

บรรณานุกรม



ภาษาไทย

หนังสือ

ประคอง วรรณสุต. สถิติประยุกต์สำหรับครู. พิมพ์ครั้งที่ 6. กรุงเทพมหานคร:
สำนักพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช, 2522.

ประพันธ์ เจียรกุล. "ผลการทดลอง RIT ในเวียดนาม." ลดเวลาการสอน นวัตกรรม
ที่น่าสนใจ. ฉบับที่: โครงการส่งเสริมสมรรถภาพการสอน, 2521.

ยุพิน พิพิธกุล. การเขียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: บพิธการพิมพ์,
2524.

ศรียา - ประภัสร์ นิยมธรรม. การสอนเพื่อบรรดิกการ. กรุงเทพมหานคร:
สำนักพิมพ์อักษรบัณฑิต, 2520.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. กรมวิชาการ. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค. 312 และ
ค. 322. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2521.

วารสาร

กมล ภูประเสริฐ. "แนวคิดที่เกี่ยวข้องกับการวัดผลการเรียนการสอน." พัฒนาการ
วัดผล 13 (2520): 1 - 17.

กมล ภูประเสริฐ. "ข้อคิดที่เกี่ยวข้องกับการวัดผลการศึกษา." พัฒนาการวัดผล 13
(2520): 18 - 24.

คำรง ศิริเจริญ. "การเขียนเพื่อรู้แจ้ง." วารสารทางวิชาการของมหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒพิบูลโลก 7 (ธันวาคม 2522- มีนาคม 2523): 26-40.

บคุงชาติ สุวรรณวงศ์. "การเรียนเพื่อรู้แจ้ง." ครูปริทัศน์ 2 (ตุลาคม 2520):

8 - 13.

สมบูรณ์ ศาลยาชีวิน. "ความแตกต่างระหว่างบุคคลในผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน."

ศึกษาศาสตร์สารมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ 7 (ธันวาคม 2521): 14 - 21.

สวัสดิ์ ประทุมราช. "การเรียนเพื่อรู้." พัฒนาการวัดผล 10 (2517): 20 - 33.

สุธรรม จันทน์หอม. "กระบวนการเรียนที่เหมาะสมกับเด็กทุกคน." ศึกษาศาสตร์สาร

มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ 7 (ธันวาคม 2521): 44 - 47.

สำเริง บุญเรืองรัตน์. "การเรียนเพื่อรอบรู้." วารสารการวัดผลการศึกษา 1

(มกราคม - เมษายน 2523): 1 - 3.

ไสว เลี่ยมแก้ว. "ทฤษฎีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน." ครูปริทัศน์ 6 (พฤษภาคม 2524):

24 - 26.

วิทยานิพนธ์และเอกสารอื่น ๆ

ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา. "ความสัมพันธ์ระหว่างความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในกรุงเทพมหานคร." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2524.

ทักษิณา สิริพจนกุล. "การสร้างชุดการสอนตามเอกภักภาพ วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "ความน่าจะเป็นเบื้องต้น" สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2521.

- รุจิร กุสสาระ. "การศึกษาเปรียบเทียบวิธีการสอน คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1
หกวิธีที่จะทำให้ผลสัมฤทธิ์สูงสุดโดยมีความแปรปรวนของผลสัมฤทธิ์ต่ำ และใช้
เวลาในการเรียนน้อยที่สุด." วิทยานิพนธ์การศึกษา คุรุภัณฑ์บัณฑิต ภาควิชา
พัฒนาหลักสูตรและการสอน บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ประสานมิตร, 2523.
- รัตนภรณ์ กุ้ยมารุ่ง. "การสร้างชุดการสอนตามเอกัตภาพวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "เซต"
สำหรับระดับประกาศนียบัตรวิชาการศึกษา." วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต
ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2520.
- สมวงษ์ ทรัพย์เจริญ. "การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "เซต"
ในระดับประกาศนียบัตร วิชาการศึกษาชั้นสูงเอกคณิตศาสตร์ โดยใช้บทเรียน
โปรแกรม กับการสอนตามปกติ." วิทยานิพนธ์ การศึกษามหาบัณฑิต ภาควิชา
คณิตศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร, 2518.
- เสรี ชีโนคม. "การสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "ตรรกศาสตร์
เบื้องต้น" สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย." วิทยานิพนธ์ ปริญญาามหาบัณฑิต
ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2520.
- โสพร โภยสมบูรณ์. "การสร้างชุดการสอนตามเอกัตภาพวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "การ
แยกตัวประกอบของโพลิโนเมียล" สำหรับระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น."
วิทยานิพนธ์ ปริญญาามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย, 2521.
- อาภรณ์รัตน์ สารทัศนานันท์. "การสร้างชุดการสอนตามเอกัตภาพ วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง
"ตรรกศาสตร์ สัญลักษณ์" สำหรับระดับประกาศนียบัตร วิชาการศึกษาชั้นสูง."
วิทยานิพนธ์ ปริญญาามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย, 2520.

ภาษาอังกฤษBooks

Beggs, Donald L.; and Lewis, Ernest L. Measurement and Evaluation in the Schools. Boston: Houghton Mifflin Co., 1975.

Block, James H. Mastery Learning Theory and Practice. New York: Holt Rinehart and Winston, 1971.

Block, James H., and Anderson, Lorin W. Mastery Learning in Classroom Instruction. New York: Macmillian Publishing Co., 1975.

Bloom, Benjamin S. Human Characteristics and School Learning. New York: Mc Graw - Hill Book Co., 1976.

Bloom, Benjamin S.; Hastings, Thomas J.; and Madaus, George F. Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning. New York: Mc Graw - Hill Book Co., 1971.

Butler, Charles H., and Wren, F. Lynwood. The Teaching of Trigonometry, Forth Edition. New York: Mc Graw - Hill Book Co., 1965.

Ferguson, George A. Statistical Analysis in Psychology and Education. New York: Mc Graw - Hill Book Co., 1971.

Stanly, Julian C., and Hopkins, Kenneth D. Education and Psychological Measurement and Evaluation. New Delhi: Prentice - Hall of India, 1978.

Wang, Margaret C. Maximizing The Effective Use of School Time By Teachers and Students. University of Pittsburgh: Learning Research and Development Center, 1976.

Articles

Anderson, Lorin W. "An Empirical Investigation of Individual differences in Time to Learn." Journal of Educational Psychology 68 (April, 1976): 226 - 233.

Arlin, Marshall N. "Learning Rate and Learning Rate Variance Under Mastery Learning Condition." Unpublished Ph. D. Dissertation University of Chicago (Mimeographed), 1973: 218.

Carroll, Jahn B. "A Model of School Learning." Teacher College Record 64 (1963): 734 - 733.

Filap, Robert T. "Teaching Machines and Programmed Instruction." A.V. Communication Review 15 (Summer 1967): 182.

Gettinger, Meribeth, and White, Mary Alice. "Which Is Stronger Correlate of School Learning? Time to Learn or Measured Intelligence?" Journal of Educational Psychology 71 (August 1979): 405 - 411.

Goebel, Laurence Gayheart. "An Analysis of teacher Pupil Interaction When Programmed Instruction Materials Are Used." Dissertation Abstracts 27 (October 1966): 982 - A.

Greetsinger Gavin. "An Experiment Study of Programmed Instruction of Division of Fractions." Dissertation Abstracts 27 (February 1966): 2442 - A.

ภาคผนวก ก.

ตารางที่ 8 ตารางหาค่ามัธยฐานเลขคณิตของคะแนนและค่าส่วนเบี่ยงเบน
มาตรฐานของภาคนี้

x_1	f	fx_1	x_1^2	fx_1^2
18	4	72	324	1,296
19	10	190	361	3,610
20	11	220	400	4,400
21	6	126	441	2,646
22	7	154	484	3,388
23	5	115	529	2,645
24	3	72	576	1,728
25	3	75	625	1,875
26	4	104	676	2,704
27	2	54	729	1,458
28	1	28	784	784
29	1	29	841	841
32	1	32	1,024	1,024
33	2	66	1,089	2,178
	$\Sigma f = 60$	$\Sigma fx_1 = 1337$		$\Sigma fx_1^2 = 30,577$

ตารางที่ 9 ตารางหาค่ามัธยฐานเลขคณิตของคะแนนและค่าส่วนเบี่ยงเบน
มาตรฐานของผลคูณ

x_2	f	fx_2	x_2^2	fx_2^2
3	1	3	9	9
5	1	5	25	25
6	5	30	36	180
7	7	49	49	343
8	8	64	64	512
9	13	117	81	1,053
10	10	100	100	1,000
11	9	99	121	1,089
12	6	72	144	864
	$\Sigma f = 60$	$\Sigma fx_2 = 539$		$\Sigma fx_2^2 = 5075$

หาค่ามัธยิมเลขคณิตของคะแนน ของกลุ่มสูง (\bar{X}_1)

$$\text{สูตร} \quad X_1 = \frac{\sum fX_1}{N_1}$$

$$\text{จากสูตร} \quad \sum fX_1 = 1,337$$

$$N_1 = 60$$

$$\text{แทนค่าจะได้} \quad \bar{X}_1 = \frac{1,337}{60} = 22.2833$$

หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของกลุ่มสูง (s_1)

$$\text{สูตร} \quad s_1 = \sqrt{\frac{N \sum fX_1^2 - (\sum fX_1)^2}{N_1(N_1 - 1)}}$$

$$\sum fX_1^2 = 30,577$$

$$\sum fX_1 = 1,337$$

$$N_1 = 60$$

$$\therefore \text{แทนค่าจะได้ } s_1 = \sqrt{\frac{1,834,620 - 1787569}{3540}}$$

$$= \sqrt{\frac{47051}{3540}}$$

$$= \sqrt{13.2912}$$

$$s_1^2 = 13.2912$$

หาค่ามัธยฐานเลขคณิตของคะแนนกลุ่มค่า (\bar{X}_2)

$$\text{สูตร} \quad \bar{X}_2 = \frac{\sum fX_2}{N_2}$$

$$\text{จากสูตร} \quad \sum fX_2 = 539$$

$$N_2 = 60$$

$$\text{แทนค่าจะได้} \quad \bar{X}_2 = \frac{539}{60} = 8.9833$$

หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มค่า (s_2)

$$\text{สูตร} \quad s_2 = \sqrt{\frac{N \sum fX_2^2 - (\sum fX_2)^2}{N_2(N_2 - 1)}}$$

$$\text{จากสูตร} \quad \sum fX_2^2 = 5075$$

$$\sum fX_2 = 539$$

$$N_2 = 60$$

$$\text{แทนค่าจะได้} \quad s_2 = \sqrt{\frac{304500 - 290521}{3540}}$$

$$= \sqrt{\frac{13979}{3540}}$$

$$= \sqrt{3.9488}$$

$$s_2^2 = 3.9488$$

การทดสอบความมีนัยสำคัญของความแตกต่างระหว่างมัธยัมเลขคณิตของคะแนน
กลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ โดยใช้ t - test

$$\text{จากสูตร } t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{N_1} + \frac{S_2^2}{N_2}}}$$

$$\text{จากสูตร } t = \text{อัตราส่วนวิกฤต}$$

$$\bar{X}_1 = 22.2833$$

$$\bar{X}_2 = 8.9833$$

$$S_1^2 = 13.2912$$

$$S_2^2 = 3.9488$$

$$N_1 = 60$$

$$N_2 = 60$$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่าจะได้ } t &= \frac{22.2833 - 8.9833}{\sqrt{\frac{13.2912}{60} + \frac{3.9488}{60}}} \\ &= \frac{13.30}{\sqrt{0.2215 + 0.0658}} \\ &= \frac{13.30}{0.5380} \\ &= 24.81 \end{aligned}$$

ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.01, $df = 93$ ค่า $t = 2.641$ ค่า t ที่ได้
จากการคำนวณ $24.81 > 2.641$ ดังนั้น มัธยัมเลขคณิตของคะแนนของ
กลุ่มสูงและกลุ่มต่ำต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

ตารางที่ 10 ตารางหาค่ามัธยฐานเลขคณิตของคะแนนและค่าส่วนเบี่ยงเบน
ของแบบสอบถามวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรวม ชุดที่ 1

x	f	fx	x^2	fx^2
22	3	66	484	1,452
21	1	21	441	441
20	1	20	400	400
19	4	76	361	1,444
18	5	90	324	1,620
16	3	48	256	768
15	3	45	225	675
14	2	28	196	392
13	2	26	169	338
12	8	96	144	1,152
11	1	11	121	121
10	16	160	100	1,600
9	15	135	81	1,215
8	18	144	64	1,152
7	18	126	49	882
6	14	84	36	504
5	14	70	25	350
4	12	48	16	192
3	3	9	9	27
	$\Sigma f = 143$	$\Sigma fx = 1,303$		$\Sigma fx^2 = 14,725$

ตารางที่ 11 ตารางแสดงสัดส่วนของคะแนนในกลุ่มสูง (p) และสัดส่วน
ของคะแนนในกลุ่มต่ำ (q) ของแบบสอบถามวัดผลสัมฤทธิ์ทาง
การเรียนรู้รวม ชุดที่ 1

ข้อที่	P	q	pq	ข้อที่	P	q	pq
1	0.45	0.55	0.2475	13	0.26	0.74	0.1924
2	0.26	0.74	0.1924	14	0.31	0.69	0.2139
3	0.40	0.60	0.2400	15	0.64	0.36	0.2304
4	0.31	0.69	0.2139	16	0.50	0.50	0.2500
5	0.57	0.43	0.2451	17	0.25	0.75	0.1875
6	0.41	0.59	0.2419	18	0.34	0.66	0.2244
7	0.65	0.35	0.2275	19	0.36	0.64	0.2304
8	0.27	0.73	0.1971	20	0.33	0.67	0.2211
9	0.38	0.62	0.2356	21	0.42	0.58	0.2436
10	0.51	0.49	0.2499	22	0.34	0.66	0.2244
11	0.35	0.65	0.2275	23	0.34	0.66	0.2244
12	0.16	0.84	0.1344	24	0.32	0.68	0.2176

$$\Sigma pq = 5.3129$$

หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนน (\bar{X})

$$\text{สูตร} \quad \bar{X} = \frac{\sum fX}{N}$$

$$\text{จากสูตร} \quad \sum fX = 1303$$

$$N = 143$$

$$\text{แทนค่าจะได้} \quad \bar{X} = \frac{1303}{143} = 9.1119$$

หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบสอบถาม (s)

$$\text{สูตร} \quad s = \sqrt{\frac{\sum fX^2}{N} - \left(\frac{\sum fX}{N}\right)^2}$$

$$\text{จากสูตร} \quad \sum fX^2 = 14725$$

$$N = 143$$

$$\sum fX = 1303$$

$$\text{แทนค่าจะได้} \quad s = \sqrt{\frac{14725}{143} - \left(\frac{1303}{143}\right)^2}$$

$$= \sqrt{102.9720 - 83.0265}$$

$$= \sqrt{19.9455}$$

$$s^2 = 19.9455$$

การคำนวณหาค่าความเที่ยงของแบบสลับวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรวม
รูปที่ 1 (r_{tt}) โดยใช้สูตร KR-20

$$\text{สูตร} \quad r_{tt} = \frac{K}{K-1} \left(1 - \frac{\sum pq}{S^2} \right)$$

$$\text{จากสูตร} \quad K = 24$$

$$\sum pq = 5.3129$$

$$S^2 = 19.9455$$

$$\text{แทนค่าจะได้} \quad r_{tt} = \frac{24}{23} \left(1 - \frac{5.3129}{19.9455} \right)$$

$$r_{tt} = 0.77$$

ตารางที่ 12 ตารางหาค่ามัธยฐานเลขคณิตของคะแนนและค่าส่วนเบี่ยงเบน
มาตรฐานของแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรวม
ชุดที่ 2

X	f	fX	X ²	fX ²
22	1	22	484	484
21	4	84	441	1764
20	3	60	400	1200
19	5	95	361	1805
18	2	36	324	648
17	4	68	289	1156
16	5	80	256	1280
15	1	15	225	225
14	2	28	196	392
13	3	39	169	507
12	2	24	144	288
11	4	44	121	484
10	2	20	100	200
9	14	126	81	1134
8	16	128	64	1024
7	23	161	49	1127
6	30	180	36	1080
5	15	75	25	375
4	4	16	16	64
3	2	6	9	18
2	1	2	4	4
	$\Sigma f = 143$	$\Sigma fX = 1309$		$\Sigma fX^2 = 15259$

ตารางที่ 13 ตารางแสดงค่าสัดส่วนของคะแนนในกลุ่มสูง (p) และ
 สัดส่วนของคะแนนในกลุ่มต่ำ (q) ของแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์
 ทางการเรียนรวมชุดที่ 2

ข้อที่	p	q	pq	ข้อที่	p	q	pq
1	0.34	0.66	0.2244	13	0.24	0.76	0.1824
2	0.32	0.68	0.2176	14	0.35	0.65	0.2275
3	0.44	0.56	0.2464	15	0.46	0.54	0.2484
4	0.39	0.61	0.2379	16	0.48	0.52	0.2496
5	0.46	0.54	0.2484	17	0.40	0.60	0.2400
6	0.55	0.45	0.2475	18	0.28	0.72	0.2016
7	0.52	0.48	0.2496	19	0.38	0.62	0.2356
8	0.38	0.62	0.2356	20	0.31	0.69	0.2139
9	0.34	0.66	0.2244	21	0.36	0.64	0.2304
10	0.35	0.65	0.2275	22	0.35	0.65	0.2275
11	0.27	0.73	0.1971	23	0.35	0.65	0.2275
12	0.31	0.69	0.2139	24	0.47	0.53	0.2491

$$\Sigma pq = 5.5038$$

หาค่ามัธยฐานเลขคณิตของคะแนน (\bar{X})

$$\text{สูตร} \quad \bar{X} = \frac{\sum fX}{N}$$

$$\text{จากสูตร} \quad \sum fX = 1309$$

$$N = 143$$

$$\text{แทนค่าจะได้} \quad \bar{X} = \frac{1309}{143} = 9.1538$$

หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบสอบ (S)

$$\text{สูตร} \quad S = \sqrt{\frac{\sum fX^2}{N} - \left(\frac{\sum fX}{N}\right)^2}$$

$$\text{จากสูตร} \quad \sum fX^2 = 15259$$

$$N = 143$$

$$\sum fX = 1309$$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่าจะได้} \quad S &= \sqrt{\frac{15259}{143} - \left(\frac{1309}{143}\right)^2} \\ &= \sqrt{106.7063 - 83.7929} \\ &= \sqrt{22.9134} \\ S^2 &= 22.9134 \end{aligned}$$

การคำนวณหาค่าความเที่ยงของแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรวม
ชุดที่ 2 (r_{tt}) โดยใช้สูตร KR-20

$$\text{สูตร} \quad r_{tt} = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum pq}{s^2} \right)$$

$$\text{จากสูตร} \quad k = 24$$

$$\sum pq = 5.5038$$

$$s^2 = 22.9134$$

$$\text{แทนค่าจะได้} \quad r_{tt} = \frac{24}{23} = \left(1 - \frac{5.5038}{22.9134} \right)$$

$$r_{tt} = 0.79$$

ตารางที่ 14 ตารางแสดงค่า R_U , R_L ค่าความยากง่าย (P) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรวมชุดที่ 1

ข้อที่	R_U	R_L	$P = \frac{R_U + R_L}{N_U + N_L}$	$r = \frac{R_U - R_L}{N_U}$
1	22	6	0.36	0.41
2	19	7	0.33	0.31
3	27	8	0.45	0.49
4	19	7	0.33	0.31
5	28	16	0.56	0.31
6	28	11	0.50	0.44
7	32	16	0.62	0.41
8	25	9	0.44	0.41
9	31	4	0.45	0.69
10	31	9	0.51	0.56
11	16	8	0.31	0.20
12	17	0	0.22	0.44
13	19	7	0.33	0.31
14	20	6	0.33	0.36
15	34	12	0.59	0.56
16	27	12	0.50	0.38
17	22	6	0.36	0.41
18	25	0	0.32	0.64
19	26	10	0.46	0.41
20	23	9	0.41	0.36
21	29	7	0.46	0.56
22	29	7	0.46	0.56
23	27	4	0.40	0.59
24	22	9	0.40	0.33

ตารางที่ 15 ตารางแสดงค่า R_U , R_L ค่าความยากง่าย (P) ค่า
อำนาจจำแนก (r) ของแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
รวม ชุดที่ 2

ข้อ	R_U	R_L	$P = \frac{R_U + R_L}{N_U + N_L}$	$r = \frac{R_U - R_L}{N_U}$
1	21	10	0.40	0.28
2	20	9	0.37	0.28
3	30	6	0.46	0.61
4	24	4	0.36	0.51
5	26	14	0.51	0.31
6	31	10	0.53	0.54
7	34	9	0.55	0.64
8	26	8	0.44	0.46
9	30	7	0.47	0.59
10	29	10	0.50	0.49
11	20	5	0.32	0.38
12	20	7	0.35	0.33
13	17	9	0.33	0.20
14	20	9	0.37	0.28
15	35	11	0.59	0.61
16	28	14	0.54	0.36
17	29	6	0.45	0.59
18	23	3	0.33	0.51
19	27	13	0.51	0.36
20	25	10	0.45	0.38
21	26	9	0.45	0.44
22	31	6	0.47	0.64
23	30	7	0.47	0.59
24	25	8	0.42	0.44

ตารางที่ 16 ตารางเปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนน จากการทำแบบ
 สอบก่อนการเรียน ทำแบบฝึกหัดรวม ทำแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์
 ทางการเรียนรวมจากการทดสอบภาคสนาม

อันดับ	คะแนนสอบก่อน เรียน (x_1) เต็ม 24 คะแนน	คะแนนสอบวัดผล สัมฤทธิ์ทางการ เรียนรวม (x_2) เต็ม 24 คะแนน	$D = x_2 - x_1$	D^2	คะแนนแบบฝึกหัด รวม เต็ม 45 คะแนน
1	7	23	16	256	43
2	5	23	18	324	42
3	5	20	15	225	40
4	3	19	16	256	38
5	4	22	18	324	41
6	4	20	16	256	40
7	8	24	16	256	44
8	8	24	16	256	44
9	3	20	17	289	40
10	6	23	17	289	43
11	5	23	18	324	42
12	3	20	17	289	40
13	6	22	16	256	42
14	3	21	18	324	40
15	5	24	19	361	43
16	6	20	14	196	39
17	4	23	19	361	41
18	4	24	20	400	40
19	4	22	18	324	39
20	3	19	16	256	38
รวม	96	436	340	5822	819

การหาค่าเฉลี่ยเป็นร้อยละของคะแนนสอบก่อนการเรียน

$$\text{สูตร คคะแนนคิดเป็นร้อยละ} = \frac{\sum X_1}{N} \times \frac{100}{T}$$

จากสูตร $\sum X_1 = 96$

$N = 20$

$T = 24$

แทนค่าจะได้

$$\begin{aligned} \text{คะแนนคิดเป็นร้อยละ} &= \frac{96}{20} \times \frac{100}{24} \\ &= 20.00 \end{aligned}$$

การวิเคราะห์ค่าความสัมพันธ์ของชุดการสอนตามเอกภพภาพ

มาตรฐาน 90 ตัวแรก

$$\text{สูตร คคะแนนแบบฝึกหัดรวมคิดเป็นร้อยละ} = \frac{C}{N} \times \frac{100}{A}$$

จากสูตร $C = 819$

$N = 20$

$A = 45$

แทนค่าจะได้

$$\begin{aligned} \text{คิดเฉลี่ยเป็นร้อยละ} &= \frac{819}{20} \times \frac{100}{45} \\ &= 91.00 \end{aligned}$$

มาตรฐาน 90 ตัวหลัง

สูตร คคะแนนแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรวม

$$\text{คิดเฉลี่ยเป็นร้อยละ} = \frac{S}{N} \times \frac{100}{T}$$

จากสูตร $S = 436$

$N = 20$

$T = 24$

แทนค่าจะได้

$$\begin{aligned} \text{คิดเป็นร้อยละ} &= \frac{436}{20} \times \frac{100}{24} \\ &= 90.83 \end{aligned}$$

นั่นคือ ชุดการสอนตามเอกัตภาพที่สร้างขึ้น

มีค่าสัมประสิทธิ์ 91.00/90.83

การวิเคราะห์ความก้าวหน้าในการเรียนโดยการทดสอบความแตกต่างระหว่างคะแนนสอบก่อนการเรียนและหลังการเรียนจากชุดการสอนตามเอกัตภาพ โดยให้ t-test จากสูตร

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N\sum D^2 - (\sum D)^2}{N-1}}}$$

จากสูตร $t =$ อัตราส่วนวิกฤต

$$\sum D = 340$$

$$\sum D^2 = 5822$$

$$N = 20$$

แทนค่าจะได้

$$t = \frac{340}{\sqrt{\frac{116440 - 115600}{19}}}$$

$$t = 51.14$$

ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.01, $f = 19$ ค่า $t = 2.86$

ค่า t ที่ได้จากการคำนวณ $51.14 > 2.86$ ดังนั้น คะแนนสอบก่อนการเรียนและหลังการเรียนต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

ตารางที่ 17 ตารางหาค่ามัธยฐานเลขคณิตของเวลาและส่วนเบี่ยงเบน
มาตรฐานของเวลาที่ใช้ในการเรียนเพื่อรู้ จากชุดการสอน
ตามเอกัตภาพเรื่อง "อัตราส่วนตรีโกณมิติ" ของกลุ่มนักเรียน
เก่ง

x_1	f	fx_1	x_1^2	fx_1^2
564	1	564	318,096	318,096
559	1	559	312,481	312,481
557	1	557	310,249	310,249
556	1	556	309,136	309,136
553	1	553	305,809	305,809
547	1	547	299,209	299,209
542	1	542	293,764	293,764
535	2	1,070	286,225	572,450
533	2	1,066	284,089	568,178
532	1	532	283,024	283,024
514	3	1,542	264,196	792,588
513	1	513	263,169	263,169
511	1	511	261,121	261,121
509	2	1,018	259,081	518,162
508	2	1,016	258,064	516,128
506	2	1,012	256,036	512,072
505	2	1,010	255,025	510,050
504	1	504	254,016	254,016
502	1	502	252,004	252,004
499	3	1,497	249,001	747,003
493	1	493	243,049	243,049
487	1	487	237,169	237,169
485	2	970	235,225	470,450
483	4	1,932	233,289	933,156

ตารางที่ 17 (ต่อ)

x_1	f	fx_1	x_1^2	fx_1^2
481	1	481	231361	231361
480	1	480	230400	230400
476	2	952	226576	453152
475	1	475	225625	225625
474	1	474	224676	224676
473	1	473	223729	223729
470	1	470	220900	220900
465	1	465	216225	216225
460	1	460	211600	211600
448	1	448	200704	200704
447	2	894	199609	399218
445	1	445	198025	198025
443	1	443	196249	196249
438	1	438	191844	191844
435	1	435	189225	189225
434	1	434	188356	188356
417	1	417	173889	173889
411	1	411	168921	168921
403	1	403	162409	162409
396	1	396	156816	156816
	$\Sigma f=60$	$\Sigma fx_1 = 29447$		$\Sigma fx_1^2 = 14546257$

ตารางที่ 18. ตารางหาความถี่และอันดับของเวลาและส่วนเบี่ยงเบน
มาตรฐานของเวลาที่ใช้ในการเรียนเพื่อรู้จากชุดการสอน
ตามเอกัตภาพเรื่อง "อัตราส่วนตรีโกณมิติ" ของกลุ่ม
นักเรียนอ่อน

x_2	f	fx_2	x_2^2	fx_2^2
830	1	830	688900	688900
825	1	825	680625	680625
821	1	821	674041	674041
819	1	819	670761	670761
811	2	1622	657721	1315442
810	2	1620	656100	1312200
809	1	809	654481	654481
808	1	808	652864	652864
807	1	807	651249	651249
805	1	805	648025	648025
804	2	1608	646416	1292832
801	2	1602	641601	1283202
800	1	800	640000	640000
796	1	796	633616	633616
795	1	795	632025	632025
794	1	794	630436	630436
792	1	792	627264	627264
790	1	790	624100	624100
788	1	788	620944	620944
786	2	1572	617796	1235592
783	1	783	613089	613089
781	1	781	609961	609961
779	1	779	606841	606841
778	1	778	605284	605284

ตารางที่ 18 (ต่อ)

X_2	f	fX_2	X_2^2	fX_2^2
774	1	774	599,076	599,076
773	2	1,546	597,529	1,195,058
772	1	772	595,984	595,984
771	1	771	594,441	594,441
768	2	1,536	589,824	1,179,648
767	1	767	588,289	588,289
765	1	765	585,225	585,225
764	2	1,528	583,696	1,167,392
760	1	760	577,600	577,600
759	1	759	576,081	576,081
758	1	758	574,564	574,564
756	1	756	571,536	571,536
755	1	755	570,025	570,025
754	3	2,262	568,516	1,705,548
753	1	753	567,009	567,009
752	1	752	565,504	565,504
751	1	751	564,001	564,001
748	1	748	559,504	559,504
747	1	747	558,009	558,009
746	1	746	556,516	556,516
729	1	729	531,441	531,441
728	1	728	529,984	529,984
727	1	727	528,529	528,529
721	1	721	519,841	519,841
720	1	720	518,400	518,400
716	1	716	512,656	512,656
	$\Sigma f = 60$	$\Sigma fX_2 = 46,571$		$\Sigma fX_2^2 = 36,195,635$

หาค่ามัธยฐานเลขคณิตของเวลา (\bar{X}_1)

$$\text{สูตร} \quad \bar{X}_1 = \frac{\sum fX_1}{N}$$

$$\text{จากสูตร} \quad \sum fX_1 = 29,447$$

$$N_1 = 60$$

$$\text{แทนค่าจะได้} \quad X_1 = \frac{29,447}{60}$$

$$= 490.7833$$

หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเวลาของกลุ่ม (S_1)

$$\text{สูตร} \quad S_1 = \sqrt{\frac{N_1 \sum fX_1^2 - (\sum fX_1)^2}{N_1(N_1 - 1)}}$$

$$\text{จากสูตร} \quad \sum fX_1^2 = 14,546,257$$

$$N_1 = 60$$

$$\sum fX_1 = 29,447$$

$$\text{แทนค่าจะได้} \quad S_1 = \sqrt{\frac{872,775,420 - 867,125,809}{3,540}}$$

$$= \sqrt{\frac{5,649,611}{3,540}}$$

$$S_1 = \sqrt{1,595.9353}$$

$$S_1^2 = 1,595.9353$$

หาค่ามัธยฐานเลขคณิตของเวลา (\bar{X}_2)

$$\begin{aligned} \text{สูตร} \quad (\bar{X}_2) &= \frac{\sum fX_2}{N_2} \\ \text{จากสูตร} \quad \sum fX_2 &= 46,571 \\ N_2 &= 60 \\ \text{แทนค่าจะได้} \quad \bar{X}_2 &= \frac{46,571}{60} \\ &= 776.1833 \end{aligned}$$

หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของกลุ่ม (S_2)

$$\begin{aligned} \text{สูตร} \quad S_2 &= \sqrt{\frac{N_2 \sum fX_2^2 - (\sum fX_2)^2}{N_2(N_2 - 1)}} \\ \text{จากสูตร} \quad \sum fX_2^2 &= 36,195,635 \\ \sum fX_2 &= 46,571 \\ N_2 &= 60 \\ \text{แทนค่าจะได้} \quad S_2 &= \sqrt{\frac{2171733810 - 2168858041}{3540}} \\ &= \sqrt{\frac{2875769}{3540}} \\ S_2 &= \sqrt{812.3641} \\ S_2^2 &= 812.3641 \end{aligned}$$

การทดสอบความมีนัยสำคัญของความแตกต่างระหว่างมัธยิมเลขคณิตของเวลา
ของกลุ่มนักเรียนอ่อนและกลุ่มนักเรียนเก่ง โดยใช้

$$\text{จากสูตร } t = \frac{\bar{X}_2 - \bar{X}_1}{\sqrt{\frac{S_1^2}{N_1} + \frac{S_2^2}{N_2}}}$$

$$\text{จากสูตร } t = \text{อัตราส่วนวิกฤต}$$

$$\bar{X}_2 = 776.1833$$

$$\bar{X}_1 = 490.7833$$

$$S_1^2 = 1,595.9353$$

$$S_2^2 = 812.3641$$

$$N_1 = 60$$

$$N_2 = 60$$

$$\text{แทนค่าจะได้ } t = \frac{776.1833 - 490.7833}{\sqrt{\frac{1,595.9353}{60} + \frac{812.3641}{60}}}$$

$$= \frac{285.40}{\sqrt{26.5989 + 13.5394}}$$

$$= \frac{285.40}{6.3340}$$

$$= 45.0484$$

ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.01, $df = 93$ ค่า $t = 2.641$

ค่า t ที่ได้จากการคำนวณ $45.0484 > 2.641$ ดังนั้นมัธยิมเลขคณิต

ของเวลาของกลุ่มนักเรียนอ่อนและกลุ่มนักเรียนเก่งต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

หาค่าอัตราส่วนของเวลาเฉลี่ยที่ใช้ในการเรียนเพื่อรัฐของกลุ่มนักเรียนอ่อน
และกลุ่มนักเรียนเก่ง โดยคำนวณจาก

$$R = \frac{\bar{X}_2}{\bar{X}_1}$$

เมื่อ $R =$ อัตราส่วน

$$\bar{X}_2 = 776.1833$$

$$\bar{X}_1 = 490.7833$$

แทนค่าจะได้ $R = \frac{776.1833}{490.7833}$

$$= 1.58$$

หาค่าประจำของเวลาที่ใช้ในการเรียนเพื่อรัฐจากชุดการสอนตามเอกัตภาพ
เรื่อง "อัตราส่วนตรีโกณมิติ" โดยคำนวณจาก

ค่าประจำ $= \frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_2}{2}$

$$= \frac{490.7833 + 776.1833}{2}$$

$$= 633.4833 \quad \text{นาที}$$

หรือ $= 10 \text{ ชั่วโมง } 33 \text{ นาที}$

ตารางที่ 19 ตารางหาเวลาเฉลี่ยในการเรียนเพื่อรู้ของกลุ่มนักเรียน
อ่อนและกลุ่มนักเรียนเก่ง ในหน่วยที่ 1, 2

หน่วยที่ 1						หน่วยที่ 2					
กลุ่มเก่ง			กลุ่มอ่อน			กลุ่มเก่ง			กลุ่มอ่อน		
X_{11}	f	fX_{11}	X_{12}	f	fX_{12}	X_{21}	f	fX_{21}	X_{22}	f	fX_{22}
30	1	30	61	1	61	24	1	24	61	1	61
32	4	128	64	3	192	30	3	90	62	2	124
35	1	35	65	1	65	32	1	32	63	3	189
36	1	36	66	2	132	33	1	33	64	4	256
37	2	74	68	3	204	34	6	204	65	3	195
38	2	76	69	3	207	35	4	140	66	5	330
39	2	78	70	1	70	36	5	180	67	7	469
40	6	240	71	1	71	37	4	148	68	6	408
41	1	41	72	2	144	38	5	190	69	3	207
42	3	126	73	1	73	40	2	80	70	2	140
43	1	43	74	3	222	41	3	123	71	1	71
44	5	220	75	3	225	42	2	84	72	1	72
45	3	135	76	4	304	43	7	301	73	1	73
46	2	92	77	2	154	44	5	220	74	3	222
47	4	188	78	3	234	45	3	135	75	3	225
48	5	240	79	5	395	46	2	92	76	4	304
49	2	98	80	9	720	47	1	47	78	1	78
50	1	50	81	4	324	48	2	96	79	2	158
51	3	153	82	2	164	49	3	147	80	2	160
52	1	52	83	3	249	Σ	60	2366	84	1	84
54	1	54	84	1	84				85	1	85
55	4	220	85	1	85				60	2	120
57	5	285	88	2	176				58	1	58
Σ	60	2694	Σ	60	4555				56	1	56
									Σ	60	4145

ตารางที่ 21 ตารางหาเวลาเฉลี่ยในการเรียนเพื่อรู้ของกลุ่มนักเรียนอ่อน
และกลุ่มนักเรียนเก่ง ในหน่วยที่ 5, 6

หน่วยที่ 5						หน่วยที่ 6					
กลุ่มเก่ง			กลุ่มอ่อน			กลุ่มเก่ง			กลุ่มอ่อน		
X ₅₁	f	fX ₅₁	X ₅₂	f	fX ₅₂	X ₆₁	f	fX ₆₁	X ₆₂	f	fX ₆₂
21	1	21	52	1	52	31	1	31	60	5	300
24	1	24	54	3	162	37	3	111	61	1	61
26	2	52	55	3	165	38	1	38	63	1	63
27	2	54	56	5	280	40	2	80	64	1	64
29	2	58	57	13	741	41	5	205	65	2	130
30	3	90	58	6	348	42	6	252	66	4	264
31	2	62	59	6	354	43	6	258	67	2	134
32	2	64	60	13	780	44	6	264	68	4	272
33	1	33	61	3	183	45	6	270	69	3	207
34	5	170	62	1	62	46	5	230	73	3	219
35	4	140	63	1	63	47	6	282	71	3	213
36	5	180	64	2	128	48	8	384	72	3	216
37	6	222	65	1	65	49	3	147	78	4	312
39	3	117	68	1	68	50	2	100	75	7	525
40	3	120	70	1	70	∑	60	2652	76	2	152
41	3	123	∑	60	3521				77	1	77
42	8	336							78	2	156
43	3	129							79	2	158
44	2	88							80	1	80
46	1	46							81	1	81
47	1	47							82	1	82
∑	60	2176							83	1	83
									84	1	84
									86	1	86
									88	4	352
									∑	60	4371

ตารางที่ 22 ตารางหาเวลาเฉลี่ยในการเรียนเพื่อรู้ของกลุ่มนักเรียนอ่อน
และกลุ่มนักเรียนเก่ง ในหน่วยที่ 7, 8

หน่วยที่ 7						หน่วยที่ 8					
กลุ่มเก่ง			กลุ่มอ่อน			กลุ่มเก่ง			กลุ่มอ่อน		
X_{71}	f	fX_{71}	X_{72}	f	fX_{72}	X_{81}	f	fX_{81}	X_{82}	f	fX_{82}
21	7	147	40	2	80	32	1	32	55	1	55
22	1	22	41	2	82	33	2	66	56	1	56
23	2	46	43	2	86	34	2	68	57	1	57
24	5	120	44	1	44	35	2	70	58	2	116
25	2	50	45	4	180	36	2	72	59	1	59
26	6	156	46	2	92	37	3	111	60	5	300
27	7	189	47	5	235	39	1	39	61	6	366
28	6	168	48	7	336	40	6	240	62	11	682
29	2	58	49	8	392	41	10	410	63	4	252
30	4	120	50	3	150	42	5	210	64	5	320
31	6	186	51	4	204	43	3	129	65	2	130
32	4	128	52	12	624	44	4	176	66	5	330
33	3	99	53	2	106	45	3	135	67	4	268
34	1	34	55	1	55	46	4	184	68	3	204
35	4	140	56	1	56	47	3	141	69	3	207
Σ	60	1663	57	1	57	48	5	240	70	2	140
			60	2	120	49	4	196	71	1	71
			61	1	61	Σ	60	2519	73	2	146
			Σ	60	2960				79	1	79
									Σ	60	3838

ตารางที่ 24 ตารางหาเวลาเฉลี่ยในการเรียนรู้ของกลุ่มนักเรียนนอก
และนักเรียนเก่ง ในการทำแบบฝึกหัดรวม

แบบฝึกหัดรวม					
กลุ่มเก่ง			กลุ่มอ่อน		
$X_{11,1}$	f	$fX_{11,1}$	$X_{11,2}$	f	$fX_{11,2}$
35	1	35	59	2	118
38	1	38	60	3	180
42	1	42	61	1	61
43	1	43	62	3	186
44	2	88	63	4	252
46	3	138	64	6	384
47	2	94	65	7	455
48	2	96	66	2	132
49	3	147	67	4	268
50	4	200	68	5	340
51	4	204	69	5	345
52	5	260	70	4	280
53	2	106	71	3	213
54	5	270	72	5	360
55	1	55	73	2	146
56	7	392	74	2	148
57	3	171	76	1	76
58	6	348	78	1	78
59	2	118	Σ	60	4022
60	3	180			
61	1	61			
65	1	65			
Σ	60	3,151			

การหาเวลาเฉลี่ยในการเรียนเพื่อรู้ของกลุ่มนักเรียนอ่อน และกลุ่มนักเรียน
เก่ง ในแต่ละหน่วย โดยคำนวณจาก

$$\text{สูตร} \quad \bar{X}_{ab} = \frac{\sum fX_{ab}}{N}$$

$\sum fX$ = ผลรวมของเวลา

N = จำนวนนักเรียน 60 คน

a = เลขประจำหน่วย โดยที่

$$a = 1, 2, \dots, 11$$

b = เลขประจำกลุ่ม โดยที่

$b = 1, 2$; 1 หมายถึงกลุ่ม
นักเรียนเก่ง, 2 หมายถึงกลุ่ม
นักเรียนอ่อน

หน่วยที่ 1 ค่าเวลาเฉลี่ย $\bar{X}_{11} = \frac{2694}{60} = 44.90$

$$\bar{X}_{12} = \frac{4555}{60} = 75.92$$

หน่วยที่ 2 ค่าเวลาเฉลี่ย $\bar{X}_{21} = \frac{2366}{60} = 39.43$

$$\bar{X}_{22} = \frac{4145}{60} = 69.08$$

หน่วยที่ 3 ค่าเวลาเฉลี่ย $\bar{X}_{31} = \frac{1992}{60} = 33.20$

$$\bar{X}_{32} = \frac{3370}{60} = 56.17$$

หน่วยที่ 4 ค่าเวลาเฉลี่ย $\bar{X}_{41} = \frac{2631}{60} = 43.85$

$$\bar{X}_{42} = \frac{4584}{60} = 76.40$$

หน่วยที่ 5	ค่าเฉลี่ย	\bar{x}_{51}	=	$\frac{2176}{60}$	=	36.27
		\bar{x}_{52}	=	$\frac{3521}{60}$	=	58.68
หน่วยที่ 6	ค่าเฉลี่ย	\bar{x}_{61}	=	$\frac{2652}{60}$	=	44.20
		\bar{x}_{62}	=	$\frac{4371}{60}$	=	72.85
หน่วยที่ 7	ค่าเฉลี่ย	\bar{x}_{71}	=	$\frac{1663}{60}$	=	27.72
		\bar{x}_{72}	=	$\frac{2960}{60}$	=	49.33
หน่วยที่ 8	ค่าเฉลี่ย	\bar{x}_{81}	=	$\frac{2519}{60}$	=	41.98
		\bar{x}_{82}	=	$\frac{3838}{60}$	=	63.97
หน่วยที่ 9	ค่าเฉลี่ย	\bar{x}_{91}	=	$\frac{3858}{60}$	=	64.30
		\bar{x}_{92}	=	$\frac{5418}{60}$	=	90.30
หน่วยที่ 10	ค่าเฉลี่ย	$\bar{x}_{10,1}$	=	$\frac{2336}{60}$	=	38.93
		$\bar{x}_{10,2}$	=	$\frac{3807}{60}$	=	63.45
แบบฝึกหัดรวม	ค่าเฉลี่ย	$\bar{x}_{11,1}$	=	$\frac{3151}{60}$	=	52.52
		$\bar{x}_{11,2}$	=	$\frac{4022}{60}$	=	67.03

ภาคผนวก ข.

ชุดการสอนตามเอกัตภาพ

วิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง "อัตราส่วนตรีโกณมิติ"

ประกอบด้วย

- หน่วยที่ 1 เรื่อง คุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน โดยพิจารณาค่านที่สมนัยกัน
- หน่วยที่ 2 เรื่อง คุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน โดยพิจารณาค่านที่ประกอบมุมที่เท่ากัน
- หน่วยที่ 3 เรื่อง อัตราส่วนของความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มุม 60 องศา
- หน่วยที่ 4 เรื่อง อัตราส่วนของความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มุม 30, 45, 60 องศา (โดยการไขทฤษฎีของปีทาโกรัส)
- หน่วยที่ 5 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์
- หน่วยที่ 6 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ที่มุม 30, 45, 60 องศา
- หน่วยที่ 7 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ ของมุมที่มากกว่า 0 องศาและน้อยกว่า 90 องศา (โดยการเปิดตารางค่า)
- หน่วยที่ 8 เรื่อง การหาระยะทางและความสูงของสิ่งต่าง ๆ
- หน่วยที่ 9 เรื่อง เอกลักษณะเบื้องต้น
- หน่วยที่ 10 เรื่อง การหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติอื่น ๆ เมื่อกำหนดค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติให้หนึ่งค่า

แบบฝึกหัดรวม เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

แบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรวม เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

แบบสอบที่คูขนานแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรวม เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

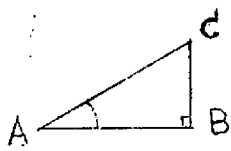
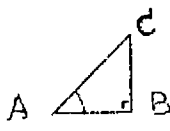
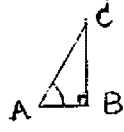
แบบบันทึกการใช้เวลาในการเรียนเพื่อรู้เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สำหรับนักเรียนแต่ละคน

มโนคติ

1/ สามเหลี่ยม $ABC \sim$ สามเหลี่ยม DEF มี $\hat{BAC} = \hat{EDF}$, $\hat{ACB} = \hat{DFE}$, $\hat{ABC} = \hat{DEF}$

จะได้ $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ หรือ $\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF}$, $\frac{BC}{AC} = \frac{DF}{FE}$, $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$

2/ ค่าคงที่ของอัตราส่วนของความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มุม $30, 45, 60$ องศา

	มุม A	$\frac{AB}{AC}$	$\frac{BC}{AC}$	$\frac{BC}{AB}$
	30	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
	45	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1
	60	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$

3/ ไซน์ของ มุม A คือ $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

โคไซน์ของ มุม A คือ $\frac{\text{ความยาวด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

แทนเจนต์ของมุม A คือ $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวด้านประชิดมุม A}}$

4/ ค่าคงที่ของอัตราส่วน

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \tan 45^\circ = 1$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}, \quad \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

5/ เอกลักษณะเบื้องต้น ถ้า A เป็นมุมใด ๆ ที่ $0^\circ < \hat{A} < 90^\circ$

$$4.1 \quad \operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A}$$

$$4.2 \quad \operatorname{cota} A = \frac{1}{\tan A}$$

$$4.3 \quad \sec A = \frac{1}{\cos A}$$

$$4.4 \quad \sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$4.5 \quad \tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$$

$$4.6 \quad \operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1$$

$$4.7 \quad \sec^2 A - \tan^2 A = 1$$

จุดประสงค์ทั่วไป

1. เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ในคุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่เท่ากัน
2. เพื่อให้นักเรียนเข้าใจวิธีการหาค่าอัตราส่วนของความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มุมต่าง ๆ
3. เพื่อให้นักเรียนรู้จักอัตราส่วนตรีโกณมิติไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ที่มุมต่าง ๆ
4. เพื่อให้นักเรียนสามารถนำค่าอัตราส่วนไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ไปใช้ในการแก้ปัญหาของการหาระยะทางหรือความสูงของสิ่งต่าง ๆ ได้
5. เพื่อให้นักเรียนรู้จัก เอกลักษณะเบื้องต้นของอัตราส่วนตรีโกณมิติ

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อจบการเรียนรู้จากชุดการสอนตามเอกศกภาพนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. เขียนอัตราส่วนของความยาวด้านสามเหลี่ยมที่สมนัยกันได้ถูกต้อง
2. หาค่าอัตราส่วนของความยาวด้านสามเหลี่ยมที่สมนัยกันได้ถูกต้อง
3. เขียนอัตราส่วนของความยาวด้านประชิดมุมที่เท่ากันของสามเหลี่ยมที่สมนัยกันได้ถูกต้อง
4. หาค่าอัตราส่วนของความยาวด้านประชิดมุมที่เท่ากันของสามเหลี่ยมที่สมนัยกันได้ถูกต้อง
5. หาคความยาวด้านที่ไม่ทราบค่าของสามเหลี่ยมได้ถูกต้องโดยใช้คุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
6. บอกค่าคงที่ของอัตราส่วนของความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มุม 30, 45, 60 องศาได้ถูกต้อง
7. หาคความยาวของระยะทางหรือความสูงของวัตถุได้ถูกต้องโดยใช้ค่าคงที่ของอัตราส่วนของความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มุม 30, 45, 60 องศา
8. บอกความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ได้ถูกต้อง
9. เขียนอัตราส่วนตรีโกณมิติไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุมที่กำหนดให้ได้ได้ถูกต้อง
10. บอกค่าคงที่ของอัตราส่วนตรีโกณมิติไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ที่มุม 30, 45, 60 องศาได้ถูกต้อง
11. บอกอัตราส่วนตรีโกณมิติไซน์ โคไซน์ ที่มีค่าเท่ากันแต่มุมต่างกันได้ถูกต้อง
12. หาผลบวกของอัตราส่วนตรีโกณมิติที่มุม 30, 45, 60 องศาได้ถูกต้อง
13. หาผลต่างของอัตราส่วนตรีโกณมิติที่มุม 30, 45, 60 องศาได้ถูกต้อง
14. หาผลคูณของอัตราส่วนตรีโกณมิติที่มุม 30, 45, 60 องศาได้ถูกต้อง

15. บอกลำค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่กำหนดให้ได้ถูกต้องโดยการเปิดตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ

16. บอกมุมของอัตราส่วนตรีโกณมิติที่กำหนดค่าอัตราส่วนมาให้ได้ถูกต้องโดยการเปิดตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ

17. ทหาระยะแนวราบได้ถูกต้องเมื่อกำหนดความสูงและมุมเงยให้

18. หากความสูงได้ถูกต้องเมื่อกำหนดระยะทางในแนวราบและมุมเงยให้

19. ทหาระยะทางแนวราบได้ถูกต้องเมื่อกำหนดความสูงและมุมยกให้

20. หากความสูงได้ถูกต้องเมื่อกำหนดระยะทางแนวราบและมุมยกให้

21. เขียนส่วนกลับของไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุมที่กำหนดได้ถูกต้อง

22. บอกความสัมพันธ์ที่เป็นเอกลักษณ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติที่กำหนดให้ได้

ถูกต้อง

23. หากค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่ต้องการได้ถูกต้องเมื่อกำหนดค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่มีความสัมพันธ์กันเป็นเอกลักษณ์มาให้อย่างน้อยหนึ่งค่า

24. หากค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติอื่นได้ถูกต้องเมื่อกำหนดค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติมาให้หนึ่งค่าโดยไม่เปิดตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ

คำแนะนำในการศึกษาจากชุดการสอนตามเอกัตถภาพ

1. ก่อนที่นักเรียนจะเริ่มศึกษาจากชุดการสอนตามเอกัตถภาพ นักเรียนจะต้องทำแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยรับแบบสอบจากอาจารย์ผู้ควบคุม เพื่อจะวัดความรู้ความเข้าใจในเรื่อง อัตราสวนตรีโกณมิติว่ามีพื้นฐานความรู้เท่าไร
2. ศึกษาชุดการสอนตามเอกัตถภาพในแต่ละหน่วยเรียงตามลำดับตั้งแต่ต้นจนครบทุกหน่วย ในการศึกษาแต่ละหน่วยมีการจับเวลาที่ใช้ในการเรียนรู้
3. ในแต่ละหน่วยนักเรียนจะต้องทำกิจกรรมตามลำดับชั้นของกิจกรรมที่ระบุไว้จนหมดกิจกรรม
4. ทำแบบฝึกหัดรวมพร้อมทั้งตรวจคำตอบจากเฉลย
5. ทำแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรวม โดยรับแบบสอบจากอาจารย์ผู้ควบคุม เพื่อต้องการทราบว่านักเรียนมีความรู้ตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้หรือไม่ ถ้ามีความรู้ไม่ถึงเกณฑ์ที่กำหนดจะต้องเรียนซ่อมเสริมแล้วทำแบบสอบที่คู่ขนานกับแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนชุดแรก จนกว่านักเรียนมีความรู้ตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้
6. การจกบันทึกเวลาที่นักเรียนใช้ในการเรียนเพื่อรู้ของแต่ละคน นักเรียนจะได้รับแบบบันทึกเวลาที่ใช้ในการเรียนเพื่อรู้ และนักเรียนจะนำแบบบันทึกเวลาให้อาจารย์ผู้ควบคุมบันทึกเวลา เมื่อ
 - 6.1 นักเรียนเริ่มศึกษาบทเรียนในแต่ละหน่วยการเรียน
 - 6.2 นักเรียนส่งแบบฝึกหัดที่ตรวจและแก้ไขเรียบร้อยแล้ว (สิ้นสุดการเรียน)
 - 6.3 นักเรียนเริ่มเรียนซ่อมเสริมในแต่ละหน่วยการเรียน
 - 6.4 นักเรียนเริ่มทำแบบสอบซ่อม (สิ้นสุดการเรียนซ่อมเสริม)
 - 6.5 นักเรียนเริ่มทำแบบฝึกหัดรวม
 - 6.6 นักเรียนส่งแบบฝึกหัดรวมที่ตรวจและแก้ไขเรียบร้อยแล้ว
 - 6.7 นักเรียนเริ่มเรียนซ่อมเสริมหลังการทำแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรวม)
 - 6.8 นักเรียนเริ่มทำแบบสอบซ่อม (สิ้นสุดการเรียนซ่อมเสริมของข้อ 6.7)

แบบบันทึกเวลาที่ใช้ในการเรียนเพื่อรู้

จากชุดการสอนตามเอกัตภาพเรื่อง "อัตราส่วนตรีโกณมิติ"

ชื่อ.....นามสกุล.....

กลุ่มนักเรียน...เก่ง/อ่อน.....โรงเรียน.....

หน่วยที่	เวลาที่ใช้ในการเรียน		เวลาที่ใช้ในการเรียนซ่อมเสริม						รวม เวลา นาที
	เริ่ม	สิ้นสุด	ครั้งที่ 1		ครั้งที่ 2		ครั้งที่ 3		
			เริ่ม	สิ้นสุด	เริ่ม	สิ้นสุด	เริ่ม	สิ้นสุด	
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									
แบบฝึกหัด									
รวม									
การเรียนซ่อมเสริมหลังการทำแบบสอบ									
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรวม									

หมายเหตุ อาจารย์ผู้ควบคุมเป็นผู้บันทึกเวลา

ห้าม นักเรียนบันทึกเวลาเอง

หน่วยที่ 1

เรื่อง คุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกันโดยพิจารณาค่าที่สมนัยกัน

หลักการและเหตุผล

ในการเรียนเรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ นั้นมีความสำคัญและเป็นประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ และเป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ขั้นสูงต่อไป แต่การเรียนเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติจำเป็นต้องใช้พื้นฐานความรู้ที่สำคัญยิ่งคือ เรื่องคุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ดังนั้นการเรียนจากชุดการสอนตามเอกัตภาพในหน่วยนี้มุ่งเน้นให้ผู้ศึกษาได้เข้าใจลักษณะคุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกันเพื่อเป็นพื้นฐานการเรียนในหน่วยต่อไปและสามารถนำไปใช้ในชีวิตรประจำวันได้

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบหน่วยการเรียนนี้แล้วกำหนดสามเหลี่ยมสองรูป ที่มุมเท่ากันสามคู่ มาให้ นักเรียนสามารถ

1. บอกมุมที่เท่ากันได้ครบ สามคู่
2. บอกด้านที่สมนัยกันได้ครบ สามคู่
3. บอกได้ว่าสามเหลี่ยมทั้งสองรูป เป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
4. เขียนอัตราส่วนของความยาวด้านสามเหลี่ยมที่สมนัยกันได้ถูกต้อง
5. หาค่าอัตราส่วนของความยาวด้านสามเหลี่ยมที่สมนัยกันได้ถูกต้อง
6. หาคความยาวด้านที่ไม่ทราบได้ถูกต้องโดยใช้คุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกันของหน่วยการเรียนนี้

ความรู้พื้นฐาน

ก่อนการเรียนเรื่องคุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน นักเรียนควรมีความรู้พื้นฐานเป็นอย่างดีในเรื่อง มุมภายในของสามเหลี่ยมเดียวกัน ค่าอัตราส่วน เส้นขนาน และคุณสมบัติของเส้นขนาน

การประเมินผลก่อนการเรียน

1. ทำแบบสอบวัดความรู้พื้นฐานเรื่อง มุมภายในของสามเหลี่ยมเดียวกัน การหาอัตราส่วน เส้นขนานและคุณสมบัติของเส้นขนาน ถ้าทำไม่ผ่านเกณฑ์ 100 เปอร์เซ็นต์ต้องพบอาจารย์ผู้ควบคุมเพื่อเสริมความรู้พื้นฐาน

2. ทำแบบสอบประเมินผลก่อนการเรียนประจำหน่วยที่ 1 เรื่องคุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ถ้าทำได้ตามเกณฑ์ 100 เปอร์เซ็นต์ไม่ต้องเรียนในหน่วยนี้

กิจกรรมนักเรียน

1. ทำแบบสอบวัดความรู้พื้นฐาน
2. ทำแบบสอบประเมินผลก่อนการเรียนเรื่อง คุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
3. ทำกิจกรรมต่อไปนี้
 - 3.1 ศึกษาจากบทเรียนกิจกรรมที่ 1
 - 3.2 ศึกษาจากบทเรียนกิจกรรมที่ 2
 - 3.3 ศึกษาจากบทเรียนแบบโปรแกรม
 - 3.4 ทำแบบฝึกหัดประจำหน่วยที่ 1 และตรวจคำตอบจากเฉลย
4. ทำแบบสอบประเมินผลหลังการเรียน
5. เรียนซ่อมเสริม ตามหัวข้อการเรียนซ่อมเสริม

การประเมินผลหลังการเรียน

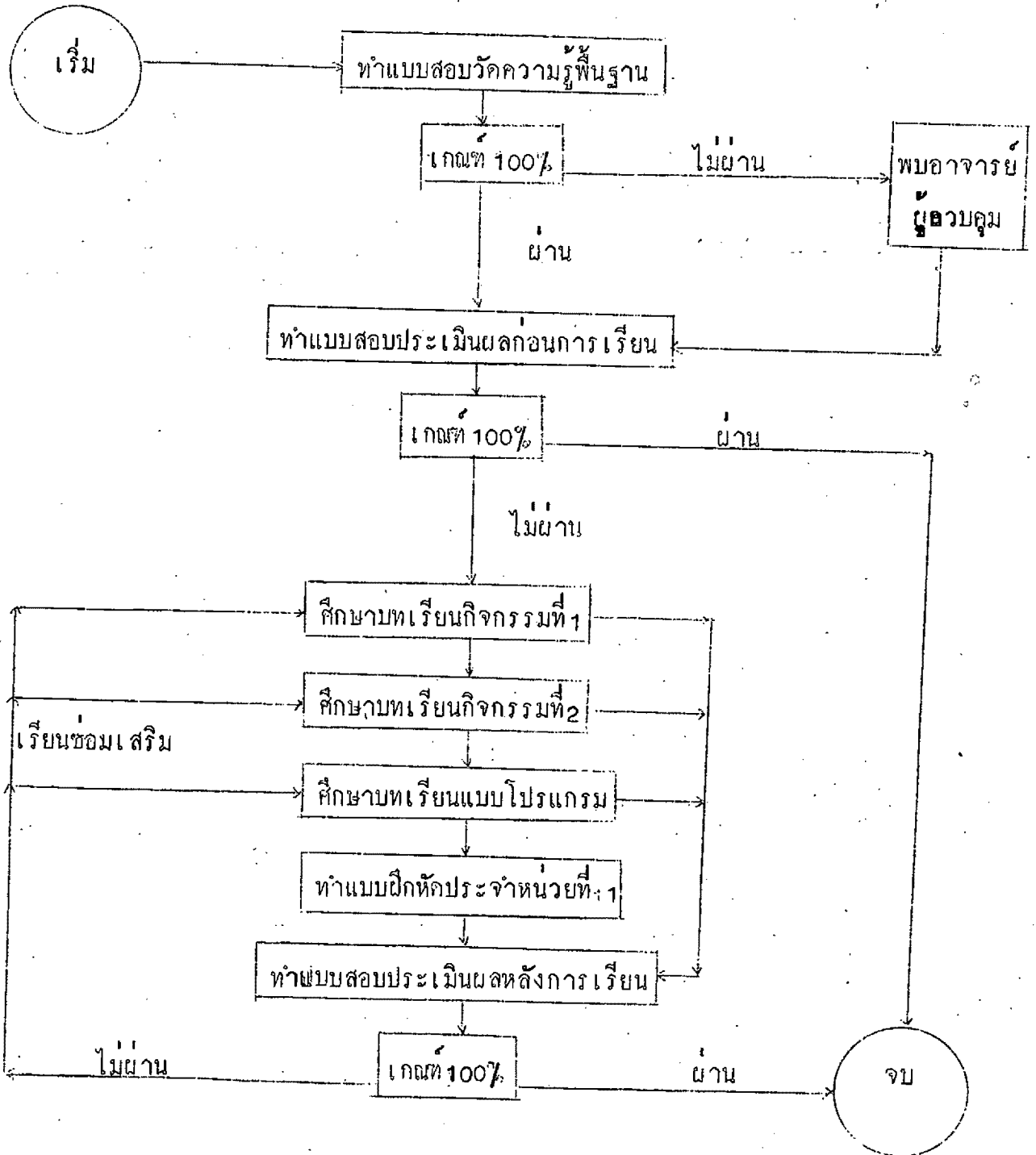
ทำแบบสอบประเมินผลหลังการเรียนจากแบบสอบถามเกี่ยวกับแบบสอบประเมินผลก่อนการเรียน ถ้าทำได้ตามเกณฑ์ 100 เปอร์เซ็นต์ถือว่าผ่านไปเรียนหน่วยที่ 2 ได้ แต่ถ้าทำไม่ผ่านตามเกณฑ์นั้นจะต้องเรียนซ่อมเสริม

การเรียนซ่อมเสริม

ถ้าการสอบไม่ผ่านเกณฑ์การประเมินผลหลังการเรียนให้เลือกทำกิจกรรมต่อไปนี้

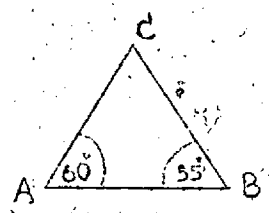
1. ศึกษาเพิ่มเติมใหม่จากข้อ 3.1 หรือ 3.2 หรือ 3.3
2. ฟังคำชี้แนะจากอาจารย์ผู้ควบคุม

แสดงลำดับขั้นของกิจกรรมการเรียน



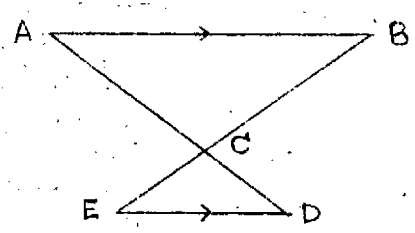
แบบสอบวัดความรู้พื้นฐานหน่วยที่ 1

1/ จากรูป มุม ACB
กางที่องศา



- ก. 75 องศา
- ข. 65 องศา
- ค. 60 องศา
- ง. 55 องศา

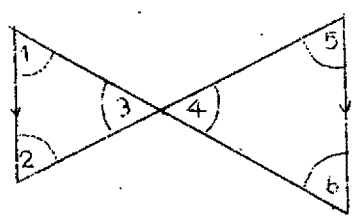
2/ จากรูป



สามเหลี่ยม ABC และสามเหลี่ยม DEC มีด้านใดขนานกัน

- ก. AB//AD ข. AD//BE
- ค. AB//DE ง. DE//BE

3/



จากรูปมุมใดบ้างที่เท่า

- ก. $\hat{1} = \hat{6}$ และ $\hat{1} = \hat{5}$
- ข. $\hat{1} = \hat{6}$ และ $\hat{2} = \hat{5}$

- ค. $\hat{2} = \hat{6}$ และ $\hat{3} = \hat{5}$
- ง. $\hat{3} = \hat{6}$ และ $\hat{2} = \hat{5}$

4/ ถ้า $\frac{a}{2} = \frac{5}{6}$ แล้ว a มีค่าเท่าไร

- ก. 3 ข. $2\frac{2}{3}$
- ค. $1\frac{2}{3}$ ง. $1\frac{1}{3}$

5/ $\frac{a}{j} = \frac{a}{j}$ ถ้ากำหนด $a = 6$

- $j = 7$ และ $k = 3$ แล้ว x มีค่าเท่าไร
- ก. 10 ข. 12
 - ค. 13 ง. 14

เฉลย

แบบสอบวัดความรู้พื้นฐานหน่วยที่ 1

1. ข

2. ค

3. ข

4. ค

5. ง

บทเรียนกิจกรรมที่ 1 ลักษณะของสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

สื่อการเรียนการสอน กระดาษรูปสามเหลี่ยมจำนวน 6 รูปบรรจุในซองหมายเลข 1

กิจกรรม

1. ให้นักเรียนหยิบซองหมายเลข 1 นำสามเหลี่ยมในซองมาพิจารณาว่า สามเหลี่ยมใดบ้างที่มีลักษณะแบบเดียวกัน

แบบที่ 1 ได้แก่รูปสามเหลี่ยมหมายเลข.....

และสามเหลี่ยมหมายเลข.....

แบบที่ 2 ได้แก่รูปสามเหลี่ยมหมายเลข.....

และสามเหลี่ยมหมายเลข.....

แบบที่ 3 ได้แก่รูปสามเหลี่ยมหมายเลข.....

และสามเหลี่ยมหมายเลข.....

2. ให้นักเรียนนำรูปสามเหลี่ยมแต่ละแบบมาเปรียบเทียบมุมโดยการทาบมุม ปรากฏว่า

2.1 สามเหลี่ยมแบบที่ 1 มีมุมเท่ากัน....คู่ ได้แก่
มุม....เท่ากับมุม....., มุม....เท่ากับมุม.....
มุม....เท่ากับมุม.....

2.2 สามเหลี่ยมแบบที่ 2 มีมุมเท่ากัน....คู่ ได้แก่
มุม....เท่ากับมุม....., มุม....เท่ากับมุม.....
มุม....เท่ากับมุม.....

2.3 สามเหลี่ยมแบบที่ 3 มีมุมเท่ากัน....คู่ ได้แก่
มุม....เท่ากับมุม....., มุม....เท่ากับมุม.....
มุม....เท่ากับมุม.....

3. จากกิจกรรมข้อ 1 และข้อ 2 ปรากฏว่าสามเหลี่ยมที่มีลักษณะแบบเดียวกันมีมุมเท่ากัน... ดู เรียกว่า สามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

ดังนั้นถ้าพิจารณาสามเหลี่ยมในข้อที่ 1 จะได้ว่า

สามเหลี่ยม.....และสามเหลี่ยม.....เป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

สามเหลี่ยม.....และสามเหลี่ยม.....เป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

สามเหลี่ยม.....และสามเหลี่ยม.....เป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

สรุปได้ว่า สามเหลี่ยมที่คล้ายกัน คือ.....

เฉลย

บทเรียนกิจกรรมที่ 1

1. หมายเลข 1 และหมายเลข 4
หมายเลข 2 และหมายเลข 5
หมายเลข 3 และหมายเลข 6
2. 2.1 มุม BAC เท่ากับมุม EDF, มุม ABC เท่ากับมุม DEF
มุม ACB เท่ากับมุม DFE
- 2.2 มุม HGI เท่ากับมุม KJL, มุม GIH เท่ากับมุม JLK
มุม GHI เท่ากับมุม JKL
- 2.3 มุม NMO เท่ากับมุม QPR, มุม MON เท่ากับมุม PRQ
มุม MON เท่ากับมุม PQR
3. เท่ากัน 3 คู่
สามเหลี่ยม ABC และสามเหลี่ยม DEF
สามเหลี่ยม GHI และสามเหลี่ยม JKL
สามเหลี่ยม MNO และสามเหลี่ยม PQR
คือ สามเหลี่ยมที่มีมุมเท่ากัน 3 คู่

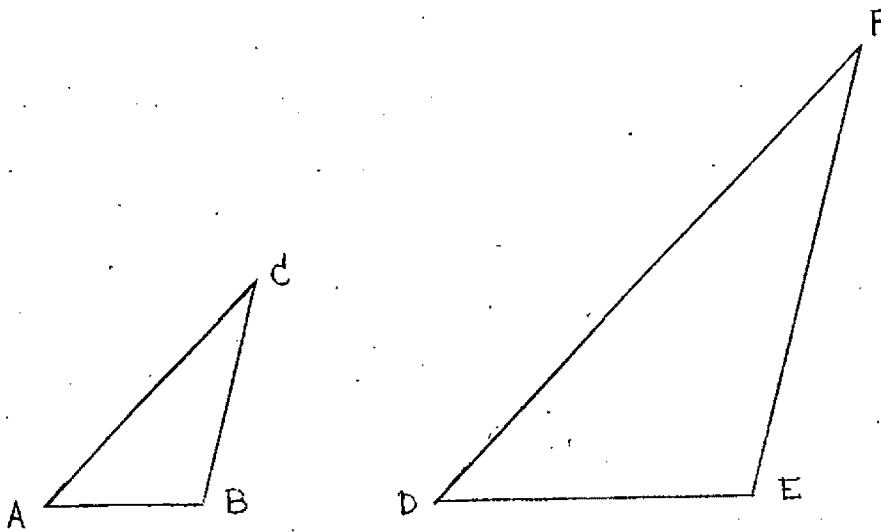
บทเรียนกิจกรรมที่ 2 คุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

กิจกรรม 2.1

สื่อการเรียนการสอน กระดาษรูปสามเหลี่ยม ABC และสามเหลี่ยม DEF

สื่อการเรียนการสอน

บทเรียนกิจกรรมที่ 2 กิจกรรม 2.1 หน่วยที่ 1



4. ให้นักเรียนวัดความยาวด้านของสามเหลี่ยม ABC และสามเหลี่ยม DEF
เขียนลงในตาราง

สามเหลี่ยม ABC	สามเหลี่ยม DEF	ความยาวด้านของสามเหลี่ยม ABC	ความยาวด้านของสามเหลี่ยม DEF
		ความยาวด้านของสามเหลี่ยม DEF	ความยาวด้านของสามเหลี่ยม ABC
ด้าน AC ยาว.....	ด้าน DF ยาว.....	$\frac{AC}{DF} = \dots\dots\dots$	$\frac{DF}{AC} = \dots\dots\dots$
ด้าน AB ยาว.....	ด้าน DE ยาว.....	$\frac{AB}{DE} = \dots\dots\dots$	$\frac{DE}{AB} = \dots\dots\dots$
ด้าน BC ยาว.....	ด้าน EF ยาว.....	$\frac{BC}{EF} = \dots\dots\dots$	$\frac{EF}{BC} = \dots\dots\dots$

จากตารางจะได้ $\frac{AC}{DF} = \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \dots\dots\dots$

$\frac{DF}{AC} = \frac{DE}{AB} = \frac{EF}{BC} = \dots\dots\dots$

นักเรียนสังเกตค่าอัตราส่วนของความยาวด้านของสามเหลี่ยม ABC และสามเหลี่ยม DEF จะได้ว่า

อัตราส่วน $\frac{AC}{DF}, \frac{AB}{DE}$ และ $\frac{BC}{EF}$ เป็นอัตราส่วนของความยาวด้านที่.....กันและมีค่า.....กัน
เท่า/ไม่เท่า

อัตราส่วน $\frac{DF}{AC}, \frac{EF}{AB}$ และ $\frac{EF}{BC}$ เป็นอัตราส่วนของความยาวด้านที่.....กันและมีค่า.....กัน
เท่า/ไม่เท่า

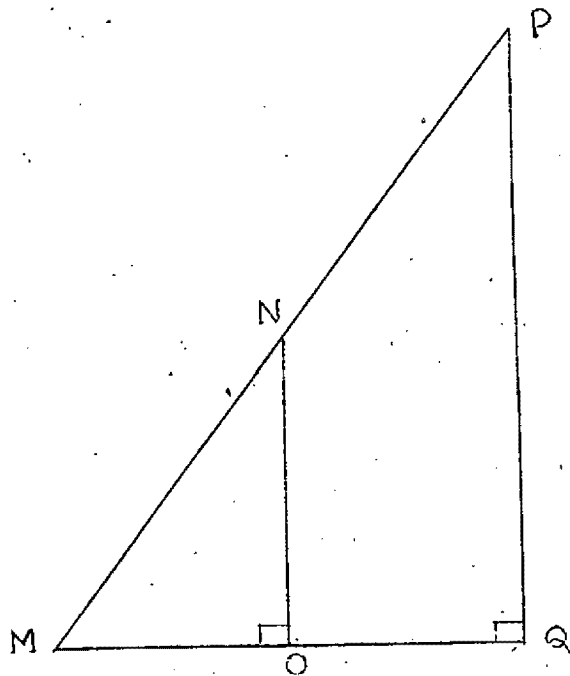
5. นักเรียนจะเห็นได้ว่า สามเหลี่ยม ABC และสามเหลี่ยม DEF เป็นสามเหลี่ยมที่.....กัน และอัตราส่วนของความยาวด้านที่.....กันจะมีค่า.....กัน

กิจกรรม 2.2

สื่อการเรียนการสอน กระดาษรูปสามเหลี่ยม MNO และสามเหลี่ยม MPQ

สื่อการเรียนการสอน

บทเรียนกิจกรรมที่ 2 กิจกรรม 2.2 หน่วยที่ 1



ความ NO ยาว.....	ความ PQ ยาว.....	$\frac{NO}{PQ} = \dots\dots$	$\frac{PQ}{NO} = \dots\dots$
---------------------	---------------------	------------------------------	------------------------------

จากตาราง จะได้อัตราส่วนของความยาวด้านที่สมนัยกัน คือ

$$\frac{MN}{MQ} = \frac{NO}{\dots\dots\dots}$$

$$\frac{MP}{MO} = \frac{PQ}{\dots\dots\dots}$$

3. นักเรียนจะเห็นได้ว่า สามเหลี่ยม MNO และสามเหลี่ยม MPQ เป็นสามเหลี่ยมที่.....กัน มีอัตราส่วนของความยาวด้านที่.....กันมีค่า.....กัน

จากผลของการเท่ากันของอัตราส่วนของความยาวด้านในข้อ 1 และข้อ 3 คือ คุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกันโดยพิจารณาค่าของสามเหลี่ยมที่สมนัยกัน

สรุปได้ว่า คุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกันโดยพิจารณาค่าของสามเหลี่ยมที่สมนัยกันคือ อัตราส่วน.....

เฉลย

บทเรียนกิจกรรมที่ 2

กิจกรรม 2.1

1. กลายกัน

มุม BAC เท่ากับมุม EDF, มุม ACB เท่ากับมุม DFE

มุม ABC เท่ากับมุม DEF

2. ด้าน AC และด้าน DF

ด้าน AB และด้าน DE

ด้าน BC และด้าน EF

3. ด้าน AC และด้าน DF

ด้าน AB และด้าน DE

ด้าน BC และด้าน EF

4.

3	6	$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$	$\frac{6}{3} = \frac{2}{1}$
2	4	$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$	$\frac{4}{2} = \frac{2}{1}$
4	8	$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$	$\frac{8}{4} = \frac{2}{1}$

 $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{1}$

สมนัย

เท่า

สมนัย

เท่า

5. กลาย

สมนัย เท่า

กิจกรรม 2.2

1. สามเหลี่ยม MNO สามเหลี่ยม MPQ

มุม OMN เท่ากับมุม QMP, มุม MNO เท่ากับมุม MPQ

มุม MON เท่ากับมุม MQP

ด้าน NO เท่ากับด้าน PQ

ด้าน MO เท่ากับด้าน MQ

ด้าน MN เท่ากับด้าน MP

2.

5	10	$\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$	$\frac{10}{5} = \frac{2}{1}$
3	6	$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$	$\frac{6}{3} = \frac{2}{1}$
4	8	$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$	$\frac{8}{4} = \frac{2}{1}$

$$\frac{MN}{MP} = \frac{MO}{MQ} = \frac{NO}{PQ} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{MP}{MN} = \frac{MQ}{MO} = \frac{PQ}{NO} = \frac{2}{1}$$

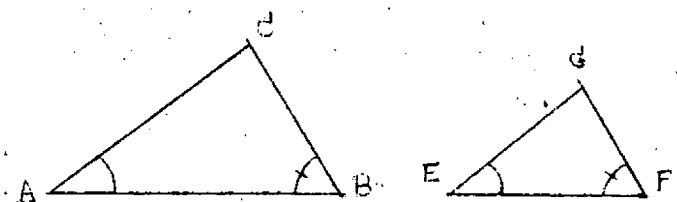
3. กลาย

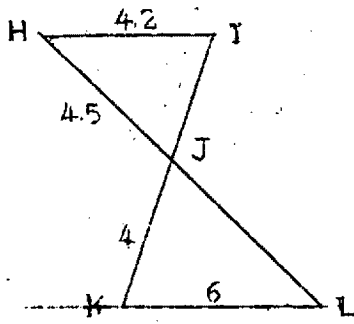
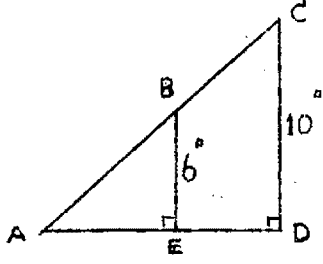
สมนัย เท่า

คือ อัตราส่วนของความยาวด้านที่สมนัยกันมีค่าเท่ากัน

บทเรียนแบบโปรแกรม

เรื่อง คุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกันโดยพิจารณาจากด้านของสามเหลี่ยม

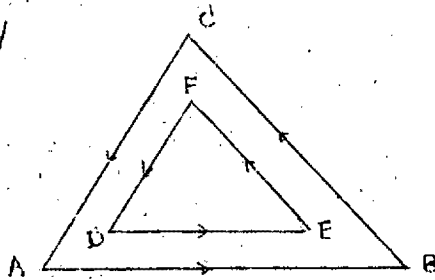
	<p>1. จากบทเรียนกิจกรรมที่ 2 จะได้ว่า คุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกันโดยพิจารณาจากด้านของสามเหลี่ยมที่สมนัยกัน คือ อัตราส่วนของความยาวด้านที่สมนัยกันจะมีค่า.....</p>
<p>เท่ากัน</p>	<p>2.</p>  <p>จากรูป สามเหลี่ยม ABC และสามเหลี่ยม EFG เป็นสามเหลี่ยมที่.....กัน</p>
<p>คล้าย</p>	<p>3. จากกรอบที่ 2 พิจารณาคุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกันโดยพิจารณาจากด้านของสามเหลี่ยมที่สมนัยกัน จะได้ว่า $\underline{AC} = \underline{AB} = \underline{BC}$ และ $\underline{EG} = \underline{EF} = \underline{FG}$</p>
<p>$\frac{AC}{EG} = \frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG}$ $\frac{EG}{AC} = \frac{EF}{AB} = \frac{FG}{BC}$</p>	<p>4. จากรูปสามเหลี่ยมในกรอบที่ 2 ถ้า BC ยาว 4 นิ้ว, EG ยาว 3 นิ้ว, FG ยาว 2 นิ้ว จะหาความยาวของ AC จากกรอบที่ 3 ได้ว่า $\frac{AC}{EG} = \frac{BC}{FG}$ $AC = \frac{.... \times}{FG}$</p>
<p>$AC = \frac{EG \times BC}{FG}$</p>	<p>5. จากกรอบที่ 4 แทนค่า BC, EG และ FG แล้วจะได้ $AC = \frac{.... \times}{....} =$ $\therefore AC$ ยาวเท่ากับ.....นิ้ว</p>

$\frac{4 \times 4}{2} = 6$ <p>6 นิ้ว</p>	<p>6. พิจารณารูป</p>  <p>จากรูปสามเหลี่ยม HLJ และสามเหลี่ยม K LJ เป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน และมีค่าอัตราส่วน</p> $\frac{HI}{KL} = \dots\dots$
$\frac{4.2}{6}$	<p>7. จากรูปในกรอบที่ 6 ถ้าจะหาความยาวของท้องพิจารณาอัตราส่วน $\frac{IJ}{JK} = \frac{HI}{KL}$</p> $IJ = \dots\dots \times \frac{\dots\dots}{KL}$
$JK \times \frac{HI}{KL}$	<p>8. จากกรอบที่ 7 แทนค่าความยาว JK และ $\frac{HI}{KL}$ จะได้</p> $IJ = \dots\dots \times \dots\dots = \dots\dots$
$4 \times \frac{4.2}{6} = 2.8$	<p>9. ในทำนองเดียวกัน ถ้าจะหาความยาวของท้องพิจารณาอัตราส่วน $\frac{LJ}{JH} = \frac{KL}{HI}$</p> $LJ = \dots\dots \times \frac{\dots\dots}{HI}$
$JH \times \frac{KL}{HI}$	<p>10. จากกรอบที่ 9 แทนค่าความยาวของ JH และ $\frac{KL}{HI}$ จะได้</p> $LJ = \dots\dots \times \dots\dots = \dots\dots$
$4.5 \times \frac{6}{6.2} = 6.43$	<p>11. พิจารณารูป</p>  <p>สามเหลี่ยม ABE และสามเหลี่ยม ACD เป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ถ้า AC ยาว 15 นิ้ว, AE ยาว 8.4 นิ้ว</p> <p>ค่าที่ไม่ทราบค่าความยาวคือ.....และ.....</p>

AB, AD	<p>12. พิจารณาอัตราส่วนของความยาวด้านของสามเหลี่ยมในกรอบที่ 1 จะได้</p> $\underline{AB} = \underline{CD} \text{ และ } \underline{AD} = \underline{BE}$
$\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CD}, \frac{AD}{AE} = \frac{CD}{BE}$	<p>13. จากกรอบที่ 12 ได้</p> $AB = \dots \times \dots$ $AD = \dots \times \dots$
$AC \times \frac{BE}{CD}$ $AE \times \frac{CD}{BE}$	<p>14. จากกรอบที่ 13 แทนค่า AC, BC, CD, AE, CD และ BE จะได้</p> $AB = \dots \times \dots = \dots \text{ นิ้ว}$ $AD = \dots \times \dots = \dots \text{ นิ้ว}$
$15 \times \frac{6}{10} = 9 \text{ นิ้ว}$ $8.4 \times \frac{10}{6} = 14 \text{ นิ้ว}$	

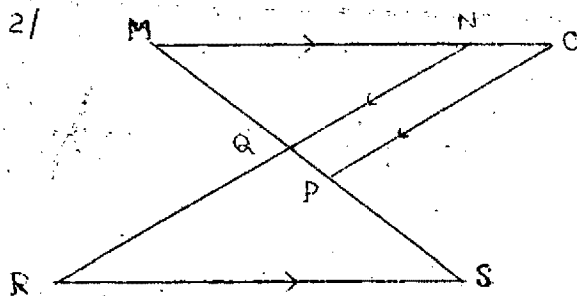
แบบฝึกหัดประจำหน่วยที่ 1

1/



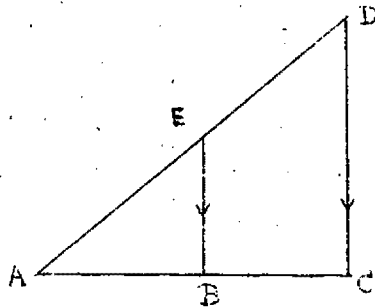
จากสามเหลี่ยมสองรูปนี้
จงเขียนมุมที่เท่ากันมา 3 คู่
จงเขียนด้านของสามเหลี่ยมที่สมนัยกันมา 3 คู่

2/



จากรูป จงเขียนชื่อของสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
มา 3 คู่

3/



จงเขียน อัตราส่วนของด้านที่สมนัยกัน

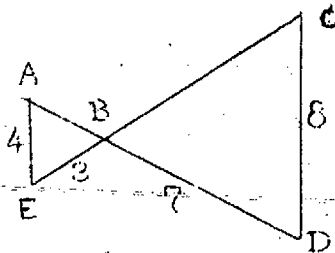
1. $\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CD} = \frac{AE}{AD}$

2. $\frac{AC}{BC} = \frac{BE}{CD} = \frac{AE}{AD}$

4/ จากรูปในข้อ 3/ ถ้า AC ยาว 9 นิ้ว และ AB ยาว 5 นิ้ว
จงหาค่าอัตราส่วนต่อไปนี้

$\frac{AB}{AC}, \frac{BE}{CD}, \frac{AE}{AD}, \frac{CD}{BE}, \frac{AC}{AB}, \frac{AD}{AE}$

5/



จากรูป จงหาค่าความยาวด้าน AB และ BC

เฉลย.

แบบฝึกหัดประจำหน่วยที่ 1

- 1/ มุมที่เท่ากัน 3 คู่ คือ $\angle BAC = \angle EDF$, $\angle ACB = \angle DFE$,
 $\angle ABC = \angle DEF$
 ด้านที่สมนัยกับ 3 คู่ คือ ด้าน AC สมนัยกับด้าน DF, ด้าน AB สมนัยกับด้าน DE,
 ด้าน BC สมนัยกับด้าน EF

- 2/ สามเหลี่ยม MQN และสามเหลี่ยม MPO เป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
 สามเหลี่ยม MQN และสามเหลี่ยม QRS เป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
 สามเหลี่ยม QRS และสามเหลี่ยม MPO เป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

$$3/ \frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CD} = \frac{AE}{AD}$$

$$\frac{AC}{AB} = \frac{CD}{BE} = \frac{AD}{AE}$$

$$4/ \frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CD} = \frac{AE}{AD} = \frac{5}{9}$$

$$\frac{CD}{BE} = \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AE} = \frac{9}{5}$$

- 5/ จะหาความยาวด้าน AB

จากรูปจะได้

(แทนค่า BD = 7 นิ้ว, AE = 4 นิ้ว, CD = 8 นิ้ว)

$$\therefore \frac{AB}{7} = \frac{4}{8} \quad \therefore AB = \frac{4 \times 7}{8} = 3.5 \text{ นิ้ว}$$

จะหาความยาวของ

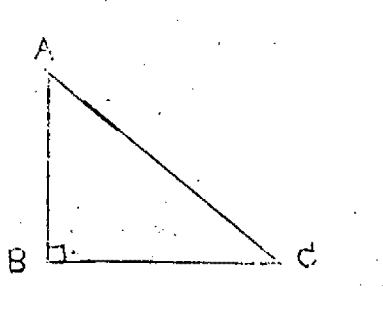
จากรูปจะได้

(แทนค่า BE = 3 นิ้ว, CD = 8 นิ้ว, AE = 4 นิ้ว)

$$\therefore \frac{BC}{3} = \frac{8}{4} \quad \therefore BC = \frac{3 \times 8}{4} = 6 \text{ นิ้ว}$$

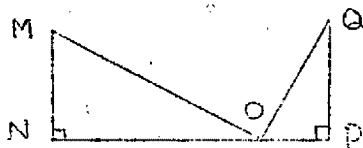
แบบสอนประเมินผลก่อนและหลังการเรียนประจำหน่วยที่ 1

1. สามเหลี่ยมรูปใดที่คล้ายกันกับสามเหลี่ยม ABC



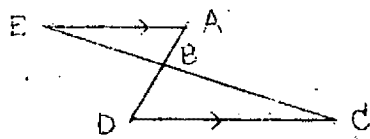
- ก.
- ข.
- ค.
- ง.

2. จากรูปสามเหลี่ยม MNO และสามเหลี่ยม OPQ เป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ข้อใดเป็นมุมเท่ากัน



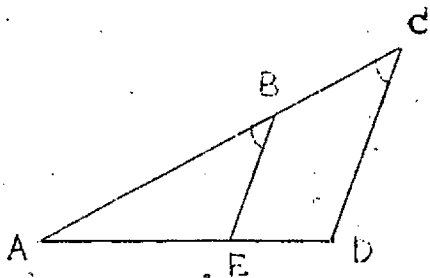
- ก. มุม POQ = มุม OQP ข. มุม POQ = มุม NMO
- ค. มุม MON = มุม POQ ง. มุม NMO = มุม OQP

3. จากรูป ข้อใดคือด้านที่สมนัยกัน



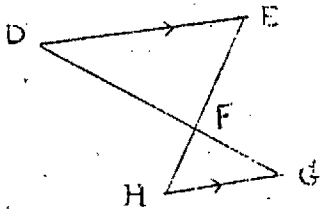
- ก. AE, AB ข. AB, BC
- ค. BE, ED ง. AB, BD

4. ข้อใดคือ คุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน



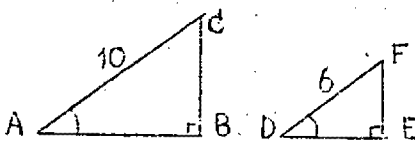
- ก. $\frac{AB}{AC} = \frac{DC}{BE} = \frac{AC}{AD}$
- ข. $\frac{DC}{BE} = \frac{AC}{AB} = \frac{AE}{AD}$
- ค. $\frac{AB}{AE} = \frac{AE}{CD} = \frac{CD}{BE}$
- ง. $\frac{BE}{CD} = \frac{AE}{AD} = \frac{AB}{AC}$

5. ข้อใดคือคู่ของมุมบีของสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน



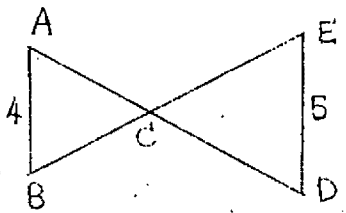
- ก. $\frac{DE}{GH} = \frac{DF}{FG}$
- ข. $\frac{EF}{FH} = \frac{EG}{DF}$
- ค. $\frac{FH}{EF} = \frac{DE}{GH}$
- ง. $\frac{DF}{FH} = \frac{EF}{FG}$

6. จากรูปสามเหลี่ยม ABC และสามเหลี่ยม DEF มีมุมเท่ากัน 3 คู่ อัตราส่วน $\frac{AB}{DE}$ มีค่าเท่าไร



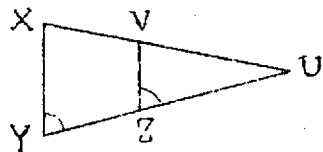
- ก. $\frac{10}{6}$
- ข. $\frac{2}{3}$
- ค. $\frac{3}{5}$
- ง. $\frac{2}{5}$

7. จากรูป อัตราส่วน $\frac{CE}{BC} = \frac{AC}{CD}$ มีค่าเท่าไร



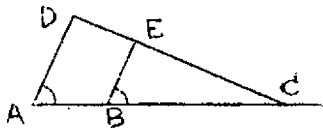
- ก. $\frac{9}{20}$
- ข. $\frac{4}{5}$
- ค. $1\frac{1}{4}$
- ง. $\frac{4}{5}$

8. จากรูป ถ้า UV ยาว 4.2 นิ้ว UX ยาวเท่าไร



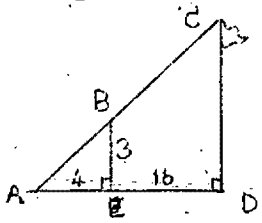
- ก. 8 นิ้ว
- ข. 7 นิ้ว
- ค. 6 นิ้ว
- ง. 5 นิ้ว

9. จากรูป AB ยาว 4 หน่วย BC ยาว 6 หน่วย และ AD ยาว 7 หน่วย BE ยาวเท่าไร



- ก. 4.2 หน่วย
- ข. 4.3 หน่วย
- ค. 4.4 หน่วย
- ง. 4.5 หน่วย

10. จากรูป CD เป็นความสูงของเสาชง เสาชงสูงเท่าไร



- ก. 13 ฟุต
- ข. 14 ฟุต
- ค. 15 ฟุต
- ง. 16 ฟุต

เฉลย

แบบสอบประเมินผลก่อนและหลังการเรียนประจำหน่วยที่ 1

1. ก
2. ข
3. ง
4. ง
5. ก
6. ก
7. ก
8. ข
9. ก
10. ก

หน่วยที่ 2

เรื่อง คุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกันโดยพิจารณา
จากที่ประกอบมุมที่เท่ากัน

หลักการและเหตุผล

คุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกันในหน่วยนี้เป็นคุณสมบัติที่ได้จากคุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกันโดยพิจารณาคานที่สมนัยกัน มีประโยชน์นำไปใช้แก้ปัญหาการหาความยาวด้านของสามเหลี่ยมที่ไม่ทราบค่าใดรวมเร็วขึ้น จึงจำเป็นที่นักเรียนต้องศึกษาและฝึกฝนในหน่วยการเรียนรู้เพิ่มเติมอีก

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบหน่วยการเรียนรู้แล้วกำหนดสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันให้นักเรียนสามารถ

1. หาค่าอัตราส่วนของความยาวด้านประชิดมุมที่เท่ากันได้ถูกต้อง
2. เขียนอัตราส่วนของความยาวด้านประชิดมุมที่เท่ากันได้ถูกต้อง
3. หาค่าความยาวด้านที่ไม่ทราบค่าของสามเหลี่ยมได้ถูกต้องโดยใช้คุณสมบัติ

ของสามเหลี่ยมที่คล้ายกันของหน่วยการเรียนรู้

ความรู้พื้นฐาน

นักเรียนควรมีความรู้เรื่อง สามเหลี่ยมที่คล้ายกันและคุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกันโดยพิจารณาคานที่สมนัยกัน

การประเมินผลก่อนการเรียนรู้

ทำแบบสอบถามประเมินผลก่อนการเรียนรู้ประจำหน่วยที่ 2 เรื่อง คุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ถ้าทำได้ตามเกณฑ์ 100 เปอร์เซ็นต์ไม่ต้องเรียนในหน่วยนี้

กิจกรรมนักเรียน

1. ทำแบบสอบประเมินผลก่อนการเรียนเรื่อง คุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
2. ทำกิจกรรมต่อไปนี้
 - 2.1 ศึกษาทเรียนกิจกรรมที่ 1
 - 2.2 ศึกษาทเรียนแบบโปรแกรม
 - 2.3 ศึกษาทเรียนกิจกรรมที่ 3
 - 2.4 ทำแบบฝึกหัดประจำหน่วยที่ 2 และตรวจคำตอบจากเฉลย
3. ทำแบบสอบประเมินผลหลังการเรียน
4. เรียนซ่อมเสริม ตามหัวข้อการเรียนซ่อมเสริม

การประเมินผลหลังการเรียน

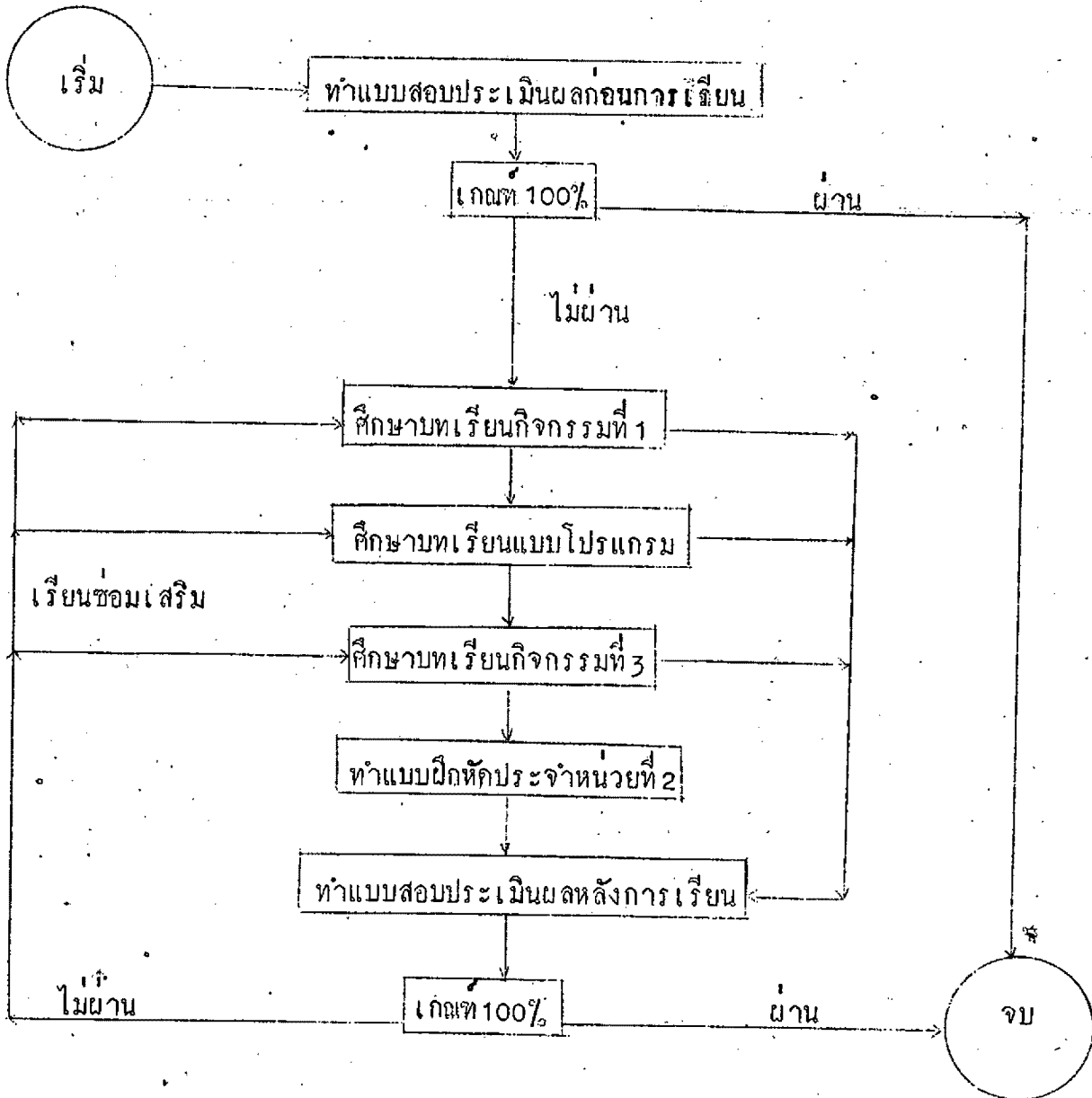
ทำแบบสอบประเมินผลหลังการเรียนจากแบบสอบชุดเดียวกันกับแบบสอบประเมินผลก่อนการเรียน ถ้าทำได้ตามเกณฑ์ 100 เปอร์เซ็นต์ถือว่าผ่านไม่เรียนหน่วยที่ 3 ได้ แต่ถ้าทำไม่ผ่านตามเกณฑ์จะต้องเรียนซ่อมเสริม

การเรียนซ่อมเสริม

ถ้าทำแบบสอบไม่ผ่านเกณฑ์การประเมินผลหลังการเรียนให้เลือกทำกิจกรรมต่อไปนี้

1. ศึกษาเพิ่มเติมใหม่จากข้อ 2.1 หรือ 2.2 หรือ 2.3
2. ฟังคำชี้แนะจากอาจารย์ผู้ควบคุม

แสดงลำดับขั้นของกิจกรรมการเรียน



บทเรียนกิจกรรมที่ 1 การหาอัตราส่วนของความยาวของด้านประจักษ์มุมที่เท่ากัน

สื่อการเรียนการสอน กระดาษรูปสามเหลี่ยม ABC และสามเหลี่ยม DEF บรรจุ
ในซองหมายเลข 2

กิจกรรม

1. ให้นักเรียนเปรียบเทียบเส้นมุมของสามเหลี่ยมที่อยู่ในซองหมายเลข 2
โดยการวัดหรือหามุม จะได้มุมเท่ากัน.....คู่ ได้แก่
มุม.....เท่ากับมุม....., มุม.....เท่ากับมุม.....
มุม.....เท่ากับมุม.....

2. ให้นักเรียนวัดความยาวด้านของสามเหลี่ยมทั้งสองรูป จะได้
ในสามเหลี่ยม ABC มีด้าน AB ยาว....., ด้าน BC ยาว....., ด้าน AC ยาว.....
ในสามเหลี่ยม DEF มีด้าน DE ยาว....., ด้าน EF ยาว....., ด้าน DF ยาว.....
ด้านประกอบมุม BAC คือด้าน.....และด้าน.....
ด้านประกอบมุม EDF คือด้าน.....และด้าน.....
ด้านประกอบมุม ACB คือด้าน.....และด้าน.....
ด้านประกอบมุม DFE คือด้าน.....และด้าน.....
ด้านประกอบมุม ABC คือด้าน.....และด้าน.....
ด้านประกอบมุม DEF คือด้าน.....และด้าน.....

3. เมื่อนักเรียนทราบความยาวของด้านทั้งหมดของสามเหลี่ยมทั้งสองรูปแล้ว
นักเรียนสามารถหาค่าอัตราส่วนของความยาวของด้านประกอบมุมที่เท่ากัน แล้วนำมาเปรียบเทียบ
กันได้ดังนี้

ก. $\frac{AC}{AB} = \dots\dots\dots, \frac{DF}{DE} = \dots\dots\dots, \frac{AB}{AC} = \dots\dots\dots, \frac{DE}{DF} = \dots\dots\dots$

ข. $\frac{AC}{BC} = \dots\dots\dots, \frac{DF}{EF} = \dots\dots\dots, \frac{BC}{AC} = \dots\dots\dots, \frac{EF}{DF} = \dots\dots\dots$

ก. $\frac{BC}{AB} = \dots\dots\dots$, $\frac{EF}{DE} = \dots\dots\dots$, $\frac{AB}{BC} = \dots\dots\dots$, $\frac{DE}{EF} = \dots\dots\dots$

4. สรุปจาก ก, ข, ค ในข้อ 3 จะได้อัตราส่วนที่เท่ากัน.....

ได้แก่

1. $\frac{AC}{DE} = \frac{DE}{AC}$

2. $\frac{AB}{BC} = \frac{BC}{AB}$

3. $\frac{DE}{EF} = \frac{EF}{DE}$

4. $\frac{BC}{AB} = \frac{AB}{BC}$

5. $\frac{AB}{BC} = \frac{BC}{AB}$

6. $\frac{DE}{EF} = \frac{EF}{DE}$

นักเรียนสังเกต อัตราส่วนที่เท่ากันจะเป็นอัตราส่วนของความยาวด้าน
 ประชิดมุมที่.....กัน

เฉลย

บทเรียนกิจกรรมที่ 1

1. เท่ากัน 3 คู่

มุม BAC เท่ากับมุม EDF , มุม ACB เท่ากับมุม DEF

มุม ABC เท่ากับมุม DEF

2. ด้านประกอบมุม BAC คือด้าน AC และด้าน AB	ด้าน AB ยาว 6 ซม.
ด้านประกอบมุม EDF คือด้าน DF และด้าน DE	ด้าน BC ยาว 8 ซม.
ด้านประกอบมุม ACB คือด้าน AC และด้าน BC	ด้าน AC ยาว 10 ซม.
ด้านประกอบมุม DFE คือด้าน DF และด้าน EF	ด้าน DE ยาว 3 ซม.
ด้านประกอบมุม ABC คือด้าน AB และด้าน BC	ด้าน EF ยาว 4 ซม.
ด้านประกอบมุม DEF คือด้าน DE และด้าน EF	ด้าน DF ยาว 5 ซม.

3.

ก. $\frac{AC}{AB} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$, $\frac{DF}{DE} = \frac{5}{3}$, $\frac{AB}{AC} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$, $\frac{DE}{DF} = \frac{3}{5}$

ข. $\frac{AC}{BC} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$, $\frac{DF}{EF} = \frac{5}{4}$, $\frac{BC}{AC} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$, $\frac{EF}{DF} = \frac{4}{5}$

ค. $\frac{BC}{AB} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$, $\frac{EF}{DE} = \frac{4}{3}$, $\frac{AB}{BC} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$, $\frac{DE}{EF} = \frac{3}{4}$

4. เท่ากัน 6 คู่

1. $\frac{AC}{AB} = \frac{DF}{DE}$

2. $\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF}$

3. $\frac{AC}{BC} = \frac{DF}{EF}$

4. $\frac{BC}{AC} = \frac{EF}{DF}$

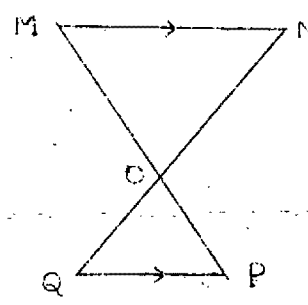
5. $\frac{BC}{AB} = \frac{EF}{DE}$

6. $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$

เท่ากัน

บทเรียนแบบ โปรแกรม

เรื่อง คุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกันโดยพิจารณาจากหน้าที่ประกอบมุมที่เท่ากัน

	<p>1.</p>  <p>จากรูปสามเหลี่ยม MNO และสามเหลี่ยม OPQ มีมุมเท่ากันคู่ ได้แก่ มุม..... มุม..... มุม..... มุม..... มุม..... มุม.....</p>
<p>3 คู่</p> <p>มุม OMN = มุม OPQ มุม MNO = มุม OQP มุม MON = มุม QOP</p>	<p>2. จากรูปสามเหลี่ยมในกรอบที่ 1 จะกล่าวได้ว่า สามเหลี่ยม MNO และสามเหลี่ยม OPQ เป็นสามเหลี่ยมที่.....กัน ตามคุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกันโดยพิจารณาจากหน้าที่สมนัยกัน จะได้ว่า $\frac{MN}{OP} = \frac{NO}{OQ}$</p>
<p>กล่าว</p> <p>$\frac{MN}{QP} = \frac{MO}{OP} = \frac{NO}{OQ}$</p>	<p>3. จากอัตราส่วนในกรอบที่ 2 สามารถแยกได้เป็น</p> <p>3.1 $\frac{MN}{QP} = \frac{MO}{OP}$</p> <p>3.2 $\frac{MO}{OP} = \frac{NO}{OQ}$</p> <p>3.3 $\frac{MN}{QP} = \frac{NO}{OQ}$</p>
<p>$\frac{MN}{QP} = \frac{MO}{OP}$</p> <p>$\frac{MO}{OP} = \frac{NO}{OQ}$</p> <p>$\frac{MN}{QP} = \frac{NO}{OQ}$</p>	<p>4. จาก 3.1 ในกรอบที่ 3 $\frac{MN}{QP} = \frac{MO}{OP}$ [1]</p> <p>[1] x $\frac{QP}{MO}$ ได้ $\frac{MN}{OP} = \frac{NO}{OQ}$ [2]</p> <p>[1] x $\frac{OP}{MN}$ ได้ $\frac{OP}{MN} = \frac{NO}{OQ}$ [3]</p>

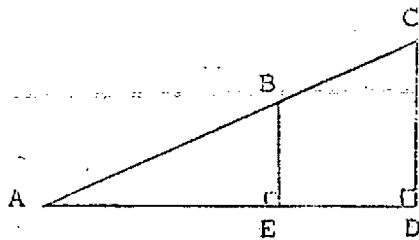
$\frac{MN}{MO} = \frac{QP}{OP}$ $\frac{OP}{QP} = \frac{MO}{MN}$	<p>5. จาก 3.2 ในกรอบที่ 3 $\frac{MO}{OP} = \frac{NO}{OQ} \dots\dots\dots [4]$</p> <p>$[4] \times \frac{OP}{NO}$ ได้ $\frac{MO}{NO} = \frac{OP}{OQ} \dots\dots\dots [5]$</p> <p>$[4] \times \frac{OQ}{MO}$ ได้ $\frac{OP}{OP} = \frac{NO}{MN} \dots\dots\dots [6]$</p>
$\frac{MN}{NO} = \frac{QP}{OQ}$ $\frac{OQ}{QP} = \frac{NO}{MO}$	<p>6. จาก 3.3 ในกรอบที่ 3 $\frac{MN}{QP} = \frac{NO}{OQ} \dots\dots\dots [7]$</p> <p>$[7] \times \frac{QP}{NO}$ ได้ $\frac{MN}{NO} = \frac{QP}{OQ} \dots\dots\dots [8]$</p> <p>$[7] \times \frac{OQ}{MN}$ ได้ $\frac{OQ}{QP} = \frac{NO}{MO} \dots\dots\dots [9]$</p>
$\frac{MN}{NO} = \frac{QP}{OQ}$ $\frac{OQ}{QP} = \frac{NO}{MN}$	<p>7. นักเรียนสังเกต</p> <p>7.1 อัตราส่วนใน $[1]$, $[4]$, $[7]$ เป็นคุณสมบัติคล้ายกันโดยพิจารณาความที่สมนัยกัน</p> <p>7.2 อัตราส่วนใน $[2]$, $[3]$, $[5]$, $[6]$, $[8]$, $[9]$ เป็นคุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกันโดยพิจารณาความที่ประกอบมุมที่เท่ากัน ซึ่งมีอัตราส่วนที่เท่ากันคู่</p>
<p>6 คู่</p>	<p>8. นักเรียนสังเกตอัตราส่วน ในข้อ 7.2 ในกรอบที่ 7 อัตราส่วนแต่ละคู่จะมี เศษเป็นความยาวของด้านที่.....กัน มี ส่วนเป็นความยาวของด้านที่.....กัน</p>

สมัย สมัย	9. สรุปได้ว่า คุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกันโดย พิจารณาจากที่ประกอบมุมที่เท่ากัน คือ.....
อัตราส่วนของความ ยาวด้านที่ประกอบมุม ที่เท่ากันจะมีค่าเท่ากัน	

บทเรียนกิจกรรมที่ 3 การหาความยาวของด้านที่ไม่ทราบค่าโดยใช้คุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

กิจกรรม 3.1

จากรูป ถ้าจะหาความยาวของด้าน AC และด้าน AE



ถ้ากำหนด AB ยาว 12 หน่วย

BE ยาว 5 หน่วย

CD ยาว 6 หน่วย

AD ยาว 10 หน่วย

จากรูป สามเหลี่ยม ABC และสามเหลี่ยม ACD เป็นสามเหลี่ยมที่.....กัน จะหาความยาวด้าน AC จากคุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกันโดยพิจารณาค่าที่ประกอบมุมที่เท่ากัน

$$\text{มุม } ABE = \text{มุม } \dots \text{ จะได้ } \frac{AC}{CD} = \frac{AB}{BE}$$

$$AC = \dots \times \dots$$

(แทนค่า CD = 6, AB = 12, และ BE = 5) จะได้

$$AC = \dots \times \dots = \dots \text{ หน่วย}$$

จะหาความยาวด้าน AE จากคุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกันโดยพิจารณาค่าที่ประกอบมุมที่เท่ากัน

$$\text{มุม } AEB = \text{มุม } \dots \text{ จะได้}$$

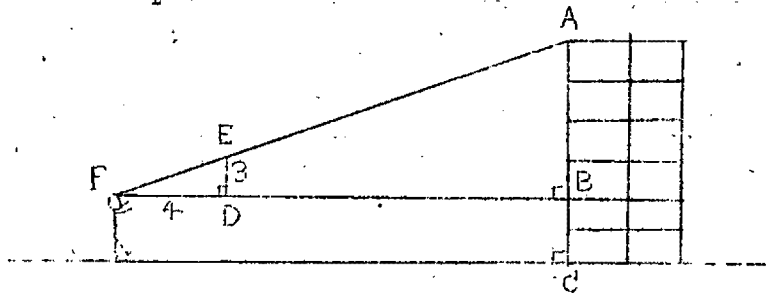
$$AE = \dots \times \dots$$

(แทนค่า BE = 5, AD = 10, และ CD = 6) จะได้

$$AE = \dots \times \dots = \dots \text{ หน่วย}$$

กิจกรรม 3.2

ชายคนหนึ่งสูง 1.5 เมตร นำกระดาษรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านประกอบมุมฉาก ยาว 4 นิ้ว และ 3 นิ้ว ส่องดูความสูงของตึก โดยให้ยอดตึกอยู่ในแนวเส้นตรงกันด้านตรงข้ามมุมฉาก และด้านประกอบมุมฉากยาว 3 นิ้ว อยู่ในแนวตั้งฉากกับพื้นดิน ชายคนนี้อยู่ห่างจากตัวตึก 200 เมตร ต้องการหาความสูงของตึกนี้



จากรูป ความสูงของตึกคือ AC ซึ่งมีความยาวเท่ากับ+...BC...
 แต่ BC มีความสูงเท่ากับชายคนนี้ BC = เมตร

เหลือ AB ซึ่งเป็นความสูงของตึกที่ต้องการ
 สามเหลี่ยม FED และสามเหลี่ยม FAB เป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ดังนั้น
 คุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกันโดยพิจารณาจากคนที่ประกอบมุมที่เท่ากัน
 จะได้ว่า

$$\frac{AB}{FB} = \frac{ED}{FD}$$

∴ AB = × FD

(แทนค่า FD = 4, FB = 200 และ ED = 3)

จะได้ AB = × =

แต่ความสูงของตึกคือ AC = AB + BC

∴ AC = + = ... เมตร

โดย

บทเรียนกิจกรรมที่ 3

กิจกรรม 3.1 คัดลอก

$$\text{มุม ABE} = \text{มุม ACD} \text{ จะได้ } \frac{AC}{CD} = \frac{AB}{BE}$$

$$AC = CD \times \frac{AB}{BE}$$

$$AC = 6 \times \frac{12}{5} = \frac{72}{5} = 14.4 \text{ หน่วย}$$

$$\text{มุม AEB} = \text{มุม ADC} \text{ จะได้ } \frac{AE}{BE} = \frac{AD}{CD}$$

$$AE = BE \times \frac{AD}{CD}$$

$$AE = 5 \times \frac{10}{6} = \frac{50}{6} = 8\frac{1}{3}$$

กิจกรรม 3.2

$$AB + BC$$

$$BC = 1.5$$

$$\frac{AB}{FB} = \frac{ED}{FD}$$

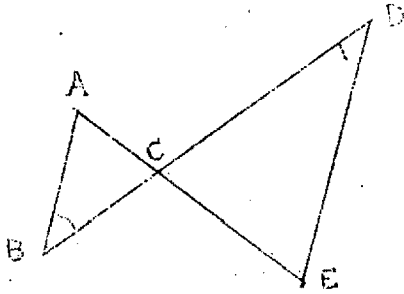
$$AB = FB \times \frac{ED}{FD}$$

$$AB = 200 \times \frac{3}{4} = 150$$

$$AC = 150 + 1.5 = 151.5 \text{ เมตร}$$

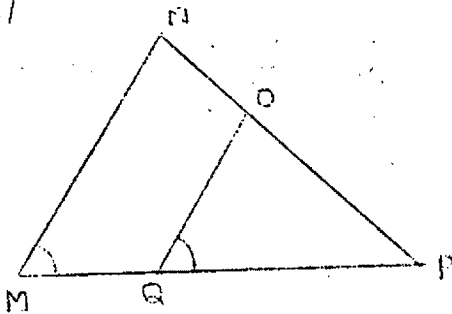
แบบฝึกหัดประจำหน่วยที่ 2

1/



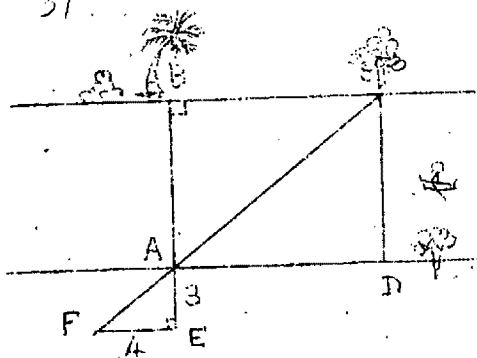
จงเขียนอัตราส่วนของความยาวด้านที่ประกอบมุมที่เท่ากัน มาให้ครบ 6 คู่

2/



- ก. จงเขียนอัตราส่วนของความยาวด้านที่ประกอบมุมที่เท่ากัน มาให้ครบ 6 คู่
- ข. ถ้า QO ยาว 5 , OP ยาว 6
MN ยาว 7 แล้ว NO ยาวเท่าไร

3/



จากรูป AB เป็นความกว้างของแม่น้ำ
สามเหลี่ยมมุมฉาก AEF อยู่บนฝั่ง มี FE
ยาว 4 , AE ยาว 3 และ AD ยาว
90 เมตร จุด D อยู่แนวตรงกันจุด C
จงหาความกว้างของแม่น้ำ

เฉลย

แบบฝึกหัดประจำหน่วยที่ 2

1/ อัตราส่วน 6 คู่ ได้แก่

1. $\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{CE}$ 2. $\frac{AC}{AB} = \frac{CE}{DE}$

3. $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{CD}$ 4. $\frac{BC}{AB} = \frac{CD}{DE}$ 5. $\frac{AC}{BC} = \frac{CE}{CD}$ 6. $\frac{BC}{AC} = \frac{CD}{CE}$

2/ อัตราส่วน 6 คู่ ได้แก่

1. $\frac{MN}{NP} = \frac{QO}{OP}$ 2. $\frac{NP}{MP} = \frac{OP}{QP}$

3. $\frac{MN}{MP} = \frac{QO}{QP}$ 4. $\frac{NP}{MN} = \frac{OP}{QO}$ 5. $\frac{MP}{NP} = \frac{QP}{OP}$ 6. $\frac{MP}{MN} = \frac{QP}{QO}$

ข. ถ้า QO ยาว 5, OP ยาว 6, MN ยาว 7 จะหา NO

จากคุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกันโดยพิจารณาจากด้านที่ประกอบมุมที่เท่ากัน

มุม MNP = มุม QOP จะได้ $\frac{NP}{MN} = \frac{OP}{QO}$

$$\therefore MP = MN \times \frac{OP}{QO}$$

แทนค่า MN, QO, OP จะได้ $NP = 7 \times \frac{6}{5} = 8.4$

แต่ $NP = NO + OP \therefore NO = NP - OP = 8.4 - 6 = 2.4$

3/ จะหาความยาว AB

มุม ABC = มุม FEA จะได้ $\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{FE}$

$$\therefore AB = BC \times \frac{AE}{FE}$$

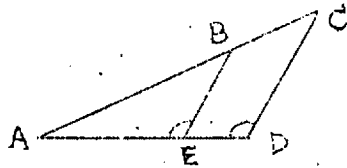
แทนค่า BC = AO = 90, AE = 3, FE = 4

$$\therefore AB = 90 \times \frac{3}{4} = \frac{270}{4} = 6.75$$

แม่น้ำกว้าง 6.75 เมตร

แบบสอบประเมินผลก่อนและหลังการเรียนประจำหน่วยที่ 2

1. จากรูปถ้า $\frac{AB}{BE} = \frac{4}{5}$ แล้ว $\frac{CD}{AC}$ มีค่าเท่าไร



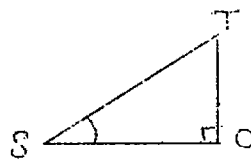
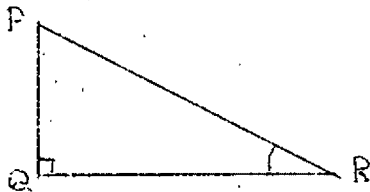
ก. $\frac{3}{5}$

ข. $\frac{4}{5}$

ค. $1\frac{1}{4}$

ง. $1\frac{1}{5}$

2.



จากรูปถ้า $\frac{TS}{TO} = \frac{9}{5}$ และ $\frac{SO}{TO} = \frac{8}{5}$ แล้ว อัตราส่วน $\frac{PQ}{QR}$ ต่างจาก $\frac{PQ}{PR}$ เท่าไร

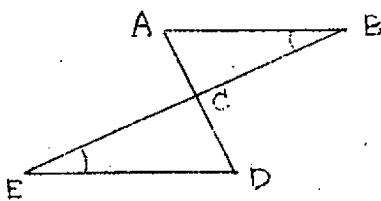
ก. $\frac{1}{6}$

ข. $1\frac{11}{12}$

ค. $\frac{5}{72}$

ง. $\frac{1}{2}$

3. อัตราส่วนที่เท่ากันคือข้อใด



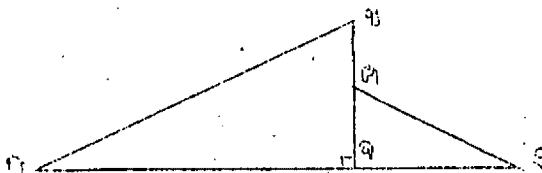
ก. $\frac{DE}{BE} = \frac{AB}{DE}$

ข. $\frac{AC}{BC} = \frac{CD}{CE}$

ค. $\frac{CD}{DE} = \frac{BC}{AB}$

ง. $\frac{AC}{CE} = \frac{BC}{CD}$

4. อัตราส่วนที่ไม่เท่ากับ คือข้อใด



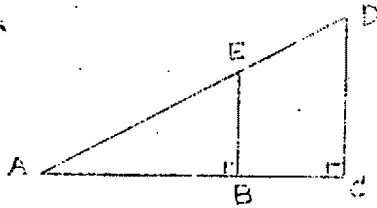
ก. $\frac{คข}{ขง} = \frac{คข}{คจ}$

ข. $\frac{คข}{ขจ} = \frac{คจ}{คข}$

ค. $\frac{คจ}{ขจ} = \frac{ขง}{ขจ}$

ง. $\frac{ขจ}{คข} = \frac{คจ}{ขง}$

5. ข้อใดคือคุณสมบัติของสายเหลี่ยมที่คล้ายกัน



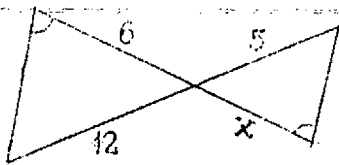
ก. $\frac{AE}{AB} = \frac{AC}{AD}$

ข. $\frac{AB}{BE} = \frac{AC}{CD}$

ค. $\frac{BE}{AE} = \frac{AD}{CD}$

ง. $\frac{AB}{AC} = \frac{DC}{BE}$

6.



จากรูป x มีค่าเท่าไร

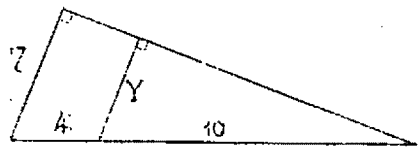
ก. 4

ข. 3

ค. 2

ง. $2\frac{1}{2}$

7. จากรูป y มีค่าเท่าไร



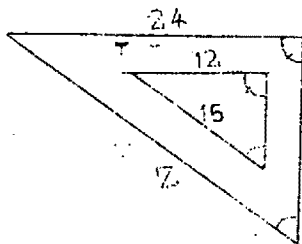
ก. 4.5

ข. 5

ค. 6

ง. 6.5

8. จากรูป z มีค่าเท่าไร



ก. 30

ข. 29

ค. 28

ง. 27

เฉลย

แบบสอบประเมินผลก่อนและหลังการเรียนประจำหน่วยที่ 2

1. ค

2. ค

3. ข

4. ก

5. ข

6. ง

7. ข

8. ก

หน่วยที่ 3

เรื่อง อัตราร้อยของความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม 60 องศา

หลักการและเหตุผล

ในการแก้ปัญหาเรื่อง การหาความยาวด้านสามเหลี่ยม หรือระยะทางหรือความสูงของสิ่งต่าง ๆ ในหน่วยที่ 1 และ 2 นั้นต้องอาศัยคุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน แต่เมื่อนักเรียนศึกษาในหน่วยที่ 3 นี้แล้ว การแก้ปัญหาดังกล่าวไม่จำเป็นต้องอาศัยคุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน เพียงแต่อาศัยค่าคงที่ของอัตราส่วนของความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม 60 องศาจะทำให้การแก้ปัญหาทางยสะควกรวดเร็วขึ้น

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบหน่วยการเรียนรู้แล้ว กำหนดสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม 60 องศา มาให้นักเรียนสามารถ

1. เขียนค่าอัตราส่วนของความยาวด้านที่มีมุม 60 องศาได้ถูกต้อง
2. บอกค่าคงที่ของอัตราส่วนของความยาวด้านที่มีมุม 60 องศาได้สามค่า
3. หาความยาวด้านที่ไม่ทราบของสามเหลี่ยมได้ถูกต้องโดยกำหนดความยาวด้านมาให้หนึ่งค่า
4. หาความยาวของระยะทางหรือความสูงของวัตถุได้ถูกต้องโดยกำหนดค่าความยาวที่เกี่ยวข้องมาให้หนึ่งค่า

ความรู้พื้นฐาน

นักเรียนต้องมีความรู้ในเรื่อง อัตราส่วน ซึ่งเป็นความรู้พื้นฐานของหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 และ 2 อยู่แล้ว เมื่อนักเรียนผ่านการเรียนในหน่วยที่ 2 แล้วก็สามารถศึกษาในหน่วยที่ 3 ได้

การประเมินผลก่อนการเรียน

ทำแบบสอบประเมินผลก่อนการเรียนประจำหน่วยที่ 3 เรื่อง อัตราส่วนของ ความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม 60 องศา ถ้าทำได้ตามเกณฑ์ 100 เปอร์เซ็นต์ ไม่ต้องเรียนในหน่วยนี้

กิจกรรมนักเรียน

1. ทำแบบสอบประเมินผลก่อนการเรียนเรื่องอัตราส่วนของความยาวด้าน สามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม 60 องศา
2. ทำกิจกรรมต่อไปนี้
 - 2.1 ศึกษาทบทวนกิจกรรมที่ 1
 - 2.2 ศึกษาทบทวนกิจกรรมที่ 2
 - 2.3 ทำแบบฝึกหัดประจำหน่วยที่ 3 และตรวจคำตอบจากเฉลย
3. ทำแบบสอบประเมินผลหลังการเรียน
4. เรียนซ่อมเสริม ตามหัวข้อการเรียนซ่อมเสริม

การประเมินผลหลังการเรียน

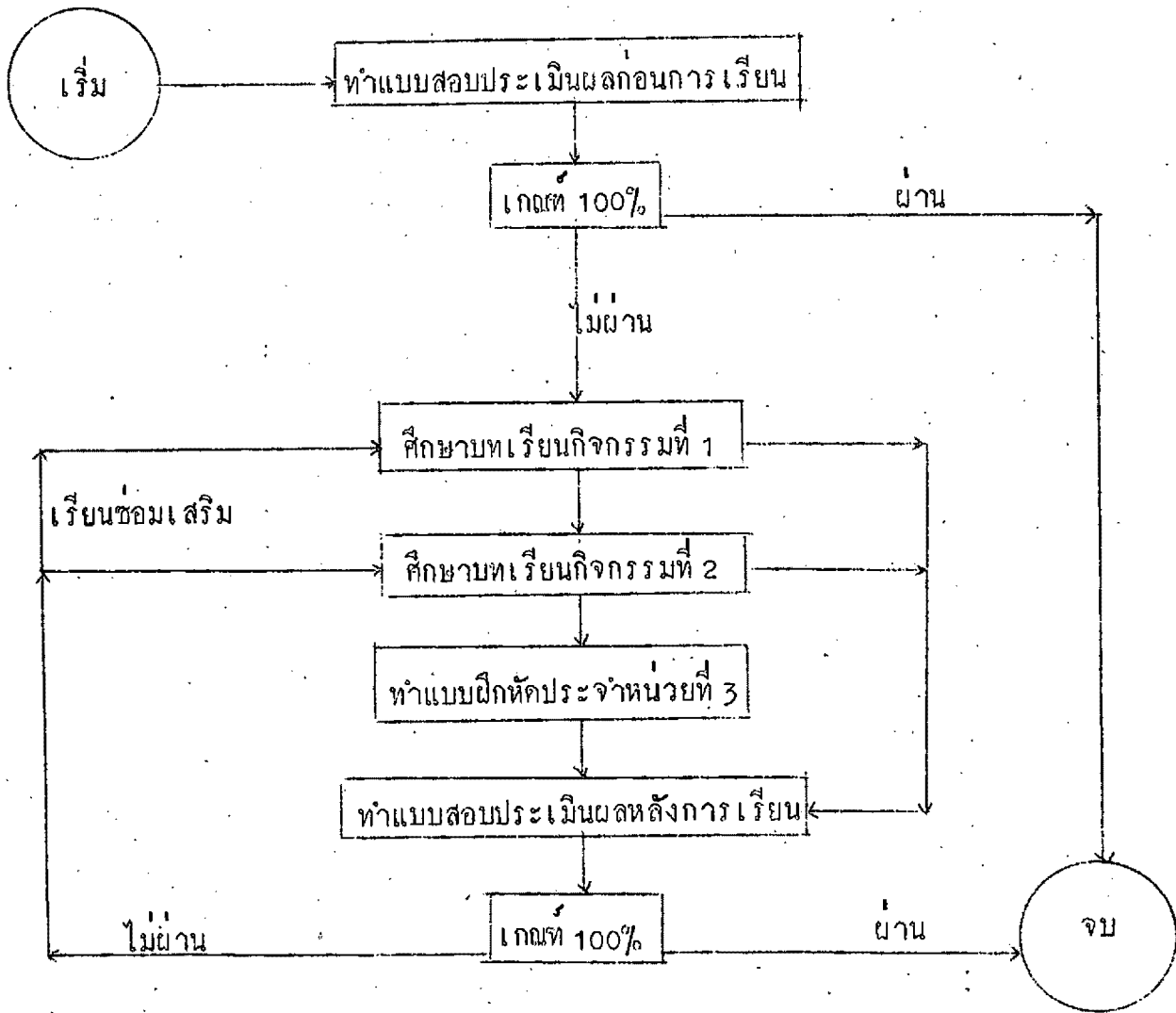
ทำแบบสอบประเมินผลหลังการเรียนจากแบบสอบชุดเดียวกันกับแบบสอบ ประเมินผลก่อนการเรียน ถ้าทำได้ตามเกณฑ์ 100 เปอร์เซ็นต์ ถือว่าผ่านไปเรียนหน่วย การเรียนที่ 4 ได้ แต่ถ้าทำไม่ผ่านตามเกณฑ์นี้จะต้องเรียนซ่อมเสริม

การเรียนซ่อมเสริม

ถ้าทำแบบสอบไม่ผ่านเกณฑ์การประเมินผลหลังการเรียนให้เลือกทำกิจกรรม ต่อไปนี้

1. ศึกษาเพิ่มเติมใหม่จากข้อ 2.1 หรือ 2.2
2. ฟังคำชี้แนะจากอาจารย์ผู้ควบคุม

แสดงลำดับขั้นของกิจกรรมการเรียน

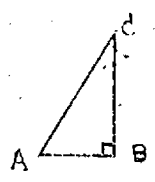
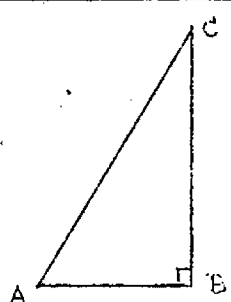
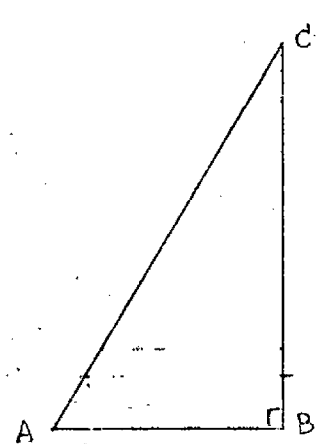


บทเรียนกิจกรรมที่ 1 การหาค่าอัตราส่วนของความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มุม 90 องศา

กิจกรรม

ให้นักเรียนวัดความยาวด้านของสามเหลี่ยม แล้วเขียนค่าอัตราส่วนของความยาวด้านลงในตารางที่ 1

ตารางที่ 1

สามเหลี่ยมมุมฉาก	มุม A	$\frac{AB}{AC}$	$\frac{BC}{AC}$	$\frac{BC}{AB}$
	60 องศา	0.50	0.86	1.73
	60 องศา			
	60 องศา			

จากตารางที่ 1 อัตราส่วน $\frac{AB}{AC}$, $\frac{BC}{AC}$, $\frac{BC}{AB}$ เป็นอัตราส่วนของความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม 60 องศา ถ้าสังเกตค่าอัตราส่วนในตารางของนักเรียนหลายคนแล้วจะเห็นว่าใกล้เคียงกัน เนื่องจากการวัด แต่พอสรุปได้ว่า

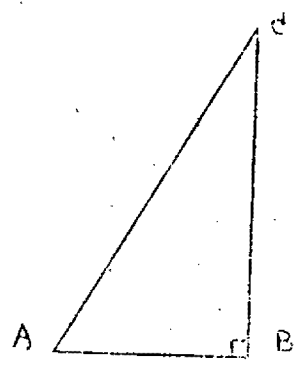
$\frac{AB}{AC}$ มีค่าประมาณ

$\frac{BC}{AC}$ มีค่าประมาณ

$\frac{BC}{AB}$ มีค่าประมาณ

จากตารางที่ 1 สามเหลี่ยมมุมฉากมีขนาดแตกต่างกัน แต่ค่าอัตราส่วนของความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม 60 องศาจะมีค่า.....เสมอ
คงที่/ไม่คงที่

เพื่อให้ค่าอัตราส่วนของความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม 60 องศาเหมือนกันหมดทุกคน จึงให้นักเรียนเขียนค่าอัตราส่วนที่เป็นค่าคงที่ลงในตารางที่ 2 แล้วใส่ค่าอัตราส่วนในตารางที่ 2 นี้ไปใช้ในการคำนวณแก้ปัญหาของหน่วยการเรียนรู้



ตารางที่ 2

มุม A	$\frac{AB}{AC}$	$\frac{BC}{AC}$	$\frac{BC}{AB}$
60			

เฉลย

บทเรียนกิจกรรมที่ 1

ตารางที่ 1

	มุม A	$\frac{AB}{AC}$	$\frac{BC}{AC}$	$\frac{BC}{AB}$
	60 องศา	0.50	0.86	1.73
	60 องศา	0.50	0.86	1.73
	60 องศา	0.50	0.86	1.73

ตารางที่ 2

มุม A	$\frac{AB}{AC}$	$\frac{BC}{AC}$	$\frac{BC}{AB}$
60	1.50	0.86	1.73

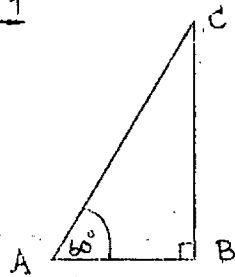
 $\frac{AB}{AC}$ มีค่าประมาณ 0.50 $\frac{BC}{AC}$ มีค่าประมาณ 0.86 $\frac{BC}{AB}$ มีค่าประมาณ 1.73

คงที่เสมอ

บทเรียนกิจกรรมที่ 2

การหาความยาวด้านที่ไม่ทราบค่าของสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยใช้ค่าอัตราส่วนของความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มุม 60 องศา :

กิจกรรม 2.1



ให้นักเรียนนำค่าอัตราส่วนของความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มุม 60 องศา จากตารางที่ 2 มาใช้ในการแก้ปัญหา

1. จะหาความยาวด้าน AB

จากตารางที่ 2 $\frac{AB}{AC} = \dots$

$\therefore AB = AC \times \dots$

แทนค่า AC=10 $\therefore AB = \dots \times \dots$

=

2. จะหาความยาวด้าน BC

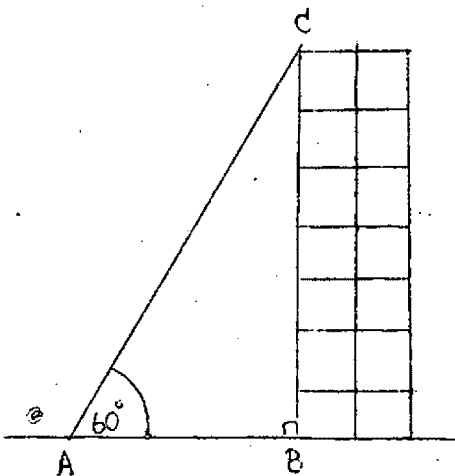
จากตารางที่ 2 $\frac{BC}{AC} = \dots$

$\therefore BC = \dots \times \dots$

แทนค่า AC=10 $\therefore BC = \dots \times \dots$

=

กิจกรรม 2.2



จากรูป BC เป็นความสูงของตึก

AB ยาว 120 เมตร

จะหาความสูงของตึก

นั่นคือ หาความสูงของ

จากตารางที่ 2 $\frac{BC}{AB} = \dots$

BC = $\dots \times \dots$

แทนค่า AB = 120 BC = $\dots \times \dots$

ตึกสูงเท่ากับ เมตร

เฉลย

บทเรียนกิจกรรมที่ 2

กิจกรรม 2.1

$$1. \frac{AB}{AC} = 0.50$$

$$AB = AC \times 0.5$$

$$AB = 10 \times 0.50$$

$$= 5$$

$$2. \frac{BC}{AC} = 1.73$$

$$BC = AC \times 1.7$$

$$BC = 10 \times 1.73$$

$$= 17.3$$

กิจกรรม 2.2

หากความสูง BC

$$\frac{BC}{AB} = 1.73$$

$$BC = AB \times 1.73$$

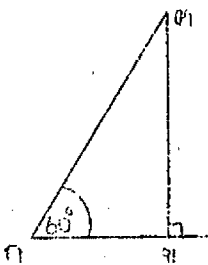
$$BC = 120 \times 1.73$$

คือสูงเท่ากับ 207.60 เมตร

แบบฝึกหัดประจำหน่วยที่ 3

1/ จงตอบคำถามต่อไปนี้

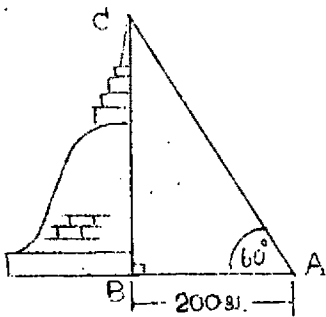
- ก. อัตราส่วนของความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม 60 องศา ในบทเรียนนี้มีกี่ค่า ได้แก่อัตราส่วนอะไรบ้าง
- ข. ค่าอัตราส่วนแต่ละค่าในข้อ ก. เป็นค่าคงที่หรือไม่
- ค. จากรูป จงเขียนค่าคงที่ของอัตราส่วนของความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม 60 องศา



$\frac{กข}{กค} = \dots\dots\dots, \frac{ขค}{กค} = \dots\dots\dots$

$\frac{กข}{กค} = \dots\dots\dots$

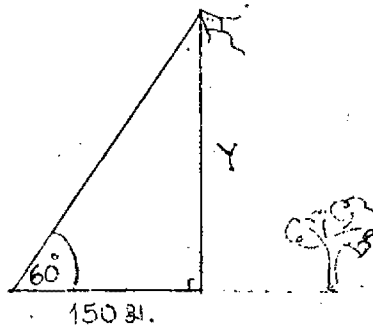
2/



จากรูป

จงหาค่าความสูงของเจดีย์

3/ จากรูป y เป็น ความสูงของวาวจากพื้นดิน
จงหาว่าวาวสูงจากพื้นดินเท่าไร



เฉลย

แบบฝึกหัดประจำหน่วยที่ 3

1/ ก. มี 3 ค่า ได้แก่ 0.5, 0.86, 1.73

ข. คงที่

$$ค. \frac{กข}{กข} = 1.73, \quad \frac{ขค}{กค} = 0.86$$

$$\frac{กข}{กค} = 0.50$$

2/ ความสูงของเจดีย์ คือ BC

จากรูปสามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก A กาง 60 องศา

$$ดังนั้น อัตราส่วน \frac{BC}{AB} = 1.73 \quad (\text{จากตารางที่ 2})$$

$$BC = AB \times 1.73$$

$$\text{แทนค่า } AB = 200 \therefore BC = 200 \times 1.73$$

$$\text{เจดีย์สูงเท่ากับ } 343$$

3/ จะหาค่า Y

$$\text{จากตารางที่ 2 } \frac{Y}{150} = 1.73$$

$$Y = 150 \times 1.73 = 259.50$$

ว่าสูงจากพื้นถึง 259.50 เมตร

แบบสอบประเมินผลก่อนและหลังการเรียนประจำหน่วยที่ 3

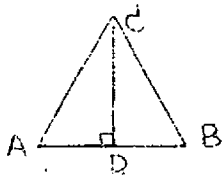
1. สามเหลี่ยม XYZ มี Y เป็นมุมฉาก มุม YXZ กาง 60 องศา
อัตราส่วน $\frac{YZ}{XY}$ มีค่าเท่าไร

ก 0.58 ข 0.86 ค 1.63 ง 1.73

2. สามเหลี่ยม กขค มี ค เป็นมุมฉาก มุม กกข กาง 30 องศา
อัตราส่วน $\frac{กค}{กข} - \frac{ขค}{กข}$

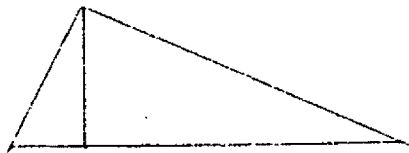
ก 0.26 ข 0.36 ค 0.87 ง 1.23

3. จากรูปสามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่า มี CD ตั้งฉาก AB ถ้า CD ยาว 3.46 นิ้ว $AC + CB + AB$ มีค่าเท่าไร



ก 4 นิ้ว ข 6 นิ้ว
ค 8 นิ้ว ง 12 นิ้ว

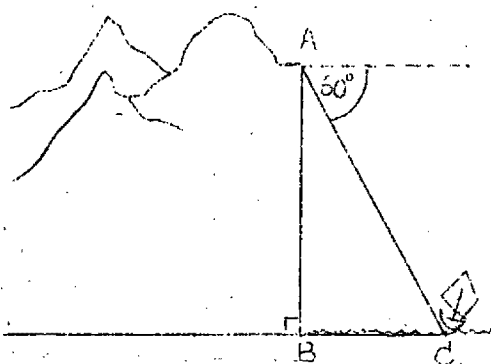
4.



จากรูป AB ยาว 10 หน่วย CD มีความยาวเท่าไร

ก 34.6 หน่วย ข 40 หน่วย
ค 40.6 หน่วย ง 40.8 หน่วย

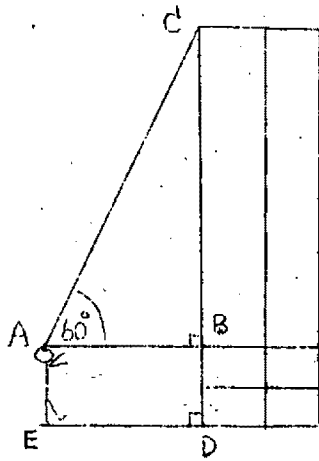
5.



ชายคนหนึ่งอยู่บนหน้าผา AB สูง 1,730 ฟุต
มองดูเรือที่จุด C เป็นมุมก้ม 60 องศาพอดี
เรือที่จุด C ห่างจากหน้าผาเป็นระยะทาง
เท่าไร

ก 890 ฟุต ข 930 ฟุต
ค 1,000 ฟุต ง 1,230 ฟุต

6.



ชายคนหนึ่งสูง AE เท่ากับ 1.75 เมตร
 อยู่ห่างจากตึกเป็นระยะ AB เท่ากับ 120
 เมตร มองดูยอดตึกเป็นมุมเงย 60° องศา
 พอดี CD เป็นความสูงของตึก ตึกนี้มีความ
 สูงเท่าไร

ก 209.35 เมตร ข 230 เมตร

ค 230.35 เมตร ง 249.35 เมตร

เฉลย

แบบสอบประเมินผลก่อนและหลังการเรียนประจำหน่วยที่ 3

1. ง

2. ข

3. ง

4. ก

5. ค

6. ก

หน่วยที่ 4

เรื่อง อัตราร่วมของความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มุม 30, 45, 60 องศา
(โดยการใช้ทฤษฎีของพีทาโกรัส)

หลักการและเหตุผล

การหาค่าอัตราร่วมของความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มุมต่าง ๆ โดยการวัด อาจจะได้ค่าอัตราร่วมคลาดเคลื่อน ดังนั้นการใช้ทฤษฎีของพีทาโกรัสช่วยในการหาความยาวด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากจะได้ค่าอัตราร่วมที่แน่นอน เมื่อนักเรียนศึกษาในหน่วยนี้จะเข้าใจการหาค่าอัตราร่วมโดยไม่ต้องวัดความยาวด้านของสามเหลี่ยม ทั้งยังเป็นพื้นฐานที่จะทำให้ศึกษาทำความเข้าใจเรื่องอัตราร่วม ไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ ได้รวดเร็ว

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบหน่วยการเรียนรู้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. คำนวณหาค่าอัตราร่วมของความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยการใช้ทฤษฎีของพีทาโกรัสได้ถูกต้อง
2. บอกความถี่ของอัตราร่วมของความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มุม 30, 45, 60 องศาได้ถูกต้อง
3. ทหาระยะทางหรือความสูงของวัตถุที่กำหนดให้ได้ถูกต้องโดยการใช้ค่าอัตราร่วมของความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มุม 30, 45, 60 องศา

ความรู้พื้นฐาน

ก่อนการเรียนรู้ในหน่วยนี้ นักเรียนต้องมีความรู้เรื่อง ทฤษฎีของพีทาโกรัส มุมกม มุมเงย เป็นอย่างดี

การประเมินผลก่อนการเรียน

1. ทำแบบสอบวัดความรู้พื้นฐานเรื่องทฤษฎีของปีทาโกรัส มุมกม มุมเงย ถ้าทำไม่ตามเกณฑ์ 100 เปอร์เซ็นต์ของพบอาจารย์ผู้ควบคุมเพื่อเสริมความรู้พื้นฐาน
2. ทำแบบสอบประเมินผลก่อนการเรียนประจำหน่วยที่ 4 เรื่องอัตราส่วนของความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มุม 30, 45, 60 องศา ถ้าทำได้ตามเกณฑ์ 100 เปอร์เซ็นต์ไม่ต้องเรียนในหน่วยนี้

กิจกรรมนักเรียน

1. ทำแบบสอบวัดความรู้พื้นฐาน
2. ทำแบบสอบประเมินผลก่อนการเรียนเรื่องอัตราส่วนของความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มุม 30, 45, 60 องศา
3. ทำกิจกรรมต่อไปนี้
 - 3.1 ศึกษาบทเรียนกิจกรรมที่ 1
 - 3.2 ศึกษาบทเรียนกิจกรรมที่ 2
 - 3.3 ศึกษาบทเรียนกิจกรรมที่ 3
 - 3.4 ศึกษาจากบทเรียนแบบโปรแกรม
 - 3.5 ทำแบบฝึกหัดประจำหน่วยที่ 4 และตรวจคำตอบจากเฉลย
4. ทำแบบสอบประเมินผลหลังการเรียน
5. เรียนซ่อมเสริม ตามหัวข้อ การเรียนซ่อมเสริม

การประเมินผลหลังการเรียน

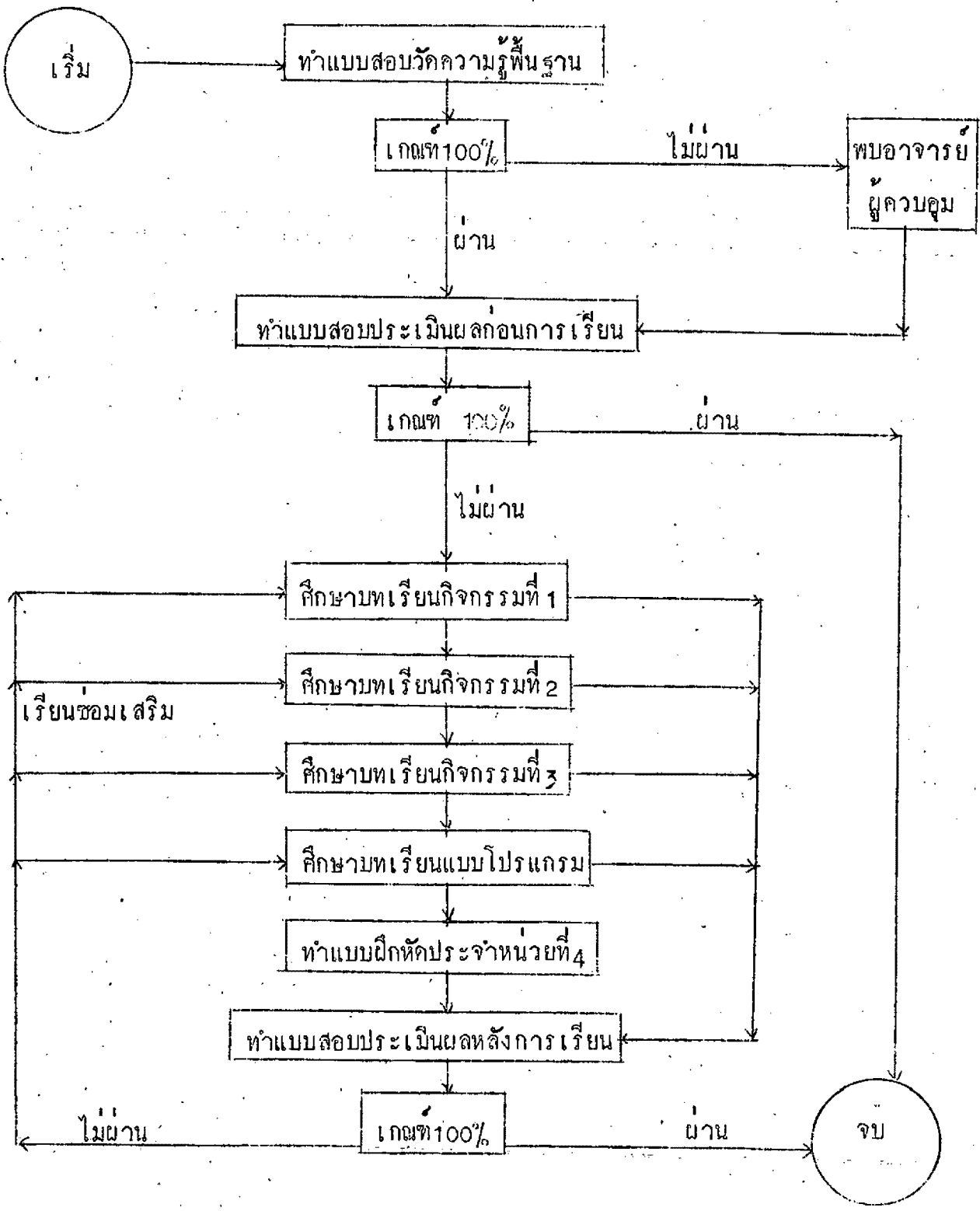
ทำแบบสอบประเมินผลหลังการเรียนจากแบบสอบชุดเดียวกันกับแบบสอบประเมินผลก่อนการเรียน ถ้าทำได้ตามเกณฑ์ 100 เปอร์เซ็นต์ถือว่าผ่านไปเรียนหน่วยที่ 5 ได้ แต่ถ้าไม่ผ่านตามเกณฑ์นี้จะต้องเรียนซ่อมเสริม

การเรียนรู้ซ่อมเสริม

ถ้าทำแบบสอบไม่ผ่านเกณฑ์การประเมินผลหลังการเรียนรู้ให้เลือกทำกิจกรรม
ต่อไปนี้

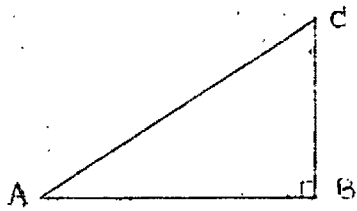
1. ศึกษาเพิ่มเติมใหม่จากข้อ 3.1 หรือ 3.2 หรือ 3.3 หรือ 3.4
2. ฟังคำชี้แนะจากอาจารย์ผู้ควบคุม

แสดงลำดับขั้นของกิจกรรมการเรียน



แบบสอบวัดความรู้พื้นฐานหน่วยที่ 4

1/

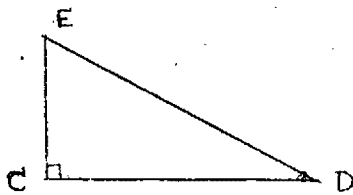


จากรูป AC^2 เท่ากับข้อใด

- ก. $BC^2 - AB^2$ ข. $AB^2 - BC^2$

- ค. ง.

2/

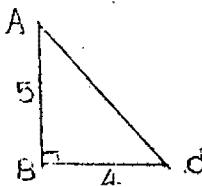


จากรูป CD มีค่าเท่ากับข้อใด

- ก. $DE^2 - CE^2$ ข. $DE^2 + CE^2$

- ค. $\sqrt{DE^2 + CE^2}$ ง. $\sqrt{DE^2 - CE^2}$

3/

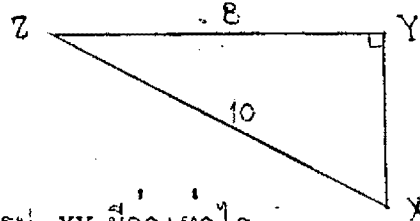


จากรูป AB ยาวเท่าไร

- ก. $\sqrt{45}$ ข. $\sqrt{41}$

- ค. 6 ง. 5

4/

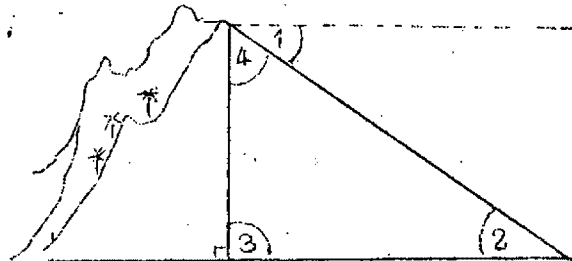


จากรูป XY มีค่าเท่าไร

- ก. 3 ข. 4

- ค. 5 ง. 6

5/



จากรูป มุม α คือมุมใดในข้อใด

- ก. มุม 1 ข. มุม 2

- ค. มุม 3 ง. มุม 4

6/ จากรูปในข้อ 5 มุม β คือมุมใดในข้อใด

- ก. มุม 1 ข. มุม 2

- ค. มุม 3 ง. มุม 4

เฉลย

แบบสอบวัดความรู้พื้นฐานหน่วยที่ 4

1. ค

2. ง

3. ข

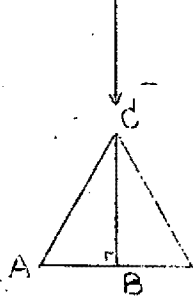
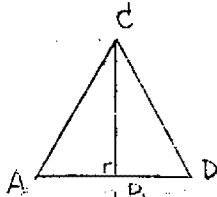
4. ง

5. ก

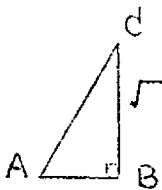
6. ข

บทเรียนกิจกรรมที่ 1 การหาคอหาค่าอัตราส่วน ของความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มุม 60 องศา

กิจกรรม 1.1



หาความยาว
ด้านตรง
มุมแล้ว



ให้นักเรียนพิจารณา

จากรูป สามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยม
ด้านเท่า ยาวด้านละ 2 หน่วย มี CB ตั้งฉาก
AD

พิจารณาเฉพาะสามเหลี่ยม ABC จะหาความยาวด้าน BC

จากรูปสามเหลี่ยม ABC มี AC ยาว 2
หน่วย AB ยาว 1 หน่วย จะหาความยาวของ
BC โดยใช้ทฤษฎีของ ปีทาโกรัส จะได้

$$BC^2 = AC^2 - AB^2$$

แทนค่า $AC=2 \therefore AC^2=4$, $AB=1 \therefore AB^2=1$

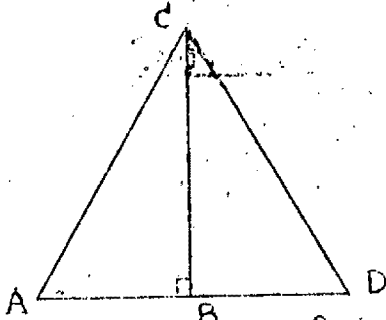
$$BC^2 = 4 - 1 = 3, BC = \sqrt{3}$$

จากรูป ให้นักเรียนหาค่าอัตราส่วนของ
ความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มุม 60 องศา
แล้วเขียนลงในตารางที่ 1

ตารางที่ 1

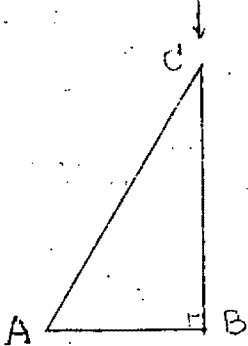
มุม	$\frac{AB}{AC}$	$\frac{BC}{AC}$	$\frac{BC}{AB}$
60°	$\frac{1}{2}$

กิจกรรม 1.2



จากรูป สามเหลี่ยม ACD เป็นสามเหลี่ยม
ด้านเท่าที่มีด้านยาวด้านละ 4 นิ้ว มี CB ตั้งฉาก
AD

พิจารณาเฉพาะสามเหลี่ยม ABC จะหาความยาวด้าน BC



จากรูป สามเหลี่ยม ABC มี AC ยาว 4
หน่วย AB ยาว 2 หน่วย จะหาความยาวของ
BC โดยใช้ทฤษฎีของพีทาโกรัส จะได้

$$BC^2 = \dots\dots\dots$$

แทนค่า AC = 4, AC² = ..., AB = 2 ∴ AB² = ...

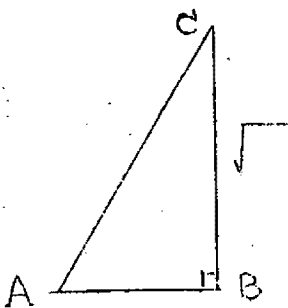
$$BC^2 = \dots\dots\dots = \dots\dots$$

$$BC = \sqrt{\dots\dots}$$

หาความยาว
ด้านครบแล้ว

จากรูป ให้นักเรียนหาค่าอัตราส่วนของ
ความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มุม 60 องศา
แล้วเขียนลงในตารางที่ 2

ตารางที่ 2



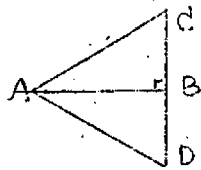
มุม A	$\frac{AB}{AC}$	$\frac{BC}{AC}$	$\frac{BC}{AB}$
60°

ให้นักเรียนสังเกตค่าอัตราส่วนในตารางที่ 1 และตารางที่ 2 ปรากฏว่าค่า
อัตราส่วนทั้งสองตารางมีค่า กัน แม้ว่าสามเหลี่ยมแต่ละรูปจะมีขนาด
เท่า/ไม่เท่า

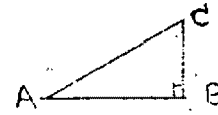
ต่างกัน

บทเรียนกิจกรรมที่ 2

กิจกรรม 2.1



พิจารณาสามเหลี่ยม ABC



จากรูป สามเหลี่ยม ACD เป็นสาม-
เหลี่ยมด้านเท่าที่มีด้านยาวด้านละ 2 หน่วย
มี AB ตั้งฉาก CD

จากรูปให้นักเรียนหาค่าอัตราส่วนของ
ความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มุม 30
องศา แล้วเขียนลงในตารางที่ 3

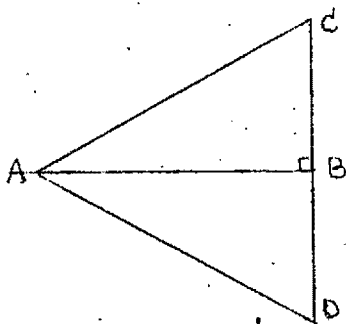
จากรูป สามเหลี่ยม ACD ในกิจกรรม

ตารางที่ 3

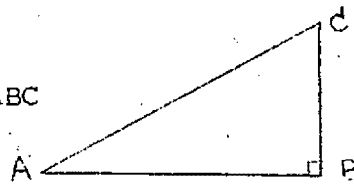
1.1 เปรียบเทียบกับสามเหลี่ยม ACD ใน
กิจกรรม 2.1 จะได้ $AC = \dots, BC = \dots$
และ $AB = \dots$ และมุม $BAC = \dots$ องศา

มุม	$\frac{AB}{AC}$	$\frac{BC}{AC}$	$\frac{BC}{AB}$
30°

กิจกรรม 2.2



พิจารณาเฉพาะสามเหลี่ยม ABC



จากรูปสามเหลี่ยม ACD เป็นสาม-
เหลี่ยมด้านเท่า มีด้านยาวด้านละ 4 หน่วย
มี AB ตั้งฉาก CD

จากรูป ให้นักเรียนหาค่าอัตราส่วนของ
ความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มุม 30
องศา แล้วเขียนลงในตารางที่ 4

จากรูปสามเหลี่ยม ACD ในกิจกรรม

ตารางที่ 4

1.2 เปรียบเทียบกับสามเหลี่ยม ACD ใน
กิจกรรม 2.2 จะได้ $AC = \dots, BC = \dots$
 $AB = \dots$ และมุม $BAC = \dots$ องศา

มุม A	$\frac{AB}{AC}$	$\frac{BC}{AC}$	$\frac{BC}{AB}$
30°

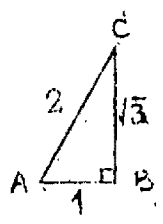
นักเรียนสังเกตค่าอัตราส่วนในตารางที่ 3 และตารางที่ 4 จะมีค่า.....กัน
เท่า/ไม่เท่า

เฉลย

บทเรียนกิจกรรมที่ 1, 2

กิจกรรม 1.1 $BC = \sqrt{3}$

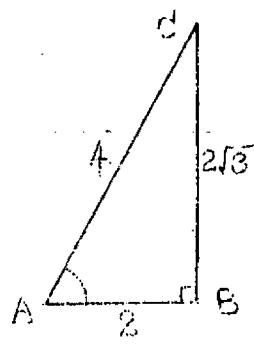
ตารางที่ 1



มุม A	$\frac{AB}{AC}$	$\frac{BC}{AC}$	$\frac{BC}{AB}$
60°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$

กิจกรรม 1.2 $BC = 2\sqrt{3}$

ตารางที่ 2



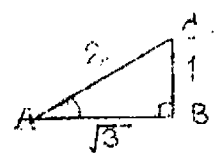
มุม A	$\frac{AB}{AC}$	$\frac{BC}{AC}$	$\frac{BC}{AB}$
60°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$

มีค่าเท่ากัน

กิจกรรม 2.1

$AC = 2, BC = 1, AB = \sqrt{3}$

มุม BAC = 30 องศา



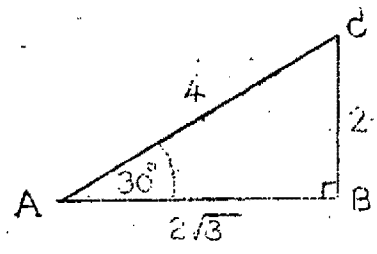
ตารางที่ 3

มุม A	$\frac{AB}{AC}$	$\frac{BC}{AC}$	$\frac{BC}{AB}$
30°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$

กิจกรรม 2.2

$AC = 4, BC = 2, AB = 2\sqrt{3}$

มุม BAC = 30 องศา



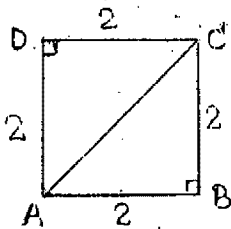
ตารางที่ 4

มุม A	$\frac{AB}{AC}$	$\frac{BC}{AC}$	$\frac{BC}{AB}$
30°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$

มีค่าเท่ากัน

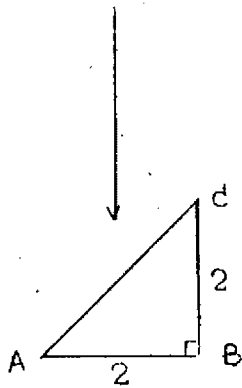
บทเรียนกิจกรรมที่ 3

กิจกรรม 3.1



จากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD มีด้านยาวด้านละ 2 หน่วย AC เป็นเส้นทแยงมุม มุม BAC = องศา

พิจารณาเฉพาะสามเหลี่ยม ABC จะหาความยาวด้าน AC



จากรูปสามเหลี่ยม ABC มี $AB=BC=2$ หน่วย จะหาความยาวของ AC โดยใช้ทฤษฎีของพีทาโกรัส จะได้ว่า $AC^2 = AB^2 + BC^2$

แทนค่า $AB=BC=2 \therefore AB^2=BC^2=4$

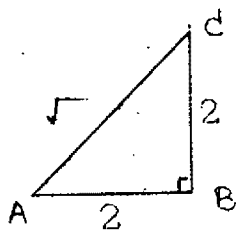
$AC^2 = \dots + \dots = \dots$

$AC = \dots$

หาความยาว
ด้านครบแล้ว

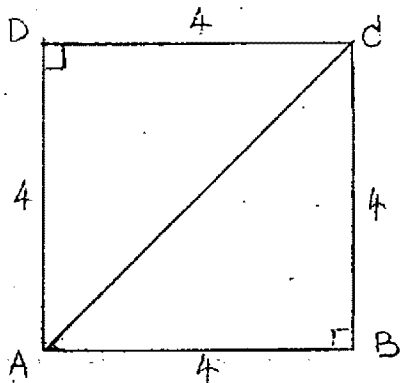
จากรูปให้นักเรียนหาค่าอัตราส่วนของความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มุม 45 องศา แล้วเขียนลงในตารางที่ 5

ตารางที่ 5



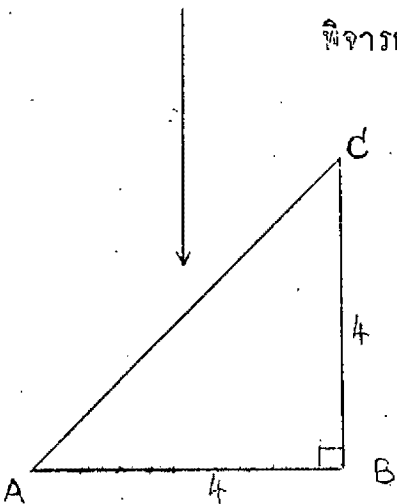
มุม A	$\frac{AB}{AC}$	$\frac{BC}{AC}$	$\frac{BC}{AB}$
45°

กิจกรรม 3.2



จากรูป สี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD มีด้านยาวด้าน
ละ 4 หน่วย เป็นเส้นทแยงมุม AC มุม BAC =
..... องศา

พิจารณาเฉพาะสามเหลี่ยม ABC จะหาความยาวด้าน AC



จากรูป สามเหลี่ยม ABC มี $AB = BC = 4$ หน่วย
จะหาความยาวของ AC โดยใช้ทฤษฎีของพีทาโกรัส
จะได้ว่า $AC^2 = \dots + \dots$

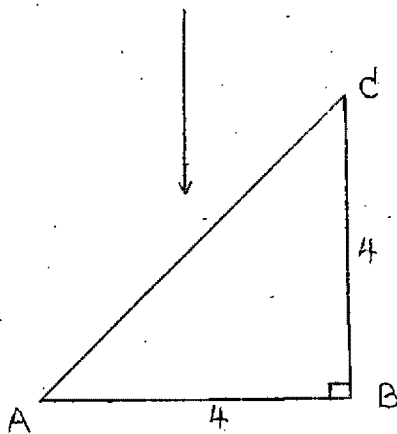
แทนค่า $AB = BC = 4 \therefore AB^2 = BC^2 = \dots$

$AC^2 = \dots + \dots = \dots$

$AC = \dots$

จากรูป ให้นักเรียนหาค่าอัตราส่วนของความ
ยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มุม 45 องศา แล้ว
เขียนลงในตารางที่ 6

ตารางที่ 6



มุม A	$\frac{AB}{AC}$	$\frac{BC}{AC}$	$\frac{BC}{AB}$
45°

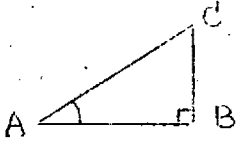
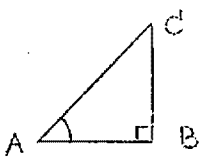
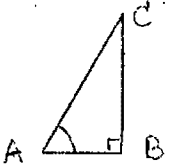
ให้นักเรียนสังเกตค่าอัตราส่วนในตารางที่ 5 และตารางที่ 6 จะมีค่า

..... กัน เพราะว่าสามเหลี่ยมแต่ละรูปจะมีขนาดเท่ากัน
เท่า/ไม่เท่า

กิจกรรม 3.3

จากตารางที่ 1, 2, 3, 4, 5 และ 6 สรุปค่าอัตราส่วนของความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม 30° , 45° , และ 60° เขียนลงในตารางที่ 7

ตารางที่ 7

สามเหลี่ยมมุมฉาก	มุม A	$\frac{AB}{AC}$	$\frac{BC}{AC}$	$\frac{BC}{AB}$
	30°
	45°
	60°

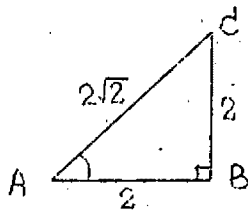
ค่าอัตราส่วนในตารางที่ 7 เป็นค่า เสมอ
คงที่/ไม่คงที่

นักเรียนสามารถนำค่าอัตราส่วนในตารางที่ 7 ไปใช้ในการคำนวณแก้ปัญหาในบทเรียนต่อไป

เฉลย

บทเรียนกิจกรรมที่ 3

กิจกรรม 3.1



มุม BAC = 45 องศา

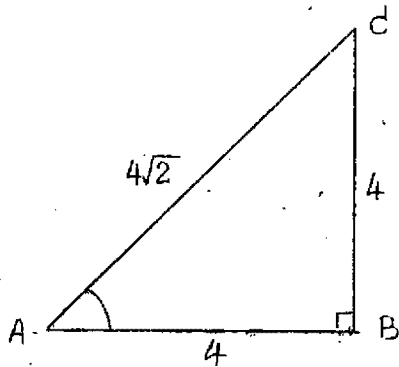
$$AC^2 = 4 + 4 = 8$$

$$AC = 2\sqrt{2}$$

ตารางที่ 5

มุม A	$\frac{AB}{AC}$	$\frac{BC}{AC}$	$\frac{BC}{AB}$
45°	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1

กิจกรรม 3.2



มุม BAC = 45 องศา

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AB^2 = BC^2 = 16$$

$$AC^2 = 16 + 16 = 32$$

$$AC = 4\sqrt{2}$$

ตารางที่ 6

มุม A	$\frac{AB}{AC}$	$\frac{BC}{AC}$	$\frac{BC}{AB}$
45°	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1

มีค่าเท่ากัน

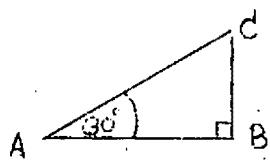
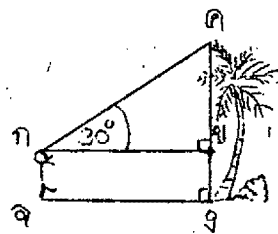
กิจกรรม 3.3

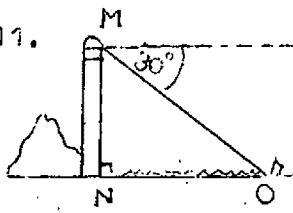
ตารางที่ 7

	มุม A	$\frac{AB}{AC}$	$\frac{BC}{AC}$	$\frac{BC}{AB}$
	30°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
	45°	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1
	60°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$

ค่าคงที่เสมอ

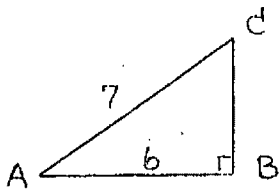
บทเรียนแบบโปรแกรม เรื่อง การหาความยาวด้านสามเหลี่ยมและระยะทางหรือความสูงของวัตถุ โดยใช้ค่าอัตราส่วนของความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม 30, 45, 60 องศา

	<p>1. จากรูป สามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มี AB ยาว 9 นิ้ว ถ้าต้องการหาความยาวด้าน BC ถ้าใช้มุม BAC เป็นหลักจากตารางที่ 7 จะได้ว่า $\frac{BC}{AB} = \dots\dots$</p> 
$\frac{1}{\sqrt{3}}$	<p>2. ต่อไปจะได้ว่า $BC = AB \times \dots\dots$ แทนค่า $AB = 9$ จะได้ $BC = \dots\dots \times \dots\dots$ $= \dots\dots$</p>
$BC = AB \times \frac{1}{\sqrt{3}}$ $BC = 9 \times \frac{1}{\sqrt{3}}$ $= 3\sqrt{3}$	<p>3. ในทำนองเดียวกันถ้าจะหาความยาวด้าน AC จากตารางที่ 7 จะได้ว่า $\frac{AB}{AC} = \dots\dots$ $\therefore AB = AC \times \dots\dots$ $\therefore AB = AC$</p>
$\frac{AB}{AC} = \frac{1}{2}$ $AB = AC \times \frac{1}{2}$ $\frac{AB}{\frac{1}{2}} = AC$	<p>4. แทนค่า $AB = 9$ จะได้ $AC = \frac{9}{\frac{1}{2}} = \dots\dots \times \dots\dots$ $= \dots\dots$</p>
$AC = \frac{9}{\frac{1}{2}} = 9 \times 2$ $= 18$	<p>5. จากรูปมีชายสูง 1.5 เมตรยืนห่างจากต้นมะพร้าว 27 เมตรมองดูยอดมะพร้าวเป็นมุมเงย 30° ดังนั้น ชายคนนี้สามารถ คำนวณความสูงของต้นมะพร้าวเท่ากับระยะ</p> 

<p>ก ง</p>	<p>6. จากรูปความสูงของต้นมะพร้าวแบ่งได้ออกเป็นสองส่วน เพราะ กง = คข +</p>
<p>กง = คข + ขง</p>	<p>7. แต่ปรากฏว่า ขง มีความสูงเท่ากับ กง ซึ่งเป็นความสูงของคนเท่ากับ 1.5 เมตร ดังนั้นเหลือความสูงของต้นมะพร้าวที่ยังไม่ทราบค่า คือ</p>
<p>คข</p>	<p>8. ดังนั้นจะหาความสูง คข โดยยี่มุม 30 องศา เป็นหลัก จากตารางที่ 7 $\frac{กข}{คข} = \dots\dots\dots$ คข = กข x</p>
<p>$\frac{คข}{กข} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ คข = กข x $\frac{1}{\sqrt{3}}$</p>	<p>9. แทนค่า กข = กง = 27 เมตร คข =x..... = =</p>
<p>คข = $27 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 9\sqrt{3}$ = 15.57</p>	<p>10. ดังนั้นชายคนนี้สามารถ ทราบว่าต้นมะพร้าวสูง =+..... =</p>
<p>= 15.57 + 1.5 = 17.07</p>	<p>11.  จากรูปเจ้าหน้าที่บนประภาคารซึ่งสูง 50 เมตรมองมายังเรือที่กำลังลมนที่จุด 0 เป็นมุมก้ม 30 องศา เจ้าหน้าที่จึงคำนวณหาระยะจุดที่เรือลมนกับประภาคารในขั้นแรกจะได้ความมุม NMO = องศา และยี่มุม NMO เป็นหลัก จากตารางที่ 7 $\frac{NO}{MN} = \dots\dots\dots$ แทนค่า MN = 50 จะได้ NO =x..... เรือลมนกับประภาคารห่างเท่ากับระยะ.....เมตร</p>
<p>60 องศา $\frac{NO}{MN} = \sqrt{3}$ NO = MN x $\sqrt{3}$ = 50 x $\sqrt{3}$ = 86.5 เมตร</p>	

แบบฝึกหัดประจำหน่วยที่ 4

1/

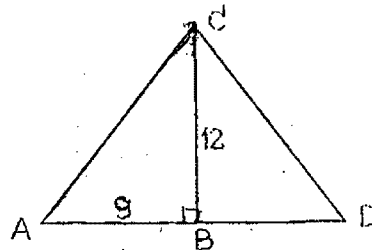


จากรูป จงแสดงวิธีการหาความยาวด้าน BC โดยใช้ทฤษฎีของพีทาโกรัส แล้วคำนวณหาค่าอัตราส่วนของ $\frac{BC}{AC}$, $\frac{BC}{AB}$

2/ จากรูปจงแสดงวิธีการหาความยาวด้าน AC

โดยใช้ทฤษฎีของพีทาโกรัส แล้วคำนวณ

หาค่าอัตราส่วนของ $\frac{AB}{AC}$, $\frac{BC}{AC}$



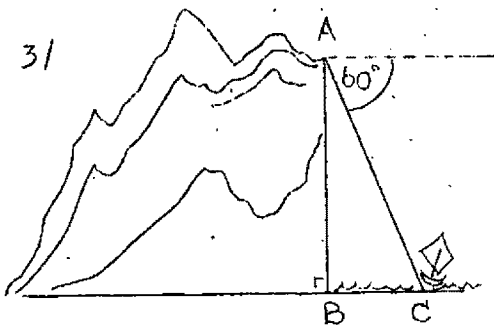
จากรูป ที่จุด A อยู่บนหน้าผาวิมทะเลสูง

1730 ฟุต มองดูเรือที่จุด C เป็นมุมก้ม 60 องศา

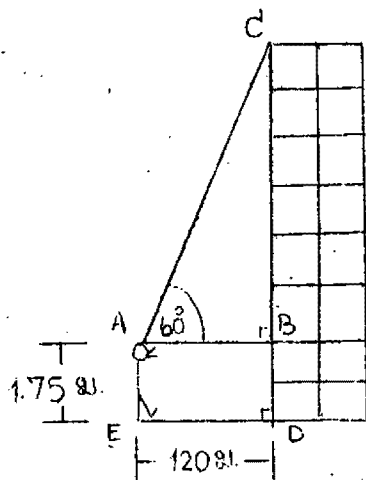
พอดี เรือที่จุด C ห่างจากหน้าผา เป็นระยะทาง

เท่าไร

3/



4/ จากรูปจงคำนวณหาความสูงของตึก





เฉลย

แบบฝึกหัดประจำหน่วยที่ 4

1/ หาคความยาวด้าน BC และค่าอัตรา

ส่วน $\frac{BC}{AC}, \frac{BC}{AB}$ จากทฤษฎีของพีทาโกรัส

$$BC^2 = AC^2 - AB^2$$

$$AC=7, AC^2=49, AB=6, AB^2=36$$

$$BC^2 = 49 - 36 = 13$$

$$BC = \sqrt{13}$$

$$\frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{13}}{7}, \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{13}}{6}$$

3/ จากโจทย์มุม $\alpha = 60$ องศา มุม

$$BAC = 90 - 60 = 30 \text{ องศา ปีก}$$

มุม $BAC = 30^\circ$ เป็นหลัก จะได้

$$\frac{BC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$BC = AB \times \frac{1}{\sqrt{3}}$$

แทนค่า $AB = 1730$ จะได้

$$BC = 1730 \times \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$BC = \frac{1730}{1.73} \approx 1000$$

เรือห่างจากหน้ามา 1000 ฟุต.

2/ หาคความยาวด้าน AC และค่าอัตราส่วน

ส่วน $\frac{AB}{AC}, \frac{BC}{AC}$ จากทฤษฎีของพีทาโกรัส

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AB=9, AB^2=81, BC=12, BC^2=144$$

$$AC^2 = 81 + 144 = 225$$

$$AC = \sqrt{225} = 15$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}, \frac{BC}{AC} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

4/ จากรูป $AB = ED = 120$ เมตร

$$BD = AE = 1.75 \text{ เมตร}$$

จะหาคความสูงของตึกคือ CD

จากรูป $CD = BC + BD$ แทนค่า BD แล้วจะหาคค่าเฉพาะ BC จากตารางที่ 7 ปีกมุม $BAC = 60^\circ$ เป็นหลัก

$$\text{จะได้ } \frac{BC}{AB} = 3 = 1.73$$

$$\therefore BC = AB \times 1.73$$

$$\text{แทนค่า } AB = 120$$

$$BC = 120 \times 1.73 = 207.6$$

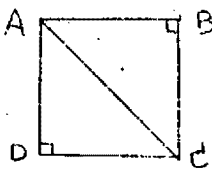
$$\text{ตึกสูง } CD = BC + BD$$

$$CD = 207.6 + 1.75$$

$$\text{ตึกสูง } 209.35 \text{ เมตร}$$

แบบสอบประเมินผลก่อนและหลังการเรียนประจำหน่วยที่ 4

1. จากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD, $\frac{AB}{AC}$ มีค่าเท่าไร



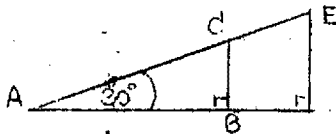
ก $\frac{\sqrt{3}}{2}$

ข 3

ค 2

ง $\frac{1}{\sqrt{2}}$

2. จากรูปอัตราส่วน $\frac{DE}{AD} = \frac{BC}{AB}$ มีค่าเท่าไร



ก 0

ข 1

ค 2

ง 3

3. สามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มุม ABC เป็นมุมฉาก ด้าน AC เป็นด้านฐาน

ถ้าอัตราส่วน $\frac{BC}{AC} = \frac{3}{2}$ แล้วมุม BAC กางกี่องศา

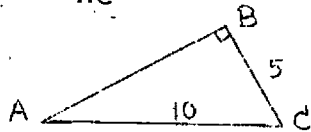
ก 72 องศา

ข 60 องศา

ค 45 องศา

ง 30 องศา

4. จากรูป อัตราส่วน $\frac{AB}{AC}$ มีค่าเท่าไร



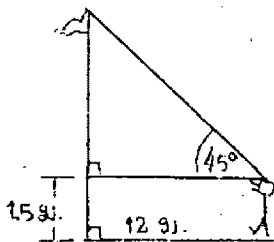
ก $\frac{1}{3}$

ข $\frac{1}{2}$

ค 2

ง $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. จากรูป เสาธงมีความสูงเท่าไร



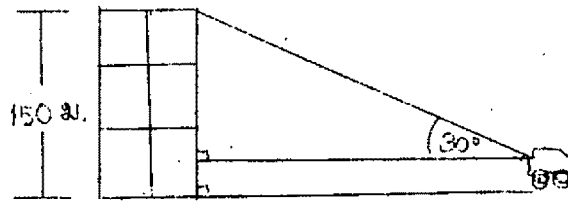
ก 12.5 เมตร

ข 13 เมตร

ค 13.5 เมตร

ง 14 เมตร

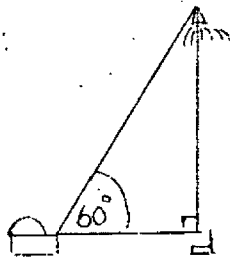
6.



จากรูป รถทางจากตึกเป็นระยะทางเท่าไร ถ้าไม่คิดความสูงของหน้ารถ

- ก $150\sqrt{2}$ เมตร ข $\frac{150}{\sqrt{2}}$ เมตร
 ค $150\sqrt{3}$ เมตร ง $\frac{150}{\sqrt{3}}$ เมตร

7.

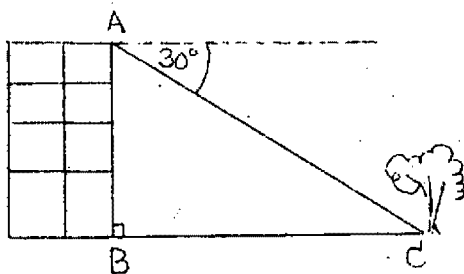


สถานีเรดาร์

จากรูป สถานีเรดาร์ที่อยู่ห่างจากฐานปล่อยจรวด 2 ไมล์ เมื่อจรวดขึ้นไปสูงระยะหนึ่ง สถานีเรดาร์ส่องกล้องดูจรวดเป็นมุม 60° จรวดอยู่ห่างจากสถานีเรดาร์ประมาณระยะทางเท่าไร

- ก $2\frac{1}{4}$ ไมล์ ข $2\frac{1}{2}$ ไมล์
 ค $3\frac{1}{4}$ ไมล์ ง 4 ไมล์

8. จากรูป ที่ยอดตึกมองดูโคนต้นไม้เป็นมุมก้ม 30° องศา ต้นไม้ห่างจากตึกเป็นระยะทางเท่าไร ถ้าตึกสูง 173 เมตร



- ก 346 เมตร ข 326 เมตร
 ค 246 เมตร ง 240 เมตร

เฉลย

แบบสอบประเมินผลก่อนและหลังการเขียนประจำหน่วยที่ 4

1. ง
2. ก
3. ข
4. ง
5. ค
6. ค
7. ง
8. ก

หน่วยที่ 5

เรื่อง อัตราสวนตรีโกณมิติ ไซน์ โคไซน์และแทนเจนต์

หลักการและเหตุผล

การหาอัตราส่วนของความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มุมต่าง ๆ นั้น นักเรียนได้ศึกษามาแล้ว และอัตราส่วนเหล่านั้นก็คือ อัตราส่วนตรีโกณมิติ ไซน์ โคไซน์และแทนเจนต์ นั่นเอง ดังนั้นเมื่อนักเรียนศึกษาในหน่วยนี้นักเรียนจะได้ฝึกฝนให้เกิดทักษะในการหาอัตราส่วนตรีโกณมิติ ไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ได้อย่างรวดเร็ว

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบหน่วยการเรียนรู้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติไซน์ โคไซน์และแทนเจนต์ได้ถูกต้อง
2. เขียนอัตราส่วนตรีโกณมิติไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุมที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง

ความรู้พื้นฐาน

นักเรียนจะต้องรู้จักสามเหลี่ยมมุมฉากและสามารถบอกด้านตรงข้ามมุมหรือด้านประชิดมุมใดมุมหนึ่งได้

การประเมินผลก่อนการเรียนรู้

1. ทำแบบสอบวัดความรู้พื้นฐานเรื่อง การเรียกชื่อด้านและการเขียนอัตราส่วนของด้านของสามเหลี่ยมมุมฉาก ถ้าทำไม่ผ่านเกณฑ์ 100 เปอร์เซ็นต์ต้องพบอาจารย์ผู้ควบคุมเพื่อเสริมความรู้พื้นฐาน
2. ทำแบบสอบประเมินผลก่อนการเรียนรู้ประจำหน่วยที่ 5 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ไซน์ โคไซน์และแทนเจนต์ ถ้าทำได้ตามเกณฑ์ 100 เปอร์เซ็นต์ ไม่ต้องเรียน

ในหน่วยนี้

กิจกรรมนักเรียน

1. ทำแบบสอบวัดความรู้พื้นฐาน
2. ทำแบบสอบประเมินผลก่อนการเรียนเรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ไซน์ โคไซน์และแทนเจนต์
3. ทำกิจกรรมต่อไปนี้
 - 3.1 ศึกษาบทเรียนแบบโปรแกรม
 - 3.2 ทำแบบฝึกหัดประจำหน่วยที่ 5 และ ตรวจคำตอบจากเฉลย
4. ทำแบบสอบประเมินผลหลังการเรียน
5. เรียนซ่อมเสริมตามหัวข้อ การเรียนซ่อมเสริม

การประเมินผลหลังการเรียน

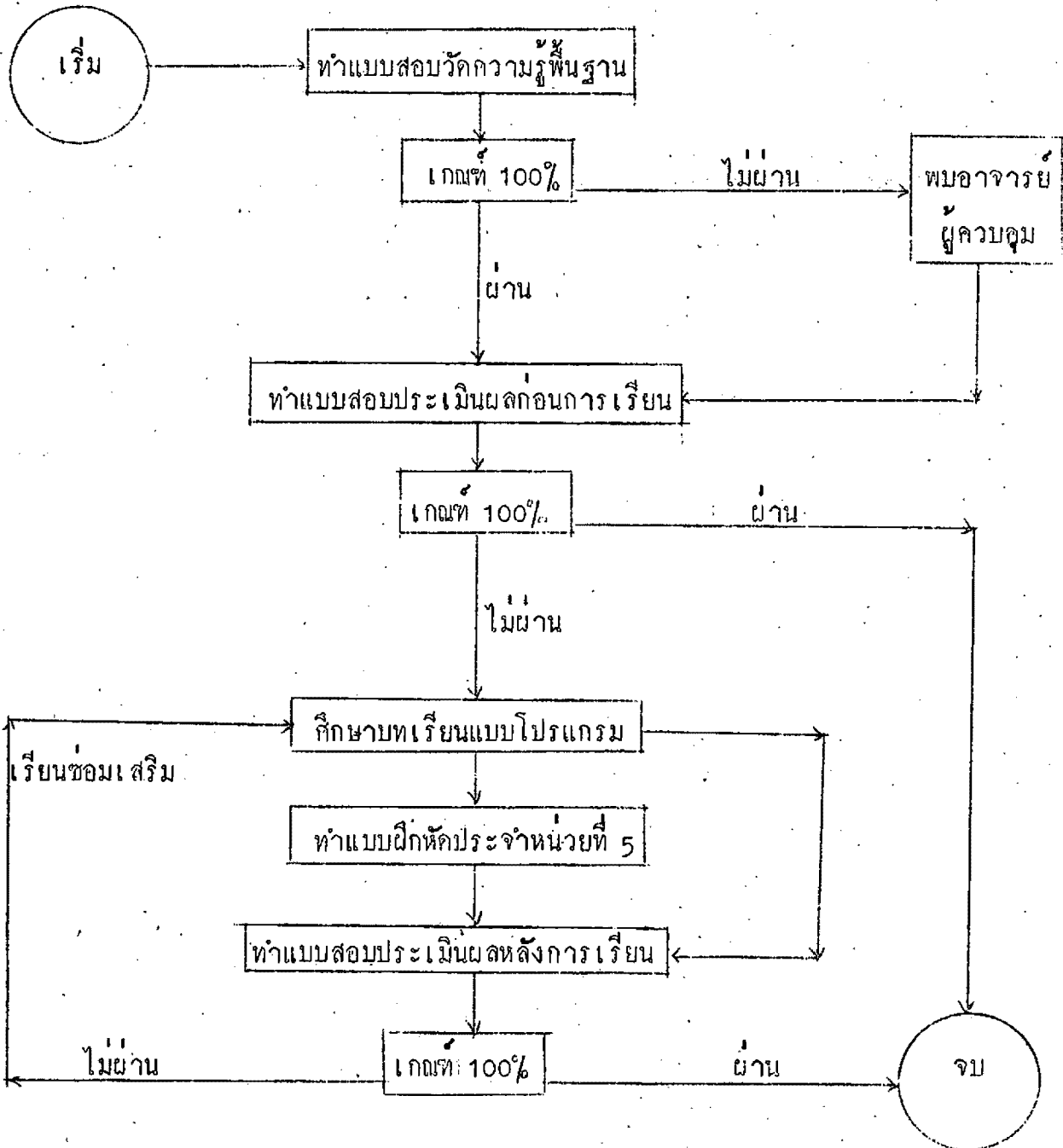
ทำแบบสอบประเมินผลหลังการเรียนจากแบบสอบชุดเดียวกัน แบบสอบประเมินผลก่อนการเรียน ถ้าทำได้ตามเกณฑ์ 100 เปอร์เซ็นต์ ถือว่าผ่านไปเรียนหน่วยที่ 6 ได้ แต่ถ้าไม่ผ่านตามเกณฑ์จะต้องเรียนซ่อมเสริม

การเรียนซ่อมเสริม

ถ้าทำแบบสอบไม่ผ่านเกณฑ์การประเมินผลหลังการเรียนให้เลือกทำกิจกรรมต่อไปนี้

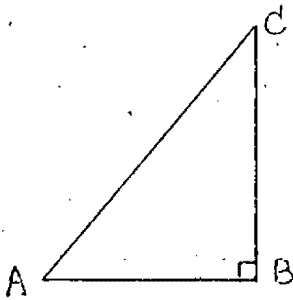
1. ศึกษาเพิ่มเติมใหม่จากข้อ 3.1
2. ฟังคำชี้แนะจากอาจารย์ผู้ควบคุม

แสดงลำดับขั้นของกิจกรรมการเรียน



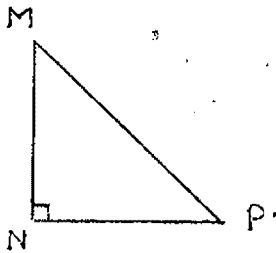
แบบสอบวัดความรู้พื้นฐานหน่วยที่ 5

1/ จากรูปให้นักเรียนเขียนคำตอบลงในช่องว่าง



- 1.1 สามเหลี่ยม ABC คือสามเหลี่ยม
- 1.2 ด้านตรงข้ามมุม A คือ
- 1.3 ด้านตรงข้ามมุม C คือ
- 1.4 ด้านประชิดมุม A คือ
- 1.5 ด้านประชิดมุม C คือ
- 1.6 ด้านตรงข้ามมุมฉาก คือ

2/ จากรูป ให้นักเรียนเขียนอัตราส่วนของด้านดังต่อไปนี้



- 2.1 $\frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม } M}{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{NP}{MP}$
- 2.2 $\frac{\text{ด้านประชิดมุม } M}{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \underline{\hspace{2cm}}$
- 2.3 $\frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม } M}{\text{ด้านประชิดมุม } M} = \underline{\hspace{2cm}}$
- 2.4 $\frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม } P}{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \underline{\hspace{2cm}}$
- 2.5 $\frac{\text{ด้านประชิดมุม } P}{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \underline{\hspace{2cm}}$
- 2.6 $\frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม } P}{\text{ด้านประชิดมุม } P} = \underline{\hspace{2cm}}$

เฉลย

แบบสอบวัดความรู้พื้นฐานหน่วยที่ 5

1/ 1.1 ตามเข็มนาฬิกา

1.2 คาบ BC

1.3 คาบ AB

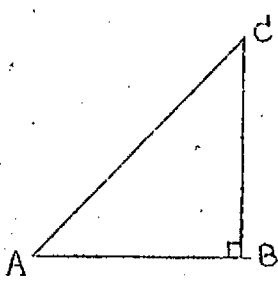
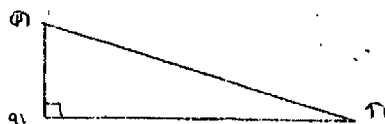
1.4 คาบ AB

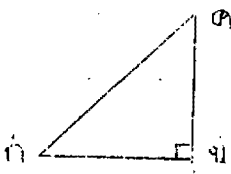
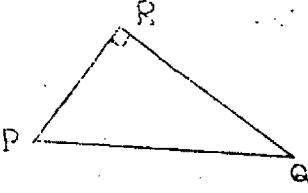
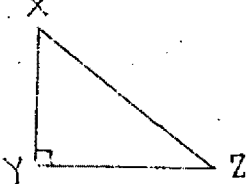
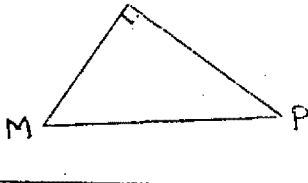
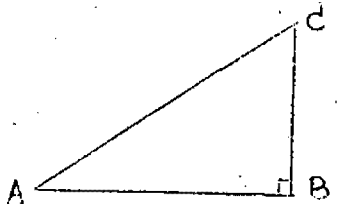
1.5 คาบ BC

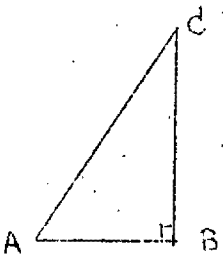
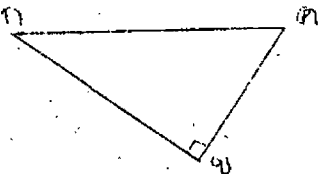
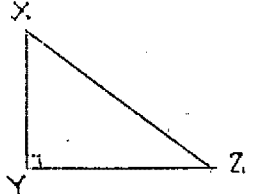
1.6 คาบ AC

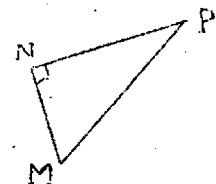
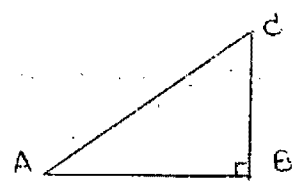
2/ 2.1 $\frac{NP}{MP}$ 2.2 $\frac{MN}{MF}$ 2.3 $\frac{NP}{MN}$ 2.4 $\frac{MN}{MP}$ 2.5 $\frac{NP}{MP}$ 2.6 $\frac{MN}{NP}$

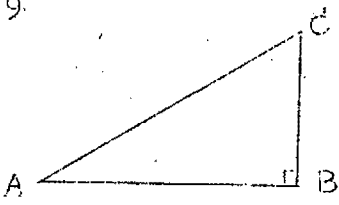
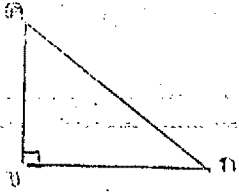
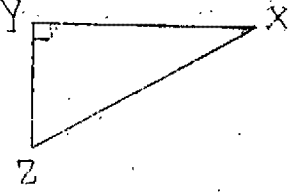
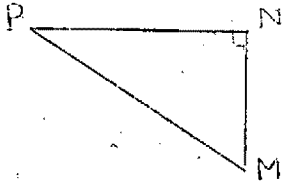
บทเรียนแบบโปรแกรม เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์

	<p>1</p>  <p>จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มุม B เป็นมุมฉาก ด้านตรงข้ามมุมฉากคือด้าน..... ด้านตรงข้ามมุม A คือด้าน..... ด้านตรงข้ามมุม C คือด้าน.....</p>
<p>AC</p> <p>BC</p> <p>AB</p>	<p>2 จากกรอบที่ 1 จะได้อัตราส่วน</p> $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม C}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$
<p>$\frac{BC}{AC}$</p> <p>$\frac{AB}{AC}$</p>	<p>3 จากอัตราส่วนในกรอบที่ 2</p> <p>ถ้าพิจารณามุม A เป็นหลักแล้ว $\frac{BC}{AC}$ คือค่า โไซน์ ของ A</p> <p>ถ้าพิจารณามุม C เป็นหลักแล้ว $\frac{AB}{AC}$ คือค่า โไซน์ ของ C</p> <p>ดังนั้นจะได้ความหมายของ โไซน์ ของ A = $\frac{\text{ความยาว.....}}{\text{ความยาว.....}}$</p> <p>ความหมายของ โไซน์ ของ C = $\frac{\text{ความยาว.....}}{\text{ความยาว.....}}$</p>
<p>$\frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$</p> <p>$\frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม C}}{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$</p>	<p>4 สามเหลี่ยมมุมฉาก กขค จากความหมายของ "โไซน์" ในกรอบที่ 3 จะได้ว่า</p>  <p>โไซน์ ของ ก =</p> <p>โไซน์ ของ ค =</p>

$\frac{ขค}{กค}$ $\frac{กข}{กค}$	<p>5</p> 	<p>จากรูป ไซน์ของ ก = ไซน์ของ ค =</p>
$\frac{ขค}{กค}$ $\frac{กข}{กค}$	<p>6</p> 	<p>จากรูป ไซน์ของ ก = ไซน์ของ ค =</p>
$\frac{QR}{PQ}$ $\frac{PR}{PQ}$	<p>7</p> 	<p>จากรูป ไซน์ของ ก = ไซน์ของ ค =</p>
$\frac{YZ}{XZ}$ $\frac{XY}{XZ}$	<p>8</p> 	<p>จากรูป ไซน์ของ ก = ไซน์ของ ค =</p>
$\frac{PN}{MP}$ $\frac{MN}{MP}$	<p>9 จากกรอบที่ 1 ถึงกรอบที่ 8 นักเรียนได้เรียนรู้ความหมาย และรู้จักหาอัตราส่วนตรีโกณมิติที่เรียกว่า ไซน์ ต่อไป นักเรียนจะได้เรียนรู้อัตราส่วนตรีโกณมิติใหม่โดยพิจารณา จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</p> 	<p>ด้านตรงข้ามมุมฉากคือ..... ด้านประชิดมุม A คือ..... ด้านประชิดมุม C คือ.....</p>

<p>AC</p> <p>AB</p> <p>BC</p>	<p>10 จากกรอบที่ จะได้ว่า</p> $\frac{\text{ความยาวด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \dots\dots$ $\frac{\text{ความยาวด้านประชิดมุม } C}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \dots\dots$
<p>$\frac{AB}{AC}$</p> <p>$\frac{BC}{AC}$</p>	<p>11 จากอัตราส่วนในกรอบที่ 9</p> <p>ถ้าพิจารณามุม A เป็นหลักแล้ว $\frac{AB}{AC}$ คือค่า โคไซน์ของ A</p> <p>ถ้าพิจารณามุม C เป็นหลักแล้ว $\frac{BC}{AC}$ คือค่า โคไซน์ของ C</p> <p>ดังนั้นจะได้ความหมายของโคไซน์ของ A = $\frac{\text{ความยาว} \dots\dots}{\text{ความยาว} \dots\dots}$</p> <p>ความหมายของโคไซน์ของ C = $\frac{\text{ความยาว} \dots\dots}{\text{ความยาว} \dots\dots}$</p>
<p>$\frac{\text{ด้านประชิดมุม } A}{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$</p> <p>$\frac{\text{ด้านประชิดมุม } C}{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$</p>	<p>12 จากรูป</p> <p>โคไซน์ของ A = $\dots\dots$</p> <p>โคไซน์ของ C = $\dots\dots$</p> 
<p>$\frac{AB}{AC}$</p> <p>$\frac{BC}{AC}$</p>	<p>13</p>  <p>จากรูป</p> <p>โคไซน์ของ ก = $\dots\dots$</p> <p>โคไซน์ของ ค = $\dots\dots$</p>
<p>$\frac{กข}{กค}$</p> <p>$\frac{ขค}{กค}$</p>	<p>14 จากรูป</p> <p>โคไซน์ของ X = $\dots\dots$</p> <p>โคไซน์ของ Z = $\dots\dots$</p> 

$\frac{XY}{XZ}$ $\frac{YZ}{XZ}$	<p>15</p> 	<p>จากรูป โคไซน์ของ $M = \dots\dots$ โคไซน์ของ $P = \dots\dots$</p>
$\frac{MN}{MP}$ $\frac{NP}{MP}$	<p>16 จากกรอบที่ 8 ถึงกรอบที่ 15 นักเรียนได้เรียนรู้ความหมายและรู้จักหาอัตราส่วนตรีโกณมิติที่เรียกว่า โคไซน์ ต่อไปนักเรียนจะได้เรียนรู้อัตราส่วนตรีโกณมิติอีกค่าหนึ่ง โดยพิจารณาจากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</p> 	<p>ด้านตรงข้ามมุม A คือ..... ด้านประชิดมุม A คือ..... ด้านประชิดมุม C คือ..... ด้านตรงข้ามมุม C คือ.....</p>
$\frac{BC}{AB}$ $\frac{AB}{BC}$	<p>17 จากกรอบที่ 16 จะได้ว่า</p> $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวด้านประชิดมุม } A} = \dots\dots$ $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม } C}{\text{ความยาวด้านประชิดมุม } C} = \dots\dots$	
$\frac{BC}{AB}$ $\frac{AE}{EC}$	<p>18 จากอัตราส่วนในกรอบที่ 17 ถ้าพิจารณามุม A เป็นหลักแล้ว $\frac{BC}{AB}$ คือค่า แทนเจนต์ของ A ถ้าพิจารณามุม C เป็นหลักแล้ว $\frac{AB}{BC}$ คือค่า แทนเจนต์ของ C จะได้ว่าความหมายของแทนเจนต์ของ $A = \frac{\text{ความยาว} \dots\dots}{\text{ความยาว} \dots\dots}$ ความหมายของแทนเจนต์ของ $C = \frac{\text{ความยาว} \dots\dots}{\text{ความยาว} \dots\dots}$</p>	

<p>ด้านตรงข้ามมุม A ด้านประชิดมุม A ด้านตรงข้ามมุม C ด้านประชิดมุม C</p>	<p>19</p> 	<p>จากรูป แทนเจนต์ของ A = แทนเจนต์ของ C =</p>
<p>$\frac{BC}{AB}$ $\frac{AB}{BC}$</p>	<p>20 จากรูป แทนเจนต์ของ ค = แทนเจนต์ของ ก =</p>	
<p>$\frac{กข}{ขค}$ $\frac{ขค}{กข}$</p>	<p>21</p> 	<p>จากรูป แทนเจนต์ของ X = แทนเจนต์ของ Z =</p>
<p>$\frac{YZ}{XY}$ $\frac{XY}{YZ}$</p>	<p>22 จากรูป แทนเจนต์ของ M = แทนเจนต์ของ P =</p>	
<p>$\frac{NP}{MN}$ $\frac{MN}{NP}$</p>	<p>23 จากกรอบที่ 16 ถึงกรอบที่ 22 นักเรียนได้เรียนรู้ความหมายและรู้จักหาอัตราส่วนตรีโกณมิติที่เรียกว่า แทนเจนต์อัตราส่วนตรีโกณมิติที่นักเรียนได้รู้จักมา 3 ชื่อไว้ โดยทั่วไปนิยมเรียกชื่อย่อทางภาษาอังกฤษ ดังนี้</p> <p>ไซน์ของ A มาจากภาษาอังกฤษว่า sine A ใช้คำย่อว่า sin A (อ่านว่า ซินเอ)</p> <p>โคไซน์ของ A มาจากภาษาอังกฤษว่า cosine A ใช้คำย่อว่า cos A (อ่านว่า คอสเอ)</p>	

แทนเจตของ A มาจากภาษาอังกฤษว่า tangent A
ใช้คำย่อว่า tan a (อ่านว่า แทนเอ)

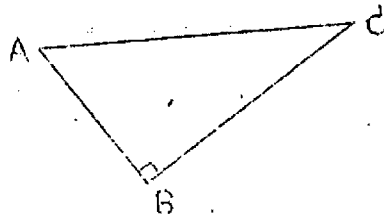
$$\sin A = \frac{\text{ความยาว.....}}{\text{ความยาว.....}}$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาว.....}}{\text{ความยาว.....}}$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาว.....}}{\text{ความยาว.....}}$$

ด้านตรงข้ามมุม A
ด้านตรงข้ามมุมฉาก
ด้านประชิดมุม A
ด้านตรงข้ามมุมฉาก
ด้านตรงข้ามมุม A
ด้านประชิดมุม A

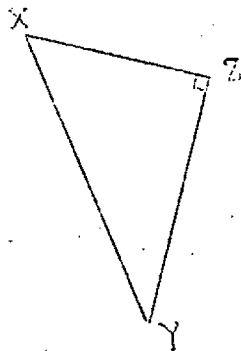
24



จากรูป $\sin A = \dots\dots$
 $\sin C = \dots\dots$
 $\cos A = \dots\dots$
 $\cos C = \dots\dots$
 $\tan A = \dots\dots$
 $\tan C = \dots\dots$

$\frac{BC}{AC}$
 $\frac{AB}{AC}$
 $\frac{AB}{AC}$
 $\frac{BC}{AC}$
 $\frac{BC}{AB}$
 $\frac{AB}{BC}$

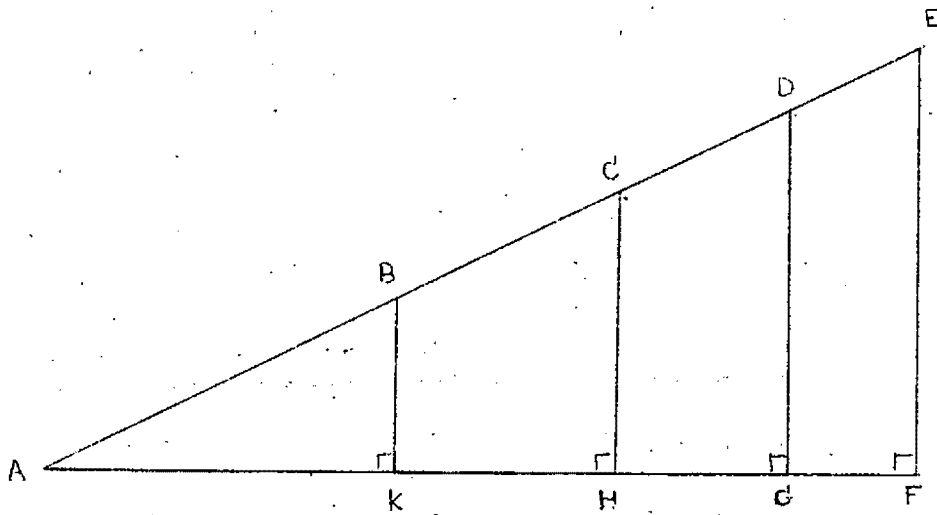
25



จากรูป $\sin X = \dots\dots$
 $\cos X = \dots\dots$
 $\tan X = \dots\dots$
 $\sin Y = \dots\dots$
 $\cos Y = \dots\dots$
 $\tan Y = \dots\dots$

$\frac{YZ}{XY}$
 $\frac{XZ}{XY}$
 $\frac{YZ}{XZ}$
 $\frac{XZ}{XY}$
 $\frac{YZ}{XY}$
 $\frac{XZ}{YZ}$

แบบฝึกหัดประจำหน่วยที่ 5



ให้นักเรียนกรูปร่วมแล้วตอบคำถาม ข้อ 1. และข้อ 2.

- 1/ จงหาอัตราส่วนของ $\sin B, \sin C, \sin D, \sin E$
 $\cos B, \cos C, \cos D, \cos E$
 $\tan B, \tan C, \tan D, \tan E$
- 2/ จงหาอัตราส่วนของ $\sin A, \cos A, \tan A$ ของสามเหลี่ยม ABK
 $\sin A, \cos A, \tan A$ ของสามเหลี่ยม ACH
 $\sin A, \cos A, \tan A$ ของสามเหลี่ยม ADG
 $\sin A, \cos A, \tan A$ ของสามเหลี่ยม AEF

เฉลย

แบบฝึกหัดประจำหน่วยที่ 5

$$1/ \sin B = \frac{AK}{AB} ; \sin C = \frac{AH}{AC} , \sin D = \frac{AG}{AD} , \sin E = \frac{AF}{AE}$$

$$\cos B = \frac{BK}{AB} , \cos C = \frac{CH}{AC} , \cos D = \frac{DG}{AD} , \cos E = \frac{EF}{AE}$$

$$\tan B = \frac{AK}{BK} , \tan C = \frac{AH}{CH} , \tan D = \frac{AG}{DG} , \tan E = \frac{AF}{EF}$$

$$2/ \sin A = \frac{BK}{AB} , \cos A = \frac{AK}{AB} , \tan A = \frac{BK}{AK} \text{ ของสามเหลี่ยม ABK}$$

$$\sin A = \frac{CH}{AC} , \cos A = \frac{AH}{AC} , \tan A = \frac{CH}{AH} \text{ ของสามเหลี่ยม ACH}$$

$$\sin A = \frac{DG}{AD} , \cos A = \frac{AG}{AD} , \tan A = \frac{DG}{AG} \text{ ของสามเหลี่ยม ADG}$$

$$\sin A = \frac{EF}{AE} , \cos A = \frac{AF}{AE} , \tan A = \frac{EF}{AF} \text{ ของสามเหลี่ยม AEF}$$

แบบตอบประเมินผลก่อนและหลังการเรียนประจำหน่วยที่ 5

1. สามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มุม B เป็นมุมฉาก ความหมายของอัตราส่วนไซน์ของ A คือข้อใด

- ก $\frac{\text{ความยาวด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม A}}$
- ข $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวด้านประชิดมุม A}}$
- ค $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$
- ง $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม A}}$

2. สามเหลี่ยมมุมฉาก MNO มุม O เป็นมุมฉาก ความหมายของอัตราส่วนโคไซน์ของ M คือข้อใด

- ก $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม M}}{\text{ความยาวด้านประชิดมุม M}}$
- ข $\frac{\text{ความยาวด้านประชิดมุม M}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$
- ค $\frac{\text{ความยาวด้านประชิดมุม M}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม M}}$
- ง $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวด้านประชิดมุม M}}$

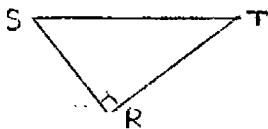
3. สามเหลี่ยมมุมฉาก xyz มุม x เป็นมุมฉาก ความหมายของอัตราส่วนแทนเจนต์ของ y คือข้อใด

- ก $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม y}}{\text{ความยาวด้านประชิดมุม y}}$



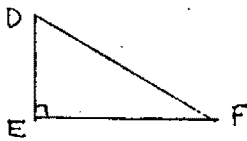
- ก $\frac{\text{ความยาวด้านประชิดมุม } Y}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม } Y}$
- ข $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม } Y}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$
- ค $\frac{\text{ความยาวด้านประชิดมุม } Y}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$
- ง $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม } Y}{\text{ความยาวด้านประชิดมุม } Y}$

4. จากรูป ข้อใดคืออัตราส่วนของ $\sin T$



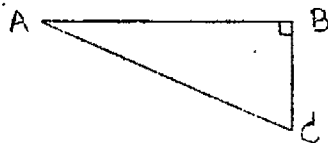
- ก $\frac{TR}{ST}$
- ข $\frac{TR}{SR}$
- ค $\frac{ST}{SR}$
- ง $\frac{SR}{ST}$

5. จากรูป ข้อใดคืออัตราส่วนของ $\tan F$



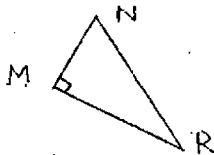
- ก $\frac{EF}{DE}$
- ข $\frac{DE}{EF}$
- ค $\frac{EF}{DF}$
- ง $\frac{DF}{EF}$

6. จากรูป ข้อใดคืออัตราส่วนของ $\cos C$



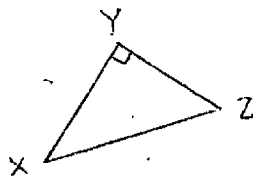
- ก $\frac{BC}{AB}$
- ข $\frac{AB}{BC}$
- ค $\frac{AC}{BC}$
- ง $\frac{BC}{AC}$

7. จากรูป อัตราส่วนในข้อใดคืออัตราส่วนของ $\sin N$ และ $\cos R$



- ก $\frac{MR}{NR}$
- ข $\frac{NR}{MR}$
- ค $\frac{MN}{MR}$
- ง $\frac{MR}{MN}$

8. จากรูป อัตราส่วนในข้อใดคืออัตราส่วนของ $\cos Z$ และ $\sin X$



- ก $\frac{XY}{XZ}$
- ข $\frac{XZ}{XY}$
- ค $\frac{YZ}{XZ}$
- ง $\frac{XZ}{YZ}$

เฉลย

แบบสอบประเมินผลก่อนและหลังการเรียนประจำหน่วยที่ 5

1. ค

2. ข

3. ก

4. ง

5. ข

6. ง

7. ก

8. ค

หน่วยที่ 6

เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ไซน์ โคไซน์ แทนเจนต์ที่มุม 30, 45, 60 องศา

หลักการและเหตุผล

เนื่องจากค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ ไซน์ โคไซน์ แทนเจนต์ ที่มุม 30, 45, 60 องศา เป็นค่าคงที่และนำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ดังนั้น การเรียนในหน่วยนี้จึงเน้นวิธีการแสดงว่าค่าอัตราส่วนเหล่านี้เป็นค่าคงที่ และนักเรียนจะต้องฝึกฝนจนสามารถจดจำค่าอัตราส่วนเหล่านั้นให้ได้หมด

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบหน่วยการเรียนรู้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกค่าคงที่ของอัตราส่วนไซน์ โคไซน์ แทนเจนต์ที่มุม 30, 45, 60 องศา ได้ถูกต้อง
2. บอกอัตราส่วนไซน์ โคไซน์ แทนเจนต์ที่มีค่าเท่ากันแต่มุมต่างกันได้ถูกต้อง
3. หาค่าผลบวกระหว่างอัตราส่วนไซน์ โคไซน์ แทนเจนต์ที่มุม 30, 45, 60 องศา ได้ถูกต้อง
4. หาค่าผลคูณระหว่างอัตราส่วนไซน์ โคไซน์ แทนเจนต์ที่มุม 30, 45, 60 องศา ได้ถูกต้อง
5. หาค่าผลคูณระหว่างอัตราส่วนไซน์ โคไซน์ แทนเจนต์ที่มุม 30, 45, 60 องศา ได้ถูกต้อง

ความรู้พื้นฐาน

นักเรียนต้องมีความรู้เรื่อง อัตราส่วนไซน์ โคไซน์ แทนเจนต์ และค่าอัตราส่วนของความยาวด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่มุม 30, 45, 60 องศา และคุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ซึ่งนักเรียนได้เรียนรู้อยู่แล้วในหน่วยที่ผ่านมา

การประเมินผลก่อนการเรียน

ทำแบบสอบประเมินผลก่อนการเรียนประจำหน่วยที่ 6 เรื่อง อัตรากำลัง ไซน์ โคไซน์ แทนเจนต์ ที่มี 30, 45, 60 องศา ถ้าทำได้ตามเกณฑ์ 100 เปอร์เซ็นต์ ไม่ต้องเรียนในหน่วยนี้

กิจกรรมนักเรียน

1. ทำแบบสอบประเมินผลก่อนการเรียนเรื่อง อัตรากำลัง ไซน์ โคไซน์ แทนเจนต์ ที่มี 30, 45, 60 องศา
2. ทำกิจกรรมต่อไปนี้
 - 2.1 ศึกษาทบทวนกิจกรรมที่ 1
 - 2.2 ศึกษาทบทวนกิจกรรมที่ 2
 - 2.3 ศึกษาทบทวนกิจกรรมที่ 3
 - 2.4 ทำแบบฝึกหัดประจำหน่วยที่ 6 และ ตรวจคำตอบจากเฉลย
3. ทำแบบสอบประเมินผลหลังการเรียน
4. เรียนซ่อมเสริม ตามหัวข้อ การเรียนซ่อมเสริม

การประเมินผลหลังการเรียน

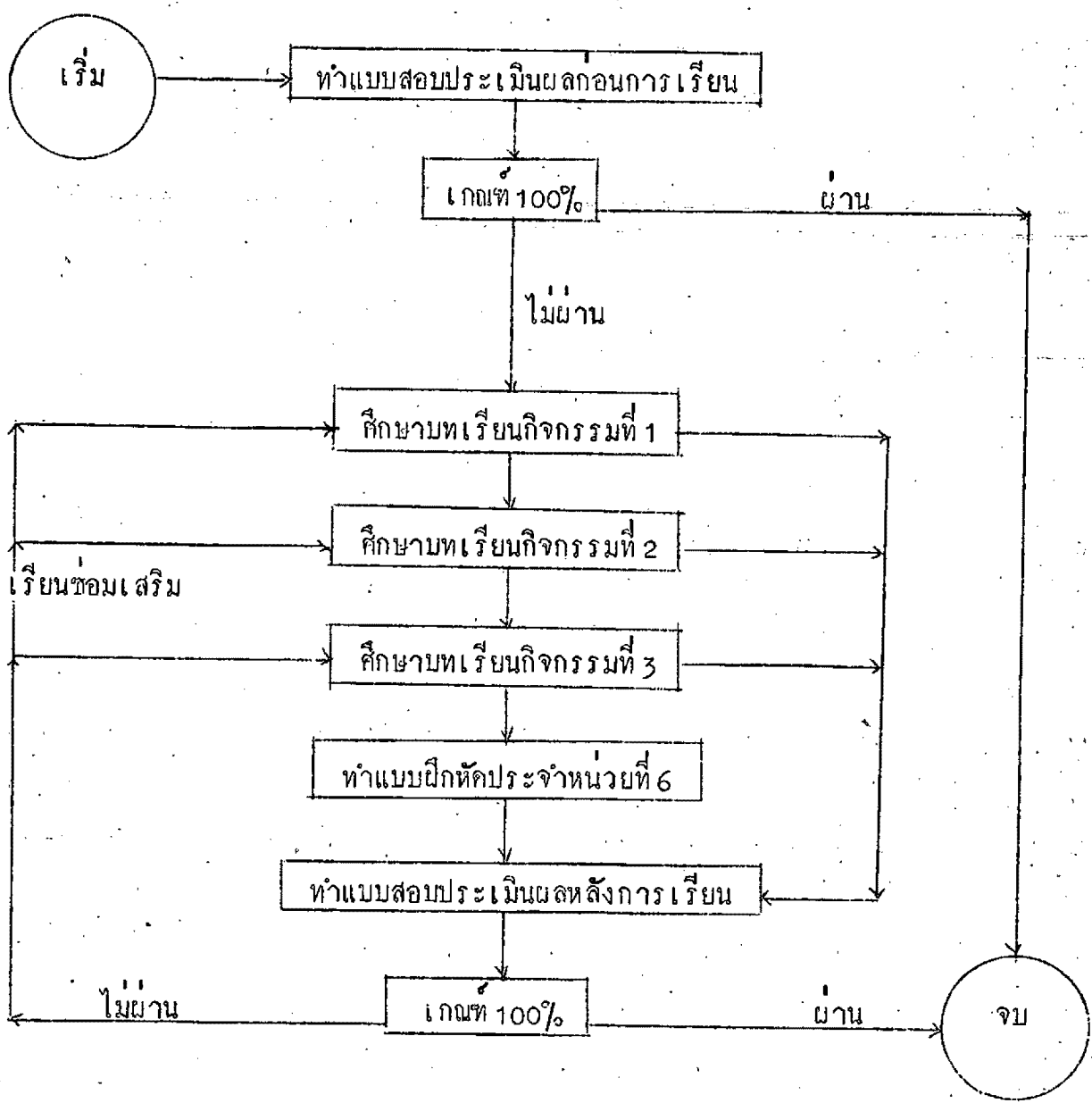
ทำแบบสอบหลังการเรียนจากแบบสอบชุดเดียวกันกับแบบสอบประเมินผลก่อนการเรียน ถ้าทำได้ตามเกณฑ์ 100 เปอร์เซ็นต์ ถือว่าผ่านไปเรียนหน่วยที่ 7 ได้ แต่ถ้าทำไม่ผ่านตามเกณฑ์นี้จะต้องเรียนซ่อมเสริม

การเรียนซ่อมเสริม

ถ้าทำแบบสอบไม่ผ่านเกณฑ์การประเมินผลหลังการเรียนให้เลือกทำกิจกรรมต่อไปนี้

1. ศึกษาเพิ่มเติมใหม่จากข้อ 2.1 หรือ 2.2 หรือ 2.3
2. ฟังคำชี้แนะจากอาจารย์ผู้ควบคุม

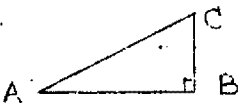
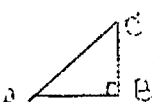
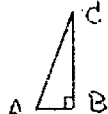
แสดงลำดับขั้นของกิจกรรมการเรียน



บทเรียนกิจกรรมที่ 1

การหาค่าอัตราส่วนไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ง่าย เพราะนักเรียนเคยหาค่ามาแล้วในตารางที่ 7 ของหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เพียงแต่ก่อนหน้านี้ นักเรียนยังไม่ทราบว่า อัตราส่วนเหล่านี้มีชื่อ ไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ ดังนั้นเมื่อนักเรียนทบทวนค่าอัตราส่วนในตารางที่ 7 ของหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ก็จะหาค่าอัตราส่วน ไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุมต่าง ๆ ได้ทันที

จากตารางที่ 7 ของหน่วยการเรียนรู้ที่ 4

สามเหลี่ยมมุมฉาก	มุม A	$\frac{AB}{AC}$	$\frac{BC}{AC}$	$\frac{BC}{AB}$
	30°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
	45°	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1
	60°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$

จากความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน ไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ และรูปสามเหลี่ยมมุมฉากในตารางที่ 7 ข้างบน จะได้ว่า

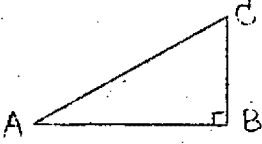
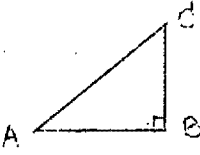
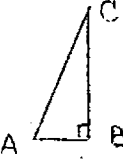
$$\frac{AB}{AC} = \dots\dots\dots \text{ของ } A$$

$$\frac{BC}{AC} = \dots\dots\dots \text{ของ } A$$

$$\frac{BC}{AB} = \dots\dots\dots \text{ของ } A$$

ดังนั้นจะได้ตารางค่าอัตราส่วน ไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ ของมุม 30, 45, 60 องศา ให้ชื่อกำกับว่าตารางที่ 8

ตารางที่ 8

สามเหลี่ยมมุมฉาก	มุม A	ไซน์ของ A sin A	โคไซน์ของ A cos A	แทนเจนต์ของ A tan A
	30°
	45°
	60°

จากตารางที่ 7 ในหน่วยที่ 4 นักเรียนทราบแล้วว่าค่าอัตราส่วน $\frac{AB}{AC}$, $\frac{BC}{AC}$ ของแต่ละมุมเป็นค่าคงที่ ดังนั้น ค่าอัตราส่วนไซน์ โคไซน์และแทนเจนต์ของแต่ละมุม ก็เป็นค่า เหมือนกัน แม้ว่ารูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะมีขนาดแตกต่างกัน
 กงที/ไมกงที

เจดย

บทเรียนกิจกรรมที่ 1

$$\frac{AB}{AC} = \text{อัตราส่วนโคไซน์ของ } A$$

$$\frac{BC}{AC} = \text{อัตราส่วนไซน์ของ } A$$

$$\frac{BC}{AB} = \text{อัตราส่วนแทนเจนต์ของ } A$$

ตารางที่ 3

สามเหลี่ยมมุมฉาก	มุม A	ไซน์ของ A (sin A)	โคไซน์ของ A (cos A)	แทนเจนต์ของ A (tan A)
	30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
	45°	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1
	60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

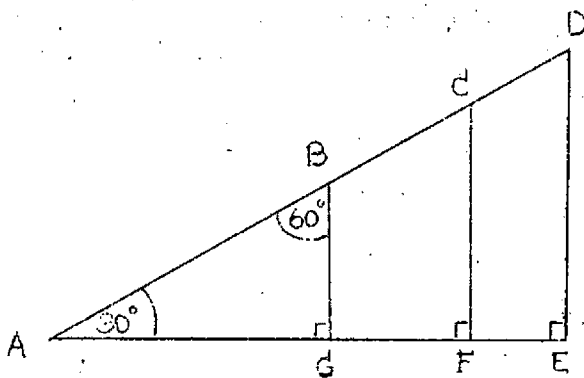
เป็นตารางที่เหมือนกัน

บทเรียนกิจกรรมที่ 2

กิจกรรม 2.1

ให้นักเรียนพิจารณาคบสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกันโดยพิจารณาด้านที่ประกอบมุมเท่ากัน แล้วเขียนอัตราส่วนของความยาวด้านสามเหลี่ยมแต่ละรูปลงในตารางที่ 9

ตารางที่ 9



$\triangle ABG \sim \triangle ACF$	$\triangle ACF \sim \triangle ADE$
$\frac{AG}{AB} = \frac{AF}{AC}$	$\frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AD}$
$\frac{BG}{AB} = \dots$	$\frac{CF}{AC} = \dots$
$\frac{BG}{AG} = \dots$	$\frac{CF}{AF} = \dots$
$\frac{AG}{BG} = \dots$	$\frac{AF}{CF} = \dots$

จะได้ $\frac{AG}{AB}$, $\frac{AF}{AC}$, $\frac{AE}{AD}$

คือ ของมุม 30°

คือ ของมุม 60°

$\frac{BG}{AB}$, $\frac{CF}{AC}$, $\frac{DE}{AD}$

คือ ของมุม 30°

คือ ของมุม 60°

$\frac{BG}{AG}$, $\frac{CF}{AF}$, $\frac{DE}{AE}$

คือ ของมุม 30°

$\frac{AG}{BG}$, $\frac{AF}{CF}$, $\frac{AE}{DE}$

คือ ของมุม 60°

นักเรียนจะพบว่ารูปสามเหลี่ยม AGB, สามเหลี่ยม AFC, สามเหลี่ยม AED
มีขนาดแตกต่างกันแต่มีขนาดเท่ากัน

จึงสรุปได้ว่า

ค่าอัตราส่วน $\sin 30^\circ$ ของสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปมีค่า กัน

ค่าอัตราส่วน $\sin 60^\circ$ ของสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปมีค่า กัน

ค่าอัตราส่วน $\cos 30^\circ$ ของสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปมีค่า กัน

ค่าอัตราส่วน $\cos 60^\circ$ ของสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปมีค่า กัน

ค่าอัตราส่วน $\tan 30^\circ$ ของสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปมีค่า กัน

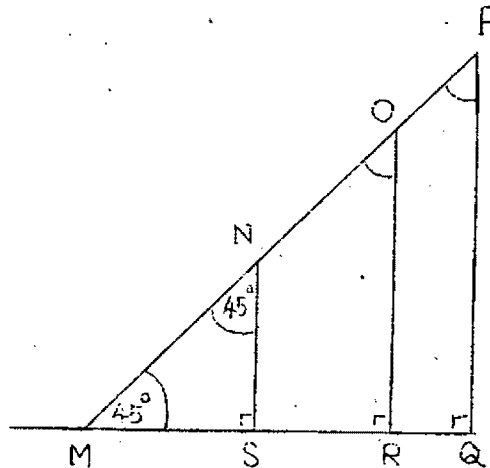
ค่าอัตราส่วน $\tan 45^\circ$ ของสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปมีค่า กัน

นักเรียนจะสังเกตได้ว่า

$\sin 30^\circ$ ก็มีค่าเท่ากับ $\cos 60^\circ$ มีค่า กัน

$\sin 60^\circ$ ก็มีค่าเท่ากับ $\cos 30^\circ$ มีค่า กัน

กิจกรรม 2.2



จากรูปให้นักเรียนพิจารณาคอสมบัตินี้ของสามเหลี่ยมที่คล้ายกันโดยพิจารณาค่านที่
ประกอบมุมที่เท่ากัน แล้วเขียนลงในตารางที่ 10 (เหมือนตารางที่ 9)

ตารางที่ 10

$\triangle MNS \sim \triangle MOR$	$\triangle MOR \sim \triangle MPQ$
$\frac{MS}{MN} = \frac{MR}{MO}$	$\frac{MR}{MO} = \frac{MQ}{MP}$
$\frac{SN}{MN} = \dots$	$\frac{RO}{MO} = \dots$
$\frac{SN}{MS} = \dots$	$\frac{RO}{MR} = \dots$

จะได้ $\frac{MS}{MN}$, $\frac{MR}{MO}$, $\frac{MQ}{MP}$ คือ ของมุม M ($M = 45^\circ$)
 คือ ของมุม N , มุม O , มุม P
 ($\text{มุม } N = \text{มุม } O = \text{มุม } P = 45^\circ$)
 $\frac{SN}{MN}$, $\frac{RO}{MO}$, $\frac{QP}{MP}$ คือ ของมุม M
 คือ ของมุม N , มุม O , มุม P
 $\frac{SN}{MS}$, $\frac{RO}{MR}$, $\frac{QP}{MQ}$ คือ ของมุม M
 คือ ของมุม N , มุม O , มุม P

นักเรียนจะพบว่า สามเหลี่ยม MNS , สามเหลี่ยม MOR , สามเหลี่ยม MPQ มีขนาดทางกันแต่มีมุมเท่ากัน จึงสรุปได้ว่า

ค่าอัตราส่วน $\sin 45^\circ$ ของสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปมีค่า กัน
 ค่าอัตราส่วน $\cos 45^\circ$ ของสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปมีค่า กัน
 ค่าอัตราส่วน $\tan 45^\circ$ ของสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปมีค่า กัน

นักเรียนจะสังเกตได้ว่า

$\sin 45^\circ$ กับ $\cos 45^\circ$ มีค่า กัน

เฉลย

บทเรียน กิจกรรรมที่ 2

กิจกรรรม 2.1

ตารางที่ 9

$\triangle ABG \sim \triangle ACF$	$\triangle ACF \sim \triangle ADE$
$\frac{AG}{AB} = \frac{AF}{AC}$	$\frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AD}$
$\frac{BG}{AB} = \frac{CF}{AC}$	$\frac{CF}{AC} = \frac{DE}{AD}$
$\frac{BG}{AG} = \frac{CF}{AF}$	$\frac{CF}{AF} = \frac{DE}{AE}$
$\frac{AG}{BG} = \frac{AF}{CF}$	$\frac{AF}{CF} = \frac{AE}{DE}$

- คือ โคไซน์ของมุม 30°
- ไซน์ของมุม 60°
- ไซน์ของมุม 30°
- โคไซน์ของมุม 60°
- แทนเจนต์ของมุม 30°
- แทนเจนต์ของมุม 60°
- มีค่าเท่ากัน
- มีค่าเท่ากัน
- มีค่าเท่ากัน
- มีค่าเท่ากัน
- มีค่าเท่ากัน
- มีค่าเท่ากัน
- มีค่าเท่ากัน
- มีค่าเท่ากัน
- มีค่าเท่ากัน

กิจกรรรมที่ 2.2

ตารางที่ 10

$\triangle MNS \sim \triangle MOR$	$\triangle MOR \sim \triangle MPQ$
$\frac{MS}{MN} = \frac{MR}{MO}$	$\frac{MR}{MO} = \frac{MQ}{MP}$
$\frac{SN}{MN} = \frac{RO}{MO}$	$\frac{RO}{MO} = \frac{QP}{MP}$
$\frac{SN}{MS} = \frac{RO}{MR}$	$\frac{RO}{MR} = \frac{QP}{MQ}$

- คือ โคไซน์ของมุม M
- ไซน์ของมุม N, มุม O, มุม P
- ไซน์ของมุม M
- โคไซน์ของมุม N, มุม O, มุม P
- แทนเจนต์ของมุม M
- แทนเจนต์ของมุม N, มุม O, มุม P
- มีค่าเท่ากัน
- มีค่าเท่ากัน
- มีค่าเท่ากัน
- มีค่าเท่ากัน
- มีค่าเท่ากัน

บทเรียนกิจกรรมที่ ๖

จากบทเรียนกิจกรรมที่ 1, 2 นักเรียนได้ทราบค่าคงที่ของอัตราส่วนไซน์ โคไซน์และแทนเจนต์ของมุม 30° , 45° , 60° แล้ว จำเป็นอย่างยิ่งที่นักเรียนจะต้องฝึกเพื่อให้สามารถจำค่าคงที่เหล่านั้นให้ได้เพื่อใช้ประโยชน์ต่อไป

กิจกรรมในบทเรียนนี้ให้นักเรียนแทนค่าอัตราส่วนให้ถูกต้องและทำให้เป็นผลสำเร็จ

$$1/ \sin 45^\circ + \cos 30^\circ + \tan 60^\circ = ?$$

แทนค่า

$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3}$$

$$= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2\sqrt{3}}{2} = \frac{\quad}{2}$$

$$= \underline{\quad}$$

$$2/ \sin 45^\circ + \cos 60^\circ - \tan 45^\circ = ?$$

แทนค่า

$$\dots + \dots - \dots$$

$$= \frac{\sqrt{2} + 1 - 2}{2} = \frac{\sqrt{2} - 1}{2}$$

$$= \frac{\quad}{2} = \frac{\quad}{2}$$

$$= \dots$$

$$3/ 2 \sin 60^\circ + \tan 60^\circ - \tan 30^\circ = ?$$

แทนค่า

$$(2 \times \dots) + (\dots) - (3 \times \dots)$$

$$= \dots + \dots - \dots = \dots$$

$$4/ 4 \sin 30^\circ - 5 \tan 45^\circ + 2 \cos 60^\circ = ?$$

แทนค่า

$$(4 \times \dots) - (5 \times \dots) + (2 \times \dots)$$

$$= \dots = \dots$$

$$5/ \sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ = ?$$

แทนค่า

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4}$$

$$= \frac{\dots}{4} = \dots$$

$$6/ (\cos 30^\circ \cdot \sin 60^\circ) - 1 = ?$$

แทนค่า

$$(\dots \times \dots) - 1 = \dots$$

$$= \dots$$

$$7/ (\cos 30^\circ \cdot \tan 60^\circ) - (\sin 30^\circ \cdot \tan 45^\circ)$$

$$= ?$$

แทนค่า

$$(\dots \times \dots) - (\dots \times \dots)$$

$$= \dots = \dots$$

$$8/ \sin 30^\circ \cdot \frac{1}{\cos 30^\circ} = ?$$

แทนค่า

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dots$$

$$= \dots$$

$$9 / \cos 45^\circ \cdot \frac{1}{\sin 45^\circ} = ?$$

แทนค่า

$$\dots X \dots = \dots$$

เฉลย

บทเรียนกิจกรรมที่ 3

$$1/ \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2\sqrt{3}}{2} = \frac{6.60}{2}$$

$$= 3.30$$

$$6/ \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) - 1 = \frac{3}{4} - 1$$

$$= -\frac{1}{4}$$

$$2/ \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} - 1 = \frac{\sqrt{2} + 1 - 2}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{2} - 1}{2} = \frac{1.41 - 1}{2}$$

$$= \frac{0.41}{2} = 0.205$$

$$7/ \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} \right) - \left(\frac{1}{2} \times 1 \right) = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3 - 1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$3/ \left(2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \sqrt{3} - \left(3 \times \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

$$= \sqrt{3} + \sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$$

$$8/ \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$4/ \left(4 \times \frac{1}{2} \right) - \left(5 \times 1 \right) + \left(2 \times \frac{1}{2} \right)$$

$$= 2 - 5 + 1 = -2$$

$$9/ \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{1}$$

$$= 1$$

$$5/ \frac{1}{4} + \frac{3}{4}$$

$$= \frac{1 + 3}{4} = \frac{4}{4}$$

$$= 1$$

แบบฝึกหัดประจำหน่วยที่ 6

1/ จงเขียนค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติและแทนเจนต์ของมุม 30, 45, 60 องศา

2/ จงหาค่าของอัตราส่วนต่อไปนี้

ก. $\cos 30^\circ + \tan 60^\circ$

ข. $\sin 30^\circ + \cos 45^\circ$

ค. $\sin 60^\circ - \cos 30^\circ + 1$

ง. $3\sqrt{2}\sin 45^\circ - \cos 60^\circ$

จ. $\sin^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ$

ฉ. $\sin 60^\circ \cdot \frac{1}{\cos 60^\circ}$

ช. $\frac{1}{\cos^2 30^\circ} - \tan^2 30^\circ$

ซ. $\frac{1}{\sin^2 45^\circ} - \frac{1}{\tan^2 45^\circ}$

3/ จงตอบคำถามต่อไปนี้

$\cos 30^\circ = \sin \dots^\circ$

$\dots = \sin 30^\circ$

$\cos 45^\circ = \dots^\circ$

โดย

แบบฝึกหัดประจำหน่วยที่ 6

$$1/ \begin{aligned} \sin 30^\circ &= \frac{1}{2}, & \cos 30^\circ &= \frac{\sqrt{3}}{2}, & \tan 30^\circ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \sin 45^\circ &= \frac{1}{\sqrt{2}}, & \cos 45^\circ &= \frac{1}{\sqrt{2}}, & \tan 45^\circ &= 1 \\ \sin 60^\circ &= \frac{\sqrt{3}}{2}, & \cos 60^\circ &= \frac{1}{2}, & \tan 60^\circ &= \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$2/ \begin{aligned} \text{ก. } \cos 30^\circ + \tan 60^\circ &= \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} \\ &= \frac{\sqrt{3} + 2\sqrt{3}}{2} = \frac{1.73 + 3.46}{2} \\ &= \frac{5.19}{2} = 2.595 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ข. } \sin 30^\circ + \cos 45^\circ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{1 + \sqrt{2}}{2} = \frac{1 + 1.41}{2} \\ &= \frac{2.41}{2} = 1.07 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ค. } \sin 60^\circ - \cos 30^\circ + 1 \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ง. } 3\sqrt{2} \sin 45^\circ - \cos 60^\circ \\ &= 3\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2} = 3 - \frac{1}{2} \\ &= \frac{6 - 1}{2} = \frac{5}{2} = 2.5 \end{aligned}$$

3/

$$\cos 30^\circ = \sin 60^\circ$$

$$\cos 60^\circ = \sin 30^\circ$$

$$\cos 45^\circ = \cos 45^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{จ. } \sin^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ฉ. } \sin 60^\circ \cdot \frac{1}{\cos 60^\circ} &= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{1} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ช. } \frac{1}{\cos^2 30^\circ} - \tan^2 30^\circ \\ &= \frac{1}{\frac{3}{4}} - \frac{1}{3} = \frac{4}{3} - \frac{1}{3} \\ &= \frac{4 - 1}{3} = \frac{3}{3} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ฌ. } \frac{1}{\sin^2 45^\circ} - \frac{1}{\tan^2 45^\circ} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{2}} - \frac{1}{1} = 2 - 1 = 1 \end{aligned}$$

แบบสอบประเมินผลก่อนและหลังการเรียนประจำหน่วยที่ 6

1. ค่าคงที่ของ $\sin 60^\circ$ คือข้อใด

ก $\sqrt{3}$

ข $2\sqrt{3}$

ค $\frac{\sqrt{3}}{2}$

ง $\frac{2}{\sqrt{3}}$

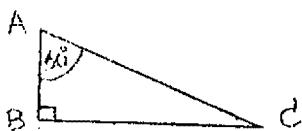
2. ค่าคงที่ของ $\tan 30^\circ$ คือข้อใด

ก $\frac{1}{3}$

ข $\frac{1}{2}$

ค $\frac{1}{\sqrt{3}}$

ง $\sqrt{3}$

3. จากรูป $\frac{BC}{AC}$ คืออัตราส่วนในข้อใด

ก $\sin 60^\circ$

ข $\cos 60^\circ$ และ $\sin 30^\circ$

ค $\cos 30^\circ$

ง $\sin 60^\circ$ และ $\cos 30^\circ$

4. $\cos 45^\circ$ มีค่าเท่ากับอัตราส่วนในข้อใด

ก $\cos 60^\circ$

ข $\sin 60^\circ$

ค $\sin 45^\circ$

ง $\sin 30^\circ$

5. $2\cos 60^\circ + \sqrt{3}\cos 30^\circ + 3\tan 45^\circ$ มีค่าเท่าไร

ก 5.5

ข $5\sqrt{2}$

ค $4\sqrt{3}$

ง 3.5

6. $\sqrt{2}\sin 45^\circ + \frac{2}{3}\cos 60^\circ + 2\sqrt{3}\tan 30^\circ$ มีค่าเท่าไร

ก $3\sqrt{3}$

ข $3\frac{1}{3}$

ค $3\frac{2}{3}$

ง 3

7. $\sin 45^\circ - \sqrt{2}\cos 60^\circ$ มีค่าเท่าไร

ก 0

ข 1

ค $\sqrt{2}$

ง $\sqrt{3}$

8. $4\sin 30^\circ - \sqrt{3}\sin 60^\circ$ มีค่าเท่าไร

ก $\sqrt{2}$

ข $1 - \sqrt{3}$

ค $\frac{1}{3}$

ง $\frac{1}{2}$

9. $\cos 30^\circ \cdot \sin 60^\circ \cdot \tan 45^\circ$ มีค่าเท่าไร

ก $\frac{3}{4}$

ข $\frac{\sqrt{3}}{4}$

ค $\frac{1}{2}$

ง $\frac{1}{4}$

10. $\cos^2 30^\circ \cdot \cos^2 45^\circ \cdot \tan^2 60^\circ$ มีค่าเท่าไร

ก $1\frac{1}{8}$

ข $1\frac{1}{2}$

ค $\frac{3}{4}$

ง $\frac{1}{2}$

เฉลย

แบบสอบประเมินผลก่อนและหลังการเรียนประจำหน่วยที่ 6

1. ค
2. ค
3. ง
4. ค
5. ก
6. ข
7. ก
8. ง
9. ก
10. ก

หน่วยที่ 7

เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติไซน์ โคไซน์ แทนเจนต์ ของมุมที่มากกว่า 0 องศา และน้อยกว่า 90 องศา (โดยการเปิดตาราง)

หลักการและเหตุผล

เนื่องจากตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่มากกว่า 0 องศาและน้อยกว่า 90 องศา มีจำนวนมากมายเกินความจำเป็นที่จะให้นักเรียนจดจำ จึงให้นักเรียนหาค่าอัตราส่วนโดยการเปิดตาราง ดังนั้นนักเรียนต้องสามารถหาค่าอัตราส่วนจากตารางเป็นการเรียนในหน่วยนี้จึงมุ่งฝึกการหาค่าจากตารางให้เกิดความชำนาญ

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบหน่วยการเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถเปิดตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ

1. หาค่าไซน์ โคไซน์ แทนเจนต์ของมุมที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง
2. หามุมของไซน์ โคไซน์ แทนเจนต์ที่กำหนดค่าอัตราส่วนมาให้ได้ถูกต้อง

ความรู้พื้นฐาน

นักเรียนควรมีความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติที่เรียนมาแล้วในหน่วยที่ 5, 6

การประเมินผลก่อนการเรียน

ทำแบบสอบถามประเมินผลก่อนการเรียนประจำหน่วยที่ 7 เรื่อง อัตราส่วนไซน์ โคไซน์ แทนเจนต์ ของมุมที่มากกว่า 0 องศา และมากกว่า 90 องศา ถ้าทำได้ตามเกณฑ์ 100 เปอร์เซนต์ไม่ต้องเรียนในหน่วยนี้

กิจกรรมนักเรียน

1. ทำแบบสอบประเมินผลก่อนการเรียน เรื่อง อัตราส่วนไซน์ โคไซน์ แทนเจตของมุมที่มากกว่า ๐ องศาและมากกว่า 90 องศา
2. ทำกิจกรรมต่อไปนี้
 - 2.1 ศึกษาทเรียนกิจกรรมที่ 1
 - 2.2 ทำแบบฝึกหัดประจำหน่วยที่ 7 และตรวจคำตอบจากเฉลย
3. ทำแบบสอบประเมินผลหลังการเรียน
4. เรียนซ่อมเสริม ตามหัวข้อการเรียนรวมเสริม

การประเมินผลหลังการเรียน

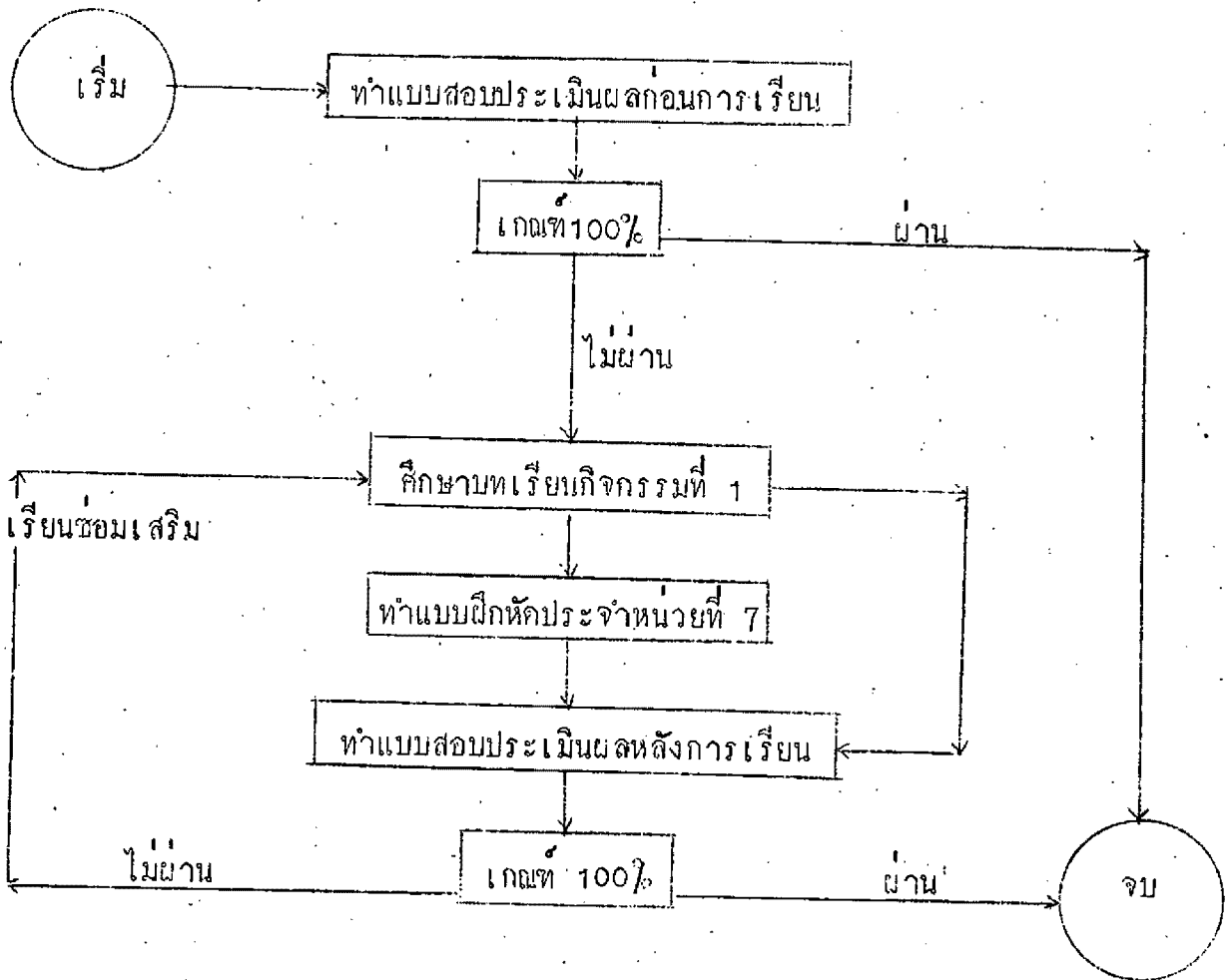
ทำแบบประเมินผลหลังการเรียนจากแบบสอบชุดเดียวกันกับแบบสอบประเมินผลก่อนการเรียน ถ้าทำได้ตามเกณฑ์ 100 เปอร์เซ็นต์ถือว่าผ่านไปเรียนหน่วยที่ 8 ได้ แต่ถ้าไม่ผ่านตามเกณฑ์จะคงเรียนซ่อมเสริม

การเรียนซ่อมเสริม

ถ้าทำแบบสอบไม่ผ่านเกณฑ์การประเมินผลหลังการเรียนให้เลือกทำกิจกรรมต่อไปนี้

1. ศึกษาเพิ่มเติมใหม่จากข้อ 2.1
2. ตั้งคำถามจากอาจารย์ผู้ควบคุม

แสดงลำดับขั้นของกิจกรรมการเรียน



ตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ

ไซน์ โคไซน์และแทนเจนต์ ของมุมที่มากกว่า 0 องศาและน้อยกว่า 90 องศา

มุม	sin A	cos A	tan A	มุม	sin A	cos A	tan A
1°	0.018	0.999	0.018	32°	0.530	0.848	0.625
2°	0.035	0.999	0.035	33°	0.545	0.839	0.649
3°	0.052	0.999	0.052	34°	0.559	0.839	0.675
4°	0.070	0.998	0.070	35°	0.574	0.819	0.700
5°	0.087	0.996	0.088	36°	0.588	0.809	0.727
6°	0.105	0.995	0.105	37°	0.602	0.799	0.754
7°	0.122	0.993	0.123	38°	0.612	0.788	0.781
8°	0.139	0.990	0.141	39°	0.629	0.777	0.810
9°	0.156	0.988	0.158	40°	0.643	0.766	0.839
10°	0.174	0.985	0.176	41°	0.656	0.755	0.869
11°	0.191	0.982	0.194	42°	0.669	0.743	0.900
12°	0.208	0.978	0.213	43°	0.682	0.731	0.933
13°	0.225	0.974	0.231	44°	0.695	0.719	0.966
14°	0.242	0.970	0.249	45°	0.707	0.707	1.000
15°	0.259	0.966	0.268	46°	0.719	0.695	1.036
16°	0.276	0.961	0.287	47°	0.731	0.682	1.072
17°	0.292	0.956	0.306	48°	0.743	0.669	1.111
18°	0.309	0.951	0.325	49°	0.755	0.656	1.150
19°	0.326	0.946	0.344	50°	0.766	0.643	1.192
20°	0.342	0.940	0.364	51°	0.777	0.629	1.235
21°	0.358	0.934	0.384	52°	0.788	0.616	1.280
22°	0.375	0.927	0.404	53°	0.799	0.602	1.327
23°	0.391	0.921	0.425	54°	0.809	0.588	1.376
24°	0.407	0.914	0.445	55°	0.819	0.574	1.428
25°	0.423	0.906	0.466	56°	0.829	0.559	1.483
26°	0.438	0.899	0.488	57°	0.839	0.545	1.540
27°	0.454	0.891	0.510	58°	0.848	0.530	1.600
28°	0.470	0.883	0.532	59°	0.857	0.515	1.664
29°	0.485	0.875	0.554	60°	0.866	0.500	1.732
30°	0.500	0.866	0.577	61°	0.875	0.485	1.804
31°	0.515	0.857	0.601	62°	0.883	0.470	1.881

ตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ

มุม	sin A	cos A	tan A
63°	0.891	0.454	1.963
64°	0.899	0.438	2.050
65°	0.906	0.423	2.145
66°	0.914	0.407	2.246
67°	0.921	0.391	2.356
68°	0.927	0.375	2.475
69°	0.934	0.358	2.605
70°	0.940	0.342	2.748
71°	0.946	0.326	2.904
72°	0.951	0.309	3.078
73°	0.956	0.292	3.271
74°	0.961	0.276	3.487
75°	0.966	0.259	3.732
76°	0.970	0.242	4.011
77°	0.974	0.225	4.332
78°	0.978	0.208	4.705
79°	0.982	0.191	5.145
80°	0.985	0.174	5.671
81°	0.988	0.156	6.314
82°	0.990	0.139	7.115
83°	0.993	0.122	8.144
84°	0.995	0.105	9.514
85°	0.996	0.087	11.430
86°	0.998	0.070	14.301
87°	0.999	0.052	19.081
88°	0.999	0.035	28.636
89°	0.999	0.018	57.290

บทเรียนกิจกรรม การหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติโดยการเปิดตารางค่า

สื่อการเรียนรู้ ตารางค่าอัตราส่วนไซน์ โคไซน์และแทนเจนต์ของมุม
ที่มากกว่า ๐ องศาและน้อยกว่า 9๐ องศา

กิจกรรม

1/ ถ้าจะหาค่า $\tan 6^\circ$ ให้นักเรียนดูตารางที่ $\tan A$ และ $A = 6^\circ$

จาก $\tan A$ ลากเส้นในแนวดิ่ง จาก 6° ลากเส้นในแนวนอน เส้น
ทั้งสองจะตัดกันที่ ๐.1๐5 $\therefore \tan 6^\circ = \dots\dots\dots$

ในทางกลับกัน ถ้ากำหนดว่า $\tan A = 0.105$ จะหาว่ามุม A กาง
กี่องศา ให้นักเรียนดูตารางที่ค่า ๐.1๐5 จากตำแหน่งนี้ลากเส้นในแนวดิ่งขึ้นไปจะพบ
 $\tan A$ และลากเส้นในแนวนอนจะพบ 6° ดังนั้นจะได้ว่า $\tan A = 0.105$ มุม $A =$
 $\dots\dots\dots$ องศา

2/ ถ้าจะหาค่า $\sin 41^\circ$ ให้เปิดตาราง จาก $\sin A$ ลากเส้นในแนวดิ่ง
จาก $A = 41^\circ$ ลากเส้นในแนวนอน เส้นทั้งสองจะตัดกันที่ค่า..... $\therefore \sin 41^\circ =$
 $\dots\dots\dots$

3/ จะหาว่ามุม A กางกี่องศาถ้า $\tan A = 11.430$
ดูตารางที่ $\tan A$ ลากเส้นในแนวดิ่งมาที่ค่า 11.430 แล้วลากเส้น
ในแนวนอนจะพบ $A = \dots\dots\dots$ องศา

4/ จะหาว่ามุม A กางกี่องศาถ้า $\cos A = 0.535$
จะพบว่าค่า 0.535 ไม่มีในตาราง จึงให้ดูที่ค่าใกล้เคียงที่สุด ปรากฏ
ว่า $\cos A = 0.530$ เป็นค่าที่ใกล้เคียงที่สุด จากตำแหน่ง 0.530 ลากเส้นในแนวนอน
จะพบ $A = \dots\dots\dots$ องศา มุม A กางประมาณ $\dots\dots\dots$ องศา

5/ จากตารางค่าอัตราส่วน จะพบว่า

อัตราส่วน $\sin A$ มีค่ามากที่สุดที่ค่า $\dots\dots\dots$

อัตราส่วน $\cos A$ มีค่ามากที่สุดที่ค่า $\dots\dots\dots$

สรุปได้ว่า ไซน์และโคไซน์ ของมุมที่มากกว่า ๐ องศาและน้อยกว่า
90 องศา มีค่าน้อยกว่า $\dots\dots\dots$

เฉลย

บทเรขาคณิต

1/ $\tan 6^\circ = 0.105$

จะได้ว่า $\tan A = 0.105 \therefore$ มุม $A = 6$ องศา

2/ ถัดกันที่ค่า $0.656 \therefore \sin 41^\circ = 0.656$

3/ จะพบ $A = 85$ องศา

4/ จะพบ $A = 58$ องศา

มุม A กางประมาณ 58 องศา

5/ $\sin A$ มีค่ามากที่สุดที่ค่า 0.999

$\cos A$ มีค่ามากที่สุดที่ค่า 0.999

มีค่าน้อยกว่า 1

แบบฝึกหัดประจำหน่วยที่ 7

1/ จงหาค่าอัตราส่วนของมุมต่อไปนี้ โดยการเปิดตาราง

ก. $\sin 20^\circ$ ข. $\sin 54^\circ$

ข. $\cos 35^\circ$ ข. $\sin 63^\circ$

ค. $\tan 27^\circ$ ฉ. $\cos 88^\circ$

ง. $\sin 30^\circ$ จ. $\cos 74^\circ$

จ. $\cos 61^\circ$ ฉ. $\tan 46^\circ$

ฉ. $\tan 79^\circ$ จ. $\tan 62^\circ$

2/ จงหาค่ามุมต่อไปนี้

ก. $\sin A = 0.174$ มุม $A = \dots$ องศา ฉ. $\cos A = 0.971$ มุม $A = \dots$ องศา

ข. $\cos A = 0.985$ มุม $A = \dots$ องศา ข. $\cos B = 0.492$ มุม $B = \dots$ องศา

ค. $\tan B = 1.804$ มุม $B = \dots$ องศา ข. $\tan C = 1.100$ มุม $C = \dots$ องศา

ง. $\cos C = 0.375$ มุม $C = \dots$ องศา ฉ. $\sin A = 0.911$ มุม $A = \dots$ องศา

จ. $\sin B = 0.438$ มุม $B = \dots$ องศา จ. $\tan B = 2.500$ มุม $B = \dots$ องศา

3/ จงหาค่าต่อไปนี้

ก. $\sin 23^\circ + \tan 49^\circ = ?$

ข. $\tan 89^\circ - \cos 75^\circ = ?$

ค. $\cos 73^\circ + \sin 32^\circ = ?$

ง. $\sin^2 25^\circ + \cos^2 25^\circ = ?$

จ. $\tan 80^\circ - \cos 33^\circ - \sin 57^\circ = ?$

เฉลย

แบบฝึกหัดประจำหน่วยที่ 7

- 1/ ก. $\sin 20^\circ = 0.342$ ข. $\sin 54^\circ = 0.809$
 ฃ. $\cos 35^\circ = 0.819$ ฅ. $\sin 63^\circ = 0.891$
 ฉ. $\tan 27^\circ = 0.510$ ฉ. $\cos 88^\circ = 0.035$
 จ. $\sin 30^\circ = 0.500$ จ. $\cos 74^\circ = 0.276$
 ฉ. $\cos 61^\circ = 0.485$ ฉ. $\tan 46^\circ = 1.036$
 ค. $\tan 79^\circ = 5.145$ ง. $\tan 62^\circ = 1.881$

- 2/ ก. มุม A = 10 องศา ฉ. มุม A ทางประมาณ 14 องศา
 ฃ. มุม A = 10 องศา ฅ. มุม B ทางประมาณ 61 องศา
 ฉ. มุม B = 61 องศา จ. มุม C ทางประมาณ 48 องศา
 จ. มุม C = 68 องศา ฉ. มุม A ทางประมาณ 66 องศา
 ค. มุม B = 26 องศา ฉ. มุม B ทางประมาณ 68 องศา

- 3/ ก. 1.541
 ฃ. 57.031
 ฉ. 0.622
 จ. 1
 ค. 3.993

แบบสอบประเมินผลก่อนและหลังการเรียนประจำหน่วยที่ 7

1. $\sin 46^\circ$ มีค่าเท่าไร

ก 0.731 ข 0.719

ค 0.707 ง 0.695

2. $\cos 81^\circ$ มีค่าเท่าไร

ก 0.157 ข 0.174

ค 0.156 ง 0.165

3. $\tan 10^\circ$ มีค่าเท่าไร

ก 0.176 ข 0.177

ค 0.174 ง 0.158

4. มุม A ทางประมาณกี่องศา ถ้า $\cos A = 0.790$ ก 36° ข 37° ค 38° ง 39° 5. มุม B ทางประมาณกี่องศา ถ้า $\tan B = 19$ ก 88° ข 87° ค 51° ง 32° 6. มุม C ทางประมาณกี่องศา ถ้า $\sin C = 0.600$ ก 31° ข 37° ค 49° ง 53°

7. มุมในข้อใดโตที่สุด

ก $\sin A = 0.995$ ข $\cos C = 0.500$ ค $\tan B = 8.144$ ง $\sin D = 0.860$

เฉลย

แบบสอบประเมินผลก่อนและหลังการเรียนประจำหน่วยที่ 7

1. ข
2. ค
3. ก
4. ค
5. ข
6. ข
7. ก

หน่วยที่ 8

เรื่อง การหาระยะทางและความสูงของสิ่งต่าง ๆ

หลักการและเหตุผล

การศึกษาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่าง ๆ มีความสำคัญคือ การนำมาใช้ ในการแก้ปัญหาประเภทระยะทางหรือความสูงของสิ่งต่าง ๆ และสามารถนำไปใช้ใน กิจกรรมประจำวันได้ ดังนั้นหน่วยการเรียนนี้จึงมุ่งฝึกการแก้ปัญหาให้เกิดทักษะสามารถแก้ปัญหาได้รวดเร็ว

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบหน่วยการเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. หาระยะทางแนวราบได้ถูกต้องเมื่อกำหนดความสูงของวัตถุและมุมเงยให้
2. หาคความสูงของวัตถุได้ถูกต้องเมื่อกำหนดระยะทางในแนวราบและมุมเงยให้
3. หาระยะทางแนวราบได้ถูกต้องเมื่อกำหนดความสูงของวัตถุและมุมก้มให้
4. หาคความสูงของวัตถุได้ถูกต้องเมื่อกำหนดระยะทางในแนวราบและมุมก้มให้

ความรู้พื้นฐาน

นักเรียนต้องมีความรู้เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ การเปิดตารางค่าอัตราส่วน ตรีโกณมิติ มุมก้ม และมุมเงย เป็นอย่างดีซึ่งนักเรียน ได้ศึกษาแล้วในหน่วยที่ 5, 6, 7

การประเมินผลก่อนการเรียน

ทำแบบสอบประเมินผลก่อนการเรียนประจำหน่วยที่ 8 เรื่องการหาระยะทาง และความสูงของสิ่งต่าง ๆ ถ้าทำได้ตามเกณฑ์ 100 เปอร์เซ็นต์ ไม่ต้องเรียนในหน่วยนี้

กิจกรรมนักเรียน

1. ทำแบบสอบถามประเมินผลก่อนการเรียนเรื่อง การหาระยะทางและความสูงของวัตถุของสิ่งต่าง ๆ
2. ทำกิจกรรมต่อไปนี้
 - 2.1 ศึกษาทเรียนแบบโปรแกรม
 - 2.2 ทำแบบฝึกหัดประจำหน่วยที่ 8 และตรวจคำตอบจากเฉลย
3. ทำแบบสอบถามประเมินผลหลังการเรียน
4. เรียนซ่อมเสริม ตามหัวข้อการเรียนซ่อมเสริม

การประเมินผลหลังการเรียน

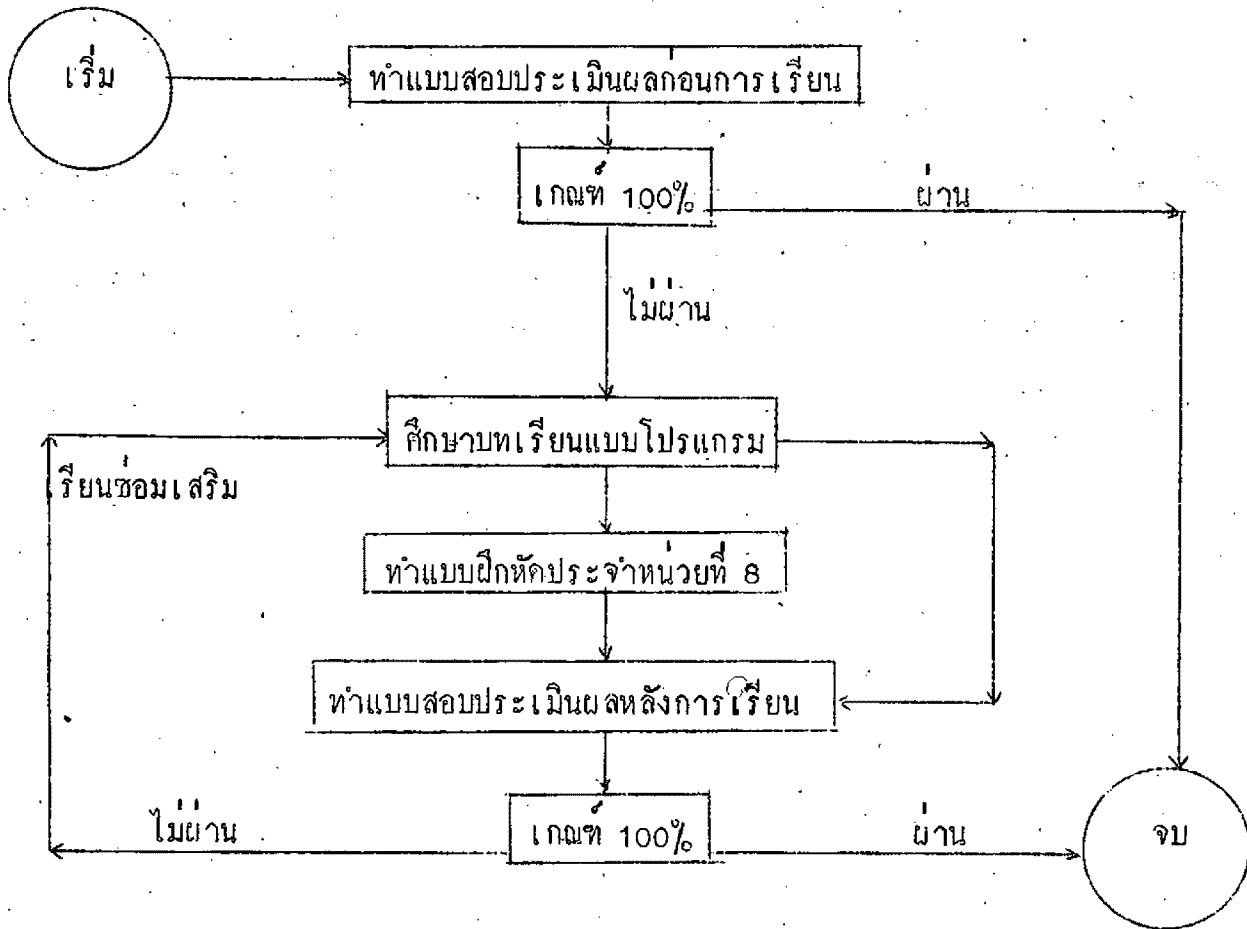
ทำแบบสอบถามประเมินผลหลังการเรียนจากแบบสอบถามเดียวกันกับแบบสอบถามประเมินผลก่อนการเรียน ถ้าทำได้ตามเกณฑ์ 100 เปอร์เซ็นต์ ถือว่าผ่านไปเรียนหน่วยที่ 9 ได้ แต่ถ้าไม่ผ่านตามเกณฑ์จะต้องเรียนซ่อมเสริม

การเรียนซ่อมเสริม

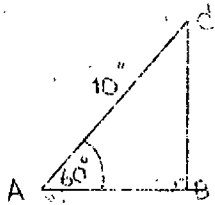
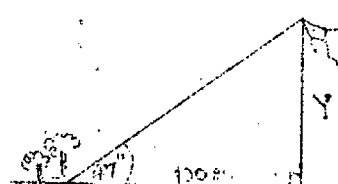
ถ้าทำแบบสอบถามไม่ผ่านเกณฑ์การประเมินผลหลังการเรียนให้เลือกทำกิจกรรมต่อไปนี้

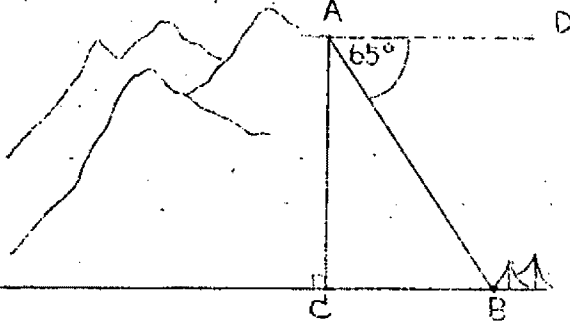
1. ศึกษาเพิ่มเติมใหม่จากข้อ 2.1
2. ฟังคำชี้แนะจากอาจารย์ผู้ควบคุม

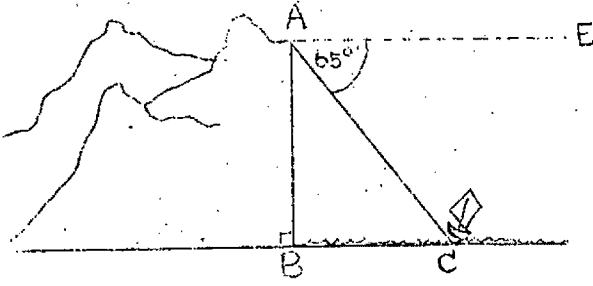
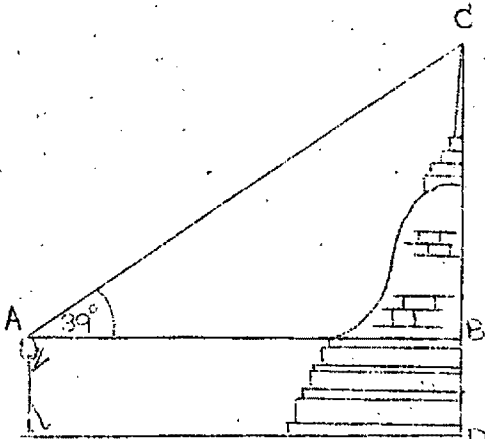
แสดงลำดับขั้นของกิจกรรมการเรียน

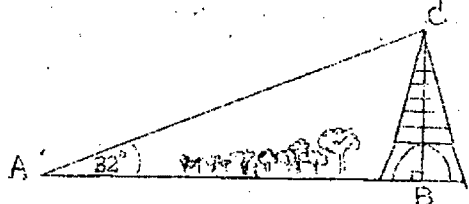


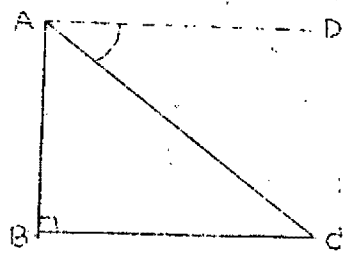
บทเรียนแบบโปรแกรม เรื่อง การหาความสูงและระยะทางของสิ่งต่าง ๆ

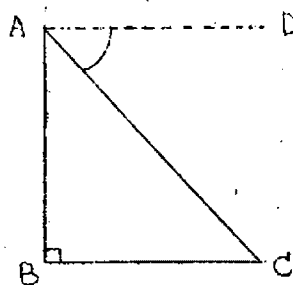
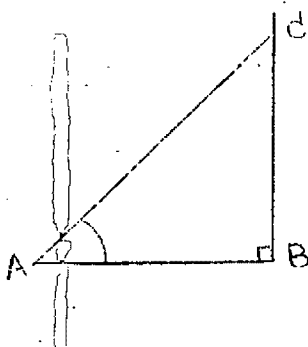
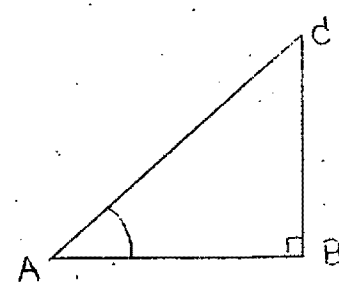
	<p>1. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ถ้าจะหาความยาวด้าน AB และ AC จะได้ว่า $\frac{AB}{AC} = \dots\dots 60^\circ$</p> 
<p>$\cos 60^\circ$</p>	<p>2. จะหาค่าเฉพาะ AB $\therefore AB = AC \times \dots\dots 60^\circ$</p>
<p>$AC \times \cos 60^\circ$</p>	<p>3. จากรูป เราทราบว่า AC ยาว 10 นิ้ว จากตารางค่า $\cos 60^\circ = \dots\dots$ แทนค่าในกรอบที่ 2 ได้ $AB = \dots \times \dots = \dots$ นิ้ว</p>
<p>0.500 10×0.500 5 นิ้ว</p>	<p>4. ต่อไปจะหาความยาว BC ได้ในทำนองเดียวกัน จะได้ว่า $\frac{BC}{AC} = \dots\dots 60^\circ$ $\therefore BC = AC \times \dots\dots 60^\circ$</p>
<p>$\sin 60^\circ$ $AC \times \sin 60^\circ$</p>	<p>5. จากรูปในกรอบที่ 1 เราทราบว่า AC ยาว 10 นิ้ว จากตารางค่า $\sin 60^\circ = \dots\dots$ แทนค่าในกรอบที่ 4 ได้ $BC = \dots \times \dots = \dots$ นิ้ว</p>
<p>0.866 10×0.866 8.66 นิ้ว</p>	<p>6. จากรูป ถ้าจะหาว่าสูงจากพื้นดินเท่าไร จะต้องหาความสูงของ Y</p>  <p>จะได้อัตราส่วน $\frac{Y}{100} = \dots\dots 47^\circ$ $\therefore Y = 100 \times \dots\dots 47^\circ$</p>

$\tan 47^\circ$ $100 \times \tan 47^\circ$	<p>7 จากการใช้ตารางค่า $\tan 47^\circ = \dots\dots$ แทนค่าในกรอบที่ 6 ได้ $Y = 100 \times \dots\dots$ ว่าจะสูงจากพื้นดินเท่ากับ $\dots\dots$ เมตร</p>
1.072 100×1.072 107.2 เมตร	<p>8 </p> <p>จากรูป นักท่องเที่ยวใช้แว่นไตหันมาหาถึงจุด A สูงจากพื้นดิน 1,200 เมตร ส่องกล้องมาที่หมู่บ้านที่จุด B เป็นมุมกับ 65° จะคำนวณหาระยะทางจากหมู่บ้านถึงหน้าผา คือระยะ</p> <p>จากรูป มุม $BAD = 65$ องศา มุม $BAC +$ มุม $BAD = 90$ องศา มุม $BAC = \dots$ องศา</p>
25 องศา	<p>9 จะหาระยะ BC</p> $\frac{BC}{AC} = \dots\dots 25^\circ$ $BC = AC \times \dots\dots 25^\circ$
$\tan 25^\circ$ $AC \times \tan 25^\circ$	<p>10 แทนค่า AC เป็นความสูงของหน้าผาสูง 1,200 เมตร จากตาราง $\tan 25^\circ = \dots\dots$ แทนค่าในกรอบที่ 9 ได้ $BC = 1,200 \times \dots\dots$ $= \dots\dots$ เมตร</p>

<p>0.466 $1,200 \times 0.466$ 559.20 เมตร</p>	<p>11 </p> <p>จากรูป จุด A อยู่บนหน้าผามีคนส่องกล้องมาที่เรือในทะเลซึ่งห่างจากหน้าผา 1,730 เมตร เป็นมุมก้ม 65 องศา จะหาความสูงของหน้าผา คือหาความสูงของ AB</p> <p>จากรูป มุม CAE เป็นมุมก้มทาง 65 องศา มุม ACB ทาง.....องศา เพราะเป็นมุมแย้งที่เท่ากัน</p>
<p>65 องศา</p>	<p>12 จะได้ $\frac{AB}{BC} = \dots\dots 65^\circ$ $\therefore AB = BC \times \dots\dots 65^\circ$</p>
<p>$\tan 65^\circ$ $BC \times \tan 65^\circ$</p>	<p>13 จากรูป 1,730 เมตร จากตารางค่า $\tan 65^\circ = \dots\dots$ แทนค่าในกรอบที่ 12 $AB = \dots\dots \times \dots\dots$ \therefore หน้าผาสูง.....เมตร</p>
<p>2.145 $1,730 \times 2.145$ 3,710.85 เมตร</p>	<p>14 </p> <p>ชายคนหนึ่งสูง 1.5 เมตร เท่ากับ ความสูงของฐานของเจดีย์ ยืนห่างจากแกนกลางของเจดีย์ 120 เมตร</p>

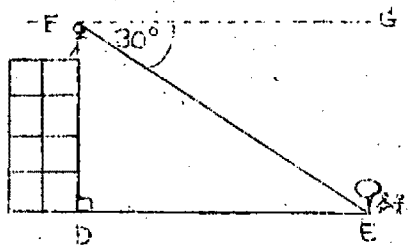
	<p style="text-align: right;">มองดูยอดเจดีย์ เป็นมุมเงย 39 องศา</p> <p>จะคำนวณหาความสูงของเจดีย์ นั่นคือ หาความสูงของ CD จากรูป ความสูง $CD = BC + BD$ แต่เรารู้ว่า $BD = 1.5$ เมตร จึงหาเฉพาะ BC จะได้ว่า $\frac{BC}{AB} = \dots\dots 39^\circ$ $BC = AB \times \dots\dots 39^\circ$</p>
<p>$\tan 39^\circ$ $AB \times \tan 39^\circ$</p>	<p>15 จากรูป AB ยาว 120 เมตร จากตารางค่า $\tan 39^\circ = \dots\dots$ แทนค่าในกรอบที่ 14 ได้ $BC = \dots\dots \times \dots\dots$ $= \dots\dots$ เมตร</p>
<p>0.810 120×0.810 97.20 เมตร</p>	<p>16 จากกรอบที่ 14 และกรอบที่ 15 เราทราบว่า BD เป็นความสูงของฐานเจดีย์สูง 1.5 เมตร BC เป็นความสูงของตัวเจดีย์สูง 97.20 เมตร \therefore เจดีย์สูงเท่ากับ $\dots\dots + \dots\dots = \dots\dots$ เมตร</p>
<p>$1.5 + 97.20$ 98.70 เมตร</p>	<p>17</p>  <p>นักสำรวจเดินอยู่ในป่าที่ตำแหน่ง A ส่องกล้องดูยอดหอลอย ในเมืองซึ่งสูง 500 เมตร เป็นมุมเงย 32 องศา จะคำนวณหาระยะห่างจากจุด A กับหอลอยนั่นคือหาระยะ จากรูป มุม BAC + มุม ACB = 90 องศา มุม ACB = $\dots\dots$ องศา</p>

<p>58 องศา</p>	<p>18 จะได้ว่า $\frac{AB}{BC} = \dots\dots 58^\circ$</p> <p>$AB = BC \times \dots\dots 58^\circ$</p>
<p>$\tan 58^\circ$</p> <p>$BC \times \tan 58^\circ$</p>	<p>19 เราบทว่า BC สูง 500 เมตร</p> <p>จากตารางค่า $\tan 58^\circ = \dots\dots$</p> <p>แทนค่าในกรอบที่ 18 ได้ $AB = \dots \times \dots = \dots$</p> <p>$\therefore$ จุด A ห่างจากหอคือเป็นระยะ.....เมตร</p>
<p>1.600</p> <p>500×1.600</p> <p>800</p> <p>800 เมตร</p>	<p>20 จากการที่นักเรียนศึกษาลักษณะปัญหาของการหาความสูง และระยะทางของสิ่งต่าง ๆ จึงสรุปลักษณะปัญหาและวิธีแก้ปัญหาดังนี้</p> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="flex: 1;">  </div> <div style="flex: 2;"> <p>1 มองจากที่สูงเป็นมุมก้ม CAD บอกระยะทาง AB ทำให้จะหาความสูง BC การแก้ปัญหาดังนี้ใช้ อัตราส่วน</p> <p>$\frac{AB}{BC} = \dots\dots \hat{A}CB$</p> <p>$\therefore AB = BC \times \dots\dots \hat{A}CB$</p> </div> </div>

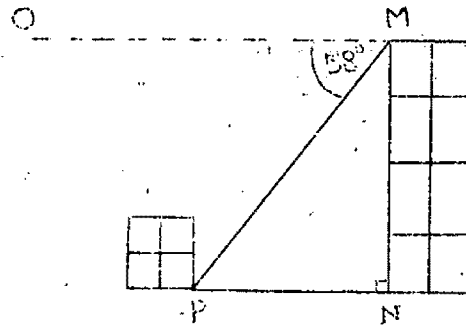
$\tan \hat{A}CB$ $BC \times \tan \hat{A}CB$	21 	2 มองจากที่สูงเป็นมุมกับ CAD บอกความสูง AB มาให้ จะหาระยะ BC การแก้ปัญหาควรใช้ อัตราส่วน $\frac{BC}{AB} = \dots\dots \hat{A}CB$ $\therefore BC = AB \times \dots \hat{A}CB$
$\tan \hat{B}AC$ $AB \times \tan \hat{B}AC$	22 	3 มองจากที่ต่ำเป็นมุมกับ BAC บอกระยะ BC มาให้ จะหาระยะ AB การแก้ปัญหาควรใช้ อัตราส่วน $\frac{AB}{BC} = \dots\dots \hat{B}AC$ $\therefore AB = BC \times \dots \hat{B}AC$
$\tan \hat{A}CB$ $AB \times \tan \hat{A}CB$	23 	4 มองจากที่ต่ำเป็นมุมกับ BAC บอกระยะ AB มาให้ จะหาความสูง BC การแก้ปัญหาควรใช้ อัตราส่วน $\frac{BC}{AB} = \dots\dots \hat{A}CB$ $\therefore BC = AB \times \dots \hat{A}CB$
$\tan \hat{B}AC$ $AB \times \tan \hat{B}AC$		

แบบฝึกหัดประจำหน่วยที่ 8

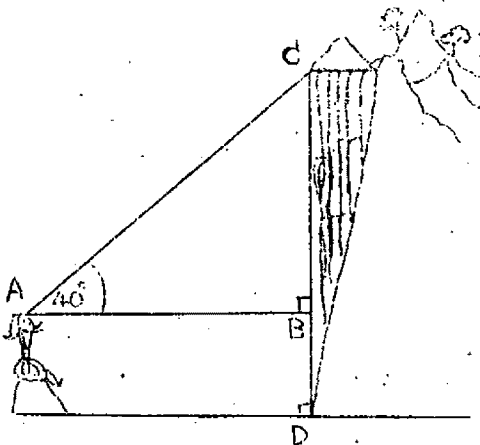
1/ ปีกมสูง 1.5 เมตร ยืนอยู่บนคาบฟ้า
ของตึกที่สูง 60 เมตร มองเห็นป้าย
รถเมล์ที่ถนนเป็นมุมกม 30 องศา
จงหาระยะทางจากตึกไปยังป้าย
รถเมล์



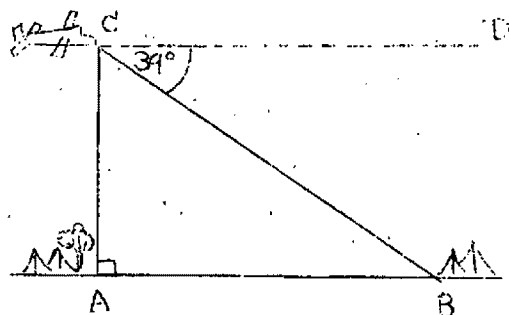
3/ ผู้สังเกตการณ์บนตึกซึ่งสูง
110 เมตร มองดูฐานตึกที่อยู่ฝั่งถนน
ตรงข้ามเป็นมุมกม 58 องศา
จงหาระยะทางของตึกทั้งสอง



2/ นิสานไปเที่ยวหน้าตึกนั่งบนก้อนหิน
ห่างจากหน้าตึก 12 เมตร มองเห็น
ยอดหน้าตึกเป็นมุมเงย 40 องศา
ถ้าระดับของตึกเธอสูงจากพื้น
1 เมตร จงหาความสูงของหน้าตึก



4/ เครื่องบินลำนี้ไม่มีเครื่องวัดความสูง
ขณะที่บินอยู่เหนือตำแหน่ง A คนขับ
เครื่องบิน ใช้กล้องส่องดูตำแหน่ง B ที่
ห่างตำแหน่ง A 14 ไมล์ เป็นมุมกม
39 องศา จงหาว่าเครื่องบินอยู่สูงจาก
พื้นดินเท่าไร



เฉลย

แบบฝึกหัดประจำหน่วยที่ 8

1/ จากรูป มุม DEF + มุม EFG = 90°

∴ มุม DEF = $90^\circ - \text{มุม EFG}$

มุม DEF = $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

จะหาระยะ DE

จากรูป $\frac{DE}{DF} = \tan 60^\circ$

∴ DE = DF x $\tan 60^\circ$

แทนค่า DF = $60 + 1.5 = 61.5$

จากตารางค่า $\tan 60^\circ = 1.732$

∴ DE = 61.5×1.732

ระยะที่กักน้ำยาว 106.5180 เมตร

2/ จะหาความสูงของน้ำตก = BD + BC

แต่ BD = 1 เมตร

จะหา

จากรูป $\frac{BC}{AB} = \tan 40^\circ$

∴ BC = AB x $\tan 40^\circ$

แทนค่า AB = 12 เมตร

จากตารางค่า $\tan 40^\circ = 0.839$

∴ BC = 12×0.839

= 10.068

น้ำตกสูง = $1 + 10.068$

= 11.068

3/ จากรูป มุม NMP + มุม PMO = 90°

∴ มุม NMP = $90^\circ - \text{มุม PMO}$

มุม NMP = $90^\circ - 58^\circ = 32^\circ$

จะหาระยะ NP

จากรูป $\frac{NP}{MN} = \tan 32^\circ$

∴ NP = MN x $\tan 32^\circ$

แทนค่า MN = 110 เมตร

จากตารางค่า $\tan 32^\circ = 0.625$

∴ NP = 110×0.625

ระยะตึกห่างกัน 68.75 เมตร

4/ จากรูป มุม BCD = 39°

∴ มุม ABC = 39° เพราะเป็นมุม

แย้งที่เท่ากัน จะหาความสูง AC

จากรูป $\frac{AC}{AB} = \tan 39^\circ$

∴ AC = AB x $\tan 39^\circ$

แทนค่า AB = 14 ไมล์

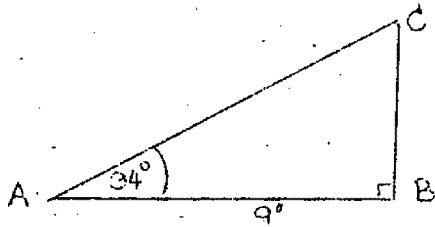
จากตารางค่า $\tan 39^\circ = 0.81$

∴ AC = 14×0.81

เครื่องบินสูงจากพื้นดิน 11.34 เมตร

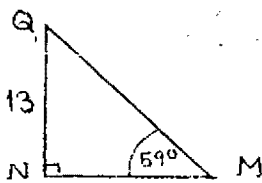
แบบสอบประเมินผลก่อนและหลังการเรียนประจำหน่วยที่ 8

1. จากรูป BC ยาวเท่าไร



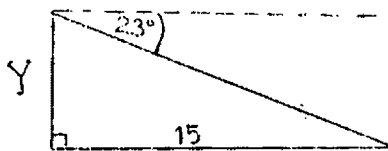
- ก 6.175 นิ้ว
ข 6.075 นิ้ว
ค 6.275 นิ้ว
ง 6.75 นิ้ว

2. จากรูป MN ยาวเท่าไร



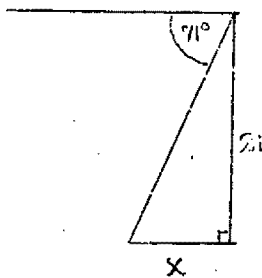
- ก 10.812 ฟุต
ข 9.813 ฟุต
ค 8.812 ฟุต
ง 7.813 ฟุต

3. จากรูป x ยาวเท่าไร



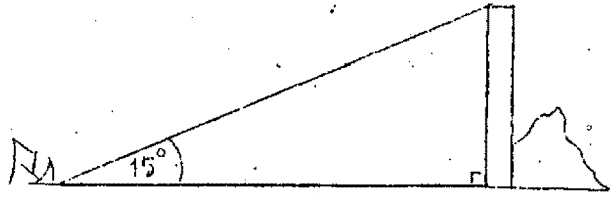
- ก 6.285
ข 6.375
ค 6.265
ง 6.0265

4. จากรูป x ยาวเท่าไร



- ก 7.224
ข 8.000
ค 12.24
ง 15.01

5.



จากรูป ปรากฏการณ์สูง 210 เมตร เรือใบอยู่ห่างจากปรากฏการณ์เป็นระยะทางเท่าไร

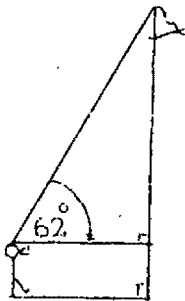
ก 565.50 เมตร

ข 652.83 เมตร

ค 783.60 เมตร

ง 783.72 เมตร

6.



จากรูป ชายคนนี้สูง 1.85 เมตร อยู่ห่างจากเสาธง 10 เมตร เสาธงสูงเท่าไร

ก 18.5 เมตร

ข 19.85 เมตร

ค 20.66 เมตร

ง 22.61 เมตร

7. บนปรากฏการณ์สูง 120 เมตร ส่องกล้องดูเรือใบเป็นมุมก้ม 27° เรือใบห่างจากปรากฏการณ์ประมาณเท่าไร

ก 236 เมตร

ข 235 เมตร

ค 234 เมตร

ง 233 เมตร

3. ชายคนหนึ่งอยู่บนยอดตึกมองดูฐานตึกที่อยู่ฝั่งถนนตรงกันข้ามเป็นมุมก้ม 43° ถนนกว้าง 10 เมตร ชายคนนี้อยู่บนตึกสูงเท่าไร

ก 9.00 เมตร

ข 9.33 เมตร

ค 10.72 เมตร

ง 13.27 เมตร



246

เฉลย

แบบสอบประเมินผลก่อนและหลังการ เรียนประจำหน่วยที่ 8

1. ข
2. ง
3. ข
4. ก
5. ง
6. ค
7. ก
8. ข

หน่วยที่ 9

เรื่อง เอกลักษณ์เบื้องต้น

หลักการและเหตุผล

การเรียนรู้เอกลักษณ์เบื้องต้นของอัตราส่วนตรีโกณมิติมีความสำคัญอย่างยิ่ง เพราะถ้าักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติที่เป็นเอกลักษณ์เบื้องต้น จะแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีมโนคติเกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติ ดังนั้นการเรียนในหน่วยนี้จึงมุ่งฝึกฝนให้นักเรียนสามารถแสดงความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติที่เป็นเอกลักษณ์เบื้องต้นได้

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบหน่วยการเรียนรู้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. เขียนอัตราส่วนกลับของไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ได้ถูกต้อง
2. หาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่ต้องการได้ถูกต้องเมื่อกำหนดค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่มีความสัมพันธ์เป็นเอกลักษณ์มาให้อย่างน้อยหนึ่งค่า
3. บอกความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติที่กำหนดให้ในรูปแบบเอกลักษณ์อื่นได้ถูกต้อง

ความรู้พื้นฐาน

นักเรียนต้องมีความรู้ในเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ เศษส่วน การหารเศษส่วน อัตราส่วน ส่วนกลับของอัตราส่วน และทฤษฎีของพีทาโกรัส

การประเมินผลก่อนการเรียนรู้

1. ทำแบบสอบวัดความรู้พื้นฐาน เรื่อง เศษส่วน การหารเศษส่วน อัตราส่วน และส่วนกลับของอัตราส่วน

2. ทำแบบสอบประเมินผลก่อนการเรียนประจำหน่วยที่ 9 เรื่อง เอกลักษณ์เบื้องต้น ถ้าทำได้ตามเกณฑ์ 100 เปอร์เซ็นต์ ไม่ต้องเรียนในหน่วยนี้

กิจกรรมนักเรียน

1. ทำแบบสอบวัดความรู้พื้นฐาน
2. ทำแบบสอบประเมินผลก่อนการเรียน เรื่อง เอกลักษณ์เบื้องต้น
3. ทำกิจกรรมต่อไปนี้
 - 3.1 ศึกษาบทเรียนกิจกรรมที่ 1
 - 3.2 ศึกษาบทเรียนกิจกรรมที่ 2
 - 3.3 ศึกษาบทเรียนกิจกรรมที่ 3
 - 3.4 ศึกษาบทเรียนกิจกรรมที่ 4
 - 3.5 ทำแบบฝึกหัดประจำหน่วยที่ 9 และตรวจคำตอบจากเฉลย
4. ทำแบบสอบประเมินผลหลังการเรียน
5. เรียนซ่อมเสริม ตามหัวข้อการเรียนซ่อมเสริม

การประเมินผลหลังการเรียน

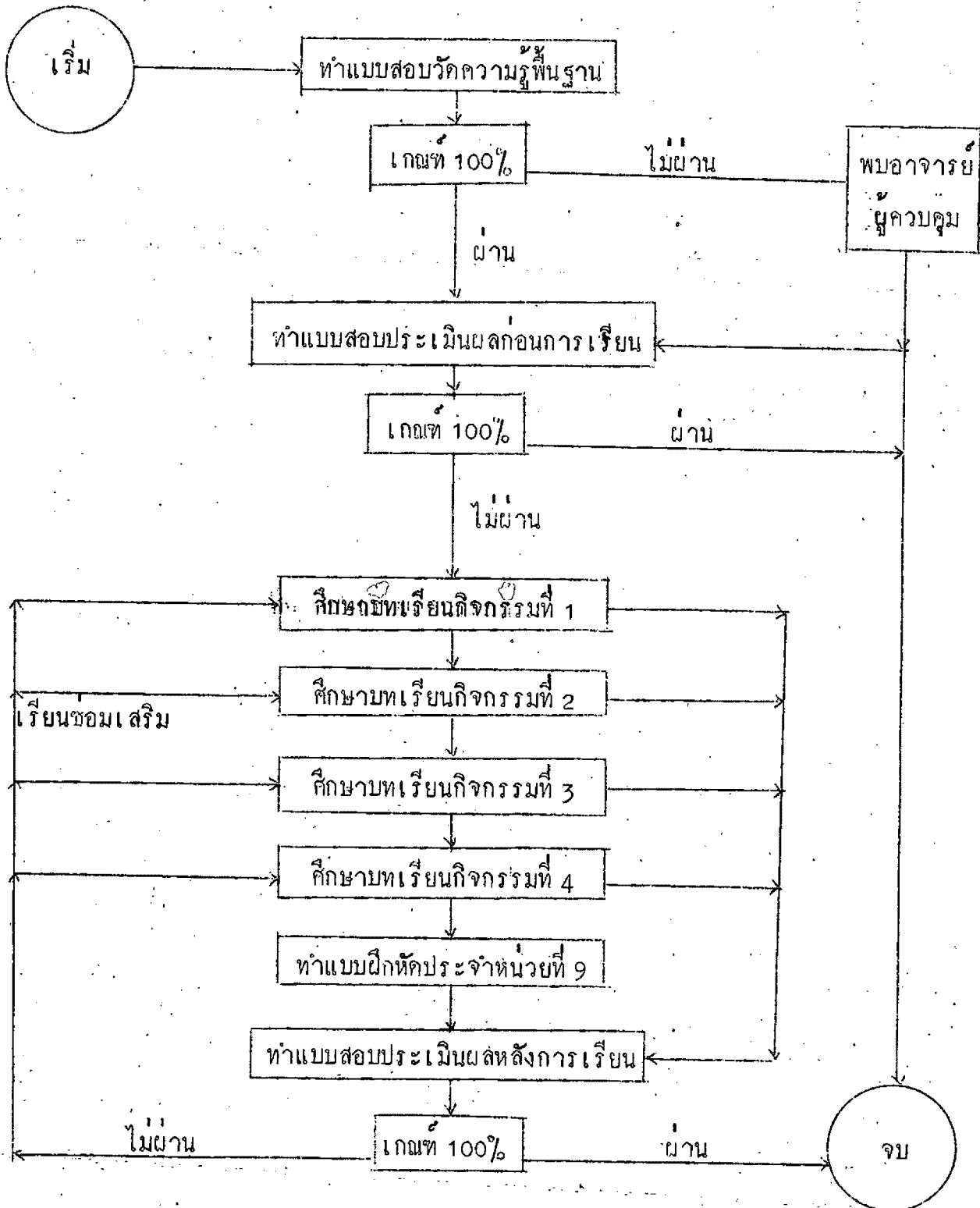
ทำแบบสอบประเมินผลหลังการเรียนจากแบบสอบชุดเดียวกันกับแบบสอบประเมินผลก่อนการเรียน ถ้าทำได้ตามเกณฑ์ 100 เปอร์เซ็นต์ ถือว่าผ่านไปเรียนหน่วยที่ 10 ได้ แต่ถ้าทำไม่ผ่านตามเกณฑ์นี้จะต้องเรียนซ่อมเสริม

การเรียนซ่อมเสริม

ถ้าทำแบบสอบไม่ผ่านเกณฑ์การประเมินผลหลังการเรียนให้เลือกทำกิจกรรมต่อไปนี้

1. ศึกษาเพิ่มเติมใหม่จากข้อ 3.1 หรือ 3.2 หรือ 3.3 หรือ 3.4
2. พังคำชี้แนะจากอาจารย์ผู้ควบคุม

แสดง ลำดับขั้นของกิจกรรมการเรียน



แบบสอบวัดความรู้พื้นฐานหน่วยที่ 9

1. $\frac{1}{\frac{3}{4}}$ มีค่าเท่าไร

ก $\frac{3}{4}$ ข $1\frac{1}{3}$

ค $1\frac{3}{4}$ ง $1\frac{4}{3}$

2. $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$ มีค่าเท่าไร

ก $1\frac{1}{2}$ ข $\frac{2}{3}$

ค $\frac{3}{4}$ ง $\frac{3}{8}$

3. ถ้า $\sin A = \frac{3}{4}$ แล้ว $\frac{1}{\sin A}$ มีค่าเท่าไร

ก $\frac{3}{4}$ ข $1\frac{1}{2}$

ค $1\frac{1}{3}$ ง $1\frac{3}{4}$

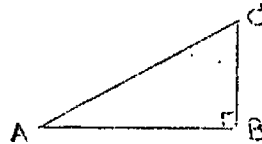
4. ถ้า $\frac{1}{\cos A} = \frac{5}{4}$ แล้ว $\cos A$

มีค่าเท่าไร

ก $1\frac{1}{4}$ ข $1\frac{1}{2}$

ค $1\frac{1}{4}$ ง $\frac{4}{5}$

5



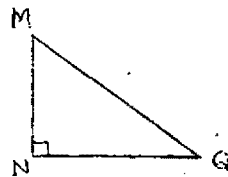
จากรูป $\frac{1}{\tan A}$

คืออัตราส่วนในข้อใด

ก $\frac{AB}{AC}$ ข $\frac{BC}{AC}$

ค $\frac{AB}{BC}$ ง $\frac{BC}{AB}$

6.



จากรูป $\frac{1}{\cos Q}$

คืออัตราส่วนในข้อใด

ก $\frac{MQ}{NQ}$ ข $\frac{NQ}{MQ}$

ค $\frac{MN}{MQ}$ ง $\frac{MN}{NQ}$

บทเรียนกิจกรรมที่ 1

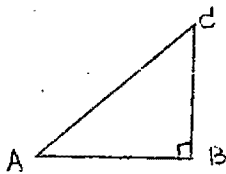
กิจกรรม 1.1 การหาส่วนกลับของไซน์

สำหรับมุมใด ๆ ที่ $\sin A \neq 0$ และ $0^\circ < \hat{A} < 90^\circ$, $\sin A$ จะมีส่วนกลับ เรียกว่า โคเซแคนต์ (cosecant) ของมุม A เขียนย่อว่า $\operatorname{cosec} A$ (อ่านว่า โคเซก เอ)

ส่วนกลับของ $\sin A$ คือ $\frac{1}{\sin A}$

$$\therefore \operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A}$$

จากรูป จะได้ $\sin A = \frac{BC}{AC}$



$$\therefore \operatorname{cosec} A = \frac{AC}{BC}$$

$$\sin A \circ \operatorname{cosec} A = \dots \times \dots$$

$$\boxed{\sin A \circ \operatorname{cosec} A = \dots}$$

สมการในกรอบนี้เป็นสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตรีโกณมิติ ที่เป็นความ เรียกสมการนี้ว่า เอกลักษณ์
จริง/เท็จ

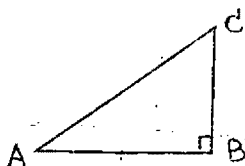
กิจกรรม 1.2 การหาส่วนกลับของ โคไซน์

สำหรับมุมใด ๆ ที่ $\cos A$ และ $0^\circ < \hat{A} < 90^\circ$, $\cos A$ จะมีส่วนกลับ เรียกว่า เซแคนต์ (secant) ของมุม A เขียนย่อว่า $\sec A$ (อ่านว่า เซก เอ)

ส่วนกลับของ $\cos A$ คือ $\frac{1}{\cos A}$

$$\therefore \sec A = \frac{1}{\cos A}$$

จากรูป จะได้ $\cos A = \frac{AB}{AC}$



$$\therefore \sec A = \frac{AC}{AB}$$

$$\cos A \circ \sec A = \dots \times \dots$$

$$\cos A \cdot \sec A = \dots\dots$$

สมการในกรอบนี้เป็นสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตรีโกณมิติ
ที่เป็นความ..... เรียกสมการนี้ว่า.....
จริง/เท็จ

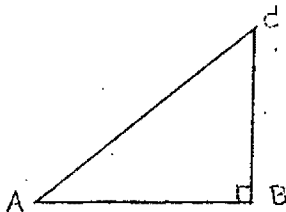
กิจกรรม 1.3 การหาส่วนกลับของแทนเจนต์

สำหรับมุมใด ๆ ที่ $\tan A \neq 0$ และ $0^\circ < \hat{A} < 90^\circ$, $\tan A$ มีส่วน
กลับ เรียกว่า โคแทนเจนต์ (cotangent) ของมุม A เขียนย่อว่า $\cot A$ (อ่านว่า
คอต เอ)

ส่วนกลับของ $\tan A$ คือ $\frac{1}{\tan A}$

$$\therefore \cot A = \frac{1}{\dots\dots A}$$

จากรูป



$$\tan A = \frac{BC}{AB}$$

$$\cot A = \frac{1}{\dots\dots}$$

$$\tan A \cdot \cot A = \dots\dots \times \dots\dots$$

$$\tan A \cdot \cot A = \dots\dots$$

สมการในกรอบนี้เป็นสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตรีโกณมิติ
ที่เป็นความ..... เรียกสมการนี้ว่า.....
จริง/ไม่จริง

เฉลย

บทเรียนทฤษฎีบทที่ 1

ทฤษฎีบท 1.1

$$\operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A}$$

$$\sin A \cdot \operatorname{cosec} A = \frac{BC}{AC} \times \frac{AC}{BC}$$

$$\sin A \cdot \operatorname{cosec} A = 1$$

เป็นความจริง

ทฤษฎีบท 1.2

$$\sec A = \frac{1}{\cos A}$$

$$\cos A \cdot \sec A = \frac{AB}{AC} \times \frac{AC}{AB}$$

$$\cos A \cdot \sec A = 1$$

เป็นความจริง

เรียกว่า เอกลักษณะ

ทฤษฎีบท 1.3

$$\cot A = \frac{1}{\tan A}$$

$$\cot A = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan A \cdot \cot A = \frac{BC}{AB} \times \frac{AB}{BC}$$

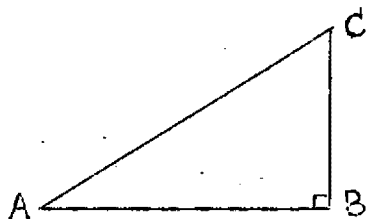
$$\tan A \cdot \cot A = 1$$

เป็นความจริง

เรียกว่า เอกลักษณะ

บทเรียนกิจกรรมที่ 2 การหาความสัมพันธ์ระหว่างไซน์ โคไซน์ แทนเจนต์ โคแทนเจนต์

กิจกรรม



จากรูปให้เขียนอัตราส่วนลงในช่องว่าง

$$\sin A = \dots, \tan A = \dots$$

$$\cos A = \dots, \cot A = \dots$$

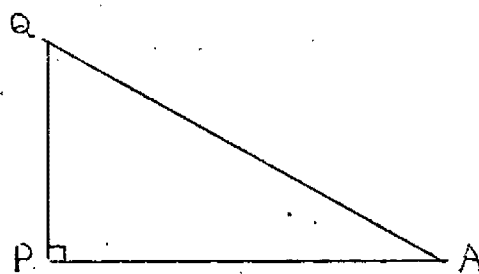
$$\frac{\sin A}{\cos A} = \dots = \dots \times \dots = \dots$$

$$\frac{\cos A}{\sin A} = \dots = \dots \times \dots = \dots$$

ให้สังเกตว่า

$$\tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{BC}{AB}$$

$$\cot A = \frac{AB}{BC} = \frac{AB}{BC}$$



จากรูปให้เขียนอัตราส่วนลงในช่องว่าง

$$\sin A = \dots, \tan A = \dots$$

$$\cos A = \dots, \cot A = \dots$$

$$\frac{\sin A}{\cos A} = \dots = \dots = \dots = \dots$$

$$\frac{\cos A}{\sin A} = \dots = \dots = \dots = \dots$$

$$\tan A = \frac{PA}{QA} = \frac{PA}{QA}$$

$$\cot A = \frac{QA}{PA} = \frac{QA}{PA}$$

ถ้านักเรียนทดลองหาความสัมพันธ์ระหว่างไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ หรือ
ไซน์ โคไซน์ และโคแทนเจนต์ เช่นนี้ต่อไปอีกก็จะสรุปความสัมพันธ์ได้ว่า
สำหรับมุม A ใดๆ ที่ $\tan A \neq 0$ และ $0^\circ < \hat{A} < 90^\circ$
จะได้เอกลักษณ์

$\tan A = \frac{BC}{AB}$
$\cot A = \frac{AB}{BC}$

เฉลย

บทเรียนทฤษฎีบทที่ 2

$$\sin A = \frac{BC}{AC}, \quad \tan A = \frac{BC}{AB}$$

$$\cos A = \frac{AB}{AC}, \quad \cot A = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\frac{BC}{AC}}{\frac{AB}{AC}} = \frac{BC}{AC} \times \frac{AC}{AB} = \frac{BC}{AB}$$

$$\frac{\cos A}{\sin A} = \frac{\frac{AB}{AC}}{\frac{BC}{AC}} = \frac{AB}{AC} \times \frac{AC}{BC} = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{BC}{AB}$$

$$\cot A = \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{AB}{BC}$$

$$\sin A = \frac{PQ}{AQ}, \quad \tan A = \frac{PQ}{AP}$$

$$\cos A = \frac{AP}{AQ}, \quad \cot A = \frac{AP}{PQ}$$

$$\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\frac{PQ}{AQ}}{\frac{AP}{AQ}} = \frac{PQ}{AQ} \times \frac{AQ}{AP} = \frac{PQ}{AP}$$

$$\frac{\cos A}{\sin A} = \frac{\frac{AP}{AQ}}{\frac{PQ}{AQ}} = \frac{AP}{AQ} \times \frac{AQ}{PQ} = \frac{AP}{PQ}$$

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{PQ}{AP}$$

$$\cot A = \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{AP}{PQ}$$

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$$

$$\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$$

บทเรียนทฤษฎีบทที่ 3 เอกลักษณ์ในรูปแบบอื่น ๆ

ทฤษฎีบท

จากบทเรียนทฤษฎีบทที่ 1 และ 2 นักเรียนได้รู้จักเอกลักษณ์มาแล้ว...

เอกลักษณ์ 1 เอกลักษณ์ที่ 1 $\sin A \cdot \operatorname{cosec} A = 1$

เอกลักษณ์ที่ 2 $\cos A \cdot \sec A = 1$

เอกลักษณ์ที่ 3 $\tan A \cdot \cot A = 1$

เอกลักษณ์ที่ 4 $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$

เอกลักษณ์ที่ 5 $\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$

จากเอกลักษณ์ที่ 1 อาจเขียนในรูปแบบอื่นได้ดังนี้

จาก $\sin A \cdot \operatorname{cosec} A = 1$ $\therefore \sin A = \frac{1}{\operatorname{cosec} A}$ หรือ $\operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A}$

จากเอกลักษณ์ที่ 2 อาจเขียนในรูปแบบอื่นได้ดังนี้

จาก $\cos A \cdot \sec A = 1$ $\therefore \cos A = \frac{1}{\sec A}$ หรือ $\sec A = \frac{1}{\cos A}$

จากเอกลักษณ์ที่ 3 อาจเขียนในรูปแบบอื่นได้ดังนี้

จาก $\tan A \cdot \cot A = 1$ $\therefore \tan A = \frac{1}{\cot A}$ หรือ $\cot A = \frac{1}{\tan A}$

จากเอกลักษณ์ที่ 4 อาจเขียนในรูปแบบอื่นได้ดังนี้

จาก $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$

จาก $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$

$\cos A$ คูณทั้งสองข้าง จะได้

$\tan A \cdot \cos A = \sin A$

เพราะว่า $\frac{1}{\cos A} = \sec A$

$\tan A = \sin A \cdot \sec A$

จากเอกลักษณ์ที่ 5 อาจเขียนในรูปแบบอื่นได้ดังนี้

จาก $\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$

จาก $\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$

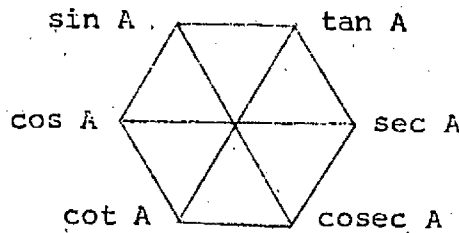
$\sin A$ คูณทั้งสองข้าง จะได้

$\cot A \cdot \sin A = \cos A$

เพราะว่า $\frac{1}{\sin A} = \operatorname{cosec} A$

$\cot A = \cos A \cdot \operatorname{cosec} A$

เอกลักษณ์ทั้งหมดที่กล่าวมาสามารถจดจำได้ง่าย
โดยใช้กฎของรูปหกเหลี่ยมดังนี้



กฎที่ 1 "ส่วนกลับของอัตราส่วนตรีโกณมิติ"

อัตราส่วนที่อยู่ปลายเส้นทะแยงมุมเดียวกัน จะเป็นส่วนกลับซึ่งกัน
จากรูปจะได้

$$\sin A = \frac{1}{\operatorname{cosec} A}, \operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A}$$

$$\cos A = \frac{1}{\sec A}, \sec A = \frac{1}{\cos A}$$

$$\tan A = \frac{1}{\cot A}, \cot A = \frac{1}{\tan A}$$

กฎที่ 2 "ผลคูณของอัตราส่วนตรีโกณมิติ"

อัตราส่วนที่เรียงกัน 3 อัตราส่วนบน
ด้านของรูปหกเหลี่ยม จะได้ว่า อัตราส่วน
ตัวกลางคือผลคูณของอัตราส่วน 2 อัตรา
ส่วนที่เหลือ จากรูปจะได้

$$\sin A = \cos A \cdot \tan A$$

$$\tan A = \sin A \cdot \sec A$$

$$\sec A = \cos A \cdot \operatorname{cosec} A$$

$$\operatorname{cosec} A = \sin A \cdot \cot A$$

$$\cot A = \tan A \cdot \operatorname{cosec} A$$

$$\cos A = \sec A \cdot \operatorname{cosec} A$$

กฎที่ 3 "ผลหารของอัตราส่วนตรีโกณมิติ"

อัตราส่วนที่เรียงกัน 3 อัตราส่วน
จากซ้ายไปขวา (ตามเข็มนาฬิกา) บน
ด้านของรูปหกเหลี่ยม จะได้ว่า อัตรา
ส่วนทางขวามือ คือผลหารของอัตราส่วน
2 อัตราส่วนที่เหลือ จากรูปจะได้

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$$

$$\sec A = \frac{\tan A}{\sin A}$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{\tan A}{\cos A}$$

$$\cot A = \frac{\tan A}{\sin A}$$

$$\cos A = \frac{\tan A}{\sec A}$$

$$\sin A = \frac{\tan A}{\operatorname{cosec} A}$$

นักเรียนจะเห็นว่ากฎของรูปหกเหลี่ยมทั้ง
3 กฎมีประโยชน์ในการหาเอกลักษณ์ต่าง ๆ
ได้มากมายโดยไม่ต้องท่องจำ เพียงแต่จำ
รูปหกเหลี่ยมและกฎทั้ง 3 ให้ได้เท่านั้นเอง

เฉลย

บทเรียนทฤษฎีบทที่ 3

5 เอกลักษณ์

เอกลักษณ์ที่ 2 $\cos A \cdot \sec A = 1$

เอกลักษณ์ที่ 3 $\tan A \cdot \cot A = 1$

เอกลักษณ์ที่ 4 $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$

เอกลักษณ์ที่ 5 $\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$

$$\sin A = \frac{1}{\operatorname{cosec} A} \quad \text{หรือ}$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A}$$

$$\cos A = \frac{1}{\sec A} \quad \text{หรือ}$$

$$\sec A = \frac{1}{\cos A}$$

$$\tan A = \frac{1}{\cot A} \quad \text{หรือ}$$

$$\cot A = \frac{1}{\tan A}$$

$$\tan A \cdot \cos A = \sin A$$

$$\tan A = \sin A \cdot \sec A$$

$$\cot A \cdot \sin A = \cos A$$

$$\cot A = \cos A \cdot \operatorname{cosec} A$$

กฎที่ 1

$$\sin A = \frac{1}{\operatorname{cosec} A}$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A}$$

$$\cos A = \frac{1}{\sec A}, \quad \sec A = \frac{1}{\cos A}$$

$$\tan A = \frac{1}{\cot A}, \quad \cot A = \frac{1}{\tan A}$$

กฎที่ 2

$$\sin A = \cos A \cdot \tan A$$

$$\tan A = \sin A \cdot \sec A$$

$$\sec A = \tan A \cdot \operatorname{cosec} A$$

$$\operatorname{cosec} A = \sec A \cdot \cot A$$

$$\cot A = \cos A \cdot \operatorname{cosec} A$$

$$\cos A = \sin A \cdot \cot A$$

กฎที่ 3

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$$

$$\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{\sec A}{\tan A}$$

$$\cot A = \frac{\operatorname{cosec} A}{\sec A}$$

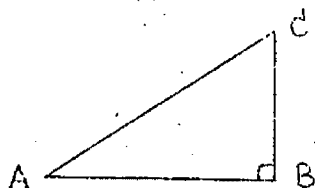
$$\cos A = \frac{\cot A}{\operatorname{cosec} A}$$

$$\sin A = \frac{\cos A}{\cot A}$$

บทเรียนกิจกรรมที่ 4 เอกลักษณ์ในรูปผลบวกและผลต่างระหว่างอัตราส่วนตรีโกณมิติ

กิจกรรม 4.1 เอกลักษณ์

ในรูปผลบวกของไซน์กำลังสอง และ
โคไซน์กำลังสอง



จากรูปจะได้ว่า

$$\sin A = \frac{BC}{AC} \therefore \sin^2 A = \frac{BC^2}{AC^2}$$

$$\cos A = \frac{AB}{AC} \therefore \cos^2 A = \frac{AB^2}{AC^2}$$

$$\begin{aligned} \sin^2 A + \cos^2 A &= \frac{BC^2}{AC^2} + \frac{AB^2}{AC^2} \\ &= \frac{BC^2 + AB^2}{AC^2} \end{aligned}$$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC

โดยทฤษฎีของพีทาโกรัส จะได้

$$BC^2 + AB^2 = \dots\dots$$

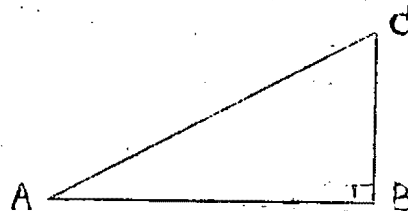
$$\sin^2 A + \cos^2 A = \frac{\dots\dots}{AC^2}$$

$$\sin^2 A + \cos^2 A = \dots$$

ให้สมการในกรอบนี้เป็นเอกลักษณ์ที่ 6

กิจกรรมที่ 4.2 เอกลักษณ์

รูปผลต่างของเซแคนต์กำลังสอง และ
แทนเจนต์กำลังสอง



จากรูปจะได้ว่า

$$\sec A = \frac{AC}{AB} \therefore \sec^2 A = \frac{AC^2}{AB^2}$$

$$\tan A = \frac{BC}{AB} \therefore \tan^2 A = \frac{BC^2}{AB^2}$$

$$\begin{aligned} \sec^2 A - \tan^2 A &= \frac{AC^2}{AB^2} - \frac{BC^2}{AB^2} \\ &= \frac{AC^2 - BC^2}{AB^2} \end{aligned}$$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC

โดยทฤษฎีของพีทาโกรัส จะได้

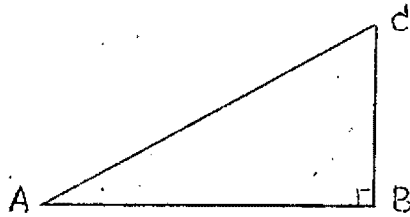
$$AC^2 - BC^2 = \dots\dots$$

$$\sec^2 A - \tan^2 A = \frac{\dots\dots}{AB^2}$$

$$\sec^2 A - \tan^2 A = \dots$$

ให้สมการในกรอบนี้เป็นเอกลักษณ์ที่ 7

ทฤษฎีบท 4.3 เอกลักษณะในรูปผลต่างของโคเซแคนต์กำลังสองและโคแทนเจนต์กำลังสอง



จากรูปจะได้ว่า

$$\operatorname{cosec} A = \frac{AC}{BC} \quad \therefore \operatorname{cosec}^2 A = \frac{AC^2}{BC^2}$$

$$\cot A = \frac{BC}{AB} \quad \therefore \cot^2 A = \frac{BC^2}{AB^2}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A &= \frac{AC^2}{BC^2} - \frac{BC^2}{AB^2} \\ &= \frac{AC^2 - AB^2}{BC^2} \end{aligned}$$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC โดยทฤษฎีของพีทาโกรัส จะได้

$$AC^2 - AB^2 = BC^2$$

$$\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = \frac{BC^2}{BC^2}, \quad \boxed{\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1}$$

สมการในกรอบนี้ให้เป็นเอกลักษณ์ที่ 8

เฉลย

บทเรียนกิจกรรมที่ 4

กิจกรรม 4.1

$$\sin A = \frac{BC}{AC} \therefore \sin^2 A = \frac{BC^2}{AC^2}$$

$$\cos A = \frac{AB}{AC} \therefore \cos^2 A = \frac{AB^2}{AC^2}$$

$$\begin{aligned} \sin^2 A + \cos^2 A &= \frac{BC^2}{AC^2} + \frac{AB^2}{AC^2} \\ &= \frac{BC^2 + AB^2}{AC^2} \end{aligned}$$

$$BC^2 + AB^2 = AC^2$$

$$\sin^2 A + \cos^2 A = \frac{AC^2}{AC^2}$$

$$\boxed{\sin^2 A + \cos^2 A = 1}$$

กิจกรรม 4.2

$$\sec A = \frac{AC}{AB} \therefore \sec^2 A = \frac{AC^2}{AB^2}$$

$$\tan A = \frac{BC}{AB} \therefore \tan^2 A = \frac{BC^2}{AB^2}$$

$$\sec^2 A - \tan^2 A = \frac{AC^2}{AB^2} - \frac{BC^2}{AB^2}$$

$$\sec^2 A - \tan^2 A = \frac{AC^2 - BC^2}{AB^2}$$

$$\sec^2 A - \tan^2 A = \frac{AB^2}{AB^2}$$

$$\boxed{\sec^2 A - \tan^2 A = 1}$$

กิจกรรม 4.3

$$\operatorname{cosec} A = \frac{AC}{BC} \therefore \operatorname{cosec}^2 A = \frac{AC^2}{BC^2}$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{AC^2}{BC^2}$$

$$\cot A = \frac{AB}{BC} \therefore \cot^2 A = \frac{AB^2}{BC^2}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A &= \frac{AC^2}{BC^2} - \frac{AB^2}{BC^2} \\ &= \frac{AC^2 - AB^2}{BC^2} \end{aligned}$$

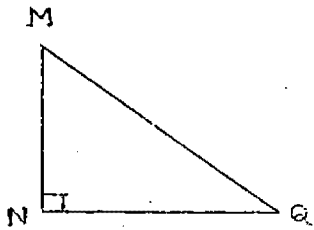
$$AC^2 - AB^2 = BC^2$$

$$\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = \frac{BC^2}{BC^2}$$

$$\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1$$

แบบฝึกหัดประจำหน่วยที่ 9

1/



จากรูป จงเขียนอัตราส่วน

$$\sin Q = \dots\dots, \operatorname{cosec} Q = \dots\dots$$

$$\cos Q = \dots\dots, \sec Q = \dots\dots$$

$$\tan Q = \dots\dots, \cot Q = \dots\dots$$

2/ ถ้า $\sin A = 0.48$ และ $\cos A = 0.87$ จงหาค่า $\tan A$ และ $\cot A$ 3/ ถ้า $\sin B = 0.10$ และ $\sec B = 1.01$ จงหาค่า $\tan B$ 4/ ถ้า $\cos C = 0.866$ และ $\tan c = 0.577$ จงหาค่า $\sin C$ 5/ ถ้า $\cot D = 1.66$ และ $\sin D = 0.514$ จงหาค่า $\cos D$

6/ ให้นำเลขด้านขวามือใส่ในช่องซ้ายมือของข้อความที่สัมพันธ์เป็นเอกลักษณ์กัน

$\tan B$

1 $1 - \cos^2 B$

$\sec B$

2 $\frac{\cos B}{\cot B}$

$\cot B$

3 $\frac{\operatorname{cosec} B}{\sec B}$

$\sin^2 B$

4 $\cot^2 B + 1$

$\sec^2 B$

5 $\frac{\sec B}{\tan B}$

$\operatorname{cosec}^2 B$

6 $\tan B \cdot \sin B$

7 $\frac{\tan B}{\sin B}$

8 $\tan^2 B + 1$

9 $\frac{\sin B}{\cos B}$

เฉลย

แบบฝึกหัดประจำหน่วยที่ 9

$$1/ \quad \sin Q = \frac{MN}{MQ} \qquad \text{cosec } Q = \frac{MQ}{MN}$$

$$\cos Q = \frac{NQ}{MQ} \qquad \sec Q = \frac{MQ}{NQ}$$

$$\tan Q = \frac{MN}{NQ} \qquad \cot Q = \frac{NQ}{MN}$$

$$2/ \quad \tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{0.48}{0.87} = 0.55, \quad \cot A = \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{0.87}{0.48} = 1.81$$

$$3/ \quad \text{จากกฎข้อที่ 2} \quad \tan B = \sin B \cdot \sec B$$

$$\therefore \tan B = 0.10 \times 1.01 = 0.101$$

$$4/ \quad \text{จากกฎข้อที่ 1} \quad \sin C = \cos C \cdot \tan C$$

$$\therefore \sin C = 0.866 \times 0.577 = 0.499$$

$$5/ \quad \text{จากกฎข้อที่ 2} \quad \cos D = \cot D \cdot \sin D$$

$$= 1.66 \times 0.515 = 0.855$$

$$6/ \quad (9)$$

$$(7)$$

$$(3)$$

$$(1)$$

$$(8)$$

$$(4)$$

แบบสอบประเมินผลก่อนและหลังการเรียนประจำหน่วยที่ 9

1. ถ้า $\sin A = \frac{BC}{AC}$ แล้ว cosec A มีค่าเท่าไร
 ก $\frac{AC}{BC}$ ข $AC \times BC$
 ค $\frac{AB}{AC}$ ง $\frac{BC}{AB}$
2. ถ้า $\sec A = \frac{5}{4}$ แล้ว cos A มีค่าเท่าไร
 ก $\frac{3}{4}$ ข $\frac{4}{5}$
 ค $3\frac{1}{3}$ ง $3\frac{2}{3}$
3. ถ้า $\tan A = 1$ แล้ว cot A มีค่าเท่าไร
 ก 1 ข $\frac{1}{2}$
 ค $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ง $\sqrt{3}$
4. ถ้า $\tan A = 0.018$ และ $\cos A = 0.999$, sin A มีค่าเท่าไร
 ก 0.1798 ข 0.0189
 ค 0.0189 ง 0.0179
5. ถ้า $\cot A = \frac{1}{\sqrt{3}}$, sin A = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cos A มีค่าเท่าไร
 ก 1.732 ข 0.866
 ค 0.5 ง 0.086
6. ข้อใดคือ cot A
 ก $\sec A \cdot \cos A$
 ข cosec A \cdot cos A
 ค $\sec A \cdot \sin A$
 ง $\sin A \cdot \cos A$
7. ข้อใดคือ cosec A
 ก $\frac{\sec A}{\tan A}$ ข $\frac{\tan A}{\sec A}$
 ค $\frac{\sin A}{\cos A}$ ง $\frac{\cos A}{\cot A}$
8. ถ้า $\sin A = 0.8$, cos A มีค่าเท่าไร
 ก 0.8 ข 0.7
 ค 0.6 ง 0.5
9. ถ้า $\sec A = 2$, tan A มีค่าเท่าไร
 ก 5 ข $\sqrt{5}$
 ค 3 ง $\sqrt{3}$
10. ถ้า $\cot A = 0.5$, cosec A มีค่าเท่าไร
 ก 10 ข $0.5\sqrt{5}$
 ค 0.75 ง 0.5

เฉลย

แบบสอบประเมินผลก่อนและหลังการเรียนประจำหน่วยที่ 9

1. ก
2. ข
3. ก
4. ง
5. ค
6. ข
7. ก
8. ค
9. ง
10. ข

หน่วยที่ 10

เรื่อง การหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติอื่น ๆ เมื่อกำหนดค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติมาให้หนึ่งค่า

หลักการ และ เหตุผล

เมื่อกำหนดค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติมาให้หนึ่งค่าแล้ว ให้หาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติอื่น ๆ โดยไม่อาศัยตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิตินั้น จำเป็นต้องอาศัยความรู้เรื่องเอกลักษณ์เบื้องต้นมาช่วยในการแก้ปัญหา ดังนั้นการเรียนในหน่วยนี้จึงมุ่งฝึกนักเรียนให้หาค่าอัตราส่วนที่เหลือโดยใช้ความรู้เรื่องเอกลักษณ์เบื้องต้น ทำให้เกิดทักษะและความชำนาญในการนำความรู้เรื่องเอกลักษณ์ไปใช้

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบหน่วยการเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติอื่น ๆ ได้ถูกต้องเมื่อกำหนดค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติมาให้หนึ่งค่าโดยไม่เปิดตารางอัตราส่วนตรีโกณมิติ

ความรู้พื้นฐาน

นักเรียนต้องมีความรู้เรื่องเอกลักษณ์เบื้องต้นเป็นอย่างดี ซึ่งนักเรียนได้เรียนรู้แล้วในหน่วยที่ 9

การประเมินผลก่อนการเรียน

ทำแบบสอบประเมินผลก่อนการเรียนประจำหน่วยที่ 10 เรื่อง การหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติอื่น ๆ เมื่อกำหนดค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติมาให้หนึ่งค่า ถ้าทำได้ตามเกณฑ์ 100 เปอร์เซ็นต์ ไม่ต้องเรียนในหน่วยนี้

กิจกรรมนักเรียน

1. ทำแบบสอบประเมินผลก่อนการ เรียน
2. ทำกิจกรรมต่อไปนี้
 - 2.1 ศึกษาทเรียนกิจกรรมที่ 1
 - 2.2 ศึกษาทเรียนกิจกรรมที่ 2
 - 2.3 ศึกษาทเรียนกิจกรรมที่ 3
 - 2.4 ทำแบบฝึกหัดประจำหน่วยที่ 10 และตรวจคำตอบจากเฉลย
3. ทำแบบสอบประเมินผลหลังการ เรียน
4. เรียนซ่อมเสริม ตามหัวข้อการ เรียนซ่อมเสริม

การประเมินผลหลังการ เรียน

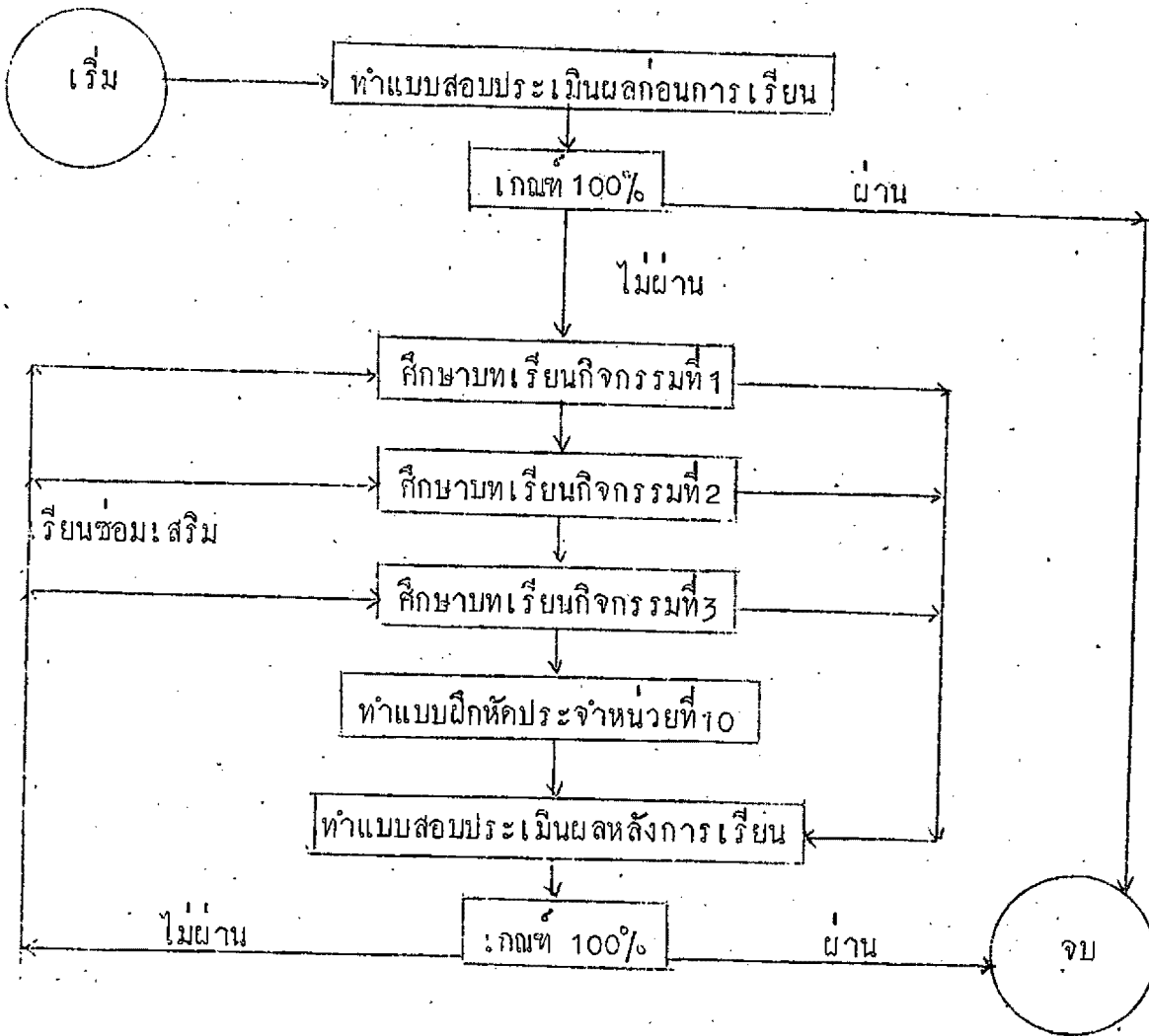
ทำแบบสอบประเมินผลหลังการ เรียนจากแบบสอบชุดเดียวกันกับแบบสอบ ประเมินผลก่อนการ เรียน ถ้าทำได้ตามเกณฑ์ 100 เปอร์เซ็นต์ ถือว่าผ่านไปทำแบบ ฝึกหัดรวมได้ แต่ถ้าทำไม่ได้ตามเกณฑ์นี้จะต้องเรียนซ่อมเสริม

การ เรียนซ่อมเสริม

ถ้าการสอบไม่ผ่านเกณฑ์การประเมินผลหลังการ เรียนให้เลือกทำกิจกรรม ต่อไปนี้

1. ศึกษาเพิ่มเติมใหม่จากข้อ 3.1 หรือ 3.2 หรือ 3.3
2. ฟังคำชี้แนะจากอาจารย์ผู้ควบคุม

แสดงลำดับขั้นของกิจกรรมการเรียน



บทเรียนกิจกรรม การหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติอื่น ๆ เมื่อกำหนดค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ
มาให้หนึ่งค่า

บทเรียนกิจกรรมที่ 1 กำหนดค่า $\sin A = \frac{1}{2}$ จะหาค่าอัตราส่วน $\cos A$, $\tan A$
 $\operatorname{cosec} A$, $\sec A$, $\cot A$

$$\text{จากค่า } \sin A = \frac{1}{2}$$

$$\text{จะได้ } \operatorname{cosec} A = \dots\dots, \text{ เพราะวา } \operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A}$$

$$\text{จากเอกลักษณ์ } \sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$\text{แทนค่า } \sin^2 A = \frac{1}{4} \text{ จะได้ } \frac{1}{4} + \cos^2 A = 1$$

$$\cos^2 A = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \quad \therefore \cos A = \dots\dots$$

$$\text{จะได้วา } \sec A = \dots\dots, \text{ เพราะวา } \sec A = \frac{1}{\cos A}$$

$$\text{จากเอกลักษณ์ } \tan A = \frac{\sin A}{\cos A} \text{ เมื่อแทนค่า } \sin A, \cos A \text{ แล้ว}$$

$$\text{จะได้วา } \tan A = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \dots\dots$$

$$\text{จะได้วา } \cot A = \dots\dots, \text{ เพราะวา } \cot A = \frac{1}{\tan A}$$

สรุปแล้วจะได้

$$\sin A = \frac{1}{2}, \quad \cos A = \dots\dots, \quad \tan A = \dots\dots$$

$$\operatorname{cosec} A = \dots\dots, \quad \sec A = \dots\dots, \quad \cot A = \dots\dots$$

บทเรียนกิจกรรมที่ 2 กำหนดค่า $\tan A = 2$ จะหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่เหลือทั้งหมด

จากค่า $\tan A = 2$

จะได้ $\cot A = \dots\dots$, เพราะว่า $\cot A = \frac{1}{\tan A}$

จากเอกลักษณ์ $\sec^2 A - \tan^2 A = 1$

$$\sec^2 A = 1 + \tan^2 A$$

แทนค่า $\tan^2 A = 4$

จะได้ $\sec^2 A = 1 + 4 = 5$, $\sec A = \dots\dots$

จะได้ $\cos A = \dots\dots$, เพราะว่า $\cos A = \frac{1}{\sec A}$

จากเอกลักษณ์ $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$

$$\therefore \sin A = \tan A \cos A$$

แทนค่า $\tan A = 2$, $\cos A = \dots\dots$

$$\sin A = 2 \times \dots\dots = \dots\dots$$

$\operatorname{cosec} A = \dots\dots$ เพราะว่า $\operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A}$

สรุปแล้วจะได้

$\tan A = 2$, $\sin A = \dots\dots$, $\cos A = \dots\dots$

$\cot A = \dots\dots$, $\operatorname{cosec} A = \dots\dots$, $\sec A = \dots\dots$

บทเรียนนิจกรรรมที่ 3 กำหนดค่า $\sec A = 1.6$ จะหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่เหลือ

จากค่า $\sec A = 1.6$ $\sec A = \frac{16}{10} = \frac{8}{5}$

จะได้ $\cos A = \dots\dots\dots$, เพราะว่า $\cos A = \frac{1}{\sec A}$

จากเอกลักษณ์ $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

$$\sin^2 A = 1 - \cos^2 A$$

แทนค่า $\cos^2 A = \frac{25}{64}$

$$\sin^2 A = 1 - \frac{25}{64} = \frac{39}{64}$$

$$\sin A = \dots\dots\dots$$

$$\operatorname{cosec} A = \dots\dots\dots , \operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A}$$

จากเอกลักษณ์ $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$

แทนค่า $\sin A$, $\cos A$

จะได้ $\tan A = \dots\dots\dots$

$$\cot A = \dots\dots\dots$$

สรุปแล้วจะได้

$$\sec A = \dots\dots\dots , \cos A = \dots\dots\dots , \sin A = \dots\dots\dots$$

$$\operatorname{cosec} A = \dots\dots\dots , \tan A = \dots\dots\dots , \cot A = \dots\dots\dots$$

เฉลย

บทเรียนทริโกแกรม

ทริโกแกรม 1

$$\operatorname{cosec} A = 2$$

$$\cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sec A = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\cot A = \sqrt{3}$$

ทริโกแกรม 2

$$\cot A = \frac{1}{2}$$

$$\sec A = \sqrt{5}$$

$$\cos A = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\sin A = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

ทริโกแกรม 3

$$\sec A = \frac{8}{5}$$

$$\cos A = \frac{5}{8}$$

$$\sin A = \frac{\sqrt{39}}{8}$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{\sqrt{39}}{5}$$

$$\cot A = \frac{5}{\sqrt{39}}$$

แบบฝึกหัดประจำหน่วยที่ 10

จงหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติอื่น ๆ ในแต่ละข้อให้ครบทุกอัตราส่วน โดยไม่ใช้การเปิดตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ เมื่อกำหนดให้

$$0^\circ < \theta < 90^\circ$$

1/ $\cos \theta = 0.50$

2/ $\tan \theta = 3$

3/ $\cot \theta = 0.3$

เฉลย

แบบฝึกหัดประจำหน่วยที่ 10

$$1/ \cos Q = 0.50 \therefore \cos Q = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{จะได้ } \sec Q = 2$$

$$\text{จากเอกลักษณ์ } \sin^2 Q + \cos^2 Q = 1$$

$$\text{แทนค่า } \cos Q = \frac{1}{2} \therefore \cos^2 Q = \frac{1}{4}$$

$$\sin^2 Q = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\sin Q = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \text{จะได้ } \operatorname{cosec} Q = \frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\tan Q = \frac{\sin Q}{\cos Q} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{1}$$

$$= \sqrt{3}$$

$$\therefore \text{จะได้ } \cot Q = \frac{1}{3}$$

$$2/ \tan Q = 3 \therefore \cot Q = \frac{1}{3}$$

$$\text{จากเอกลักษณ์ } \sec^2 Q = 1 + \tan^2 Q$$

$$\text{แทนค่า } \tan Q = 3 \therefore \tan^2 Q = 9$$

$$\sec^2 Q = 1 + 9 = 10$$

$$\sec Q = \sqrt{10}$$

$$\therefore \text{จะได้ } \cos Q = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

จากเอกลักษณ์

$$\sin Q = \tan Q \cdot \cos Q$$

แทนค่าได้

$$\sin Q = 3 \times \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\therefore \text{จะได้ } \operatorname{cosec} Q = \frac{\sqrt{10}}{3}$$

$$3/ \cot Q = 0.3 \therefore \cot Q = \frac{3}{10}$$

$$\therefore \text{จะได้ } \tan Q = \frac{10}{3}$$

$$\text{จากเอกลักษณ์ } \operatorname{cosec}^2 Q = 1 + \cot^2 Q$$

$$\text{แทนค่า } \cot Q = \frac{3}{10} \therefore \cot^2 Q = \frac{9}{100}$$

$$\operatorname{cosec}^2 Q = 1 + \frac{9}{100} = \frac{109}{100}$$

$$\operatorname{cosec} Q = \frac{\sqrt{109}}{10}$$

$$\therefore \text{จะได้ } \sin Q = \frac{10}{\sqrt{109}}$$

จากเอกลักษณ์

$$\cos Q = \cot Q \cdot \sin Q$$

$$\cos Q = \frac{3}{10} \times \frac{10}{\sqrt{109}}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{109}}$$

$$\therefore \text{จะได้ } \sec Q = \frac{\sqrt{109}}{3}$$

แบบสอบประเมินผลก่อนและหลังการเรียนประจำหน่วยที่ 10

1. ถ้า $\tan A = 2$, $\sin A$ มีค่าเท่าไร
 ก $\sqrt{5}$ ข $2\sqrt{5}$ ค $\frac{2}{\sqrt{5}}$ ง $\frac{\sqrt{5}}{2}$
2. ถ้า $\sec A = \frac{13}{5}$, $\sin A$ มีค่าเท่าไร
 ก $12\sqrt{13}$ ข $\frac{12}{13}$ ค $\frac{12}{\sqrt{13}}$ ง $\frac{13}{12}$
3. ถ้า $\cos A = 0.6$, $\cot A$ มีค่าเท่าไร
 ก 0.75 ข 0.85 ค 7.5 ง 8.5
4. ถ้า $\cot A = 0.8$, $\cos A$ มีค่าเท่าไร
 ก $\frac{\sqrt{41}}{5}$ ข $\frac{\sqrt{41}}{4}$ ค $\frac{5}{\sqrt{41}}$ ง $\frac{4}{\sqrt{41}}$
5. ถ้า $\sin C = 0.7$, $\tan C$ มีค่าเท่าไร
 ก $\frac{7}{\sqrt{51}}$ ข $\frac{7}{3\sqrt{21}}$ ค $\frac{\sqrt{51}}{7}$ ง $\frac{3\sqrt{21}}{7}$
6. ถ้า $\operatorname{cosec} D = 2.5$, $\tan D$ มีค่าเท่าไร
 ก $\frac{2}{\sqrt{21}}$ ข $\frac{\sqrt{21}}{2}$ ค $2\sqrt{21}$ ง $\frac{4}{\sqrt{21}}$

เฉลย

แบบสอบประเมินผลก่อนและหลังการเรียนประจำหน่วยที่ 10

1. ค

2. ข

3. ก

4. ง

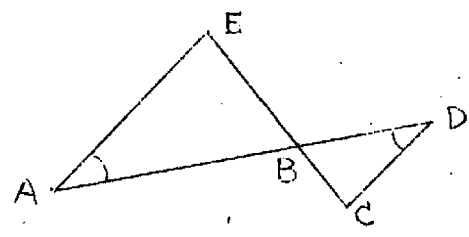
5. ข

6. ก

แบบฝึกหัดรวม

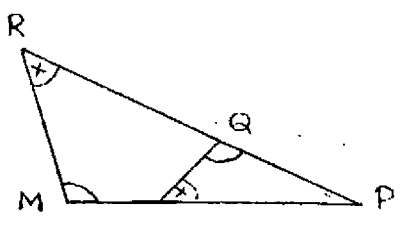
เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

1.



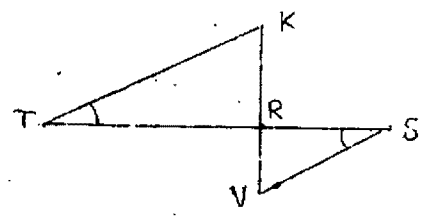
สามเหลี่ยม ABE และสามเหลี่ยม BCD เป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน มีมุม
 เท่ากัน 3 คู่ คือ 1.1
 1.2
 1.3

2.



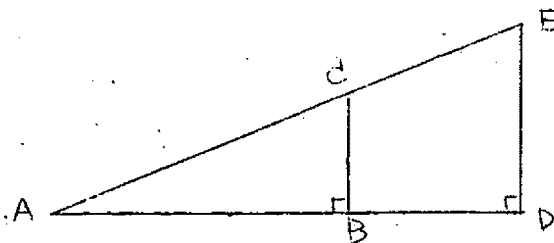
สามเหลี่ยม MPR และสามเหลี่ยม NPQ เป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน จะได้ว่า
 $\frac{PQ}{MP}$ มีค่าเท่ากับ

3.



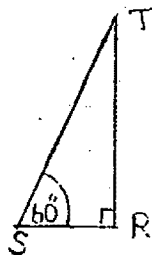
สามเหลี่ยม TKR และสามเหลี่ยม RSV เป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
 ถ้า $\frac{TK}{KR} = \frac{5}{3}$ แล้ว $\frac{SV}{RV} = \dots\dots$

4.



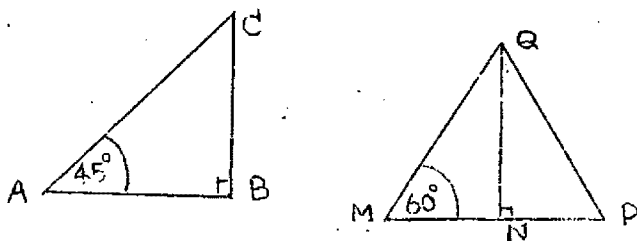
จากรูป ถ้า $AC = 10$, $BC = 6$ และ $DE = 18$ จะได้ $CE = \dots\dots$

5.



จากรูป
ถ้า $SR = 1.4$
จะได้ $TR = \dots\dots$

6.



จากรูป จะได้ $\frac{BC}{AC} = \dots\dots$, $\frac{MN}{MQ} = \dots\dots$, $\frac{NQ}{MN} = \dots\dots$

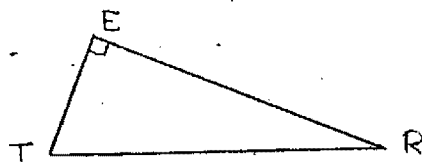
7. ความหมายของ

$\sin A$ คือ $\dots\dots\dots$

$\cos A$ คือ $\dots\dots\dots$

$\tan A$ คือ $\dots\dots\dots$

8.



จากรูป

$\sin T = \dots\dots$, $\sin R = \dots\dots$

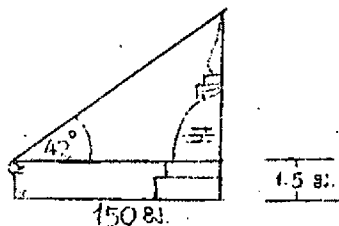
$\cos T = \dots\dots$, $\cos R = \dots\dots$

$\tan T = \dots\dots$, $\tan R = \dots\dots$

9. $2 \sin 30^\circ + 4 \cos 60^\circ + \sqrt{3} \tan 30^\circ = \dots$
10. $(\cos 60^\circ - \sin 30^\circ) - (\cos 30^\circ + \sin 60^\circ) = \dots$
11. $4 \sin^2 30^\circ \cos^2 45^\circ \tan^2 45^\circ = \dots$
12. เปิดตารางจะได้ $\sin 17^\circ = \dots$
 $\cos 49^\circ = \dots$
 $\tan 87^\circ = \dots$

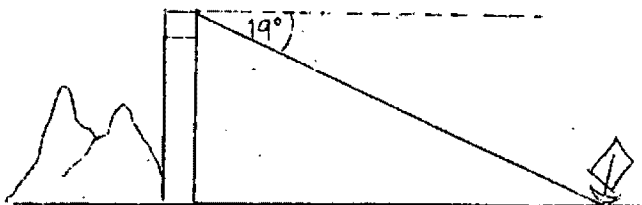
ถ้า $\sin A = 0.992$ แล้ว มุม A กว้างประมาณ..... องศา
 $\cos B = 0.445$ แล้ว มุม B กว้างประมาณ..... องศา
 $\tan C = 0.370$ แล้ว มุม C กว้างประมาณ..... องศา

13.



จากรูป เจดีย์สูง..... เมตร

14.

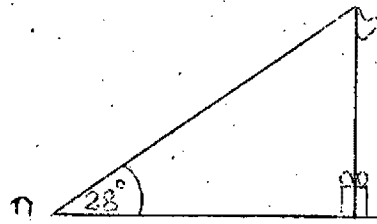


จากรูป ประภาคารสูง 175 เมตร

มองเห็นเรือเป็นมุมก้ม 19 องศา

เรือห่างจากประภาคาร..... เมตร

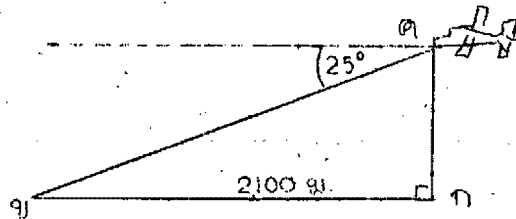
15.



จากรูป เสาสูง 12 เมตร

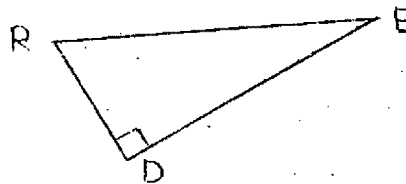
จุด ก อยู่ห่างเสาสูง..... เมตร

16.



จากรูป เครื่องบินอยู่สูงเหนือจุด ก เมตร

17.



จากรูป

$$\operatorname{cosec} R = \dots\dots, \sec R = \dots\dots$$

$$\cot R = \dots\dots, \sec E = \dots\dots$$

$$\operatorname{cosec} E = \dots\dots, \cot E = \dots\dots$$

18. ถ้า $\sin A = 0.60$ และ

$\cos A = 0.50$ จะได้

$\tan A = \dots\dots$

19. ถ้า $\tan A = 1.56$ และ

$\operatorname{cosec} A = 0.70$ จะได้

$\sec A = \dots\dots$

20. ถ้า $\cos B = 0.60$ จะได้
 $\sin B = \dots\dots$

21. ถ้า $\tan C = 0.21$ จะได้
 $\sec C = \dots\dots$

22. ถ้า $\operatorname{cosec} A = 1.36$ จะได้
 $\cot A = \dots\dots$

23. ถ้า $\sin D = 0.8$ จะได้
 $\cot D = \dots\dots$

24. ถ้า $\cos B = \frac{2}{3}$ จะได้
 $\operatorname{cosec} B = \dots\dots$

เฉลย .

แบบฝึกหัดรวม เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

1. 1.1 $\hat{BAE} = \hat{BDC}$

1.2 $\hat{AEB} = \hat{BCD}$

1.3 $\hat{ABE} = \hat{CBD}$

2. $\frac{PQ}{MP} = \frac{2}{3}$

3. $\frac{RV}{SV} = \frac{5}{3}$

4. $CE = 10$

5. $TR = 2.422$

6. $\frac{BC}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{MN}{MQ} = \frac{1}{2}, \frac{NQ}{MN} = \sqrt{3}$

7. $\sin A$ คือ $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

$\cos A$ คือ $\frac{\text{ความยาวด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

$\tan A$ คือ $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวด้านประชิดมุม } A}$

8. $\sin T = \frac{ER}{TR}, \sin R = \frac{TE}{TR}$

$\cos T = \frac{TE}{TR}, \cos R = \frac{ER}{TR}$

$\tan T = \frac{ER}{TE}, \tan R = \frac{TE}{ER}$

9. 4

10. $= \sqrt{3}$

11. $\frac{1}{2}$

12. $\sin 17^\circ = 0.292$

$\cos 49^\circ = 0.656$

$\tan 87^\circ = 19.081$

มุม A = 83°

มุม B = 64°

มุม C = 20°

13. เจดีย์สูง 136.50 เมตร

14. เรือห่างจากประภาคาร 508.20 เมตร

15. จุด A ห่างจากเชิง 22.572 เมตร

16. เครื่องบินสูงเหนือจุด A 978.60 เมตร

17. $\operatorname{cosec} R = \frac{ER}{DE}$, $\sec R = \frac{ER}{DR}$

$\cot R = \frac{DR}{DE}$, $\sec E = \frac{ER}{DE}$

$\operatorname{cosec} E = \frac{ER}{DR}$, $\cot E = \frac{DE}{DR}$

18. $\tan A = 1.20$

19. $\sec A = 1.092$

20. $\sin B = 0.80$

21. $\sec C = 1.02$

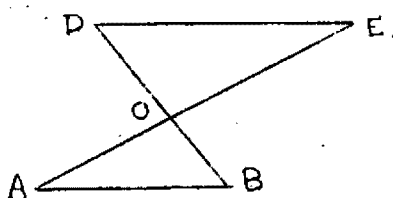
22. $\cot A = 1.69$

23. $\cot D = \frac{3}{4}$

24. $\operatorname{cosec} B = \frac{3}{15}$

แบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรวมชุดที่ 1
เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

1. จากรูป $\triangle ABC \sim \triangle CDE$ ข้อใด คืออัตราส่วนของความยาวด้านที่สมนัยกันที่เท่ากัน



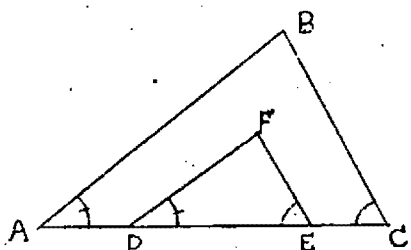
ก. $\frac{AB}{DE} = \frac{CE}{BC}$

ข. $\frac{AC}{CE} = \frac{BC}{CD}$

ค. $\frac{CD}{BC} = \frac{AB}{DE}$

ง. $\frac{DE}{AB} = \frac{CD}{AC}$

2. จากรูป $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ถ้า $\frac{AB}{DF} = \frac{5}{3}$ แล้ว $\frac{DE}{AC} = \frac{BC}{FE}$ มีค่าเท่าไร



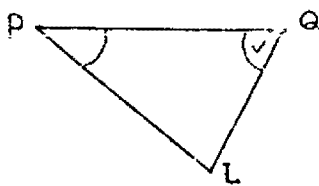
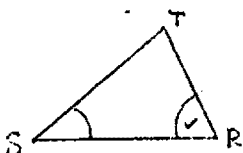
ก. $\frac{2}{15}$

ข. $\frac{12}{5}$

ค. $\frac{5}{3}$

ง. $\frac{3}{5}$

3.



จากรูป $\triangle STR \sim \triangle PQL$ ข้อใดเป็นอัตราส่วนที่ถูกต้อง

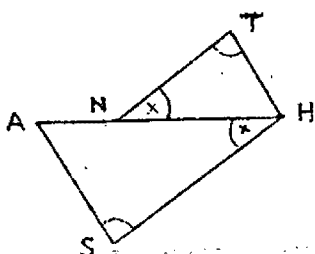
ก. $\frac{ST}{TR} = \frac{QL}{LP}$

ข. $\frac{ST}{SR} = \frac{PQ}{LP}$

ค. $\frac{TR}{SR} = \frac{PQ}{QL}$

ง. $\frac{TR}{SR} = \frac{QL}{PQ}$

4. จากรูป $\triangle AHS \sim \triangle NTH$ ถ้า $\frac{HT}{HN} = 0.75$ แล้ว $\frac{AH}{AS}$ มีค่าเท่าไร



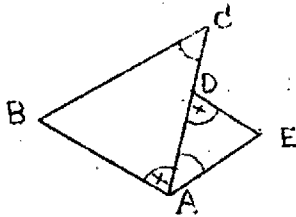
ก. $\frac{1}{3}$

ข. $\frac{3}{4}$

ค. $\frac{12}{3}$

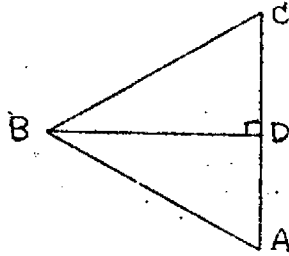
ง. $\frac{3}{4}$

5. จากรูป $AB = 22$, $DE = 11$, $BC = 28$, AE ยาวเท่าไร



- ก. 12
- ข. 14
- ค. 16
- ง. 18

6.

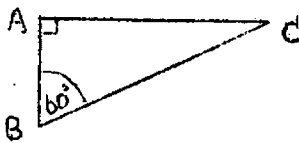


จากรูป $\triangle ABC$ เป็น \triangle คำนวณค่า $\frac{AD}{AB} + \frac{BD}{BC}$

มีค่าเท่าไร

- ก. 1.36
- ข. 2.23
- ค. 3.46
- ง. 4.03

7.



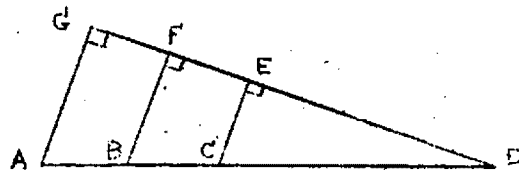
จากรูป BC ยาว 7 นิ้ว AC ยาวเท่าไร

- ก. 8.61 นิ้ว
- ข. 7.98 นิ้ว
- ค. 7.32 นิ้ว
- ง. 6.02 นิ้ว

8. $\triangle ABC$ มีมุม A เป็นมุมฉาก AC เป็นความสูง ข้อใดคืออัตราส่วนของ C

- ก. $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม } C}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม } B}$
- ข. $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม } B}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม } C}$
- ค. $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม } C}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม } A}$
- ง. $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม } B}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม } C}$

9.



จากรูป ใน $\triangle BDF$ ข้อใดคืออัตราส่วนของ $\sin B$

- ก. $\frac{BF}{BD}$
- ข. $\frac{ED}{BF}$
- ค. $\frac{BD}{DF}$
- ง. $\frac{DF}{BD}$

10. ค่ากึ่งที่ของไซน์ของมุม 45° คือข้อใด

- ก. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ข. $\frac{1}{2}$
- ค. $\sqrt{2}$
- ง. $2\sqrt{2}$

11. $\sin 47^\circ$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $\sin 43^\circ$

ข. $\cos 43^\circ$

ค. $\tan 47^\circ$

ง. $\cos 47^\circ$

12. $\sin 30^\circ + \cos^2 30^\circ + \tan^2 60^\circ$ มีค่าเท่าไร

ก. $\frac{31}{3}$

ข. $\frac{31}{4}$

ค. $\frac{41}{3}$

ง. $\frac{41}{4}$

13. $3\sin^2 60^\circ - 4\cos^2 45^\circ + \sqrt{3}\tan 30^\circ$ มีค่าเท่าไร

ก. $\frac{1}{4}$

ข. $\frac{1}{3}$

ค. $\frac{2}{3}$

ง. $\frac{2}{4}$

14. $(1 - \cos 30^\circ) \tan 60^\circ$ มีค่าเท่าไร

ก. 0.85

ข. 0.80

ค. 0.75

ง. 0.23

15. $\cos 67^\circ$ มีค่าเท่าไร

ก. 0.342

ข. 0.358

ค. 0.375

ง. 0.391

16. ถ้า $\sin A = 0.83$ มุม A กว้างกี่องศา

ก. 34 องศา

ข. 40 องศา

ค. 56 องศา

ง. 57 องศา

17. ถ้าอยู่ริมฝั่งแม่น้ำ มีตึกหลังหนึ่งอยู่ฝั่งตรงข้ามสูง 250 เมตร มองเห็นยอดตึกเป็นมุมเงย 72° แม่น้ำมีความกว้างเท่าไร

ก. 85.50 เมตร

ข. 82.30 เมตร

ค. 81.25 เมตร

ง. 81.22 เมตร

18. จากจุดหนึ่งห่างจากโคนเสาธง 32 เมตร มีชายคนหนึ่งสูง 1.80 เมตร มองเห็นยอดเสาธงเป็นมุมเงย 53° เสาธงมีความสูงประมาณเท่าไร
- | | |
|------------|------------|
| ก. 50 เมตร | ข. 48 เมตร |
| ค. 46 เมตร | ง. 44 เมตร |
19. บนยอดหน้าผาซึ่งสูง 145 เมตร มองเห็นเรือดำหนึ่งเป็นมุมก้ม 62° เรือดำนั้นห่างจากหน้าผาเป็นระยะทางประมาณเท่าไร
- | | |
|------------|------------|
| ก. 79 เมตร | ข. 77 เมตร |
| ค. 74 เมตร | ง. 60 เมตร |
20. ถ้ามองลงมาจากตึกชั้น 5 เห็นโคนต้นไม้ซึ่งห่างจากตึก 310 เมตร เป็นมุม 47° ตึกชั้น 5 มีความสูงประมาณเท่าไร
- | | |
|-------------|-------------|
| ก. 333 เมตร | ข. 332 เมตร |
| ค. 330 เมตร | ง. 325 เมตร |
21. $\triangle ABC$ มีมุม B เป็นมุมฉาก และ AB เป็นฐาน ข้อใดคืออัตราส่วน $\operatorname{cosec} C$
- | | |
|--------------------|--------------------|
| ก. $\frac{BC}{AC}$ | ข. $\frac{AB}{BC}$ |
| ค. $\frac{AC}{AB}$ | ง. $\frac{AB}{AC}$ |
22. $\cot A \cdot \sin A$ มีค่าเท่ากับอัตราส่วนในข้อใด
- | | |
|-------------|-----------------------------|
| ก. $\sin A$ | ข. $\cos A$ |
| ค. $\sec A$ | ง. $\operatorname{cosec} A$ |
23. ถ้า $\operatorname{cosec} B = 2$, $\sec B = 1.6$, $\cot A$ มีค่าเท่าไร
- | | |
|---------|---------|
| ก. 1.20 | ข. 0.90 |
| ค. 0.83 | ง. 0.31 |
24. ถ้า $\sin A = 0.6$ ค่าของ $\tan A + \sec A$ เป็นเท่าไร
- | | |
|------|--------|
| ก. 3 | ข. 2.5 |
| ค. 2 | ง. 1.6 |

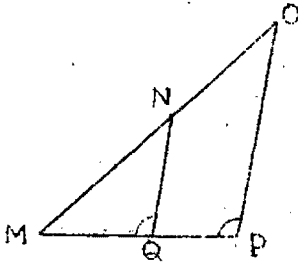
เฉลย

แบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรวม ชุดที่ 1

- | | |
|-------|-------|
| 1. ข | 13. ก |
| 2. ก | 14. ง |
| 3. ง | 15. ง |
| 4. ก | 16. ค |
| 5. ข | 17. ค |
| 6. ก | 18. ง |
| 7. ง | 19. ข |
| 8. ค | 20. ข |
| 9. ง | 21. ค |
| 10. ก | 22. ข |
| 11. ข | 23. ง |
| 12. ง | 24. ค |

แบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนชุดที่ 2
เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

1.



จากรูป $\triangle MNQ \sim \triangle MOP$ ข้อใดคืออัตราส่วน
ของความยาวด้านที่สมนัยกันที่เท่ากัน

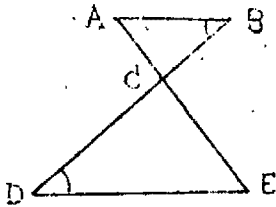
ก. $\frac{NQ}{OP} = \frac{MQ}{MO}$

ข. $\frac{OP}{NQ} = \frac{QP}{NQ}$

ค. $\frac{MN}{MO} = \frac{OP}{NQ}$

ง. $\frac{MQ}{MP} = \frac{NQ}{OP}$

2.



จากรูป $\triangle ABC \sim \triangle CDE$ ถ้า $\frac{AC}{CE} = \frac{2}{3}$

$\frac{AB}{DE} + \frac{CD}{BC}$

มีค่าเท่าไร

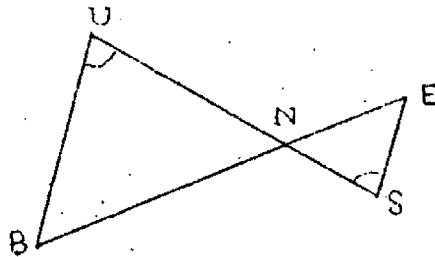
ก. 3

ข. $2\frac{1}{6}$

ค. $2\frac{1}{3}$

ง. $1\frac{1}{3}$

3.



จากรูป $\triangle BUN \sim \triangle NES$ ข้อใดเป็นอัตราส่วนที่ถูกต้อง

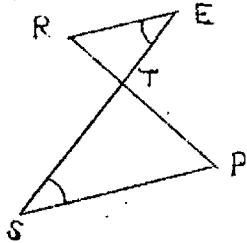
ก. $\frac{ES}{NS} = \frac{BU}{UN}$

ข. $\frac{NS}{EN} = \frac{BN}{UN}$

ค. $\frac{EN}{ES} = \frac{BU}{BN}$

ง. $\frac{EN}{NS} = \frac{UN}{BN}$

4.



จากรูป $\triangle SPT \sim \triangle TRE$ ถ้า $\frac{ST}{PT} = \frac{1}{2}$

แล้ว $\frac{ET}{RT}$ มีค่าเท่าไร

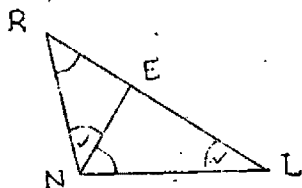
ก. $2\frac{1}{2}$

ข. $1\frac{1}{2}$

ค. $\frac{2}{3}$

ง. $\frac{1}{2}$

5.



จากรูป $ER = 10$, $NL = 20$, $NR = 16$

RL ยาวเท่าไร

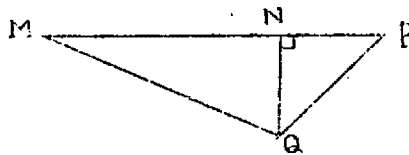
ก. 20

ข. 32

ค. 24

ง. 35

6.



จากรูป $\widehat{NMQ} = 30^\circ$, $\widehat{NQP} = \widehat{QPN} = 45^\circ$, $\frac{MN}{NQ} + \frac{NP}{PQ}$ มีค่าเท่าไร

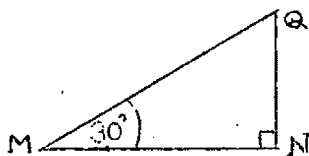
ก. 1.407

ข. 1.437

ค. 2.437

ง. 3.467

7.



จากรูป NQ ยาว 1.4 นิ้ว MQ ยาวเท่าไร

ก. 2.8 นิ้ว

ข. 2.00 นิ้ว

ค. 1.96 นิ้ว

ง. 1.50 นิ้ว

8. $\triangle MNS$ มีมุม S เป็นมุมฉาก, SM เป็นความสูง ข้อใดคืออัตราส่วนโคไซน์ของ N

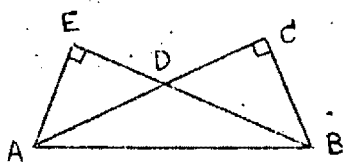
ก. $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม } N}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม } S}$

ข. $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม } S}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม } N}$

ค. $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม } M}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม } S}$

ง. $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม } N}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม } M}$

9.



จากรูปใน $\triangle AED$ ข้อใดคืออัตราส่วนของ D
โคไซน์ของ D

ก. $\frac{AD}{DE}$

ข. $\frac{DE}{AD}$

ค. $\frac{CD}{BD}$

ง. $\frac{BD}{CD}$

10. ค่าคงที่ของ โคไซน์ของมุม 60° คือข้อใด

ก. $\frac{1}{2}$

ข. $\frac{2}{\sqrt{3}}$

ค. $\sqrt{3}$

ง. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

11. $\cos 54^\circ$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $\cos 36^\circ$

ข. $\sin 54^\circ$

ค. $\cos 46^\circ$

ง. $\sin 36^\circ$

12. $\tan^2 30^\circ + \sin^2 60^\circ + \cos 60^\circ$ มีค่าเท่าไร

ก. $\frac{4}{4}$

ข. $\frac{3}{4}$

ค. $\frac{2}{12}$

ง. $\frac{7}{12}$

13. $\frac{3}{4} \tan 45^\circ - \cos^2 30^\circ + \sqrt{3} \sin 60^\circ$ มีค่าเท่าไร

ก. 2.1

ข. 2.0

ค. 1.9

ง. 1.5

14. $\sin^2 30^\circ + \cos^2 60^\circ + \tan 45^\circ$ มีค่าเท่าไร

ก. $\frac{9}{16}$

ข. $\frac{2}{15}$

ค. $\frac{1}{16}$

ง. $\frac{7}{15}$

15. $\tan 80^\circ$ มีค่าเท่าไร

ก. 5.671

ข. 5.707

ค. 6.314

ง. 6.671

16. ถ้า $\cos B = 0.39$ มุม B กว้างกี่องศา

ก. 66 องศา

ข. 67 องศา

ค. 68 องศา

ง. 69 องศา

17. ชายคนหนึ่งนั่งมองยอดคอนุสาวรีย์ ซึ่งสูง 270 เมตร เป็นมุมเงย 20° ชายคนนั้นอยู่ห่างจากคอนุสาวรีย์เป็นระยะทางประมาณเท่าไร

ก. 741 เมตร

ข. 742 เมตร

ค. 743 เมตร

ง. 744 เมตร

18. บนยอดหอกลองซึ่งสูง 50 เมตรอยู่ห่างจากคอนุสาวรีย์ 200 เมตร มองเห็นยอดคอนุสาวรีย์เป็นมุมเงย 48° คอนุสาวรีย์มีความสูงประมาณเท่าไร

ก. 200 เมตร

ข. 222 เมตร

ค. 250 เมตร

ง. 272 เมตร

19. บนยอดตึกซึ่งสูง 80 เมตร มองเห็นรถจอดอยู่บนถนนเป็นมุมยก 30° รถคันนั้นจอดอยู่ห่างจากตึกเป็นระยะทางเท่าไร

ก. 137.21 เมตร

ข. 137.95 เมตร

ค. 138.21 เมตร

ง. 138.56 เมตร

20. บนยอดหนายามองเห็นกระโjoinที่ปักซึ่งห่างจากหน้าผา 250 เมตร เป็นมุมยก 65° หน้าผามีความสูงประมาณเท่าไร

ก. 529 เมตร

ข. 530 เมตร

ค. 532 เมตร

ง. 536 เมตร

21. $\triangle MNQ$ มีมุม Q เป็นมุมฉากและ QN เป็นส่วนสูง ขั้วฉากคืออัตราส่วนของ $\sec N$

ก. $\frac{MN}{QN}$

ข. $\frac{MN}{MQ}$

ค. $\frac{QN}{MN}$

ง. $\frac{MQ}{MN}$

22. $\tan C \cdot \operatorname{cosec} C$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $\sec C$

ข. $\frac{1}{\sin C}$

ค. $\cos C$

ง. $\sin C$

23. ถ้า $\operatorname{cosec} A = 3$, $\cos A = 0.7$, $\tan A$ มีค่าเท่าไร

ก. 0.376

ข. 0.476

ค. 0.542

ง. 0.707

24. ถ้า $\cos B = \frac{3}{5}$ ค่าของ $\sin B + \cot B$ เป็นเท่าไร

ก. $\frac{17}{21}$

ข. $\frac{19}{20}$

ค. $\frac{20}{21}$

ง. $1\frac{11}{20}$

เฉลย

แบบสอขวัคณลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรวม ชุดที่ 2

1. ง	13. ง
2. ข	14. ค
3. ก	15. ก
4. ข	16. ข
5. ข	17. ข
6. ค	18. ง
7. ก	19. ง
8. ค	20. ง
9. ข	21. ก
10. ง	22. ก
11. ง	23. ข
12. ง	24. ง



ประวัติผู้วิจัย

นาย พิศุทธิ์ วีระจิตต์ เกิดเมื่อวันที่ 4 พฤษภาคม พ.ศ. 2498 ที่อำเภอสามพราน จังหวัดนครปฐม สำเร็จปริญญา การศึกษามัธยมศึกษา จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทร-วิโรฒ ประสานมิตร เมื่อปีการศึกษา 2520 เข้าศึกษาต่อครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขา การศึกษาคณิตศาสตร์ เมื่อปีการศึกษา 2523 ปัจจุบันเป็นอาจารย์ 1 โรงเรียนปริคาราม-วิทยาคม อำเภอสามพราน จังหวัดนครปฐม