



รายการอ้างอิง

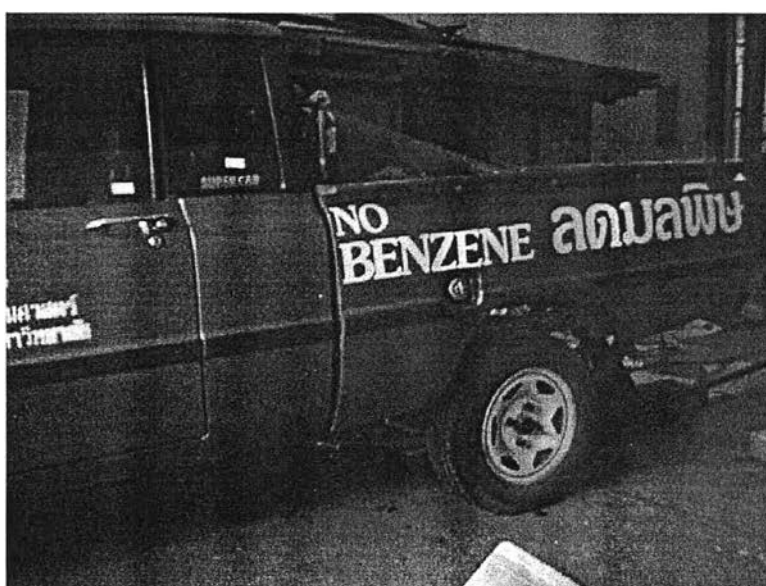
1. Mounir M. Kamal and Joseph A.Wolf, Jr. Modern Automotive Structural Analysis.
New York: Van Nostrand Reinhold Company, 1982.
2. Pinhas Barak. "Magic Numbers in Design of Suspensions for Passenger Cars".
Society of Automotive Engineers, Paper No. 911921 (1991) : pp.53-88.
3. ธนู อุษณา. การสันตะเทือนเชิงกล. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร : สยามสงเสริม
เทคโนโลยี (ไทย-ญี่ปุ่น), 2544.
4. D.L. Brown, R.J. Allemang, M. Mergey and Ray Zimmerman. "Parameter Estimation
Techniques for Modal Analysis". Society of Automotive Engineers, Paper No.
790221 (1979) : pp.828-845.
5. Inman, D.J. Vibration with control. measurement and stability. Englewood Cliffs, NJ :
Prentice Hall, 1989.
6. D.J. Ewins. Modal Testing Theory and Practice. 8th ed. England : Research Studies
Press., 1984.
7. Lennart Ljung. System Identification Toolbox For Use with MATLAB (User's Guide
Version 5). 4th ed. : The MathWorks, Inc., 2000.
8. D.A. Crolla, M.B.A. Abdel-Hady. "Semi-Active Suspension Control for a Full Vehicle
Medel". Society of Automotive Engineers, Paper No. 911904 (1991) : pp.45-51.
9. William T. Thomson. Vibration Theory and Application. Englewood Cliffs, NJ :
Prentice Hall, 1965.
10. อธิพล ปานงาม. MathCAD FOR MECHANICAL AND SHIP VIBRATION. พิมพ์ครั้งที่ 2.
ประเทศไทย: สถาบันพณิชยนาวิ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2538.
11. M.L.James, G.M. Smith, J.C. Wolford and P.W. Whaley. Vibration of Mechanical and
Structural Systems. 2nd ed. New York : HarperCollins College Publishers, 1994.

ภาคผนวก

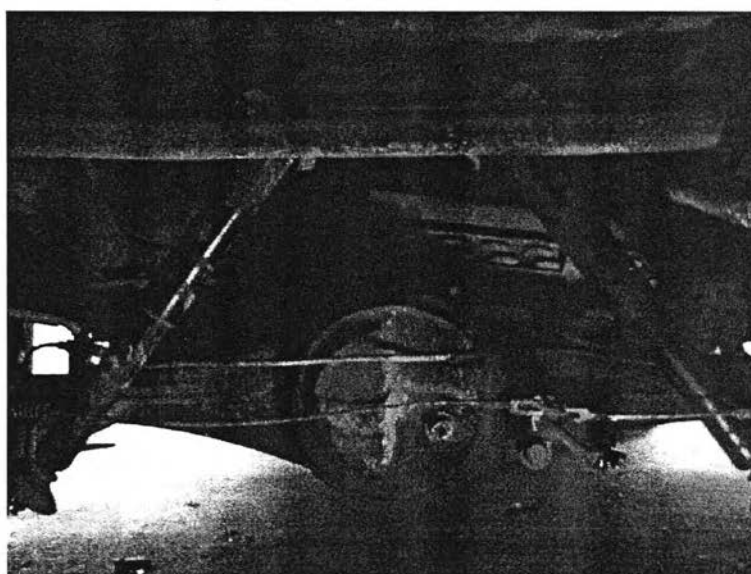
ภาคผนวก ก

รายละเอียดบางประการเกี่ยวกับรถทดสอบ

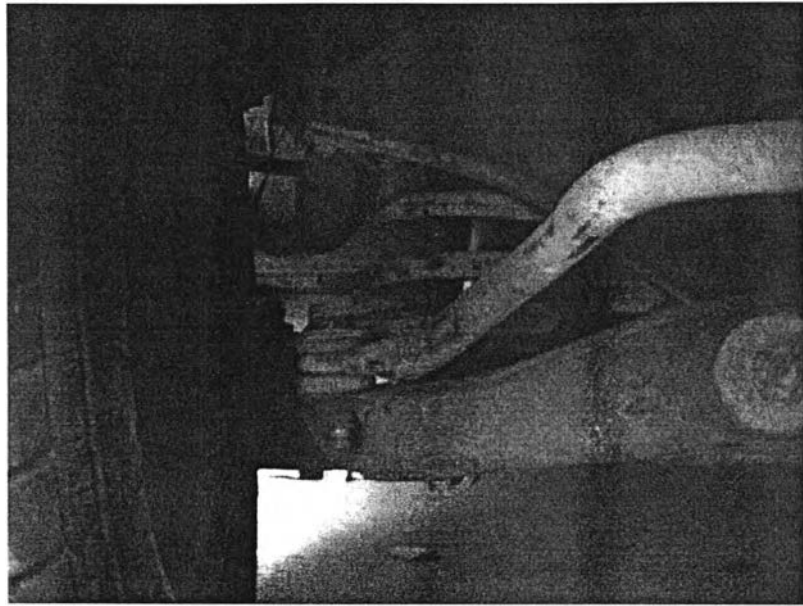
รถที่ใช้ในการทดสอบเป็นรถกระบะบรรทุก ยี่ห้อ MAZDA ซึ่งถูกดัดแปลงเครื่องยนต์ให้ใช้กับเชื้อเพลิงไฮโดรเจน น้ำหนักรถ 1050 กก. ระบบขับเคลื่อนล้อหลัง ระบบแขวนด้านหน้าแบบอิสระ (independent front suspension) มีสปริงขดทำงานร่วมกับโช้คอัพเซอร์บเบอร์ ระบบแขวนด้านหลังแบบคานแข็ง (solid rear axle suspension) มีสปริงแหนบทำงานร่วมกับโช้คอัพเซอร์บเบอร์



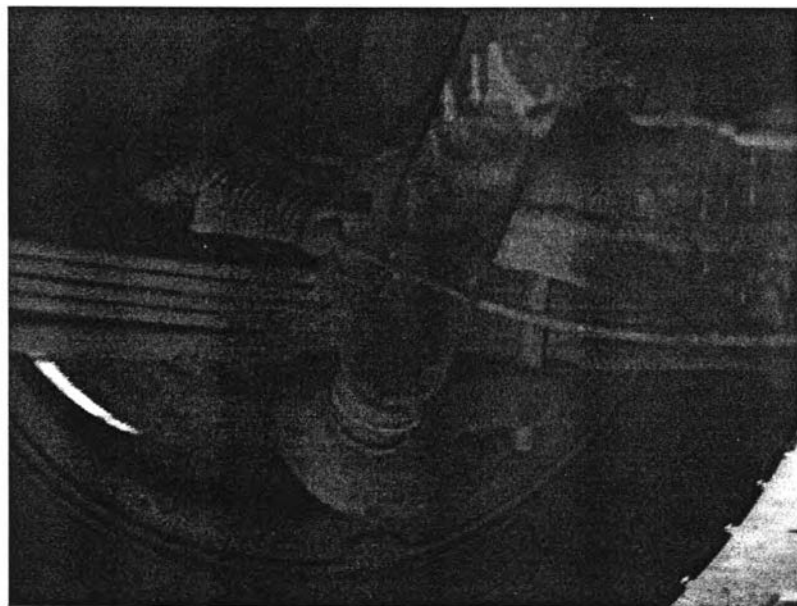
รูปที่ ก.1 รถที่ใช้ในการทดสอบ



รูปที่ ก.2 เพลาล้อหลังและชุดเฟืองท้าย



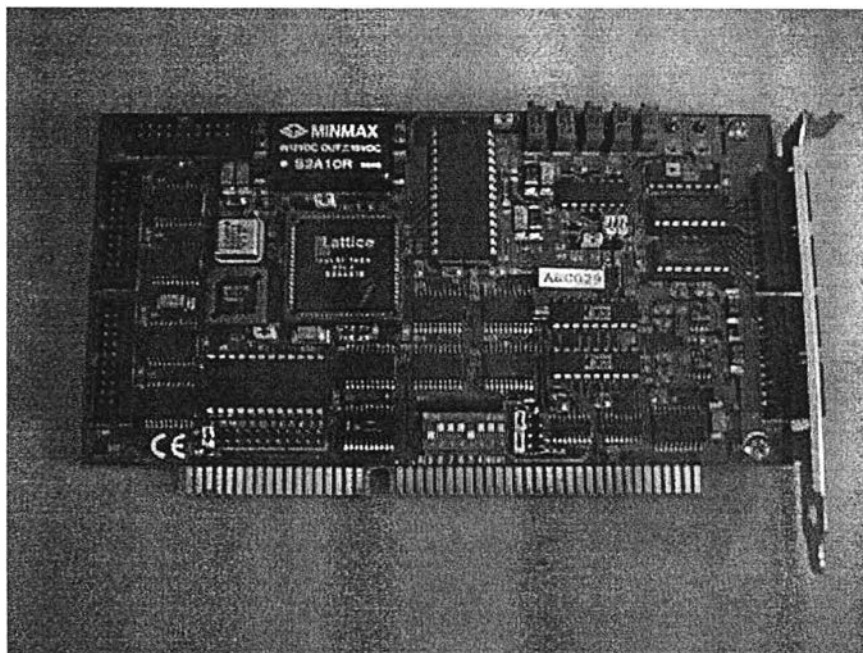
รูปที่ ก.3 ระบบรองรับน้ำหนักด้านหน้า



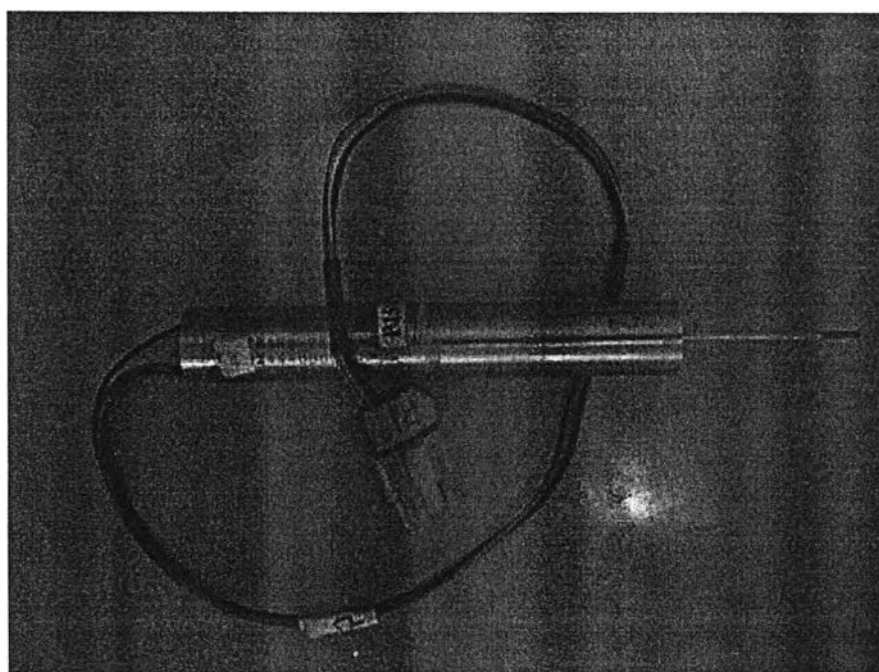
รูปที่ ก.4 ระบบรองรับน้ำหนักด้านหลัง

ภาคผนวก ข

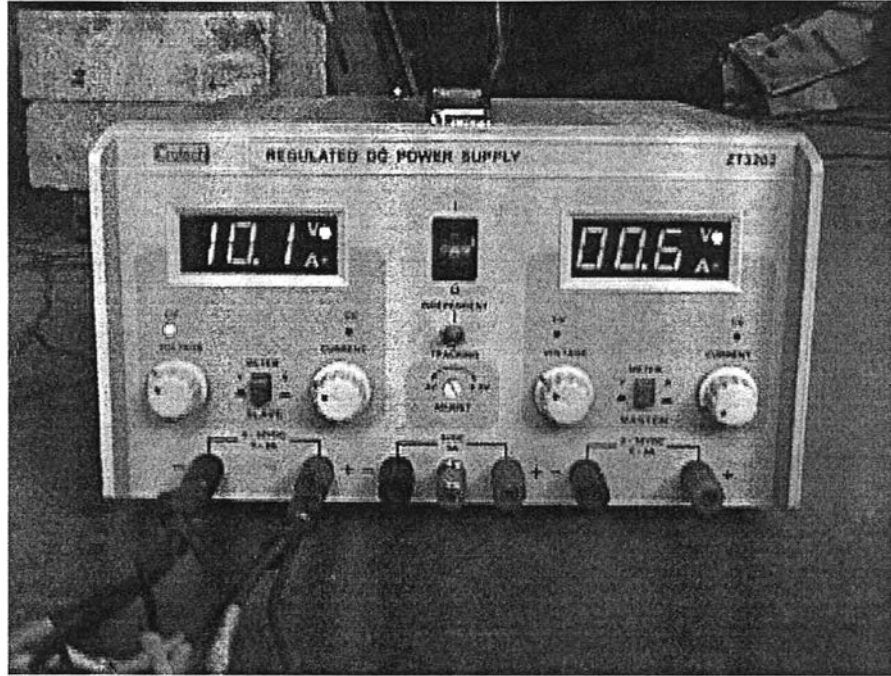
ภาพอุปกรณ์การทดลอง



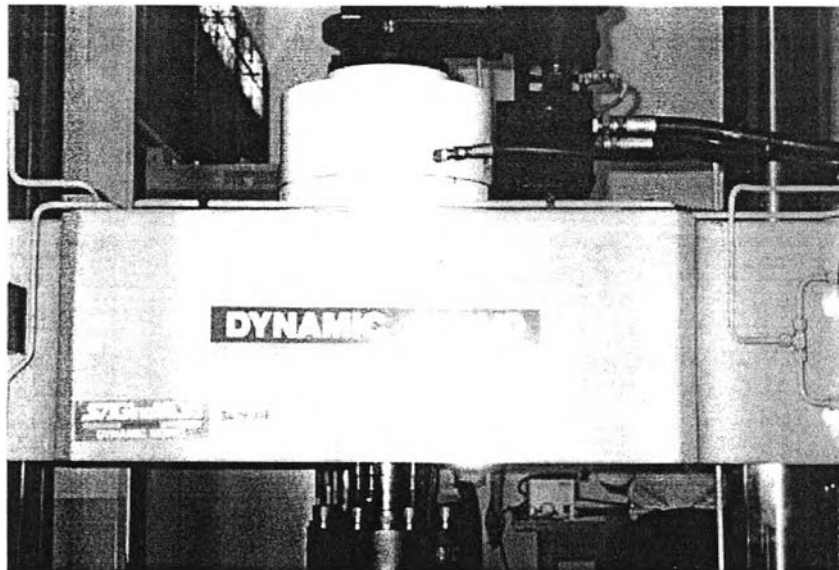
รูปที่ ข.1 การ์ดแปลงสัญญาณ PC –LabCard รุ่น PCL-812PG ของบริษัท Advantech Co. Ltd.



รูปที่ ข.2 อุปกรณ์วัด LVDT (Linear Variable Differential Transformer) ที่ใช้วัดสัญญาณการเคลื่อนที่



รูปที่ ข.3 แหล่งจ่ายไฟตรง (Regulate DC Power Supply) ของบริษัท Crotech



รูปที่ ข.4 เครื่องกวดไดเนอรั่มิกเซอร์โว (Dynamic servo) ที่ใช้ในการกวดทดสอบความแข็งแรงของล้อ

ภาคผนวก ค

ตารางข้อมูลการทดลองศึกษาค่าพารามิเตอร์ของระบบแขวนและยางรถยนต์

ตาราง ค.1 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงกดที่ตำแหน่งหน้ารถ (F) กับระยะการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ระหว่างตัวรถกับล้อรถด้านหน้า ($X_{bf} - X_{wf}$) ขณะที่รถไม่มีการเบรค

แรงกด F (kg)	ระยะการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ด้านหน้ารถ $X_{bf} - X_{wf}$ (mm)
0	0
10	0.21
20	0.59
30	2.19
40	5.31
50	7.50
40	7.28
30	6.90
20	6.31
10	5.21
0	2.95

ตาราง ค.2 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงกดที่ตำแหน่งหน้ารถ (F) กับระยะการเคลื่อนที่สัมพัทธ์
ระหว่างตัวรถกับล้อรถด้านหน้า ($X_{bf} - X_{wf}$) ขณะที่รถมีภาระบรรทุก 180 kg

แรงกด F (kg)	ระยะการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ด้านหน้ารถ $X_{bf} - X_{wf}$ (mm)
0	0
10	0.51
20	2.22
30	3.95
40	7.02
50	9.51
40	9.29
30	8.92
20	8.44
10	7.56
0	5.75

ตาราง ค.3 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงกดที่ตำแหน่งหลังรถ (F) กับระยะการเคลื่อนที่สัมพัทธ์
ระหว่างตัวรถกับล้อรถด้านหลัง ($X_{br} - X_{wr}$) ขณะที่รถไม่มีภาระบรรทุก

แรงกด F (kg)	ระยะการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ด้านหลังรถ $X_{br} - X_{wr}$ (mm)
0	0
10	0.31
20	0.78
30	1.45
40	2.46
50	3.98
40	3.66
30	3.24
20	2.59
10	1.50
0	0.04

ตาราง ค.4 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงกดที่ตำแหน่งหลังรถ (F) กับระยะการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ระหว่างตัวรถกับล้อรถด้านหลัง ($X_{br} - X_{wr}$) ขณะที่รถมีภาระบรรทุกที่ 180 kg

แรงกด F (kg)	ระยะการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ด้านหลังรถ $X_{br} - X_{wr}$ (mm)
0	0
10	0.16
20	0.44
30	0.81
40	1.27
50	2.36
40	2.21
30	2.01
20	1.67
10	1.18
0	0.45

ตารางที่ ค.5 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงถ่วงแกนโซ่คอปซอร์บเบอร์ของระบบแขวนด้านหน้า กับเวลาที่แกนโซ่คอปซอร์บเบอร์ใช้ในการเคลื่อนที่ (ในระยะทาง 11 cm) พร้อมคำนวณความเร็วเฉลี่ย

แรงถ่วง , F (kg)	เวลาที่โซ่เคลื่อนที่ , t (s)	ความเร็วเฉลี่ย, v (mm/s)
5	54.05	2.03
10	8.44	13.03
15	5.85	18.80
20	4.61	23.86
25	4.14	26.57
30	3.66	30.05

ตารางที่ ค.6 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงถ่วงแกนโซ่ข้อต่อของระบบแขวนด้านหลัง กับ เวลาที่แกนโซ่ข้อต่อใช้ในการเคลื่อนที่ (ในระยะทาง 15 cm) พร้อมคำนวณความเร็วเฉลี่ย

แรงถ่วง , F (kg)	เวลาที่โซ่เคลื่อนที่ , t (s)	ความเร็ว, v(mm/s)
5	13.53	11.09
10	6.15	24.39
15	4.32	34.72
20	3.33	45.02
25	2.84	52.82
30	2.62	57.25

ตารางที่ ค.7 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงที่กดด้านบนของยางล้อ กับระยะทางที่ยางถูกกดลงไปได้

แรงที่กด , F (kg)	ระยะทางที่กดได้ , x (mm)
200	0
220	2.18
240	4.08
260	6.12
280	7.71
300	9.61
320	11.18

ภาคผนวก ง

ตัวอย่างการคำนวณ

- ตัวอย่างการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์โมดัลจากค่าพารามิเตอร์กายภาพ (หัวข้อ 2.3)

จากการสมมติค่าพารามิเตอร์กายภาพ

$$m_1 = 120 \text{ kg} , m_2 = 100 \text{ kg} , m_3 = 80 \text{ kg}$$

$$k_1 = 80 \text{ kN/m} , k_2 = 60 \text{ kN/m} , k_3 = 50 \text{ kN/m}$$

$$c_1 = 100 \text{ N-s/m} , c_2 = 80 \text{ N-s/m} , c_3 = 60 \text{ N-s/m}$$

แทนค่าเหล่านี้เพื่อหา $[M]$, $[K]$, $[C]$ จากสมการ 2.1) จะได้

$$[M] = \begin{bmatrix} 120 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 80 \end{bmatrix} \quad [K] = \begin{bmatrix} 140 \times 10^3 & -60 \times 10^3 & 0 \\ -60 \times 10^3 & 110 \times 10^3 & -50 \times 10^3 \\ 0 & -50 \times 10^3 & 50 \times 10^3 \end{bmatrix}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} 180 & -80 & 0 \\ -80 & 140 & -60 \\ 0 & -60 & 60 \end{bmatrix}$$

นำ $[M]$, $[K]$ และ $[C]$ แทนลงในสมการในรูปแบบของ Duncan ตามสมการ 2.4) จะได้

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 120 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \\ 120 & 0 & 0 & 180 & -80 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & -80 & 140 & -60 \\ 0 & 0 & 100 & 0 & -60 & 60 \end{bmatrix}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} -120 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 140 \times 10^3 & -60 \times 10^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -60 \times 10^3 & 110 \times 10^3 & -50 \times 10^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -50 \times 10^3 & 50 \times 10^3 \end{bmatrix}$$

นำ $[A]$, $[B]$ แทนลงในสมการที่ 2.6) คือ $(\lambda I + [A]^{-1}[B])\{Z\} = \{0\}$ เพื่อแก้ปัญหาค่าเฉพาะจง จะได้ค่าพหามิตอร์โมดัลในรูปของค่าเฉพาะจง (λ) และค่าเมทริกซ์โหมดเซพที่ถูกลำดับโดยค่าเฉพาะ ($[\Phi]$) ดังนี้คือ

$$\lambda_{1,2} = -1.1437 \pm 42.2015i$$

$$\lambda_{3,4} = -0.5224 \pm 29.1981i$$

$$\lambda_{5,6} = -0.0839 \pm 11.4707i$$

$$[\Phi] = \begin{pmatrix} 0.1838 + 0.1947i & 0.1838 - 0.1947i & -0.1720 - 0.1779i & -0.1720 + 0.1779i & 0.0459 + 0.0466i & 0.0459 - 0.0466i \\ -0.2268 - 0.2392i & -0.2268 + 0.2392i & -0.1076 - 0.1120i & -0.1076 + 0.1120i & 0.0952 + 0.0965i & 0.0952 - 0.0965i \\ 0.0889 + 0.0928i & 0.0889 - 0.0928i & 0.1528 + 0.1585i & 0.1528 - 0.1585i & 0.1291 + 0.1310i & 0.1291 - 0.1310i \\ 0.0045 - 0.0045i & 0.0045 + 0.0045i & -0.0060 + 0.0060i & -0.0060 - 0.0060i & 0.0040 - 0.0040i & 0.0040 + 0.0040i \\ -0.0055 + 0.0055i & -0.0055 - 0.0055i & -0.0038 + 0.0038i & -0.0038 - 0.0038i & 0.0084 - 0.0084i & 0.0084 + 0.0084i \\ 0.0021 - 0.0022i & 0.0021 + 0.0022i & 0.0053 - 0.0053i & 0.0053 + 0.0053i & 0.0113 - 0.0113i & 0.0113 + 0.0113i \end{pmatrix}$$

จากค่าเฉพาะที่ได้สามารถหาค่าความถี่ธรรมชาติที่ไม่ถูกหน่วง ω_n และอัตราส่วนการหน่วง ξ ในแต่ละโหมดได้จากการเทียบรูปแบบสมการ $\lambda = -\xi\omega_n \pm j\sqrt{1-\xi^2}\omega_n$ ได้ผลดังนี้

$$\omega_{n1,2} = 6.719050 \quad , \quad \xi_{1,2} = 0.027$$

$$\omega_{n3,4} = 4.647763 \quad , \quad \xi_{1,2} = 0.018$$

$$\omega_{n5,6} = 1.825675 \quad , \quad \xi_{1,2} = 0.007$$

สำหรับค่าความถี่ธรรมชาติที่ถูกหน่วง ω_d สามารถคำนวณได้จากสูตร $\omega_d = \sqrt{1-\xi^2}\omega_n$

หากตัดผลความหน่วงทิ้งไปจะสามารถคำนวณค่าความถี่ธรรมชาติได้อีกวิธีหนึ่งโดยเริ่มต้น

..

จากสมการ $[M]\{x\} + [K]\{x\} = \{0\}$

..

$$\{x\} + [M]^{-1}[K]\{x\} = \{0\}$$

สมมติคำตอบ

$$\{x\} = \{X\}e^{vt}$$

$$(v^2 I + [M]^{-1}[K])\{x\} = \{0\}$$

สมการที่ได้เป็นปัญหาค่าเจาะจงสำหรับระบบที่ไม่ถูกหน่วง เมื่อแก้ปัญหาค่าเจาะจงแล้วจะได้ค่าเจาะจงที่เป็นค่ากำลังสองของค่าความถี่ธรรมชาติ ซึ่งคำนวณค่าความถี่ธรรมชาติได้ดังนี้คือ

$$\omega_{n1,2} = 6.719057 \quad \omega_{n3,4} = 4.647758 \quad \omega_{n5,6} = 1.825674$$

ในตัวอย่างนี้ค่าความถี่ธรรมชาติ ที่คำนวณได้จากวิธีการตัดผลของความหน่วงมีค่าใกล้เคียงกับค่าความถี่ธรรมชาติที่คำนวณจากสมการที่มีผลของความหน่วง เพราะเป็นระบบที่มีความหน่วงน้อย (light damping) แต่หากเป็นระบบที่มีความหน่วงมาก การคำนวณความถี่ธรรมชาติจาก 2 วิธีนี้ จะให้ผลที่แตกต่างกันพอสมควร

สำหรับโหมดเป็นการสั่นแบบสูงกว่าวิกฤต (overdamped) จะมีค่าเจาะจงที่เป็นจำนวนจริง ซึ่งสามารถหาค่าความถี่ธรรมชาติ ω_n และอัตราส่วนการหน่วง ξ ได้จากสมการลักษณะเฉพาะ ตัวอย่างเช่น มีค่าเจาะจงของเป็นค่า -10 และ -60 จะได้สมการลักษณะเฉพาะสำหรับโหมดนั้นคือ

$$(\lambda + 10)(\lambda + 60) = 0$$

$$\lambda^2 + 70\lambda + 600 = 0$$

เมื่อเทียบรูปแบบกับสมการลักษณะเฉพาะ $\lambda^2 + 2\xi\omega_n\lambda + \omega_n^2 = 0$ จะได้

$$2\xi\omega_n = 70 \quad \text{และ} \quad \omega_n^2 = 600$$

ซึ่งเมื่อแก้สมการทั้ง 2 จะได้ค่า $\omega_n \approx 1 \text{ Hz}$ และ $\xi \approx 1.43$

- สูตรการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อย่างง่าย (simple correlation coefficient)

สำหรับข้อมูล x และ y สามารถตรวจสอบความสัมพันธ์เชิงเส้นระหว่างกันได้ด้วยการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อย่างง่าย ดังสูตรต่อไปนี้

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}}$$

- สูตรการคำนวณส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่ถูกระบุด้วย (normalized standard deviation)

สำหรับข้อมูล x และ y หากกำหนดให้ข้อมูล x เป็นค่าที่ได้จากการทำนาย ส่วนข้อมูล y เป็นค่าที่ได้จากการทดลองจริง สามารถหาค่าความผิดพลาดมาตรฐานที่ x เบี่ยงเบนไปจาก y ได้ โดยทำการนอร์มัลไลซ์ด้วยค่าสูงสุดของ y ได้ดังสูตรต่อไปนี้

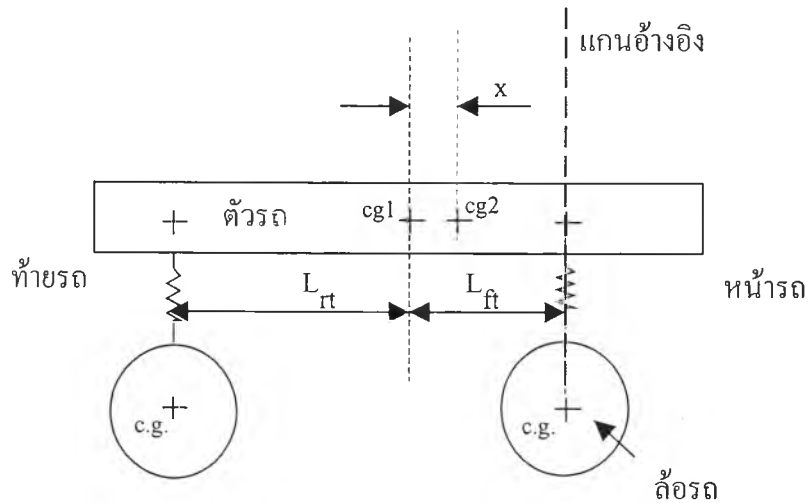
$$\text{SD.} = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - y_i)^2}{N}}}{\max(y_i)}$$

- การคำนวณหาจุด c.g. ของรถยนต์

- การทดลองหาจุด c.g. รวมของรถทั้งคัน

การทดลองหาตำแหน่งของจุด c.g. รวมของรถทั้งคัน (เมื่อมองทางด้านข้าง) สามารถทำได้โดยใช้แม่แรง 2 ตัว วางไว้ใต้โครงรถทางด้านข้างของรถคนละข้าง (วางไว้ในแนวเดียวกัน) จากนั้นยกรถขึ้นทั้ง 2 ข้างพร้อมกันเพื่อตรวจสอบการหมุนของรถ จากนั้นเลื่อนตำแหน่งการยกเพื่อหาตำแหน่งที่ยกแล้วรถลอยเหนือพื้นทั้งคัน (สมดุลการหมุน) นั่นเป็นตำแหน่งประมาณของจุดศูนย์กลางถ่วงรวมของรถทั้งคัน เมื่อได้ตำแหน่งจุด c.g. เมื่อมองทางด้านข้างแล้ว จึงวัดค่าความยาวหาค่า L_{ff} และ L_{rt} ได้ 1.20 m และ 1.26 m ตามลำดับ

- การหาดำแหน่งจุด c.g. ของ ตัวรถ (car body) ขณะรถไม่มีภาระบรรทุก



รูปที่ ๑.1 ภาพแสดงการหาดำแหน่งจุด c.g. ของตัวรถ

กำหนดให้ จุด cg1 เป็นจุด cg รวมของรถทั้งคัน
จุด cg2 เป็นจุด cg ของตัวรถ

โดย $M_t = 1070$ kg เป็นมวลรวมของรถทั้งคัน
 $M_b = 911$ kg เป็นมวลของตัวรถ
 $m_1 = 64$ kg เป็นมวลรวมของล้อด้านหน้า
 $m_2 = 95$ kg เป็นมวลของชุดเพลาล้อหลัง
 $L_{ft} = 1.20$ m
 $L_{rt} = 1.28$ m
 $x =$ ระยะระหว่างจุด cg1 และจุด cg2

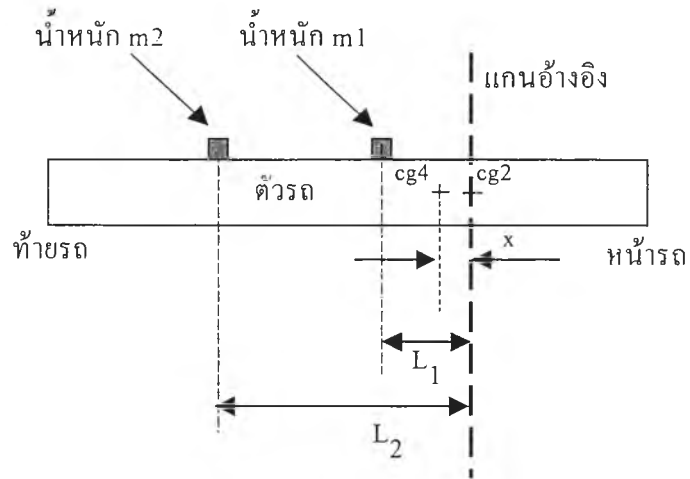
จากการคำนวณผลการหมุนรอบแกนอ้างอิงจะได้ว่า

$$M_t L_{ft} = M_b L_f + M_a (L_{ft} + L_{rt})$$

แทนค่า $1070 \times 1.20 = 911 \times (1.20 - x) + 95 \times 2.48$

แก้สมการได้ $x \approx 5$ cm

- การหาตำแหน่งจุด c.g. ตัวรถ (car body) ที่เปลี่ยนไปเนื่องจากผลของภาวะบรรทุก



รูปที่ ง.2 ภาพแสดงการหาตำแหน่งจุด c.g. ของตัวรถขณะมีภาวะบรรทุก 180 kg

- กำหนด $cg.2$ คือ ตำแหน่งเก่า ของจุด c.g. ตัวรถ
 $cg.4$ คือ ตำแหน่งใหม่ ของจุด c.g. ตัวรถ
 x คือ ระยะห่างระหว่าง จุด $cg.2$ และ $cg.4$

โดย $M_b = 911$ kg เป็นมวลของตัวรถ

$m_1 = 100$ kg คือ น้ำหนักที่เพิ่มเข้าหน้ารถ แทนน้ำหนักของผู้โดยสาร

$m_2 = 80$ kg คือ น้ำหนักที่เพิ่มเข้าหลังรถ แทนน้ำหนักบรรทุก

$L_1 = 0.06$ m คือ ระยะห่างระหว่างน้ำหนัก m_1 กับจุด $cg.2$

$L_2 = 0.98$ m คือ ระยะห่างระหว่างน้ำหนัก m_2 กับจุด $cg.2$

จากการคำนวณผลการหมุนรอบแกนอ้างอิงจะได้ว่า

$$(M_b + m_1 + m_2) \times x = (m_1 \times L_1) + (m_2 \times L_2)$$

แทนค่า $(911 + 100 + 80) \times x = (100 \times 0.06) + (80 \times 0.98)$

แก้สมการได้ $x \approx 8$ cm

- การหาความเฉื่อยเชิงมวลขณะมีภาระบรรทุก 180 kg

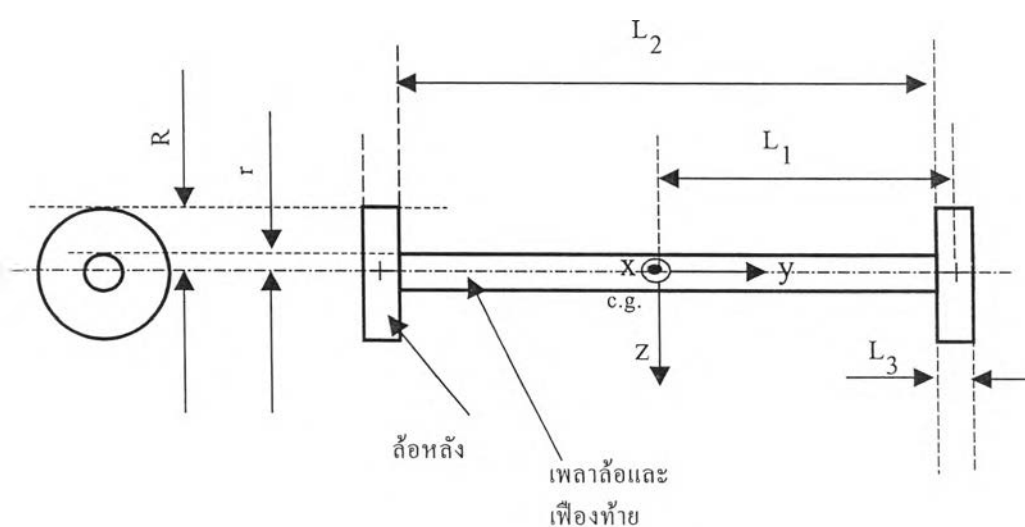
ขณะรถมีภาระบรรทุกจะย้ายจุด c.g. ไปยังตำแหน่งใหม่นั้นคือจุด c.g.4 จากรูปที่ ง.2 ซึ่งมวล m_1 และ m_2 อยู่ห่างจากจุด c.g.4 ของตัวรถเป็นระยะทาง 12 cm และ 85 cm ตามลำดับ ส่วนจุด c.g. เดิมคือจุด c.g.2 ก็อยู่ห่างจากจุด c.g.4 เป็นระยะทาง 8 cm ดังนั้นค่าความเฉื่อยเชิงมวล I_p ของรถจะมีค่าเพิ่มขึ้นตามสูตรต่อไปนี้คือ

$$\begin{aligned} I_p &= I_{p,\text{old.}} + M_b \times 0.07^2 + m_1 \times 0.02^2 + m_2 \times 0.85^2 \\ &= 1376 + 911 \times 0.08^2 + 100 \times 0.02^2 + 80 \times 0.85^2 \\ &= 1440 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \end{aligned}$$

สำหรับความเฉื่อยเชิงมวล I_r มวล m_2 ถูกวางตรงกลางรถเมื่อมองทางด้านหน้า นั่นคือตำแหน่ง c.g. ของตัวรถพอดี จึงไม่มีผลมาก ดังนั้นความเฉื่อยเชิงมวลที่เพิ่มขึ้นจะมาจากมวล m_1 50 kg ที่วางทั้งสองข้างของรถ ห่างจากจุด c.g. ประมาณ 30 cm. ดังนั้นคำนวณค่าความเฉื่อยเชิงมวล I_r ได้จากสูตรต่อไปนี้คือ

$$\begin{aligned} I_r &= I_{r,\text{old.}} + 50 \times 0.30^2 + 50 \times 0.30^2 \\ &= 250 + 50 \times 0.30^2 + 50 \times 0.30^2 \\ &= 259 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \end{aligned}$$

- การหาความเฉื่อยเชิงมวลของชุดเพลาล้อหลัง



รูปที่ ง.3 ชุดเพลาล้อหลังแสดงมิติต่างๆ

ชุดเพลาล้อหลังพร้อมมิติแสดงดังรูปที่ ง.3 โดยมีค่าความยาวและค่ามวลต่างๆหาได้จากกรวัดและการประมาณ ได้ดังนี้

$$m_1 = 35 \text{ kg} \text{ (มวลของเพลาล้อและเฟืองท้าย);}$$

$$m_2 = 30 \text{ kg} \text{ (มวลของล้อหลัง 1 ข้าง)}$$

$$R = 0.03 \text{ m} , \quad r = 0.2286 \text{ m}$$

$$L = 1.075 \text{ m} , \quad L_2 = 0.6025 \text{ m} , \quad L_3 = 0.13 \text{ m}$$

ค่าความเฉื่อยเชิงมวลของทรงกระบอกที่มีมวล m ยาว l รัศมี r รอบแกนที่ผ่านจุด c.g. และตัดผ่านด้านข้างทรงกระบอก สามารถหาได้จากสูตร $I_{cg} = \frac{1}{4}mr^2 + \frac{1}{12}ml^2$ ส่วนค่าความเฉื่อยเชิงมวลรอบแกนที่ผ่านจุด o ที่เลื่อนห่างจากแกนที่ผ่านจุด c.g. เป็นระยะ d สามารถหาได้จากสูตรคือ $I_o = I_{cg} + md^2$

จากรูป ง.3 ความเฉื่อยเชิงมวลของชุดเพลาล้อหลังรอบแกน X ที่ผ่านจุด c.g. จะเป็นผลรวมของความเฉื่อยเชิงมวลของมวล 3 ก้อนหลัก คือ เพลาล้อ , ล้อหลังขวา และ ล้อหลังซ้าย ดังนั้นจึงสามารถหาความเฉื่อยเชิงมวลได้เป็น

$$I_a = 2 \times \left(\frac{1}{4} m_2 r^2 + \frac{1}{12} m_2 L_3^2 + m_2 L_1^2 \right) + \left(\frac{1}{4} m_1 R^2 + \frac{1}{12} m_1 L_2^2 \right)$$

\uparrow
 ความเฉื่อยของล้อหลัง 2 ล้อ

\uparrow
 ความเฉื่อยของเพลาล้อ

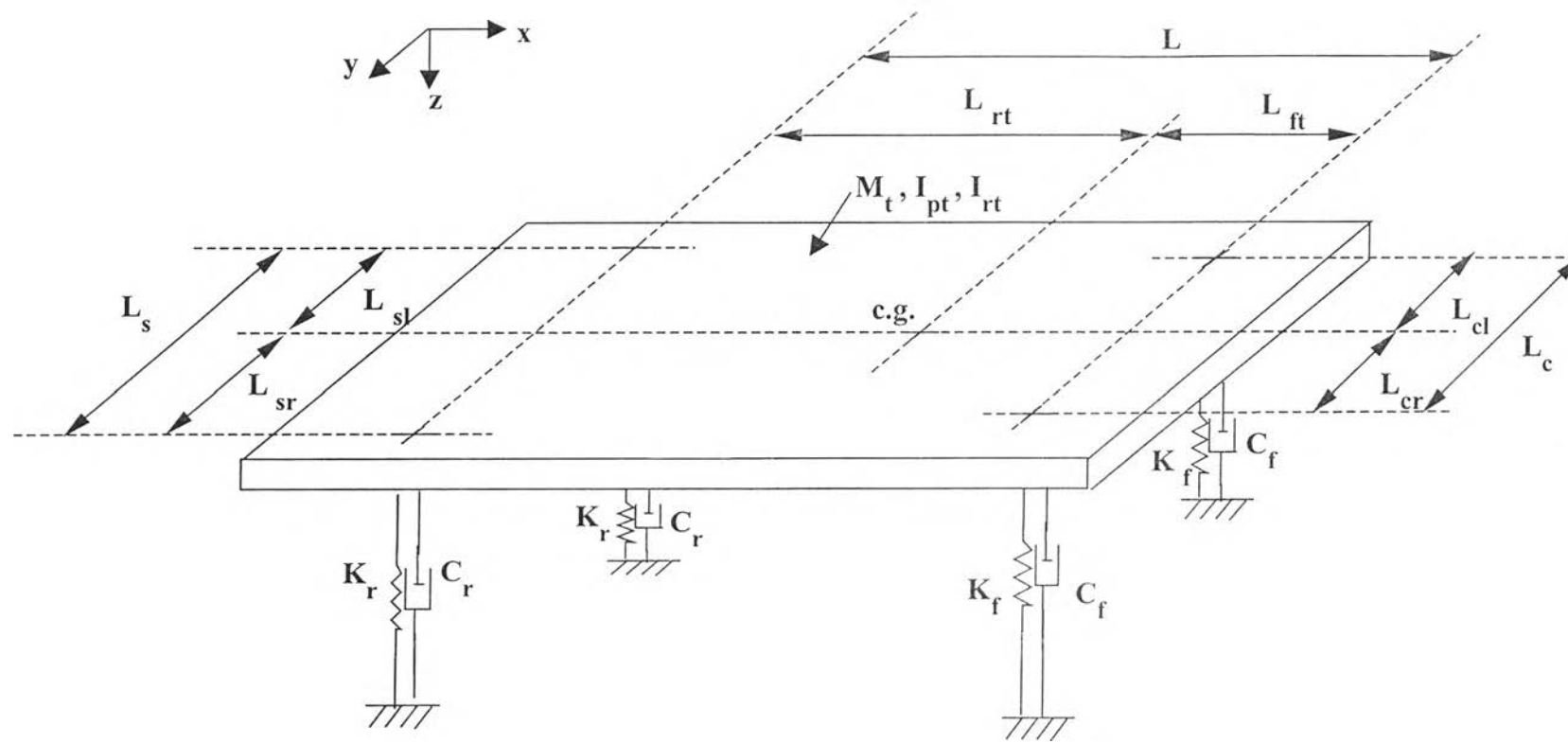
แทนค่ามวลและความยาวต่างๆจะได้ $I_a \approx 26.03 \text{ kg-m}^2$

ภาคผนวก จ

การทำเคิร์ฟิตติงกับแบบจำลองประมาณ 3 ระดับชั้นเสรี

โครงสร้างแบบจำลองระบบแขวนรถยนต์ 3 ระดับชั้นเสรี

หัวข้อนี้เป็นการสร้างแบบจำลองระบบแขวนรถยนต์โดยคำนึงการเคลื่อนที่หลักของมวลลูกแขวน 3 ระดับชั้นเสรี ซึ่งเป็นการประมาณตัดผลการเคลื่อนที่ของล้อหน้าและชุดเพลาล้อหลังทิ้งไป ซึ่งแบบจำลอง 3 ระดับชั้นเสรี มีข้อสมมติคือล้อทั้งสี่ มีการเคลื่อนที่น้อยมากเมื่อเทียบกับการเคลื่อนที่ของตัวรถ (มวลลูกแขวน) จึงสามารถสร้างแบบจำลองการสั่น โดยคำนึงเฉพาะการเคลื่อนที่ของตัวรถได้ดังรูปที่ จ.1



รูปที่ จ.1 แบบจำลองระบบแขน 3 ระดับชั้นเสรี (สมบัติการเคลื่อนที่ของล้อ มีผลน้อยมากเมื่อเทียบกับการเคลื่อนที่ของตัวรถ)

ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ อธิบายได้ดังนี้

คุณสมบัติเชิงมวล

- M_t มวลของรถทั้งคัน โดยรวมมวลถูกแขวนและมวลไม่ถูกแขวนทั้งหมด (kg)

$$M_t = M_b + M_a + 2 M_w$$

คุณสมบัติเชิงมิติ

จุด c.g. เป็นจุด c.g. รวมของรถทั้งคัน ซึ่งจะผิดตำแหน่งไปจากจุด c.g. ของมวลถูกแขวน ดังนั้นคุณสมบัติเชิงมิติบางตัวจะผิดไปจาก แบบจำลอง 7 ระดับขั้นเสรี คือ

- L_{ft} ระยะห่างตามแกน X จากจุด c.g. ของล้อหน้า ไปยังจุด c.g. รวม (m)
- L_{rt} ระยะห่างตามแกน X จากจุด c.g. ของล้อหลัง ไปยังจุด c.g. รวม (m)

อย่างไรก็ตาม $L, L_c, L_{cl}, L_{cr}, L_s, L_{sl}, L_{sr}$ เป็นระยะเดียวกับแบบจำลอง 7 ระดับขั้นเสรี

คุณสมบัติความเฉื่อยเชิงมวล

- I_{pt} ความเฉื่อยเชิงมวลของรถทั้งคัน รอบแกน y ณ จุด c.g. รวม ($\text{kg}\cdot\text{m}^2$)
- I_{rt} ความเฉื่อยเชิงมวลของรถทั้งคัน รอบแกน x ณ จุด c.g. รวม ($\text{kg}\cdot\text{m}^2$)

ค่าความแข็งสปริง

- K_f ค่าความแข็งสปริงรวม ระหว่างค่าความแข็งสปริงของระบบแขวนด้านหน้า 1 ช่างอนุกรมกับค่าความแข็งสปริงของยางล้อ (N/m)

$$K_f = \frac{K_{sf} K_t}{K_{sf} + K_t}$$

- K_r ค่าความแข็งสปริงรวม ระหว่างค่าความแข็งสปริงของระบบแขวนด้านหลัง 1 ช่างอนุกรมกับค่าความแข็งสปริงของยางล้อ (N/m)

$$K_r = \frac{K_{sr} K_t}{K_{sr} + K_t}$$

ค่าความหน่วง

เนื่องจากสมมติให้ค่าความหน่วงของยางล้อ มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับค่าความหน่วงของระบบแขวน นั่นคือ $C_t = 0$ ดังนั้น ค่าความหน่วงรวม

$$C_f = C_{sf} \quad , \quad C_r = C_{sr}$$

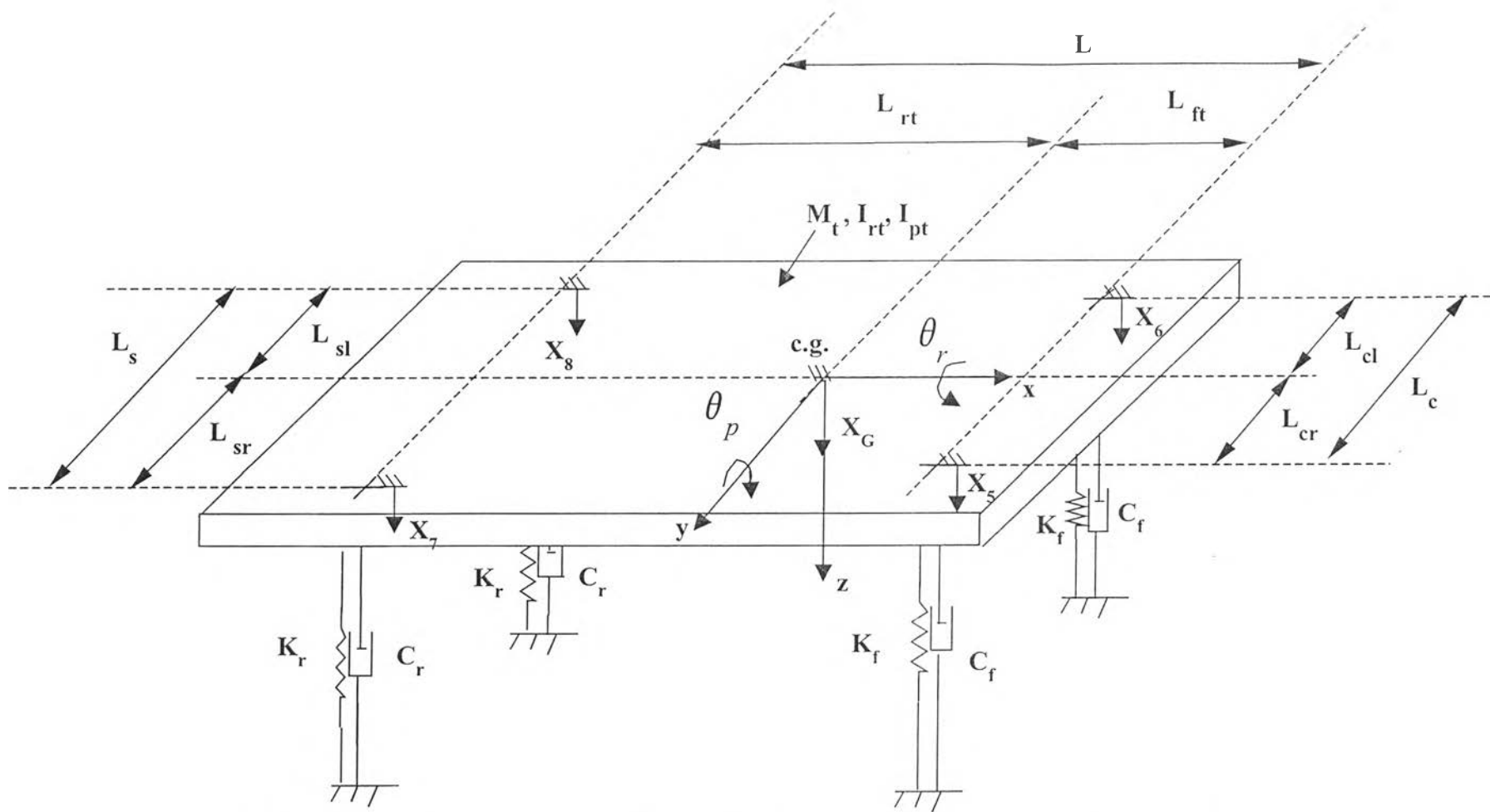
โคออร์ดิเนตหลักที่กำหนดการเคลื่อนที่ 3 ตัวได้แก่

- X_G . การเคลื่อนที่ขึ้นลงที่จุด c.g. รวม (bounce)
- θ_p การหมุนรอบแกน Y (pitch)
- θ_r การหมุนรอบแกน X (roll)

โคออร์ดิเนตช่วย (กำหนดสัญลักษณ์ให้สอดคล้องกับแบบจำลอง 7 ระดับขั้นเสรี)

- X_5, X_6 การเคลื่อนที่ขึ้นลงของมวลรวม ณ จุดรองรับของระบบแขวนด้านหน้า ทางขวา และซ้าย ตามลำดับ
- X_7, X_8 การเคลื่อนที่ขึ้นลงของมวลรวม ณ จุดรองรับของระบบแขวนด้านหลัง ทางขวา และซ้าย ตามลำดับ

ผังวัตถุอิสระ (โดยไม่คำนึงแรงภายนอก) พร้อมโคออร์ดิเนตต่างๆ แสดงไว้ดังรูปที่ จ.2



รูปที่ ๑.2 ผังวัตถุอิสระของแบบจำลองการสั่นรท 3 ระดับชั้นเสีร พร้อมแสดงโคออร์ดิเนตและพารามิเตอร์ต่างๆ

$$[\Sigma F_z = M_t \ddot{X}_G, \downarrow +]$$

$$M_t \ddot{X}_G = -C_f \dot{X}_5 - C_f \dot{X}_6 - C_r \dot{X}_7 - C_r \dot{X}_8 - K_f X_5 \\ - K_f X_6 - K_r X_7 - K_r X_8$$

$$[\Sigma M_{\text{รอบแกน } y} = I_{pt} \ddot{\theta}_p, \text{ทิศตามเข็มนาฬิกา} +]$$

$$I_{pt} \ddot{\theta}_p = -C_f L_{ft} \dot{X}_5 - C_f L_{ft} \dot{X}_6 + C_r L_{rt} \dot{X}_7 \\ + C_r L_{rt} \dot{X}_8 - K_f L_{ft} X_5 - K_f L_{ft} X_6 \\ + K_r L_{rt} X_7 + K_r L_{rt} X_8$$

$$[\Sigma M_{\text{รอบแกน } x} = I_{rt} \ddot{\theta}_r, \text{ทิศทวนเข็มนาฬิกา} +]$$

$$I_{rt} \ddot{\theta}_r = -C_f L_{cr} \dot{X}_5 + C_f L_{cl} \dot{X}_6 - C_r L_{sr} \dot{X}_7 \\ + C_r L_{sl} \dot{X}_8 - K_f L_{cr} X_5 + K_f L_{cl} X_6 \\ - K_r L_{sr} X_7 + K_r L_{sl} X_8$$

ความสัมพันธ์ระหว่างโคออร์ดิเนตช่วย และ โคออร์ดิเนตหลัก เป็นดังนี้

$$X_5 = X_G + L_{ft} \theta_p + L_{cr} \theta_r$$

$$X_6 = X_G + L_{ft} \theta_p - L_{cl} \theta_r$$

$$X_7 = X_G - L_{rt} \theta_p + L_{sr} \theta_r$$

$$X_8 = X_G - L_{rt} \theta_p - L_{sl} \theta_r$$

สมมติให้ระบบมีความสมมาตรรอบแกน X

$$L_{cl} = L_{cr} = \frac{L_c}{2}$$

$$L_{sl} = L_{sr} = \frac{L_s}{2}$$

$$L_{tl} = L_{tr} = \frac{L_t}{2}$$

จากสมการต่างๆ สามารถนำมาสร้างเป็นสมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในรูปของเมทริกซ์ได้ดังนี้คือ

$$[M]\{X\} + [C]\{X\} + [K]\{X\} = \{0\} \quad (จ.1)$$

โดย $\{X\} = [X_G, \theta_p, \theta_r]^T$

$$[M] = \begin{bmatrix} M_t & 0 & 0 \\ 0 & I_{pt} & 0 \\ 0 & 0 & I_{rt} \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 2(K_f + K_r) & 2(K_f L_{ft} - K_r L_{rt}) & 0 \\ 2(K_f L_{ft} - K_r L_{rt}) & 2(K_f L_{ft}^2 + K_r L_{rt}^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(K_f L_c^2 + K_r L_s^2)}{2} \end{bmatrix}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} 2(C_f + C_r) & 2(C_f L_{ft} - C_r L_{rt}) & 0 \\ 2(C_f L_{ft} - C_r L_{rt}) & 2(C_f L_{ft}^2 + C_r L_{rt}^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(C_f L_c^2 + C_r L_s^2)}{2} \end{bmatrix}$$

แบบจำลองปริภูมิเสตท

กำหนดตัวแปรเสตท

$$\begin{aligned} \{x\} &= [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]^T \\ &= [X_G, \dot{\theta}_p, \dot{\theta}_r, X_G, \dot{\theta}_p, \dot{\theta}_r]^T \end{aligned}$$

เอาท์พุทที่สนใจ คือการกระจัดของรถยนต์คือ

$$\begin{aligned} \{y\} &= [y_1, y_2, y_3]^T \\ &= [X_G, \theta_p, \theta_r]^T \end{aligned}$$

สามารถจัดอยู่ในรูปแบบปริภูมิเวกเตอร์ได้ดังนี้

$$\{\dot{x}\} = A\{x\} + B\{u\} \quad (จ.2)$$

$$\{y\} = C\{x\} + D\{u\}$$

โดย

$$A = \begin{bmatrix} -[M]^{-1}[C] & -[M]^{-1}[K] \\ I_3 & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad B = 0_{6 \times 1}$$

$$C = [0_{3 \times 3} \quad I_3], \quad D = 0_{3 \times 1}$$

จากสมการ (จ.2) เป็นระบบสมการที่ประกอบด้วย 3 สมการ หากพิจารณารูปแบบของเมทริกซ์ $[M]$, $[K]$, $[C]$ จะพบว่า สมการที่ 3 เป็นสมการของการเคลื่อนที่แบบโคลงตัวของรถ (roll) แยกออกมาเป็น 1 สมการโดยอิสระ ไม่มีความเกี่ยวข้อง กับอีก 2 โคออร์ดิเนตที่เหลือ คือการเต้นขึ้นลง (bounce) และการกระดอน (pitch) ซึ่งสาเหตุมาจากการสมมติให้ระบบมีความสมมาตรรอบแกน x และค่าความแข็งสปริงสมมูลและความหน่วงสมมูล ด้านซ้าย และด้านขวาเท่ากัน

สำหรับ 2 โคออร์ดิเนตที่เหลือคือการเต้นขึ้นลงและการกระดอน มีเทอมเกี่ยวข้องกันอยู่ คือเทอม $2(K_f L_{ft} - K_r L_{rt})$ และเทอม $2(C_f L_{ft} - C_r L_{rt})$ ซึ่งหากทำการประมาณคิดการเคลื่อนที่ 1 ระดับขึ้นเสรีแล้ว เทอมเหล่านี้จะถูกลบทิ้งไป

ดังนั้นจากสมการ (จ.1) ประมาณการเคลื่อนที่ 1 ระดับขึ้นเสรี (1 dof. approximation) จะได้เป็นสมการแยกกันโดยอิสระ 3 สมการ ดังนี้

$$M_t \ddot{X}_G + 2(C_f + C_r) \dot{X}_G + 2(K_f + K_r) X_G = 0$$

$$I_{pt} \ddot{\theta}_p + 2(C_f L_{ft}^2 + C_r L_{rt}^2) \dot{\theta}_p + 2(K_f L_{ft}^2 + K_r L_{rt}^2) \theta_p = 0$$

$$I_{rt} \ddot{\theta}_r + \frac{(C_f L_c^2 + C_r L_s^2)}{2} \dot{\theta}_r + \frac{(K_f L_c^2 + K_r L_s^2)}{2} \theta_r = 0$$

สมการเหล่านี้ สามารถใช้ประมาณหาความถี่ธรรมชาติ ของโหมดการสั่นแบบเต้นขึ้นลง, การกระดอน และการโคลงตัวของตัวรถได้ดังนี้

$$\omega_{\text{bounce}} \approx \sqrt{\frac{2(K_f + K_r)}{M_t}} \quad (จ.3)$$

$$\omega_{\text{pitch}} \approx \sqrt{\frac{2(K_f L_{ft}^2 + K_r L_{rt}^2)}{I_{pt}}} \quad (จ.4)$$

$$\omega_{\text{roll}} \approx \sqrt{\frac{(K_f L_c^2 + K_r L_s^2)}{2I_{rt}}} \quad (จ.5)$$

การทำเคิร์ฟพิตดิ่งกับแบบจำลอง 3 ระดับชั้นเสรี

เอทพุทของแบบจำลองคือ X_G, θ_p, θ_r ซึ่งเป็นเอทพุทที่จะใช้ในการทำเคิร์ฟพิตดิ่ง

1) กำหนดค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์ 3 ระดับชั้นเสรี

ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นต่างๆ เป็นดังนี้ (รายละเอียดการคำนวณแสดงในภาคผนวก ง)

- $M_t = 1070 \text{ kg}$

เป็นค่ามาจากคู่มือรถทดสอบ

- $L_{ft} = 1.20 \text{ m}, L_{rt} = 1.28 \text{ m}, L_c = 0.805 \text{ m}$ และ $L_s = 0.885 \text{ m}$

เป็นค่าจากการวัด และการทดลองหาจุด c.g. ของรถ

- $K_f = 30.641 \text{ kN/m}$

คำนวณจากสมการ $K_f = \frac{K_{sf} K_t}{K_{sf} + K_t}$ โดยแทน $K_t = 180 \text{ kN/m}$ และ $K_{sf} =$

36.927 kN/m (K_t ได้จากการทดลองหัวข้อ 4.3 ที่แรง 220 kg , K_{sf} ได้จากตารางที่ 4.1 โดยการหาความชันเฉลี่ยจากกราฟในรูป 4.4 โดยคิดจากจุดที่แรง 0 kg ถึง 40 kg ขาเพิ่มมวล ซึ่งเป็นจุดที่ประมาณช่วงการทำงานของระบบแขวนเริ่มต้น)

$$- K_r = 45.917 \text{ kN/m}$$

$$\text{คำนวณจากสมการ } K_r = \frac{K_{sr} K_t}{K_{sr} + K_t} \text{ โดยแทน } K_t = 180 \text{ kN/m และ } K_{sr} =$$

61.642 kN/m (K_{sr} ได้จากตาราง 4.3 โดยการหาความชันเฉลี่ยจากกราฟในรูป 4.6 โดยคิดจากจุดที่แรง 0 kg ถึง 50 kg ขาเพิ่มมวล)

$$- I_{pt} = 2067 \text{ kg-m}^2$$

คำนวณจากสมการ (จ.4) โดยแทน L_{ft} , L_{rt} , K_f , K_r ตามค่าข้างต้น สำหรับความถี่ธรรมชาติของการกระดอน (ω_{pitch}) แทนค่า 1.71 Hz ตามผลงานวิจัยของ Larry J. Howell และ David C. Chang จากตารางที่ 1.1 ซึ่งสำหรับรถยนต์ทั่วไปออกแบบไว้ใกล้เคียงกัน

$$- I_{rt} = 134 \text{ kg-m}^2$$

คำนวณจากสมการ (จ.5) โดยแทน L_c , L_s , K_f , K_r ตามค่าข้างต้น สำหรับความถี่ธรรมชาติของการโคลงตัว (ω_{roll}) แทนค่า 2.27 Hz จากตารางที่ 1.1

$$- C_f = 9.794 \text{ kN-s/m}$$

ได้จากตาราง 4.5 โดยการหาความชันเฉลี่ยจากกราฟรูป 4.9 โดยคิดจากจุดที่แรง 0 kg ถึง 30 kg

$$- C_r = 5.141 \text{ kN-s/m}$$

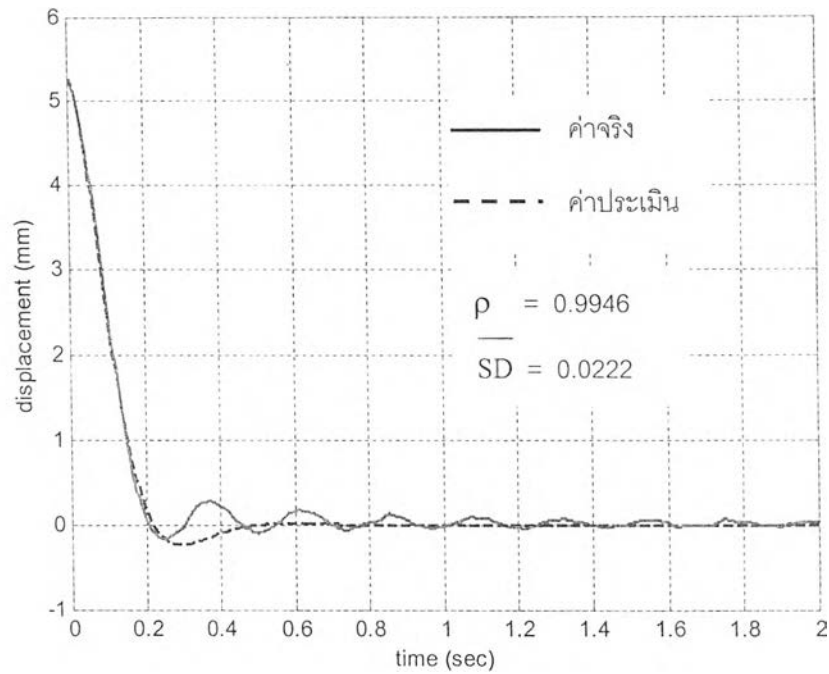
ได้จากการตาราง 4.6 โดยการหาความชันเฉลี่ยจากกราฟรูป 4.10 โดยคิดจากจุดที่แรง 0 kg ถึง 30 kg

ค่าพารามิเตอร์ M_t , L_f , L_{rt} , L_c และ L_s ถูกกำหนดให้คงที่ตลอดการทำซ้ำ เนื่องจากเป็นค่าที่เชื่อถือได้พอสมควร ส่วนค่าพารามิเตอร์ตัวอื่นถูกกำหนดให้แปรค่าได้

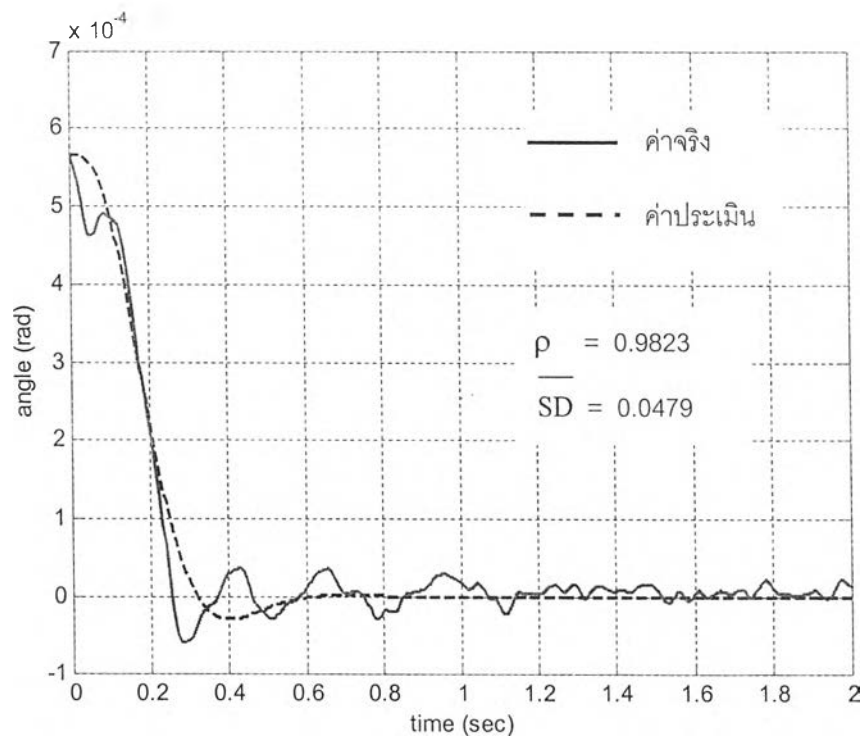
ผลการคำนวณหาแบบจำลอง 3 ระดับขึ้นเสรี

จากการทำเคิร์ฟฟิตติ้ง ด้วยข้อมูลเอาท์พุท X_G, θ_p, θ_r ได้ผลดังนี้

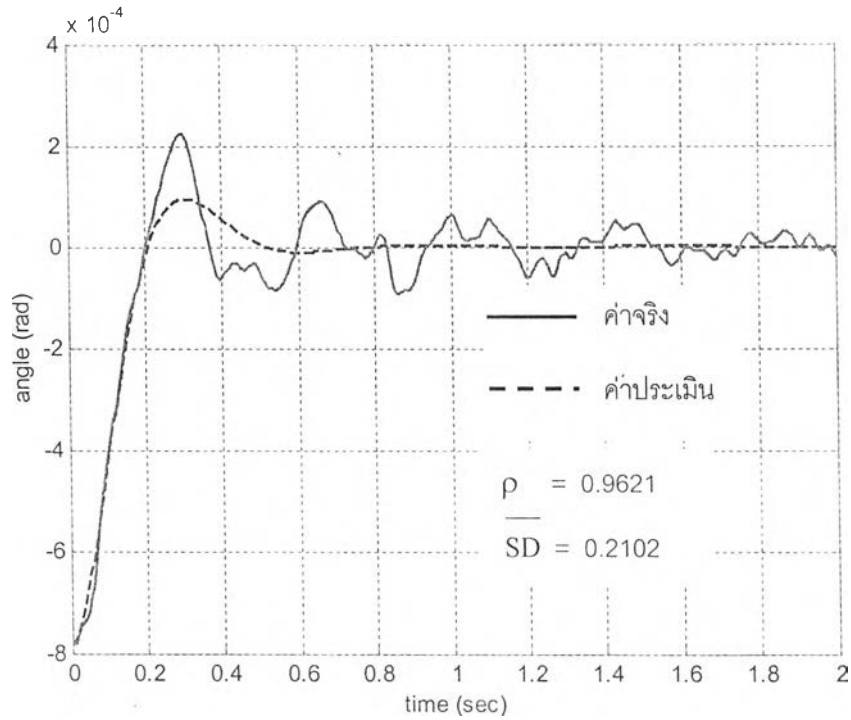
- ผลการทำเคิร์ฟฟิตติ้งแสดงดังรูป ๑.3 – ๑.5



รูปที่ ๑.3 กราฟผลการทำเคิร์ฟฟิตติ้งเปรียบเทียบการเคลื่อนที่ ณ จุดศูนย์กลางวงมวลลูกแขวน (X_G) ที่ประเมินได้จากแบบจำลอง 3 ระดับชั้นเสรีกับการทดลองจริง



รูปที่ ๑.4 กราฟผลการทำเคิร์ฟฟิตติ้งเปรียบเทียบการหมุนแบบกระดอน (θ_p) ของมวลลูกแขวน ที่ประเมินได้จากแบบจำลอง 3 ระดับชั้นเสรีกับการทดลองจริง



รูปที่ ๑.5 กราฟผลการทำเคิร์ฟฟิตติ้งเปรียบเทียบการหมุนแบบโคลงตัว (θ_r) ของมวลลูกแขวน
ที่ประเมินได้จากแบบจำลอง 3 ระดับขั้นเสรี กับการทดลองจริง

ค่าพารามิเตอร์ที่ประเมินได้จากการทำเคิร์ฟฟิตติ้งเป็นดังนี้

$$I_{pt} = 1319 \text{ kg-m}^2, \quad I_{rt} = 282 \text{ kg-m}^2$$

$$K_f = 53.882 \text{ kN/m}, \quad K_r = 66.368 \text{ kN/m}$$

$$C_f = 5.535 \text{ kN-s/m}, \quad C_r = 5.388 \text{ kN-s/m}$$

ค่า I_{pt} , I_{rt} , C_f , C_r ที่ได้จะถูกนำมาเป็นค่าเริ่มต้นสำหรับค่า I_p , I_r , C_{sf} , C_{sr} ตามลำดับได้ทันที

ที่ ส่วนค่า K_f ที่ได้สามารถนำไปคำนวณหาค่าเริ่มต้นของ K_{sf} ได้จากสูตร $K_f = \frac{K_{sf} K_t}{K_{sf} + K_t}$ และ

ค่า K_r สามารถนำไปคำนวณหาค่าเริ่มต้นของ K_{sr} ได้จากสูตร $K_r = \frac{K_{sr} K_t}{K_{sr} + K_t}$ ซึ่งจะได้ค่าเริ่ม

ต้นของ K_{sf} และ K_{sr} เป็น 76.903 kN/m และ 105.130 kN/m ตามลำดับ

ภาคผนวก ฉ

ตัวอย่างการศึกษาการสั่นจากแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่ประเมินได้

ในหัวข้อนี้จะศึกษาการสั่นที่เกิดขึ้นตามตำแหน่งต่างๆของตัวรถและล้อ โดยใช้แบบจำลองคณิตศาสตร์ 7 ระดับขั้นเสรีที่ประเมินได้จากการทดลองขณะรถมีภาระบรรทุก 80 kg ที่ท้ายรถด้านหลัง และมีผู้โดยสารน้ำหนัก 50 kg 2 คน นั่งอยู่ทางซ้ายและขวา ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ต่างๆดังนี้

$$M_b = 1091 \text{ kg} , M_a = 95 \text{ kg} , M_w = 32 \text{ kg}$$

$$L_f = 1.22 \text{ m} , L_r = 1.26 \text{ m} , L_t = 1.205 \text{ m} , L_c = 0.805 \text{ m} , L_s = 0.885 \text{ m}$$

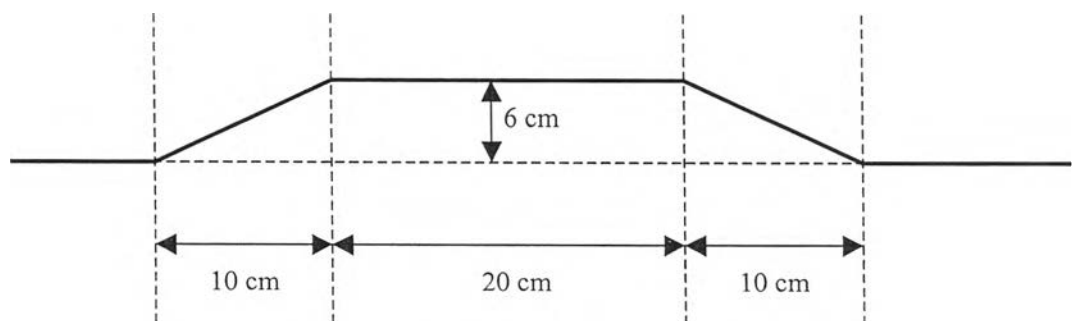
$$I_p = 1440 \text{ kg-m}^2 , I_r = 259 \text{ kg-m}^2 , I_a = 26.03 \text{ kg-m}^2$$

$$K_{sf} = 46.129 \text{ kN/m} , K_{sr} = 73.299 \text{ kN/m} , K_t = 163.124 \text{ kN/m}$$

$$C_{sf} = 8.253 \text{ kN-s/m} , C_{sr} = 6.326 \text{ kN-s/m}$$

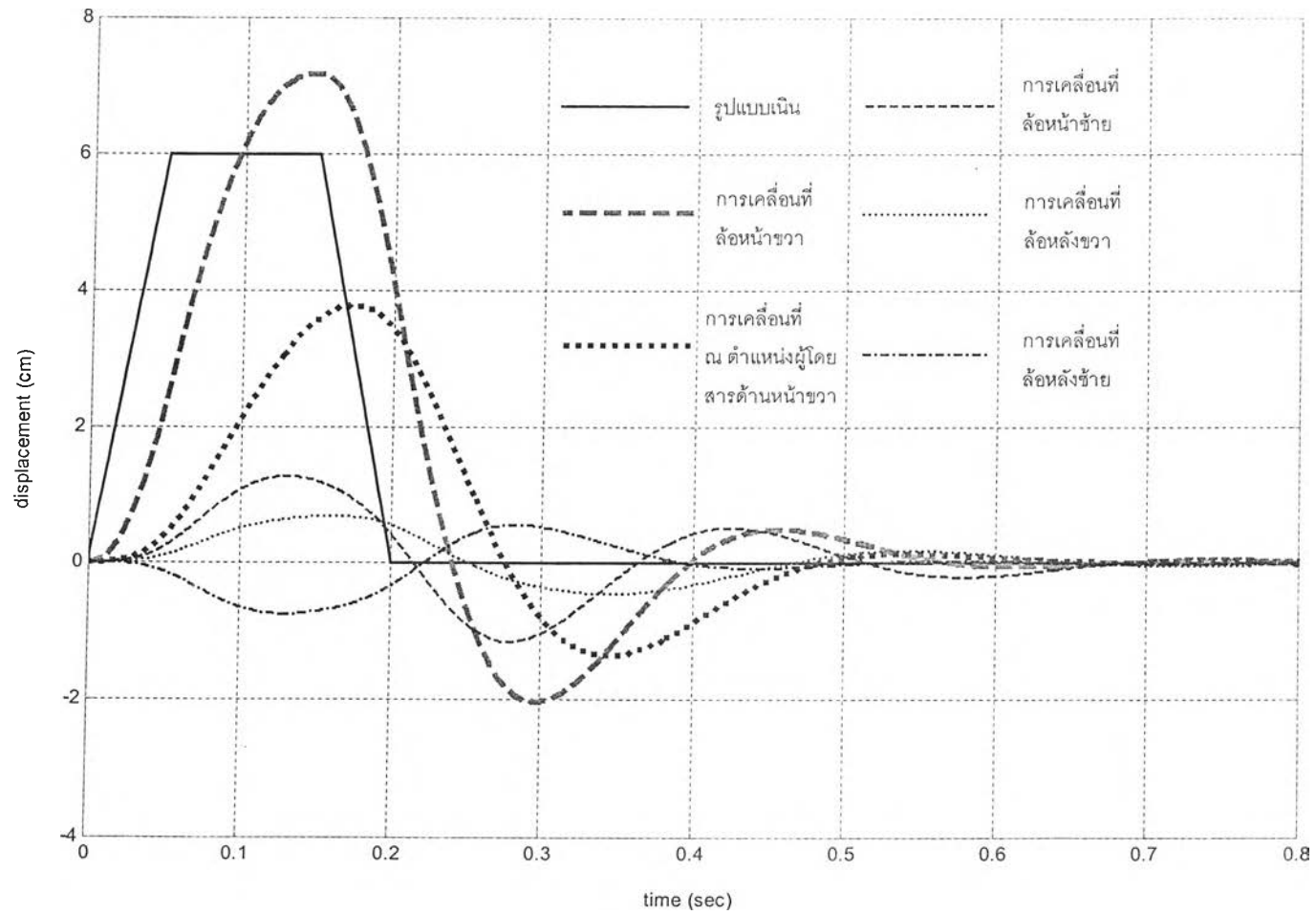
สำหรับแบบจำลองการสั่นอ้างอิงจากรูป 3.2 โดยอินพุทที่สนใจคือสภาพพื้นถนน โดยอิงรูปแบบจำลอง 7 ระดับขั้นเสรีแบบปริภูมิสเตทแบบต่อเนื่อง ตามสมการ (3.15)

สมมติรถแล่นด้วยความเร็ว 7.2 km/hr (2 m/s) และจำลองให้ ล้อหน้าด้านขวา สะดุดเนินดังรูปที่ ฉ.1 ซึ่งเป็นเนินสูง 6 cm ในระยะ 10 cm แรก และสูงคงที่ในระยะ 20 cm ถัดมา จากนั้นกลับสู่ศูนย์ในระยะ 10 cm สุดท้าย ดังรูปที่ ฉ.1 (สมมติให้ยางล้อรถเคลื่อนที่ติดกับพื้นถนนตลอดการขับ)



รูปที่ ฉ.1 เนินสมมติในการศึกษาการสั่น

จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สามารถหาผลการสั่น ณ ตำแหน่งต่างๆได้ดังรูปที่ ฉ.2



รูปที่ ๒.๒ การสั่น ณ ตำแหน่งต่างๆของรถ เมื่อล้อหน้าขวาวิ่งผ่านเนินสูง 6 cm ในระยะ 10 cm แรก และสูงคงที่ในระยะ 20 cm ถัดมา และกลับสู่ศูนย์ในระยะ 10 cm สุดท้าย (รถวิ่งด้วยความเร็ว 7.2 km/hr)

เมื่อพิจารณาผลจากรูป ๑.2 พบว่าการสั่นที่เกิดขึ้น ณ ตำแหน่งที่นั่งผู้โดยสารด้านขวา มีการสั่นที่แอมพลิจูดต่ำกว่าแอมพลิจูดของเนิน และการสั่นเป็นไปอย่างช้ากว่าสภาพของเนินจริง ซึ่งนั่นเป็นผลของการทำงานของระบบแขวนนั่นเอง

ภาคผนวก ข

ตัวอย่างโปรแกรมที่ใช้ในการวิเคราะห์ผล

โปรแกรมที่ใช้ในการวิเคราะห์เป็น โปรแกรมภาษาในโปรแกรมประยุกต์แมทแล็บ โดยโปรแกรมหลักที่ใช้ในการวิเคราะห์คือ MAIN.m ซึ่งเป็นโปรแกรมที่ใช้ในการจัดเตรียมข้อมูลและวิเคราะห์หาแบบจำลองคณิตศาสตร์ด้วยระเบียบวิธีทำซ้ำ สำหรับโปรแกรม MODEL3.m และMODEL7.m เป็นโปรแกรมกำหนดโครงสร้างของแบบจำลอง 3 ระดับขั้นเสรีและ 7 ระดับขั้นเสรีตามลำดับ โปรแกรมสุดท้ายเป็นโปรแกรมสำหรับภาคผนวก ข ซึ่งเป็นตัวอย่างการจำลองสถานการณ์เพื่อศึกษาการสั่นที่เกิดขึ้นกับรถยนต์ โดยใช้แบบจำลองคณิตศาสตร์ที่ประเมินได้

โปรแกรม MAIN.m

```
%% MAIN.m
%% READ INPUT FROM TEXT FILE
load D:\PFB4.txt
data=PFB4;
for i=0:3799,
ch0(i+1)=data(8*i+1); ch1(i+1)=data(8*i+2); ch2(i+1)=data(8*i+3);
ch3(i+1)=data(8*i+4); ch4(i+1)=data(8*i+5); ch5(i+1)=data(8*i+6);
ch6(i+1)=data(8*i+7); ch7(i+1)=data(8*i+8);
end
%% FILTER SIGNAL
order=8;
[B,A] = BUTTER(order,20/100);
v1=filter(B,A,ch0); v2=filter(B,A,ch1); v3=filter(B,A,ch2);
v4=filter(B,A,ch3); v5=filter(B,A,ch4); v6=filter(B,A,ch5);
v7=filter(B,A,ch6); v8=filter(B,A,ch7);
%% CREATE TIME VECTOR (SAMPLING FREQUENCY 200 HZ)
dt=1/200;
N=length(ch0);
```

```

Tfinal=N*dt;
t=0:dt:Tfinal;
t(N+1)=[];    % t is a vector length = N
%% REMOVE MEAN
X=find(t==14)
Y=find(t==18)
v1=v1-mean(v1(X:Y));  v2=v2-mean(v2(X:Y));
v3=v3-mean(v3(X:Y));  v4=v4-mean(v4(X:Y));
v5=v5-mean(v5(X:Y));  v6=v6-mean(v6(X:Y));
v7=v7-mean(v7(X:Y));  v8=v8-mean(v8(X:Y));
%% CONVERT VOLTAGE TO DISPLACEMENT
SNS1= 300 ; SNS2= 307.1 ;
SNS3= 298 ; SNS4= 315.8 ;
SNS5= 309.6 ; SNS6= 474.8 ;
SNS7= 317 ; SNS8= 304.5 ;
x1=v6/SNS6;  x2=v5/SNS5;
x3=v8/SNS8;  x4=v7/SNS7;
x5=v2/SNS2;  x6=v1/SNS1;
x7=v4/SNS4;  x8=v3/SNS3;
%% SELECT RANGE AND CREATE NEW TIME VECTOR
tmp_i1=find(t==5.275)-1
tmp_i2=find(t==5.275+2)-1
x1new=x1(tmp_i1:tmp_i2);  x2new=x2(tmp_i1:tmp_i2);
x3new=x3(tmp_i1:tmp_i2);  x4new=x4(tmp_i1:tmp_i2);
x5new=x5(tmp_i1:tmp_i2);  x6new=x6(tmp_i1:tmp_i2);
x7new=x7(tmp_i1:tmp_i2);  x8new=x8(tmp_i1:tmp_i2);
%% CREATE NEW TIME VECTOR
dt=1/200 ;
Nnew=length(x1new);

```

```

Tfinalnew=Nnew*dt;
tnew=0:dt:Tfinalnew;
tnew(Nnew+1)=[];
%% CHANGING COORDINATE
L = 2.48; Lf= 1.20; Lr= 2.48-Lf;
Lx= 2*0.7325; Ly= 2*0.7625; Lz= 2*(0.6025+0.1);
TM1=[1 Lz/2 ; 1 -Lz/2];
TM2=[1 Lf Lx/2 ; 1 Lf -Lx/2; 1 -Lr Ly/2];
AXLE = inv(TM1)*[x3new;x4new];
XA=AXLE(1,:);
TA=AXLE(2,:);
PLANE = inv(TM2)*[x5new;x6new;x7new];
XG=PLANE(1,:);
TP=PLANE(2,:);
TR=PLANE(3,:);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% FIT 3DOF. MODEL
u=zeros(1,length(XG));
u=u';
tnew=tnew';
% FIXED VARIABLE
Lrt = 1.28;Lft = 1.20;Lc = 2*0.4025;Ls = 2*0.4425;mt = 1070;
% VARIABLE PARAMETER
kt=180e3; %tyre stiffness (1 tyre)
kf=36.927e3*kt/(36.927e3+kt); % ride rate 1 spring
kr=61.642e3*kt/(61.642e3+kt); % ride rate
Ipt=(2*(kf*Lft*Lft+kr*Lrt*Lrt))/((2*pi*1.71)^2)
Irt=( (kf+kr)*(Lc/2)^2 + (kf+kr)*(Ls/2)^2 ) / ((2*pi*2.27)^2)
cf=30*9.81/(0.11/3.66)
cr=30*9.81/(0.15/2.62)

```

```

%% FITTING
WKDATA3=iddata([XG',TP',TR'],u,dt);
MATHMD3=idgrey('MODEL3',[Ipt;lrt;kf;kr;cf;cr],'c',[XG(1);TP(1);TR(1);mt;Lrt;Lft;Lc;Ls]);
MATHMD3.Algorithm.Focus='Prediction'; % 'Prediction' 'Simulation'
MATHMD3.Algorithm.MaxIter=40;
MATHMD3.Algorithm.Tolerance=0.0000000001;
MATHMD3.Algorithm.Trace='on';
ESTMD3=pem(WKDATA3,MATHMD3);
ESTMD3.ParameterVector
figure;compare(WKDATA3,ESTMD3);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% FIT 7 DOF. MODEL
%% FIXED PARAMETER
mb=911;           %body mass
mw=32;           %front wheel mass (1 wheel)
ma=95;          %rear axle mass + 2 wheel mass
Lr = 1.34;       %rear wheel to c.g. distance
Lf = 1.14;       %front wheel to c.g. distance
Lt = 2*0.6025;  %half track width
Lc = 2*0.4025;
Ls = 2*0.4425;
Ia=26.03;

%% VARIABLE PARAMETER
Ip=ESTMD3.Par(1); %pitching mass moment of inertia of the body
Ir=ESTMD3.Par(2); %rolling mass moment of inertia of the body
kf=ESTMD3.Par(3); %front suspension stiffness (1 spring)
kr=ESTMD3.Par(4); %rear suspension stiffness (1 spring)
kt=180e3;        %tyre stiffness (1 tyre)
ksf=kf*kt/(kt-kf);
ksr=kr*kt/(kt-kr);

```

```

csf=ESTMD3.Par(5);
csr=ESTMD3.Par(6);
%%% FITTING
WKDATA7=iddata([x1new',x2new',XA',TA',XG',TP',TR'],u,dt);
MATHMD7=idgrey('MODEL7',[Ip;Ir;ksf;ksr;csf;csr;kt],'c',[x1new(1);x2new(1);...
    XA(1);TA(1);XG(1);TP(1);TR(1);ma;mw;mb;Lr;Lf;Lc;Ls;Lt;Ia]);
MATHMD7.Algorithm.Focus='Prediction'; % 'Prediction' 'Simulation'
MATHMD7.Algorithm.MaxIter=40;
MATHMD7.Algorithm.Tolerance=0.0000000001;
MATHMD7.Algorithm.Trace='full';
ESTMD7=pem(WKDATA7,MATHMD7);
PARA7=ESTMD7.ParameterVector
figure;compare(WKDATA7,ESTMD7);

```

ໂປຣແກຣມ MODEL3.m

```

%%% MODEL3.m
function [A,B,C,D,K,x0] = MODEL3(par,T,aux)
Ipt = par(1);      Irt = par(2);
kf = par(3);      kr = par(4);
cf = par(5);      cr = par(6);
XGS0 = aux(1);    TPS0 = aux(2);
TRS0 = aux(3);    mt = aux(4);
Lr = aux(5);      Lf = aux(6);
Lc = aux(7);      Ls = aux(8);
%%% SIMPLE FORM
M=[ mt 0 0;
    0 Ipt 0;

```

```

0 0 Irt];
KK=[ 2*(kf+kr)      2*(kf*Lf - kr*Lr)      0 ;
     2*(kf*Lf - kr*Lr)  2*(kf*Lf^2 + kr*Lr^2)      0 ;
     0              0              (kf*Lc^2+kr*Ls^2)/2];
CC=[ 2*(cf+cr)      2*(cf*Lf - cr*Lr)      0;
     2*(cf*Lf - cr*Lr)  2*(cf*Lf*Lf + cr*Lr*Lr)      0 ;
     0              0              (cf*Lc^2+cr*Ls^2)/2];
%% STATE SPACE FORM
A=[-inv(M)*CC,-inv(M)*KK;eye(3),zeros(3)];      % 14 * 14
B=zeros(6,1);      % 14 * 1
C=[zeros(3),eye(3)];      % 7 * 14 show displacement response 7 points...
D=zeros(3,1);
K=zeros(6,3);
x0=[0;0;0;XGS0;TPS0;TRS0] ;

```

โปรแกรม MODEL7.m

```

%% MODEL7.m
function [A,B,C,D,K,x0] = MODEL7X(par,T,aux)
Ip = par(1);      Ir = par(2);      ksf = par(3);      ksr = par(4);
csf = par(5);      csr = par(6);      kt = par(7);      % kt = par(8);
X1S0 = aux(1);      X2S0 = aux(2);      XAS0 = aux(3);
TAS0 = aux(4);      XGS0 = aux(5);      TPS0 = aux(6);
TRS0 = aux(7);      ma = aux(8);      mw = aux(9);
mb = aux(10);      Lr = aux(11);      Lf = aux(12);
Lc = aux(13);      Ls = aux(14);      Lt = aux(15);
Ia = aux(16);

```

```
%% SIMPLE FORM
```

```
M=[mw 0 0 0 0 0; 0 mw 0 0 0 0; 0 0 ma 0 0 0; 0 0 0 Ia 0 0 0;
  0 0 0 0 mb 0 0; 0 0 0 0 0 Ip 0; 0 0 0 0 0 0 Ir];
```

```
KK= [ ksf+kt  0      0      0      -ksf  -ksf*Lf      -(ksf*Lc)/2      ;
      0  ksf+kt  0      0      -ksf  -ksf*Lf  (ksf*Lc)/2      ;
      0  0      2*(ksr+kt)  0  -2*ksr  2*ksr*Lr      0      ;
      0  0      0      (ksr*Ls^2+kt*Lt^2)/2  0  0      -(ksr*Ls^2)/2  ;
      -ksf  -ksf  -2*ksr  0  2*(ksf+ksr)  2*(ksf*Lf-ksr*Lr)  0      ;
      -ksf*Lf  -ksf*Lf  2*ksr*Lr  0  2*(ksf*Lf-ksr*Lr)  2*(ksf*Lf^2+ksr*Lr^2)  0  ;
      -(ksf*Lc)/2  (ksf*Lc)/2  0  -(ksr*Ls^2)/2  0  0  (ksf*Lc^2+ksr*Ls^2)/2  ];
```

```
CC= [ csf  0      0      0      -csf  -csf*Lf      -(csf*Lc)/2      ;
      0  csf  0      0      -csf  -csf*Lf  (csf*Lc)/2      ;
      0  0      2*(csr)  0  -2*csr  2*csr*Lr      0      ;
      0  0      0      (csr*Ls^2)/2  0  0      -(csr*Ls^2)/2  ;
      -csf  -csf  -2*csr  0  2*(csf+csr)  2*(csf*Lf-csr*Lr)  0      ;
      -csf*Lf  -csf*Lf  2*csr*Lr  0  2*(csf*Lf-csr*Lr)  2*(csf*Lf^2+csr*Lr^2)  0  ;
      -(csf*Lc)/2  (csf*Lc)/2  0  -(csr*Ls^2)/2  0  0  (csf*Lc^2+csr*Ls^2)/2  ];
```

```
%% STATE SPACE FORM
```

```
A=[-inv(M)*CC,-inv(M)*KK;eye(7),zeros(7)]; % 14 * 14
```

```
B=zeros(14,1); % 14 * 1
```

```
C=[zeros(7),eye(7)]; % 7 * 14 show displacement response 7 points...
```

```
D=zeros(7,1);
```

```
K=zeros(14,7);
```

```
x0=[0;0;0;0;0;0;0;X1S0;X2S0;XAS0;TAS0;XGS0;TPS0;TRS0];
```


โปรแกรม SIMULATE.m

```

%% SIMULATE.m %%%

close all;clear;

%%%%%%%%%% PARAMETER

mb=911+180; mw=32; ma=95;

Lr = 1.26; Lf = 1.22; Lc = 2*0.4025; Ls = 2*0.4425; Lt = 2*0.6025;

Ia=26.03; Ip=1376+64; Ir= 250+9;

ksf=46129; ksr=73299;

csf=8253; csr=6326;

kt=163124;

%%%%%%%%%% SIMPLE MODEL

M=[mw 0 0 0 0 0; 0 mw 0 0 0 0; 0 0 ma 0 0 0; 0 0 0 Ia 0 0;
   0 0 0 0 mb 0 0; 0 0 0 0 0 Ip 0; 0 0 0 0 0 0 Ir];

KK= [ ksf+kt  0  0  0  -ksf  -ksf*Lf  -(ksf*Lc)/2  ;
      0  ksf+kt  0  0  -ksf  -ksf*Lf  (ksf*Lc)/2  ;
      0  0  2*(ksr+kt)  0  -2*ksr  2*ksr*Lr  0  ;
      0  0  0  (ksr*Ls^2+kt*Lt^2)/2  0  0  -(ksr*Ls^2)/2  ;
      -ksf  -ksf  -2*ksr  0  2*(ksf+ksr)  2*(ksf*Lf-ksr*Lr)  0  ;
      -ksf*Lf  -ksf*Lf  2*ksr*Lr  0  2*(ksf*Lf-ksr*Lr)  2*(ksf*Lf^2+ksr*Lr^2)  0  ;
      -(ksf*Lc)/2  (ksf*Lc)/2  0  -(ksr*Ls^2)/2  0  0  (ksf*Lc^2+ksr*Ls^2)/2  ];

CC= [ csf  0  0  0  -csf  -csf*Lf  -(csf*Lc)/2  ;
      0  csf  0  0  -csf  -csf*Lf  (csf*Lc)/2  ;
      0  0  2*(csr)  0  -2*csr  2*csr*Lr  0  ;
      0  0  0  (csr*Ls^2)/2  0  0  -(csr*Ls^2)/2  ;
      -csf  -csf  -2*csr  0  2*(csf+csr)  2*(csf*Lf-csr*Lr)  0  ;
      -csf*Lf  -csf*Lf  2*csr*Lr  0  2*(csf*Lf-csr*Lr)  2*(csf*Lf^2+csr*Lr^2)  0  ;
      -(csf*Lc)/2  (csf*Lc)/2  0  -(csr*Ls^2)/2  0  0  (csf*Lc^2+csr*Ls^2)/2  ];

%%%%%%%%%% STATE SPACE MODEL

A=[-inv(M)*CC,-inv(M)*KK;eye(7),zeros(7)]; % 14 * 14

```

```

B1=[kt ,0, 0, 0;    0 ,kt, 0, 0;    0 ,0, kt, kt;    0 ,0, kt*Lt/2 , -kt*Lt/2;
    0 0 0 0;    0 0 0 0;    0 0 0 0];
B=[inv(M)*B1;zeros(7,4)];
C=[zeros(7),eye(7)];
D=zeros(7,4);
sys=ss(A,B,C,D);
%%%%%%%%%% DEFINE INPUT
dt=0.001;
Tf=0.8;
t=[0:dt:Tf];
y1=[0:0.0012:0.06,0.06*ones(1,99),0.06:-0.0012:0,zeros(1,600)]';
y2=zeros(length(t),1);
y3=zeros(length(t),1);
y4=zeros(length(t),1);
%%%%%%%%%% SIMULATE RESPONSE
Y=lsim(sys,[y1,y2,y3,y4],t);
XW1_ML=Y(:,1)';XW2_ML=Y(:,2)';
XA_ML=Y(:,3)';TA_ML=Y(:,4)';
XG_ML=Y(:,5)';TP_ML=Y(:,6)';
TR_ML=Y(:,7)';
xw1=XW1_ML;xw2=XW2_ML;
xw3=XA_ML+Lt/2*TA_ML;xw4=XA_ML-Lt/2*TA_ML;
xpass=XG_ML+0.2*TP_ML+0.3*TR_ML;
figure;plot(t,1e2*y1,'k',t,1e2*xw1,'r',t,1e2*xw2,'g',t,1e2*xw3,'b',t,1e2*xw4,'y',t,1e2*xpass,'c');
grid;xlabel('time (sec)');ylabel('displacement (cm)');

```

ภาคผนวก ช

ตัวอย่างการใช้แบบจำลองโมดัลหาผลตอบสนองการสั่น

อ้างอิงแบบจำลองการสั่นดังรูปที่ 3.2 และ (จากสมการที่ 3.17) แบบจำลองโมดัลมีรูปแบบสมการที่แยกกันเป็นอิสระดังนี้คือ

$$\{\dot{\eta}\} + \text{diag}(-\lambda_1, -\lambda_2, \dots, -\lambda_{14}) \{\eta\} = [\Phi]^T \{q\} \quad (\text{ข.1})$$

$$\{Z\} = [\Phi] \{\eta\} \quad (\text{ข.2})$$

$$\text{โดย } \{Z\} = [\dot{X}_1, \dot{X}_2, \dot{X}_a, \dot{\theta}_a, \dot{X}_G, \dot{\theta}_p, \dot{\theta}_r, X_1, X_2, X_a, \theta_a, X_G, \theta_p, \theta_r]^T$$

เป็นโคออร์ดิเนตทางกายภาพ

$$\{\eta\} = [\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4, \eta_5, \eta_6, \eta_7, \eta_8, \eta_9, \eta_{10}, \eta_{11}, \eta_{12}, \eta_{13}, \eta_{14}]^T$$

เป็นโคออร์ดิเนตมขสำคัญ

สมมติระบบมีอินพุตคือการสั่นที่พื้นถนนซึ่งเป็นฟังก์ชันขั้นหนึ่งหน่วย (unit step function) กระทำที่ล้อหน้าขวา (อินพุต q ตัวที่ 8) และสนใจเอาต์พุต คือผลตอบสนองการสั่นของล้อหน้าขวา (X_1) นั่นคือ Z ตัวที่ 8 จะทำได้ดังนี้คือ

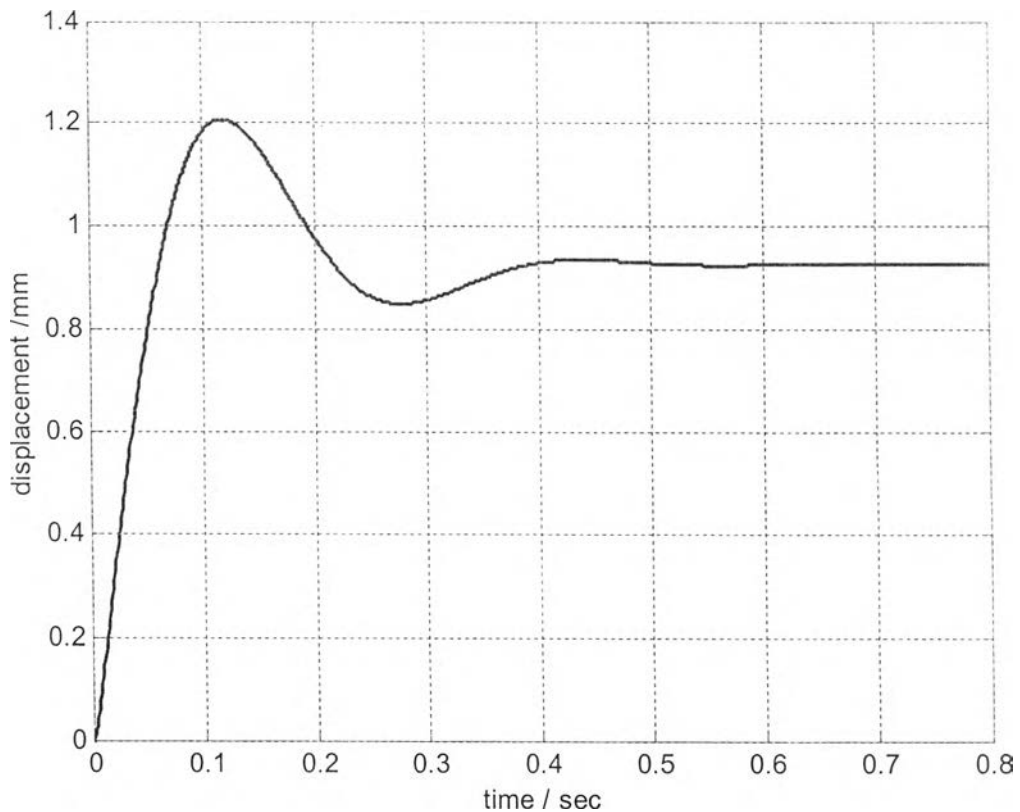
- 1) หาผลตอบสนองฟังก์ชันขั้นหนึ่งหน่วย สำหรับ η_i ทั้ง 14 ตัวที่เป็นสมการ 1 ระดับขั้นเสรี ที่อิสระต่อกัน จากสมการ (ข.1) โดยมีอินพุต q กระทำที่ตำแหน่ง 8 เพียงตำแหน่งเดียวจะได้ว่า

$$\eta_i = \frac{\Phi_{8i} (1 - e^{-\lambda_i t})}{-\lambda_i} \quad (\text{ข.3})$$

- 2) เมื่อได้ η_i ครบทั้งหมดทุกตัว ผลตอบสนอง Z ตัวที่ 8 จะเป็นผลรวมของผลตอบ η_i ทั้ง 14 ตัว ดังสมการ

$$Z_g = \sum_{i=1}^{14} (\Phi_{8i} \eta_i) \quad (\text{ข.4})$$

จากสมการ (ข.3) และ (ข.4) จะเห็นได้ว่าหากทราบค่าพารามิเตอร์โมดัลคือค่าเจาะจง λ และเวกเตอร์เจาะจงที่ถูกนอร์มัลไลซ์ด้วยมวล $\{\Phi\}$ ครบทั้งหมดแล้วจะสามารถหาผลตอบสนองการสั่น Z ได้ โดยกราฟรูปที่ ข.1 เป็นตัวอย่างกราฟผลตอบสนองการสั่น Z_g โดยแทนค่าพารามิเตอร์โมดัลของแบบจำลองรถยนต์ขณะไม่มีภาระบรรทุก จากตารางที่ 5.1



รูป ข.1 กราฟผลตอบสนองการสั่นที่ล้อหน้าขวา โดยหาจากแบบจำลองโมดัลเมื่อมีอินพุทกระทำคือการเคลื่อนที่ของพื้นถนนที่ล้อหน้าขวาที่เป็นฟังก์ชันขั้นหนึ่งหน่วย



ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นาย ฤทธิกิติ์ ประไพพิชิต เกิดเมื่อวันที่ 14 กันยายน พุทธศักราช 2521 ที่กรุงเทพมหานคร ศึกษาในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและมัธยมศึกษาตอนปลายที่โรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัย จากนั้นเข้าศึกษาในคณะวิศวกรรมศาสตร์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยในปีการศึกษา 2537 สำเร็จปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต จากภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกลในปีการศึกษา 2540 และได้เข้าศึกษาต่อในหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกลคณะวิศวกรรมศาสตร์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2541