.459091)	(0.342324)
		RDAMSE	40.620630	32.825948	0
0.7	n = 30	AMSE	4.247708	3.950350	2.674655
		SD	(1.266620)	(1.171021)	(0.786023)
		RDAMSE	58.813280	47.695646	0
	n = 50	AMSE	3.423514	3.186125	2.204357
		SD	(0.985882)	(0.908413)	(0.625331)
		RDAMSE	55.306684	44.537607	0
	n = 70	AMSE	2.826931	2.620703	1.839217
		SD	(0.784770)	(0.722908)	(0.499913)
		RDAMSE	53.702993	42.490166	0
	n = 100	AMSE	2.270330	2.118770	1.511756
		SD	(0.596772)	(0.550254)	(0.389837)
		RDAMSE	50.178378	40.152920	0

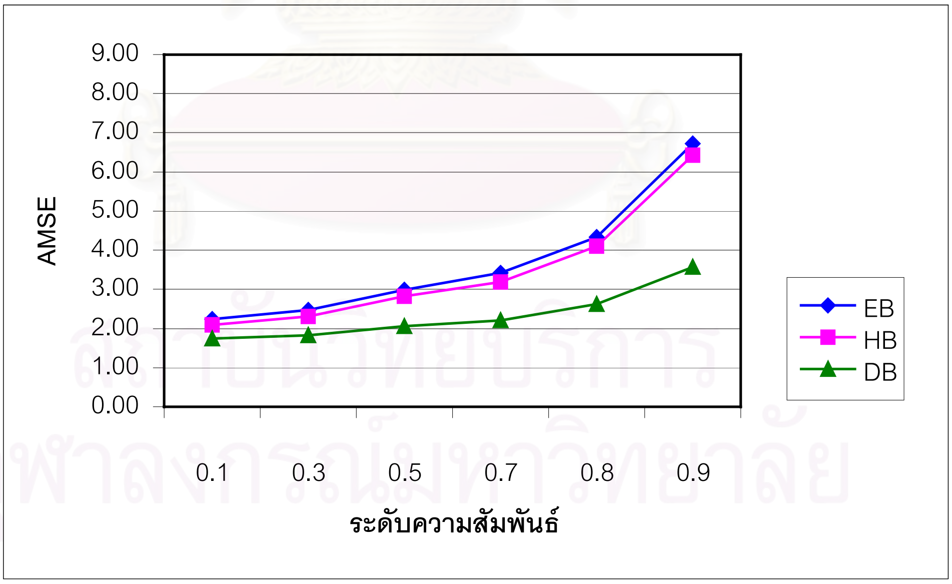
ตารางที่ 4.1.11 (ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 5$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 9 และ q = 5

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.8	n = 30	AMSE	5.253929	4.953038	3.080278
		SD	(1.592653)	(1.498258)	(0.922343)
		RDAMSE	70.566698	60.798394	0
	n = 50	AMSE	4.341421	4.103427	2.622836
		SD	(1.283796)	(1.190416)	(0.756541)
		RDAMSE	65.523951	56.450029	0
	n = 70	AMSE	3.332817	3.175910	2.056008
		SD	(0.937387)	(0.887678)	(0.569351)
		RDAMSE	62.101368	54.469727	0
	n = 100	AMSE	2.819459	2.669365	1.767003
		SD	(0.751982)	(0.708302)	(0.464351)
		RDAMSE	59.561673	51.067359	0
0.9	n = 30	AMSE	8.227863	7.878491	4.269112
		SD	(2.536209)	(2.417806)	(1.297916)
		RDAMSE	92.730063	84.546353	0
	n = 50	AMSE	6.721549	6.420792	3.578274
		SD	(1.990127)	(1.886486)	(1.037032)
		RDAMSE	87.843341	79.438257	0
	n = 70	AMSE	5.369536	5.162687	2.930259
		SD	(1.520988)	(1.455966)	(0.815609)
		RDAMSE	83.244390	76.185332	0
	n = 100	AMSE	3.781673	3.642755	2.101036
		SD	(1.022872)	(0.982650)	(0.562271)
		RDAMSE	79.990848	73.378947	0

รูปที่ 4.1.11 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0$, $\sigma = 5$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 9 และ q = 5

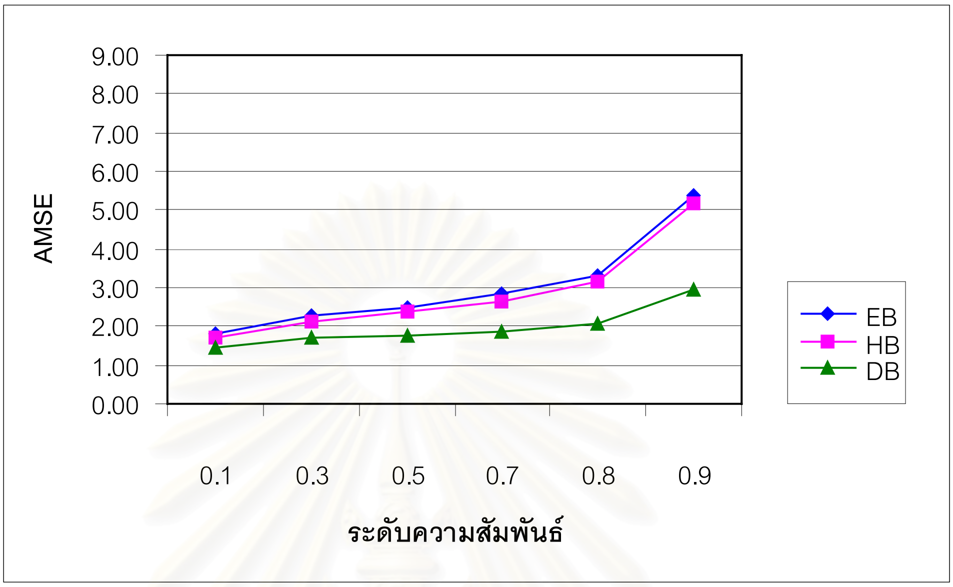


ก) ขนาดตัวอย่าง = 30

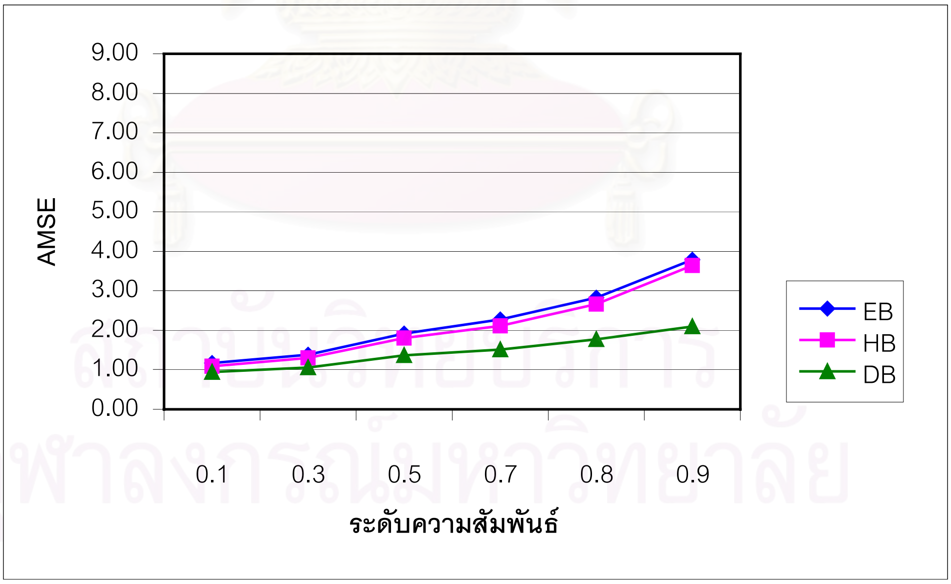


ข) ขนาดตัวอย่าง = 50

รูปที่ 4.1.11 (ต่อ) กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0$, $\sigma = 5$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 9 และ q = 5



ค) ขนาดตัวอย่าง = 70



ง) ขนาดตัวอย่าง = 100

จากตารางที่ 4.1.11 เราสามารถสรุปผล ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5 จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 9 และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่เท่ากับ 5 จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

<u>ระดับต่ำ</u> (ρ = 0.10, 0.30)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับต่ำ จะพบว่าวิธีทั้ง 3 วิธี ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ซึ่งวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

<u>ระดับปานกลาง</u> (ρ = 0.50, 0.70)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง จะพบว่าวิธีทั้ง 3 วิธี ให้ค่า AMSE แตกต่างกันมากขึ้นทุกขนาดตัวอย่าง ซึ่งวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

<u>ระดับสูง</u> (ρ = 0.80, 0.90)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับปานกลาง

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.11

จากตารางที่ 4.1.11 จะเห็นได้ว่า วิธี DB วิธี HB และ วิธี EB ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้น จะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ได้ชัดขึ้น ซึ่งวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยเฉพาะเมื่อระดับความสัมพันธ์สูง และตัวอย่างมีขนาดเล็กวิธี DB จะให้ค่า AMSE ต่ำกว่าวิธีอื่นอย่างมาก และพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ จะพบว่า วิธี DB จะดีกว่าวิธี HB สูงสุดถึง 84.55% และดีกว่าวิธี EB สูงสุดถึง 92.73% โดยที่ค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี EB จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้น ค่า RDAMSE จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.1.12 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 10$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 9 และ q = 5

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.1	n = 30	AMSE	6.785339	6.160393	4.380381
		SD	(2.110919)	(1.900072)	(1.341531)
		RDAMSE	54.902946	40.636001	0
	n = 50	AMSE	5.817543	5.284825	3.814704
		SD	(1.739297)	(1.564483)	(1.120219)
		RDAMSE	52.503144	38.538275	0
	n = 70	AMSE	4.654052	4.227051	3.092911
		SD	(1.336421)	(1.206517)	(0.875209)
		RDAMSE	50.474780	36.668982	0
	n = 100	AMSE	3.518710	3.175523	2.382608
		SD	(0.967064)	(0.863801)	(0.644822)
		RDAMSE	47.683107	33.279247	0
0.3	n = 30	AMSE	7.280333	6.750522	4.495356
		SD	(2.310451)	(2.120046)	(1.389268)
		RDAMSE	61.952321	50.166577	0
	n = 50	AMSE	6.357602	5.948427	4.017901
		SD	(1.940541)	(1.807373)	(1.198928)
		RDAMSE	58.231951	48.048142	0
	n = 70	AMSE	5.481668	5.129088	3.502879
		SD	(1.613643)	(1.500536)	(1.017523)
		RDAMSE	56.490373	46.424941	0
	n = 100	AMSE	4.123973	3.871968	2.690910
		SD	(1.165599)	(1.076953)	(0.743172)
		RDAMSE	53.255690	43.890617	0

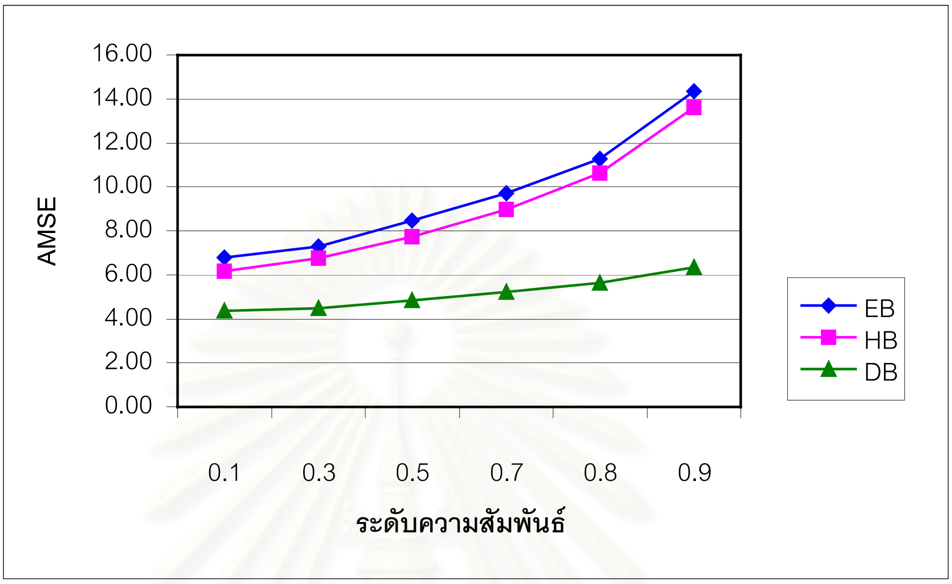
ตารางที่ 4.1.12 (ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 10$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 9 และ q = 5

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.5	n = 30	AMSE	8.481239	7.737453	4.835763
		SD	(2.721995)	(2.463155)	(1.531895)
		RDAMSE	75.385746	60.004797	0
	n = 50	AMSE	7.270205	6.697249	4.241618
		SD	(2.257274)	(2.057080)	(1.296261)
		RDAMSE	71.401689	57.893733	0
	n = 70	AMSE	6.568499	6.006748	3.872949
		SD	(1.973746)	(1.797891)	(1.153998)
		RDAMSE	69.599402	55.094919	0
	n = 100	AMSE	4.917016	4.484950	2.946314
		SD	(1.415710)	(1.284153)	(0.834539)
		RDAMSE	66.887016	52.222411	0
0.7	n = 30	AMSE	9.703185	8.972873	5.212313
		SD	(3.192005)	(2.918888)	(1.669009)
		RDAMSE	86.158893	72.147613	0
	n = 50	AMSE	8.563521	7.940253	4.699964
		SD	(2.712180)	(2.496100)	(1.463337)
		RDAMSE	82.203972	68.942850	0
	n = 70	AMSE	7.370598	6.861553	4.116467
		SD	(2.259535)	(2.093973)	(1.247826)
		RDAMSE	79.051551	66.685486	0
	n = 100	AMSE	5.470733	5.080351	3.100193
		SD	(1.552915)	(1.480175)	(0.895214)
		RDAMSE	76.464251	63.872080	0

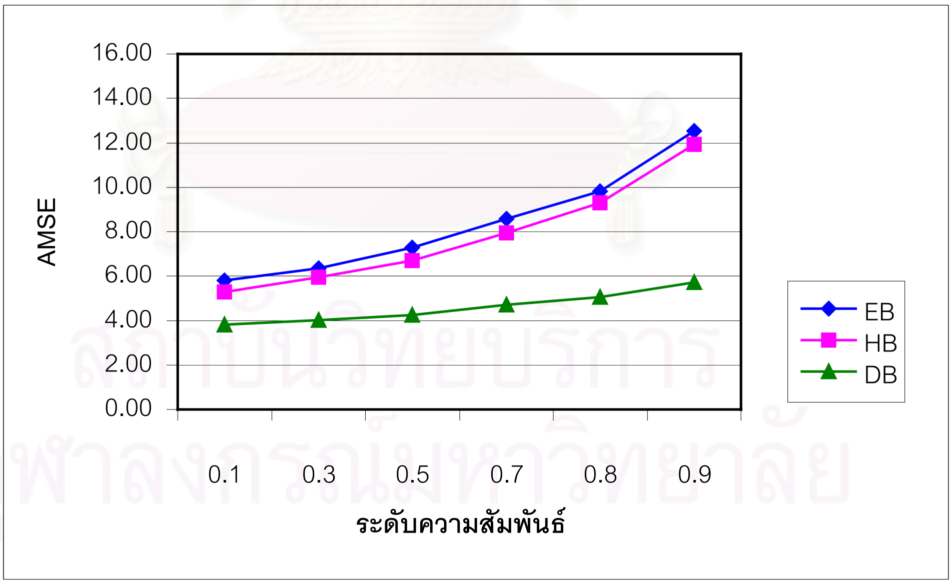
ตารางที่ 4.1.12 (ต่อ) การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0$, $\sigma = 10$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 9 และ q = 5

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		EB	HB	DB
0.8	n = 30	AMSE	11.270937	10.632281	5.634872
		SD	(3.749612)	(3.504520)	(1.840930)
		RDAMSE	100.021168	88.687181	0
	n = 50	AMSE	9.819468	9.304860	5.059654
		SD	(3.134861)	(2.951068)	(1.597464)
		RDAMSE	94.073900	83.903069	0
	n = 70	AMSE	8.649238	8.128495	4.528188
		SD	(2.685457)	(2.508936)	(1.384404)
		RDAMSE	91.008798	79.508767	0
	n = 100	AMSE	6.568579	6.118867	3.471030
		SD	(1.946079)	(1.801872)	(1.010892)
		RDAMSE	89.240025	76.283877	0
0.9	n = 30	AMSE	14.358811	13.611078	6.354085
		SD	(4.849292)	(4.550942)	(2.090647)
		RDAMSE	125.977627	114.209872	0
	n = 50	AMSE	12.521736	11.921643	5.721911
		SD	(4.052138)	(3.838292)	(1.826171)
		RDAMSE	118.838378	108.350748	0
	n = 70	AMSE	11.008622	10.552917	5.163825
		SD	(3.459648)	(3.302096)	(1.597017)
		RDAMSE	113.187358	104.362400	0
	n = 100	AMSE	8.204452	7.841048	3.930797
		SD	(2.477295)	(2.348625)	(1.167484)
		RDAMSE	108.722346	99.477306	0

<u>รูปที่ 4.1.12</u> กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 10$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 9 และ q = 5

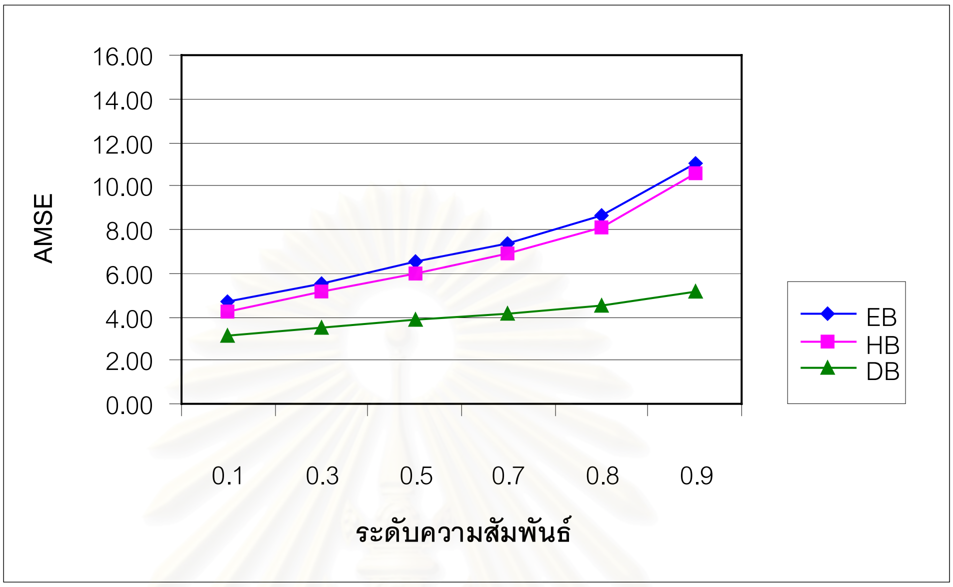


ก) ขนาดตัวอย่าง = 30

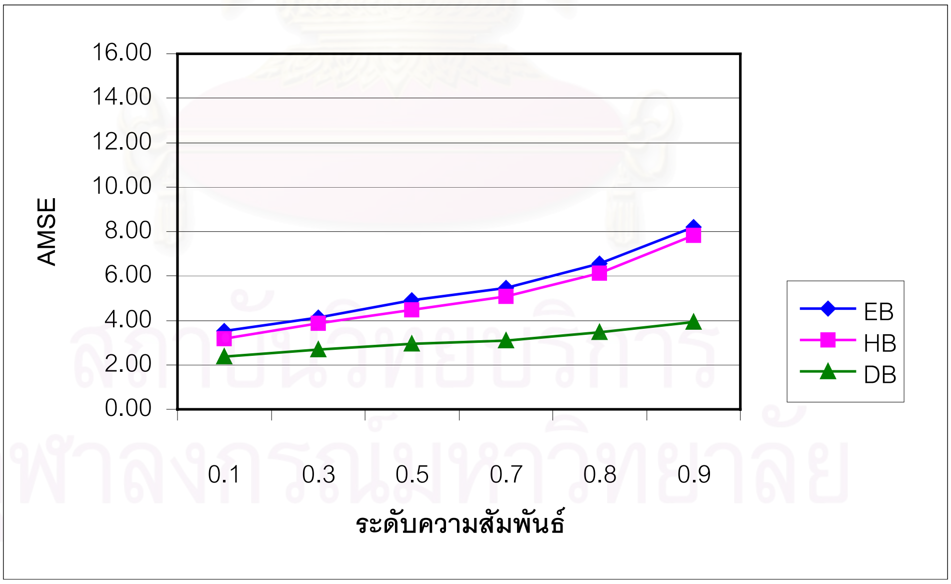


ข) ขนาดตัวอย่าง = 50

<u>รูปที่ 4.1.12</u> (ต่อ) กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0$, $\sigma = 10$ จำนวนตัวแปรอิสระ = 9 และ q = 5



ค) ขนาดตัวอย่าง = 70



ง) ขนาดตัวอย่าง = 100

จากตารางที่ 4.1.12 เราสามารถสรุปผล ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10 จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 9 และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่เท่ากับ 5 จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ (ρ = 0.10, 0.30)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับต่ำ จะพบว่าวิธีทั้ง 3 วิธี ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ซึ่งวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง (ρ = 0.50, 0.70)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง จะพบว่าวิธีทั้ง 3 วิธี ให้ค่า AMSE แตกต่างกันมากขึ้นทุกขนาดตัวอย่าง ซึ่งวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับสูง (ρ = 0.80, 0.90)

สำหรับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง จะพบว่าวิธีทั้ง 3 วิธี ให้ค่า AMSE แตกต่างกันอย่างมากทุกขนาดตัวอย่าง ซึ่งวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.12

จากตารางที่ 4.1.12 จะเห็นได้ว่า วิธี DB วิธี HB และ วิธี EB ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้น จะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ได้ชัดขึ้น ซึ่งวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยเฉพาะเมื่อระดับความสัมพันธ์สูง และตัวอย่างมีขนาดเล็กวิธี DB จะให้ค่า AMSE ต่ำกว่าวิธีอื่นอย่างมาก และพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ จะพบว่า วิธี DB จะดีกว่าวิธี HB สูงสุดถึง 114.21% และดีกว่าวิธี EB สูงสุดถึง 125.98% โดยที่ค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี EB จะลดลงมากกว่า

วิธีอื่น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้น ค่า RDAMSE จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

ผลสรุปของตารางที่ 4.1.10 – 4.1.12

จากตารางที่ 4.1.10 – 4.1.12 จะเห็นได้ว่าวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ และจะพบว่า เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าน้อย วิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 3 วิธี จะให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกันมาก แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้น และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่ามากขึ้น จะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ได้ชัดขึ้น โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้นทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ จะพบว่าค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า RDAMSE มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี EB จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น เมื่อระดับความสัมพันธ์และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้น ค่า RDAMSE จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

ผลสรุปของตารางที่ 4.1.1 – 4.1.12

ผลสรุปโดยรวมของข้อมูลในตารางที่ 4.1.1 – 4.1.12 เป็นดังนี้

1. ผลสรุปของขนาดตัวอย่าง

ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น หมายความว่า เราได้ข้อมูลมากขึ้น จึงทำให้ค่า AMSE ลดลง และมีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณถูกต้องมากขึ้น

2. ผลสรุปของระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ

ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลง จึงทำให้ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น และมีผลทำให้ความถูกต้องในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณลดลง

3. ผลสรุปของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น หมายความว่าความคลาดเคลื่อนมีการกระจายมากขึ้น จึงทำให้ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นและมีผลทำให้ความถูกต้องในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณลดลง

4. ผลสรุปของจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่

ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่เพิ่มขึ้นทำให้ค่าความแปรปรวนเพิ่มขึ้น จึงส่งผลให้ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นและมีผลทำให้ความถูกต้องในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณลดลง

5. ผลสรุปของจำนวนตัวแปรอิสระ

ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น เพราะเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นทำให้เกิดความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น จึงทำให้ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น และมีผลทำให้ความถูกต้องในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณลดลง

ผู้วิจัยสามารถสรุปผลเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของค่า AMSE ได้ดังนี้

1. แปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง
2. แปรผันตามกับระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน จำนวนตัวแปรอิสระ และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่ ตามลำดับ

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลองเพื่อเปรียบเทียบการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ กรณีเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระด้วยวิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชัน (EB) วิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชันแบบลำดับขั้น (HB) และวิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชันแบบแบ่งส่วน (DB) โดยใช้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ (AMSE) และค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เป็นเกณฑ์เปรียบเทียบ โดยมีสถานการณ์ที่ศึกษาดังนี้

1. จำนวนตัวแปรอิสระที่ศึกษามี 2 ระดับ คือ 7 และ 9
2. ขนาดตัวอย่างที่ศึกษามี 4 ขนาด คือ 30, 50, 70 และ 100
3. ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติที่มี $\mu = 0$ และ $\sigma = 1, 5$ และ 10
4. กำหนดจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่ (q) เท่ากับ 3 และ 5
5. กำหนดจำนวนตัวแปรที่มีพหุสัมพันธ์ และระดับพหุสัมพันธ์เป็น 3 กรณีดังนี้

5.1 <u>กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 7</u>

ระดับพหุสัมพันธ์ที่ต้องการศึกษา คือ

ระดับต่ำ ρ = 0.10, 0.30

ระดับปานกลาง ρ = 0.50, 0.70

ระดับสูง ρ = 0.80, 0.90

เมื่อ ρ คือ ความสัมพันธ์ระหว่าง X_i และ X_j ; $i, j = 1, 2,\ldots,7$ และ $i \neq j$

5.2 <u>กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 9</u>

ระดับพหุสัมพันธ์ที่ต้องการศึกษา คือ

ระดับต่ำ ρ = 0.10, 0.30

ระดับปานกลาง ρ = 0.50, 0.70

ระดับสูง ρ = 0.80, 0.90

เมื่อ ρ คือ ความสัมพันธ์ระหว่าง X_i และ X_j ; $i, j = 1, 2,\ldots,9$ และ $i \neq j$)

วิธีการดำเนินการวิจัยครั้งนี้ ใช้วิธีการจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo technique) และทำการเขียนโปรแกรมด้วยโปรแกรม S-plus 2000 เพื่อสร้างข้อมูลตามสถานการณ์ที่กำหนดโดยกระทำซ้ำ 1,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์

5.1 สรุปผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาเพื่อเปรียบเทียบการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ กรณีเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ โดยพิจารณาจากค่า AMSE ของแต่ละวิธี ซึ่งผลจากการวิจัยพบว่า ขนาดตัวอย่าง จำนวนตัวแปรอิสระ จำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่ ระดับพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน ต่างก็ส่งผลต่อค่า AMSE ของวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 3 วิธี ผู้วิจัยได้สรุปผลการวิจัยตามกรณีต่างๆ ดังนี้

1. กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 7

<u>ระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ</u> (ρ = 0.10, 0.30)

วิธี DB วิธี HB และ วิธี EB ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน ทุกขนาดตัวอย่าง เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่มีค่าน้อย แต่เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่สูงขึ้น จะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ได้ชัดขึ้น โดยวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ

<u>ระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับปานกลาง</u> (ρ = 0.50, 0.70)

วิธี DB วิธี HB และ วิธี EB ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่มีค่าน้อย แต่เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่สูงขึ้น จะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ได้ชัดขึ้น โดยวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยเฉพาะเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่มีค่ามาก วิธี DB จะให้ค่า AMSE ต่ำกว่าวิธีอื่นอย่างเห็นได้ชัด

<u>ระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับสูง</u> (ρ = 0.80, 0.90)

วิธี DB วิธี HB และ วิธี EB ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่มีค่าน้อย แต่เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่สูงขึ้น จะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ได้ชัดขึ้น โดยวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยเฉพาะเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่มีค่ามาก วิธี DB จะให้ค่า AMSE ต่ำกว่าวิธีอื่นอย่างมาก

2. **กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 9**

ระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ (ρ = 0.10, 0.30)

วิธี DB วิธี HB และ วิธี EB ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน ทุกขนาดตัวอย่าง เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่มีค่าน้อย แต่เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่สูงขึ้น จะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ได้ชัดขึ้น โดยวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ

ระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับปานกลาง (ρ = 0.50, 0.70)

วิธี DB วิธี HB และ วิธี EB ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่มีค่าน้อย แต่เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่สูงขึ้น จะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ได้ชัดขึ้น โดยวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยเฉพาะเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่มีค่ามาก วิธี DB จะให้ค่า AMSE ต่ำกว่าวิธีอื่นอย่างเห็นได้ชัด

ระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับสูง (ρ = 0.80, 0.90)

วิธี DB วิธี HB และ วิธี EB ให้ค่า AMSE ใกล้เคียงกัน เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่มีค่าน้อย แต่เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่สูงขึ้น จะเห็นความแตกต่างของค่า AMSE ได้ชัดขึ้น โดยวิธี DB ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HB และ วิธี EB ตามลำดับ โดยเฉพาะเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่มีค่ามาก วิธี DB จะให้ค่า AMSE ต่ำกว่าวิธีอื่นอย่างมาก

ผลสรุปรวม

จากการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธีทั้ง 3 วิธี จะเห็นได้ว่า สถานการณ์ที่มีผลทำให้วิธี DB มีค่า AMSE น้อยที่สุดคือ ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระต่ำ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าน้อย จำนวนตัวแปรอิสระน้อย จำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่น้อย และขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก

วิธีทั้ง 3 วิธีจะได้ค่า AMSE และค่า RDAMSE ลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และได้ค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน จำนวนตัวแปรอิสระ และจำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่เพิ่มขึ้น ตามลำดับ

ผู้วิจัยได้สรุปสถานการณ์ต่างๆ ในรูปของแผนผัง ซึ่งจะต้องทราบขนาดตัวอย่าง จำนวนตัวแปรอิสระ จำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่ ระดับพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน โดยใช้สัญลักษณ์แทนความหมายต่าง ๆ ดังนี้

n หมายถึง ขนาดตัวอย่าง

q หมายถึง จำนวนค่าลักษณะเฉพาะที่เหลืออยู่

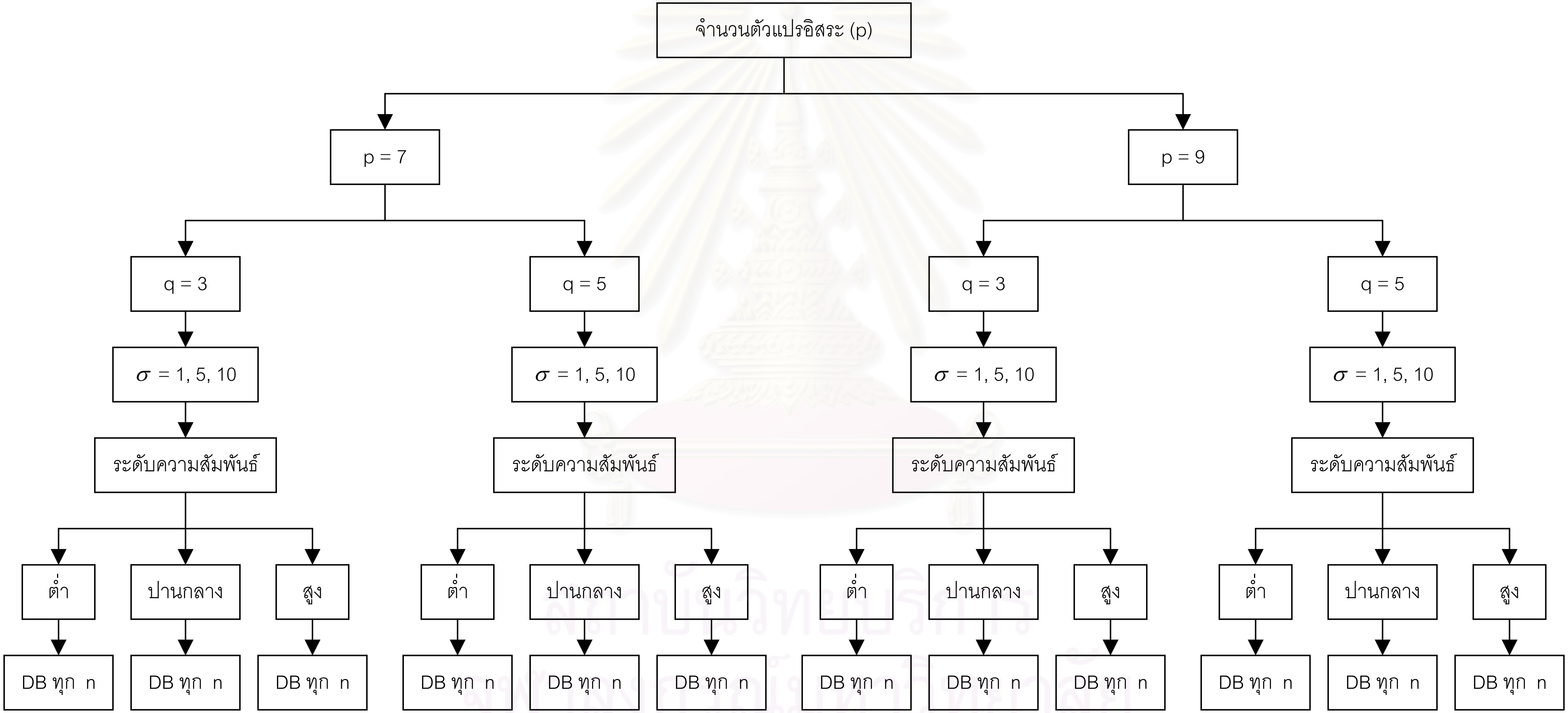
σ หมายถึง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน

EB หมายถึง การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธี EB

HB หมายถึง การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธี HB

DB หมายถึง การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธี DB

แผนผังสรุปผลวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ กรณีเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ



ทุก n หมายถึง n = 30, 50, 70 และ 100

5.2 ข้อเสนอแนะ

ผลการวิจัยในครั้งนี้มีข้อเสนอแนะ 2 ด้าน คือ

5.2.1 การนำไปใช้ประโยชน์

การวิจัยครั้งนี้เป็นการเปรียบเทียบการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ กรณีเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระด้วยวิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชัน (EB) วิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชันแบบลำดับขั้น (HB) และวิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชันแบบแบ่งส่วน (DB) เพื่อจะได้ใช้เป็นแนวทางในการเลือกวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ให้เหมาะสมกับแต่ละสถานการณ์ โดยที่ต้องการให้ค่าความแปรปรวนของค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณมีค่าน้อยๆ ดังนั้นในการนำไปใช้ควรเลือกวิธี DB เพราะเป็นวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดในทุกกรณีที่ทำการศึกษา ซึ่งส่งผลให้ได้ตัวประมาณที่ดีและใกล้เคียงกับค่าจริงมากที่สุด

ผู้วิจัยได้สรุปสถานการณ์ต่างๆ ในรูปของแผนผัง เพื่อใช้เป็นแนวทางในการเลือกวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ โดยใช้สัญลักษณ์แทนความหมายต่าง ๆ ดังนี้

EB หมายถึง การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธี EB

HB หมายถึง การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธี HB

DB หมายถึง การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธี DB

n หมายถึง ขนาดตัวอย่าง

r หมายถึง ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร

เราสามารถหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation Coefficient) ระหว่างสองตัวแปรอิสระ X_i และ X_j

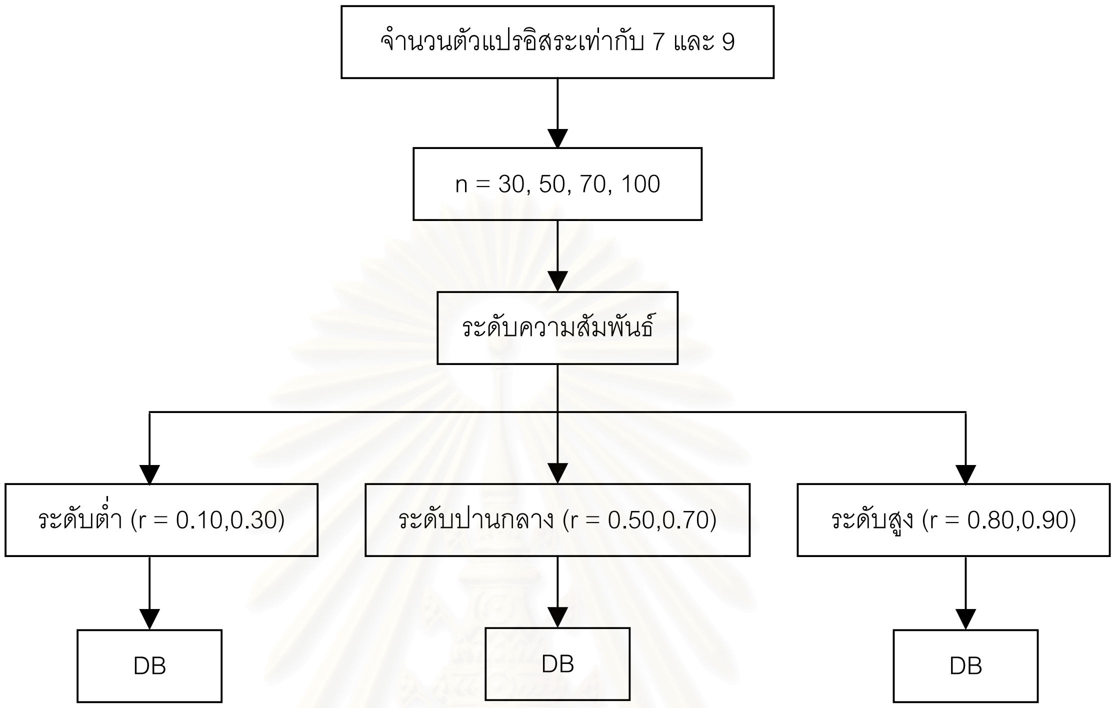
$$r_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^{n}(x_{ki}-\bar{x}_i)(x_{kj}-\bar{x}_j)}{\sqrt{\sum_{k=1}^{n}(x_{ki}-\bar{x}_i)^2 \sum_{k=1}^{n}(x_{kj}-\bar{x}_j)^2}}$$

เมื่อ r_{ij} คือ ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรอิสระ X_i และ X_j

x_{ki} คือ ค่าที่ k ของตัวแปรอิสระตัวที่ i ; $k = 1, 2, \ldots, n$

x_{kj} คือ ค่าที่ k ของตัวแปรอิสระตัวที่ j ; $k = 1, 2, \ldots, n$

แผนผังแสดงการเลือกวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในเชิงปฏิบัติจริง



5.2.2 การศึกษาวิจัย

เพื่อเป็นแนวทางให้ผู้ที่สนใจได้ศึกษาเพิ่มเติม โดยทำการศึกษาในกรณีต่างๆ ดังต่อไปนี้

1. ศึกษาเพิ่มเติมเมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบอื่น เช่น การแจกแจงลอกนอร์มอล การแจกแจงไวบูลล์

2. ควรเปรียบเทียบเปรียบเทียบกับวิธีการทางสถิติวิธีอื่นที่ใช้ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ กรณีเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ โดยที่มีการให้ข้อมูลเกี่ยวกับ $\underset{\sim}{\beta}$ เช่น วิธีริดจ์รีเกรสชันที่ใช้ข้อสนเทศโดยหลักเกณฑ์

3. ศึกษาเพิ่มเติมเมื่อการให้ข้อมูลเกี่ยวกับ $\underset{\sim}{\beta}$ มีการแจกแจงแบบอื่น

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

ชนศักดิ์ บ่ายเที่ยง. เมทริกซ์. กรุงเทพมหานคร : ศูนย์ผลิตตำราเรียนสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, 2537.

ธันยากร ต้นชลขันธ์. การเปรียบเทียบการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุโดยวิธีกำลังสองน้อยสุด วิธีริดจ์รีเกรสชัน และวิธีที่ใช้หลักการของริดจ์และสไตน์ ในกรณีที่เกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2538.

ธีระพร วีระถาวร. การอนุมานเชิงสถิติขั้นกลาง : โครงสร้างและความหมาย. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2536.

ศัพท์คณิตศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสถาน. พิมพ์ครั้งที่ 8. กรุงเทพมหานคร : ห้างหุ้นส่วนจำกัดอรุณการพิมพ์, 2545.

ภาษาอังกฤษ

Hoerl, A.E. and Kennard, R.W. Ridge regression: biased estimation for nonorthogonal problems. Technometrice 12 (1970): 55-67.

Kubokawa, T. and Srivastava, M.S. Improved empirical bayes ridge regresion estimators under multicollinearity. University of Tokyo and University of Toronto, January 2003.

บรรณานุกรม

ภาษาไทย

กรรณิกาณ์ หิรัญกสิ. การเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ในการวิเคราะห์ความถดถอยพหุโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบ่งส่วน วิธีการถดถอยองค์ประกอบ และวิธีกำลังสองน้อยที่สุดในกรณีที่เกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2540.

ธีระพร วีระถาวร. ตัวแบบเชิงเส้นทฤษฎีและการประยุกต์. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร : บริษัทวิทยพัฒน์ จำกัด, 2541.

สมพล จารุธนศักดิ์กรู. การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ในการวิเคราะห์ความถดถอยพหุคูณด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด วิธีริดจ์รีเกรสชันที่ใช้ข้อสนเทศก่อน และวิธีลิวคีเจียนทั่วไปเมื่อเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2539.

ภาษาอังกฤษ

Andreas Krause and Melvin Olson. The Basics of S and S-Plus. 2 nd ed. New York: Springer-Verlag, 2000.

Jose M. Bernardo and Adrian F.M. Smith. Bayesian Theory. New York: John Wiley & Sons, 2000.

Peter Congdon. Bayesian Statistical Modelling. New York: John Wiley & Sons, 2001.

Venables, W.N. and Ripley, B.D. Modern Applied Statistics with S. 4 th ed. New York: Springer-Verlag, 2002.

ภาคผนวก

โปรแกรมแสดงการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ กรณีเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระด้วยวิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชัน (EB) วิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชันแบบลำดับขั้น (HB) และวิธีเอ็มพิริคัลเบส์ริดจ์รีเกรสชันแบบแบ่งส่วน (DB)

 # กำหนดค่าของตัวแปรต่างๆ #

```
p<-7
q<-3
n<-30
mean.x<-c(0,0,0,0,0,0,0)
cov.x<-matrix(c(1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,
                0.1,0.1,1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,1,0.1,0.1,0.1,
                0.1,0.1,0.1,0.1,1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,1,0.1,
                0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,1),p)
sd.x<-c(1,1,1,1,1,1,1)
sigma<-1
loop<-1000
```

 # ฟังก์ชันต่างๆ #

```
C2<-function(amin,amax)
   {C<-0
    for(a in amin:(amax-1))
     {for(b in (a+1):amax)
      C<-C+(d[a]*d[b])}
    return(C)}
C3<-function(amin,amax)
   {C<-0
    for(a in amin:(amax-2))
     {for(b in (a+1):(amax-1))
       {for(c in (b+1):amax)
        C<-C+(d[a]*d[b]*d[c])}}
    return(C)}
C4<-function(amin,amax)
   {C<-0
    for(a in amin:(amax-3))
     {for(b in (a+1):(amax-2))
       {for(c in (b+1):(amax-1))
         {for(e in (c+1):amax)
          C<-C+(d[a]*d[b]*d[c]*d[e])}}}
    return(C)}
C5<-function(amin,amax)
   {C<-0
    for(a in amin:(amax-4))
     {for(b in (a+1):(amax-3))
       {for(c in (b+1):(amax-2))
         {for(e in (c+1):(amax-1))
           {for(f in (e+1):amax)
            C<-C+(d[a]*d[b]*d[c]*d[e]*d[f])}}}}
    return(C)}
C6<-function(amin,amax)
   {C<-0
    for(a in amin:(amax-5))
     {for(b in (a+1):(amax-4))
       {for(c in (b+1):(amax-3))
         {for(e in (c+1):(amax-2))
           {for(f in (e+1):(amax-1))
             {for(g in (f+1):amax)
              C<-C+(d[a]*d[b]*d[c]*d[e]*d[f]*d[g])}}}}}
    return(C)}
E2<-function(amin,amax,num)
   {E<-0
    for(a in amin:(amax-1))
```

```
      {for(b in (a+1):amax)
       if((a!=num)&&(b!=num)) E<-E+(d[a]*d[b])}
     return(E)}
E3<-function(amin,amax,num)
    {E<-0
     for(a in amin:(amax-2))
      {for(b in (a+1):(amax-1))
        {for(c in (b+1):amax)
         if((a!=num)&&(b!=num)&&(c!=num)) E<-E+(d[a]*d[b]*d[c])}}
     return(E)}
E4<-function(amin,amax,num)
    {E<-0
     for(a in amin:(amax-3))
      {for(b in (a+1):(amax-2))
        {for(c in (b+1):(amax-1))
          {for(e in (c+1):amax)
           if((a!=num)&&(b!=num)&&(c!=num)&&(e!=num))
             E<-E+(d[a]*d[b]*d[c]*d[e])}}}
     return(E)}
E5<-function(amin,amax,num)
    {E<-0
     for(a in amin:(amax-4))
      {for(b in (a+1):(amax-3))
        {for(c in (b+1):(amax-2))
          {for(e in (c+1):(amax-1))
            {for(f in (e+1):amax)
             if((a!=num)&&(b!=num)&&(c!=num)&&(e!=num)&&(f!=num))
               E<-E+(d[a]*d[b]*d[c]*d[e]*d[f])}}}}
     return(E)}
f1<-function(d,p,q,code,fmin,fmax)
    {f.1<-0
     for(j in fmin:fmax)
      {if((code=="L0")||(code=="W0")) z<-d[j]-d[fmax+1]
       if(code=="Ls") z<-X[j]^2
       if(code=="Ws") z<-(X[j]-alpha.0[j-(p-q+1)])^2
       if(code=="W1") z<-d[j]-d[fmax]
       f.1<-f.1+(z*(prod(d[fmin:fmax])/d[j]))}
     return(f.1)}
f2<-function(d,p,q,code,fmin,fmax)
    {f.2<-0
     for(j in fmin:fmax)
      {if((code=="L0")||(code=="W0")) z<-d[j]-d[fmax + 1]
       if(code=="Ls") z<-X[j]^2
       if(code=="Ws") z<-(X[j]-alpha.0[j-(p-q+1)])^2
       if(code=="W1") z<-d[j] - d[fmax]
       f.2<-f.2+(z*(sum(d[fmin:fmax])-d[j]))}
     return(f.2)}
f3<-function(d,p,q,code,fmin,fmax)
    {f.3<-0
     for(j in fmin:fmax)
      {if((code=="L0")||(code=="W0")) z<-d[j]-d[fmax+1]
       if(code=="Ls") z<-X[j]^2
       if(code=="Ws") z<-(X[j]-alpha.0[j-(p - q + 1)])^2
       if(code=="W1") z<-d[j]-d[fmax]
       f.3<-f.3+(z*E2(fmin,fmax,j))}
     return(f.3)}
f4<-function(d,p,q,code,fmin,fmax)
    {f.4<-0
     for(j in fmin:fmax)
      {if((code=="L0")||(code=="W0")) z<-d[j]-d[fmax+1]
       if(code=="Ls") z<-X[j]^2
       if(code=="Ws") z<-(X[j]-alpha.0[j-(p-q+1)])^2
       if(code=="W1") z<-d[j]-d[fmax]
       f.4<-f.4+(z*E3(fmin,fmax,j))}
     return(f.4)}
f5<-function(d,p,q,code,fmin,fmax)
    {f.5<-0
     for(j in fmin:fmax)
```

```
      {if((code=="L0")||(code=="W0")) z<-d[j]-d[fmax+1]
       if(code=="Ls") z<-X[j]^2
       if(code=="Ws") z<-(X[j]-alpha.0[j-(p-q+1)])^2
       if(code=="W1") z<-d[j]-d[fmax]
       f.5<-f.5+(z*E4(fmin,fmax,j))}
     return(f.5)}
f6<-function(d,p,q,code,fmin,fmax)
    {f.6<-0
     for(j in fmin:fmax)
      {if((code=="L0")||(code=="W0")) z<-d[j]-d[fmax+1]
       if(code=="Ls") z<-X[j]^2
       if(code=="Ws") z<-(X[j]-alpha.0[j-(p-q+1)])^2
       if(code=="W1") z<-d[j]-d[fmax]
       f.6<-f.6+(z*E5(fmin,fmax,j))}
     return(f.6)}
f.lamda.0<-function(p,q,d)
  { fmin<-1
    fmax<-p-q
    if((p==5 && q==3)||(p==6 && q==4)||(p==7 && q==5)||(p==8 && q==6)||
      (p==9 && q==7))
    {c2.0<-(p-q-1)/2
     c1.0<-(((p-q-1)/2)*(sum(d[fmin:fmax])))-(sum(d[fmin:fmax]-d[fmax+1]))
     c0.0<-(((p-q-1)/2)*prod(d[fmin:fmax]))-f1(d,p,q,"L0",fmin,fmax)
     root.0<-polyroot(c(c0.0,c1.0,c2.0))
    }
    if((p==6 && q==3)||(p==7 && q==4)||(p==8 && q==5)||(p==9 && q==6))
    {c3.0<-(p-q-1)/2
     c2.0<-(((p-q-1)/2)*(sum(d[fmin:fmax])))-(sum(d[fmin:fmax]-d[fmax+1]))
     c1.0<-(((p-q-1)/2)*C2(fmin,fmax))-f2(d,p,q,"L0",fmin,fmax)
     c0.0<-(((p-q-1)/2)*prod(d[fmin:fmax]))-f1(d,p,q,"L0",fmin,fmax)
     root.0<-polyroot(c(c0.0,c1.0,c2.0,c3.0))
    }
    if((p==7 && q==3)||(p==8 && q==4)||(p==9 && q==5))
    {c4.0<-(p-q-1)/2
     c3.0<-(((p-q-1)/2)*(sum(d[fmin:fmax])))-(sum(d[fmin:fmax]-d[fmax+1]))
     c2.0<-(((p-q-1)/2)*C2(fmin,fmax))-f2(d,p,q,"L0",fmin,fmax)
     c1.0<-(((p-q-1)/2)*C3(fmin,fmax))-f3(d,p,q,"L0",fmin,fmax)
     c0.0<-(((p-q-1)/2)*prod(d[fmin:fmax]))-f1(d,p,q,"L0",fmin,fmax)
     root.0<-polyroot(c(c0.0,c1.0,c2.0,c3.0,c4.0))
    }
    if((p==8 && q==3)||(p==9 && q==4))
    {c5.0<-(p-q-1)/2
     c4.0<-(((p-q-1)/2)*(sum(d[fmin:fmax])))-(sum(d[fmin:fmax]-d[fmax+1]))
     c3.0<-(((p-q-1)/2)*C2(fmin,fmax))-f2(d,p,q,"L0",fmin,fmax)
     c2.0<-(((p-q-1)/2)*C3(fmin,fmax))-f3(d,p,q,"L0",fmin,fmax)
     c1.0<-(((p-q-1)/2)*C4(fmin,fmax))-f4(d,p,q,"L0",fmin,fmax)
     c0.0<-(((p-q-1)/2)*prod(d[fmin:fmax]))-f1(d,p,q,"L0",fmin,fmax)
     root.0<-polyroot(c(c0.0,c1.0,c2.0,c3.0,c4.0,c5.0))
    }
    if(p==9 && q==3)
    {c6.0<-(p-q-1)/2
     c5.0<-(((p-q-1)/2)*(sum(d[fmin:fmax])))-(sum(d[fmin:fmax]-d[fmax+1]))
     c4.0<-(((p-q-1)/2)*C2(fmin,fmax))-f2(d,p,q,"L0",fmin,fmax)
     c3.0<-(((p-q-1)/2)*C3(fmin,fmax))-f3(d,p,q,"L0",fmin,fmax)
     c2.0<-(((p-q-1)/2)*C4(fmin,fmax))-f4(d,p,q,"L0",fmin,fmax)
     c1.0<-(((p-q-1)/2)*C5(fmin,fmax))-f5(d,p,q,"L0",fmin,fmax)
     c0.0<-(((p-q-1)/2)*prod(d[fmin:fmax]))-f1(d,p,q,"L0",fmin,fmax)
     root.0<-polyroot(c(c0.0,c1.0,c2.0,c3.0,c4.0,c5.0,c6.0))
    }
    r.0<-Re(root.0)
    lamda.0<-max(r.0)
    return(lamda.0)
  }
f.lamda.s<-function(p,q,d,n,s,X)
  { fmin<-1
    fmax<-p-q+1
    if((p==5 && q==3)||(p==6 && q==4) || (p==7 && q==5)||(p==8 && q==6)||
      (p==9 && q==7))
```

```
    {c3.s<-((p-q-1)/(n-p+1))*s
     c2.s<-(((p-q-1)/(n-p+1))*s*sum(d[fmin:fmax]))-sum(X[fmin:fmax]^2)
     c1.s<-(((p-q-1)/(n-p+1))*s*C2(fmin,fmax))-f2(d,p,q,"Ls",fmin,fmax)
     c0.s<-(((p-q-1)/(n-p+1))*s*prod(d[fmin:fmax]))-f1(d,p,q,"Ls",fmin,fmax)
     root.s<-polyroot(c(c0.s,c1.s,c2.s,c3.s))
    }
    if((p==6 && q==3)||(p==7 && q==4)||(p==8 && q==5)||(p==9 && q==6))
    {c4.s<-((p-q-1)/(n-p+1))*s
     c3.s<-(((p-q-1)/(n-p+1))*s*sum(d[fmin:fmax]))-sum(X[fmin:fmax]^2)
     c2.s<-(((p-q-1)/(n-p+1))*s*C2(fmin,fmax))-f2(d,p,q,"Ls",fmin,fmax)
     c1.s<-(((p-q-1)/(n-p+1))*s*C3(fmin,fmax))-f3(d,p,q,"Ls",fmin,fmax)
     c0.s<-(((p-q-1)/(n-p+1))*s*prod(d[fmin:fmax]))-f1(d,p,q,"Ls",fmin,fmax)
     root.s<-polyroot(c(c0.s,c1.s,c2.s,c3.s,c4.s))
    }
    if((p==7 && q==3)||(p==8 && q==4)||(p==9 && q==5))
    {c5.s<-((p-q-1)/(n-p+1))*s
     c4.s<-(((p-q-1)/(n-p+1))*s*sum(d[fmin:fmax]))-sum(X[fmin:fmax]^2)
     c3.s<-(((p-q-1)/(n-p+1))*s*C2(fmin,fmax))-f2(d,p,q,"Ls",fmin,fmax)
     c2.s<-(((p-q-1)/(n-p+1))*s*C3(fmin,fmax))-f3(d,p,q,"Ls",fmin,fmax)
     c1.s<-(((p-q-1)/(n-p+1))*s*C4(fmin,fmax))-f4(d,p,q,"Ls",fmin,fmax)
     c0.s<-(((p-q-1)/(n-p+1))*s*prod(d[fmin:fmax]))-f1(d,p,q,"Ls",fmin,fmax)
     root.s<-polyroot(c(c0.s,c1.s,c2.s,c3.s,c4.s,c5.s))
    }
    if((p==8 && q==3) || (p==9 && q==4))
    {c6.s<-((p-q-1)/(n-p+1))*s
     c5.s<-(((p-q-1)/(n-p+1))*s*sum(d[fmin:fmax]))-sum(X[fmin:fmax]^2)
     c4.s<-(((p-q-1)/(n-p+1))*s*C2(fmin,fmax))-f2(d,p,q,"Ls",fmin,fmax)
     c3.s<-(((p-q-1)/(n-p+1))*s*C3(fmin,fmax))-f3(d,p,q,"Ls",fmin,fmax)
     c2.s<-(((p-q-1)/(n-p+1))*s*C4(fmin,fmax))-f4(d,p,q,"Ls",fmin,fmax)
     c1.s<-(((p-q-1)/(n-p+1))*s*C5(fmin,fmax))-f5(d,p,q,"Ls",fmin,fmax)
     c0.s<-(((p-q-1)/(n-p+1))*s*prod(d[fmin:fmax]))-f1(d,p,q,"Ls",fmin,fmax)
     root.s<-polyroot(c(c0.s,c1.s,c2.s,c3.s,c4.s,c5.s,c6.s))
    }
    if(p==9 && q==3)
    {c7.s<-((p-q-1)/(n-p+1))*s
     c6.s<-(((p-q-1)/(n-p+1))*s*sum(d[fmin:fmax]))-sum(X[fmin:fmax]^2)
     c5.s<-(((p-q-1)/(n-p+1))*s*C2(fmin,fmax))-f2(d,p,q,"Ls",fmin,fmax)
     c4.s<-(((p-q-1)/(n-p+1))*s*C3(fmin,fmax))-f3(d,p,q,"Ls",fmin,fmax)
     c3.s<-(((p-q-1)/(n-p+1))*s*C4(fmin,fmax))-f4(d,p,q,"Ls",fmin,fmax)
     c2.s<-(((p-q-1)/(n-p+1))*s*C5(fmin,fmax))-f5(d,p,q,"Ls",fmin,fmax)
     c1.s<-(((p-q-1)/(n-p+1))*s*C6(fmin,fmax))-f6(d,p,q,"Ls",fmin,fmax)
     c0.s<-(((p-q-1)/(n-p+1))*s*prod(d[fmin:fmax]))-f1(d,p,q,"Ls",fmin,fmax)
     root.s<-polyroot(c(c0.s,c1.s,c2.s,c3.s,c4.s,c5.s,c6.s,c7.s))
    }
    r.s<-Re(root.s)
    lamda.s<-max(r.s)
    return(lamda.s)
  }
f.W.s<-function(p,q,d,n,s,X,alpha.0)
  { fmin<-p-q+2
    fmax<-p+1
    if((p==5 && q==3)||(p==6 && q==3)||(p==7 && q==3)||(p==8 && q==3)||
      (p==9 && q==3))
    {w3.s<-((q-2)/(n-p+1))*s
     w2.s<-(((q-2)/(n-p+1))*s*sum(d[fmin:fmax]))-sum((X[fmin:fmax]-alpha.0[1:q])^2)
     w1.s<-(((q-2)/(n-p+1))*s*C2(fmin,fmax))-f2(d,p,q,"Ws",fmin,fmax)
     w0.s<-(((q-2)/(n-p+1))*s*prod(d[fmin:fmax]))-f1(d,p,q,"Ws",fmin,fmax)
     root.ws<-polyroot(c(w0.s,w1.s,w2.s,w3.s))
    }
    if((p==6 && q==4)||(p==7 && q==4)||(p==8 && q==4)||(p==9 && q==4))
    {w4.s<-((q-2)/(n-p+1))*s
     w3.s<-(((q-2)/(n-p+1))*s*sum(d[fmin:fmax]))-sum((X[fmin:fmax]-alpha.0[1:q])^2)
     w2.s<-(((q-2)/(n-p+1))*s*C2(fmin,fmax))-f2(d,p,q,"Ws",fmin,fmax)
     w1.s<-(((q-2)/(n-p+1))*s*C3(fmin,fmax))-f3(d,p,q,"Ws",fmin,fmax)
     w0.s<-(((q-2)/(n-p+1))*s*prod(d[fmin:fmax]))-f1(d,p,q,"Ws",fmin,fmax)
     root.ws<-polyroot(c(w0.s,w1.s,w2.s,w3.s,w4.s))
    }
    if((p==7 && q==5)||(p==8 && q==5)||(p==9 && q==5))
```

```
    {w5.s<-((q-2)/(n-p+1))*s
     w4.s<-(((q-2)/(n-p+1))*s*sum(d[fmin:fmax]))-sum((X[fmin:fmax]-alpha.0[1:q])^2)
     w3.s<-(((q-2)/(n-p+1))*s*C2(fmin,fmax))-f2(d,p,q,"Ws",fmin,fmax)
     w2.s<-(((q-2)/(n-p+1))*s*C3(fmin,fmax))-f3(d,p,q,"Ws",fmin,fmax)
     w1.s<-(((q-2)/(n-p+1))*s*C4(fmin,fmax))-f4(d,p,q,"Ws",fmin,fmax)
     w0.s<-(((q-2)/(n-p+1))*s*prod(d[fmin:fmax]))-f1(d,p,q,"Ws",fmin,fmax)
     root.ws<-polyroot(c(w0.s,w1.s,w2.s,w3.s,w4.s,w5.s))
    }
    if((p==8 && q==6)||(p==9 && q==6))
    {w6.s<-((q-2)/(n-p+1))*s
     w5.s<-(((q-2)/(n-p+1))*s*sum(d[fmin:fmax]))-sum((X[fmin:fmax]-alpha.0[1:q])^2)
     w4.s<-(((q-2)/(n-p+1))*s*C2(fmin,fmax))-f2(d,p,q,"Ws",fmin,fmax)
     w3.s<-(((q-2)/(n-p+1))*s*C3(fmin,fmax))-f3(d,p,q,"Ws",fmin,fmax)
     w2.s<-(((q-2)/(n-p+1))*s*C4(fmin,fmax))-f4(d,p,q,"Ws",fmin,fmax)
     w1.s<-(((q-2)/(n-p+1))*s*C5(fmin,fmax))-f5(d,p,q,"Ws",fmin,fmax)
     w0.s<-(((q-2)/(n-p+1))*s*prod(d[fmin:fmax]))-f1(d,p,q,"Ws",fmin,fmax)
     root.ws<-polyroot(c(w0.s,w1.s,w2.s,w3.s,w4.s,w5.s,w6.s))
    }
    if(p==9 && q==7)
    {w7.s<-((q-2)/(n-p+1))*s
     w6.s<-(((q-2)/(n-p+1))*s*sum(d[fmin:fmax]))-sum((X[fmin:fmax]-alpha.0[1:q])^2)
     w5.s<-(((q-2)/(n-p+1))*s*C2(fmin,fmax))-f2(d,p,q,"Ws",fmin,fmax)
     w4.s<-(((q-2)/(n-p+1))*s*C3(fmin,fmax))-f3(d,p,q,"Ws",fmin,fmax)
     w3.s<-(((q-2)/(n-p+1))*s*C4(fmin,fmax))-f4(d,p,q,"Ws",fmin,fmax)
     w2.s<-(((q-2)/(n-p+1))*s*C5(fmin,fmax))-f5(d,p,q,"Ws",fmin,fmax)
     w1.s<-(((q-2)/(n-p+1))*s*C6(fmin,fmax))-f6(d,p,q,"Ws",fmin,fmax)
     w0.s<-(((q-2)/(n-p+1))*s*prod(d[fmin:fmax]))-f1(d,p,q,"Ws",fmin,fmax)
     root.ws<-polyroot(c(w0.s,w1.s,w2.s,w3.s,w4.s,w5.s,w6.s,w7.s))
    }
    r.ws<-Re(root.ws)
    W.s<-max(r.ws)
    return(W.s)
  }
f.W.0<-function(p,q,d)
  { fmin<-p-q+2
    fmax<-p
    if((p==5 && q==3)||(p==6 && q==3)||(p==7 && q==3)||(p==8 && q==3)||
      (p==9 && q==3))
    {w2.0<-(q-2)/2
     w1.0<-(((q-2)/2)*(sum(d[fmin:fmax])))-(sum(d[fmin:fmax]-d[fmax+1]))
     w0.0<-(((q-2)/2)*prod(d[fmin:fmax]))-f1(d,p,q,"W0",fmin,fmax)
     root.w0<-polyroot(c(w0.0,w1.0,w2.0))
    }
    if((p==6 && q==4)||(p==7 && q==4)||(p==8 && q==4)||(p==9 && q==4))
    {w3.0<-(q-2)/2
     w2.0<-(((q-2)/2)*(sum(d[fmin:fmax])))-(sum(d[fmin:fmax]-d[fmax+1]))
     w1.0<-(((q-2)/2)*C2(fmin,fmax))-f2(d,p,q,"W0",fmin,fmax)
     w0.0<-(((q-2)/2)*prod(d[fmin:fmax]))-f1(d,p,q,"W0",fmin,fmax)
     root.w0<-polyroot(c(w0.0,w1.0,w2.0,w3.0))
    }
    if((p==7 && q==5)||(p==8 && q==5)||(p==9 && q==5))
    {w4.0<-(q-2)/2
     w3.0<-(((q-2)/2)*(sum(d[fmin:fmax])))-(sum(d[fmin:fmax]-d[fmax+1]))
     w2.0<-(((q-2)/2)*C2(fmin,fmax))-f2(d,p,q,"W0",fmin,fmax)
     w1.0<-(((q-2)/2)*C3(fmin,fmax))-f3(d,p,q,"W0",fmin,fmax)
     w0.0<-(((q-2)/2)*prod(d[fmin:fmax]))-f1(d,p,q,"W0",fmin,fmax)
     root.w0<-polyroot(c(w0.0,w1.0,w2.0,w3.0,w4.0))
    }
    if((p==8 && q==6)||(p==9 && q==6))
    {w5.0<-(q-2)/2
     w4.0<-(((q-2)/2)*(sum(d[fmin:fmax])))-(sum(d[fmin:fmax]-d[fmax+1]))
     w3.0<-(((q-2)/2)*C2(fmin,fmax))-f2(d,p,q,"W0",fmin,fmax)
     w2.0<-(((q-2)/2)*C3(fmin,fmax))-f3(d,p,q,"W0",fmin,fmax)
     w1.0<-(((q-2)/2)*C4(fmin,fmax))-f4(d,p,q,"W0",fmin,fmax)
     w0.0<-(((q-2)/2)*prod(d[fmin:fmax]))-f1(d,p,q,"W0",fmin,fmax)
     root.w0<-polyroot(c(w0.0,w1.0,w2.0,w3.0,w4.0,w5.0))
    }
    if(p==9 && q==7)
```

```
      {w6.0<-(q-2)/2
       w5.0<-(((q-2)/2)*(sum(d[fmin:fmax])))-(sum(d[fmin:fmax]-d[fmax+1]))
       w4.0<-(((q-2)/2)*C2(fmin,fmax))-f2(d,p,q,"W0",fmin,fmax)
       w3.0<-(((q-2)/2)*C3(fmin,fmax))-f3(d,p,q,"W0",fmin,fmax)
       w2.0<-(((q-2)/2)*C4(fmin,fmax))-f4(d,p,q,"W0",fmin,fmax)
       w1.0<-(((q-2)/2)*C5(fmin,fmax))-f5(d,p,q,"W0",fmin,fmax)
       w0.0<-(((q-2)/2)*prod(d[fmin:fmax]))-f1(d,p,q,"W0",fmin,fmax)
       root.w0<-polyroot(c(w0.0,w1.0,w2.0,w3.0,w4.0,w5.0,w6.0))
      }
      r.w0<-Re(root.w0)
      W.0<-max(r.w0)
      return(W.0)
     }
  f.W.1<-function(p,q,d,n)
     { fmin<-p-q+2
      fmax<-p+1
      if((p==5 && q==3)||(p==6 && q==3)||(p==7 && q==3)||(p==8 && q==3)||
        (p==9 && q==3))
      {w3.1<-(q + 2)/2
       w2.1<-(((q + 2)/2)*(sum(d[fmin:fmax])))-(sum(d[fmin:(fmax-1)]-d[fmax]))
             -(2*((q - 2)/(n-p+1))*(d[1]-d[fmax]))
       w1.1<-(((q+2)/2)*C2(fmin,(fmax)))-f2(d,p,q,"W1",fmin,fmax)
             -(2*((q-2)/(n-p+1))*(d[1]-d[fmax])*sum(d[fmin:(fmax-1)]))
       w0.1<-(((q+2)/2)*prod(d[fmin:fmax]))-f1(d,p,q,"W1",fmin,fmax)
             -(2*((q-2)/(n-p+1))*(d[1]-d[fmax])*prod(d[fmin:(fmax-1)]))
       root.w1<-polyroot(c(w0.1,w1.1,w2.1,w3.1))
      }
      if((p==6 && q==4)||(p==7 && q==4)||(p==8 && q==4)||(p==9 && q==4))
      {w4.1<-(q+2)/2
       w3.1<-(((q + 2)/2)*(sum(d[fmin:fmax])))-(sum(d[fmin:(fmax-1)]-d[fmax]))
             -(2*((q - 2)/(n-p+1))*(d[1]-d[fmax]))
       w2.1<-(((q+2)/2)*C2(fmin,(fmax)))-f2(d,p,q,"W1",fmin,fmax)
             -(2*((q-2)/(n-p+1))*(d[1]-d[fmax])*sum(d[fmin:(fmax-1)]))
       w1.1<-(((q+2)/2)*C3(fmin,(fmax)))-f3(d,p,q,"W1",fmin,fmax)
             -(2*((q-2)/(n-p+1))*(d[1]-d[fmax])*C2(fmin,(fmax-1)))
       w0.1<-(((q+2)/2)*prod(d[fmin:fmax]))-f1(d,p,q,"W1",fmin,fmax)
             -(2*((q-2)/(n-p+1))*(d[1]-d[fmax])*prod(d[fmin:(fmax-1)]))
       root.w1<-polyroot(c(w0.1,w1.1,w2.1,w3.1,w4.1))
      }
      if((p==7 && q==5)||(p==8 && q==5)||(p==9 && q==5))
      {w5.1<-(q+2)/2
       w4.1<-(((q + 2)/2)*(sum(d[fmin:fmax])))-(sum(d[fmin:(fmax-1)]-d[fmax]))
             -(2*((q - 2)/(n-p+1))*(d[1]-d[fmax]))
       w3.1<-(((q+2)/2)*C2(fmin,(fmax)))-f2(d,p,q,"W1",fmin,fmax)
             -(2*((q-2)/(n-p+1))*(d[1]-d[fmax])*sum(d[fmin:(fmax-1)]))
       w2.1<-(((q+2)/2)*C3(fmin,(fmax)))-f3(d,p,q,"W1",fmin,fmax)
             -(2*((q-2)/(n-p+1))*(d[1]-d[fmax])*C2(fmin,(fmax-1)))
       w1.1<-(((q+2)/2)*C4(fmin,(fmax)))-f4(d,p,q,"W1",fmin,fmax)
             -(2*((q-2)/(n-p+1))*(d[1]-d[fmax])*C3(fmin,(fmax-1)))
       w0.1<-(((q+2)/2)*prod(d[fmin:fmax]))-f1(d,p,q,"W1",fmin,fmax)
             -(2*((q-2)/(n-p+1))*(d[1]-d[fmax])*prod(d[fmin:(fmax-1)]))
       root.w1<-polyroot(c(w0.1,w1.1,w2.1,w3.1,w4.1,w5.1))
      }
      if((p==8 && q==6)||(p==9 && q==6))
      {w6.1<-(q+2)/2
       w5.1<-(((q + 2)/2)*(sum(d[fmin:fmax])))-(sum(d[fmin:(fmax-1)]-d[fmax]))
             -(2*((q - 2)/(n-p+1))*(d[1]-d[fmax]))
       w4.1<-(((q+2)/2)*C2(fmin,(fmax)))-f2(d,p,q,"W1",fmin,fmax)
             -(2*((q-2)/(n-p+1))*(d[1]-d[fmax])*sum(d[fmin:(fmax-1)]))
       w3.1<-(((q+2)/2)*C3(fmin,(fmax)))-f3(d,p,q,"W1",fmin,fmax)
             -(2*((q-2)/(n-p+1))*(d[1]-d[fmax])*C2(fmin,(fmax-1)))
       w2.1<-(((q+2)/2)*C4(fmin,(fmax)))-f4(d,p,q,"W1",fmin,fmax)
             -(2*((q-2)/(n-p+1))*(d[1]-d[fmax])*C3(fmin,(fmax-1)))
       w1.1<-(((q+2)/2)*C5(fmin,(fmax)))-f5(d,p,q,"W1",fmin,fmax)
             -(2*((q-2)/(n-p+1))*(d[1]-d[fmax])*C4(fmin,(fmax-1)))
       w0.1<-(((q+2)/2)*prod(d[fmin:fmax]))-f1(d,p,q,"W1",fmin,fmax)
             -(2*((q-2)/(n-p+1))*(d[1]-d[fmax])*prod(d[fmin:(fmax-1)]))
       root.w1<-polyroot(c(w0.1,w1.1,w2.1,w3.1,w4.1,w5.1,w6.1))
```

```
   }
   if(p==9 && q==7)
   {w7.1<-(q+2)/2
    w6.1<-(((q + 2)/2)*(sum(d[fmin:fmax])))-(sum(d[fmin:(fmax-1)]-d[fmax]))
           -(2*((q - 2)/(n-p+1))*(d[1]-d[fmax]))
    w5.1<-(((q+2)/2)*C2(fmin,(fmax)))-f2(d,p,q,"W1",fmin,fmax)
           -(2*((q-2)/(n-p+1))*(d[1]-d[fmax])*sum(d[fmin:(fmax-1)]))
    w4.1<-(((q+2)/2)*C3(fmin,(fmax)))-f3(d,p,q,"W1",fmin,fmax)
           -(2*((q-2)/(n-p+1))*(d[1]-d[fmax])*C2(fmin,(fmax-1)))
    w3.1<-(((q+2)/2)*C4(fmin,(fmax)))-f4(d,p,q,"W1",fmin,fmax)
           -(2*((q-2)/(n-p+1))*(d[1]-d[fmax])*C3(fmin,(fmax-1)))
    w2.1<-(((q+2)/2)*C5(fmin,(fmax)))-f5(d,p,q,"W1",fmin,fmax)
           -(2*((q-2)/(n-p+1))*(d[1]-d[fmax])*C4(fmin,(fmax-1)))
    w1.1<-(((q+2)/2)*C6(fmin,(fmax)))-f6(d,p,q,"W1",fmin,fmax)
           -(2*((q-2)/(n-p+1))*(d[1]-d[fmax])*C5(fmin,(fmax-1)))
    w0.1<-(((q+2)/2)*prod(d[fmin:fmax]))-f1(d,p,q,"W1",fmin,fmax)
           -(2*((q-2)/(n-p+1))*(d[1]-d[fmax])*prod(d[fmin:(fmax-1)]))
    root.w1<-polyroot(c(w0.1,w1.1,w2.1,w3.1,w4.1,w5.1,w6.1,w7.1))
   }
   r.w1<-Re(root.w1)
   W.1<-max(r.w1)
   return(W.1)
  }
```

\# สร้างตัวประมาณ EB HB และ DB โดยที่ x มีความสัมพันธ์กัน #

```
sse.EB<-0
sse.HB<-0
sse.DB<-0
I<-diag(1,nrow=p+1,ncol=p + 1)
I.q<-diag(1,nrow=q,ncol=q)

rv.x<-rmvnorm(n,mean=mean.x,cov=cov.x,sd=sd.x)
int<-c(rep(1,n))
x<-cbind(int,rv.x)
xtx<-t(x)%*%x
xtx.inv<-solve(xtx)

for(i in 1:loop)
  {rv.e<-rnorm(n,mean=0,sd=sigma)
   e<-matrix(rv.e,nrow=n,ncol=1)
   d.inv<-sort(eigen(xtx)$values)
   d<- 1/d.inv
   evec.D.inv<-eigen(xtx)$vectors
   a<-function(j)
      {return((1/sqrt(t(evec.D.inv[,j])%*%evec.D.inv[,j]))*evec.D.inv[,j])}
   for(j in (p+1):1)
      {if(j==p+1) A<-cbind(a(j)) else A<-cbind(A, a(j))}
   H<-t(A)
   Ht<-t(H)
   Ht.1<-Ht[,1:(p-q+1)]
   Ht.2<-Ht[,(p-q+2):(p+1)]
   H1<-t(Ht.1)
   H2<-t(Ht.2)
   beta<-matrix(1,nrow=p+1,ncol=1)
   alpha.0<matrix(1,nrow=q,ncol=1)
   y<-matrix((x%*%beta)+e,nrow=n,ncol=1)
   xty<-t(x)%*%y
   b<-xtx.inv%*%xty
   s<-t(y-(x%*%b))%*%(y-(x%*%b))
   X<-H%*%b

   lamda.0<-f.lamda.0(p,q,d)
   lamda.s<-f.lamda.s(p,q,d,n,s,X)
   lamda.EB<-max(lamda.s,lamda.0)
   alpha.hat<-((solve((H2%*%xtx)%*%Ht.2))%*%H2)%*%xty
   pc<-Ht.2%*%alpha.hat
   lamda.EB.inv<-1/lamda.EB
```

```
    beta.EB<-(solve(xtx+(lamda.EB.inv*I))%*%(xty-(xtx%*%pc)))+pc

    W.s<-f.W.s(p,q,d,n,s,X,alpha.0)
    W.0<-f.W.0(p,q,d)
    W.1<-f.W.1(p,q,d,n)
    W.HB<-max(W.s,W.0,W.1)
    T.HB<-max(W.HB-lamda.EB,0)
    beta.HB<-(solve(xtx+solve((lamda.EB*I)+(T.HB*(Ht.2 %*%H2)))))%*%
             (xty+(solve((lamda.EB*I)+(T.HB*(Ht.2%*%H2)))%*%Ht.2
              %*%alpha.0))

    W.DB<-max(W.s,W.0)
    beta.DB<-(solve(xtx+solve((lamda.EB*(Ht.1%*%H1))+(W.DB*(Ht.2%*%H2)))))
              %*%(xty+(solve((lamda.EB*( Ht.1%*%H1))+(W.DB*(Ht.2%*%H2)))
              %*%Ht.2%*%alpha.0))

    sse.EB<-sse.EB+((beta.EB-beta)*(beta.EB-beta))
    sse.HB<-sse.HB+((beta.HB-beta)*(beta.HB-beta))
    sse.DB<-sse.DB+((beta.DB-beta)*(beta.DB-beta))
}

MSE.EB<-sse.EB/loop
MSE.HB<-sse.HB/loop
MSE.DB<-sse.DB/loop

AMSE.EB<-sum(MSE.EB[1:(p+1)])/(p+1)
AMSE.HB<-sum(MSE.HB[1:(p+1)])/(p+1)
AMSE.DB<-sum(MSE.DB[1:(p+1)])/(p+1)
AMSE.min<-min(AMSE.EB,AMSE.HB,AMSE.DB)

SD.EB<-sqrt(sum(((MSE.EB[1:(p+1)])-AMSE.EB)^2)/p)
SD.HB<-sqrt(sum(((MSE.HB[1:(p+1)])-AMSE.HB)^2)/p)
SD.DB<-sqrt(sum(((MSE.DB[1:(p+1)])-AMSE.DB)^2)/p)
RDMSE.EB<-((AMSE.EB-AMSE.min)/AMSE.min)*100
RDMSE.HB<-((AMSE.HB-AMSE.min)/AMSE.min)*100
RDMSE.DB<-((AMSE.DB-AMSE.min)/AMSE.min)*100

print(AMSE.EB)
print(AMSE.HB)
print(AMSE.DB)

print(SD.EB)
print(SD.HB)
print(SD.DB)

print(RDMSE.EB)
print(RDMSE.HB)
print(RDMSE.DB)
```

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาววรรัตน์ ราชกิจจา เกิดวันอาทิตย์ที่ 27 กันยายน พ.ศ.2524 สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (วท.บ.) สาขาวิชาสถิติประยุกต์ ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ ในปีการศึกษา 2544 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรสถิติศาสตรมหาบัณฑิต (สต.ม.) สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปี พ.ศ.2545