

บทที่ 3
ทฤษฎี แนวความคิดและแบบจำลอง



ในการศึกษาพฤติกรรมการผลิตของชาวสวนในการผลิตยางพารา ต้องการที่จะศึกษา 3 ส่วนด้วยกันคือ ส่วนแรก เป็นการพยากรณ์ราคายางแผ่นรมควันชั้น 3 ที่เกษตรกรขายได้ โดยใช้ Transfer Function Model ของ Box และ Jenkins ในการพยากรณ์ และในส่วนที่สอง จะเป็นการวิเคราะห์การตอบสนองอุปทานของยางพาราต่อราคาที่เกษตรกรขายได้ในระยะยาว โดยใช้แบบจำลองของ Bateman ในการอธิบายและนำผลที่ได้จากส่วนแรกมาทำการคาดคะเนพื้นที่เพาะปลูก ในส่วนที่สาม จะนำผลที่ได้ในส่วนแรกมาทำการคาดคะเนปริมาณการกรีดยางซึ่งได้จากการศึกษาโดยใช้แบบจำลองของ Wickens และ Greenfield ซึ่งรายละเอียดของแบบจำลองที่ใช้ในการศึกษาสามารถแสดงได้ดังต่อไปนี้คือ

3.1 แบบจำลองการพยากรณ์¹

แบบจำลองที่ใช้สำหรับพยากรณ์ราคายางแผ่นรมควันชั้น 3 ที่เกษตรกรขายได้ คือ Transfer Function Model ของ Box และ Jenkins มีลักษณะเป็น Dynamic Model จึงมีความเหมาะสมสำหรับการศึกษาในครั้งนี้เพราะว่า ผลกระทบของตัวแปรที่มีลักษณะของความล่าช้าทางด้านเวลา (Time lag) เกิดขึ้น คือตัวแปรยังไม่ส่งผลกระทบต่อกันในพื้นที่ ต้องอาศัยช่วงระยะเวลาหนึ่งในการปรับตัวโดยกำหนดความสัมพันธ์เป็นดังนี้ คือ ราคายางแผ่นรมควันชั้น 3 ที่เกษตรกรขายได้เป็นฟังก์ชันขึ้นอยู่กับราคายางแผ่นรมควันชั้น 3 ณ ตลาดหาคาดใหญ่ ซึ่งในระยะสั้นจะพิจารณาราคาในรายเดือน ส่วนในระยะยาวจะพิจารณาในรายปี โดยสามารถเขียนแบบจำลองได้ดังนี้

$$Y_t = v(B)X_t + N_t$$

โดยกำหนดให้

- Y_t = the output series (ราคายางที่เกษตรกรขายได้)
 X_t = the input series #1 (ราคาขายส่ง ณ ตลาดหาคาดใหญ่)
 N_t = noise series

$$v(B) = (v_0 + v_1B^1 + \dots + v_kB^k)$$

transfer function ระหว่าง Y_t กับ X_t

- v_0, v_1, v_2, \dots = impulse response function
 B = backward shift operators
 k = order ของการ Transfer

¹ ก้องเกียรติ อินสุท "การศึกษาพฤติกรรมการผลิตของเกษตรกรในการผลิตข้าว ข้าวโพด และถั่วเหลือง" (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย 2537).

เนื่องจากอาจจะต้องทำการ transform ข้อมูลจาก nonstationary จึงทำให้สามารถเขียนแบบจำลองได้ใหม่หลังจากการ transform ข้อมูลแล้วดังนี้

$$y_t = \delta^{-1}(B)\omega(B)x_{t-b} + n_t$$

โดยที่

$$n_t = \frac{\theta(B)a_t}{\phi(B)} = \phi^{-1}(B)\theta(B)a_t$$

$$\nu(B) = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} = \delta^{-1}(B)\omega(B)$$

โดยกำหนดให้

$$\omega(B) = \omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2 - \dots - \omega_r B^r$$

$$\delta(B) = 1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2 - \dots - \delta_s B^s$$

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$$

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$$

$$y_t = \text{the transformed and differenced } Y_t \text{ value}$$

$$x_t = \text{the transformed and differenced } X_t \text{ value}$$

$$a_t = \text{a random noise value}$$

$$b = \text{ค่า delay ก่อนที่ } X_t \text{ จะมีผลกระทบต่อ } Y_t$$

$$r, s, p, q \text{ และ } b \text{ เป็นค่าคงที่}$$

ค่า $\theta(B)$ และ $\phi(B)$ แสดงถึง Moving Average [MA] และ Autoregressive [AR] ตามลำดับ ใน noise term $[n_t]$ ส่วนค่า $\omega(B)$ และ $\delta(B)$ แสดงถึง $\nu(B)$ และค่า r, s, p, q, b แบ่งออกได้เป็นสองส่วนคือ (r, s, b) และ (p, q) ซึ่งบางครั้งอาจมี subscripts เป็น (p_n, q_n) ต่อไปจะเป็นการอธิบายถึงขั้นตอนการทำ Transfer Function Model สำหรับการศึกษาคำนี้ จะใช้ input series 1 ตัว (หรือเรียกว่า bivariate) ซึ่งมีรายละเอียดต่าง ๆ ดังต่อไปนี้คือ

ขั้นตอนในการทำ Transfer Function Model

สามารถแบ่งได้เป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การกำหนดรูปแบบ (Identification of the Model Form)
2. การประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลอง (Estimation of the Parameters of the Transfer Function Model)
3. การทดสอบแบบจำลอง (Diagnostic Testing of the Transfer Function Model)
4. การใช้แบบจำลองในการพยากรณ์ (Using the Transfer Function Model for Forecasting)

โดยรายละเอียดของขั้นตอนต่าง ๆ ในการประมาณค่า Transfer Function Model มีดังนี้

1. การกำหนดรูปแบบ (Identification of the Model Form)

1.1 การเตรียมข้อมูล (Preparation of the input and output series)

ในขั้นแรกของการสร้าง Transfer function model เป็นการเตรียมข้อมูลโดยจะต้องนำข้อมูลมาพิจารณาว่าข้อมูลเป็น Stationary หรือ nonstationary ถ้าข้อมูลเป็น nonstationary คือมีค่า mean และหรือ variance ไม่คงที่เมื่อเวลาเปลี่ยนแปลงไป จะต้องทำให้ข้อมูลเป็น Stationary คือมีค่า mean และ variance คงที่ก่อนที่จะนำไปใช้ในขั้นตอนต่อไป ซึ่งในการทำให้ข้อมูลเป็น Stationary นั้นทำได้ด้วยวิธีการ take difference และหรืออาจใช้วิธีการ transform ด้วยการ take logarithms ซึ่งทั้งสองวิธีมีรายละเอียดดังนี้ คือ

1.1.1 การ take difference

$$x_t = (1 - B^0)^d X_t \quad \text{-----} (1)$$

โดยที่

0 = order ของการ difference

d = degree ของการ difference

B (backword shift operator) จะแสดงถึง lag value

$$\text{เช่น } (B^1)X_t = X_{t-1}$$

$$(B^2)X_t = X_{t-2}$$

$$(B^q)X_t = X_{t-q}$$

การใช้ backword shift operator ก็เพื่อที่จะอธิบายรายละเอียดของการ difference เช่น การ difference order 1 degree 1 สามารถเขียนได้ดังนี้คือ

$$\begin{aligned} x_t &= X_t - X_{t-1} \\ &= X_t - BX_t \\ &= (1 - B)X_t \end{aligned}$$

การ take difference จะทำให้ข้อมูลมีค่า mean คงที่และยังสามารถช่วยแก้ปัญหาข้อมูลที่เกิด Seasonal ได้อีกด้วย เช่น ถ้าข้อมูลเป็นรายเดือนและเกิดปัญหา Seasonal ทุกเดือน ธันวาคม สูตรการ difference ก็จะเป็น $(1 - B^{12})X_t$ เป็นต้น

การ difference ข้อมูลจะประกอบไปด้วย 2 ส่วน คือ การ difference เพื่อทำให้ข้อมูลมีค่า mean คงที่และการ difference เพื่อแก้ปัญหา Seasonal เช่น ถ้าข้อมูลเป็นรายเดือน และเกิดปัญหา Seasonal ทุกเดือน ตุลาคม สูตรการ difference ก็จะเป็น $(1 - B^{10})X_t$ และสามารถเขียน backword shift operator ได้ดังนี้ คือ $(1 - B)(1 - B^{10})X_t$

1.1.2 การ take logarithms

$$X_t = (X_t + m)^\lambda \quad \text{ถ้า } \lambda \neq 0 \quad \text{-----} (2)$$

และ $X_t = \log(X_t + m) \quad \text{ถ้า } \lambda = 0 \quad \text{-----} (3)$

โดยที่ค่า m เป็นค่าคงที่และ $-1 < \lambda < 1$

ถ้า $\lambda = 1$ แสดงว่าไม่มีการ transformed ข้อมูล

ถ้า $\lambda = 0$ แสดงว่าข้อมูลอยู่ในรูป logarithms

ถ้า $\lambda = -1$ แสดงว่าเป็น inverse ข้อมูลตัวเอง

สำหรับวิธีการหาค่า λ ที่เหมาะสมนั้น จะใช้วิธีการของ BOX-COX ซึ่งประโยชน์ที่ได้จากค่า λ ก็คือทำให้ข้อมูลมีค่า variance คงที่

1.2 การหารูปแบบของ input series (Prewhitening the Input Series (X_t))

ในการทำ transfer function model บางครั้งไม่สามารถที่จะควบคุม input series ได้โดยเฉพาะทางด้านธุรกิจและเศรษฐศาสตร์ จึงต้องใช้วิธีการทำ Prewhitened เพื่อที่จะทำให้ควบคุม input series ได้ง่ายขึ้น ซึ่งจะต้องอาศัยขบวนการของ ARIMA model เพื่อหารูปแบบของ input series สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$\phi_x(B)x_t = \theta_x(B)\alpha_t \quad \text{-----} (4)$$

โดยกำหนดให้

$\phi_x(B)$ = autoregressive operator

$\theta_x(B)$ = moving average operator

α_t = random shock term

จากสมการที่ (4) สามารถที่จะหาค่า α_t ได้ดังนี้คือ

$$\frac{\phi_x(B)}{\theta_x(B)} x_t = \alpha_t \quad \text{-----} (5)$$

1.3 การหารูปแบบของ output series (Prewhitening the Output Series (Y_t))

การทำ Prewhitened ของ output series ก็ใช้หลักการเดียวกันกับการนิของ input series ซึ่งสามารถเขียนสมการได้ดังนี้คือ

$$\phi_x(B)y_t = \theta_x(B)\beta_t \quad \text{-----} (6)$$

หรือสามารถเขียนสมการที่ (6) ได้อีกรูปแบบหนึ่งดังนี้คือ

$$\frac{\phi_x(B)}{\theta_x(B)} y_t = \beta_t \quad \text{-----} (7)$$

1.4 การคำนวณค่า Cross-and Autocorrelations (Computing Cross- and Autocorrelations for the Prewhiting Input and Output Series)

ใน univariate ARIMA model การกำหนดรูปแบบของ model จะพิจารณาจากค่าสัมประสิทธิ์ของ autocorrelation กับ cross-correlation โดยปกติแล้วค่า cross-correlation ก็มีความหมายใกล้เคียงกับค่า correlation แต่ที่เรียกว่า cross-correlation ก็เพราะว่าการทำ Prewhitened แยกกันระหว่าง input และ output series ซึ่งมีขั้นตอนในการคำนวณดังต่อไปนี้

ในขั้นตอนแรกจะต้องคำนวณหาค่า covariance ระหว่างตัวแปร X และ Y (เขียนโดยปราศจาก subscripts) โดยใช้สูตรดังนี้คือ

$$C_{XY} = E\{(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})\} \quad \text{-----}(8)$$

จากนั้นก็สมารถหาค่า variances ของ C_{XY} กับ C_{YY} โดยเขียน subscripts ของตัวแปร X กับ Y และเขียนค่า k ซึ่งแสดงถึง time lag ดังนั้น ก็สามารถกำหนดค่า crosscovariance ของ $C_{XY}(k)$ กับ $C_{YY}(k)$ ได้ดังนี้คือ

$$C_{XY}(k) = E\{(X_t - \mu_x)(Y_{t+k} - \mu_y)\} \quad \text{-----}(9)$$

$$C_{YX}(k) = E\{(Y_t - \mu_y)(X_{t+k} - \mu_x)\} \quad \text{-----}(10)$$

โดยกำหนดให้

$$k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

ในสมการที่ (9) X leads Y dy k periods

ในสมการที่ (10) Y leads X dy k periods

การประมาณค่า crosscovariances จากสมการที่ (9) และ (10) มีสูตรในการประมาณค่าดังนี้คือ

$$C_{XY}(k) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-k} \{(X_t - \bar{X})(Y_{t+k} - \bar{Y})\} \quad \text{-----}(11)$$

โดยกำหนดให้ค่า \bar{X} และ \bar{Y} เป็นค่า mean ของ X และ Y

$$C_{YX}(k) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-k} \{(Y_t - \bar{Y})(X_{t+k} - \bar{X})\} \quad \text{-----}(12)$$

โดยกำหนดให้

$$k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

(โดยปกติค่า $C_{XY}(k) \neq C_{YX}(k)$ แต่ค่า $C_{XY}(k) = C_{YX}(-k)$)

(ในการคำนวณสามารถที่จะกำหนดให้ค่า autocovariances แทนด้วย X for Y และค่า simple variances แทนด้วย X for Y หรือ Y for X และกำหนดให้ค่า $k = 0$)

ซึ่งสามารถที่จะ convert ผลที่ได้จากการประมาณค่า crosscovariances ไปคำนวณค่า cross-correlations ได้ดังนี้คือ

$$r_{xy}(k) = \hat{\rho}_{xy}(k) = \frac{C_{XY}(k)}{\sqrt{C_{XX}(0)}} = \frac{C_{XY}(k)}{S_X S_Y} \quad \text{-----(13)}$$

โดยที่ค่า $k = \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$

$$S_X^2 \text{ (standard deviations ของ X)} = C_{XX}(0)$$

$$S_Y^2 \text{ (standard deviations ของ Y)} = C_{YY}(0)$$

ค่า cross-correlation ระหว่าง X และ Y ถูกกำหนดลำดับความสัมพันธ์ระหว่างค่า X ณ เวลา t กับค่า Y ณ เวลา $t+k$ ($k = \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$) ถ้าค่า X เป็นตัวนำที่บ่งชี้ถึงค่า Y แล้ว X ณ เวลา t จะมีค่าเป็นบวกที่เกี่ยวข้องกับ Y ณ เวลา $t+k$ ($k = 1, 2, 3, \dots$) และถ้าค่า X เป็นตัวบ่งชี้ Y ไปพร้อมกัน แล้ว X ณ เวลา t และ Y ณ เวลา t จะมีความสัมพันธ์อย่างมีนัยสำคัญ และถ้า X lags Y แล้ว Y ณ เวลา t จะมีความสัมพันธ์ที่มีค่าเป็นบวกกับ X ณ เวลา $t+k$ โดยที่ค่า $k > 0$

ในการคำนวณค่า cross-correlation ในช่วงเวลาต่าง ๆ จะใช้สมการที่ (13) เป็นหลักในการคำนวณ สามารถแสดงได้ด้วยสูตรดังนี้คือ

$$r_{XY}(0) = \frac{C_{XY}(0)}{S_X S_Y} \quad , \quad (k = 0) \quad \text{-----(14)}$$

$$r_{XY}(1) = \frac{C_{XY}(1)}{S_X S_Y} \quad , \quad (k = 1) \quad \text{-----(15)}$$

$$r_{XY}(2) = \frac{C_{XY}(2)}{S_X S_Y} \quad , \quad (k = 2) \quad \text{-----(16)}$$

การคำนวณในกรณีที่ค่า $k > 2$ ก็จะใช้สูตรการคำนวณที่เหมือนกัน จะต่างกันตรงที่ใช้ time lag (k) ห่างกันออกไปเรื่อย ๆ ส่วนจะใช้ค่า k ไปจนถึงค่าที่เท่าไรจึงจะเหมาะสม ก็ขึ้นอยู่กับลักษณะของข้อมูลชนิดนั้น ๆ ว่าจะมีความสัมพันธ์ต่อกันยาวนานแค่ไหนและในการคำนวณค่า cross-correlation ที่ค่า k เป็นลบนั้น ก็จะใช้ค่าของ crosscovariances ดังนี้คือ $C_{XY}(-k) = C_{YX}(k)$ เช่น ในกรณีที่ค่า $k = (-1)$ สูตรในการคำนวณก็จะแสดงได้ดังนี้คือ

$$r_{XY}(-1) = \frac{C_{YX}(1)}{S_X S_Y} \quad \{k = (-1)\} \quad \text{-----} (17)$$

สำหรับในกรณีที่ค่า $k < -1$ ก็อาศัยสูตรในการคำนวณเช่นเดียวกับสมการที่ (17)

หลังจากที่คำนวณค่า cross-correlation ได้แล้ว อาจจะนำเสนอด้วยการทำ diagram เพื่อทดสอบดูก็ได้ โดยกำหนดช่วงเชื่อมั่นไว้เท่ากับ 95 % แต่เมื่อสองพิจารณาการกระจายของค่า cross-correlations แล้วพบว่าใช้ในการพิจารณาจาก Bartlett ได้เสนอว่าน่าจะพิจารณาจากตัวแปร 2 ตัว ใน white noise series ก็อาจที่จะให้ทดสอบได้ว่าค่า cross-correlations ใดบ้างที่มีนัยสำคัญ และใช้ค่า standard error โดยประมาณเท่ากับ $\sqrt{1/n}$ และ Bartlett ยังได้เสนอแนวความคิดในกรณีที่ series ทั้ง 2 ไม่มีความสัมพันธ์กัน การทดสอบค่า cross-correlations ที่ lag k จะใช้ค่า standard error ในการทดสอบ โดยมีดังนี้คือ

$$\text{std.error of } I_{xy}(k) = \sqrt{\frac{1}{n-k}} \quad \text{-----} (18)$$

(ในกรณีที่ค่า k มีค่าเป็นลบ จะใช้ค่า absolute แทน)

จะเห็นว่าค่า cross-correlation จะมีส่วนสำคัญในการกำหนดรูปแบบของ MARIMA model ที่เหมาะสม และค่า standard error จะเป็นค่าที่ใช้ทดสอบว่าค่าใดบ้างของ cross-correlations ที่มีนัยสำคัญทางสถิติ

สำหรับการคำนวณค่า autocorrelation ก็สามารถใช้สูตรในการคำนวณคล้าย ๆ กับในกรณีของ cross-correlation เพียงแต่เปลี่ยนแปลงตัวแปรให้เป็นตัวเดียวกันเท่านั้นในกรณีที่ทำการ prewhitened input และ output series ซึ่งจะถูกกำหนดให้เป็น α และ β ตามลำดับนั้น ในการคำนวณค่า cross correlations ($I_{\alpha\beta}$) และ autocorrelation ($I_{\alpha\alpha}$, $I_{\beta\beta}$) สัญญลักษณ์จะเปลี่ยนจาก X กับ Y เป็น α กับ β ตามลำดับ แต่วิธีการคำนวณนั้นเหมือนเดิม

ประโยชน์ที่ได้จากการคำนวณค่า cross-correlation และค่า autocorrelation ก็เพื่อที่จะนำไปใช้ในการกำหนดรูปแบบที่เหมาะสมของ MARIMA models

1.5 การประมาณค่า impulse response weights (Direct Estimation of the Impulse Response Weights)

จากการทำ Prewhitened ของ input series ในขั้นตอนที่ 1.2 และการทำ Prewhitened ของ output series ในขั้นตอนที่ 1.3 และการคำนวณค่า cross-correlations ระหว่าง Prewhitened series ทั้งสอง ในขั้นตอนที่ 1.4 จากนั้นก็นำผลที่ได้จากขั้นตอนที่ผ่านมาเหล่านี้ไปคำนวณค่า impulse response weights โดยใช้สูตรการคำนวณดังนี้คือ

$$v_k = \frac{r_{\alpha\beta}(k)S_\beta}{S_\alpha} \quad \text{-----(19)}$$

โดยกำหนดให้

- v = impulse response weights
- $r_{\alpha\beta}$ = cross-correlation ระหว่าง α และ β
- S_β = standard deviation ของ β
- S_α = standard deviation ของ α

จาก transfer function model สามารถเขียนรูปแบบสมการได้ดังนี้คือ

$$y_t = \nu(B)x_t + n_t \quad (\text{สมมติค่า } b = 0) \quad \text{-----(20)}$$

จากการทำ Prewhitened ข้อมูล y_t และ x_t สามารถเขียนสมการที่ (20) ได้ใหม่ดังนี้คือ

$$\frac{\phi_x(B)y_t}{\theta_x(B)} = \nu(B) \frac{\phi_x(B)}{\theta_x(B)} x_t + \frac{\phi_x(B)}{\theta_x(B)} n_t \quad \text{-----(21)}$$

หรือ

$$\beta_t = \nu(B)\alpha_t + \varepsilon_t \quad \text{-----(22)}$$

โดยที่ ε_t เป็นค่าที่ transformation จาก noise series โดยมีสมมติฐานที่ว่าไม่มีความสัมพันธ์กับค่า α_t series จากนั้นนำค่า α_{t-k} คูณทั้งสองข้างของสมการที่ (22) แล้วจึง take expectation ได้ผลดังนี้คือ

$$\begin{aligned} E[\alpha_{t-k}\beta_t] &= v_0 E(\alpha_{t-k}\alpha_t) + v_1 E(\alpha_{t-k}\alpha_{t-1}) \\ &\quad + \dots + E(\alpha_{t-k}\varepsilon_t) \\ C_{\alpha\beta}(k) &= v_k C_{\alpha\alpha}(t-k) + 0 \end{aligned} \quad \text{-----(23)}$$

(เพราะว่าค่า α และ ε สมมติว่าเป็นอิสระต่อกัน)

จะเห็นว่าเทอมของ v_k ที่ยังปรากฏอยู่ในสมการที่ (23) ก็เพราะว่า α_{t-k} เป็นอิสระกับ α_t ทั้งหมด และสามารถเขียนสมการใหม่ได้ดังนี้ คือ

$$v_k = \frac{C_{\alpha\beta}(k)}{S_\alpha^2} = \frac{r_{\alpha\beta}(k)S_\beta}{S_\alpha} \quad \text{-----}(24)$$

1.6 การกำหนดค่า i, s, b (Specifying (i,s,b) for the Transfer Function Model)

ค่าพารามิเตอร์ในส่วนของ transfer function model ประกอบไปด้วยค่าของ (i, s, b) โดยที่ค่า i จะอ้างถึง degree ของ $\delta(B)$, s จะอ้างถึง degree ของ $\omega(B)$ และ b จะแสดงถึงค่า delay ที่เขียนเป็น subscript ของ x_{t-b} ซึ่งในการพยากรณ์ขั้นสุดท้าย จะต้องถูกกำหนดจากค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 นี้ สำหรับวิธีการหาค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 จะกล่าวถึงดังต่อไปนี้คือ

ในส่วนของค่าพารามิเตอร์ b อาจพิจารณาได้จากค่า cross-correlations ได้ดังนี้ เช่น $\gamma_{\alpha\beta}(0) \neq \gamma_{\alpha\beta}(1) \neq 0$ แสดงว่าค่า b จะเท่ากับ 0 ซึ่งหมายความว่าค่า input series α เริ่มมีผลกระทบต่อ output series β ในทันทีโดยไม่ขึ้นกับ lag ต่อไป พิจารณาสมการทั้ง 2 ดังนี้ คือ

$$Y_t = \nu(B)X_t + N_t$$

$$y_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)}x_{t-b} + n_t$$

กำหนดให้สมการทั้ง 2 เท่ากัน และสามารถเขียนสมการได้ใหม่ ดังนี้ คือ

$$\nu(B)x_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)}x_{t-b} \quad \text{-----}(25)$$

จากสมการที่ (25) แสดงความสัมพันธ์ของค่า $\nu(B), \omega(B)$ และ $\delta(B)$ ซึ่งสามารถทำการกระจายสัมประสิทธิ์ของความสัมพันธ์ได้ดังนี้ คือ

$$v_j = 0 \quad \text{for } j < b \quad \text{-----}(26)$$

$$v_j = \delta_1 v_{j-1} + \dots + \delta_r v_{j-r} + \omega_0 \quad \text{for } j = b \quad \text{-----}(27)$$

$$v_j = \delta_1 v_{j-1} + \dots + \delta_r v_{j-r} + \omega_{j-b} \quad \text{for } j = b+1, \dots, b+s \quad \text{-----}(28)$$

$$v_j = \delta_1 v_{j-1} + \dots + \delta_r v_{j-r} \quad \text{for } j > b+s \quad \text{-----}(29)$$

ถ้าค่า $b = 0$ ก็จะไม่มีการ $v_j = 0$ ในสมการที่ (26) และถ้าค่า $s = 0$ ก็จะไม่มีการที่ (28) และถ้าค่า subscript ของ v มีค่าเป็นลบ ค่า v จะกำหนดให้เท่ากับ ศูนย์ และสามารถแสดงค่า (i, s, b) ในรูปแบบของสมการได้ดังนี้คือ

ค่า b จะแสดงถึงค่า x_t ที่ไม่มีผลกระทบต่อ y_t จนกระทั่งถึง period ที่ $t+b$ ซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$y_t = \alpha x_t + \alpha x_{t-1} + \alpha x_{t-2} + \dots + \omega_0 x_{t-b}$$

ค่า s จะแสดงถึงระยะเวลาการส่งผลกระทบต่อ y_t ซึ่งแสดงได้ดังต่อไปนี้

$$y_t \text{ influenced by } (x_{t-b}, x_{t-b-1}, x_{t-b-2}, \dots, x_{t-b-s})$$

และค่า r จะแสดงถึงความสัมพันธ์ของตัวเองใน period ที่ผ่านมา ซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$y \text{ influenced by } (y_{t-1}, y_{t-2}, y_{t-3}, \dots, y_{t-r})$$

โดยสรุปแล้วค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 ที่กำหนดด้วยค่าที่เหมาะสม จะมีส่วนช่วยในการพยากรณ์ที่ถูกต้องยิ่งขึ้น ซึ่งการพิจารณาค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 นี้ สามารถพิจารณาจากค่า cross-correlations ได้ดังนี้ คือ

1. ค่า b เป็นค่าเริ่มแรกที่ time lag ของ cross-correlations มีค่าไม่เท่ากับศูนย์
2. ค่า s เป็นค่า further time lag ของ cross-correlations ที่แสดงรูปแบบได้ไม่ชัดเจน
3. ค่า r เป็นค่า further time lag ของ cross-correlations ที่สามารถแสดงรูปแบบได้ชัดเจน

1.7 การประมาณค่าเบื้องต้นของ noise series (Preliminary Examination of the Noise Series)

จากขั้นที่ 1.5 ได้ประมาณค่า V - weights จึงทำให้สามารถประมาณค่า Preliminary ของ noise series ได้ดังนี้ คือ

$$y_t = v(B)x_t + n_t$$

จากสมการข้างต้น ก็สามารถหาค่า n_t ได้ดังนี้คือ

$$n_t = y_t - v_0 x_t - v_1 x_{t-1} - v_2 x_{t-2} - \dots - v_g x_{t-g} \quad \text{-----} (30)$$

โดยที่ค่า g เป็นค่าที่กำหนดขึ้นเองตามความเหมาะสม

1.8 การกำหนดรูปแบบของ noise series (Specifying (p_n, q_n) for the ARIMA (p_n, d_n, q_n) Model of the noise Series)

หลังจากที่ใช้สมการที่ (30) ในการประมาณค่า n_t แล้ว จะนำค่าที่ได้มาวิเคราะห์หารูปแบบของ ARIMA เพื่อที่จะหาค่าที่เหมาะสมของ ARIMA (p_n, d_n, q_n) โดยที่ค่า autocorrelation และ partial autocorrelation จะเป็นตัวกำหนดค่า p_n และ q_n ซึ่งแสดงถึงค่า autoregressive และ moving average ตามลำดับและสมการของ noise series n_t สามารถเขียนได้ดังนี้คือ

$$\phi_n(B)n_t = \theta_n(B)a_t \quad \text{-----}(31)$$

2. การประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลอง (Estimation of the Parameters of the Transfer Function Model)

จากขั้นตอนที่ 1 เป็นการกำหนดรูปแบบที่เหมาะสมของ transfer function model ซึ่งได้ค่าพารามิเตอร์ดังนี้คือ $(i,s,b) = (0,0,0)$ และ $(p_n,q_n) = (0,2)$ และจากค่าพารามิเตอร์ที่ได้นั้น สามารถนำมาเขียนเป็นสมการได้ดังนี้คือ

$$y_t = \omega_0 x_t + \frac{a_t}{(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)} \quad \text{-----}(32)$$

จากสมการที่ (32) จะต้องทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ดังต่อไปนี้คือ ω_0 และ ϕ_1, ϕ_2 สำหรับวิธีการประมาณค่าจะใช้วิธีการของ Marquardt algorithm ซึ่งจะเป็นการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ที่ดีที่สุด

2.1 การประมาณค่าพารามิเตอร์เบื้องต้น (Preliminary Estimates of the Parameters)

จากสมการที่ (25) แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่าง impulse function $V(B)$ และค่าสัมประสิทธิ์ของ function $O(B)$ และ $\omega(B)$ ซึ่งสามารถแสดงรายละเอียดได้ยิ่งขึ้นจากสมการที่ (26) - (29) และเมื่อทราบค่าพารามิเตอร์ของ $(i,s,b) = (0,0,0)$ ก็สามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ ซึ่งจะนำไปคำนวณหาค่าพารามิเตอร์เบื้องต้นได้ดังนี้ คือ

$$v_0 = \omega_0 \quad \text{-----}(33)$$

จากขั้นตอนที่ 1.5 ได้คำนวณค่า impulse response weights ไว้เรียบร้อยแล้ว จึงนำค่าเหล่านั้นเข้ามาแทนในสมการที่ (33) เพื่อ solve หาค่าพารามิเตอร์ที่ยังไม่ทราบค่าคือ ω_0

เมื่อทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ได้ครบหมดแล้ว จึงนำค่าพารามิเตอร์เข้าไปแทนในสมการที่ (32) ได้ผลดังนี้คือ

$$y_t = 0.854x_t + \frac{a_t}{(1 - 0.099B - 0.19B^2)} \quad \text{-----}(34)$$

2.2 การประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด (Final Estimation of the Parameters)

การคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดจะใช้วิธีการของ Marquart algorithm เพื่อทำการ solve หาค่าพารามิเตอร์ไปเรื่อย ๆ (หรือเรียกว่า iteration process) จนกว่าจะได้ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม พร้อมกันนั้นจะทำการตรวจสอบความมีนัยสำคัญทางสถิติของค่าพารามิเตอร์ที่ได้แต่ละตัวซึ่งผลการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม สามารถแสดงได้ดังนี้ คือ

Lift-Hand Side Parameters

Delta : ไม่มี

Right-Hand Side Parameters

Omega(0) : 0.894 t-ratio : 14.89

Omega(2) : 0.195 t-ratio : 3.26

AR Parameter for Noise

Phi : ไม่มี

MA Parameter for Noise

Theta : ไม่มี

จากนั้นนำค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมแล้ว ไปแทนค่าใน transfer function model (สมการที่ 32) ได้ดังนี้คือ

$$y_t = (0.854 - 0.195B^2)x_t + a_t \quad \text{-----} (35)$$

3. การทดสอบแบบจำลอง (Diagnostic Testing of the Transfer Function Model)

ผลที่ได้จากขั้นตอนที่ 1 และ 2 ก็คือได้รูปแบบของแบบจำลองและค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่เหมาะสม ตามลำดับนั้น ซึ่งรูปแบบของแบบจำลองและค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่ได้มานั้น ได้คัดเลือกมาจากหลาย ๆ แบบและหลาย ๆ ค่า ดังนั้นในขั้นตอนนี้จึงเป็นการตรวจสอบความเหมาะสมของแบบจำลองที่ได้ออกมาเป็นแบบจำลองสุดท้ายแล้ว ซึ่งการตรวจสอบความเหมาะสมของ transfer function model มีสิ่งที่น่าสนใจอยู่ 2 อย่างด้วยกันคือ

1. final residual series ที่เรียกว่า a_t
2. ความสัมพันธ์ระหว่าง a_t series กับการ prewhitened input series หรือที่เรียกว่า α_t สำหรับค่า α_t series สามารถคำนวณได้จากขั้นตอนที่ 1.2 ส่วนค่าของ a_t series สามารถคำนวณได้ดังต่อไปนี้คือ

จาก transfer function model

$$y_t = \frac{\omega(B)}{\phi(B)} x_{t-b} + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t$$

นำค่า $\phi(B)\phi(B)$ คูณทั้งสองข้างของสมการ ได้ผลดังนี้

$$\phi(B)\phi(B)y_t = \phi(B)\omega(B)x_{t-b} + \phi(B)\theta(B)a_t$$

จากนั้นเขียน a_t ให้เป็น function ขึ้นอยู่กับค่าของ y , x และ a ในช่วง period ต่าง ๆ ซึ่งก็คือการนำสมการที่ (32) มาเขียนใหม่โดยให้ค่าของ a_t อยู่ทางซ้ายมือของสมการ และสามารถแสดงได้ดังนี้คือ

$$\begin{aligned} y_t &= (\omega_0 - \omega_2 B^2)x_t + a_t \\ a_t &= y_t - \omega_0 x_t + \omega_2 x_{t-2} \\ a_t &= y_t - e_0 x_t + e_2 x_{t-2} \end{aligned} \quad \text{-----(36)}$$

โดยกำหนดให้

$$\begin{aligned} e_0 &= \omega_0 \\ e_2 &= \omega_2 \end{aligned} \quad \text{-----(37)}$$

จากสมการที่ (35) สามารถนำไปคำนวณค่า residuals ของ a_t ในช่วง periods ต่าง ๆ ได้ โดยคำนวณค่าตั้งแต่ a_3 เป็นต้นไป เพราะว่าในสมการที่ (36) มีค่า time lag สูงสุดเท่ากับ 3 และกำหนดค่า (a_1, a_2) เท่ากับศูนย์ ส่วนค่าอื่น ๆ ในสมการก็ทราบจากขั้นตอนที่ผ่านมาแล้ว ซึ่งสามารถคำนวณได้ดังนี้คือ

$$a_3 = y_3 - e_0 x_3 + e_2 x_1$$

การคำนวณค่าของ residuals ของ a_t ในช่วง periods ถัดไปจาก a_3 เช่น a_4, a_5, \dots ก็ใช้วิธีการคำนวณเช่นเดียวกัน

3.1 การวิเคราะห์ค่า residuals autocorrelations (Analysis of the Residuals:

Autocorrelations)

หลังจากที่ได้ค่าของ a_t แล้ว ก็อาจจะนำมา plot รูปภาพเพื่อที่จะดูรูปแบบของ residuals ส่วนการนำค่า autocorrelations มา plot รูปภาพก็อาจจะพิจารณาจากรูปแบบได้เพียงเล็กน้อยเท่านั้น และค่าของ partials ก็จะเป็นตัวที่ยืนยันอีกอย่างหนึ่งว่าค่า residuals ของ a_t series เป็น random noise หรือไม่

สำหรับวิธีการตรวจสอบค่า residual autocorrelations ใช้ค่า Q-statistic ในการตรวจสอบ ซึ่งจะทำการตรวจสอบค่า residuals autocorrelations ณ time lag ต่าง ๆ และมีสูตรในการคำนวณดังนี้คือ

$$Q = n \sum_{k=1}^m r^2(k) \quad \text{-----} (38)$$

นอกจากใช้ค่า Q-statistic ในการตรวจสอบแล้ว ยังสามารถใช้วิธีการตรวจสอบของ Box-price χ^2 test อีกวิธีหนึ่ง ซึ่งจะทำการตรวจสอบค่า residuals autocorrelations โดยรวมว่ามีนัยสำคัญทางสถิติที่แตกต่างจากค่าศูนย์หรือไม่ และมีสูตรในการคำนวณดังนี้คือ

$$\chi^2(df) = n \sum_{k=1}^m r^2(k) \quad \text{-----} (39)$$

โดยกำหนดให้

- n = จำนวนข้อมูลทั้งหมด
- m = ค่าของ time lag ที่ใหญ่ที่สุดในการพิจารณา
- r(k) = ค่าของ autocorrelations ที่ time lag k
- df = degree of freedom = m - p - q

ถ้าทำการทดสอบแล้วพบว่าค่า residual autocorrelations มีนัยสำคัญทางสถิติ ก็สามารถสรุปได้ว่า a_t series เป็น iandom series

3.2 การวิเคราะห์ residuals cross-correlations (Analysis of the Residuals : Cross-correlations)

จากขั้นตอนที่ 1.5 ในการประมาณค่า impulse response weights ของ transfer function model มีสมมติฐานว่าการทำ prewhitened input series (α_t) เป็นอิสระกับส่วนของ iandom noise (a_t) สำหรับขั้นตอนนี้จึงเป็นการพิสูจน์ว่าค่า cross-correlations ของ α_t series กับ a_t series มีนัยสำคัญทางสถิติหรือไม่

สำหรับวิธีการตรวจสอบค่า residual cross-correlations ใช้ค่า Q-statistic ในการตรวจสอบ ซึ่งจะทำการตรวจสอบค่า residual cross-correlations ณ time lag ต่าง ๆ และมีสูตรในการคำนวณดังนี้คือ

$$S = n \sum_{k=0}^m r_a^2(k) \quad \text{-----} (40)$$

นอกจากใช้ค่า Q-statistic ในการตรวจสอบแล้ว ยังสามารถใช้วิธีการตรวจสอบของ Box-price χ^2 test ซึ่งจะทำการศึกษาค่า residual cross-correlations โดยรวมว่ามีนัยสำคัญที่แตกต่างจากค่าศูนย์หรือไม่ และมีสูตรในการคำนวณดังนี้คือ

$$\chi_{(m-r-s)}^2 = (n - n^*) \sum_{k=1}^m r_a^2(k) \quad \text{-----} (41)$$

โดยกำหนดให้

(I,S) = ค่าพารามิเตอร์ใน transfer function model

m = ค่าสูงสุดของจำนวน lag ที่ใช้ในการพิจารณา

n^* = ค่าสูงสุดของ $(s+b+p_n)$ และ p_x โดยที่ p_x เป็นจำนวนพารามิเตอร์ของ AR ใน ARIMA model สำหรับ input series (x_t)

ถ้าทำการตรวจสอบแล้วพบว่าค่า cross-correlations ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ก็สมารถทำการสรุปได้ว่าสมมติฐานเป็นจริงคือ ค่า α_t series กับ a_t series เป็นอิสระต่อกัน

4. การใช้แบบจำลองในการพยากรณ์ (Using the Transfer Function Model for Forecasting)

4.1 การนำ transfer function model ไปใช้ในการพยากรณ์ (The Forecasting Version of the Transfer Function Model)

จากขั้นตอนที่ 2.2 ได้ประมาณค่า transfer function model ได้เป็นสมการที่ (35) จากนั้นทำการเขียนสมการโดยให้ y_t เป็นฟังก์ชันขึ้นอยู่กั x_t , a และ y ในช่วง periods ต่างๆ สามารถเขียนได้ในลักษณะเช่นเดียวกับการเขียน a_t ในสมการที่ (36) ดังนั้นจึงนำสมการที่ (36) นำมาเขียนใหม่โดยให้ y_t เป็นตัวแปรที่อยู่ทางด้านซ้ายมือ ซึ่งสามารถแสดงได้ดังต่อไปนี้คือ

$$y_t = a_t + e_0 x_t - e_2 x_{t-2} \quad \text{-----} (42)$$

สำหรับค่าพารามิเตอร์ e สามารถคำนวณได้จากสมการที่ (37)

จากจำนวนข้อมูลทั้งหมด 90 observations ถ้าต้องการที่จะพยากรณ์ค่า Y ที่ 91 (Y_{91}) สามารถทำการพยากรณ์โดยใช้สมการที่ (42) ได้ดังนี้คือ

$$\hat{y}_{91} = e_0 x_{91} - e_2 x_{89} + a_{91} \quad \text{-----} (43)$$

จากสมการที่ (43) จะต้องกำหนดให้ $a_{91} = 0$

จากขั้นตอนที่ 1.1 output series (Y) มีการ take difference order 1 degree 1 ดังนั้นผลการพยากรณ์ที่ได้จากสมการที่ (43) ก็จะต้องทำการ converted เพื่อที่จะหาค่า Y ณ เวลาที่ต้องการพยากรณ์ ซึ่งสามารถทำได้ดังนี้คือ

$$\hat{Y}_{91} = Y_{90} + \hat{y}_{91}$$

โดยที่

\hat{Y}_{91} = output series ที่ได้จากการพยากรณ์ ณ period ที่ 91

Y_{90} = output series ที่แท้จริง ณ period ที่ 90

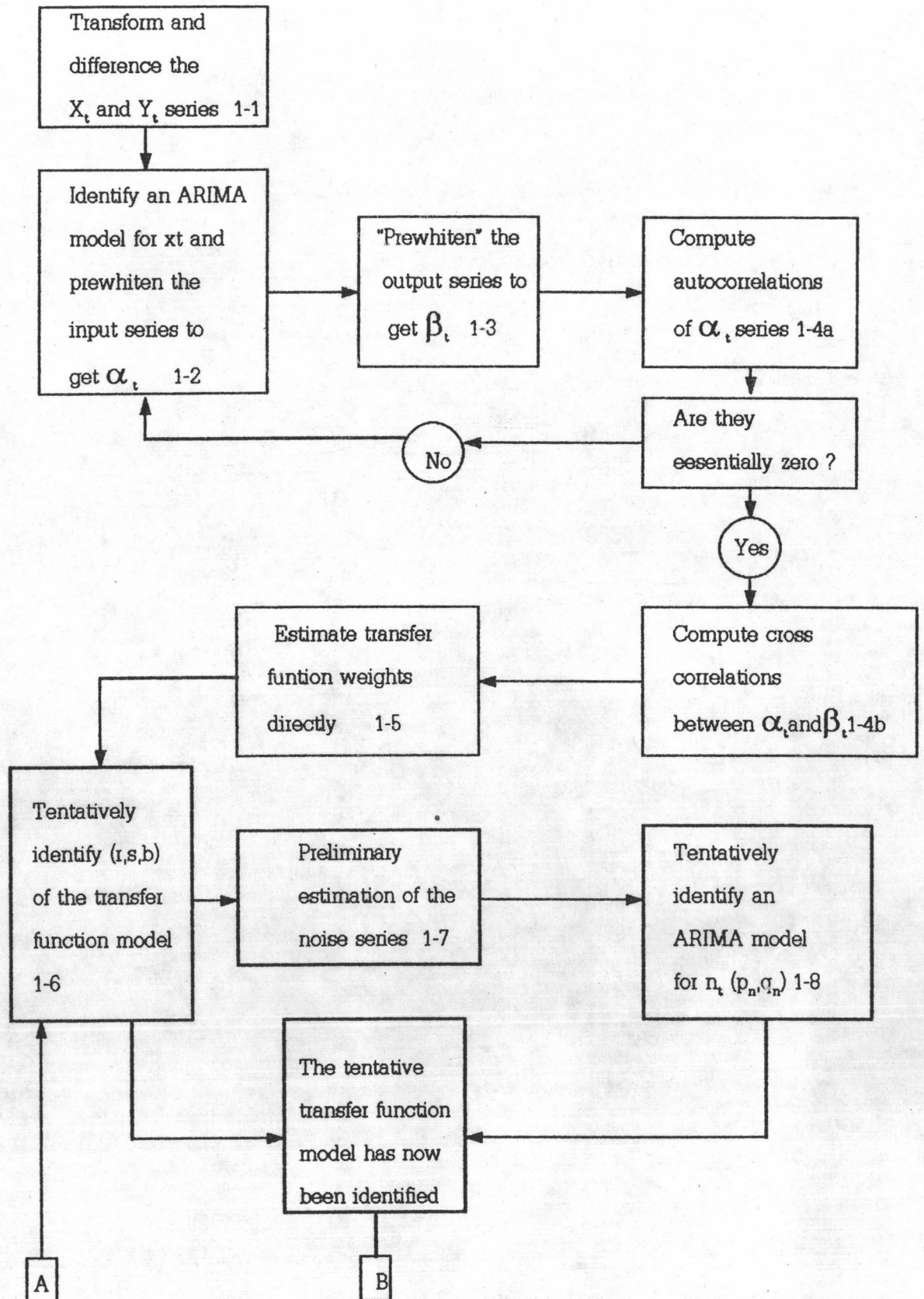
\hat{y}_{91} = output series ที่ได้จากการพยากรณ์ ณ period ที่ 91 แต่เกิดจากการ take difference

สำหรับการพยากรณ์ y ใน periods ถัดไป เช่น $\hat{y}_{92}, \hat{y}_{93}, \dots$ ก็สามารถทำได้ในทำนองเดียวกัน

จากขั้นตอนที่ผ่านมาทั้งหมดในการทำ Transfer Function Model สามารถทำการสรุปได้ โดยแสดงเป็นแผนภาพได้ดังนี้คือ

แผนภาพที่ 3.1 แสดงขั้นตอนการประมาณค่า Transfer Function Model

ขั้นที่ 1 : IDENTIFICATION



ขั้นที่ 2 : ESTIMATION

A

B

For the (i,s,b) (pn,qn) transfer function model determine preliminary estimates of :

$$\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_r$$

$$\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_2$$

$$\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_{pn}$$

$$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{qn} \quad 2-1$$

Use Marquardt's algorithm to get the final estimates of all these parameters 2-2

ขั้นที่ 3 : DIAGNOSTIC CHECKING

Compute cross correlation between the prewhitened input series (α_t) and the residuals (a_t) 3-2

Compute autocorrelations for the residuals (a_t) 3-1

Are these autocorrelations for a_t and the cross correlations essentially zero ?

No

Yes

ขั้นที่ 4 : USAGE

Use the transfer function model to forecast future Y_t values 4-1

3.2 แบบจำลองการตอบสนองต่อการเพาะปลูก เป็นแบบจำลองที่ใช้อธิบายพฤติกรรมของเกษตรกรผู้ปลูกยางพาราในที่นี้จะนำแบบจำลองของ Bateman ซึ่งเป็นแบบจำลองที่ประยุกต์แนวคิดของ Nerlove² มีข้อสมมุติฐานคือ

1. การเปลี่ยนแปลงพื้นที่การเพาะปลูกยางในระหว่างปีปัจจุบันกับปีที่ผ่านมาเป็นฟังก์ชันของการคาดการณ์ราคากับพื้นที่การเพาะปลูกในปีที่ผ่านมา ซึ่งสามารถเขียนได้

$$\Delta A_t = a_0 + a_1 P_t^* + a_2 A_{t-1} + u_t \quad \text{----- (1)}$$

โดยที่

ΔA_t = ความแตกต่างระหว่างพื้นที่ในการปลูกใหม่และพื้นที่ในการปลูกทดแทนในปีที่ t

A_{t-1} = พื้นที่เพาะปลูกในปีที่ t-1

P_t^* = ราคาคาดการณ์ของผลผลิตในปีที่ t

u_t = Stochastic disturbance term

$$\Delta A_t = A_t - A_{t-1}$$

2. ความแตกต่างระหว่างราคาคาดการณ์ใน 2 เวลาที่ต่อเนื่องกันจะเท่ากับผลต่างของราคาคาดการณ์กับราคาจริงที่ชาวสวนขายได้ในปีที่ผ่านมา

$$P_t^* - P_{t-1}^* = \beta (P_{t-1} - P_{t-1}^*) \quad 0 < \beta < 1 \quad \text{----- (2)}$$

โดยที่

P_{t-1}^* คือ ราคาคาดการณ์ที่เกษตรกรขายได้ในปีที่ t-1

P_{t-1} คือ ราคาจริงที่เกษตรกรขายได้ในปีที่ t-1

β Coefficient adjustment factor

เขียนใหม่ได้

$$P_t^* = P_{t-1}^* + \beta (P_{t-1} - P_{t-1}^*)$$

นำไปแทนที่ใน (1) ได้

$$\Delta A_t = a_0 + a_1 [P_{t-1}^* + \beta (P_{t-1} - P_{t-1}^*)] + a_2 A_{t-1} + u_t$$

$$\Delta A_t = a_0 + a_1 P_{t-1}^* + a_1 \beta P_{t-1} - a_1 \beta P_{t-1}^* + a_2 A_{t-1} + u_t \quad \text{----- (3)}$$

จากสมการที่ (1) มีการปรับตัวให้ล่าช้าไป 1 ช่วงเวลาจะได้

$$\Delta A_{t-1} = a_0 + a_1 P_{t-1}^* + a_2 A_{t-2} + u_{t-1}$$

$$a_1 P_{t-1}^* = \Delta A_{t-1} - a_0 - a_2 A_{t-2} - u_{t-1} \quad \text{----- (4)}$$

² Nerlove, Marc. The Dynamics of Supply : Estimation of Farmers' Response to Price, 1958. p. 55-56.

นำสมการที่ (4) แทนลงในสมการที่ (3) จะได้

$$\begin{aligned} \Delta A_t &= a_0 + \Delta A_{t-1} - a_0 - a_2 A_{t-2} - u_{t-1} + a_1 \beta P_{t-1} - \beta \Delta A_{t-1} \\ &\quad + a_0 \beta + a_2 \beta A_{t-2} + \beta u_{t-1} + a_2 A_{t-1} + u_t \end{aligned} \quad (5)$$

$$\Delta A_t = a_0 \beta + a_1 \beta P_{t-1} + a_2 A_{t-1} - a_2 (1-\beta) A_{t-2} + (1-\beta) \Delta A_{t-1} + u_t - (1-\beta) u_{t-1}$$

หรือ

$$A_t - A_{t-1} = a_0 \beta + a_1 \beta P_{t-1} + a_2 A_{t-1} - a_2 (1-\beta) A_{t-2} + (1-\beta) \Delta A_{t-1} + u_t - (1-\beta) u_{t-1}$$

$$A_t = a_0 \beta + a_1 \beta P_{t-1} + A_{t-1} + a_2 A_{t-1} - a_2 (1-\beta) A_{t-2} + (1-\beta) \Delta A_{t-1} + u_t - (1-\beta) u_{t-1} \quad (6)$$

สามารถเขียนสมการที่ (6) ได้

$$A_t = \alpha_0 + \alpha_1 P_{t-1} + \alpha_2 A_{t-1} - \alpha_3 A_{t-2} + v_t \quad (7)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= a_0 \beta \\ \alpha_1 &= a_1 \beta \\ \alpha_2 &= (1 + a_2 + (1-\beta)) \\ \alpha_3 &= [(a_2 + 1)(1-\beta)] \\ v_t &= u_t - (1-\beta) u_{t-1} \end{aligned}$$

จะเห็นได้ว่าพื้นที่ที่ใช้เพาะปลูกยางพาราในปีปัจจุบันจะขึ้นอยู่กับ ราคาในปีที่ผ่านมา พื้นที่ในการเพาะปลูกทั้งหมดของปีที่ t-1, t-2

เพราะฉะนั้น สมการที่ 7 จะเป็นสมการที่จะนำไปศึกษาการเปลี่ยนแปลงพื้นที่เพาะปลูกต่อราคาในระยะยาว

ตัวแปรที่ใช้ในการศึกษา

$$\begin{aligned} A_t &= \text{พื้นที่เพาะปลูก ณ เวลา } t \\ A_{t-1} &= \text{พื้นที่เพาะปลูก ณ เวลา } t-1 \\ A_{t-2} &= \text{พื้นที่เพาะปลูก ณ เวลา } t-2 \\ P_{t-1} &= \text{ราคายางพาราที่เกษตรกรขายได้ ณ เวลา } t-1 \end{aligned}$$

3.3 แบบจำลองการตอบสนองต่อการกรีดยาง

ยางพาราเป็นพืชยืนต้นที่มีความล่าช้าทางด้านการผลิต ราคาที่มีอิทธิพลต่อการตัดสินใจปลูกจะเป็นราคาเฉลี่ยในระยะยาว ดังที่กล่าวมาแล้ว ส่วนราคาที่มีอิทธิพลต่อการเก็บเกี่ยวจะเป็นราคาที่เป็นราคาตลาดในขณะนั้นหรือราคาในระยะสั้น ซึ่งสามารถอธิบายได้ด้วยแบบจำลองของ Wickens และ Greenfield³

สมการที่ 1 The Vintage Production Function ซึ่งอธิบายแนวโน้มของปริมาณผลผลิตทั้งหมด ณ เวลา t ขึ้นอยู่กับผลผลิตเฉลี่ยต่อไร่ และจำนวนต้นที่ปลูกใน I ปีที่ผ่านมา แล้วเจริญเติบโตมาถึงเวลา t

$$Q_t^p = \sum_{i=0}^n \delta(i,t) I_{t-i}$$

โดยที่ Q_t^p หมายถึง แนวโน้มของปริมาณผลผลิตทั้งหมด ณ เวลา t

$\delta(i, t)$ หมายถึง ผลผลิตเฉลี่ยของพืชยืนต้นที่ปลูก

I_{t-i} หมายถึง จำนวนต้นที่ปลูกเมื่อปีที่ I และเจริญเติบโตมาถึงปีที่ t

The Vintage Production Function ได้คิดเสมือนว่าต้นไม้ที่ปลูกเป็นทุน [capital] ในการผลิต โดยมีสมมุติฐานว่าปัจจัยแรงงานไม่ใช่ปัจจัยสำคัญในกระบวนการผลิต

สมการที่ 2 The Investment Function เป็นสมการที่อธิบายขบวนการตัดสินใจปลูกพืชยืนต้น โดยเกษตรกรจะคาดคะเนมูลค่าปัจจุบันของรายรับสุทธิในอนาคตที่จะได้รับจากการปลูกพืชยืนต้นนั้น และพยายามผลิตให้ได้กำไรสูงสุดตามที่ตนต้องการภายใต้เงื่อนไขของฟังก์ชันการผลิต

สมการที่ 3 The Harvesting Function เป็นสมการที่อธิบายการตัดสินใจเก็บเกี่ยวผลผลิตของเกษตรกร โดย Wickens และ Greenfield เสนอว่าการเก็บเกี่ยวจะเป็นสัดส่วนกับแนวโน้มของปริมาณผลผลิตทั้งหมด และขึ้นอยู่กับราคาที่คาดคะเนในระยะสั้น

ซึ่งในที่นี้จะนำการศึกษาของ Suan Tan ที่ได้ศึกษาการตอบสนองของอุปทานยางพาราต่อการเปลี่ยนแปลงราคา โดยใช้แบบจำลองของ Wickens & Greenfield ดังกล่าวและนำมาประยุกต์ใช้ดังนี้

$$q_t = \alpha_0 + \alpha_1 q_t^p + \sum_{i=0}^m b_i P_{t-i} \quad \text{----- (1)}$$

³ Wickens, M.R., and J.N.Greenfield The Econometrics of Agricultural Supply: An Application to the World Coffee Market. [1973] p.433 - 440

โดยที่ q_t^p คือ production potential [of maximal output]

$$\begin{aligned} &= \sum_{i=0}^n \delta(i,t) I_{t-i} \\ &= \sum_{i=0}^n \delta_i I_{t-i} \end{aligned} \quad \delta(i,t) = \delta_i \quad (2)$$

ซึ่ง I_{t-1} หมายถึง จำนวนตันที่ปลูกเมื่อปีที่ i และเจริญเติบโตมาถึงปีที่ t
 $\delta(i,t)$ หมายถึง ผลผลิตเฉลี่ยของพืชยืนต้นที่ปลูก

$$\begin{aligned} I_{t-1} &= \beta_0 + \beta(PN)_{t-1} + \lambda I_{t-1-1} \\ &= \beta_0(1-\lambda D)^{-1} + \beta(1-\lambda D)^{-1}(PN)_{t-1} \end{aligned} \quad (3)$$

โดยที่

I_t = จำนวนตันยางพาราที่ปลูกจริงในช่วงเวลาที่ t
 PN = ราคาของยางพารา

นำสมการ 2, 3 แทนลงใน สมการที่ 1 จะได้

$$q_t(1-\lambda D) = \alpha_0(1-\lambda D) + \alpha_1 \sum_{i=0}^n \delta_i (\beta_0 + \beta P_{t-i}) + (1-\lambda D) \sum_{i=0}^m b_i P_{t-i} \quad (4)$$

จัดรูปใหม่ให้อยู่ในรูป Reduced Form จะได้

$$q_t = \text{Constant} + \sum_{i=0}^n \tau_i P_{t-i} + \lambda q_{t-1} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} &= \alpha_1 \beta \delta_0 + b_0 && i = 0 \\ &= \alpha_1 \beta \delta_i + b_i - \lambda b_{i-1} && i = 1, 2, \dots, m \\ \text{โดยที่ } \tau_i &= \alpha_1 \beta \delta_i - \lambda b_{i-1} && i = m+1 \\ &= \alpha_1 \beta \delta_i && i = m+2, \dots, n \end{aligned}$$

q_{t-1} คือ ผลผลิตที่เกิดขึ้นจริงในปีที่ $t-1$

ในการพิจารณาผลตอบแทนอุปทานต่อราคาในระยะสั้น เราจะพิจารณา ณ จุดที่

$$\tau_i = \alpha_1 \beta \delta_0 + b_0 \quad \text{หรือ } i = 0 \quad \text{เท่านั้น เพราะฉะนั้นจะเขียนสมการที่ 5}$$

ใหม่ได้ดังนี้

$$q_t = \text{Constant} + (\alpha_1 \beta \delta_0 + b_0) P_t + \lambda q_{t-1}$$

หรือ

$$q_t = v_0 + v_1 P_t + v_2 q_{t-1} \text{-----}(6)$$

จะเห็นว่าปริมาณการกรีดยางในเดือนปัจจุบันจะขึ้นอยู่กับ ราคายางในเดือนปัจจุบันและ ปริมาณการกรีดยางในเดือนที่ผ่านมา

เพราะฉะนั้น สมการที่ 6 จะเป็นสมการที่จะนำมาใช้ศึกษาการเปลี่ยนแปลงปริมาณการ กรีดยางในระยะสั้น

ตัวแปรที่ใช้ในการศึกษา

- q_t = ปริมาณการกรีดยางในช่วงเวลาที่ t
- q_{t-1} = ปริมาณการกรีดยางในช่วงเวลาที่ $t-1$
- p_t = ราคายางพาราที่เกษตรกรขายได้ ณ เวลา t