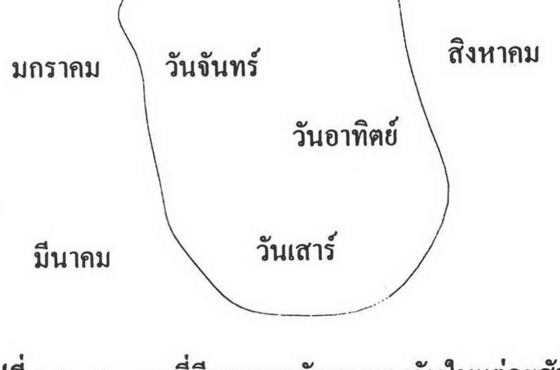
บทที่ 2

ตรรกศาสตร์ฟัซซีและการปรับตัวควบคุมตรรกศาสตร์ฟัซซี

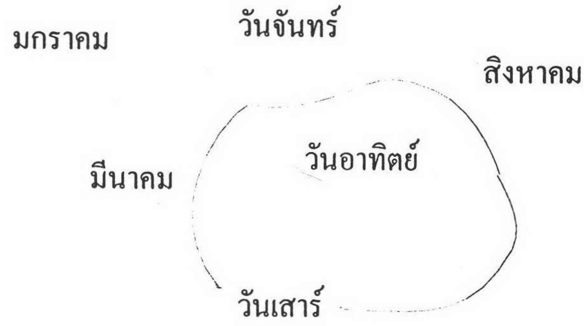
ทฤษฎีเซตฟัซซีเป็นเครื่องมือพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ช่วยในการจัดการข้อมูลซึ่งมีลักษณะไม่ชัดเจน คลุมเครือ เพื่อใช้ในการออกแบบตัวควบคุมตรรกศาสตร์ฟัซซี คิดค้นและพัฒนาโดย Zadeh[1] ซึ่งในส่วนแรกของบทนี้จะกล่าวถึงเซตฟัซซีเพียงคร่าว ๆ เพื่อเป็นพื้นฐาน ต่อมาจะกล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานของการออกแบบตัวควบคุมตรรกศาสตร์ฟัซซี และกล่าวถึงการปรับตัวควบคุมชนิดต่าง ๆ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาที่เกิดจากการตีความหมายของข้อมูลที่คลุมเครือ และทำให้ประสิทธิภาพของตัวควบคุมดีขึ้นเมื่อระบบมีสัญญาณรบกวนจากภายนอก วิธีการปรับตัวควบคุมที่จะกล่าวถึงในที่นี้คือวิธีการปรับตัวควบคุมโดยใช้ข่ายงานระบบประสาท (Jyh-Shing R.Jang [11]) และวิธีการปรับตัวควบคุมโดยใช้การปรับค่าพารามิเตอร์ของผลรวมของฟังก์ชันมูลฐานฟัซซี (Orthogonal Least Square) (Li-Xing Wang[13])

เซตฟัซซี

ตรรกศาสตร์ฟัซซีเกิดขึ้นจากหลักการของเซตฟัซซี ซึ่งเป็นเซตที่มีขอบเขตของเซตที่ไม่ชัดเจนสมาชิกบางตัวไม่สามารถบอกได้ว่าในเซตหรือไม่ แต่จะอยู่ในเซตเพียงบางส่วนหรือที่เรียกว่ามีค่าความเป็นสมาชิก(Degree of Membership) เพียงบางส่วน เพื่อให้เกิดความเข้าใจยิ่งขึ้นจะยกตัวอย่างเซตฟัซซีเช่นเซตของวันในแต่ละสัปดาห์ดังรูปที่ 2.1 เซตนี้เป็นเซตที่มีขอบเขตของเซตที่ชัดเจน(Crisp Set) จากสมาชิกกลุ่มเดิมถ้าจะกล่าวถึงเซตของวันหยุดในแต่ละสัปดาห์แล้ววันเสาร์มีทั้งส่วนที่เป็นวันหยุดและไม่เป็นวันหยุดดังรูปที่ 2.2

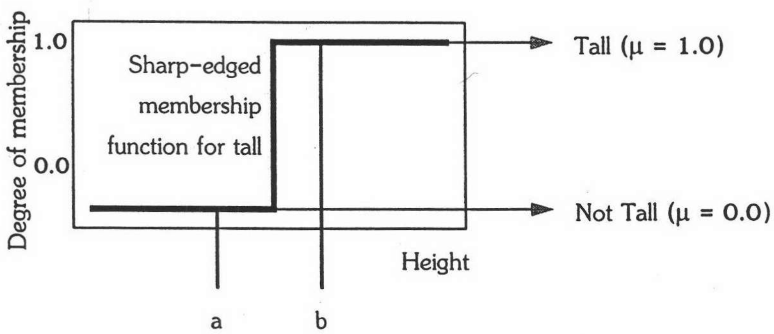


รูปที่ 2.1 แสดงเซตที่มีขอบเขตชัดเจนของวันในแต่ละสัปดาห์

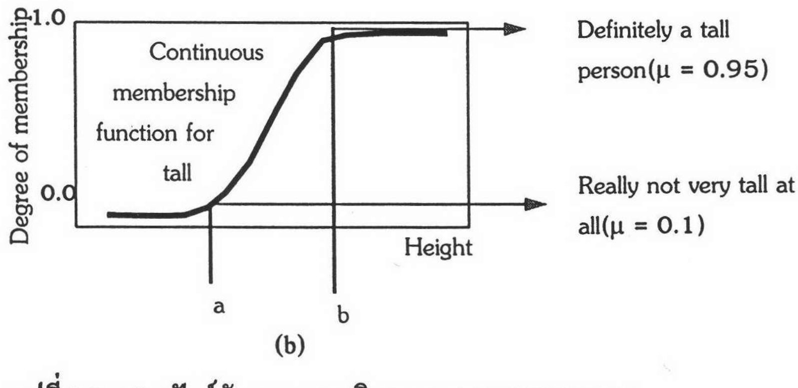


รูปที่ 2.2 แสดงเซตฟัซซีของวันหยุดในแต่ละสัปดาห์

ฟังก์ชันภาวะสมาชิก(Membership Function) เป็นกราฟที่กำหนดการแปลงสัญญาณเข้าในแต่ละจุดของขอบเขตสัญญาณเข้า(Input Space)ไปยังค่าความเป็นสมาชิก(Degree of Membership) มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 พิจารณาความสูงของคนที่กำหนดให้คนที่มีความสูงจาก 170 cm. จนถึง 220 cm. ใช้คำว่า "สูง" แทนสมาชิกที่อยู่ในกลุ่มนี้ ถ้ากำหนดให้คนสูงเป็นเซตที่มีขอบเขตที่ชัดเจน(Crisp Set) สามารถเขียนฟังก์ชันภาวะสมาชิกได้ดังรูปที่ 2.3 (a) แต่ถ้ากำหนดให้คนสูงเป็นเซตฟัซซีสามารถเขียนฟังก์ชันภาวะสมาชิกได้ดังรูปที่ 2.3 (b)



(a)



(b)

รูปที่ 2.3 แสดงฟังก์ชันภาวะสมาชิกของเซตความสูงของคน

(a) เซตที่มีการกำหนดขอบเขตที่ชัดเจน

(b) เซตฟัซซี

จากรูป 2.3 (a) มีฟังก์ชันภาวะสมาชิกแบบที่มีขอบเขตชัดเจน (Sharp-edged membership function) ซึ่งจะเห็นว่าบุคคลคนหนึ่งเป็นสมาชิกอยู่ในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งเพียงกลุ่มเดียว นั่นคือมีลักษณะเหมือนกับเซตที่มีขอบเขตชัดเจน ซึ่งเรียกว่า เซตทวินัย (Crisp set) แต่ถ้าฟังก์ชันภาวะสมาชิกเป็นแบบต่อเนื่อง (Continuous membership function) จะเห็นได้ว่าบุคคลคนหนึ่งจะเป็นสมาชิกทั้งสองกลุ่ม โดยที่มีค่าความเป็นสมาชิกของการเป็นสมาชิกในแต่ละกลุ่มต่าง ๆ กัน

การดำเนินการเชิงทฤษฎีเซต

เพื่อให้สอดคล้องกับการดำเนินการเชิงเซตแบบปกติของเซตที่มีขอบเขตชัดเจน เซตฟัซซีก็มีการดำเนินการอินเตอร์เซกชัน(Intersection) ยูเนียน(Union) และคอมพลีเมนต์(Complement) ซึ่งมีการนิยามเริ่มแรกโดย Zadeh (1965)

อินเตอร์เซกชัน (Intersection) ถ้าเทียบกับการดำเนินการทางตรรกะแล้วเปรียบเสมือนกับ “และ” (AND) การนิยามยูเนียนของเซตฟัซซีสองเซตมีการนิยามเกิดขึ้นในภายหลังอีกหลายวิธี แต่วิธีการที่นิยมและจะใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ คือค่าน้อยที่สุดของทั้งสองเซต ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ดังสมการที่ (2.1) โดยกำหนดให้ A และ B เป็นเซตฟัซซีใน U อินเตอร์เซกชัน $A \cap B$ ของ A และ B คือเซตฟัซซีใน U ซึ่งกำหนดค่าฟังก์ชันภาวะสมาชิกสำหรับทุก ๆ $u \in U$ โดย

$$\mu_{A \cap B}(u) = \min\left\{\mu_A(u), \mu_B(u)\right\} \tag{2.1}$$

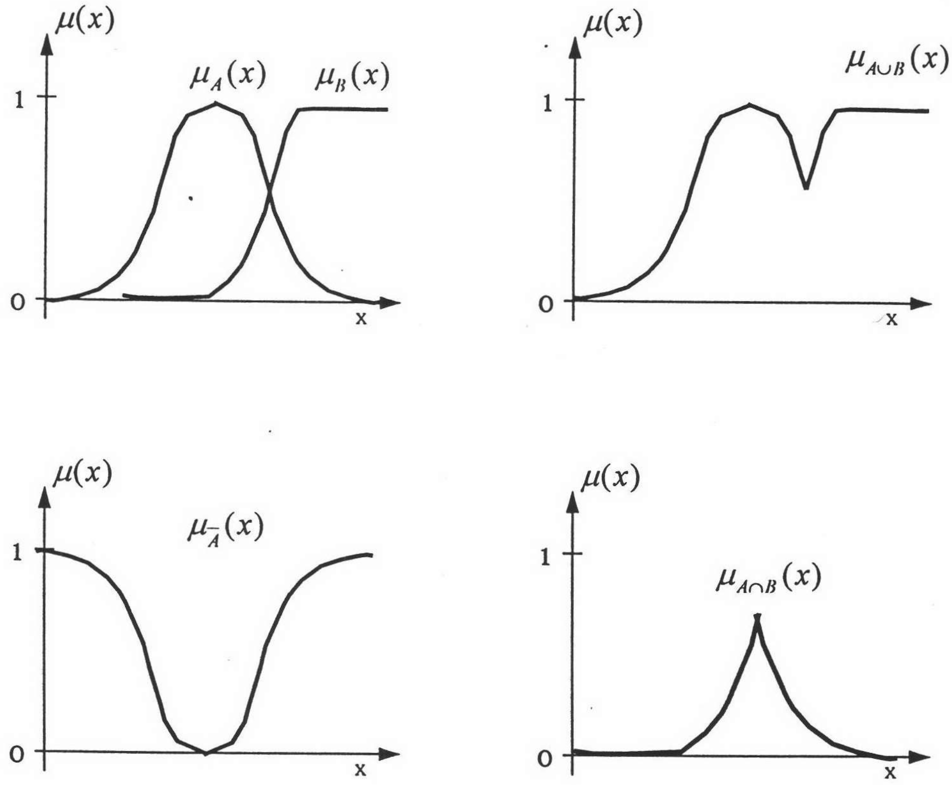
ยูเนียน (Union) ถ้าเทียบกับการดำเนินการทางตรรกะแล้วเปรียบเสมือนกับ “หรือ” (OR) การนิยามอินเตอร์เซกชันของเซตฟัซซีสองเซตก็มีการนิยามเกิดขึ้นในภายหลังอีกหลายวิธีเช่นกัน แต่วิธีการที่นิยมและจะใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ คือค่ามากที่สุดของทั้งสองเซต ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ดังสมการที่ (2.2) โดยกำหนดให้ A และ B เป็นเซตฟัซซีใน U ยูเนียน $A \cup B$ ของ A และ B คือเซตฟัซซีใน U ซึ่งกำหนดค่าฟังก์ชันภาวะสมาชิกสำหรับทุก ๆ $u \in U$ โดย

$$\mu_{A \cup B}(u) = \max\left\{\mu_A(u), \mu_B(u)\right\} \tag{2.2}$$

กำหนดให้ A เป็นเซตฟัซซีใน U คอมพลีเมนต์ของ A เขียนแทนด้วย $\overline{A}$ คือเซตฟัซซีใน U ซึ่งกำหนดค่าฟังก์ชันภาวะสมาชิกสำหรับทุก ๆ $u \in U$ โดย

$$\mu_{\overline{A}} = 1 - \mu_A(u) \tag{2.3}$$

รูปที่ 2.4 แสดงตัวอย่างการดำเนินการทางทฤษฎีเซตของเซตฟัซซีสองเซตที่มีฟังก์ชันภาวะสมาชิกเป็นแบบเกาส์เซียนตามคำจำกัดความข้างต้น



รูปที่ 2.4 ตัวอย่างการดำเนินการทางทฤษฎีเซต

ฐานกฎฟัซซี (Fuzzy Rule Base)

กฎฟัซซีแสดงด้วยฟังก์ชันการแจกแจงเหตุสู่ผล (Implication) เหมือนกับตรรกะในทฤษฎีเซตแบบดั้งเดิม (เซตที่มีขอบเขตชัดเจน) เขียนแทนด้วย $A \rightarrow B$ ซึ่งสามารถแสดงด้วยข้อความ "IF A THEN B"

ฐานกฎฟัซซี ประกอบด้วยชุดของกฎที่เขียนอยู่ในรูปแบบดังสมการ (2.4)

$$R^l \ : \ IF \ x_1 \ is \ F_1^l \ and \ldots and \ x_n \ is \ F_n^l \ THEN \ y \ is \ G^l \tag{2.4}$$

โดยที่ F_i^l และ G^l เป็นเซตฟัซซีใน U_i และ V ตามลำดับ $\underline{x}$ เป็นสัญญาณเข้าของระบบ โดยที่ $\underline{x} = (x_1, \ldots, x_n)^T \in U_1 \times \cdots \times U_n$ และ y เป็นสัญญาณออกจากระบบ โดยที่ $y \in V$ ซึ่งทั้ง $\underline{x}$ และ y เป็นตัวแปรภาษา (Linguistic Variable)

จากสมการกฎฟัซซีข้างบน ส่วนที่อยู่ข้างหลัง If เป็นส่วนเงื่อนไข(Antecedent) ส่วนที่อยู่หลัง Then เป็นส่วนที่เป็นผลจากส่วนเงื่อนไข(Consequence) นอกจากนี้จะสังเกตได้ว่า ส่วนที่อยู่หลัง Then ไม่มีการเชื่อมประพจน์ แสดงว่าเป็นระบบที่มีสัญญาณเข้าหลายสัญญาณแต่มีสัญญาณออกเพียงตัวเดียว แต่

เนื่องจากในระบบที่มีสัญญาณออกหลายตัว สามารถเขียนอยู่ในรูปของสัญญาณออกตัวเดียวหลายระบบรวมกัน ซึ่งสามารถครอบคลุมระบบหลายสัญญาณเข้าหลายสัญญาณออก ดังนั้นสมการข้างบนจึงถือได้ว่าเป็นสมการทั่วไปของกฎ .

วิธีการหากฎที่เหมาะสมกับระบบสามารถหาได้จากผู้เชี่ยวชาญระบบหรือใช้วิธีการเรียนรู้จากข้อมูลที่เป็นตัวเลข(Numerical Data) ซึ่งเขียนอยู่ในรูปของคู่สัญญาณเข้าและออก (Input-output pairs) ส่วนฟังก์ชันภาวะสมาชิกสามารถหาได้คล้ายกับการหากฎ คือจากผู้เชี่ยวชาญระบบหรือได้จากการเรียนรู้จากคู่สัญญาณเข้าและออก ซึ่งส่วนใหญ่มักจะกำหนดให้เป็นแบบเกาส์เซียน (Gaussian membership function) เนื่องจากเป็นฟังก์ชันที่ต่อเนื่องและเรียบ (Smooth) หรืออาจเป็นแบบสี่เหลี่ยมคางหมู (trapezoidal membership function) ซึ่งทำให้การคำนวณง่ายขึ้น

โครงสร้างพื้นฐานของตัวควบคุมตรรกศาสตร์ฟัซซี

ตัวควบคุมฟัซซีโดยพื้นฐานจะทำงานโดยการส่งสัญญาณควบคุมซึ่งสรุปจากการอนุมานสภาวะของกระบวนการกับชุดของกฎที่กำหนดกฎการควบคุม โครงสร้างพื้นฐานโดยทั่วไปของการควบคุมฟัซซีมีสี่ส่วนด้วยกันดังรูปที่ 2.5 คือ

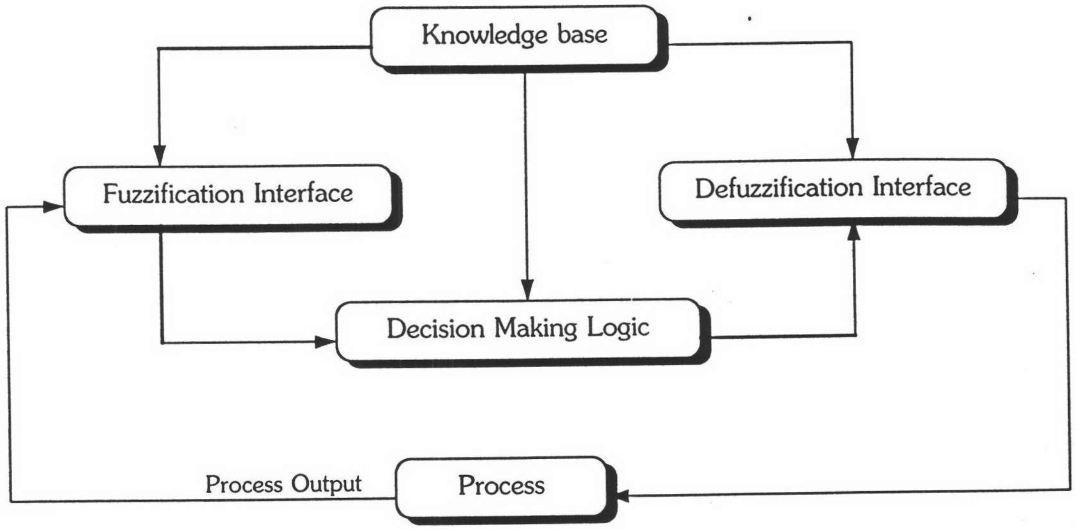
- ส่วนที่ทำการแปลงค่าสัญญาณเข้าจากสัญญาณที่เป็นตัวเลข (ค่าที่อยู่ในเซตที่มีขอบเขตชัดเจน) ให้อยู่ในเซตฟัซซีหรือที่เรียกว่าเป็นตัวแปรภาษา(Linguistic Variable) เรียกส่วนนี้ว่า “Fuzzification interface”

- ฐานความรู้ (Knowledge base) เป็นส่วนที่ใช้เก็บข้อมูลในการควบคุมประกอบด้วย 2 ส่วน คือ Data base และ Linguistic(fuzzy) control rule base

    a) ฐานข้อมูล (Data base) จะเตรียมการกำหนดที่จำเป็นเพื่อที่จะใช้ในการกำหนดกฎการควบคุม และจัดการข้อมูลในตัวควบคุมตรรกศาสตร์ฟัซซี
    b) ฐานกฎ (Rule base) จะกำหนดวิธีการควบคุม ซึ่งได้จากผู้ชำนาญการในรูปของชุดข้อมูลแบบ Linguistic rule

- เครื่องอนุมาน (Decision making logic) เป็นส่วนหลักของการควบคุม ทำหน้าที่ตัดสินใจในการควบคุมโดยเลียนแบบความสามารถในการตัดสินใจของมนุษย์ที่มีลักษณะคลุมเครือ ซึ่งอยู่ในรูปของกฎการอนุมานของตรรกศาสตร์ฟัซซี

- เป็นส่วนที่ใช้ในการแปลงสัญญาณออกให้อยู่ในช่วงที่เหมาะสม และทำการแปลงข้อมูลที่อยู่ในรูปของเซตฟัซซีให้เป็นค่าสัญญาณควบคุมที่ใช้ในการควบคุมระบบ เรียกส่วนนี้ว่า “Defuzzification interface”



รูปที่ 2.5 แสดงองค์ประกอบของตัวควบคุมฟัซซี

1. ฟัซซิฟิเคชัน

ในการควบคุมกระบวนการค่าที่ทำการวัดมาได้มีลักษณะเป็นค่า ๆ หนึ่งซึ่งเป็นค่าที่อยู่ในเซตที่มีขอบเขตชัดเจน แต่เนื่องจากการควบคุมด้วยตรรกศาสตร์ฟัซซีจะต้องมีการดำเนินการทางเซตแบบเซตฟัซซีจึงต้องทำการแปลงสัญญาณให้เหมาะสมก่อนที่จะนำไปใช้งาน เรียกกระบวนการแปลงสัญญาณที่อยู่ในเซตที่มีขอบเขตชัดเจนไปยังเซตฟัซซีว่า ฟัซซิฟิเคชัน(Fuzzification) วิธีการที่ใช้กันอยู่มี 2 วิธีคือ

1.1 ทำการแปลงค่าที่วัดมา x_0 ให้เป็นเซตฟัซซี โดยค่าความเป็นสมาชิกมีค่าเป็น 1 ที่จุด x_0 นอกนั้นเป็น 0 ซึ่งวิธีการนี้ได้การยอมรับและใช้งานอย่างกว้างขวาง เนื่องจากดูเป็นธรรมชาติและง่ายต่อการคำนวณ นอกจากนี้ยังสามารถตีความว่าสัญญาณเข้า x_0 เป็นเซตฟัซซี A ที่มีค่าความเป็นสมาชิกเท่ากับ 0 หมดยกเว้นที่ x_0 มีค่าความเป็นสมาชิกเท่ากับ $\mu_A(x_0)$

1.2 ถ้าค่าที่วัดเข้ามาได้ถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวน การดำเนินการแปลงให้เป็นฟัซซีนี้อาจจะรวมเอาข้อมูลทางสถิติเข้ามาใช้เป็นประโยชน์ได้ด้วย เช่น อาจจะแปลงข้อมูลของค่าที่วัดมาได้เป็นจำนวนฟัซซีที่มีฟังก์ชันภาวะสมาชิกเป็นแบบเกาส์เซียนหรือสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดสอดคล้องกับค่าเฉลี่ยของข้อมูลหรือค่าที่วัดได้ และความกว้างของฐานอาจแปรตามความไม่แน่นอนของข้อมูลเช่นเป็นสองเท่าของค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของฐานข้อมูล (Braae and Rutherford,1979) ด้วยวิธีการดังกล่าวนี้ เราสามารถทำการคำนวณโดยใช้จำนวนฟัซซีแทนซึ่งจัดการได้ง่ายกว่าการจัดการกับตัวแปรสุ่ม

นอกจากนี้ในทางปฏิบัติแล้วมักจะรวมเอาขั้นการตรวจสอบเซตฟัซซีสัญญาณเข้ากับเซตฟัซซีที่กำหนดในส่วนเงื่อนไขของกฎเข้าไปในขั้นตอนของฟัซซิฟิเคชันเลย

2. ฐานความรู้

รูปแบบของกฎฟัซซีที่ใช้ในตัวควบคุมฟัซซีแบ่งได้เป็น 2 กลุ่มใหญ่ ๆ คือ กฎแบบ Mamdani ซึ่งในทั้งส่วนเงื่อนไขและส่วนผลกำหนดด้วยเซตฟัซซี อีกกลุ่มเป็นกฎแบบ Sugeno ซึ่งในส่วนเงื่อนไขของกฎกำหนดด้วยเซตฟัซซีเหมือนปกติ แต่ในส่วนผลนั้น กำหนดเป็นฟังก์ชันของตัวแปรสัญญาณเข้า

2.1 **กฎแบบ Mamdani** กฎฟัซซีแบบนี้เป็นแบบที่ประยุกต์ใช้ในการควบคุมด้วยตัวควบคุมฟัซซีตั้งแต่ในครั้งแรก ๆ (Mamdani, 1974) มีรูปแบบโดยทั่วไปดังนี้

$$r_k \ : \ \text{IF} \ x_1 \ is \ A_{1,k} \ \text{and} \cdots \text{and} \ x_{N_x} \ is \ A_{N_x,k} \ \text{then} \ y_1 \ is \ B_{1,k}, \cdots, y_{N_y} \ is \ B_{N_y,k}$$

ตัวอย่างของกฎการควบคุมเช่น "ถ้า ค่าความคลาดเคลื่อนเป็นขนาดใหญ่ และ การเปลี่ยนแปลงค่าความคลาดเคลื่อนมีขนาดเล็ก แล้ว สัญญาณควบคุมเป็นขนาดใหญ่" ซึ่งมีลักษณะคล้ายรูปแบบการทำงานของตัวควบคุมของพีดี กล่าวคือสัญญาณควบคุมจะขึ้นอยู่กับค่าความคลาดเคลื่อนและการเปลี่ยนแปลงของมัน โดยทั่วไปแล้วกฎฟัซซีรูปแบบนี้อาจใช้ตัวแปรอื่นก็ได้ตามความเหมาะสมที่จะใช้งาน

โดยทั่วไปแล้วจะใช้ตัวดำเนินการ min เป็นทั้งตัวเชื่อมการร่วมกันและการแจงเหตุสู่ผล ใช้ตัวดำเนินการ max สำหรับการรวมกลุ่มกฎต่าง ๆ ในฐานกฎ และอนุมานด้วยผลประกอบ max-min

2.2 **กฎแบบ Sugeno** กฎฟัซซีอีกประเภทหนึ่งคือกฎแบบ Sugeno ซึ่งเสนอโดย Takagi กับ Sugeno ในปี ค.ศ. 1983 รูปแบบโดยทั่วไปของกฎเป็นดังนี้

$$\text{IF} \ x_1 \ is \ A_{1,k} \ \text{and} \cdots \text{and} \ x_{N_x} \ is \ A_{N_x,k} \ \text{then} \ y_1 = f_{1,k}(x_1, \cdots, x_{N_x}), \cdots, y_{N_y} = f_{N_y,k}(x_1, \cdots, x_{N_x})$$

ซึ่งส่วนแสดงผลของกฎฟัซซีเหล่านี้ด้วยฟังก์ชัน $f_{j,k}$ ของสัญญาณเข้าของตัวควบคุม x_i เช่น $f_{j,k}$ เป็นฟังก์ชันโพลิโนเมียลของสัญญาณเข้า x_i ในที่นี้จะพิจารณาเฉพาะส่วนผลเป็นเพียงระบบที่มีสัญญาณออกเพียงตัวเดียว โดยไม่เสียความเป็นทั่วไป ส่วนใหญ่นิยมให้ฟังก์ชันในส่วนผลเป็นสมการเชิงเส้นของสัญญาณเข้าดังสมการที่ (2.5) หรือที่เรียกว่ากฎฟัซซีแบบ Sugeno อันดับหนึ่ง

$$\text{IF} \ x_1 \ is \ A_{1,k} \ \text{and} \cdots \text{and} \ x_{N_x} \ is \ A_{N_x,k} \ \text{then} \ y_1 = b_{0,k} + \sum_{i=1}^{N_x} b_{i,k} x_i \tag{2.5}$$

โดยมี $b_{i,k}$ และ $b_{0,k}$ เป็นพารามิเตอร์ค่าคงที่ ตัวอย่างเช่น

$$\textbf{if} \ e \ is \ small \ \textbf{and} \ \Delta e \ is \ big \ \textbf{then} \ u = 3e + 7\Delta e$$

โดยที่ u เป็นสัญญาณควบคุมและ e กับ Δe เป็นค่าความคลาดเคลื่อนกับการเปลี่ยนแปลงของมัน

3. เครื่องอนุมาน

เครื่องอนุมานเป็นกลไกสำคัญของตัวควบคุมฟัซซี ซึ่งโดยทั่วไปอาศัยการทำงานด้วยกฎการอนุมานผลประกอบ ที่จะนำสัญญาณเข้าซึ่งเป็นเซตฟัซซีเข้ามาทำการอนุมาน การตีความหมายของกฎสามารถแสดงเป็นการแจงเหตุสู่ผลฟัซซี (Fuzzy implication) คือ $F_1^l \times \cdots \times F_n^l \rightarrow G^l$ in $U \times V$ กำหนดให้ A' ใน U เป็นสัญญาณเข้าของตัวควบคุมฟัซซี คำนวณสัญญาณออก B' ใน V โดยใช้ sup-star composition ($\bigstar$) ดังสมการที่ 2.6

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{\underline{x} \in U}[\mu_{F_1^l \times \cdots \times F_n^l \rightarrow G^l}(x,y) \bigstar \mu_{A'}(\underline{x})] \tag{2.6}$$

การตีความหมายของการแจงเหตุสู่ผลฟัซซีสามารถตีความได้หลายอย่างเช่น

- Mini-operation rule of fuzzy implication :

$$\mu_{A\rightarrow B}(\underline{x},y) = \min\left\{\mu_A(\underline{x}), \mu_B(y)\right\} \tag{2.7}$$

- Product operation rule of fuzzy implication :

$$\mu_{A\rightarrow B}(\underline{x},y) = \mu_A(\underline{x})\mu_B(y) \tag{2.8}$$

- Arithmetic rule of fuzzy implication :

$$\mu_{A\rightarrow B}(\underline{x},y) = \min\left\{1, 1-\mu_A(\underline{x}) + \mu_B(y)\right\} \tag{2.9}$$

- Max-min rule of fuzzy implication :

$$\mu_{A\rightarrow B}(\underline{x},y) = \max\left\{\min\left[\mu_A(\underline{x}), \mu_B(y)\right], 1-\mu_A(\underline{x})\right\} \tag{2.10}$$

- Boolean rule of fuzzy implication :

$$\mu_{A\rightarrow B}(\underline{x},y) = \max\left\{1-\mu_A(\underline{x}), \mu_B(y)\right\} \tag{2.11}$$

- Goguen's rule of fuzzy implication :

$$\mu_{A\rightarrow B}(\underline{x},y) = \begin{cases} 1 & \mu_A(\underline{x}) \le \mu_B(y) \\ \dfrac{\mu_B(y)}{\mu_A(\underline{x})} & \mu_A(\underline{x}) \ge \mu_B(y) \end{cases} \tag{2.12}$$

ในภายหลังได้มีการศึกษาวิธีการอนุมานอีกมากมาย ซึ่งวิธีที่นิยมในภายหลังและมีความหมายครอบคลุมถึงวิธีการอนุมานแบบเดิมเป็นการใช้การดำเนินการ t norm และ t co-norm ซึ่งจะไม่ขอกล่าว ณ. ที่นี้ ส่วนวิธีการอนุมานที่จะใช้ในวิทยานิพนธ์เป็นการดำเนินการคูณดังสมการ (2.8)

4. ดีฟัซซิฟิเคชัน

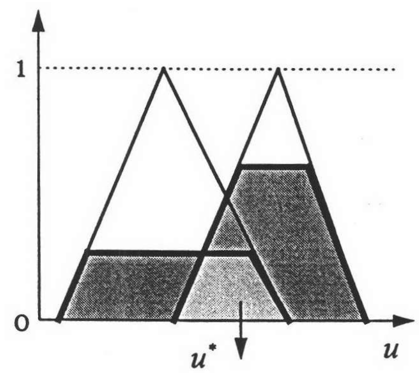
ดีฟัซซิฟิเคชันเป็นการแปลงค่าเชิงภาษาที่ได้จากเครื่องอนุมานมาสรุปเป็นค่าสัญญาณควบคุมค่าหนึ่ง ซึ่งในปัจจุบันได้มีการเสนอวิธีการต่าง ๆ มากมาย ณ. ที่นี้ จะขอกล่าวเพียงการดีฟัซซิฟายด้วยวิธีจุดศูนย์ถ่วง ซึ่งเป็นวิธีการที่ใช้ในวิทยานิพนธ์

วิธีจุดศูนย์ถ่วง (Central of Gravity : COG) เป็นวิธีการเฉลี่ยผลที่ได้จากเครื่องอนุมานวิธีหนึ่งที่นิยมใช้ในปัจจุบัน ค่าที่ได้จะคำนวณจากสมการที่ 2.13 ในกรณีของค่าต่อเนื่อง และสมการที่ 2.14 ในกรณีของค่าไม่ต่อเนื่อง ($U = \left\{u_1, \cdots, u_{N_q}\right\}$)

$$u = \frac{\int_U u \cdot \mu_{B'}(u)du}{\int_U \mu_{B'}(u)du} \tag{2.13}$$

$$u = \frac{\sum_{q=1}^{N_q} u_i \mu_{B'}(u)}{\sum_{q=1}^{N_q} \mu_{B'}(u)} \tag{2.14}$$

สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.6 โดยทฤษฎีแล้วพื้นที่ส่วนที่เกยกันของเซตฟัซซีข้างเคียงจะนำมาคิดเพียงครั้งเดียว เนื่องจากจะมองว่าผลของเซตฟัซซีที่ได้จากการอนุมานแต่ละกฎจะถูกรวมเข้ามาเป็นเซตฟัซซีผลลัพธ์เซตเดียว ซึ่งทำให้การคำนวณค่าจุดศูนย์ยุ่งยากพอสมควร ในทางปฏิบัติแล้วอาจจะคิดน้ำหนักส่วนที่เกยกันซ้ำอีกครั้งหนึ่งได้ เพื่อลดความซ้ำซ้อนในการคำนวณ ซึ่งทำให้ได้ผลการทำงานโดยรวมแตกต่างกันไปบ้าง ถึงแม้ว่าวิธีนี้ค่อนข้างยุ่งยากแต่ให้ผลในลักษณะที่ค่อนข้างต่อเนื่องในกรณีของเซตนูนฟัซซี (convex)



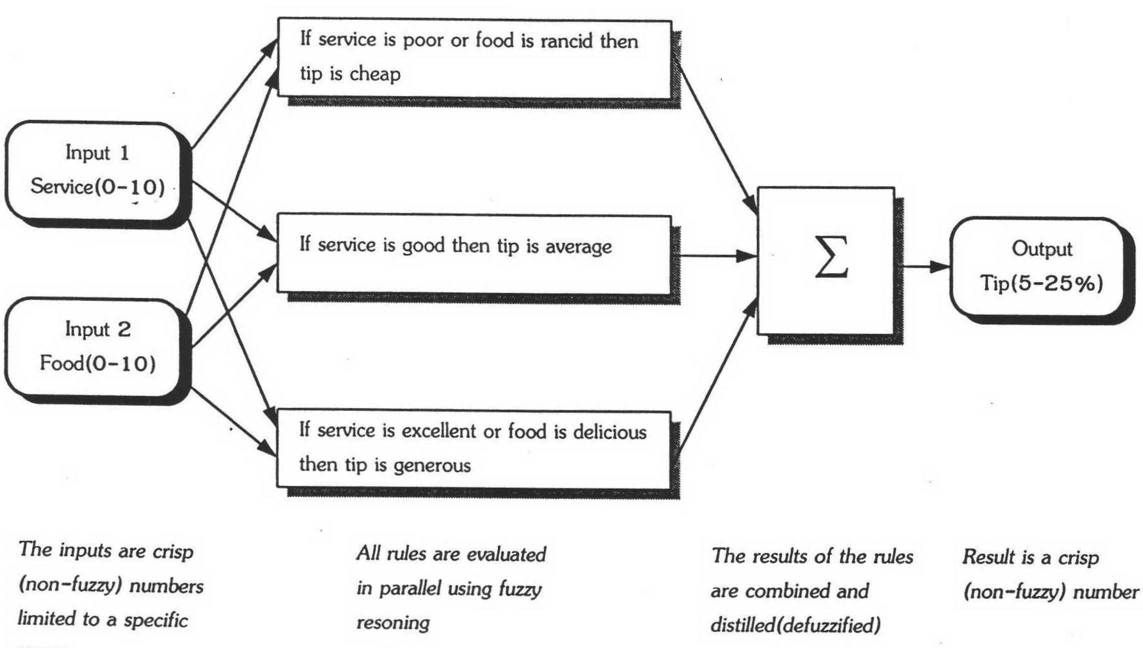
รูปที่ 2.6 ดีฟัซซิฟิเคชันด้วยวิธีจุดศูนย์ถ่วง

ระบบตรรกศาสตร์ฟัซซี

ระบบตรรกศาสตร์ฟัซซีที่ใช้ในงานควบคุมสามารถสรุปการทำงานได้เป็น การทำให้อินพุตเข้าสู่ระบบเป็นเซตฟัซซี แล้วทำการตรวจสอบระดับความสอดคล้องของอินพุตกับเซตฟัซซีที่กำหนดในส่วนเงื่อนไขของกฎเป็นระดับการกระตุ้นแต่ละข้อ ซึ่งอาจรวมทั้งสองขั้นนี้เป็นขั้นเดียว แล้วทำการอนุมานกฎแต่ละข้อด้วยตรรกศาสตร์ฟัซซี นำผลลัพธ์ที่ได้จากแต่ละกฎมารวบรวม แล้วจึงทำดีฟัซซิฟิเคชัน ซึ่งอาจรวมเอาขั้นตอนการรวบรวมผลจากกฎแต่ละข้อกับดีฟัซซิฟิเคชันเป็นขั้นตอนเดียวกัน แม้ว่าการทำงานโดยทั่วไปของระบบฟัซซีต่าง ๆ มีลักษณะทำนองเดียวกัน แต่การเลือกพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่นำมาประกอบกันเป็นการทำงานของระบบฟัซซี ทำให้ได้ระบบฟัซซีซึ่งมีสมบัติแตกต่างกันออกไป

1. ระบบฟัซซีที่ใช้กฎแบบ Mamdani

เพื่อความเข้าใจการทำงานของระบบฟัซซีที่ใช้กฎแบบ Mamdani จะสมมติตัวอย่างการให้เงินพิเศษแก่พนักงานบริการ ซึ่งกำหนดให้เป็นระบบฟัซซีที่มีสัญญาณเข้า 2 สัญญาณและมีสัญญาณออกเพียงสัญญาณเดียว มีกฎ 3 ข้อ เขียนแผนผังการทำงานของกระบวนการได้ดังรูปที่ 2.7



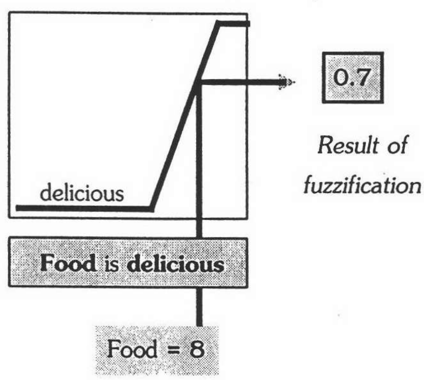
รูปที่ 2.7 ตัวอย่างโครงสร้างของระบบฟัซซีที่ใช้กฎแบบ Mamdani

ในที่นี้จะทำการแบ่งระบบตรรกศาสตร์ฟัซซีออกเป็น 5 ขั้นตอนคือ ฟัซซิฟิเคชันสัญญาณเข้า การดำเนินการทางเซตของเซตฟัซซี การตีความหมายกฎ การรวมส่วนผลของแต่ละกฎเข้าด้วยกัน และดีฟัซซิฟิเคชัน ตามลำดับ

1.1 ขั้นตอนการฟัซซิฟายสัญญาณเข้า

ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนแรกเป็นการแปลงค่าสัญญาณเข้าให้อยู่ในรูปเซตฟัซซี โดยรับสัญญาณเข้าที่เป็นค่าที่อยู่ในเซตที่มีขอบเขตชัดเจน แล้วทำการหาค่าความเป็นสมาชิกของแต่ละเซตฟัซซี โดยใช้ฟังก์ชันภาวะสมาชิกในการแปลงค่าที่อยู่ในเซตที่มีขอบเขตชัดเจนไปยังเซตฟัซซี สัญญาณเข้าจะเป็นค่าที่มีขอบเขต ซึ่งในที่นี้กำหนดให้อยู่ในช่วง 0 ถึง 10 และสัญญาณออกของขั้นตอนนี้เป็นค่าความเป็นสมาชิก มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 จะสังเกตได้ว่าในขั้นตอนนี้เป็นเพียงการใช้ตารางในการแปลงค่า(Look-up Table) หรือเป็นการแทนค่าฟังก์ชันเท่านั้นเอง

จากตัวอย่างข้างต้นจะเห็นได้ว่าส่วนเงื่อนไขในกฎแต่ละกฎมีลักษณะเป็นตัวแปรภาษาฟัซซี เช่น “Service is poor” “Service is good” หรือ “Food is delicious” ก่อนที่จะทำการตีความหมายกฎจึงต้องมีการแปลงสัญญาณให้อยู่ในรูปเซตฟัซซี ตัวอย่างเช่นในกรณีที่ตัวแปรอาหารมีค่าเท่ากับ 8 (ค่าของตัวแปรมีอยู่ในช่วง 0 ถึง 10) จะสามารถบอกได้อย่างไรว่าอาหารนั้นมีความอร่อยมากน้อยอย่างไร จากรูปที่ 2.8 แสดงการฟัซซิฟิฟาย ซึ่งได้ค่าค่าเป็นสมาชิกเท่ากับ 0.7



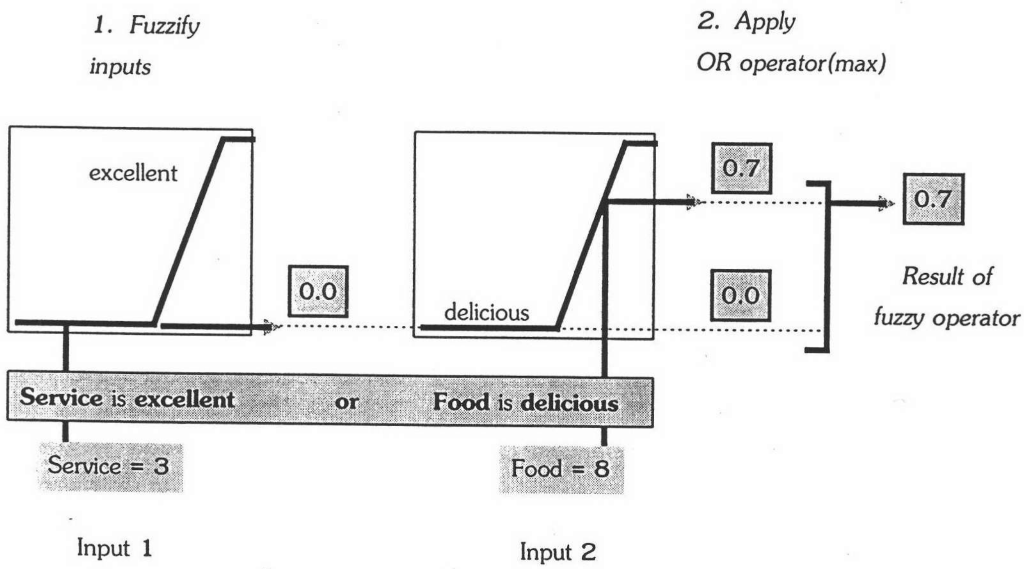
รูปที่ 2.8 ฟัซซิฟิเคชัน

จากการฟัซซิฟิฟาย ถ้าจะกล่าวในเชิงภาษาแล้วก็หมายความว่า “อาหารอร่อยด้วยค่าความอร่อยเท่ากับ 0.7” ทำฟัซซิฟิเคชันเช่นเดียวกันระหว่างสัญญาณเข้าแต่ละสัญญาณกับทุกฟังก์ชันภาวะสมาชิกที่กำหนดไว้ในส่วนเงื่อนไขของกฎ

1.2 ขั้นตอนการดำเนินการทางเซตของเซตฟัซซี

ในขั้นตอนแรกเราทำการฟัซซิเคชันทำให้ทราบค่าความเป็นสมาชิกของแต่ละประพจน์ฟัซซีในส่วนเงื่อนไข ถ้าส่วนเงื่อนไขของกฎที่กำหนดมีประพจน์ฟัซซีมากกว่าหนึ่งประพจน์จะต้องมีการดำเนินการทางเซตของแต่ละประพจน์ สัญญาณเข้าของขั้นตอนนี้เป็นค่าความเป็นสมาชิกที่ได้จากการขั้นตอนฟัซซฟิเคชันของแต่ละประพจน์ ส่วนสัญญาณออกเป็นค่าคงที่ค่าหนึ่ง

จากที่กล่าวในหัวข้อการดำเนินการทางทฤษฎีเซตนั้นวิธีการที่จะใช้กับตัวดำเนินการ "และ" เป็นวิธีการ min ส่วนตัวดำเนินการ "หรือ" ใช้วิธีการ max จากตัวอย่างส่วนเงื่อนไขของกฎที่ 3 มีประพจน์ฟัซซีสองประพจน์ ซึ่งต้องมีการดำเนินการทางเซตของสองประพจน์ ซึ่งใช้ตัวดำเนินการเป็น "หรือ" กำหนดให้ประพจน์แรก (service is excellent) ค่าความเป็นสมาชิกเท่ากับ 0.0 ส่วนประพจน์ที่สอง (food is delicious) มีค่าความเป็นสมาชิกเท่ากับ 0.7 จากตัวดำเนินการ "หรือ" คือการเลือกค่าสูงสุดระหว่างค่าความเป็นสมาชิกของทั้งสองประพจน์ ดังนั้นผลที่ได้จากการดำเนินการทางเซตของสองประพจน์นี้คือ 0.7 ดังรูปที่ 2.9



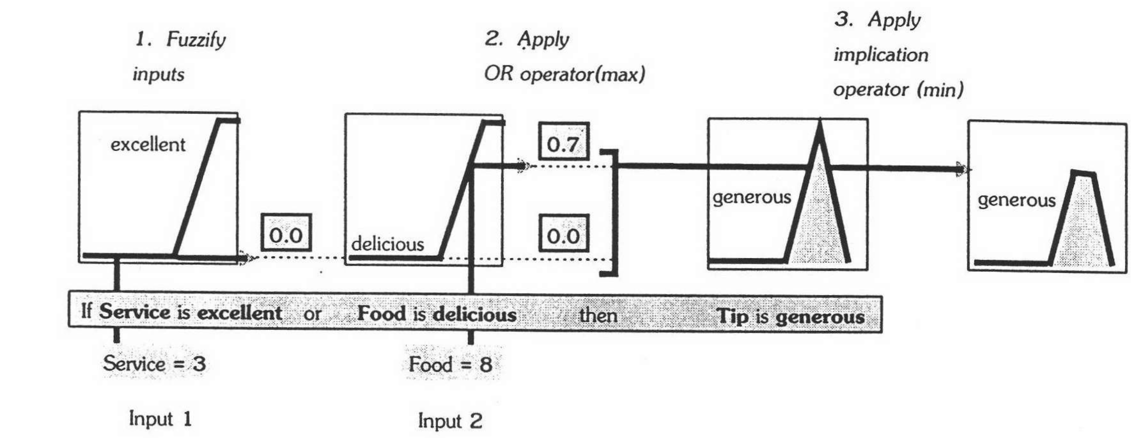
รูปที่ 2.9 การดำเนินการทางเซตของระบบฟัซซี

1.3 ขั้นตอนการตีความหมายกฎ

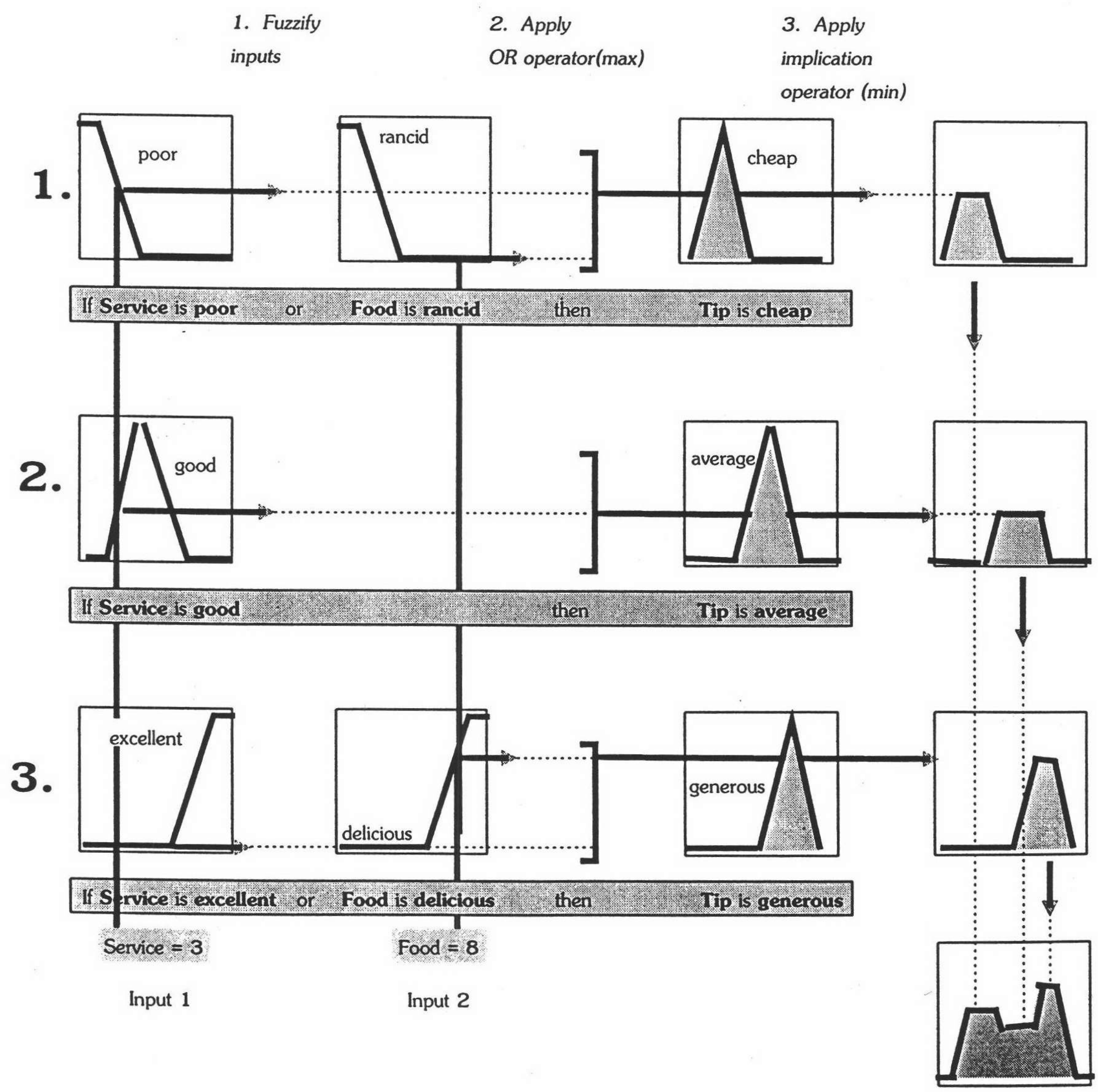
ก่อนการตีความหมายกฎต้องคำนึงถึงค่าน้ำหนัก(weight) ของแต่ละกฎด้วย ซึ่งแต่ละกฎจะมีค่าน้ำหนักอยู่ในช่วง 0 ถึง 1 ในตัวอย่างนี้กำหนดให้ค่าน้ำหนักของแต่ละกฎมีค่าเท่ากับหนึ่งนั่นคือค่าน้ำหนักของกฎไม่มีผลต่อการตีความหมายของแต่ละกฎ สัญญาณเข้าในส่วนของการตีความหมายกฎเป็นค่าคงที่ที่ได้จากส่วนเงื่อนไขของกฎในขั้นตอนที่ 2 ส่วนสัญญาณออกเป็นเซตฟัซซี วิธีการในการตีความหมายปกติที่ใช้กันมีสองวิธีคือ การใช้ตัวดำเนินการ min เป็นวิธีที่จะใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ และการใช้ตัวดำเนินการคูณ ซึ่งก็คือการเปลี่ยนขนาด(scale)ของเซตฟัซซี รูปที่ 2.10 แสดงการตีความหมายกฎแบบที่ใช้ตัวดำเนินการ min

1.4 ขั้นตอนการรวมส่วนผลของกฎ

จากผลของการตีความหมายกฎจะได้เซตฟัซซีของแต่ละกฎ นำมารวมกันให้เป็นเซตฟัซซีเพียงเซตเดียว เพื่อใช้ในการดีฟัซซิฟายซึ่งเป็นขั้นตอนต่อไป ซึ่งตัวดำเนินการที่ใช้คือ max ดังรูปที่ 2.11 แสดงการรวมฟัซซเซตที่ได้จากส่วนผลของกฎทั้งสามข้อให้เป็นเซตฟัซซีเพียงเซตเดียว



รูปที่ 2.10 การตีความหมายกฎ



รูปที่ 2.11 การรวมกฎเข้าด้วยกัน

1.5 ดีฟัซซิฟิเคชัน

จากขั้นตอนที่ 4 หลังจากรวมเซตฟัซซีที่ได้จากแต่ละกฎแล้วจะได้เซตฟัซซีเพียงเซตเดียว เซตฟัซซีที่ได้นี้จะนำมาใช้ในการดีฟัซซิเคชัน ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้จะใช้วิธีจุดศูนย์ถ่วง คือหาจุดศูนย์ถ่วงของเซตฟัซซีที่ได้

2. ระบบฟัซซีที่ใช้กฎแบบ Sugeno

ดังที่ได้กล่าวแล้วว่ากฎแบบ Sugeno นั้นในส่วนผลของกฎจะเป็นฟังก์ชันของตัวแปรสัญญาณเข้า ดังนั้นการคำนวณหาสัญญาณออกจึงแตกต่างไปจากระบบฟัซซีของ Mamdani เพื่อให้ง่ายต่อการเข้าใจพิจารณากฎ

$$\mathrm{r}_1 : \textbf{if}\ \ x\ is\ A_1\ \ \textbf{and}\ \ y\ is\ B_1\ \ \textbf{then}\ \ z = f_1(x,y)$$
$$\mathrm{r}_2 : \textbf{if}\ \ x\ is\ A_2\ \ \textbf{and}\ \ y\ is\ B_2\ \ \textbf{then}\ \ z = f_2(x,y)$$

เมื่อสัญญาณเข้ามีค่าเป็น (x_0, y_0) และระดับการกระตุ้นของกฎสัญญาณเข้าดังกล่าวเป็น (α_1, α_2) ค่าผลที่ได้จากกฎที่ 1 และ 2 จะได้เป็น $\alpha_1 f_1(x_0, y_0)$ และ $\alpha_2 f_2(x_0, y_0)$ ตามลำดับ เมื่อทำการรวมผลลัพธ์ที่ได้จากกฎทั้งคู่ดังสมการที่ (2.15)

$$z_0 = \frac{\alpha_1 f_1(x_0, y_0) + \alpha_2 f_2(x_0, y_0)}{\alpha_1 + \alpha_2} \tag{2.15}$$

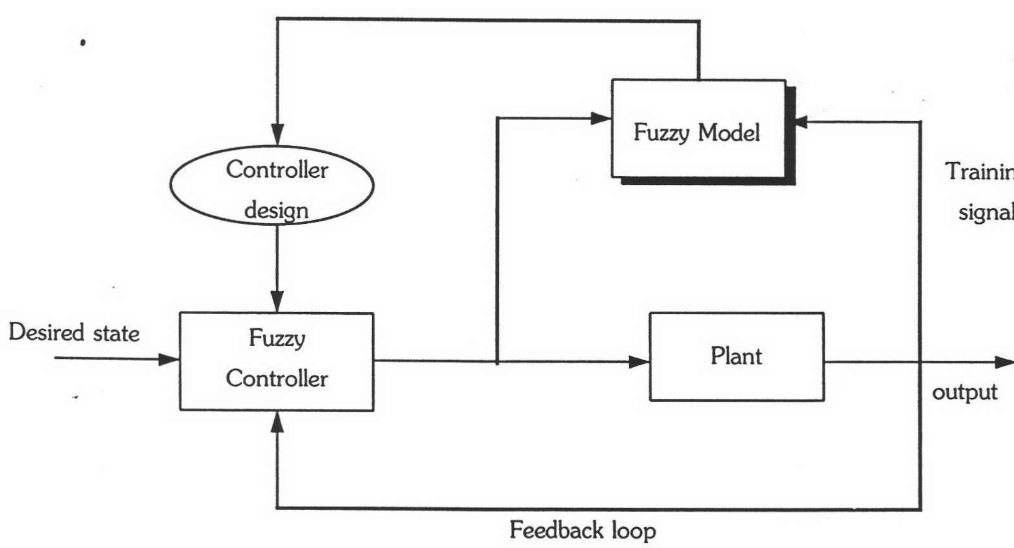
ตัวควบคุมตรรกศาสตร์ฟัซซีชนิดที่มีการปรับตัว (Adaptive Fuzzy Logic Controller)

จากตัวควบคุมฟัซซีดังกล่าวข้างต้น จะเห็นได้ว่าผู้ออกแบบจะต้องกำหนดฟังก์ชันภาวะสมาชิกและกฎที่ใช้ในการควบคุม ซึ่งในทางปฏิบัติแล้วมักจะได้จากเจ้าหน้าที่ปฏิบัติการ ซึ่งอาจเกิดความผิดพลาดขึ้นได้เนื่องจากการให้ข้อมูลไม่เพียงพอหรือการให้ข้อมูลที่คลุมเครือทำให้เกิดการตีความหมายผิด ในระยะหลังจึงได้มีการพัฒนาตัวควบคุมตรรกศาสตร์ฟัซซีที่สามารถปรับตัวเองได้ขึ้น ดังกล่าวในบทที่ 1 การปรับตัวควบคุมตรรกศาสตร์ฟัซซีแบ่งออกเป็นสองแบบใหญ่ด้วยกัน คือการปรับแบบทางตรง(Direct) และทางอ้อม(Indirect) การสร้างตัวควบคุมที่เหมาะสมจากการเรียนรู้แบบจำลอง เป็นวิธีการสร้างตัวควบคุมชนิดที่มีการปรับตัวแบบทางอ้อม [Astrom and Wittenmark, 1989] ส่วนการปรับตัวควบคุมแบบทางตรงมิได้เป็นการปรับการสร้างแบบจำลอง แต่เป็นการเรียนรู้เพื่อปรับตัวควบคุมให้มีผลของสัญญาณควบคุมที่สามารถควบคุมระบบได้ดีขึ้น ข้อดีของการปรับตัวควบคุมแบบทางอ้อมคือ การออกแบบตัวควบคุมกับวิธีการเรียนรู้เพื่อปรับตัวควบคุมจะออกแบบแยกกันโดยอิสระ ทำให้การออกแบบตัวควบคุมสามารถใช้วิธีแบบดั้งเดิมได้ ซึ่งวิธีการออกแบบเหล่านี้สามารถพิสูจน์เสถียรภาพของระบบได้ ส่วนการ

ปรับตัวควบคุมแบบทางตรงจะต้องรู้สัญญาณควบคุมที่ทำให้ระบบมีคุณสมบัติตามที่ต้องการ ซึ่งในทางปฏิบัติแล้วจะไม่ทราบสัญญาณควบคุมนี้ จึงต้องทำการคำนวณย้อนกลับจากค่าความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออกของระบบกับสัญญาณออกของระบบที่ต้องการจริง เพื่อหาค่าสัญญาณควบคุมที่สามารถควบคุมระบบได้ดี เนื่องจากต้องทำการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาสัญญาณควบคุมที่ต้องการดังกล่าวข้างต้น จึงต้องทราบคุณสมบัติของระบบหรือกล่าวได้ว่าต้องทำการสร้างแบบจำลองของระบบขึ้นมาก่อน

1. การปรับตัวควบคุมฟัซซีแบบทางอ้อม

การปรับตัวควบคุมฟัซซีแบบทางอ้อม(Indirect Adaptive Fuzzy Control) เป็นการนำระบบฟัซซีมาใช้ในการสร้างแบบจำลองระบบที่ไม่ทราบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ หรือทราบเพียงบางส่วน เพื่อทำนายสถานะปัจจุบันของระบบจากสถานะในอดีต ดังรูปที่ 2.12



รูปที่ 2.12 โครงสร้างของ Indirect Adaptive Fuzzy Controller

จากรูปที่ 2.12 จุดมุ่งหมายในส่วนของการออกแบบตัวควบคุม(Controller design) ก็คือการสร้างตัวควบคุมที่สามารถคำนวณสัญญาณควบคุมที่ต้องการ เพื่อให้ระบบสามารถให้ผลตอบที่ต้องการ แบบจำลองของระบบที่สร้างโดยใช้ตรรกศาสตร์ฟัซซีสามารถเขียนเป็นรูปแบบคร่าว ๆ ได้ดังนี้

$$\text{(past states} \times \text{control signals)} \rightarrow \text{current state}$$

โดยที่ตัวควบคุมมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$\text{(past states} \times \text{desire current states)} \rightarrow \text{control signal}$$

จะเห็นได้ว่าโครงสร้างตัวควบคุมจะสร้างความสัมพันธ์เป็นส่วนกลับของแบบจำลอง(Invert plant mapping) เพื่อให้ฟังก์ชันการถ่ายโอน(Transfer function) รวมทั้งระบบแล้วมีค่าเป็นหนึ่ง ซึ่งก็คือสัญญาณออกของระบบจะมีค่าเท่ากับสัญญาณของผลตอบที่ต้องการ การสร้างส่วนกลับแบบจำลองโดยใช้ตรรกศาสตร์ฟัซซีสามารถทำได้หลายรูปแบบเช่น การสร้างกฎฟัซซีโดยตรง หรืออาจจะสมมติได้ว่าแบบจำลองฟัซซีเป็นฟังก์ชันที่ไม่ทราบค่า (Unknown) ซึ่งอาจเขียนอยู่ในรูปของคู่สัญญาณเข้าและออก

วิธีการสร้างส่วนกลับแบบจำลองแบ่งออกเป็นสองวิธีดังกล่าวข้างต้น วิธีแรกเป็นการสร้างกฎฟัซซี ซึ่งสัญญาณเข้าประกอบไปด้วยสถานะที่ต้องการ(Desire states) และสถานะในอดีต(Past states) ในขณะที่วิธีที่สองใช้การคำนวณล่วงหนึ่งขั้น (One step-ahead predictor) แล้วจึงคำนวณสัญญาณควบคุมที่จะทำให้ระบบให้ผลตอบในสถานะที่ต้องการ

การสร้างส่วนกลับแบบจำลองโดยใช้กฎฟัซซี สามารถทำได้โดยใช้ค่าสัญญาณออกที่ต้องการเป็นสัญญาณเข้า และทำดีฟัซซิฟิเคชันของฟังก์ชันภาวะสมาชิกซึ่งกำหนดให้เป็นสัญญาณควบคุม และนอกจากนี้อาจมีการกำหนดน้ำหนักของแต่ละกฎอีกด้วย ซึ่งจะทำให้ระหว่างการปรับตัวควบคุมในเวลาทำงาน (On-line Adaptive)สามารถลดผลของกฎที่ไม่มีความสำคัญลง ซึ่งจะทำให้ลดการคำนวณที่ซับซ้อนลง

การใช้แบบจำลองฟัซซีเป็นตัวคำนวณสถานะล่วงหน้าสามารถทำได้โดยคำนวณจากพื้นผิวสัญญาณออก (Out put surface) ซึ่งเขียนอยู่ในรูปฟังก์ชันของผลตอบระบบและสัญญาณควบคุม จากความสัมพันธ์เหล่านี้สามารถหาสถานะล่วงได้ แล้วจึงใช้สถานะล่วงหน้านี้สร้างสัญญาณควบคุมที่เหมาะสม

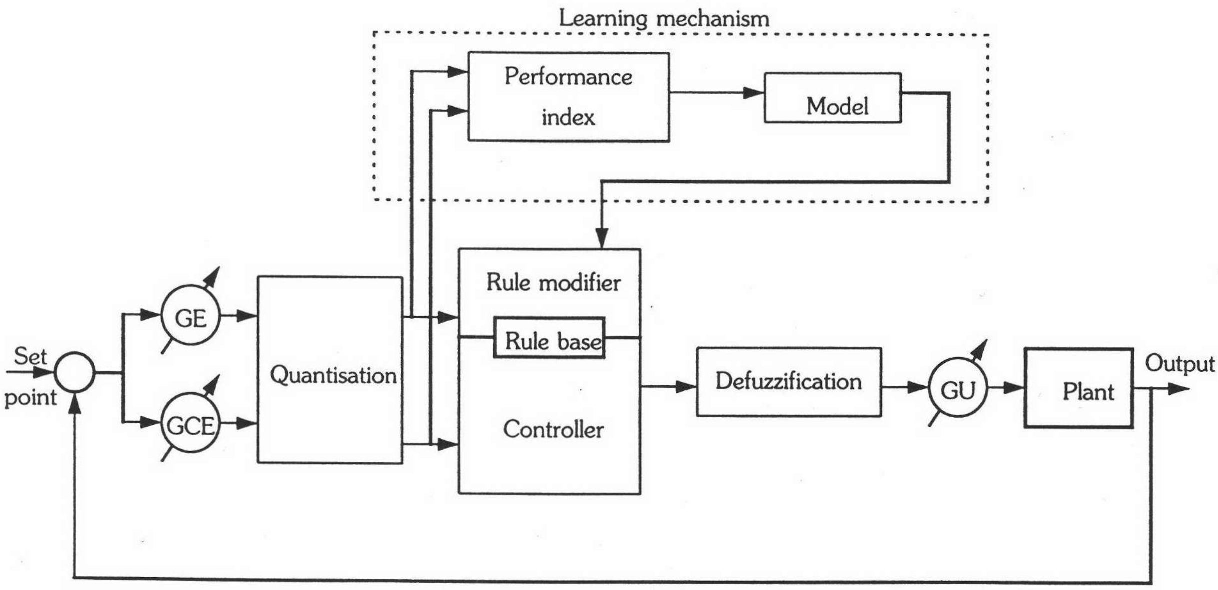
2. การปรับตัวควบคุมแบบทางตรง

การปรับตัวควบคุมแบบทางตรง(Direct Adaptive Fuzzy Controller) เป็นการสังเคราะห์ตัวควบคุมฟัซซีที่สามารถปรับตัวเองได้เพื่อให้การควบคุมระบบดีขึ้น โดยเปรียบเทียบจากดรรชนีสมรรถนะ (Performance Index) ดังรูปที่ 2.13

ในที่นี้เราจะกล่าวถึงแต่เพียงการปรับตัวควบคุมแบบทางตรงเพียงอย่างเดียว ซึ่งต่อไปนี้เมื่อกล่าวถึงการปรับตัวควบคุมจะหมายถึงการปรับตัวควบคุมแบบทางตรง วิธีการที่ใช้ในการปรับตัวควบคุมมีหลายวิธี ดังที่กล่าวไว้ในบทที่ 1

โครงสร้างของตัวควบคุมชนิดที่มีการปรับตัวนี้ประกอบด้วย ตัวควบคุมตรรกศาสตร์ฟัซซีที่สามารถปรับกฎและฟังก์ชันภาวะสมาชิกได้และเพิ่มส่วนของวิธีการเรียนรู้เพื่อปรับตัวควบคุม ซึ่งมีดรรชนีสมรรถนะที่ได้จากการเปรียบเทียบสัญญาณออกของระบบกับสัญญาณออกที่ต้องการและแบบจำลองที่สร้างขึ้นเพื่อแปลงค่าที่ได้จากสมการคุณสมบัติให้เป็นข้อมูลเพื่อการปรับตัวควบคุม

จากรูปที่ 2.13 จะเห็นได้ว่ามีพารามิเตอร์ 3 ชุดที่สามารถปรับได้คือ สเกลการย่อขยาย (Scaling factors) กฎ และ ฟังก์ชันภาวะสมาชิก โดยทั่วไปแล้วจะมีการปรับกฎในขณะที่ตัวควบคุมทำการควบคุมระบบไปด้วย (On-line) เท่านั้น ส่วนพารามิเตอร์ตัวอื่นจะทำในขณะที่ตัวควบคุมไม่ได้ทำการควบคุมระบบ (Off-line)



รูปที่ 2.13 โครงสร้างของ Direct Adaptive Fuzzy Controller

สเกลการย่อขยาย(Scaling factors) ใช้ในการแปลงค่าสัญญาณเข้าจริงของระบบไปยัง ขอบเขตสัญญาณเข้าที่กำหนดไว้ในฟังก์ชันภาวะสมาชิก(Normalized input space) และแปลงค่าสัญญาณที่ออกจากตัวควบคุมตรรกศาสตร์ฟัซซี (ค่า GE , GCE และ GU ในรูปที่ 2.13) ในกรณีที่ตัวควบคุมไม่มีการเปลี่ยนแปลงกฎ การเปลี่ยนแปลง Scaling Factors จะเหมือนกับการเปลี่ยนค่าอัตราขยายของระบบทั้งหมด การเปลี่ยนฟังก์ชันภาวะสมาชิกเป็นส่วนที่นิยมปรับที่ส่วนนี้กันมากเนื่องจากมีผลต่อตัวควบคุมมาก ซึ่งอาจมีการเปลี่ยนแปลงทั้งขนาด รูปร่าง และตำแหน่งของฟังก์ชันภาวะสมาชิกแต่ละตัว

วิธีการเรียนรู้เพื่อปรับปรุงตัวควบคุมตรรกศาสตร์ฟัซซี

การเรียนรู้เพื่อปรับปรุงตัวควบคุมฟัซซีมีหลายวิธีดังกล่าวข้างต้น ในที่นี้จะขอกล่าวเพียงสองวิธีคือ การใช้ข่ายงานระบบประสาทในการเรียนรู้ และการใช้แปลงตัวควบคุมให้เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของฟังก์ชันมูลฐานฟัซซี(Fuzzy basis function) แล้วทำการหาค่าพารามิเตอร์แบบเหมาะสมที่สุด (Orthogonal Least Square) วิธีการเรียนรู้เพื่อปรับตัวควบคุมโดยใช้ข่ายงานระบบประสาทเป็นการปรับทั้งกฎและฟังก์ชันภาวะสมาชิก ส่วนการเรียนรู้โดยวิธีกำลังสองน้อยสุดเชิงตั้งฉากเป็นการปรับกฎเพียงอย่างเดียว

1. การเรียนรู้เพื่อปรับปรุงตัวควบคุมตรรกศาสตร์ฟัซซีโดยใช้ข่ายงานระบบประสาท

การใช้ข่ายงานระบบประสาทเพื่อปรับปรุงตัวควบคุมตรรกศาสตร์ฟัซซีนั้น จะต้องทำการแปลงระบบที่อยู่ในรูปตรรกศาสตร์ฟัซซีให้เป็นข่ายงานระบบประสาทก่อนจึงจะสามารถดำเนินการตามทฤษฎีของข่ายงานระบบประสาทเพื่อปรับตัวควบคุมได้ ข่ายงานระบบประสาทที่ใช้แทนระบบฟัซซีที่นิยมใช้กันคือ "ANFIS" ซึ่งย่อมาจาก "Adaptive Network based Fuzzy Inference System" เป็นข่ายงานระบบประสาทที่มีจำนวนชั้น(Layer) เท่ากับ 5 ชั้น และประกอบไปด้วยปม (node) ทั้งที่ไม่สามารถปรับพารามิเตอร์ของปม (Circle node) และแบบที่สามารถปรับพารามิเตอร์ของปมได้ (Square node)

ก่อนที่จะกล่าวถึงการใช้ข่ายงานระบบประสาทในการแทนระบบฟัซซี จะขอกล่าวถึงวิธีการเรียนรู้โดยใช้ข่ายงานระบบประสาทอย่างคร่าว ๆ ก่อน กำหนดให้ข่ายงานระบบประสาทมี 3 ชั้น ประกอบไปด้วยชั้นสัญญาณเข้า ชั้นสัญญาณออก และชั้นซ่อน(Hidden Layer) ซึ่งสามารถแบ่งออกเป็นขั้นตอนย่อยได้ 4 ขั้นตอนดังนี้

1. *กำหนดค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์* ซึ่งในแต่ละปมจะมีน้ำหนัก(weight) และค่าถ่วง(bias)
2. *ขั้นตอนการส่งผ่าน* เป็นขั้นตอนการส่งผ่านสัญญาณเข้าไปยังชั้นต่าง ๆ

- รับสัญญาณเข้า $X = x_i,\ i = 1,\cdots,n$ โดยที่ n คือจำนวนสัญญาณเข้า
- ส่งผ่านสัญญาณไปยังชั้นซ่อน ดังสมการที่ (2.16) $Z = z_j,\ j = 1,\cdots,p$ โดยที่ p คือจำนวนปมในชั้นซ่อน

$$z_{in_j} = v_{oj} + \sum_{i=1}^{n} x_i v_{ij} \tag{2.16}$$

โดยที่ z_{in_j} เป็นสัญญาณเข้าของชั้นซ่อนปมที่ j v_{oj} และ v_{ij} เป็นค่าถ่วงและน้ำหนักตามลำดับและส่งสัญญาณออกจากชั้นดังสมการ (2.17)

$$z_j = f(z_{in_j}) \tag{2.17}$$

- ส่งผ่านไปยังชั้นสัญญาณออก ดังสมการ (2.18) $Y = y_k,\ k = 1,\cdots,m$ โดยที่ m คือจำนวนปมในชั้นสัญญาณออก

$$y_{in_k} = w_{ok} + \sum_{j=1}^{p} z_j w_{jk} \tag{2.18}$$

โดยที่ y_{in_k} เป็นสัญญาณเข้าของชั้นสัญญาณออกปมที่ k w_{0k} และ w_{jk} เป็นค่าถ่วงและน้ำหนักตามลำดับและส่งสัญญาณออกจากชั้นดังสมการ (2.19)

$$y_k = f(y_{in_k}) \tag{2.19}$$

3. *ขั้นตอนการแผ่ขยายความคลาดเคลื่อนย้อนหลัง (Back-propagation of error)*

 — คำนวณค่า δ ของแต่ละปมของสัญญาณออก ดังสมการ (2.20)

$$\delta_k = (t_k - y_k) f'(y_{in_k}) \tag{2.20}$$

โดยที่ t_k เป็นสัญญาณตัวอย่างที่ต้องการให้นิวรอลเน็ตเวอร์เรียนรู้ (desire trajectory) หลังจากนั้นคำนวณค่าอัตราการเปลี่ยนแปลงน้ำหนักและค่าถ่วง ดังสมการ (2.21) และ (2.22)

$$\Delta w_{jk} = \alpha \delta_k z_j \tag{2.21}$$

$$\Delta w_{0k} = \alpha \delta_k \tag{2.22}$$

โดยที่ α เป็นอัตราการเรียนรู้

 — คำนวณค่า δ และอัตราการเปลี่ยนแปลงน้ำหนักและค่าถ่วงของชั้นซ่อนดังสมการ (2.23) (2.24) (2.25) และ (2.26)

$$\delta_{in_j} = \sum_{k=1}^{m} \delta_k w_{jk} \tag{2.23}$$

$$\delta_j = \delta_{in_j} f'(z_{in_j}) \tag{2.24}$$

$$\Delta v_{ij} = \alpha \delta_j x_i \tag{2.25}$$

$$\Delta v_{oj} = \alpha \delta_j \tag{2.26}$$

4. *ขั้นตอนการเปลี่ยนค่าน้ำหนักและค่าถ่วง* เปลี่ยนค่าน้ำหนักและค่าถ่วงของแต่ละปมในส่วนของชั้นสัญญาณออกและชั้นซ่อน ดังสมการ (2.27) และ (2.28)

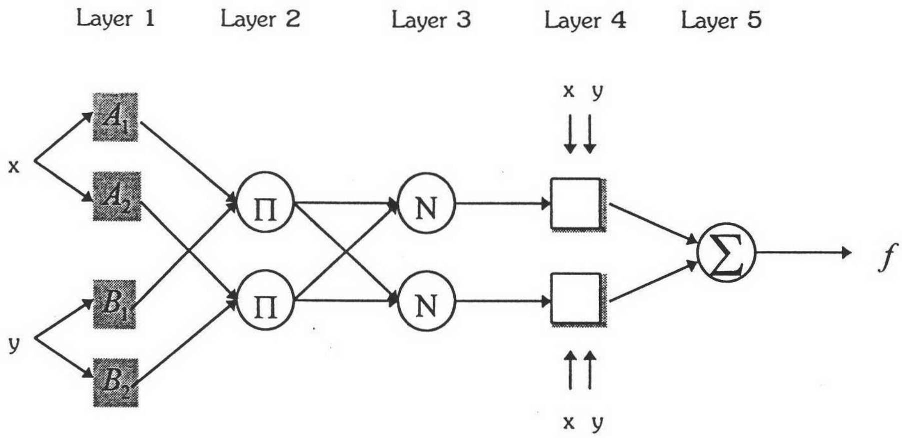
$$w_{jk}(new) = w_{jk}(old) + \Delta w_{jk} \tag{2.27}$$

$$v_{ij}(new) = v_{ij}(old) + \Delta v_{ij} \tag{2.28}$$

ทำขั้นตอนที่ 1 ถึง 4 ในแต่ละช่วงเวลาการสุ่มตัวอย่างไปเรื่อย ๆ จนค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างตัวอย่างของสัญญาณที่ต้องการกับสัญญาณออกของข่ายงานระบบประสาทมีค่าน้อยกว่าที่ค่ากำหนด

เพื่อให้ง่ายต่อความเข้าใจในการแปลงระบบตรรกศาสตร์ฟัซซีให้อยู่ในรูปของข่ายงานระบบประสาท จะใช้ระบบตรรกศาสตร์ฟัซซีที่มีสัญญาณเข้าสองสัญญาณและสัญญาณออกเพียงสัญญาณ

เดียวเป็นตัวอย่าง ซึ่งประกอบด้วยกฎ 2 กฎ และเป็นกฎแบบ Sugeno ระบบตรรกศาสตร์ฟัซซีที่กำหนด สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของข่ายงานระบบประสาทได้ดังรูปที่ 2.14 จากรูปจะเห็นได้ว่าข่ายงานระบบประสาทนี้มีจำนวนชั้นเท่ากับ 5 ชั้น แต่จำนวนปมในแต่ละชั้นขึ้นอยู่กับจำนวนกฎของระบบฟัซซี



รูปที่ 2.14 โครงสร้างของ ANFIS ที่สมมูลกับระบบฟัซซีตัวอย่าง

ชั้นที่ 1 : ปมในชั้นนี้เป็นปมที่สามารถปรับพารามิเตอร์ของปมได้ โดยมีฟังก์ชันปมดังสมการ (2.29)

$$o_i^1 = \mu_{A_i}(x) \tag{2.29}$$

โดยที่ x เป็นสัญญาณเข้าที่ปม i และ A_i เป็นค่าของตัวแปรภาษา ซึ่งกำหนดให้มีการแจกแจงแบบเกาส์เซียน ดังสมการ (2.30)

$$\mu_{A_i}(x) = \exp\left\{-\left[\left(\frac{x-c_i}{a_i}\right)^2\right]^{b_i}\right\} \tag{2.30}$$

โดยที่ a_i, b_i และ c_i เป็นค่าพารามิเตอร์ที่ปรับได้ของปม

ชั้นที่ 2 : ปมในชั้นนี้เป็นปมที่ไม่สามารถปรับพารามิเตอร์ได้ ซึ่งทำหน้าที่ในการคูณสัญญาณที่เข้าสู่ปมทุกสัญญาณแล้วส่งสัญญาณออก

ชั้นที่ 3 : ปมในชั้นนี้เป็นปมที่ไม่สามารถปรับพารามิเตอร์ได้ ซึ่งทำหน้าในการคำนวณน้ำหนักของแต่ละกฎ (firing strenght : $\overline{w_i}$) ดังสมการ (2.31)

$$\overline{w_i} = \frac{w_i}{w_1+\cdots+w_n} \tag{2.31}$$

โดยที่ n คือจำนวนกฎทั้งหมด

ชั้นที่ 4 : ปมในชั้นนี้เป็นปมที่สามารถปรับพารามิเตอร์ได้ โดยมีฟังก์ชันปมดังสมการ (2.32)

$$o_i^4 = w_n(p_i x + q_i y + r_i) \tag{2.32}$$

โดยที่ p_i , q_i และ r_i เป็นค่าพารามิเตอร์ที่ปรับได้ของปม

ชั้นที่ 5 : ปมในชั้นนี้เป็นปมที่ไม่สามารถปรับพารามิเตอร์ได้ ทำหน้าที่รวมสัญญาณออกจากชั้นที่ 4 ซึ่งวิธีการที่ใช้มีสองวิธีคือการรวม (Sum) และ การเฉลี่ย (Average) วิทยานิพนธ์นี้จะใช้การเฉลี่ย

จากการสร้างโครงสร้างที่สามารถปรับตัวได้ ซึ่งสมมูลกับระบบฟัซซีโดยอาศัยโครงสร้างของ ANFIS สามารถปรับพารามิเตอร์โดยการใช้วิธี Gradient descent ในวิทยานิพนธ์นี้จะใช้ Gradient descent ในการปรับพารามิเตอร์แบบไม่เป็นเชิงเส้น(a_i , b_i และ c_i) คือพารามิเตอร์ของฟังก์ชันภาวะสมาชิก และใช้การปรับพารามิเตอร์แบบ Least square ในการปรับพารามิเตอร์แบบเชิงเส้น(p_i , q_i และ r_i) คือพารามิเตอร์ในส่วนผลของกฎ

วิธีการนำตัวควบคุมฟัซซีชนิดที่มีการปรับตัวมาใช้ในการควบคุมกระบวนการสามารถทำได้สองวิธีคือ แบบที่มีการปรับตัวควบคุมทุกช่วงเวลาการสุ่มตัวอย่าง (Stage Adaptive Network) และแบบที่ทำการปรับตัวควบคุมโดยใช้ค่าความคลาดเคลื่อนรวมตั้งแต่เวลาเริ่มต้นถึงสถานะปัจจุบัน (Trajectory Adaptive Network) ซึ่งจะนำมาใช้ในวิทยานิพนธ์นี้

กำหนดให้สถานะของกระบวนการที่เวลา $t = k * h$ ตัวควบคุมตรรกศาสตร์ฟัซซีจะต้องสร้างสัญญาณเข้าสู่กระบวนการ หลังจากนั้นกระบวนการจะให้ค่าตัวแปรสถานะที่เวลาถัดไป $(k+1)*h$ ทำเช่นนี้โดยเริ่มตั้งแต่เวลา $t = 0$ จะสามารถสร้างทางเดินของตัวแปรสถานะ(State trajectory) ได้ ซึ่งกำหนดโดยค่าเงื่อนไขเริ่มต้นและทางเดินของตัวแปรสถานะ จากข้อมูลที่ได้นี้จะใช้เป็นข้อมูลในการเรียนรู้ของข่ายงานระบบประสาท ซึ่งจะเขียนอยู่ในรูปดังนี้

$$(\textit{initial state};\ \textit{desired trajectory})$$

และสามารถหาความคลาดเคลื่อนที่ต้องทำการลดให้มีค่าต่ำสุด ดังสมการ (2.33) โดยที่ $\vec{x}_d(h*k)$ คือทางเดินของตัวแปรสถานะที่ต้องการที่เวลา $t = h*k$

$$E = \sum_{k=1}^{m} \left\| \vec{x}(h*k) - \vec{x}_d(h*k) \right\|^2 \tag{2.33}$$

จากสมการความคลาดเคลื่อนสามารถปรับปรุงสมการ โดยเพิ่มส่วนของสัญญาณควบคุมที่ออกจากตัวควบคุมเข้าไป แล้วนำมาใช้เป็นดรรชนีสมรรถนะ (Performance Index) ของระบบได้ ดัง

สมการที่ (2.34) โดยที่ $\bar{u}(h*k)$ เป็นสัญญาณควบคุมที่ออกจากตัวควบคุมที่เวลา $h*k$ โดยเลือกค่า λ เพื่อให้เกิดผลกับค่าความคลาดเคลื่อนของทางเดินตัวแปรสถานะและขนาดของสัญญาณควบคุมในสัดส่วนที่เหมาะสม

$$E = \sum_{k=1}^{m} \left\| \bar{x}(h*k) - \bar{x}_d(h*k) \right\|^2 + \lambda * \sum_{k=0}^{m-1} \left\| \bar{u}(h*k) \right\|^2 \tag{2.34}$$

จากวิธีการดังกล่าวข้างต้น สามารถสรุปข้อได้เปรียบทางด้านการออกแบบตัวควบคุมระหว่างตัวควบคุมฟัซซีชนิดที่มีการปรับตัวกับตัวควบคุมข่ายงานระบบประสาทได้ 2 ข้อใหญ่ ๆ คือ

1. ข้อมูลในการเรียนรู้ที่ใช้เริ่มต้นของตัวควบคุมฟัซซีได้จากกฎ ซึ่งอยู่ในรูปแบบการทำงานของเจ้าหน้าที่ปฏิบัติการ ทำให้ง่ายในการเลือกค่าเริ่มต้น ส่วนในกรณีของตัวควบคุมข่ายงานระบบประสาทใช้ค่าเริ่มต้นที่เป็นค่าตัวเลข ซึ่งค่าตัวเลขเหล่านี้ไม่สามารถเลือกให้มีความสัมพันธ์กับกระบวนการที่ต้องการควบคุมได้
2. ตัวควบคุมฟัซซีชนิดที่มีการปรับตัวไม่จำเป็นต้องการทำการสร้างแบบจำลองของระบบเพื่อใช้ในการควบคุม ในกรณีที่เราทราบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ชัดเจน คือสามารถเขียนอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ได้

2. การเรียนรู้เพื่อปรับปรุงตัวควบคุมฟัซซีโดยใช้กำลังสองน้อยสุดเชิงตั้งฉาก

เนื่องจากการใช้ข่ายงานระบบประสาทเพื่อปรับตัวควบคุม โดยเรียนรู้จากคู่สัญญาณเข้าและออก จะต้องใช้การเลือกค่าที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งสมการคุณสมบัติที่ใช้เป็นสมการไม่เชิงเส้น (Non-linear Parameter Optimization) เนื่องจากความไม่เป็นเชิงเส้นนี้ทำให้การหาค่าที่เหมาะสมเกิดการลู่เข้าช้าหรือใช้เวลาในการเรียนรู้นาน และอาจลู่เข้าหาจุดต่ำสุดเฉพาะที่ (Local minimum) แทนที่จะเข้าสู่จุดต่ำสุดในวงกว้าง (Global minimum)

จากเหตุผลดังกล่าว จึงกำหนดให้ค่าพารามิเตอร์บางตัวมีค่าคงที่ และเขียนระบบฟัซซีในอยู่ในรูปการกระจายของฟังก์ชันมูลฐานบางตัว ซึ่งเรียกว่า Fuzzy Basis Function ในการกระจายระบบฟัซซีให้เป็นผลบวกเชิงเส้นของฟังก์ชันมูลฐานฟัซซี พารามิเตอร์ที่ต้องทำการปรับจะอยู่ในรูปเชิงเส้น จึงสามารถใช้วิธีการเรียนรู้แบบ Gram-Schmidt Orthogonal Least Square ได้ ซึ่งจะได้ค่าที่จุดต่ำสุดในวงกว้าง และใช้เวลาในการเรียนรู้น้อยกว่าการใช้ข่ายงานระบบประสาท

การสร้างฟังก์ชันฟัซซีมูลฐาน สามารถสร้างได้สองวิธีคือ สร้างจากคู่สัญญาณเข้าและออกและจากกฎฟัซซี ซึ่งอาจใช้ข้อมูลจากทั้งสองส่วนคือจากข้อมูลตัวเลขและข้อมูลที่เป็นภาษา ในการสร้างตัวควบคุมฟัซซีตัวเดียวได้

พิจารณาระบบฟัซซีที่มีการดีฟัซซิฟายแบบจุดศูนย์ถ่วงสมการ (2.35) การตีความหมายแบบการคูณสมการ (2.36) ฟัซซิฟิเคชันแบบซิงเกลเลตัน และมีฟังก์ชันภาวะสมาชิกที่มีการแจกแจงแบบเกาส์เซียน (2.37) สามารถเขียนสมการแทนระบบฟัซซีได้ดังสมการ (2.38)

$$y = \frac{\sum_{l=1}^{M} \bar{y}^{l} (\mu_{B^l}(\bar{y}^{l}))}{\sum_{l=1}^{M} (\mu_{B^l}(\bar{y}^{l}))} \tag{2.35}$$

$$\mu_{B_1^l \times \cdots \times B_n^l}(\underline{x}) = \mu_{B_1^l}(x_1) \cdots \mu_{B_n^l}(x_n) \tag{2.36}$$

$$\mu_{B_i^l}(x_i) = a_i^l \exp\left[-\left(\frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l}\right)^2\right] \tag{2.37}$$

$$f(\underline{x}) = \frac{\sum_{l=1}^{M} \bar{y}^{l} \left[\prod_{i=1}^{n} a_i^l \exp\left(-\left(\frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l}\right)^2\right)\right]}{\sum_{l=1}^{M} \left[\prod_{i=1}^{n} a_i^l \exp\left(-\left(\frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l}\right)^2\right)\right]} \tag{2.38}$$

โดยที่ M คือจำนวนกฎ

n คือจำนวนประพจน์ที่ในส่วนเงื่อนไข

$\bar{x}_i^l$ คือจุดที่มีค่าความเป็นสมาชิกมากที่สุดของฟังก์ชันภาวะสมาชิกในประพจน์ที่ i กฎที่ j

σ_i^l คือ variance ของฟังก์ชันภาวะสมาชิกในประพจน์ที่ i กฎที่ j

จากระบบฟัซซีสมการ (2.38) กำหนดฟังก์ชันมูลฐานฟัซซี (Fuzzy Basis Function) ดังสมการ (2.39) และสามารถเขียนสมการระบบฟัซซีให้อยู่ในรูปของการกระจายของฟังก์ชันมูลฐานฟัซซีดังสมการ (2.40)

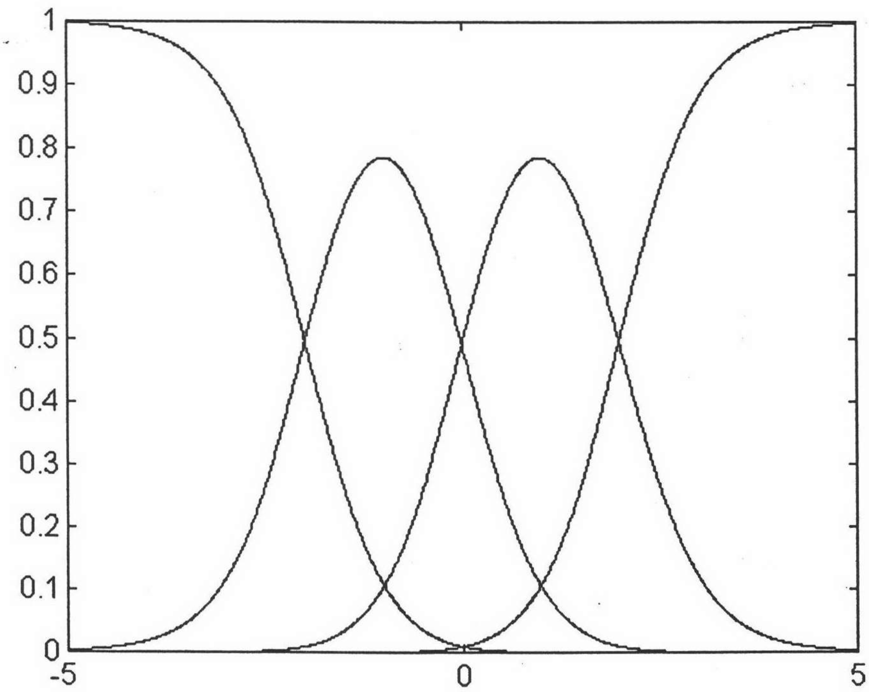
$$p_j(\underline{x}) = \frac{\prod_{i=1}^{n} \mu_{F_i^j}(x_i)}{\sum_{j=1}^{M} \prod_{i=1}^{n} \mu_{F_i^j}(x_i)}, \quad j = 1,\ 2,\ \ldots,\ M \tag{2.39}$$

$$f(\underline{x}) = \sum_{j=1}^{M} p_j(\underline{x}) \theta_j \tag{2.40}$$

โดยที่ $\theta_j = \bar{y}^j \in R$ เป็นค่าคงที่ที่สามารถปรับได้

วิธีการสร้างฟังก์ชันมูลฐานฟัซซีในสมการ (2.39) สร้างขึ้นจากกฎฟัซซี ขั้นแรกคำนวณผลคูณของฟังก์ชันภาวะสมาชิกของค่าของตัวแปรภาษาในส่วนของเงื่อนไข (การตีความหมายแบบการคูณ) เรียกผลคูณนี้ว่า ฟังก์ชันมูลฐานฟัซซีแฝง (Pseudo Fuzzy Basis Function) คำนวณฟังก์ชันมูลฐานฟัซซีแฝงของกฎ M กฎ การคำนวณหาฟังก์ชันมูลฐานฟัซซีของกฎที่ j หาได้จากฟังก์ชันมูลฐานฟัซซีแฝงของกฎที่ j หารด้วยผลบวกของฟังก์ชันมูลฐานฟัซซีแฝงของทุกกฎ ซึ่งจะได้จำนวนฟังก์ชันมูลฐานฟัซซีเท่ากับจำนวนกฎเริ่มต้นที่มีอยู่

พิจารณากฎฟัซซีที่มีประพจน์ฟัซซีในส่วนเงื่อนไขเพียงประพจน์เดียว (n = 1) มีจำนวนกฎ 4 กฎ และมีฟังก์ชันภาวะสมาชิก $\mu_{F^j}(x) = \exp\left[-\frac{1}{2}(x-\bar{x}^j)^2\right]$ โดยที่ $\bar{x}^j$ = -3, -1, 1, 3 สำหรับ j = 1, 2, 3, 4 ตามลำดับ ดังนั้น $p_j(x) = \exp\left[-\frac{1}{2}(x-\bar{x}^j)^2\right] / \sum_{i=1}^{4} \exp\left[-\frac{1}{2}(x-\bar{x}^i)^2\right]$ นำฟังก์ชันมูลฐานฟัซซีมาเขียนกราฟได้ดังรูป 2.15 จากรูปจะสังเกตได้ว่าฟังก์ชันมูลฐานฟัซซีมีรูปร่างคล้ายกับฟังก์ชันแบบเกาส์เซียน(Gaussian Function) และฟังก์ชันแบบซิกมอยด์ (Sigmoidal Functions) จากการศึกษาเกี่ยวกับข่ายงานระบบประสาทที่ผ่านมาพบว่า ฟังก์ชันมูลฐานแบบเกาส์เซียนจะให้คุณสมบัติที่ดีเฉพาะที่ (Local properties) ในขณะที่ข่ายงานระบบประสาทที่ใช้ฟังก์ชันแบบซิกมอยด์ชนิดไม่เป็นเชิงเส้นจะให้คุณสมบัติที่ดีในวงกว้าง (Global properties) [Lippmann, 33] แต่จากฟังก์ชันมูลฐานฟัซซีที่ได้มีฟังก์ชันทั้งแบบที่เป็นเกาส์เซียนและซิกมอยด์รวมกัน ซึ่งนั่นก็หมายความว่าระบบที่ได้รวมเอาข้อดีของทั้งสองฟังก์ชันเข้าไว้ด้วยกัน



รูปที่ 2.15 ตัวอย่างฟังก์ชันมูลฐานฟัซซี

สมการ (2.39) เป็นการกำหนดฟังก์ชันมูลฐานฟัซซีเพียงชนิดหนึ่งเท่านั้น ถ้ามีการกำหนดคุณสมบติของระบบฟัซซีใหม่เช่นวิธีฟัซซิฟิเคชัน ดีฟัซซิฟิเคชัน การตีความหมายกฎ และลักษณะของฟังก์ชันภาวะสมาชิก จะทำให้ฟังก์ชันมูลฐานฟัซซีที่ได้เปลี่ยนไป ซึ่งจะทำให้คุณสมบัติของตัวควบคุมเปลี่ยนไปด้วย

จากสมการ (2.40) พิจารณาพารามิเตอร์ a_i^j , $\bar{x}_i^j$ และ σ_i^j ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ที่ต้องใช้การหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดแบบไม่เชิงเส้น ถ้ากำหนดให้ค่าพารามิเตอร์เหล่านี้มีค่าคงที่ ระบบฟัซซีที่เขียนแทนด้วยผลบวกของฟังก์ชันมูลฐานฟัซซีจะเหลือพารามิเตอร์ที่ต้องทำการปรับเพียงตัวเดียว คือ θ_j ซึ่งทำให้การหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดแบบเชิงเส้น

การหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดแบบเชิงเส้น จะใช้วิธีกำลังสองน้อยสุดเชิงตั้งฉาก ซึ่งสามารถเขียนสมการ (2.40) ให้อยู่ในรูปของการถดถอยแบบเชิงเส้น (Linear Regression Model) ดังสมการ (2.41)

$$d(t) = \sum_{j=1}^{M} p_j(t)\theta_j + e(t) \tag{2.41}$$

โดยที่ $d(t)$ เป็นสัญญาณออกของตัวควบคุม θ_j เป็นพารามิเตอร์ที่ปรับได้ $p_j(t)$ เป็นตัวถดถอย (Regressor) ซึ่งเป็นฟังก์ชันคงที่เมื่อมีสัญญาณเข้า($\underline{x}(t)$) ค่าหนึ่ง ซึ่งเขียนได้ดังสมการ (2.42) และ $e(t)$ เป็นสัญญาณค่าความคลาดเคลื่อนที่ไม่มีสหสัมพันธ์(Uncorrelated) กับตัวถดถอย

$$p_j(t) = p_j(\underline{x}(t)) \tag{2.42}$$

สมมติให้ข้อมูลในการเรียนรู้ของระบบเป็นคู่สัญญาณเข้าและออกจำนวน N คู่ $\left(\underline{x}^0(t), d^0(t)\right)$, $t = 1, 2, \ldots, N$ จุดมุ่งหมายในการออกแบบระบบฟัซซีที่เขียนแทนด้วยผลบวกของฟังก์ชันมูลฐานฟัซซีก็คือการปรับพารามิเตอร์เพื่อให้ค่าความคลาดเคลื่อนระหว่าง $f\left(\underline{x}^0(t)\right)$ กับ $d^0(t)$ มีค่าน้อยที่สุด

เพื่อความสะดวกในการคำนวณในรูปแบบของกำลังสองน้อยสุดเชิงตั้งฉากเขียนสมการ (2.41) ให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ ดังสมการที่ (2.43)

$$\underline{d} = P\underline{\theta} + \underline{e} \tag{2.43}$$

โดยที่

$$\underline{d} = \begin{bmatrix} d(1) \\ \vdots \\ d(N) \end{bmatrix},\ P = \begin{bmatrix} p_1(1) & p_2(1) & \cdots & p_M(1) \\ p_1(2) & p_2(2) & \cdots & p_M(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_1(N) & p_2(N) & \cdots & p_M(N) \end{bmatrix},\ \underline{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_M \end{bmatrix} \text{ และ } \underline{e} = \begin{bmatrix} e(1) \\ \vdots \\ e(N) \end{bmatrix}$$

จากสมการ (2.43) จำนวนฟังก์ชันมูลฐานฟัซซีเริ่มต้นจะมีเท่ากับจำนวนคู่สัญญาณเข้าและออก(สร้างฟังก์ชันมูลฐานฟัซซีจากคู่สัญญาณเข้าและออก) ในกรณีที่เลือกจำนวนคู่สัญญาณเข้าและออกมีมากทำให้ต้องใช้เวลาในการคำนวณในแต่ละรอบมาก และเนื่องจากบางคู่สัญญาณเข้าและออกให้ผลลัพธ์ของตัวควบคุมเหมือนกันหรือไปในทางเดียวกัน ฉะนั้นในขั้นตอนแรกจึงจำเป็นต้องเลือกฟังก์ชันมูลฐานฟัซซีสำคัญ (Significant fuzzy basis function) จากฟังก์มูลฐานฟัซซีทั้งหมดเพื่อนำมาใช้ในการคำนวณเลือกฟังก์ชันมูลฐานฟัซซี $p_j(\underline{x})$ จำนวน N ตัว โดยกำหนดให้ $a_i^j = 1$, $\bar{x}_i^j = x_i^0(j)$, และ $\sigma_i^j = \frac{\left[\max\left(x_i^0(j), j = 1,2,\ldots,N\right) - \min\left(x_i^0(j), j = 1,2,\ldots,N\right)\right]}{M_s}$ โดยที่ $i = 1,2,\ldots,n$, $j = 1,2,\ldots,N$, และ M_s คือจำนวนฟังก์ชันมูลฐานฟัซซีสุดท้าย ซึ่งจากการทดสอบในทางปฏิบัติสามารถสรุปได้ว่า $M_s << N$ [Wang, Li-Xin : 1992]

เราเลือก $a_i^j = 1$ เนื่องจาก $\mu_{A_i^j}(x_i)$ เป็นฟังก์ชันภาวะสมาชิกซึ่งกำหนดให้มีค่าความเป็นสมาชิกเท่ากับ 1 ที่จุดศูนย์กลาง $\bar{x}_i^j$ และเลือกจุดศูนย์กลาง เลือกจุดศูนย์กลาง $\bar{x}_i^j$ ให้เป็นจุดของสัญญาณเข้าที่กำหนดโดยคู่สัญญาณเข้าและออก และเลือก σ_i^j ที่ทำให้ฟังก์ชันมูลฐานฟัซซีสุดท้ายทั้งหมดมีรูปร่างแบบเดียวกัน (Uniform) และครอบคลุมทั่วทั้งช่วงของสัญญาณเข้าที่กำหนดในคู่สัญญาณเข้าและออก

ต่อไปจะใช้วิธีกำลังสองน้อยสุดเชิงตั้งฉาก ซึ่งเหมือนกับที่เสนอใน Chen, Cowan, and Grant(1991) และ Chen, Billings, และ Luo(1989) ซึ่งใช้วิธีการแบบดั้งเดิมของ Gram-Schmidt เพื่อเลือกเฉพาะฟังก์ชันมูลฐานฟัซซีที่สำคัญจากฟังก์ชันมูลฐานฟัซซี N ฟังก์ชันซึ่งได้กำหนดไว้เป็นฟังก์ชันมูลฐานฟัซซีเริ่มต้น โดยแบ่งออกเป็นขั้นตอนย่อยดังนี้

1. สำหรับ $1 \le i \le N$ คำนวณ

$$\underline{w}_1^{(i)} = \underline{p}_i, \quad g_1^{(i)} = \frac{\left(\underline{w}_1^{(i)}\right)^T d^0}{\left(\left(\underline{w}_1^{(i)}\right)^T \underline{w}_1^{(i)}\right)} \tag{2.44}$$

$$[err]_1^{(i)} = \frac{\left(g_1^{(i)}\right)^2 \left(\underline{w}_1^{(i)}\right)^T \underline{w}_1^{(i)}}{\left(\underline{d}^{0T} \underline{d}^0\right)} \tag{2.45}$$

โดยที่ $\underline{p}_i = \left[p_i\left(\underline{x}^0(1)\right), \ldots, p_i\left(\underline{x}^0(N)\right)\right]^T$ และ $p_i(\underline{x}^0(t))$ เป็นฟังก์ชันมูลฐานฟัซซีเริ่มต้น หลังจากนั้นคำนวณหา

$$[err]_1^{(i_1)} = \max\left([err]_1^{(i)}, 1 \le i \le N\right) \tag{2.46}$$

และเลือก

$$\underline{w}_l = \underline{w}_l^{(i_l)} = \underline{p}_{i_l}, \quad g_l = g_l^{(i_l)} \tag{2.47}$$

ในขั้นตอนที่ k โดยที่ $2 \le k \le M_s$ สำหรับ $1 \le i \le N$, $i \ne i_1, \ldots i \ne i_{k-1}$ คำนวณ

$$\alpha_{jk}^{(i)} = \frac{\underline{w}_j^T \underline{p}_i}{\underline{w}_j^T \underline{w}_j}, \quad 1 \le j < k \tag{2.48}$$

$$\underline{w}_k^{(i)} = p_i - \sum_{j=1}^{k-1} \alpha_{jk}^{(i)} \underline{w}_j, \qquad g_k^{(i)} = \frac{(\underline{w}_k^{(i)})^T \underline{d}^0}{(\underline{w}_k^{(i)})^T \underline{w}_k^{(i)}} \tag{2.49}$$

$$[err]_k^{(i)} = \frac{\left(g_k^{(i)}\right)^2 \left(\underline{w}_k^{(i)}\right)^T \underline{w}_k^{(i)}}{\left(\underline{d}^{0T} \underline{d}^0\right)} \tag{2.50}$$

คำนวณหา

$$[err]_k^{(i_k)} = \max\left([err]_k^{(i)}, 1 \le i \le N, i \ne i_1, \ldots, i \ne i_{k-1}\right) \tag{2.51}$$

และกำหนดให้

$$\underline{w}_k = \underline{w}_k^{(i_k)}, \quad g_k = g_k^{(i_k)} \tag{2.52}$$

แก้สมการที่เขียนอยู่ในรูปเมทริกซ์ดังนี้

$$A^{(M_s)} \underline{\theta}^{(M_s)} = \underline{g}^{(M_s)} \tag{2.53}$$

โดยที่

$$A^{(M_s)} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha_{12}^{(i_2)} & \alpha_{13}^{(i_3)} & \ldots & \alpha_{1M_s}^{(i_{M_s})} \\ 0 & 1 & \alpha_{23}^{(i_3)} & \ldots & \alpha_{2M_s}^{(i_{M_s})} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & 1 & \alpha_{M_s-1,M_s}^{(i_{M_s})} \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \end{bmatrix}, \tag{2.54}$$

$$\underline{g}^{(M_s)} = \left[g_1, \ldots, g_{M_s}\right]^T, \qquad \underline{\theta}^{(M_s)} = \left[\theta_1^{(M_s)}, \ldots, \theta_{M_s}^{(M_s)}\right]^T \tag{2.55}$$

ซึ่งจะได้ฟังก์ชันมูลฐานฟัซซีสุดท้ายดังนี้

$$f(\underline{x}) = \sum_{j=1}^{M_s} p_{i_j}(\underline{x}) \theta_j^{(M_s)} \tag{2.56}$$

โดยที่ $p_{i_j}(\underline{x})$ เป็นเซตย่อยของฟังก์ชันมูลฐานฟัซซีเริ่มต้น ซึ่ง i_j กำหนดโดยขั้นตอนดังกล่าวข้างต้น

จากวิธีการออกแบบตัวควบคุมดังกล่าวข้างต้น จะเห็นได้ว่าการปรับตัวควบคุมใช้การหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดแบบที่เป็นเชิงเส้น ซึ่งทำให้การเรียนรู้ตัวควบคุมใช้เวลาสั้นลง ทั้งนี้ในการออกแบบตัวควบคุมยังมีพารามิเตอร์บางตัวที่กำหนดให้มีค่าคงที่ ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ของฟังก์ชันภาวะสมาชิก นั่นคือในการปรับตัวควบคุมวิธีนี้จะไม่ทำการปรับฟังก์ชันภาวะสมาชิก จากการศึกษาที่ผ่านมาพบว่าการปรับฟังก์ชันภาวะสมาชิกมีผลกับตัวควบคุมฟัซซีมาก [Lotfi, A. & Tsoi, A. C.] จึงทำให้ตัวควบคุมที่ได้อาจมีคุณสมบัติในการควบคุมด้อยกว่าการใช้ข่ายงานระบบประสาทในการเรียนรู้