

## บทที่ 3

### การออกแบบตัวควบคุมชดเชยชนิดล้าหน้าและตัวกรองกาลมาน

ตัวควบคุม (Controller) มีหลายชนิดต้องเลือกใช้ให้เหมาะสมกับวัตถุประสงค์ในการควบคุมระบบและการเลือกค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมก็สามารถทำได้หลายวิธี ซึ่งขึ้นกับปัจจัยหลายอย่าง ตัวควบคุมชดเชยชนิดล้าหน้าโดยใช้วิธีการหาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบเหมาะสมที่สุด (Parameter Optimization) เป็นวิธีการควบคุมชนิดหนึ่งที่มีประสิทธิภาพในการควบคุมที่ดี [Lewis, F. L., 1992] ในวิทยานิพนธ์นี้จึงเลือกใช้ตัวควบคุมชนิดนี้ควบคุมก้านที่ตั้งอยู่บนรถให้อยู่ในตำแหน่งที่ตั้งตรง

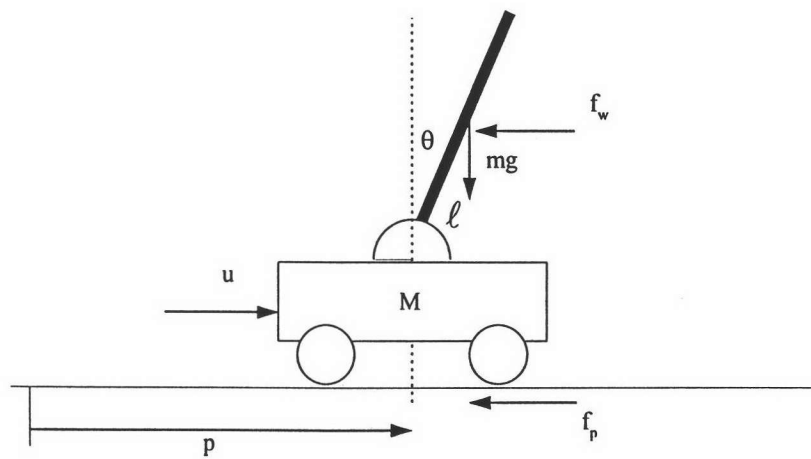
การออกแบบตัวควบคุมโดยทั่วไปจะต้องสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ขึ้นแทนระบบทางกายภาพแล้วจึงใช้แบบจำลองนั้นในการคำนวณหาพารามิเตอร์ของตัวควบคุม ซึ่งการคำนวณทั้งหมดเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้การออกแบบตัวควบคุมทำได้ง่ายจึงสมมติให้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นสมการเชิงเส้นและไม่มีผลของสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบและความคลาดเคลื่อนจากการวัด แต่เนื่องจากระบบทางกายภาพโดยทั่วไปแล้วจะมีคุณสมบัติเป็นระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear) ทำให้ตัวควบคุมที่ออกแบบไว้ทำงานได้ดีในช่วงแคบ ๆ รอบจุดทำงาน (Operating point) และเพื่อให้ตัวควบคุมยังสามารถทำงานได้ดีในกรณีที่มีสัญญาณรบกวนเนื่องจากการวัดและที่เกิดขึ้นกับระบบ จึงทำการออกแบบตัวกรองกาลมานขึ้นเพื่อใช้ป้อนกลับร่วมกับตัวควบคุม

ในบทนี้จะกล่าวถึง การออกแบบตัวควบคุมชดเชยชนิดล้าหน้าโดยใช้วิธีการหาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบเหมาะสมที่สุดและการออกแบบตัวกรองกาลมาน โดยใช้แบบจำลองระบบที่มีลักษณะไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งต่อไปนี้จะใช้คำว่าระบบแทนระบบที่มีลักษณะไม่เป็นเชิงเส้น นอกจากนี้ยังมีสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบและเนื่องจากการวัดที่เป็นทั้งแบบไวท์และคัลเลอร์ และทำการทดสอบตัวควบคุมและตัวประมาณตัวแปรสถานะที่ออกแบบได้กับระบบและมีสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบและเนื่องจากการวัดทั้งแบบไวท์และคัลเลอร์ หลังจากนั้นศึกษาผลตอบของตัวควบคุมและการผลของสัญญาณรบกวนเนื่องจากตัวกรองกาลมาน

#### การสร้างแบบจำลองระบบ

ในวิทยานิพนธ์นี้เลือกระบบทดสอบเป็นการควบคุมก้านที่ตั้งอยู่บนรถลักษณะดังรูปที่ 3.1 ก้านสามารถหมุนรอบจุดหมุน และมีมวล  $m$  ซึ่งสมมติให้น้ำหนักตกลงที่จุดศูนย์กลางถ่วงเป็นระยะทาง  $l$  จากจุด

หมุน มวลของรถเท่ากับ  $M$  และ  $g = 9.8 \text{ m/sec}^2$   $\theta$  และ  $p$  เป็นมุมของก้านและตำแหน่งของรถตามลำดับ สัญญาณควบคุมของระบบ ( $u$ ) เป็นแรงที่กระทำกับตัวรถ โดยใช้มอเตอร์ขับเคลื่อน แต่ในวิทยานิพนธ์นี้จะละ ส่วนของมอเตอร์ไว้และกำหนดให้สัญญาณที่ออกจากตัวควบคุมเป็นแรงที่กระทำกับตัวรถ และเนื่องจาก คุณสมบัติทางกายภาพของมอเตอร์ที่วามอเตอร์จะให้แรงบิดได้จำกัดที่ค่าใดค่าหนึ่งจึงกำหนดให้สัญญาณ ควบคุมที่ออกจากตัวควบคุมในวิทยานิพนธ์นี้มีค่าไม่เกิน  $\pm 15$  นิวตัน และนอกจากนี้ยังกำหนดให้ระบบ มีสัญญาณรบกวน 2 ชนิด ชนิดแรกคือแรงลมที่กระทำก้าน ( $f_w$ ) ซึ่งสมมติให้แรงลมกระทำกับก้านที่จุด ศูนย์กลางมวลของก้าน และลักษณะของพื้นที่ขรุขระ ซึ่งสมมติให้เป็นแรงที่กระทำกับล้อของรถ ( $f_p$ ) เพียง ทิศทางเดียวดังรูป 3.1



รูปที่ 3.1 เพนดูลัมผกผัน

กำหนดให้มุมของก้านวัดจากแนวตั้งมีค่าเท่ากับ  $\theta$  และกำหนดแกนใหม่  $(x_G, y_G)$  โดยให้

$$x_G = p + l \sin \theta$$

$$y_G = l \cos \theta$$

ใช้กฎข้อที่ 2 ของนิวตันในทิศทางการเคลื่อนที่  $p$

$$M \frac{d^2 p}{dt^2} + m \frac{d^2 x_G}{dt^2} = u - f_w - f_p$$

$$M \frac{d^2 p}{dt^2} + m \frac{d^2}{dt^2} (p + l \sin \theta) = u - f_w - f_p \quad (3.1)$$

และเนื่องจาก

$$\frac{d^2}{dt^2} \sin \theta = -(\sin \theta) \dot{\theta}^2 + (\cos \theta) \ddot{\theta}$$

สมการ (3.1) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$(M + m)\ddot{p} - ml(\sin \theta)\dot{\theta}^2 + ml(\cos \theta)\ddot{\theta} = u - f_w - f_p \quad (3.2)$$

ใช้กฎข้อที่ 2 ของนิวตันในการเคลื่อนที่แบบหมุนของก้าน

$$m \frac{d^2 x_G}{dt^2} l \cos \theta - m \frac{d^2 y_G}{dt^2} l \sin \theta = mgl \sin \theta - f_w l \cos \theta$$

$$\left[ m \frac{d^2}{dt^2} (p + l \sin \theta) \right] l \cos \theta - \left[ m \frac{d^2}{dt^2} (l \cos \theta) \right] l \sin \theta = mgl \sin \theta - f_w l \cos \theta$$

$$m[\ddot{p} - l(\sin \theta)\dot{\theta}^2 + l(\cos \theta)\ddot{\theta}]l \cos \theta - m[-l(\cos \theta)\dot{\theta}^2 - l(\sin \theta)\ddot{\theta}]l \sin \theta$$

$$= mgl \sin \theta - f_w l \cos \theta$$

เขียนให้อยู่ในรูปง่าย ๆ ได้ดังนี้

$$m\ddot{p} \cos \theta + ml\ddot{\theta} = mg \sin \theta - f_w \cos \theta \quad (3.3)$$

จากสมการ (3.2) และ (3.3) สามารถจัดสมการให้อยู่ในรูปดังนี้

$$\ddot{\theta} = \frac{ml\dot{\theta}^2 \sin \theta \cos \theta - (M + m)g \sin \theta + u \cos \theta - f_p \cos \theta + f_w \frac{M}{m} \cos \theta}{ml \cos^2 \theta - (M + m)l} \quad (3.4)$$

$$\ddot{p} = \frac{mg \sin \theta \cos \theta - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta - u + f_w + f_p - f_w \cos^2 \theta}{m \cos^2 \theta - (M + m)} \quad (3.5)$$

กำหนดให้

$$\dot{p} = v$$

$$\dot{\theta} = \omega$$

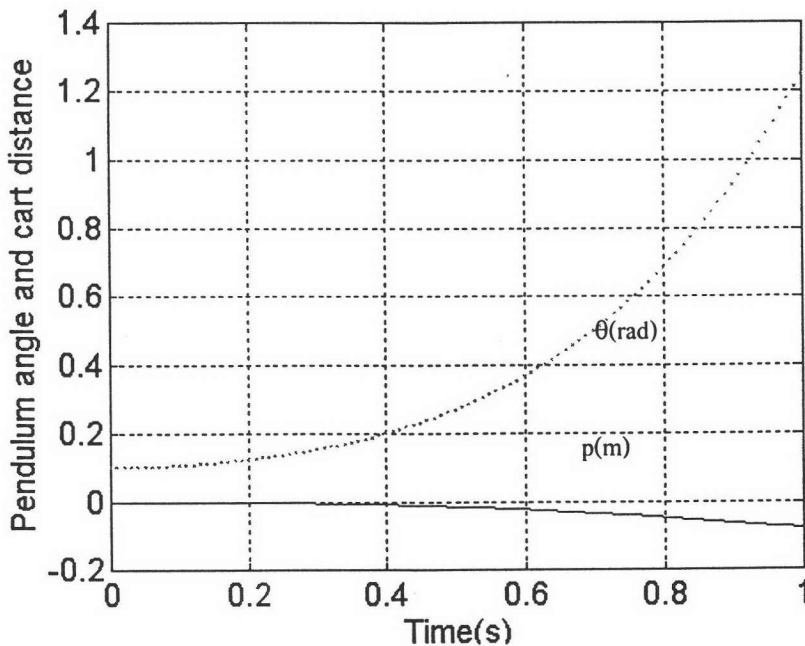
สมการ (3.4) และ (3.5) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการสถานะ (State equation) ที่สมการ โดยไม่คิดผลของสัญญาณรบกวน ( $f_w = f_p = 0$ ) ได้ดังนี้

$$\dot{p} = v$$

$$\dot{\theta} = \omega$$

$$\dot{v} = \frac{mg \sin \theta \cos \theta - ml\omega^2 \sin \theta - u}{m \cos^2 \theta - (M + m)}$$

$$\dot{\omega} = \frac{ml\omega^2 \sin \theta \cos \theta - (M + m)g \sin \theta + u \cos \theta}{ml \cos^2 \theta - (M + m)l} \quad (3.6)$$



รูปที่ 3.2 แสดงมุมของก้านและตำแหน่งรถที่เกิดขึ้นจากเงื่อนไขเริ่มต้นของมุมของก้านที่ไม่เท่ากับศูนย์

จากสมการ (3.6) ใช้ SIMULINK คำนวณหาผลตอบเมื่อกำหนดค่าเริ่มต้นดังนี้ :  $p(0) = v(0) = \omega(0) = 0$ ,  $\theta(0) = 0.1$  เรเดียน,  $u(t) = 0$ ,  $0 \leq t \leq 1$  s และกำหนดให้พารามิเตอร์ของระบบมีค่าดังนี้  $m = 0.5$  kg,  $M = 5$  kg,  $\ell = 1$  m,  $g = 9.8$  m/sec<sup>2</sup> รูป 3.2 แสดงมุมของก้านและตำแหน่งรถ จากรูปมุมของก้านค่อย ๆ เพิ่มมากขึ้นนั่นคือก้านตกไปทางขวา ในขณะที่ตำแหน่งของรถมีค่าน้อยลงนั่นคือรถเคลื่อนที่ไปทางซ้าย สรุปได้ว่าระบบนี้ไม่เสถียร

### การสร้างแบบจำลองเชิงเส้นจากระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Linearization)

เนื่องจากการออกแบบตัวควบคุมชดเชยชนิดล้าหน้าและตัวกรองกาลมานต้องใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบที่เป็นเชิงเส้นในการออกแบบจึงต้องทำการประมาณระบบให้อยู่ในรูปเชิงเส้นก่อนที่จะออกแบบตัวควบคุมและตัวประมาณตัวแปรสถานะ จากระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นเราสามารถทำให้อยู่ในรูปเชิงเส้นได้โดยการเลือกจุดทำงาน (operating point) จุดหนึ่งแล้วคำนวณหาสมการเชิงเส้นที่สามารถแทนระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นในช่วงใกล้ ๆ จุดทำงาน

การเลือกจุดทำงานที่เหมาะสมจะทำให้แบบจำลองที่เป็นเชิงเส้นที่สร้างขึ้นสามารถใช้ในการออกแบบตัวควบคุมและตัวประมาณตัวแปรสถานะได้ดี เนื่องจากจุดประสงค์ของการควบคุมคือพยายามที่จะควบคุมให้ก้านตั้งในแนวตั้ง เพราะฉะนั้นระหว่างการควบคุมก้านจะอยู่ใกล้กับตำแหน่งตั้งตรงจึงประมาณได้ว่ามุมของก้าน  $\theta(t)$  มีค่าน้อย เมื่อก้านใกล้จะตั้งอยู่ในตำแหน่งตรงความเร็วเชิงมุมของก้านจะ



ต้องมีค่าน้อยนั่นคือ  $\dot{\theta}(t)$  มีค่าน้อย ซึ่งทำให้  $\sin\theta \approx \theta$  ,  $\cos\theta \approx 1$  และ  $\theta\dot{\theta}^2 \approx 0$  สามารถเขียนสมการ (3.2) และ (3.3) ให้อยู่ในรูปเชิงเส้นได้ดังนี้(ไม่คิดผลของสัญญาณรบกวน)

$$(M + m)\ddot{p} + ml\ddot{\theta} = u \quad (3.7)$$

$$m\ddot{p} + ml\ddot{\theta} = mg\theta \quad (3.8)$$

กำหนดตัวแปรสถานะดังนี้

$$x_1 = \theta$$

$$x_2 = \dot{\theta}$$

$$x_3 = p$$

$$x_4 = \dot{p}$$

เลือกการเคลื่อนที่ของก้าน ( $\theta$ ) และตำแหน่งของรถ ( $p$ ) เป็นสัญญาณออกของระบบ คือ

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

จากข้อกำหนดดังกล่าวสามารถเขียนสมการระบบได้ดังนี้

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ (M+m)g & 0 & 0 & 0 \\ \frac{Ml}{0} & 0 & 0 & 1 \\ \frac{-mg}{M} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ \frac{Ml}{0} \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x \quad (3.9)$$

จากสมการ (3.9) แทนค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของระบบตามที่กำหนดไว้ข้างบน แล้วเขียนสมการระบบใหม่ได้ดังสมการที่ (3.10)

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 10.78 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.98 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ -0.2 \\ 0 \\ 0.2 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x \quad (3.10)$$

จากสมการระบบข้างบนใช้ MATLAB หาค่าตำแหน่งโพลของระบบวงเปิด(open-loop pole) ซึ่งได้ตำแหน่งโพลอยู่ที่  $0, 0, \pm 3.2833$  จะเห็นว่ามีโพลหนึ่งตัวอยู่ทางด้านบวก เพราะฉะนั้นจึงสรุปได้ว่าระบบไม่เสถียร ซึ่งได้ผลเหมือนกับรูป 3.2

## การออกแบบตัวควบคุมชดเชยชนิดล้ำหน้า

การทดสอบระบบโดยไม่มีตัวควบคุมข้างต้นปรากฏว่าระบบไม่เสถียร เนื่องจากมีโพลอยู่ทางด้านขวาและที่จุดกำเนิด(Origin) จึงกำหนดให้โครงสร้างของตัวควบคุมชดเชยชนิดล้ำหน้าเป็นตัวควบคุมแบบไม่ต่อเนื่อง (digital controller) ซึ่งมีโพลของตัวชดเชยอยู่ที่ 0.368 (มีค่าเท่ากับ -10 ใน s-domain) เพื่อให้ทางเดินรากของโพลวิ่งมาเข้ามาอยู่ในวงกลมหนึ่งหน่วยและเลือกให้อยู่ใกล้กับจุดกำเนิดเพื่อให้ผลของตัวชดเชยเกิดขึ้นเร็วและมีผลต่อระบบในเวลาอันสั้น หลังจากนั้นหาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมโดยใช้การหาค่าพารามิเตอร์แบบเหมาะสมที่สุด (parameter optimization) เนื่องจากตัวควบคุมเป็นแบบไม่ต่อเนื่อง ฉะนั้นในการออกแบบตัวควบคุมจะต้องทำการแปลงสมการระบบที่ไม่คิดผลของสัญญาณรบกวนให้อยู่ในรูปสมการไม่ต่อเนื่องก่อน หลังจากนั้นรวมสมการของระบบที่อยู่ในรูปเชิงเส้นและไม่ต่อเนื่องเข้ากับสมการของตัวชดเชยชนิดล้ำหน้า แล้วจึงใช้วิธีการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด (parameter optimization) ในการหาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุม

### 1. การแปลงสมการระบบให้อยู่ในรูปสมการไม่ต่อเนื่อง (Discretization)

ใช้ คำสั่ง 'c2d' ของ MATLAB ในการคำนวณหาสมการเชิงเส้นที่ไม่ต่อเนื่องของระบบ โดยกำหนดให้ระยะเวลาในการซีกตัวอย่าง (Sampling period) เท่ากับ 0.1 วินาทีและใช้วิธีการแปลงแบบ 'zero order hold(ZOH)' ได้สมการระบบใหม่ดังสมการที่ 3.11

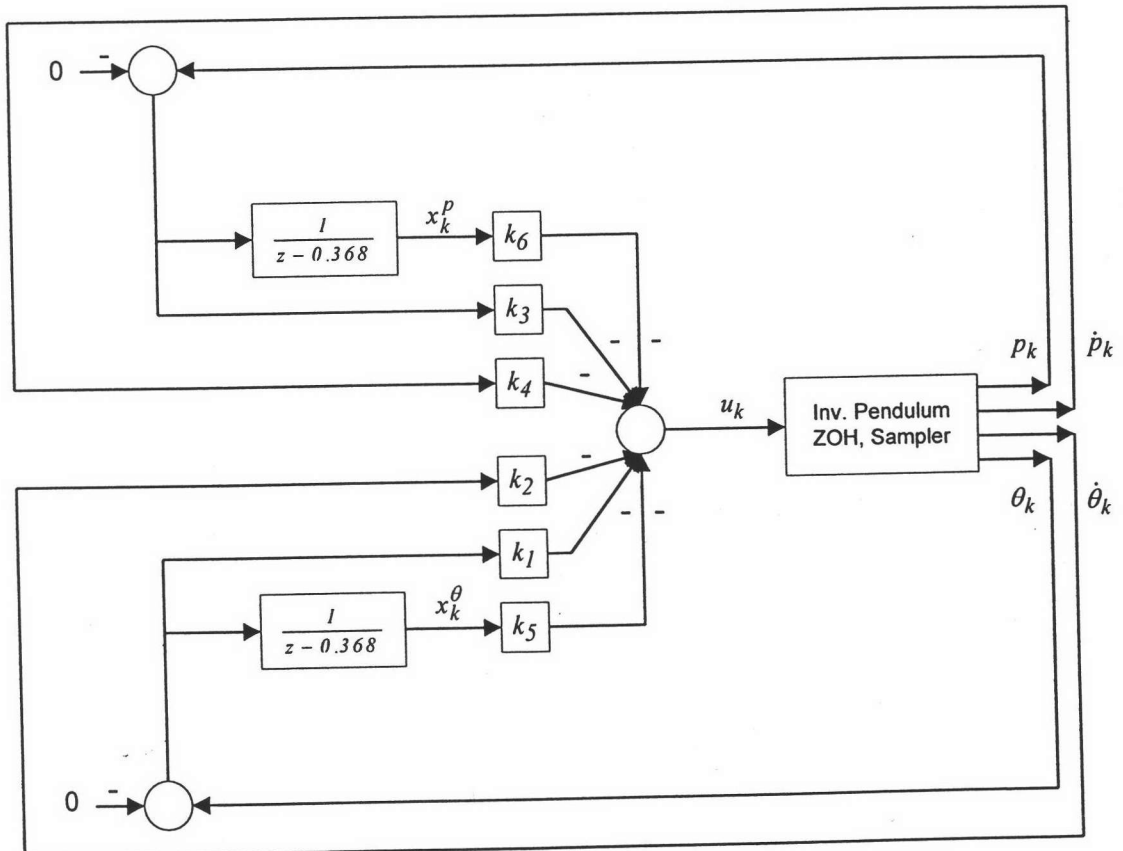
$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 1.0544 & 0.1018 & 0 & 0 \\ 1.0975 & 1.0544 & 0 & 0 \\ -0.0049 & -0.0002 & 1 & 0.1 \\ -0.0998 & -0.0049 & 0 & 1 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} -0.0010 \\ -0.0204 \\ 0.0010 \\ 0.0200 \end{bmatrix} u_k$$

$$y_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x_k \quad (3.11)$$

โดยที่  $x_k = [\theta_k \quad \dot{\theta}_k \quad p_k \quad \dot{p}_k]^T$  และ  $y_k = [\theta_k \quad p_k]^T$  จากสมการระบบสมการที่ (3.11) ตำแหน่งของโพลอยู่ที่ 1, 1, 1.3886, 0.7201 ซึ่งมีโพลที่ไม่เสถียรอยู่หนึ่งตัวคือ 1.3886

## 2. โครงสร้างตัวควบคุมของตัวชดเชยชนิดล้าหน้า

ตัวควบคุมเป็นแบบไม่ต่อเนื่อง (digital) และเป็นตัวชดเชยชนิดล้าหน้า ซึ่งใช้การหาค่าพารามิเตอร์แบบเหมาะสมที่สุด (parameter optimization) เขียนเป็นโครงสร้างของตัวควบคุมและระบบ (block diagram) ได้ดังรูป 3.3



รูปที่ 3.3 แสดงแผนผังการใช้ตัวชดเชยชนิดล้าหน้าควบคุม Inverted pendulum

จากรูปที่ 3.3 สามารถเขียนฟังก์ชันโอนย้าย (Transfer Function) ของตัวชดเชยได้ดังต่อไปนี้

$$\frac{v}{\theta} = \frac{k_5}{z-0.368} + k_1 = k_1 \frac{[z + (-0.368 + k_5/k_1)]}{z-0.368} \quad (3.12)$$

กำหนดตัวแปรสถานะตัวใหม่  $x_k^\theta$  และเขียนสมการ (3.12) ให้อยู่ในรูปของสมการสถานะ (State equation) ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} x_{k+1}^\theta &= 0.368x_k^\theta + \theta_k \\ v_k &= k_1\theta_k + k_5x_k^\theta \end{aligned} \quad (3.13)$$

ตัวชดเชยตัวที่ 2 ทำเช่นเดียวกันกับตัวแรก ซึ่งจะได้ตัวแปรสถานะตัวใหม่  $x_k^p$  และสมการสถานะดังนี้

$$\begin{aligned}x_{k+1}^p &= 0.368x_k^p + p_k \\v_k &= k_3 p_k + k_6 x_k^p\end{aligned}\quad (3.14)$$

จากสมการ (3.4) และ (3.5) เป็นสมการระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นและมีผลของสัญญาณรบกวน เมื่อแปลงให้เป็นระบบเชิงเส้น โดยใช้ข้อกำหนดต่าง ๆ เหมือนกับกรณีที่ไม่มีสัญญาณรบกวนซึ่งจะได้เงื่อนไขดังนี้  $\sin\theta \approx \theta$ ,  $\cos\theta \approx 1$  และ  $\theta\dot{\theta}^2 \approx 0$  แทนค่าเหล่านี้ลงในสมการ (3.4) และ (3.5) จัดรูปสมการใหม่ได้ดังสมการที่ (3.15) และ (3.16)

$$\ddot{\theta} = \frac{(M+m)g\theta - u + f_p - f_w \frac{M}{m}}{Ml} \quad (3.15)$$

$$\ddot{p} = \frac{-mg\theta + u - f_p}{M} \quad (3.16)$$

กำหนดตัวแปรสถานะเหมือนกับกรณีที่ไม่คิดผลของสัญญาณรบกวน แล้วเขียนสมการสถานะของระบบเชิงเส้นที่คิดผลของสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบได้ใหม่ดังสมการ (3.17)

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{(M+m)g}{Ml} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{-mg}{M} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ M \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 1 \\ ml & Ml \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_w \\ f_p \end{bmatrix} \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x\end{aligned}\quad (3.17)$$

จากรูปที่ 3.3 และสมการที่ (3.17) เขียนสมการระบบใหม่โดยรวมตัวชดเชยชนิดล้าหน้าเข้ากับสมการระบบ และยังรวมผลของสัญญาณรบกวนเนื่องจากลมพัดก้าน สัญญาณรบกวนเนื่องจากลักษณะพื้นที่ขรุขระ และสัญญาณรบกวนเนื่องจากการวัด ได้ดังสมการที่ (3.18) โดยกำหนดให้  $w_k$  เป็นสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบซึ่งเท่ากับ  $[f_w \ f_p]^T$  และ  $v_k$  เป็นสัญญาณรบกวนเนื่องจากการวัดค่ามุมของก้าน ( $\theta$ ) และตำแหน่งของรูด ( $p$ )

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 1.0544 & 0.1018 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.0975 & 1.0544 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0049 & -0.0002 & 1 & 0.1 & 0 & 0 \\ -0.0998 & -0.0049 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0.368 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0.368 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} -0.0010 \\ -0.0204 \\ 0.0010 \\ 0.0200 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_k + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -2 & 0.2 \\ 0 & 0 \\ 0 & -0.2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} w_k$$

$$y_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_k + v_k \quad (3.18)$$

โดยที่  $x_k = [\theta_k \quad \dot{\theta}_k \quad p_k \quad \dot{p}_k \quad x_k^\theta \quad x_k^p]^T$ ,  $y_k = [x_k^\theta \quad x_k^p \quad \theta_k \quad p_k]^T$ ,  $w_k$  และ  $v_k$  เป็นสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบ (process noise) และสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นเนื่องจากการวัดสัญญาณ (measurement noise) ตามลำดับ

$$\text{สัญญาณควบคุม } u_k = -Kx_k = -k_1\theta_k - k_2\dot{\theta}_k - k_3p_k - k_4\dot{p}_k - k_5x_k^\theta - k_6x_k^p$$

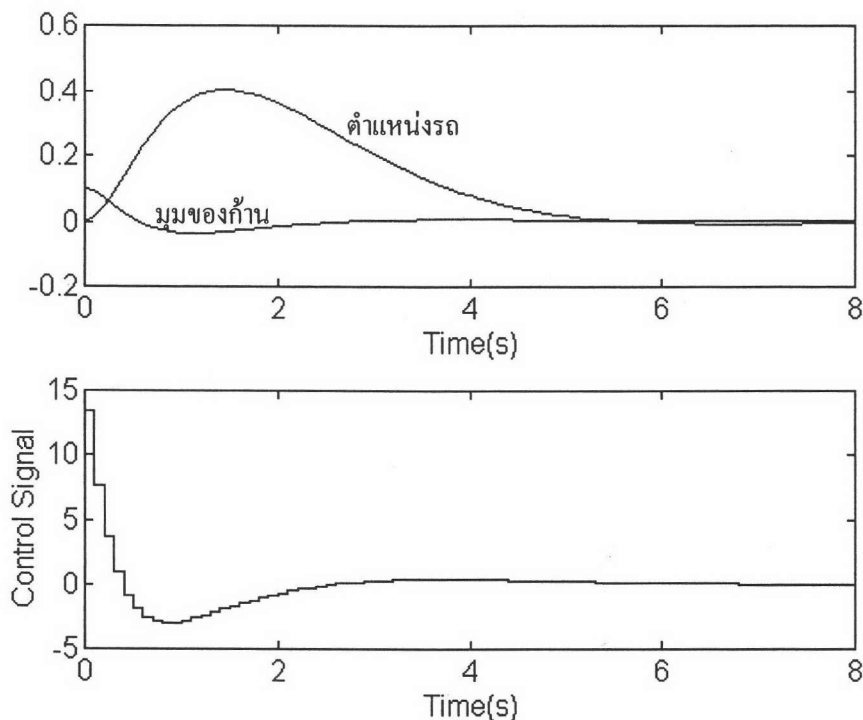
### 3. การคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ K ที่เหมาะสมที่สุด

หาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดด้วยวิธี 'Linear Quadratic Regulator (LQR)' โดยกำหนดให้ ธรรมชาติสมรรถนะ (performance index) ของการหาค่าพารามิเตอร์เป็นดังนี้

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} (x_k^T Q x_k + u_k^T R u_k) \quad (3.19)$$

จากสมการ (3.19) มีค่านำหนักของส่วนที่เป็นตัวแปรสถานะ(Q) และสัญญาณควบคุม(R) เพื่อให้ค่าอัตราขยายของตัวควบคุมมีค่าไม่มากเกินไป จนทำให้สัญญาณที่ออกจากตัวควบคุมเกินที่กำหนดไว้เนื่องจากขีดจำกัดของมอเตอร์จึงเลือกให้น้ำหนักของส่วนที่เป็นตัวควบคุม(R) มีค่าเป็น 0.01 เท่าของน้ำหนักของส่วนที่เป็นตัวแปรสถานะ(Q) ซึ่งกำหนดให้มีค่าผลรวมในแนวทแยงเป็น 1 นั่นคือกำหนดให้  $R = 0.01$  และ  $Q = \text{diag}\{0.3, 0.3, 0.15, 0.15, 0.05, 0.05\}$  เขียนโปรแกรมในการคำนวณหาค่า K โดยใช้ MATLAB ได้ค่าอัตราขยายของตัวควบคุมเท่ากับ  $[-135.0775 \quad -41.9123 \quad -3.4788 \quad -8.0183 \quad -0.0008 \quad 0.0007]$  เมื่อใส่ค่า K ลงในสมการตัวควบคุมแล้วโพลของระบบวงปิดอยู่ที่  $0.3680, 0.3680, 0.6796, 0.7545, 0.9242 \pm j0.0546$  หลังจากนั้นคำนวณหามุมของก้านและตำแหน่งรถเมื่อมีเงื่อนไขเริ่มต้น  $\theta(0)$  เท่ากับ 0.1 เรเดียน และ  $p(0)$  เท่ากับ 0 เมตร ได้ผลดังรูปที่ 3.4

จากผลตอบที่ได้(จำลองระบบเป็นเชิงเส้น) ดังรูปที่ 3.4 เนื่องจากระบบมีเงื่อนไขเริ่มต้นจึงต้องใช้สัญญาณควบคุมขนาดใหญ่ในการควบคุมไม่ให้ก้านตก มุมของก้าน ( $\theta$ ) จะเข้าสู่สภาวะอยู่ตัวเร็ว เนื่องจากการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดให้ความสำคัญกับการควบคุมก้านมากกว่าตำแหน่งของรถ หลังจากก้านไม่เข้าสู่ตำแหน่งแล้วตัวควบคุมจึงทำการควบคุมตำแหน่งรถให้เข้าสู่ตำแหน่ง

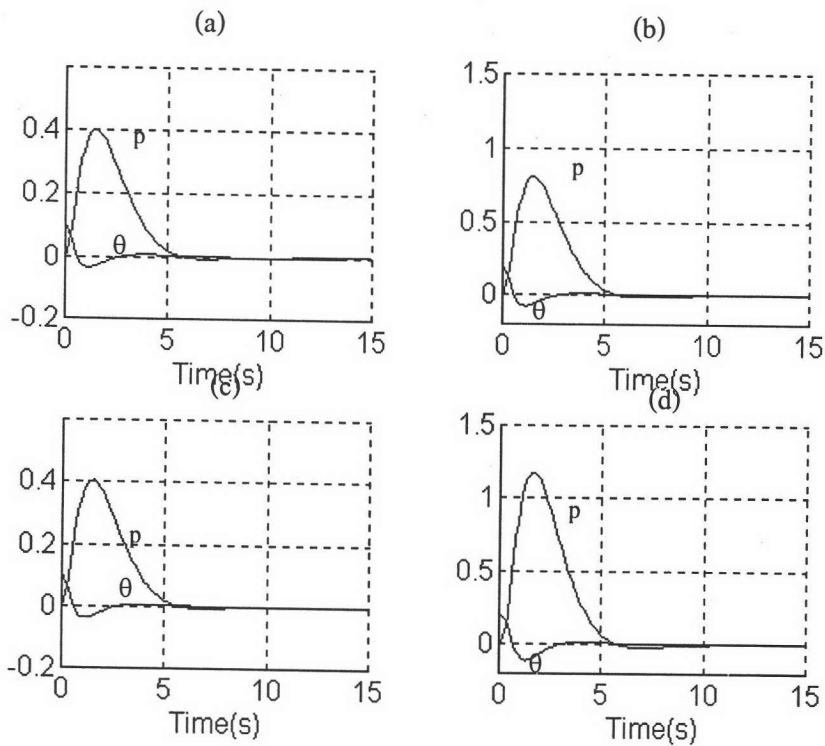


รูปที่ 3.4 แสดงผลตอบของระบบเมื่อมีตัวชดเชยชนิดล้าหน้า

### ผลของตัวชดเชยชนิดล้าหน้าต่อระบบจำลองที่เป็นเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้น

เนื่องจากการออกแบบตัวชดเชยชนิดล้าหน้าใช้แบบจำลองของระบบที่เป็นเชิงเส้นในการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด ดังนั้นเมื่อนำตัวควบคุมที่ได้ไปทดสอบกับระบบที่เป็นเชิงเส้นตัวชดเชยจะสามารถใช้ได้ทุกช่วงการทำงานและได้ผลตอบที่ดี แต่ถ้านำไปใช้กับระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นและมีขีดจำกัดของสัญญาณควบคุม(ในที่นี้กำหนดให้เท่ากับ  $\pm 15$  นิวตัน) จะทำให้ตัวควบคุมสามารถควบคุมระบบได้ในช่วงใกล้ ๆ จุดทำงาน เมื่อค่าเริ่มต้นของสัญญาณรบกวนอยู่ห่างจากจุดทำงานมาก ๆ อาจทำให้ประสิทธิภาพการควบคุมของตัวชดเชยชนิดล้าหน้าลดลง

เนื่องจากมุมของก้านเป็นตัวแปรสถานะที่ต้องการควบคุม ดังนั้นในวิทยานิพนธ์นี้จะทำการปรับค่าเงื่อนไขเริ่มต้นเพียงตัวเดียวคือมุมเริ่มต้นของก้านส่วนตัวแปรสถานะตัวอื่น ๆ ให้มีค่าเริ่มต้นเป็นศูนย์ เปรียบเทียบคุณสมบัติของตัวควบคุมโดยการหาผลตอบเชิงเวลา ใช้ตัวชดเชยชนิดล้าหน้าตัวเดิมควบคุมระบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้น โดยใช้ SIMULINK หาผลตอบของระบบเปรียบเทียบกับระบบจำลองที่เป็นเชิงเส้น ได้ผลดังรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.5 แสดงผลตอบของระบบจำลองที่เป็นเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้น เมื่อมีค่าเงื่อนไขเริ่มต้นค่าต่าง ๆ

- (a) แสดงผลตอบของระบบจำลองที่เป็นเชิงเส้น โดยมีค่ามุมเริ่มต้นของก้านเท่ากับ 0.1 เรเดียน
- (b) แสดงผลตอบของระบบจำลองที่เป็นเชิงเส้น โดยมีค่ามุมเริ่มต้นของก้านเท่ากับ 0.2 เรเดียน
- (c) แสดงผลตอบของระบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้น โดยมีค่ามุมเริ่มต้นของก้านเท่ากับ 0.1 เรเดียน
- (d) แสดงผลตอบของระบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้น โดยมีค่ามุมเริ่มต้นของก้านเท่ากับ 0.2 เรเดียน

จากรูปที่ 3.5 จะเห็นได้ว่าเมื่อระบบจำลองเป็นเชิงเส้น ตัวชดเชยชนิดล้าหน้าสามารถควบคุมระบบได้ดีไม่ว่าเงื่อนไขเริ่มต้นจะมีค่ามากใกล้จุดที่จะทำให้ระบบไม่เสถียร แต่ระบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้นเมื่อเงื่อนไขเริ่มต้นมีค่ามากประสิทธิภาพในการควบคุมของตัวชดเชยชนิดล้าหน้าจะลดลง เมื่อเทียบกับระบบจำลองที่เป็นเชิงเส้น ทั้งนี้เป็นผลเนื่องมาจากการออกแบบตัวชดเชยต้องแปลงระบบให้เป็นเชิงเส้นก่อนแล้วจึงนำระบบเชิงเส้นมาที่ได้ออกแบบตัวควบคุม จึงทำให้ตัวควบคุมสามารถทำงานได้ดีในช่วงใกล้จุดทำงาน(จุดที่ก้านตั้งตรง) เมื่อใช้กับระบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้น แสดงให้เห็นถึงข้อจำกัดของระบบที่ทำให้เป็นเชิงเส้น

### ผลของสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบและเนื่องจากการวัดชนิดขาวแบบเกาส์เมื่อไม่มีตัวกรองกาลมาน

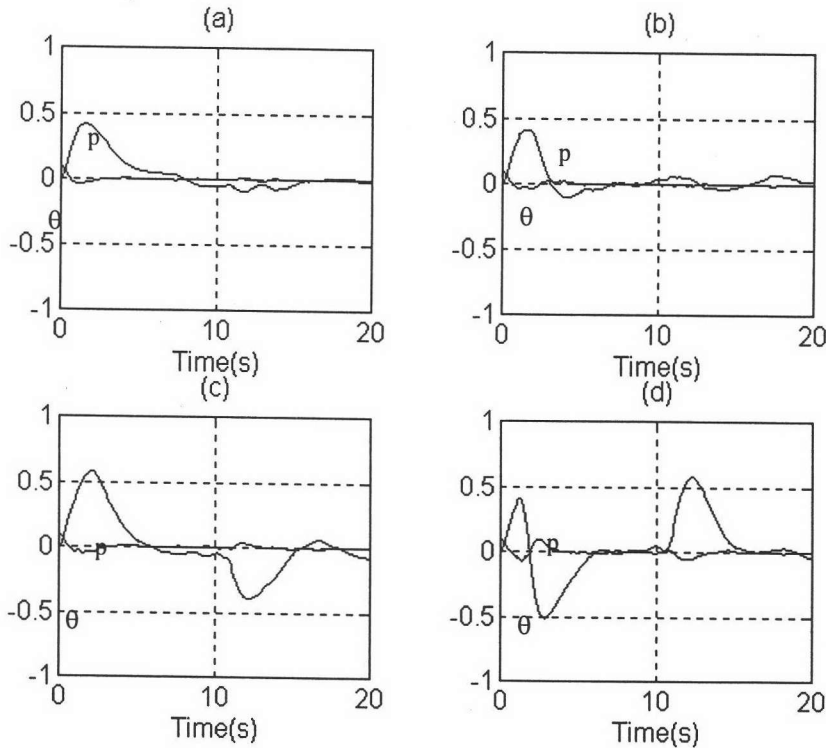
ใช้ตัวชดเชยชนิดล้าหน้าตัวเดิมควบคุมระบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้น โดยใช้ SIMULINK ควบคุมของก้านและตำแหน่งรถ กำหนดให้มีสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบมี 2 สัญญาณคือสัญญาณที่เกิด

ขึ้นเนื่องจากแรงลมพัดที่ก้านและสัญญาณที่เกิดจากพื้นขรุขระ (สมมติให้มีแรงกระทำในแนวเดียวกับสัญญาณควบคุม) ส่วนสัญญาณรบกวนเนื่องจากการวัดจะเป็นความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นเนื่องจากการวัดค่ามุมของก้านและตำแหน่งของรถ ในส่วนนี้จะทำการป้อนสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบและเนื่องจากการวัดชนิดขาวแบบเกาส์ (gaussian white noise) แล้วหามุมของก้านและตำแหน่งรถ

กำหนดให้สัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นจากลมพัดก้านเกิดขึ้นในช่วงเวลาวินาทีที่ 1 ถึงวินาทีที่ 2 และวินาทีที่ 10 ถึงวินาทีที่ 11 ส่วนสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นเนื่องจากพื้นที่ขรุขระและสัญญาณรบกวนเนื่องจากการวัดมีการรบกวนระบบตลอดเวลาและกำหนดให้ความคลาดเคลื่อนของการวัดมุมของก้านและตำแหน่งรถมีความแปรปรวนเท่ากับ 0.005 เรเดียนกำลังสอง และ 0.0005 เมตรกำลังสอง ตามลำดับ

### 1. มุมของก้านและตำแหน่งรถเมื่อมีสัญญาณรบกวนเนื่องจากลมพัดก้านและความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัด

หามุมของก้านและตำแหน่งรถเมื่อมีสัญญาณรบกวนเนื่องจากลมพัดก้านและความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัด ซึ่งมีการแจกแจงชนิดขาวแบบเกาส์ เปลี่ยนค่าความแปรปรวนหลาย ๆ ค่าและตั้งค่ามุมเริ่มต้นของก้านเท่ากับ 0.1 เรเดียน ได้ผลดังรูปที่ 3.6.



รูปที่ 3.6 แสดงผลของสัญญาณรบกวนเนื่องจากลมพัดก้านในช่วงเวลาวินาทีที่ 1 ถึงวินาทีที่ 2 และวินาทีที่ 10 ถึงวินาทีที่ 11 โดยเปลี่ยนความแปรปรวนค่าต่าง ๆ (a)  $0.1 N^2$ , (b)  $0.2 N^2$ , (c)  $0.4 N^2$ , (d)  $0.5 N^2$  และรวมผลของความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัดด้วย

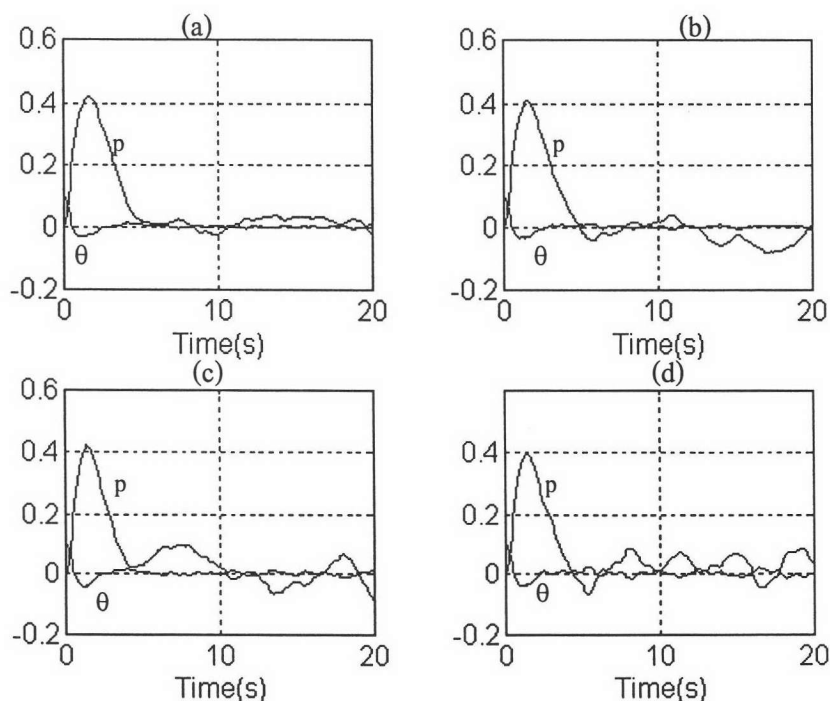


จากรูปที่ 3.6 ผลของสัญญาณรบกวนเกิดขึ้นกับโดยตรงกับมุมของก้านตัวควบคุมจึงพยายามที่จะรักษาก้านให้ตั้งตรงจึงทำให้ตำแหน่งร้อมีค่าเปลี่ยนแปลงค่อนข้างมาก เมื่อค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนมีค่ามากขึ้นผลของสัญญาณรบกวนที่มีต่อระบบก็ยิ่งมากขึ้น นอกจากนี้เมื่อระบบเข้าสู่สถานะอยู่ตัวแล้วจะสังเกตเห็นว่าตำแหน่งของก้านไม่หยุดนิ่งที่ศูนย์องศาแต่จะแกว่งรอบศูนย์องศาเป็นผลเนื่องมาจากความคลาดเคลื่อนจากการวัด

## 2. มุมของก้านและตำแหน่งร้อมเมื่อมีสัญญาณรบกวนเนื่องจากพื้นขรุขระและความคลาดเคลื่อนจากการวัด

ทำการทดลองเช่นเดียวกับกรณีแรกแต่เปลี่ยนให้สัญญาณรบกวนเกิดขึ้นเนื่องจากพื้นมีลักษณะขรุขระและรบกวนตลอดเวลา โดยเปลี่ยนค่าความแปรปรวนต่าง ๆ รวมทั้งมีความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัดเกิดขึ้น ตั้งค่าเงื่อนไขมุมเริ่มต้นของก้านเท่ากับ 0.1 เรเดียน ได้ผลดังรูปที่ 3.7

จากรูปที่ 3.9 ผลของสัญญาณรบกวนเกิดขึ้นกับตำแหน่งของตัวร้อมมากกว่าที่เกิดขึ้นกับตำแหน่งของก้าน และเมื่อค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนมีค่ามากขึ้นผลของสัญญาณรบกวนก็ยิ่งมากขึ้นโดยก้านจะแกว่งรอบจุดที่ก้านตั้งตรงและตำแหน่งร้อมอยู่รอบจุดกำเนิด ทั้งนี้เนื่องจากสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นจากพื้นขรุขระหักล้างหรือเสริมโดยตรงกับสัญญาณควบคุมในช่วงเวลาสั้นและมีค่าเฉลี่ย (mean) อยู่ที่ศูนย์นั่นคือค่าเฉลี่ยของสัญญาณรบกวนที่เวลาต่าง ๆ จะมีค่าเป็นศูนย์สัญญาณรบกวนจึงไม่ทำ



รูปที่ 3.7 แสดงผลของสัญญาณรบกวนเนื่องจากพื้นขรุขระและความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัดชนิดขาแบบเกาส์ โดยเปลี่ยนค่าความแปรปรวนดังนี้ (a)  $0.1 N^2$  , (b)  $0.5 N^2$  , (c)  $1 N^2$  , (d)  $1.5 N^2$

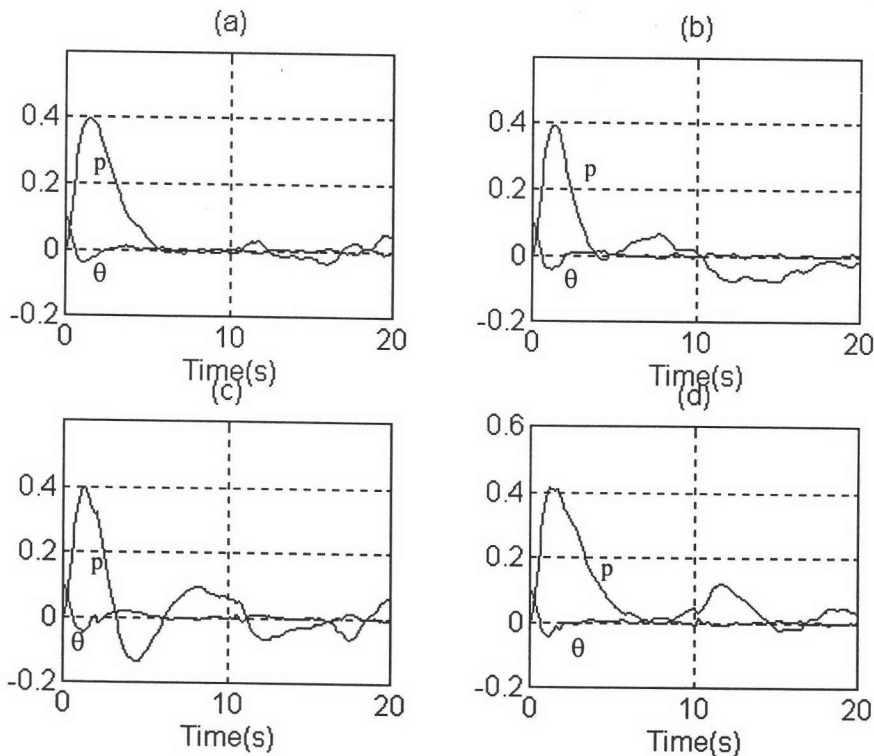
ให้ก้านตก(ระบบไม่เสถียร) แต่จะทำให้ระบบแกว่งอยู่รอบ ๆ จุดสมดุล ขนาดของการแกว่งขึ้นอยู่กับค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวน เมื่อค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนเพิ่มมากขึ้นจนกระทั่งมีค่ามากกว่าหรือประมาณเท่ากับขีดจำกัดของสัญญาณรบกวนระบบจะไม่เสถียรได้ เนื่องจากสัญญาณควบคุมมีขนาดไม่ใหญ่พอที่จะตั้งก้านให้ตั้งตรงได้

### ผลของสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบชนิดสี่แบบเกาส์และความคลาดเคลื่อนจากการวัดชนิดขาวแบบเกาส์เมื่อไม่มีตัวกรองกาลมาน

หามุมของก้านและตำแหน่งรถโดยใช้ตัวควบคุมตัวเดิม แต่ป้อนสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบชนิดสี่แบบเกาส์ (gaussian colored noise) และกำหนดให้มีความคลาดเคลื่อนจากการวัดชนิดขาวแบบเกาส์เปลี่ยนค่าความแปรปรวนหลาย ๆ ค่า ตั้งค่าเงื่อนไขมุมเริ่มต้นของก้านเท่ากับ 0.1 เรเดียน

#### 1. มุมของก้านและตำแหน่งรถเมื่อมีสัญญาณรบกวนเนื่องจากลมพัดก้านและความคลาดเคลื่อนจากการวัด

หามุมของก้านและตำแหน่งรถ โดยกำหนดให้มีลมพัดที่ก้านในช่วงเวลาวินาทีที่ 1 ถึงวินาทีที่ 2 และวินาทีที่ 10 ถึงวินาทีที่ 11 ซึ่งเป็นสัญญาณรบกวนสี่แบบเกาส์ เปลี่ยนค่าความแปรปรวนหลาย ๆ ค่าได้ผลดังรูปที่ 3.8

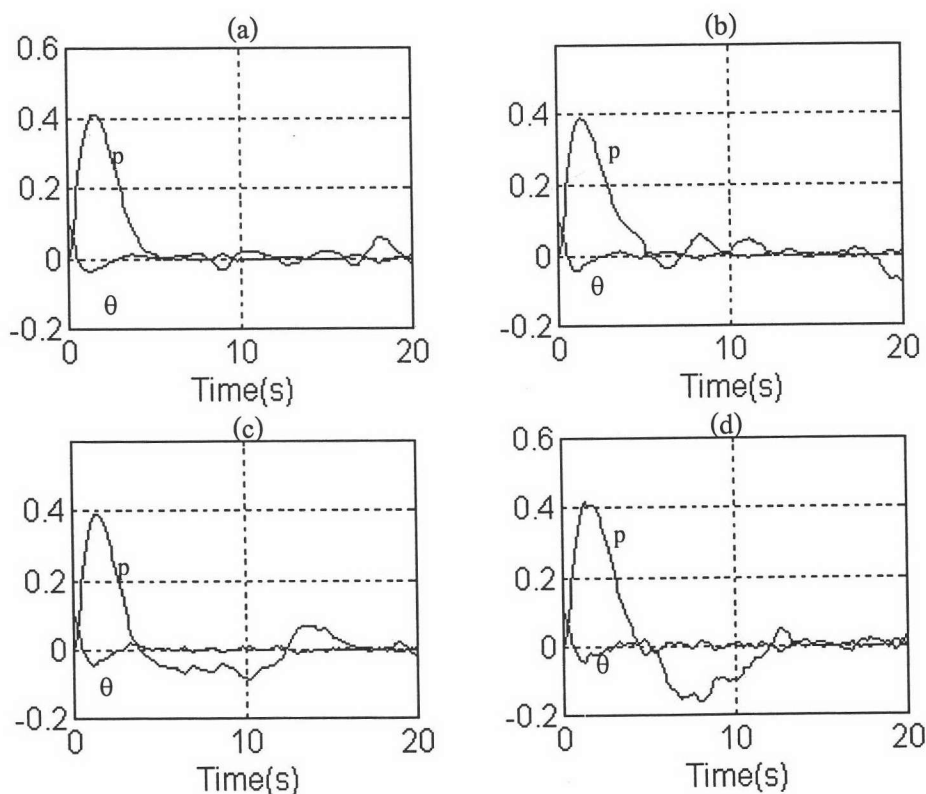


รูปที่ 3.8 แสดงผลของสัญญาณรบกวนเนื่องจากลมพัดก้านชนิดสี่แบบเกาส์รวมทั้งมีความคลาดเคลื่อนจากการวัดชนิดขาวแบบเกาส์ เปลี่ยนความแปรปรวนดังนี้ (a)  $0.1 N^2$ , (b)  $0.2 N^2$ , (c)  $0.4 N^2$ , (d)  $0.5 N^2$

จากรูปที่ 3.8 ลักษณะของผลตอบคล้ายกับกรณีที่ลมพัดก้านมีลักษณะการรบกวนชนิดขาวแบบเกาส์ เมื่อค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนมีค่ามากขึ้นผลของสัญญาณรบกวนที่มีต่อระบบก็มากขึ้น จากรูป 3.8 (c) และ (d) จะเห็นว่าผลของสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นในช่วงที่ก้านตั้งตรงแล้วมีต่อระบบน้อยกว่าเมื่อสัญญาณรบกวนเป็นชนิดขาวแบบเกาส์ ซึ่งอาจเกิดขึ้นเนื่องจากค่าของสัญญาณรบกวนชนิดสีในช่วงเวลาต่าง ๆ มีสหสัมพันธ์กัน (Correlate)

## 2. มุมของก้านและตำแหน่งรถเมื่อมีสัญญาณรบกวนเนื่องจากพื้นขรุขระและความคลาดเคลื่อนจากการวัด

ทำเช่นเดียวกันกับกรณีที่สัญญาณรบกวนเนื่องจากพื้นขรุขระมีลักษณะเป็นชนิดขาวแบบเกาส์แต่เปลี่ยนลักษณะของสัญญาณรบกวนเป็นชนิดขาวแบบเกาส์ เปลี่ยนความแปรปรวนหลาย ๆ ค่า และตั้งค่าเงื่อนไขมุมเริ่มต้นของก้านเท่ากับ 0.1 เรเดียน ได้ผลดังรูปที่ 3.9



รูปที่ 3.9 แสดงผลของสัญญาณรบกวนเนื่องจากพื้นขรุขระชนิดสีแบบเกาส์รวมทั้งมีความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัดชนิดขาวแบบเกาส์เปลี่ยนความแปรปรวนดังนี้ (a)  $0.1 \text{ N}^2$ , (b)  $0.5 \text{ N}^2$ , (c)  $1 \text{ N}^2$ , (d)  $1.5 \text{ N}^2$

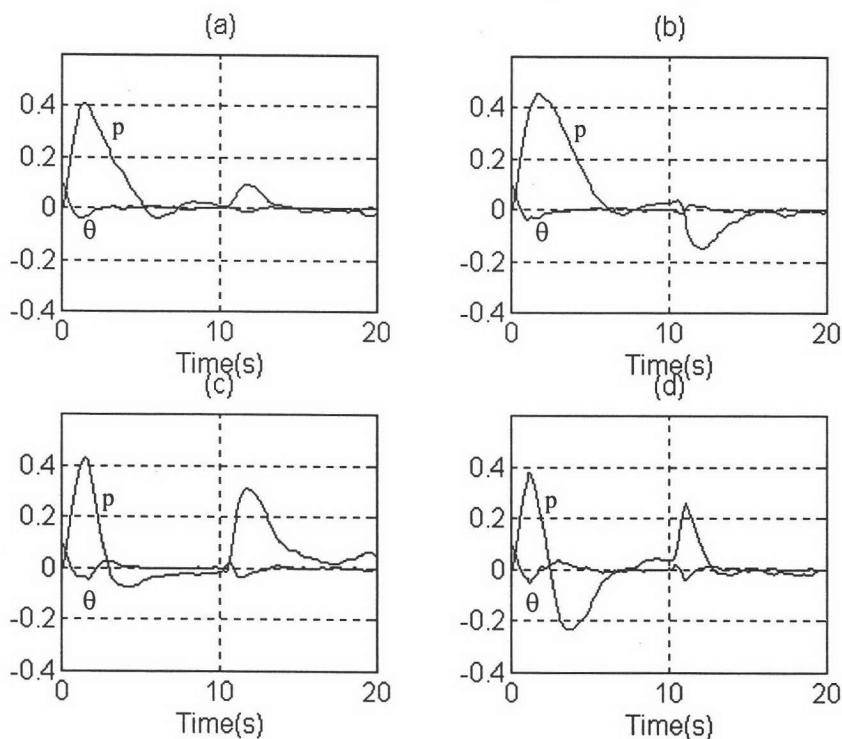
จากรูปที่ 3.9 ผลที่ได้คล้ายกับกรณีที่สัญญาณรบกวนเนื่องจากพื้นขรุขระเป็นชนิดขาวแบบเกาส์ด้วยเหตุผลดังกล่าว และเมื่อความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนมีค่ามากขึ้นผลของสัญญาณรบกวนก็มากขึ้น ระบบเริ่มไม่เสถียรเมื่อค่าความแปรปรวนมากกว่าหรือเท่ากับขีดจำกัดของสัญญาณควบคุม

## ผลของสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบชนิดขาแบบเกาส์และผลของความคลาดเคลื่อนจากการวัดชนิดสี่แบบเกาส์เมื่อไม่มีตัวกรองกาลมาน

หามุมของก้านและตำแหน่งรถโดยใช้ตัวควบคุมตัวเดิม แต่ป้อนสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบชนิดขาแบบเกาส์และกำหนดให้มีความคลาดเคลื่อนจากการวัดชนิดสี่แบบเกาส์ เปลี่ยนค่าความแปรปรวนหลาย ๆ ค่า และตั้งค่าเงื่อนไขมุมเริ่มต้นของก้านเท่ากับ 0.1 เรเดียน

### 1. มุมของก้านและตำแหน่งรถเมื่อมีสัญญาณรบกวนเนื่องจากลมพัดก้านและความคลาดเคลื่อนจากการวัด

หามุมของก้านและตำแหน่งรถ โดยกำหนดให้มีลมพัดที่ก้านในช่วงเวลาวินาทีที่ 1 ถึงวินาทีที่ 2 และวินาทีที่ 10 ถึงวินาทีที่ 11 ซึ่งเป็นสัญญาณรบกวนชนิดขาแบบเกาส์ แต่ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัดเป็นชนิดสี่แบบเกาส์ เปลี่ยนค่าความแปรปรวนหลาย ๆ ค่า ได้ผลดังรูปที่ 3.10



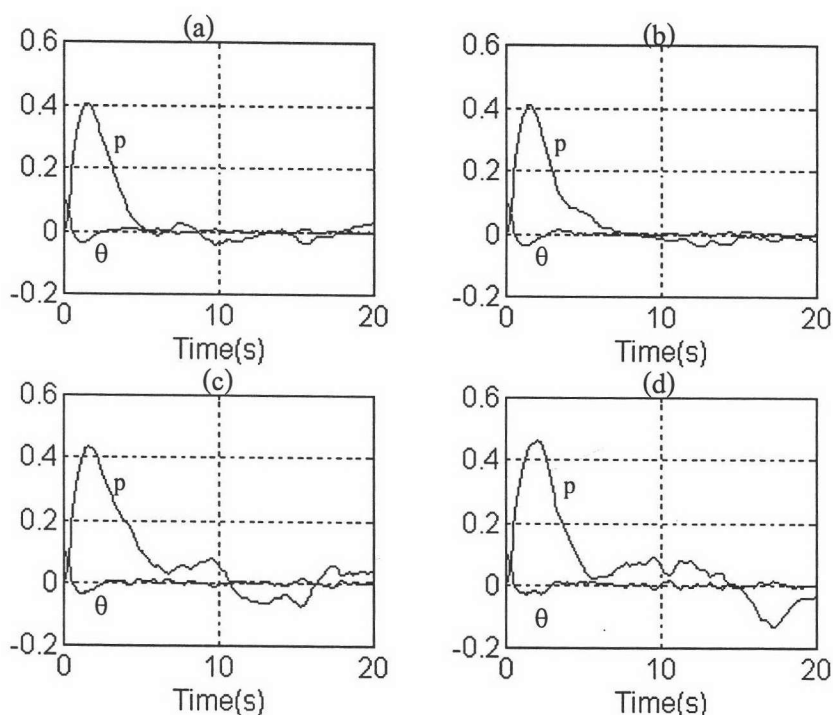
รูปที่ 3.10 แสดงผลของสัญญาณรบกวนเนื่องจากลมพัดก้านที่มีลักษณะการรบกวนชนิดขาแบบเกาส์ รวมทั้งมีความคลาดเคลื่อนในการวัดชนิดสี่แบบเกาส์ โดยเปลี่ยนค่าความแปรปรวนของลมที่พัดก้าน

(a)  $0.1 N^2$  , (b)  $0.2 N^2$  , (c)  $0.4 N^2$  , (d)  $0.5 N^2$

จากรูปที่ 3.10 ลักษณะของมุมของก้านกับตำแหน่งรถคล้ายกับกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัดมีลักษณะการรบกวนชนิดขาแบบเกาส์ เมื่อค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนมีค่ามากขึ้นผลของสัญญาณรบกวนที่มีต่อระบบก็มากขึ้น

## 2. มุมของก้านและตำแหน่งรถเมื่อมีสัญญาณรบกวนเนื่องจากพื้นขรุขระและความคลาดเคลื่อนจากการวัด

ทำเช่นเดียวกันกับกรณีที่มีสัญญาณรบกวนเนื่องจากพื้นขรุขระมีลักษณะเป็นชนิดขาวแบบเกาส์แต่เปลี่ยนลักษณะของสัญญาณรบกวนของความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัดเป็นชนิดสีแบบเกาส์ เปลี่ยนค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบหลาย ๆ ค่า และตั้งค่าเงื่อนไขมุมเริ่มต้นของก้านเท่ากับ 0.1 เรเดียน ได้ผลดังรูปที่ 3.11



รูปที่ 3.11 แสดงผลของสัญญาณรบกวนเนื่องจากพื้นขรุขระที่มีลักษณะการรบกวนชนิดขาวแบบเกาส์ รวมทั้งมีความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัดชนิดสีแบบเกาส์ โดยเปลี่ยนค่าความแปรปรวนดังนี้ (a)  $0.1 N^2$ , (b)  $0.5 N^2$ , (c)  $1 N^2$ , (d)  $1.5 N^2$

จากรูปที่ 3.11 ผลที่ได้คล้ายกับกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัดเป็นชนิดขาวแบบเกาส์ด้วยเหตุผลดังกล่าว และเมื่อค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนมีค่ามากขึ้นผลของสัญญาณรบกวนก็ยิ่งมากขึ้นแต่เพียงแต่ทำให้ก้านแกว่งอยู่รอบ ๆ จุดสมดุล ระบบจะเริ่มไม่เสถียรเมื่อค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนมากกว่าหรือเท่ากับขีดจำกัดของสัญญาณควบคุม

จากผลของสัญญาณรบกวนชนิดต่าง ๆ ที่มีต่อระบบทั้งหมดสามารถสรุปโดยรวมได้ว่าสัญญาณรบกวนจะทำให้ประสิทธิภาพของตัวควบคุมลดลง คือมุมของก้านจะมีการแกว่งมากขึ้นและไม่หยุดนิ่งที่จุดกำเนิด(ตั้งตรง) และรถวิ่งออกจากจุดกำเนิดเป็นระยะทางไกลขึ้นและไม่หยุดนิ่งที่จุดกำเนิด ในหัวข้อต่อไปจะทำการออกแบบตัวกรองคาลมานขึ้นเพื่อลดผลของสัญญาณรบกวนที่มีต่อระบบให้น้อยลง

## การออกแบบตัวกรองคาลมานเมื่อสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบและการวัดเป็นชนิดขาวแบบเกาส์

ในการออกแบบตัวกรองคาลมาน ต้องทำให้ระบบอยู่ในรูปสมการเชิงเส้น และรวมสัญญาณรบกวนเข้าไว้ด้วย ดังนั้นสมการที่ (3.18) เขียนเป็นสมการใหม่ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}x(k+1) &= \Phi(k+1, k)x(k) + Bu(k) + \Gamma(k+1)w(k) \\y(k+1) &= H(k+1)x(k+1) + v(k+1)\end{aligned}\quad (3.20)$$

โดยที่  $x(k)$ ,  $y(k)$ ,  $u(k)$ ,  $w(k)$ ,  $v(k)$  เป็นตัวแปรสถานะ สัญญาณวัด สัญญาณควบคุม สัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบ และความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัดที่เวลา  $k$  ตามลำดับ จากสมการระบบ (3.20) สามารถหาสมการตัวประมาณตัวแปรสถานะได้ดังสมการที่ (3.21) [Bagchi, A.], [Brown, R. G. & Hwang, Patrick Y. C., 1985]

$$\begin{aligned}\hat{x}(k+1/k+1) &= \hat{x}(k+1/k) + K(k+1)[y(k+1) - H(k+1)\hat{x}(k+1/k)] \\ \hat{x}(k+1/k) &= \Phi(k+1)\hat{x}(k/k) + Bu(k)\end{aligned}\quad (3.21)$$

โดยที่

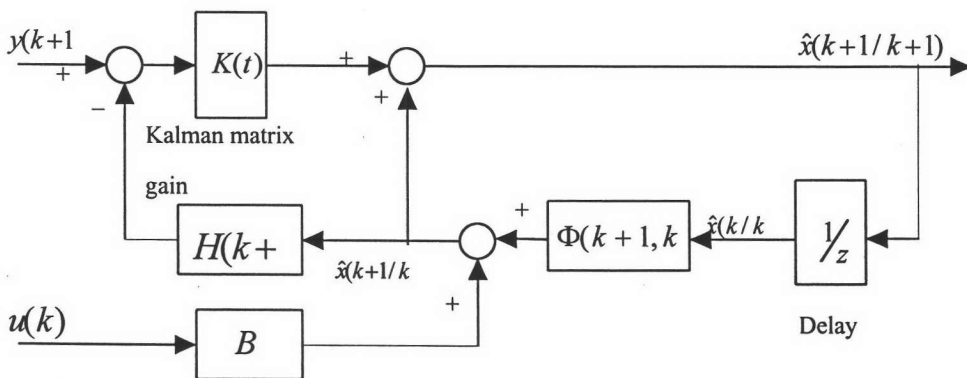
$$K(k+1) = P(k+1/k)H^T(k+1)[H(k+1)P(k+1/k)H^T(k+1) + R(k+1)]^{-1} \quad (3.22)$$

$$P(k+1/k) = \Phi(k+1, k)P(k/k)\Phi^T(k+1, k) + \Gamma(k+1, k)Q(k+1)\Gamma^T(k+1, k) \quad (3.23)$$

$$P(k+1/k+1) = [I - K(k+1)H(k+1)]P(k+1/k) \quad (3.24)$$

และกำหนดให้  $P(0/0) = P_0$ ,  $\hat{x}(0/0) = \hat{x}_0$ ,  $Q(k)$  และ  $R(k)$  เป็น ค่าความแปรปรวนเกี่ยว (Covariance) ของ  $w(k)$  และ  $v(k)$  ตามลำดับ

จากสมการตัวประมาณตัวแปรสถานะสมการที่ (3.21) สร้างบล็อกตัวกรองคาลมานใน SIMULINK โดยมีโครงสร้างดังแผนภาพกรอบดังรูปที่ 3.12 ซึ่ง  $v(k)$  และ  $w(k)$  ต้องเป็นสัญญาณรบกวนขาวแบบเกาส์และเป็นอิสระต่อกัน



รูปที่ 3.12 แผนภาพแสดงโครงสร้างของตัวกรองคาลมาน

## การลดผลสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบและความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัดชนิด ขาวแบบเกาส์ของตัวกรองคาลมาน

เนื่องจากตัวกรองคาลมานออกแบบจากแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้น และเนื่องจากคุณสมบัติของตัวมาดตัวแปรสถานะตัวกรองคาลมานนั้นขึ้นอยู่กับกรสร้างแบบจำลองที่ดีใกล้เคียงกับระบบจริง ถ้าแบบจำลองที่สร้างไม่ใกล้เคียงหรือต่างกับระบบจริงมากจะทำให้ตัวกรองคาลมานลดผลของสัญญาณรบกวนได้ไม่ดี เพราะฉะนั้นการออกแบบตัวกรองคาลมานในวิทยานิพนธ์นี้จึงกำหนดระยะเวลาการซ้กตัวอย่าง (Sampling period) ให้สั้นลงคือเท่ากับ 0.05 วินาที เขียนสมการระบบที่เป็นเชิงเส้นที่ระยะเวลาการซ้กตัวอย่างเท่ากับ 0.05 วินาที เพื่อใช้ในการคำนวณตัวกรองคาลมาน ได้ดังสมการ (3.25)

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 1.0135 & 0.0502 & 0 & 0 \\ 0.5414 & 1.0135 & 0 & 0 \\ -0.0012 & 0 & 1 & 0.05 \\ -0.0492 & -0.0012 & 0 & 1 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} -0.0003 \\ -0.0100 \\ 0.0003 \\ 0.0100 \end{bmatrix} u_k + \begin{bmatrix} -0.0025 & 0.0003 \\ -0.1004 & 0.01 \\ 0 & -0.0003 \\ 0 & -0.01 \end{bmatrix} w_k$$

$$y_k = \begin{bmatrix} 57.2958 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x_k + v_k \quad (3.25)$$

โดยที่  $x_k = [\theta_k \quad \dot{\theta}_k \quad p_k \quad \dot{p}_k]^T$ ,  $y_k = [\theta_k \quad p_k]^T$ ,  $w_k$  และ  $v_k$  เป็นสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบและสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นเนื่องจากการวัดสัญญาณตามลำดับ

ป้อนสัญญาณรบกวนชนิดต่าง ๆ โดยกำหนดให้มีค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัดมุมของก้านเท่ากับ 0.005 เรเดียนกำลังสอง และค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัดตำแหน่งของรตเท่ากับ 0.0005 เมตรกำลังสอง ส่วนลักษณะของการรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบมีลักษณะเหมือนกับกรณีที่ไม่มีตัวกรองคาลมานคือการป้อนสัญญาณรบกวนเนื่องจากลมพัดก้านกำหนดให้เกิดขึ้นในช่วงเวลาวินาทีที่ 1 ถึงวินาทีที่ 2 และวินาทีที่ 10 ถึงวินาทีที่ 11 ส่วนการป้อนสัญญาณรบกวนเนื่องจากพื้นขรุขระกำหนดให้เกิดขึ้นตลอดเวลาและเปลี่ยนค่าความแปรปรวนหลาย ๆ ค่ากำหนดให้ค่าเงื่อนไขเริ่มต้นของก้านเท่ากับ 0.1 เรเดียน หรือประมาณ 5.7 องศา

ใช้ตัวชดเชยชนิดล้าหน้าตัวเดิมควบคุมระบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้น และมีตัวกรองคาลมานเป็นตัวประมาณตัวแปรสถานะ คำนวณอัตราขยายคาลมาน (Kalman gain) โดยเขียน M-file และใช้ SIMULINK คำนวณหามุมของก้านและตำแหน่งรต โดยป้อนสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบเป็นชนิดขาวแบบเกาส์

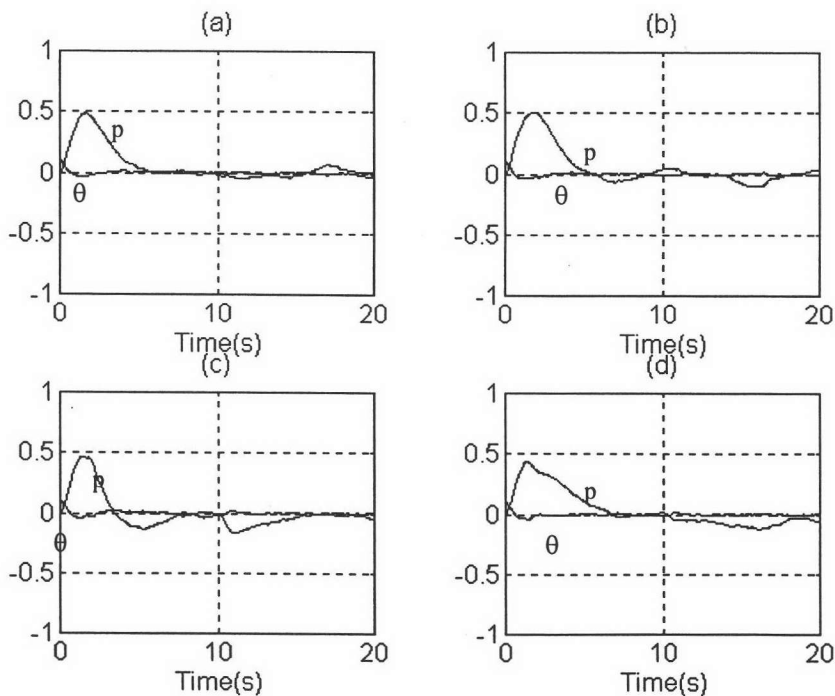
### 1. ผลของสัญญาณรบกวนเนื่องจากลมพัดก้านและความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัด

จากการกำหนดค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัดมุมของก้านและตำแหน่งรถมีค่าเท่ากับ 0.005 เรเดียนกำลังสอง และ 0.0005 เมตรกำลังสอง ตามลำดับ จึงกำหนดค่า  $R(k)$  ที่ใช้ในการคำนวณตัวประมาณตัวแปรสถานะได้ดังสมการ (3.26) และกำหนดค่าพารามิเตอร์อื่น ๆ ดังสมการ (3.27) ส่วน  $Q(k)$  จะเปลี่ยนตามค่า ความแปรปรวน ของสัญญาณรบกวนที่เข้ามายังระบบ โดยกำหนดให้  $Q(k)$  เป็นเมทริกซ์เทียงขนาด  $2 \times 2$  ซึ่งค่าในแนวทแยงเป็นค่า ความแปรปรวน ของสัญญาณรบกวนแต่ละตัว

$$R(k) = \begin{bmatrix} 0.005 & 0 \\ 0 & 0.0005 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

$$\hat{x}(0/0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0], \quad P(0/0) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

หามุมของก้านและตำแหน่งรถโดยใช้ตัวควบคุมชดเชยตัวเดิมแต่เพิ่มตัวกรองคาลมาน ใช้ค่าพารามิเตอร์ในการคำนวณหาตัวกรองคาลมานดังสมการที่ (3.26) และ (3.27) เปลี่ยนค่า  $Q(k)$  ตามค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนที่เกิดกับระบบ ได้ผลดังรูปที่ 3.13

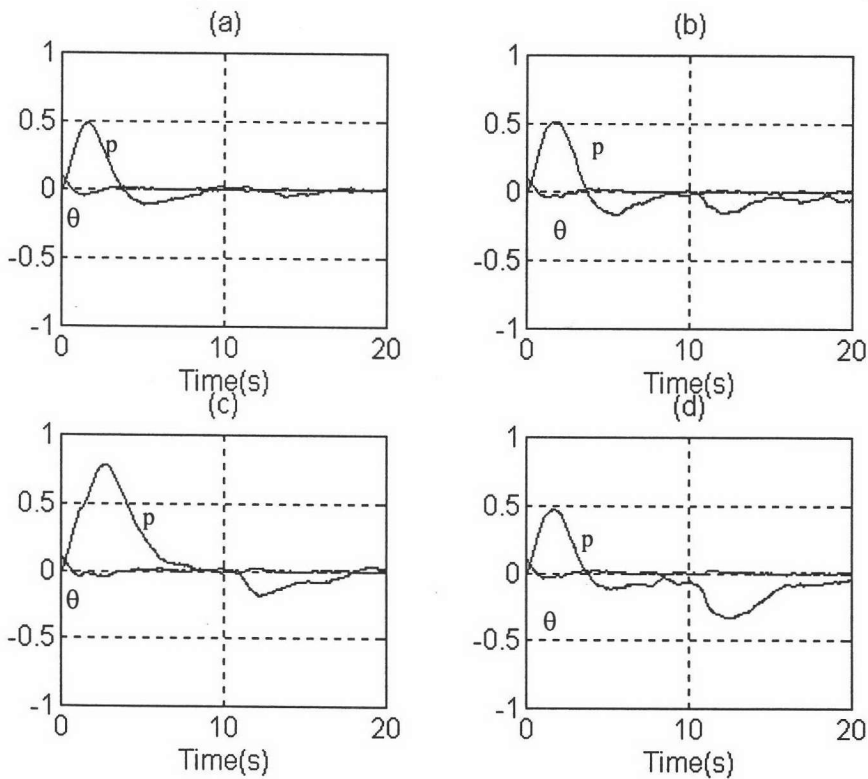


รูปที่ 3.13 ผลตอบของระบบเมื่อมีตัวกรองคาลมานและมีสัญญาณรบกวนเนื่องจากลมพัดก้านและความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัดโดยเปลี่ยนความแปรปรวนดังนี้ (a)  $0.1 \text{ N}^2$ , (b)  $0.2 \text{ N}^2$ , (c)  $0.4 \text{ N}^2$ , (d)  $0.5 \text{ N}^2$



จากรูป 3.13 ตัวกรองกาลมานสามารถลดผลของสัญญาณรบกวนได้ (เปรียบเทียบกับรูปที่ 3.6) เมื่อความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนมีค่ามากขึ้นระบบยังคงสามารถควบคุมได้และมีผลของสัญญาณรบกวนน้อยกว่าเมื่อไม่มีตัวกรองกาลมาน

เนื่องจากในระบบจริงแล้วสัญญาณรบกวนที่เข้าสู่ระบบมีค่าความแปรปรวนต่าง ๆ กัน ซึ่งไม่สามารถกำหนดค่าที่แน่นอนได้ ดังนั้นจึงทำการทดสอบตัวกรองกาลมาน โดยกำหนดให้การออกแบบตัวกรองกาลมานใช้ค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนเนื่องจากลมพัดก้านเท่ากับ 0.2 นิวตันกำลังสอง แล้วทำการทดสอบระบบโดยเปลี่ยนค่าความแปรปรวนหลาย ๆ ค่า ได้ผลดังรูปที่ 3.14



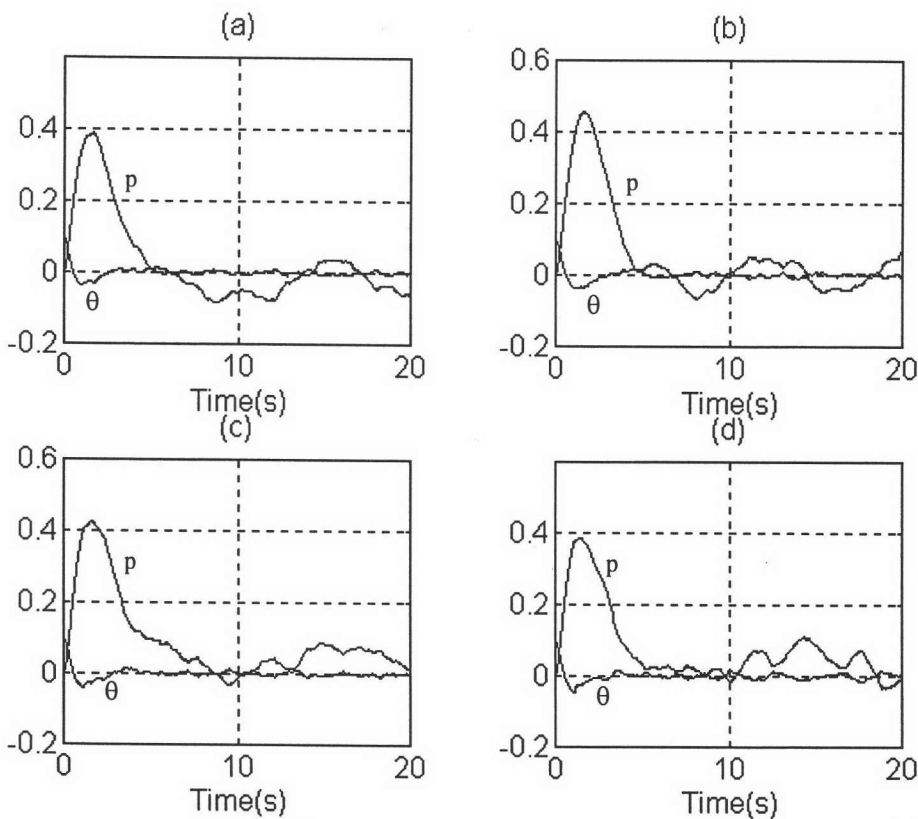
รูปที่ 3.14 แสดงผลตอบของระบบที่ใช้ตัวกรองกาลมาน (ออกแบบที่ความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนเท่ากับ  $0.2 \text{ N}^2$ ) ในการลดสัญญาณรบกวนเนื่องจากลมพัดก้านและความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัด โดยเปลี่ยนค่าความแปรปรวนหลายค่า (a)  $0.1 \text{ N}^2$ , (b)  $0.2 \text{ N}^2$ , (c)  $0.4 \text{ N}^2$ , (d)  $0.5 \text{ N}^2$

จากรูปที่ 3.14 จะเห็นได้ว่าเมื่อความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับที่กำหนดไว้ในการออกแบบ ตัวกรองกาลมานสามารถลดผลของสัญญาณรบกวนได้ แต่เมื่อค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบมีค่ามากขึ้นคุณสมบัติในการลดผลของสัญญาณรบกวนของตัวกรองกาลมานลดลง

จากผลการทดลองดังกล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า คุณสมบัติการลดผลของสัญญาณรบกวนของตัวกรองคาลมานลดลง เมื่อความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนมีมากขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากการออกแบบตัวกรองคาลมานต้องกำหนดค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวน จึงทำให้ตัวประมาณตัวแปรสถานะที่ออกแบบได้สามารถทำงานได้ดีเมื่อสัญญาณรบกวนมีค่า ความแปรปรวนอยู่ใกล้ ๆ กับค่าที่กำหนดในการคำนวณหาตัวกรองคาลมาน และเนื่องจากตัวกรองคาลมานออกแบบจากแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้น ดังนั้นถ้าสัญญาณรบกวนมีค่าความแปรปรวนมาก ๆ ทำให้ตัวควบคุมทำการควบคุมในจุดที่ห่างจากจุดทำงานจึงทำให้แบบจำลองเชิงเส้นที่ใช้ในการออกแบบต่างกับระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นจริง ทำให้คุณสมบัติของการลดผลสัญญาณรบกวนของตัวกรองคาลมานลดลง เนื่องจากการสร้างแบบจำลองที่ไม่เหมือนกับระบบจริง

## 2. ผลของสัญญาณรบกวนเนื่องจากพื้นขรุขระและความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัด

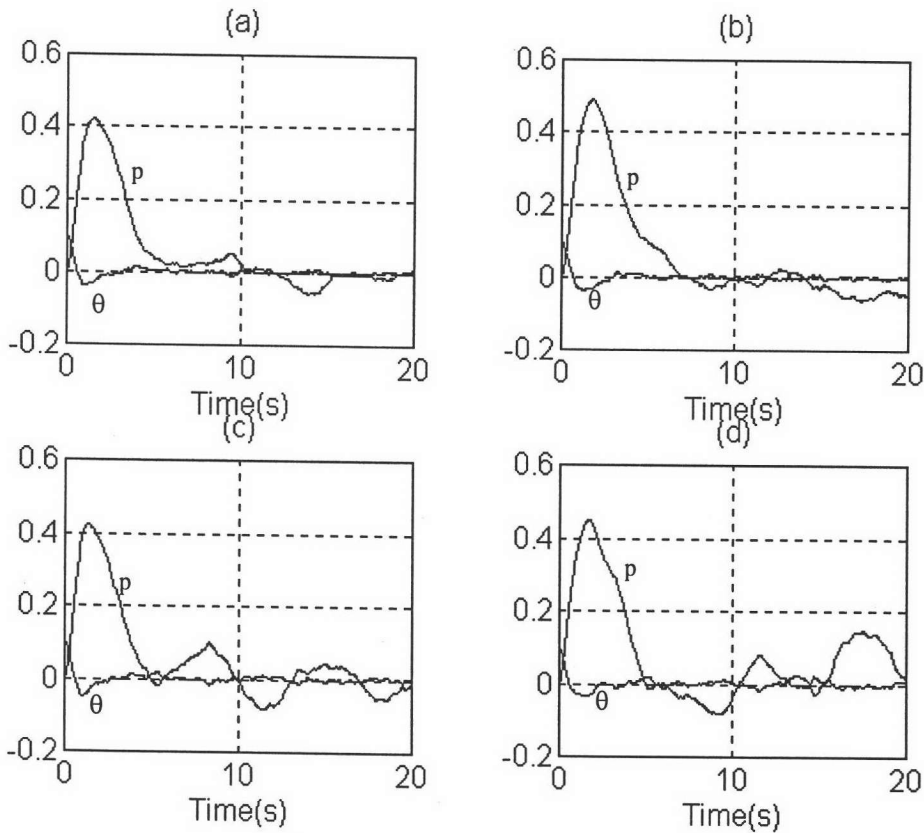
ทำการทดลองเช่นเดียวกับกรณีที่มีสัญญาณรบกวนเนื่องจากลมพัดก้านแต่เปลี่ยนให้สัญญาณรบกวนเกิดขึ้นจากลักษณะพื้นที่ขรุขระและมีสัญญาณรบกวนตลอดเวลา (เปลี่ยนค่าความแปรปรวน ของสัญญาณรบกวนในการออกแบบตัวประมาณตัวแปรสถานะตามสัญญาณรบกวนที่เข้าสู่ระบบจริง) ได้ผลดังรูปที่ 3.15



รูปที่ 3.15 แสดงผลตอบของระบบที่ใช้ตัวกรองคาลมานในการลดสัญญาณรบกวนเนื่องจากพื้นขรุขระและความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัด โดยเปลี่ยนค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบดังนี้ (a)  $0.1 N^2$  (b)  $0.5 N^2$  (c)  $1.0 N^2$  (d)  $1.5 N^2$

จากรูปที่ 3.15 ตัวประมาณตัวแปรสถานะสามารถลดผลของสัญญาณรบกวนได้ แต่ผลที่ได้ใกล้เคียงกับกรณีที่ไม่มีตัวกรองคาลมาน คือสัญญาณรบกวนจะเพียงแต่ทำให้ก้านแกว่งอยู่รอบ ๆ จุดสมดุล จากรูปจะสังเกตเห็นได้ว่าขนาดของสัญญาณรบกวนมีผลต่อระบบน้อยคือมุมของก้านและตำแหน่งรถถูกรบกวนด้วยขนาดเล็กแม้ว่าสัญญาณที่เข้ามารบกวนระบบจะมีขนาดใหญ่ขึ้น

ทำการทดสอบตัวกรองคาลมาน โดยกำหนดให้ใช้ตัวกรองคาลมานที่กำหนดให้ความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนเนื่องจากลักษณะของพื้นที่ขรุขระเท่ากับ  $0.5$  นิวตันกำลังสอง แล้วทำการทดสอบระบบ โดยเปลี่ยนค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนเนื่องจากลักษณะของพื้นที่ขรุขระหลาย ๆ ค่า ได้ผลดังรูปที่ 3.16



รูปที่ 3.16 แสดงผลตอบของระบบที่ใช้ตัวกรองคาลมาน(ออกแบบที่ความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนเท่ากับ  $0.5 \text{ N}^2$ )ในการลดสัญญาณรบกวนเนื่องจากพื้นที่ขรุขระและความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัด เปลี่ยนความแปรปรวนหลาย ๆ ค่า (a)  $0.1 \text{ N}^2$  (b)  $0.5 \text{ N}^2$  (c)  $1.0 \text{ N}^2$  (d)  $1.5 \text{ N}^2$

จากรูปที่ 3.16 เมื่อเปรียบเทียบกับรูปที่ 3.15 จะเห็นว่าผลที่ได้ใกล้เคียงกัน คือเพียงแต่ทำให้ก้านแกว่งอยู่รอบจุดกำเนิด แต่ขนาดของการแกว่งจะเพิ่มมากขึ้นเมื่อสัญญาณรบกวนมีความแปรปรวนมากขึ้น ซึ่งสามารถสรุปได้ว่าประสิทธิภาพในการลดผลของสัญญาณรบกวนของตัวประมาณตัวแปรสถานะลดลงเมื่อความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนเพิ่มขึ้น

## การออกแบบตัวกรองคาลมานเมื่อสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบ เป็นชนิดสีแบบเกาส์

กรณีที่สัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบเป็นชนิดสีแบบเกาส์ (gaussian colored noise) เขียนสมการแบบจำลองระบบใหม่ โดยรวมแบบจำลองของสัญญาณรบกวนดังสมการที่ (3.28) เข้าไว้กับสมการระบบด้วย ซึ่งทำให้ได้แบบจำลองระบบใหม่ที่มีตัวแปรสถานะเพิ่มขึ้น (ระบบมีอันดับสูงขึ้น)

$$\left. \begin{aligned} x'_{k+1} &= A'x'_k + G'w'_k \\ w_k &= C'x'_k + D'w'_k \end{aligned} \right\} \quad (3.28)$$

โดยที่  $w'_k$  และ  $w_k$  คือสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบชนิดขาวแบบเกาส์ (gaussian white noise) และชนิดสีแบบเกาส์ (gaussian color noise) ตามลำดับ ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้กำหนดให้แบบจำลองของสัญญาณรบกวนมีค่าพารามิเตอร์ดังนี้

$$A' = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}, G' = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -0.5 \end{bmatrix}, C' = D' = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

รวมสมการระบบ (3.20) และสมการแบบจำลองของสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบ (3.28) เข้าด้วยกัน ดังสมการที่ (3.29)

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_{k+1} \\ x'_{k+1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \Phi(k+1, k) & \Gamma(k+1, k)C' \\ 0 & A' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ x'_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} \Gamma(k+1, k)D' \\ G' \end{bmatrix} w'_k \\ y_k &= \begin{bmatrix} H(k+1) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ x'_k \end{bmatrix} + v_k \end{aligned} \quad (3.29)$$

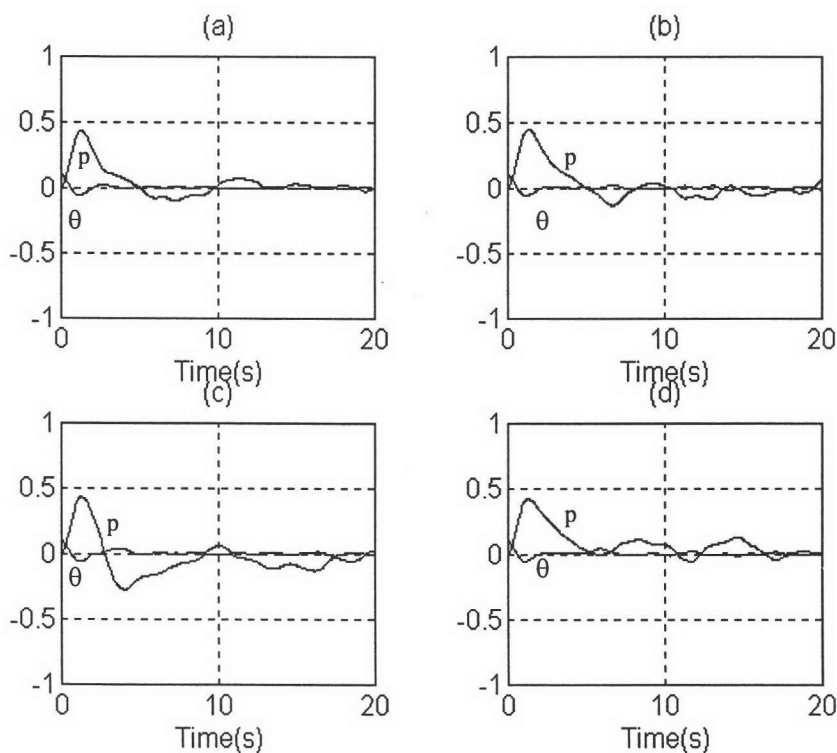
จากสมการ (3.29) จะเห็นว่าเป็นสมการระบบที่มีอันดับเพิ่มขึ้นจากระบบเดิม คือมีตัวแปรสถานะเพิ่มขึ้นเนื่องจากสมการความสัมพันธ์ของสัญญาณรบกวนชนิดที่เป็นแบบคัลเลอร์และไวท์ เมื่อรวมทั้งสมการแล้วสมการระบบที่ได้มีสัญญาณรบกวนชนิดขาวแบบเกาส์เพียงอย่างเดียว ซึ่งสามารถใช้วิธีการหาตัวกรองคาลมานวิธีเดิมได้

## ผลของตัวกรองคาลมานต่อสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบชนิดสีแบบเกาส์และการวัดชนิดขาวแบบเกาส์

ใช้ตัวชดเชยชนิดล้าหน้าตัวเดิมควบคุมระบบจำลอง และปรับปรุงตัวกรองคาลมานให้สามารถใช้ได้กับสัญญาณรบกวนสีแบบเกาส์ด้วยวิธีการดังกล่าวข้างต้น จากนั้นหามุมของก้านและตำแหน่งรถเมื่อมีสัญญาณรบกวนสีแบบเกาส์โดยการเปลี่ยนความแปรปรวน ของสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบเพื่อเปรียบเทียบกับกรณีที่เป็นสัญญาณรบกวนขาวแบบเกาส์

### 1. ผลของสัญญาณรบกวนเนื่องจากรวมพัคก้านและความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัด

หามุมของก้านและตำแหน่งรถโดยใช้ตัวควบคุมตัวเดิม แต่ปรับปรุงตัวกรองกาลมานให้สามารถใช้ได้กับสัญญาณรบกวนสี่แบบเกาส์ ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์  $Q(k)$  ตามค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบที่เข้าสู่ระบบซึ่งกำหนดให้เป็น 0.1 นิวตันกำลังสอง 0.2 นิวตันกำลังสอง 0.4 นิวตันกำลังสอง และ 0.5 นิวตันกำลังสอง ได้ผลดังรูป 3.17

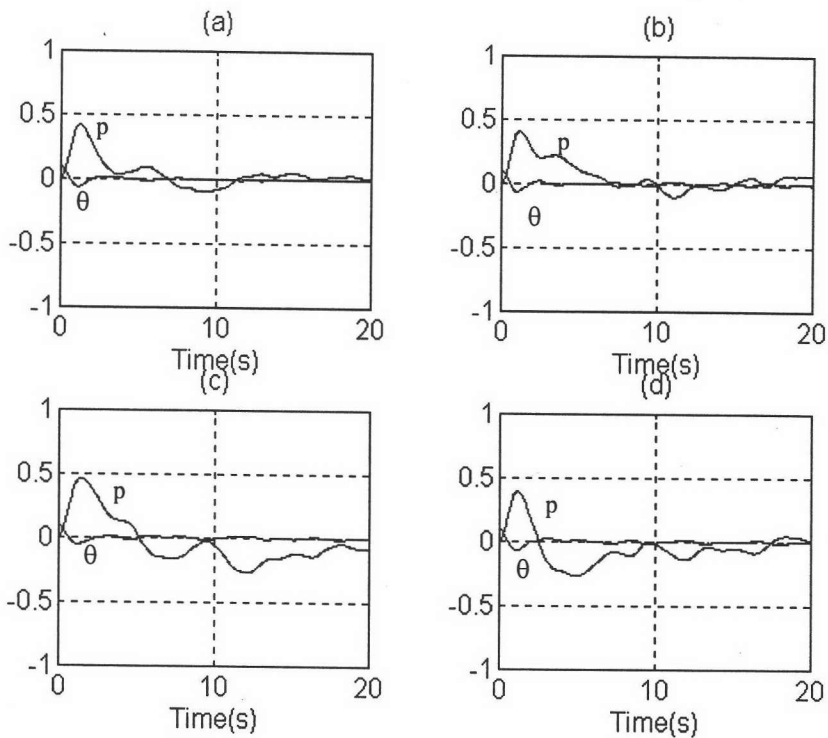


รูปที่ 3.17 แสดงผลตอบของระบบที่ใช้ตัวกรองกาลมานในการลดสัญญาณรบกวนเนื่องจากรวมพัคก้าน และผลของความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัด โดยเปลี่ยนค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบดังนี้ (a)  $0.1 N^2$ , (b)  $0.2 N^2$ , (c)  $0.4 N^2$ , (d)  $0.5 N^2$

จากรูปที่ 3.17 ตัวกรองกาลมานสามารถลดผลของสัญญาณรบกวนได้ (เปรียบเทียบกับรูปที่ 3.8) เมื่อความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนมีค่ามากขึ้นระบบยังคงสามารถควบคุมได้และมีผลของสัญญาณรบกวนน้อยกว่าเมื่อไม่มีตัวกรองกาลมาน

ทำการทดสอบตัวกรองกาลมาน โดยกำหนดให้การออกแบบตัวกรองกาลมานใช้ค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนเนื่องจากรวมพัคก้านเท่ากับ 0.2 นิวตันกำลังสอง แล้วทำการทดสอบระบบโดยเปลี่ยนค่าความแปรปรวนหลายๆ ค่า ได้ผลดังรูปที่ 3.18

จากรูปที่ 3.18 จะเห็นได้ว่าเมื่อความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับที่กำหนดไว้ในการออกแบบตัวกรองกาลมาน ตัวกรองกาลมานสามารถลดผลของสัญญาณรบกวนได้ แต่เมื่อค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบมีค่ามากขึ้นคุณสมบัติในการลดผลของสัญญาณรบกวนของตัวกรองกาลมานลดลง

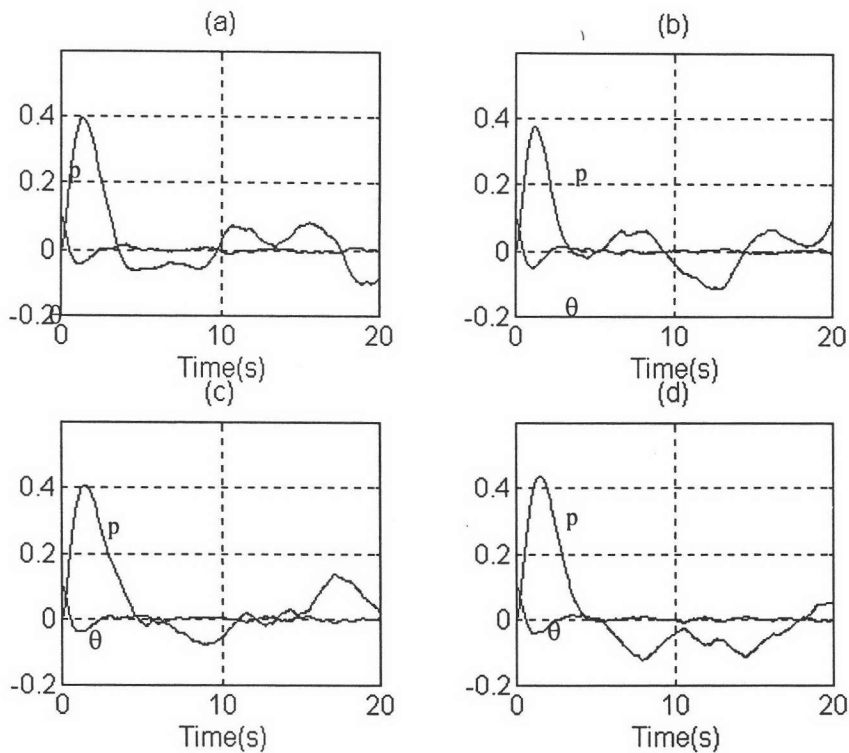


รูปที่ 3.18 แสดงผลตอบของระบบที่ใช้ตัวกรองกาลมาน (ออกแบบที่ความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนเท่ากับ  $0.2 \text{ N}^2$ ) ในการลดสัญญาณรบกวนเนื่องจากลมพัดก้านและความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัด โดยเปลี่ยนความแปรปรวนหลายค่า (a)  $0.1 \text{ N}^2$ , (b)  $0.2 \text{ N}^2$ , (c)  $0.4 \text{ N}^2$ , (d)  $0.5 \text{ N}^2$

จากผลการทดลองดังกล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า คุณสมบัติการลดผลของสัญญาณรบกวนของตัวกรองกาลมานลดลง เมื่อความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนมีมากขึ้น ซึ่งเหมือนกับกรณีที่สัญญาณรบกวนมีลักษณะการรบกวนชนิดขาวแบบเกาส์เนื่องจากเหตุผลดังกล่าวข้างต้น

## 2. ผลของสัญญาณรบกวนเนื่องจากพื้นขรุขระและความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัด

ทำการทดลองเช่นเดียวกับกรณี ที่มีสัญญาณรบกวนเนื่องจากลมพัดก้านแต่เปลี่ยนให้สัญญาณรบกวนเกิดขึ้นจากลักษณะพื้นที่ขรุขระและมีสัญญาณรบกวนตลอดเวลา (เปลี่ยนค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนในการออกแบบตัวประมาณตัวแปรสถานะตามสัญญาณรบกวนที่เข้าสู่ระบบจริง) ได้ผลดังรูปที่ 3.19

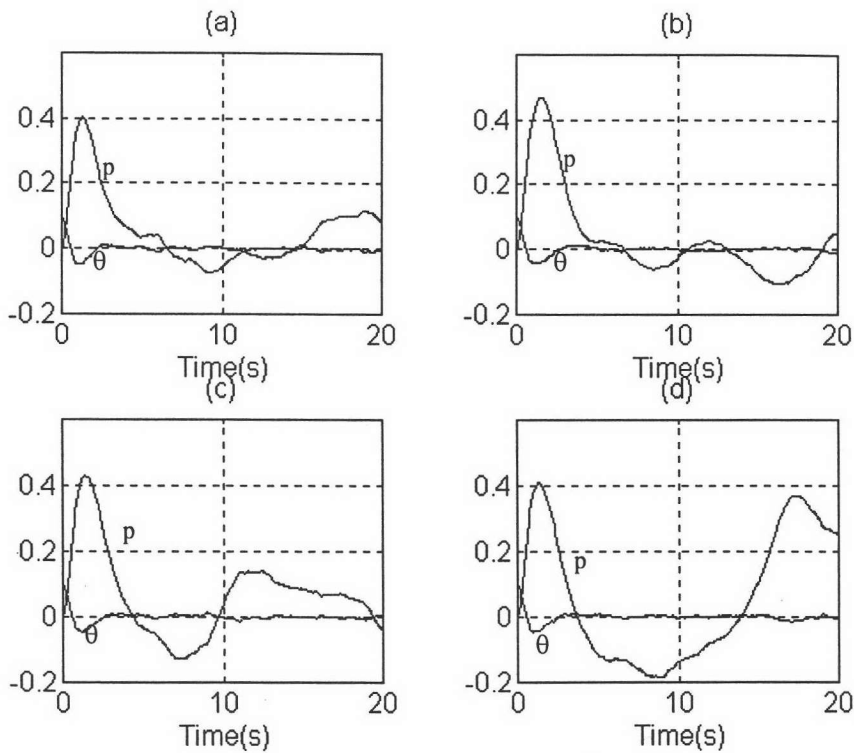


รูปที่ 3.19 ผลตอบของระบบที่ใช้ตัวกรองกาลมานในการลดสัญญาณรบกวนเนื่องจากพื้นขรุขระและความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัด โดยเปลี่ยนความแปรปรวนดังนี้ (a)  $0.1 \text{ N}^2$  (b)  $0.5 \text{ N}^2$  (c)  $1.0 \text{ N}^2$  (d)  $1.5 \text{ N}^2$

จากรูปที่ 3.19 ตัวประมาณตัวแปรสถานะสามารถลดผลของสัญญาณรบกวนได้ แต่ผลที่ได้ใกล้เคียงกับกรณีที่ไม่มีตัวกรองกาลมาน คือสัญญาณรบกวนจะเพียงแต่ทำให้ก้านแกว่งอยู่รอบ ๆ จุดสมดุล และระบบจะเริ่มไม่เสถียร เมื่อความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนเพิ่มมากขึ้นจนเลขชี้กำลังของตัวควบคุมที่จะควบคุมได้ ทั้งนี้เนื่องจากสัญญาณรบกวนเนื่องจากพื้นขรุขระมีผลโดยตรงต่อตำแหน่งของก้าน

ทำการทดสอบตัวกรองกาลมาน โดยกำหนดให้ใช้ตัวกรองกาลมานที่กำหนดให้ความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนเนื่องจากลักษณะของพื้นที่ขรุขระเท่ากับ 0.5 นิวตันกำลังสอง แล้วทำการทดสอบระบบ โดยเปลี่ยนค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนเนื่องจากลักษณะของพื้นที่ขรุขระหลาย ๆ ค่า ได้ผลดังรูปที่ 3.20

จากรูปที่ 3.20 เมื่อเปรียบเทียบกับรูปที่ 3.19 จะเห็นว่าเมื่อความแปรปรวนเพิ่มมากขึ้น คุณสมบัติในการลดผลสัญญาณรบกวนของตัวประมาณตัวแปรสถานะลดลง คือทำให้ระบบแกว่งอยู่รอบจุดสมดุลในขนาดที่ใหญ่ขึ้น



รูปที่ 3.20 แสดงผลตอบของระบบที่ใช้ตัวกรองคาลมาน(ออกแบบที่ความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนเท่ากับ  $0.5 \text{ N}^2$ ) ในการลดสัญญาณรบกวนเนื่องจากพื้นขรุขระและความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัด เปลี่ยนความแปรปรวนหลายๆ ค่า (a)  $0.1 \text{ N}^2$  (b)  $0.5 \text{ N}^2$  (c)  $1.0 \text{ N}^2$  (d)  $1.5 \text{ N}^2$

### การออกแบบตัวกรองคาลมานเมื่อความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัดเป็นชนิดสี่แบบเกาส์

กรณีที่สัญญาณรบกวนเนื่องจากการวัดเป็นชนิดสี่แบบเกาส์เปลี่ยนสมการระบบใหม่ โดยรวมแบบจำลองของสัญญาณรบกวนดังสมการที่ (3.30) เข้าไว้ด้วย

$$v_{k+1} = -v_k + v'_k \quad (3.30)$$

โดยที่  $v'_k$  และ  $v_k$  คือความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัดชนิดขาวแบบเกาส์และชนิดสี่แบบเกาส์ตามลำดับ รวมสมการระบบ (3.20) และสมการแบบจำลองของสัญญาณรบกวน (3.30) เข้าด้วยกัน เขียนใหม่ดังสมการ (3.31)

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ v_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi(k+1, k) & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ v_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} \Gamma(k+1, k) & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_k \\ v'_k \end{bmatrix}$$

$$z_{k+1} = \begin{bmatrix} H(k+1) & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k+1} \\ v_{k+1} \end{bmatrix} + [0] \quad (3.31)$$



จากสมการ (3.31) จะเห็นว่าเป็นสมการระบบที่มีอันดับเพิ่มขึ้นจากระบบเดิม คือมีตัวแปรสถานะเพิ่มขึ้นเนื่องจากสมการความสัมพันธ์ของสัญญาณรบกวนชนิดที่เป็นคัลเลอร์และไวท์ เนื่องจากสมการระบบใหม่ที่มีสัญญาณรบกวนชนิดขาวแบบเกาส์เพียงอย่างเดียว ซึ่งสามารถใช้วิธีการหาตัวกรองคาลมานดังวิธีการข้างบน

จากสมการสัญญาณวัดในสมการที่ (3.31) จะเห็นได้ว่า  $R(k) = [0]$  และเนื่องจากสัญญาณวัดประกอบไปด้วยส่วนที่เป็นค่าของตัวแปรระบบรวมกับสัญญาณรบกวน แต่สัญญาณทั้งสองชนิดนี้เป็นอิสระต่อกัน เพราะฉะนั้นสามารถเขียนค่าความแปรปรวนเกี่ยว (Covariance) ของสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบได้ดังสมการ (3.32)

$$Q(k) = \begin{bmatrix} \text{cov of } w_k & 0 \\ 0 & \text{cov of } v'_k \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

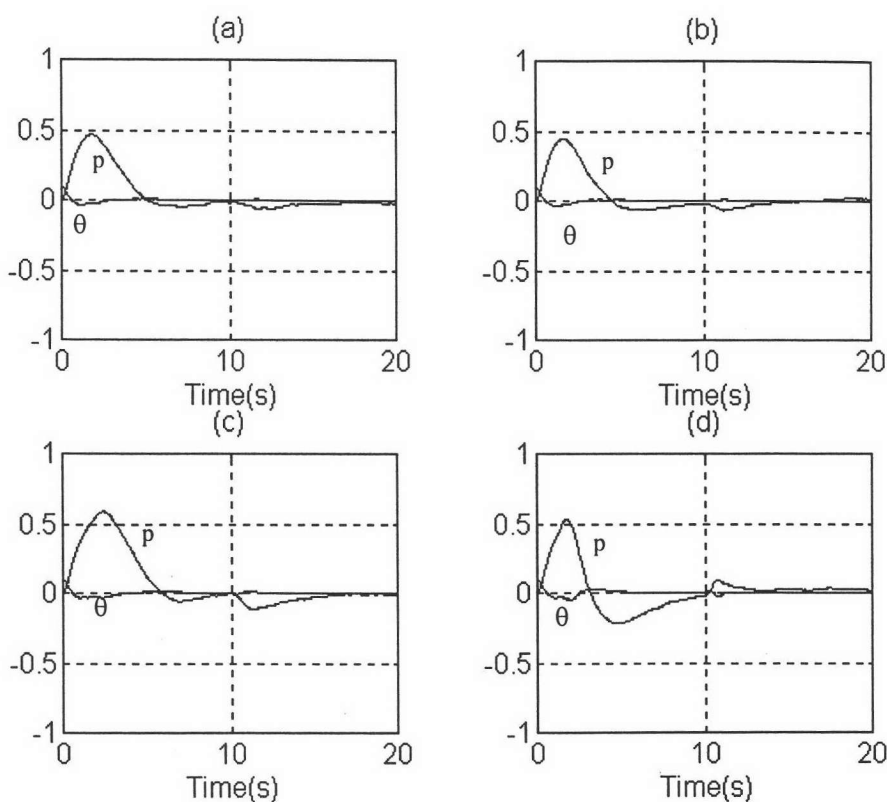
ใส่ตัวกรองคาลมานแบบต่าง ๆ (ขึ้นอยู่กับลักษณะของสัญญาณรบกวน) เข้ากับระบบเพื่อประมาณตัวแปรสถานะ แล้วนำตัวแปรสถานะที่ประมาณได้ป้อนกลับเข้าสู่ตัวชดเชยแบบล้าหน้า หลังจากนั้นทดสอบใส่สัญญาณรบกวนเพื่อดูผลเปรียบเทียบกับกรณีที่ไม่มีตัวกรองคาลมาน

### ผลของตัวกรองคาลมานต่อสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบชนิดขาวแบบเกาส์และความคลาดเคลื่อนเนื่องการวัดชนิดสีแบบเกาส์

ใช้ตัวชดเชยชนิดล้าหน้าตัวเดิมควบคุมระบบจำลอง และปรับปรุงตัวกรองคาลมานให้สามารถใช้ได้กับสัญญาณรบกวนสีแบบเกาส์ด้วยวิธีการดังกล่าวข้างต้น จากนั้นหาผลตอบเมื่อมีสัญญาณรบกวนและเปลี่ยนค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบเพื่อเปรียบเทียบกับกรณีที่เป็นสัญญาณรบกวนขาวแบบเกาส์

#### 1. ผลของสัญญาณรบกวนเนื่องจากลมพัดก้านและความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัด

หามุมของก้านและตำแหน่งรถโดยใช้ตัวควบคุมชดเชยตัวเดิม แต่ปรับปรุงตัวกรองคาลมานให้สามารถใช้ได้กับสัญญาณรบกวนสีแบบเกาส์ ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์  $Q(k)$  ตามค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบซึ่งกำหนดให้เป็น 0.1 นิวตันกำลังสอง 0.5 นิวตันกำลังสอง 1.0 นิวตันกำลังสอง และ 1.5 นิวตันกำลังสอง ได้ผลดังรูป 3.21

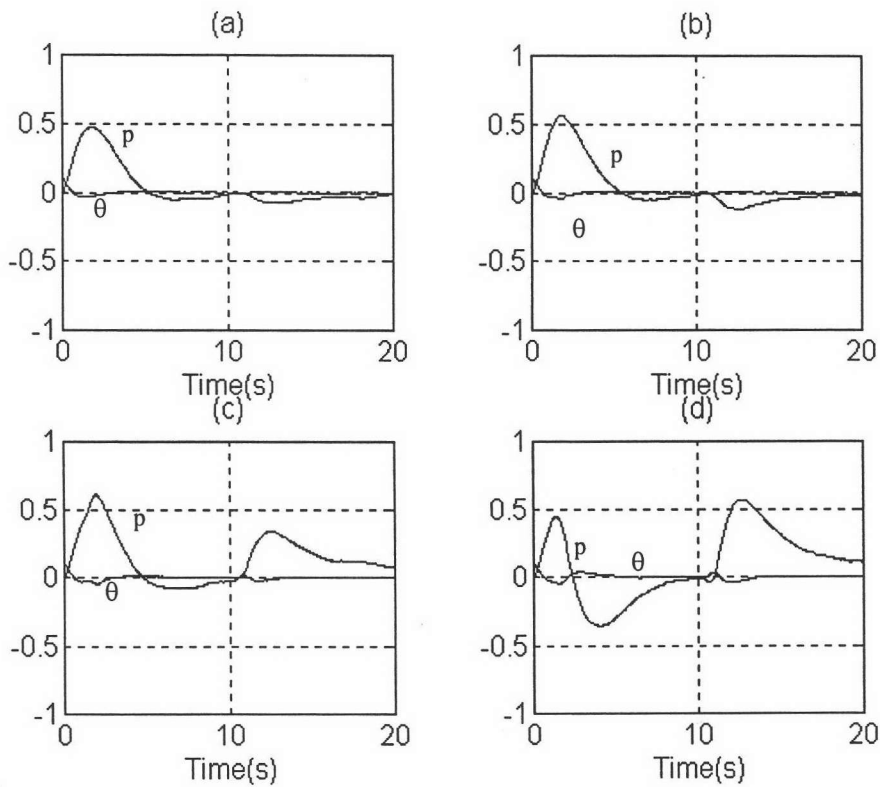


รูปที่ 3.21 แสดงผลตอบของระบบที่ใช้ตัวกรองกาลมานในการลดสัญญาณรบกวนเนื่องจากลมพัดก้าน และผลของความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัด โดยเปลี่ยนค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนที่เกิดกับระบบดังนี้ (a)  $0.1 N^2$ , (b)  $0.2 N^2$ , (c)  $0.4 N^2$ , (d)  $0.5 N^2$

จากรูปที่ 3.21 ตัวกรองกาลมานสามารถลดผลของสัญญาณรบกวนได้ (เปรียบเทียบกับรูปที่ 3.10) เมื่อความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนมีค่ามากขึ้นระบบยังคงสามารถควบคุมได้และมีผลของสัญญาณรบกวนน้อยกว่าเมื่อไม่มีตัวกรองกาลมาน เมื่อเปรียบเทียบกับกรณีที่สัญญาณรบกวนมีลักษณะชนิดขาวแบบเกาส์ จะเห็นได้ว่าความสามารถในการลดผลของสัญญาณรบกวนของตัวกรองกาลมานลดลงเล็กน้อย

ทำการทดสอบตัวกรองกาลมาน โดยกำหนดให้การออกแบบตัวกรองกาลมานใช้ค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนเนื่องจากลมพัดก้านเท่ากับ 0.2 นิวตันกำลังสอง แล้วทำการทดสอบระบบโดยเปลี่ยนค่าความแปรปรวนหลายๆ ค่า ได้ผลดังรูปที่ 3.22

จากรูปที่ 3.22 จะเห็นได้ว่าเมื่อความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับที่กำหนดไว้ในการออกแบบตัวกรองกาลมาน ตัวกรองกาลมานสามารถลดผลของสัญญาณรบกวนได้ แต่เมื่อค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบมีค่ามากขึ้นคุณสมบัติในการลดผลของสัญญาณรบกวนของตัวกรองกาลมานลดลง



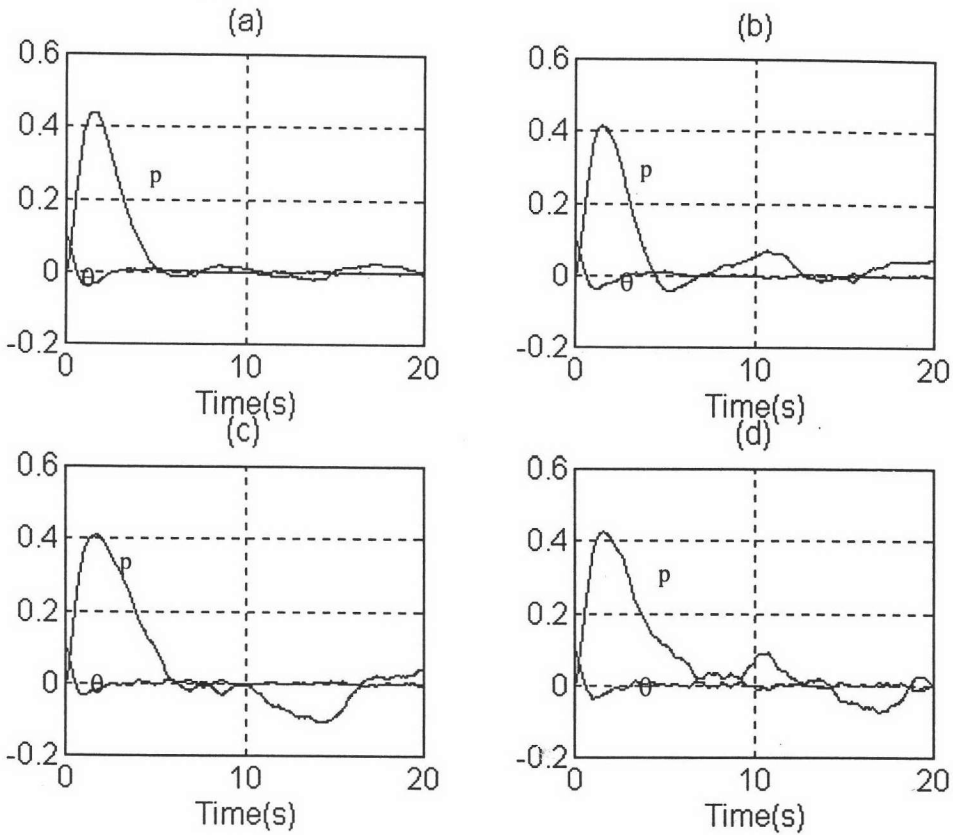
รูปที่ 3.22 แสดงผลตอบของระบบที่ใช้ตัวกรองกาลมาน (ออกแบบที่ค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนเท่ากับ  $0.2 \text{ N}^2$ ) ในการลดสัญญาณรบกวนเนื่องจากลมพัดก้านและผลของความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัด โดยเปลี่ยนค่าความแปรปรวนหลายค่า (a)  $0.1 \text{ N}^2$ , (b)  $0.2 \text{ N}^2$ , (c)  $0.4 \text{ N}^2$ , (d)  $0.5 \text{ N}^2$

จากผลการทดลองดังกล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า คุณสมบัติการลดผลของสัญญาณรบกวนของตัวกรองกาลมานลดลงเมื่อค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนมากขึ้น

## 2. ผลของสัญญาณรบกวนเนื่องจากพื้นขรุขระและความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัด

ทำการทดลองเช่นเดียวกับกรณีที่มีสัญญาณรบกวนเนื่องจากลมพัดก้านแต่เปลี่ยนให้สัญญาณรบกวนเกิดขึ้นจากลักษณะพื้นที่ขรุขระและมีสัญญาณรบกวนตลอดเวลา (เปลี่ยนค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนในการออกแบบตัวกรองกาลมานตามสัญญาณรบกวนที่เข้าสู่ระบบจริง) ได้ผลดังรูปที่ 3.23

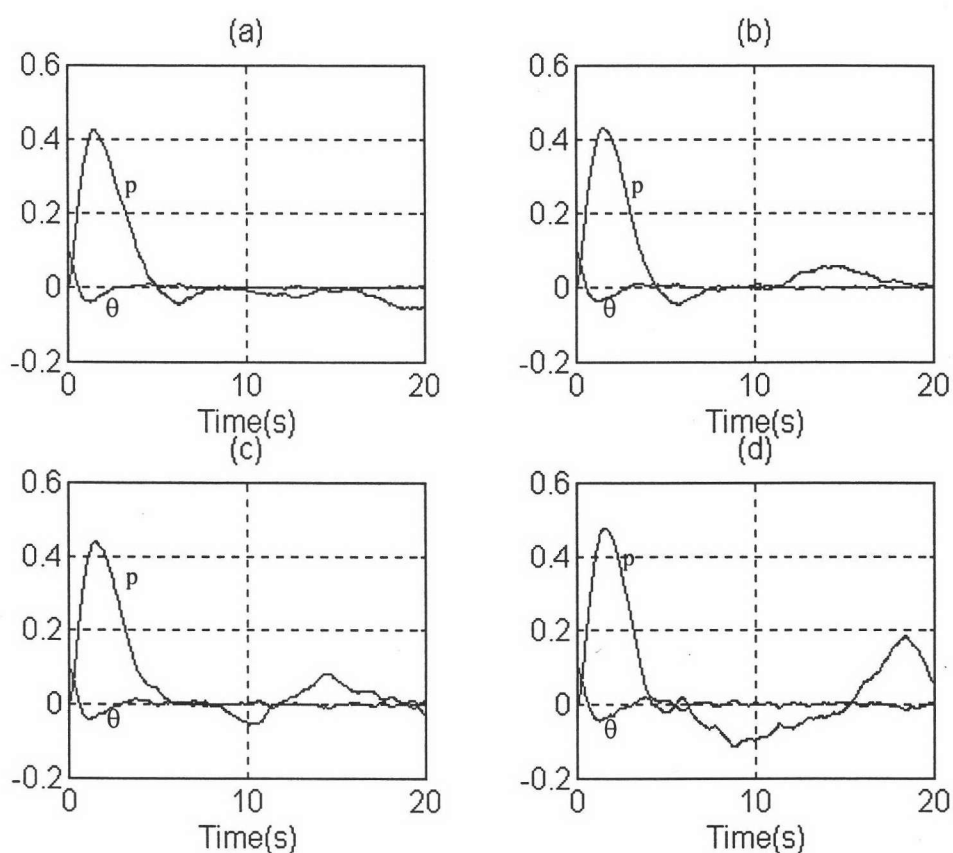
จากรูปที่ 3.23 ตัวกรองกาลมานสามารถลดผลของสัญญาณรบกวนได้ แต่ผลที่ได้ใกล้เคียงกับกรณีที่ไม่มีตัวกรองกาลมาน คือสัญญาณรบกวนจะเพียงแต่ทำให้ก้านแกว่งอยู่รอบ ๆ จุดสมดุล ทั้งนี้เนื่องจากสัญญาณรบกวนเนื่องจากพื้นขรุขระมีผลโดยตรงต่อตำแหน่งของก้าน



รูปที่ 3.23 แสดงผลตอบของระบบที่ใช้ตัวกรองกาลมานในการลดสัญญาณรบกวนเนื่องจากพื้นขรุขระและความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัด โดยเปลี่ยนค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบดังนี้ (a)  $0.1 N^2$  (b)  $0.5 N^2$  (c)  $1.0 N^2$  (d)  $1.5 N^2$

ทำการทดสอบตัวกรองกาลมาน โดยกำหนดให้ใช้ตัวกรองกาลมานที่กำหนดให้ความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนเนื่องจากลักษณะของพื้นที่ขรุขระเท่ากับ 0.5 นิวตันกำลังสอง แล้วทำการทดสอบระบบ โดยเปลี่ยนค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนเนื่องจากลักษณะของพื้นที่ขรุขระหลายๆ ค่า ได้ผลดังรูปที่ 3.24

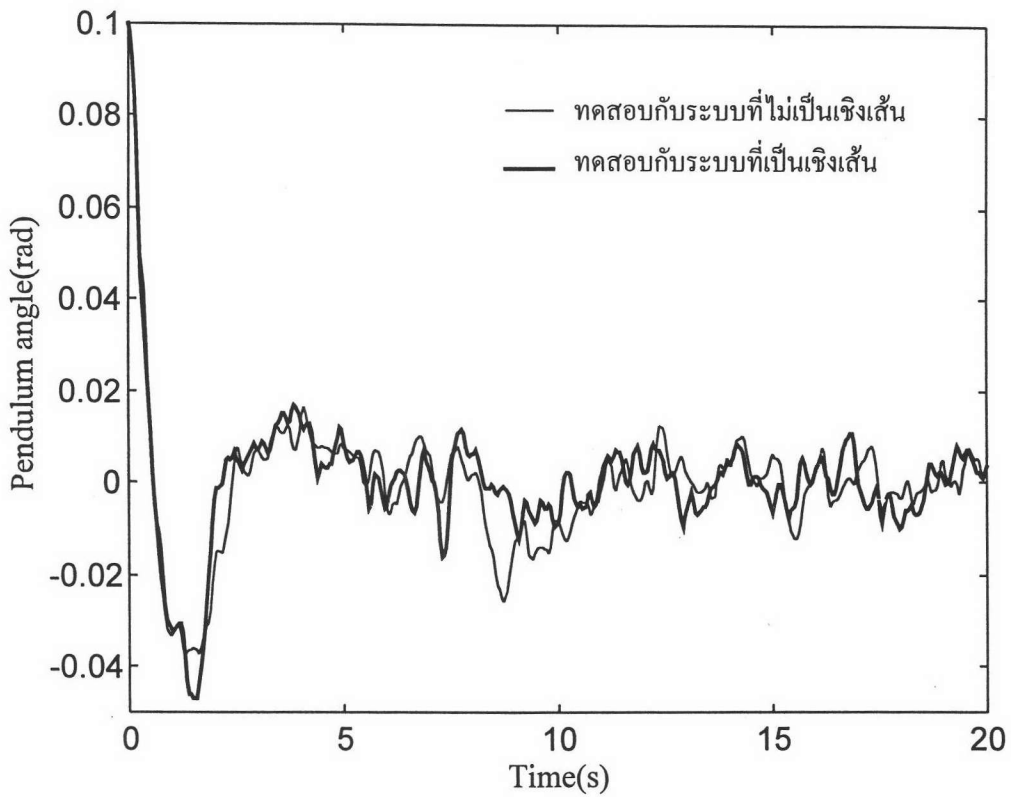
จากรูปที่ 3.24 เมื่อเปรียบเทียบกับรูปที่ 3.23 จะเห็นว่าเมื่อความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนเพิ่มมากขึ้นคุณสมบัติในการลดผลสัญญาณรบกวนของตัวประมาณตัวแปรสถานะลดลง คือทำให้ระบบแกว่งอยู่รอบจุดสมดุลในขนาดที่ใหญ่ขึ้นเมื่อความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบมีค่ามากขึ้น



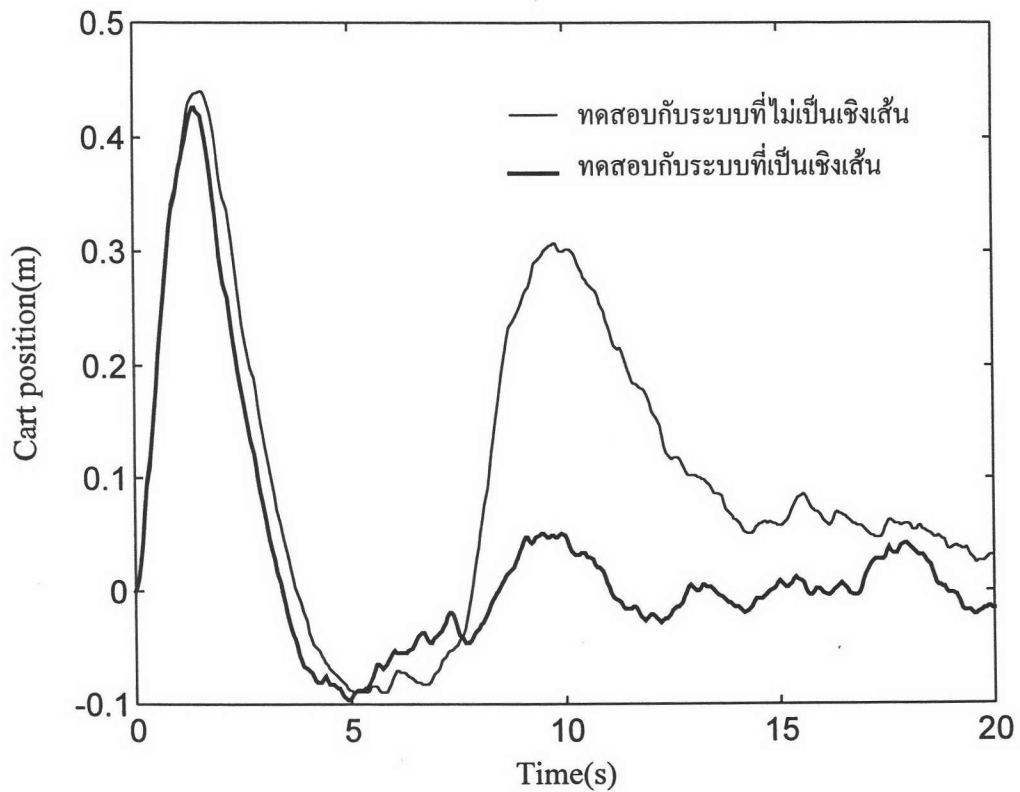
รูปที่ 3.24 ผลตอบของระบบที่ใช้ตัวกรองกาลมาน(ออกแบบที่ค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนเท่ากับ  $0.5 \text{ N}^2$ ) ในการลดสัญญาณรบกวนเนื่องจากพื้นขรุขระและความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัด โดยเปลี่ยนค่าความแปรปรวนหลายๆ ค่า (a)  $0.1 \text{ N}^2$  (b)  $0.5 \text{ N}^2$  (c)  $1.0 \text{ N}^2$  (d)  $1.5 \text{ N}^2$

### การลดผลของสัญญาณรบกวนของตัวกรองกาลมานเมื่อระบบมีความไม่เป็นเชิงเส้น

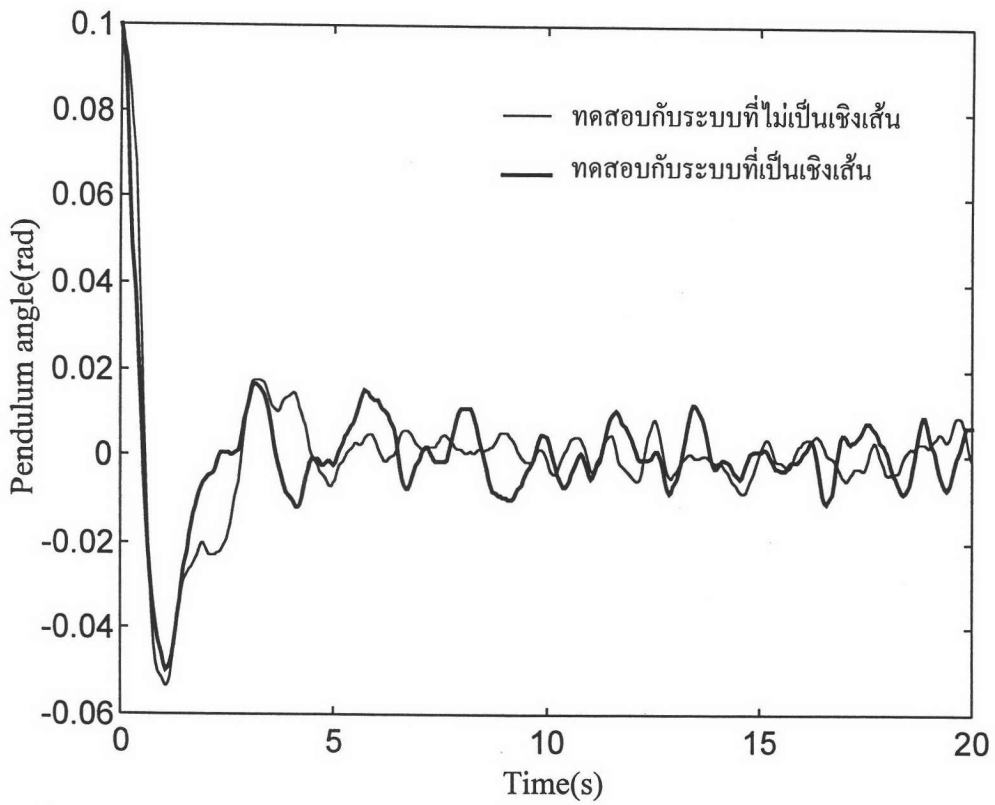
เนื่องจากการออกแบบตัวกรองกาลมานจะต้องทำการแปลงแบบจำลองของระบบที่อยู่ในรูปแบบไม่เป็นเชิงเส้นให้อยู่ในรูปแบบเชิงเส้นก่อน หลังจากนั้นจึงออกแบบคาลมาลฟิลเตอร์จากแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้นที่ได้ ในหัวข้อนี้จะทำการทดสอบประสิทธิภาพการลดผลสัญญาณรบกวนของตัวกรองกาลมานเมื่อใช้กับระบบที่เป็นเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้น โดยกำหนดให้สัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบและค่าความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัดเป็นชนิดขาวแบบเกาส์ ทดสอบกับระบบที่เป็นเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้น โดยกำหนดให้มีสัญญาณรบกวนเนื่องจากลมพัดที่มีค่าความแปรปรวนเท่ากับ 0.2 นิวตันกำลังสองและมีค่าความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัดได้ผลดังรูปที่ 3.25 และ 3.26 และทดสอบโดยกำหนดให้ระบบมีสัญญาณรบกวนเนื่องจากพื้นขรุขระที่มีค่าความแปรปรวนเท่ากับ 0.5 นิวตันกำลังสองและมีความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัดได้ผลดังรูป 3.27 และ 3.28



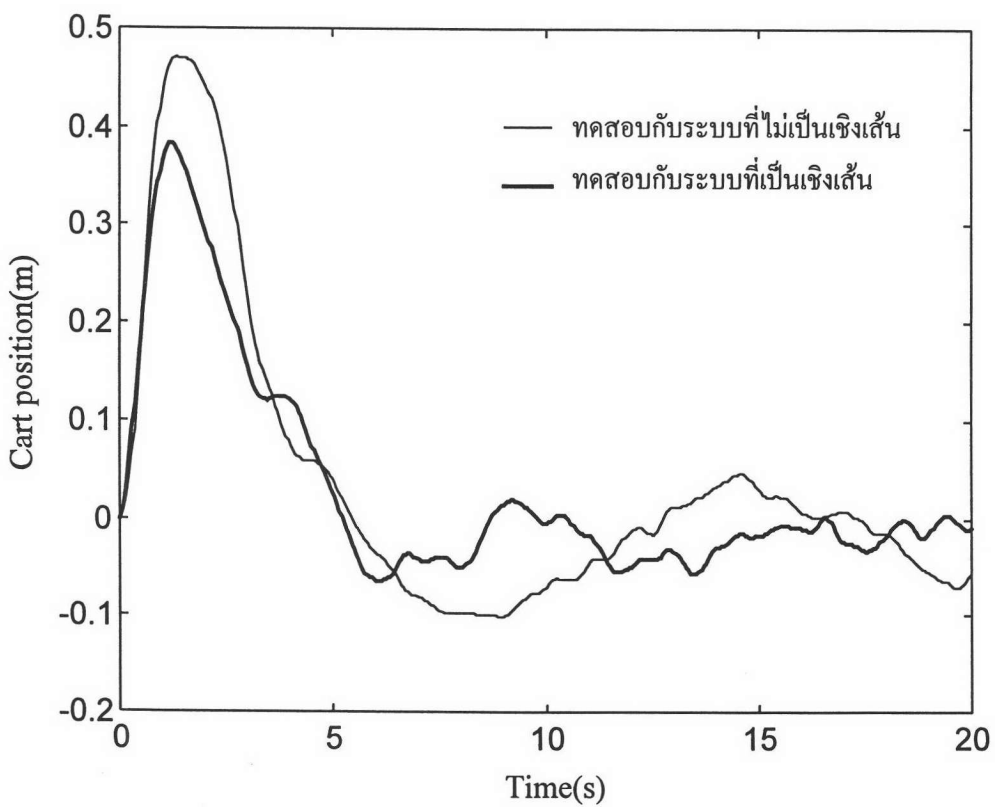
รูปที่ 3.25 มุมของก้านเมื่อระบบมีสัญญาณรบกวนเนื่องจากลมพัดและความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัด



รูปที่ 3.26 ตำแหน่งรถเมื่อระบบมีสัญญาณรบกวนเนื่องจากลมพัดและความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัด



รูปที่ 3.27 มุมของก้านเมื่อมีสัญญาณรบกวนเนื่องจากพื้นขรุขระและความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัด



รูปที่ 3.28 ตำแหน่งรถเมื่อมีสัญญาณรบกวนเนื่องจากพื้นขรุขระและความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัด

จากรูปที่ 3.25 3.26 3.27 และ 3.28 จะเห็นได้ว่ากราฟมูมของก้านและตำแหน่งของรถเมื่อทดสอบกับระบบที่เป็นเชิงเส้นในกรณีทดสอบต่าง ๆ จะมีลักษณะเรียบและแกว่งน้อยกว่าเมื่อใช้ตัวรองคาลมานกับระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น

กำหนดให้  $J_t$  เป็นค่าความแปรปรวนของผลต่างระหว่างมูมของก้านในกรณีที่ไม่มีสัญญาณรบกวนและมูมของก้านในกรณีที่มีสัญญาณรบกวน และ  $J_p$  เป็นค่าความแปรปรวนของผลต่างระหว่างตำแหน่งรถในกรณีที่ไม่มีสัญญาณรบกวนและตำแหน่งรถในกรณีที่มีสัญญาณรบกวน พิจารณาค่า  $J_t$  และ  $J_p$  เมื่อใช้ตัวรองคาลมานกับระบบที่เป็นเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้นดังตาราง 3.1 และ 3.2

ตารางที่ 3.1 แสดงค่า  $J_t$  และ  $J_p$  เมื่อมีสัญญาณรบกวนเนื่องจากลมพัดก้านและความคลาดเคลื่อนจากการวัด

ชนิดของระบบที่ทดสอบ	$J_t(\times 10^{-5})$	$J_p(\times 10^{-5})$
ระบบที่เชิงเส้น	2.3738	51.0840
ระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น	4.2784	270.0000

ตารางที่ 3.2 แสดงค่า  $J_t$  และ  $J_p$  เมื่อมีสัญญาณรบกวนเนื่องจากพื้นขรุขระและความคลาดเคลื่อนจากการวัด

ชนิดของระบบที่ทดสอบ	$J_t(\times 10^{-5})$	$J_p(\times 10^{-5})$
ระบบที่เชิงเส้น	3.8643	54.3300
ระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น	4.5125	220.0000

จากตารางจะเห็นได้ว่าค่า  $J_t$  และ  $J_p$  ของในกรณีที่ทดสอบตัวรองคาลมานกับระบบเชิงเส้นจะมีค่าน้อยกว่ากรณีที่ทดสอบกับระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งหมายความว่าตัวรองคาลมานยังคงรักษาประสิทธิภาพในการลดผลของสัญญาณรบกวนได้ดี เมื่อใช้กับระบบที่เป็นเชิงเส้น แต่ประสิทธิภาพในการลดผลของสัญญาณรบกวนจะลดลงเมื่อนำตัวรองคาลมานไปใช้กับระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น

## สรุป

จากการทดสอบตัวชดเชยชนิดล้าหน้าที่มีการปรับค่าพารามิเตอร์แบบเหมาะสมที่สุด และใช้ตัวรองคาลมานในการลดผลของสัญญาณรบกวน จะเห็นได้ว่าตัวควบคุมดังกล่าวสามารถควบคุมก้านให้ตั้งอยู่ในตำแหน่งตรงและสามารถควบคุมตำแหน่งรถได้ และตัวรองคาลมานสามารถลดผลของสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบและความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการวัดได้

เนื่องจากการควบคุมก้านที่อยู่บนรถให้ตั้งตรงเป็นระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นทำให้ตัวชดเชยซึ่งออกแบบจากแบบจำลองเชิงเส้นสามารถทำงานได้ดีในช่วงค่าเงื่อนไขเริ่มต้นที่อยู่ใกล้ ๆ กับจุดทำงาน ถ้าค่า



เงื่อนไขเริ่มต้นของระบบอยู่ห่างจากจุดทำงานมาก ๆ จะทำให้ประสิทธิภาพของการควบคุมลดลงและอาจทำให้ระบบไม่เสถียรได้ นอกจากนี้ประสิทธิภาพการลดผลของสัญญาณรบกวนของตัวกรองคาลมานยังขึ้นอยู่กับเงื่อนไขสองประการดังนี้

1. ค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวน เมื่อค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนที่เข้าสู่ระบบจริงไม่ตรงกับค่าความแปรปรวนที่ใช้ในการออกแบบตัวกรองคาลมาน จะทำให้ประสิทธิภาพในการลดผลของสัญญาณรบกวนของตัวกรองคาลมานลดลง
2. ผลเนื่องจากระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น เนื่องจากการออกแบบตัวกรองคาลมานออกแบบจากระบบที่เป็นเชิงเส้น เมื่อนำตัวกรองคาลมานที่ได้มาใช้กับระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นจึงทำให้ประสิทธิภาพในการลดผลของสัญญาณรบกวนของตัวกรองคาลมานลดลง