บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในการตัดสินใจหรือคาดคะเนในเรื่องใดเรื่องหนึ่งโดยไม่มีประสบการณ์มาก่อนนั้นนับว่าเป็นเรื่องยาก แต่สิ่งที่ช่วยเพิ่มความมั่นใจและความถูกต้องในการตัดสินใจก็คือข้อมูล ถ้าเรามีข้อมูลที่ดีและมีความสัมพันธ์กับเรื่องที่เราต้องการศึกษามากขึ้นเพียงใดก็ทำให้เราตัดสินใจหรือคาดคะเนได้ถูกต้องมากขึ้น

การวิเคราะห์ความถดถอย (regression analysis) เป็นแนวทางหนึ่งที่สามารถช่วยในการตัดสินใจได้เพราะการวิเคราะห์ความถดถอยเป็นวิธีวิเคราะห์ทางสถิติที่เกี่ยวข้องกับการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ซึ่งแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่ต้องการศึกษาหรือตัวแปรตาม (Y) (dependent variable) กับตัวแปรอิสระ (X's) (independent variables) การวิเคราะห์ความถดถอยจะสามารถหาค่าของ Y เมื่อทราบค่า X ต่างๆ ได้ โดยทั่วไปการใช้ตัวแปร X's ที่เหมาะสมมากกว่า 1 ตัวย่อมให้ผลในการพยากรณ์ดีกว่าการใช้ตัวแปร X's เพียงตัวเดียว และเรียกการวิเคราะห์ความถดถอยที่มีตัวแปร X's มากกว่า 1 ตัวว่า การถดถอยพหุคูณ (multiple - regression) ตัวแบบที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร X's กับตัวแปรตามในการวิเคราะห์ความถดถอยพหุคูณในรูปเชิงเส้นทั่วไป อยู่ในรูปของ

$$\underset{\sim}{y} = X\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\varepsilon}$$

เมื่อ $\underset{\sim}{y}$ เป็น เวกเตอร์ของตัวแปรตามขนาด n x 1

X เป็น เมทริกซ์ของตัวแปร X's ขนาด n x (p+1)

$\underset{\sim}{\beta}$ เป็น เวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์การถดถอยขนาด (p+1) x 1

และ $\underset{\sim}{\varepsilon}$ เป็น เวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นขนาด n x 1 ซึ่งมีการแจกแจงปกติโดยมี $E(\underset{\sim}{\varepsilon}) = \underset{\sim}{0}$, $E(\underset{\sim}{\varepsilon}\underset{\sim}{\varepsilon}') = \sigma^2 I_n$

วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุทั่วไปที่ใช้กันโดยทั่วไปนั้นคือวิธีกำลังสองน้อยสุด (least square method) และตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยที่ได้อยู่ในรูปของ

$$\hat{\underset{\sim}{\beta}} = (X'X)^{-1}X'\underset{\sim}{y}$$

ซึ่งมีคุณสมบัติเป็นตัวประมาณไม่เอนเอียงกล่าวคือ $E(\hat{\underset{\sim}{\beta}}) = \underset{\sim}{\beta}$ และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสองต่ำสุด $MSE(\hat{\underset{\sim}{\beta}}) = \sigma^2(X'X)^{-1}$ ในบรรดาตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงเชิงเส้นทั้งหลาย เราจะเห็นได้ว่าค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสองเป็นฟังก์ชันของ $(X'X)^{-1}$ ดังนั้นในการ

ประมาณด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดต้องมีข้อสมมติอย่างหนึ่งว่า ตัวแปร X's จะต้องเป็นอิสระซึ่งกันและกัน ไม่เช่นนั้นจะเกิดปัญหาที่เรียกว่า ตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์ (multicollinearity) ถ้าตัวแปร X's ไม่เป็นอิสระซึ่งกันและกันจะทำให้ $|X'X|$ มีค่าใกล้ศูนย์มีผลทำให้ MSE$(\hat{\beta})$ มีค่ามากและค่าเฉลี่ยกำลังสองของความแตกต่างระหว่าง $\hat{\beta}$ และ β มาก [1] ด้วยเช่นกัน แต่ในความเป็นจริงเป็นไปได้น้อยเพราะตัวแปร X's มักมีความสัมพันธ์กัน ทำให้ในทางปฏิบัติอาจจะต้องตัดตัวแปร X's ที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตามน้อยกว่าออกไป ในบางสถานการณ์อาจจะตัดสินใจได้ยากเพราะถือว่าตัวแปร X's ทุกตัวมีความสำคัญเท่ากัน อีกทั้งการตัดตัวแปร X's บางตัวออกไป อาจทำให้เราไม่ทราบรายละเอียด (information) เกี่ยวกับตัวแปร X's ที่ตัดทิ้งไป วิธีการอื่นที่สามารถแก้ปัญหาตัวแปร X's มีความสัมพันธ์กันได้นั้น อาจจะเลือกใช้วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอื่นๆ เช่น วิธีวิเคราะห์องค์ประกอบหลัก (Principle component) ซึ่งวิธีนี้มีหลักการคือ ต้องการลดตัวแปรให้น้อยลง โดยการสร้างตัวแปร X's ตัวใหม่ที่เป็นผลบวกเชิงเส้นของตัวแปร X's เดิม แต่วิธีนี้มีข้อเสียคือ ไม่สามารถแสดงอิทธิพลของตัวแปร X's ที่มีต่อตัวแปรตามได้ อีกวิธีหนึ่งคือ วิธีการถดถอยริดจ์ วิธีนี้จะแสดงให้เห็นถึงอิทธิพลของตัวแปร X's ที่มีต่อตัวแปรตามได้ โดยที่ทั้ง 2 วิธีนี้จะให้ค่า MSE น้อยกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดอีกด้วย ในการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยได้เลือกทำการศึกษาวิธีการถดถอยริดจ์ เพราะวิธีการนี้จะแสดงอิทธิพลของตัวแปร X's ที่มีต่อตัวแปรตามได้ ซึ่งวิธีนี้ โฮเอริน์ (Hoerl) และเคนนาร์ด (Kennard) เป็นผู้ที่เสนอขึ้นมาในปี ค.ศ.1970 วิธีแก้ปัญหาตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์ ที่เรียกว่า วิธีการถดถอยแบบริดจ์นี้จะให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสองต่ำกว่าวิธีกำลังสองน้อยสุด เพราะหลักการของวิธีนี้คือการบวกค่าคงที่ k ที่มีค่ามากกว่าศูนย์กับสมาชิกทุกตัวบนเส้นทแยงมุม (diagonal) ของเมทริกซ์ $X'X$ เพื่อจะทำให้ค่าเฉลี่ยของความแตกต่างระหว่าง $\hat{\beta}$ และ β ลดลง เพราะฉะนั้นจะได้ตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยริดจ์ ดังนี้

$$\hat{\beta} = (X'X + kI)^{-1}X'y \quad , \; k \geq 0$$

จะเห็นได้ว่าตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยริดจ์เป็นตัวประมาณที่เอนเอียงและต้องมีการประมาณค่า k ที่เหมาะสม ดังนั้นจึงมีการเสนอวิธีหาค่า k หลายวิธี แต่ไม่มีวิธีใดที่จะให้ผลสรุปที่แน่นอนได้ ในการวิจัยครั้งนี้จึงมีวัตถุประสงค์ที่จะหาวิธีหาค่า k ที่ดีที่สุด โดยผลการศึกษาที่เคยมีผู้ได้ศึกษามาเกี่ยวกับการหาค่า k แสดงได้ดังนี้

---

[1] เจษฎาภรณ์ ยุทธนวิบูลย์ชัย. การศึกษาเปรียบเทียบตัวประมาณริดจ์. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย .หน้า 12 , 2533.

ในปี พ.ศ.2534 จิรายุส พู่มนตรี ได้ทำการเปรียบเทียบการหาค่า k สำหรับการถดถอยแบบริดจ์ พบว่า วิธีค้นหาข้อมูลแบบทวิ (Binary seach) ให้ผลดีที่สุดและใกล้เคียงกับวิธีโฮเอิรน์และเคนนาร์ด (Hoerl & Kennard (HK)) และวิธีโฮเอิรน์ เคนนาร์ดและบาร์ลวิน (Hoerl,Kennard & Baldwin (HKB)) แต่ในวิธีค้นหาข้อมูลแบบทวิ ยังมีข้อจำกัดในการใช้คือ ใช้ได้กับข้อมูลไม่ต่อเนื่องและมีการเรียงลำดับเท่านั้น ในการศึกษาครั้งนี้จะเลือกใช้วิธี HK มาใช้ในการเปรียบเทียบ สูตรที่ใช้ในการประมาณค่า คือ

$$\hat{k} = \frac{\hat{\sigma}^2}{(\max(\hat{\beta}_1^*, \hat{\beta}_2^*, \ldots, \hat{\beta}_p^*))^2}$$

ในปี พ.ศ. 2539 ผลสรุปของงานวิจัยของธันยากร ต้นชลขันธ์ แสดงว่า การใช้วิธีการค้นหาข้อมูลแบบลำดับ (Sequential search) ใช้ในการหาค่า k ในการถดถอยแบบริดจ์จะให้ผลดีและวิธีการนี้ไม่มีข้อจำกัดการใช้เหมือนในวิธีค้นหาข้อมูลแบบทวิ แต่วิธีนี้ยังมีข้อเสียคือจะใช้เวลานานในการค้นหาค่า k

ในปี ค.ศ.1996 ทรอสกี้ (Troskie) และ ชาร์ลตัน (Chalton) ได้เสนอวิธีเบส์ในการหาค่า k โดยเปรียบเทียบกับวิธี HK , แฮมเมิรล์และแครี่ (Hemmerle & Carey (HC)) และนัวร์และแมททา (Noor & Metha (NM)) พบว่า วิธีการหาค่า k แบบเบส์ให้ผลดีที่สุด โดยสูตรที่ใช้ประมาณค่า k วิธีนี้คือ

$$\hat{k}_i = \frac{\bar{a}_i}{\dfrac{\bar{a}_i \hat{\beta}^{*2}_{(B)i}}{\hat{\sigma}^2_{(B)}} + 1}$$

เนื่องจากไม่มีทั้ง natural conjugate prior และข้อมูลในอดีตที่เหมาะสมให้ใช้ข้อมูลที่มีในปัจจุบันแทน โดยจะแทนค่า $\hat{\sigma}^2_{(B)}$ ด้วย $\hat{\sigma}^2$, $\hat{\beta}^*_{(B)}$ ด้วย $\hat{\beta}^* = P'\hat{\beta}$ และ $\bar{a}_i$ ด้วย λ_i

ดังนั้น $$\hat{k}_i = \frac{\lambda_i}{\dfrac{\lambda_i \hat{\beta}_i^{*2}}{\hat{\sigma}^2} + 1}$$

รายละเอียดสำหรับวิธีการหาค่า k ทั้ง 3 วิธี คือ 1) วิธี HK 2) วิธีค้นหาข้อมูลแบบลำดับ และ 3) วิธีเบส์ จะแสดงในบทที่ 2 ในบทที่ 3 จะกล่าวถึงวิธีดำเนินการวิจัย ส่วนผลการศึกษาโดยการจำลองข้อมูลขึ้นมาโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โลนั้น แสดงในบทที่ 4 และในบทที่ 5 จะเป็นส่วนของการสรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะในการศึกษาครั้งนี้

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาเปรียบเทียบตัวประมาณริดจ์ในการถดถอยแบบริดจ์เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ โดยใช้วิธีการประมาณค่า k ในการถดถอยแบบริดจ์ 3 วิธีคือ

1. วิธีโฮเอริน์และเคนนาร์ด (Hoerl & Kennard method (HK))
2. วิธีค้นหาข้อมูลแบบลำดับ (Sequential search method (SEQ))
3. วิธีเบส์ (Bayesian method (BAY))

1.3 สมมติฐานของการวิจัย

ในการประมาณค่า k ภายใต้ลักษณะของความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงเป็นแบบปกติ ขนาดตัวอย่างและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเดียวกันของตัวแปรตามในทุกกรณี การหาค่า k ด้วยวิธีเบส์จะให้ผลดีที่สุด เพราะวิธีนี้มีการนำความรู้หรือข้อมูลในอดีตมาประกอบการพิจารณาด้วย

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

1. การแจกแจงของความคลาดเคลื่อนเป็นแบบปกติ (normal distribution) โดยมีฟังก์ชันความหนาแน่นอยู่ในรูปของ

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2\right\}$$

ในการวิจัยครั้งนี้จะศึกษา เมื่อค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.05, 0.5, 1, 3

2. จำนวนตัวแปรอิสระที่ใช้ เท่ากับ 3, 5

3. ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ โดยกำหนดระดับความสัมพันธ์เบื้องต้น ดังนี้ ρ = (0.1), (0.3), (0.5), (0.7), (0.9) และ (0.99) [2]

3.1 กรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3

พหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ 1 กลุ่ม ทำการศึกษาที่ระดับความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรมีค่าเท่ากับ (0.1), (0.3), (0.5), (0.7), (0.9) และ (0.99) โดยแบ่งออกเป็น

ก. พหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ 2 ตัวแปร คือ X_1 และ X_2 มีความสัมพันธ์กัน

ข. พหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ 3 ตัวแปร คือ X_1, X_2 และ X_3 มีความสัมพันธ์กัน

---

[2] ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ 1 กลุ่ม ในกรณีต่าง ๆ เช่น พหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ 3 ตัวแปร กล่าวคือ ถ้าตัวแปร X_1, X_2 และ X_3 มีระดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0.1 แสดงว่า ตัวแปร X_1 กับ X_2 มีระดับความสัมพันธ์กันเท่ากับ 0.1 , ตัวแปร X_1 กับ X_3 มีระดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0.1 และตัวแปร X_2 กับ X_3 มีระดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0.1

3.2 กรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5

3.2.1 พหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ 1 กลุ่ม ทำการศึกษาที่ระดับความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรมีค่าเท่ากับ (0.1), (0.3), (0.5), (0.7), (0.9) และ (0.99) [3] โดยแบ่งออกเป็น

ก. พหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ 3 ตัวแปร คือ X_1, X_2 และ X_3 มีความสัมพันธ์กัน

ข. พหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ 4 ตัวแปร คือ X_1, X_2, X_3 และ X_4 มีความสัมพันธ์กัน

ค. พหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ 5 ตัวแปร คือ X_1, X_2, X_3, X_4 และ X_5 มีความสัมพันธ์กัน

3.2.2 พหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ 2 กลุ่ม ทำการศึกษาที่ระดับความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรมีค่าเท่ากับ

(0.1,0.1) , (0.1,0.3) , (0.1,0.5) , (0.1,0.7) , (0.1,0.9) , (0.1,0.99) ,

(0.3,0.1) , (0.3,0.3) , (0.3,0.5) , (0.3,0.7) , (0.3,0.9) , (0.3,0.99) ,

(0.5,0.1) , (0.5,0.3) , (0.5,0.5) , (0.5,0.7) , (0.5,0.9) , (0.5,0.99) ,

(0.7,0.1) , (0.7,0.3) , (0.7,0.5) , (0.7,0.7) , (0.7,0.9) , (0.7,0.99) ,

(0.9,0.1) , (0.9,0.3) , (0.9,0.5) , (0.9,0.7) , (0.9,0.9) , (0.9,0.99) , และ

(0.99,0.1) , (0.99,0.3) , (0.99,0.5) , (0.99,0.7) , (0.99,0.9) , (0.99,0.99) [4]

โดยแบ่งออกเป็น

ก. พหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ 2 ตัวแปร 2 กลุ่ม ได้แก่ ตัวแปร X_1, X_2 มีพหุสัมพันธ์กันและตัวแปร X_3, X_4 มีพหุสัมพันธ์กัน

ข. พหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ 3 ตัวแปร 1 กลุ่ม และตัวแปรอิสระ 2 ตัวแปร 1 กลุ่ม ได้แก่ ตัวแปร X_1, X_2, X_3 มีพหุสัมพันธ์และตัวแปร X_3, X_4 มีพหุสัมพันธ์กัน

---

[3] ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ 1 กลุ่ม ในกรณีต่าง ๆ เช่น พหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ 3 ตัวแปร กล่าวคือ ถ้าตัวแปร X_1, X_2 และ X_3 มีระดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0.1 แสดงว่า ตัวแปร X_1 กับ X_2 มีระดับความสัมพันธ์กันเท่ากับ 0.1 , ตัวแปร X_1 กับ X_3 มีระดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0.1 และตัวแปร X_2 กับ X_3 มีระดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0.1

[4] ตัวเลขในวงเล็บแสดงถึงระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ 2 กลุ่มตัวแปร โดยที่ตัวแรกหมายถึง ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระในกลุ่มที่หนึ่ง และตัวที่สองหมายถึง ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรในกลุ่มที่สอง เช่น ถ้าตัวแปร X_1 , X_2 มีพหุสัมพันธ์กันและ X_3 X_4 มีระดับความสัมพันธ์เท่ากับ (0.1,0.99) แสดงว่า ตัวแปร X_1 กับ X_2 มีระดับความสัมพันธ์กันเท่ากับ 0.1 ส่วนตัวแปร X_3 กับ X_4 มีระดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0.99 แต่ตัวแปรระหว่างกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 จะไม่มีความสัมพันธ์กัน เช่น ตัวแปร X_1 และ X_3 จะไม่มีความสัมพันธ์กัน

4. การสร้างข้อมูลให้มีความสัมพันธ์กันเชิงเส้นตรง ในการวิจัยครั้งนี้จะสร้างข้อมูลของตัวแปรอิสระ $\underset{\sim}{X} = (X_1, X_2, \dots, X_p)'$ มีการแจกแจงปกติหลายตัวแปร (multivariate normal distribution) ที่มีค่าพารามิเตอร์ $\mu = 1.0$ และ Σ เป็นเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม (covariance matrix) ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ X's สามารถเขียนได้เป็น $\underset{\sim}{X} \sim N_p(\underset{\sim}{\mu}, \Sigma)$

5. ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเท่ากับ 10, 30, 50, 100

6. การแจกแจงก่อนร่วม ($p(\underset{\sim}{\beta}, \sigma)$)(joint prior distribution) สำหรับ $(\underset{\sim}{\beta}, \sigma)'$ ที่ใช้ในวิธีเบส์มีคุณสมบัติเป็นการแจกแจงก่อนคู่สังยุคโดยธรรมชาติ [5] (natural conjugate prior)

7. การจำลองข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ใช้เทคนิคมอนติคาร์โล (monte carlo technique) ทำการทดลองซ้ำ 1,000 ครั้ง

1.5 เกณฑ์ในการตัดสินใจ

ในการวิจัยครั้งนี้ใช้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง (average mean square of error (AMSE)) ของการประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยแบบริดจ์ที่มีการประมาณค่า k วิธีต่างๆ โดยใช้เกณฑ์เปอร์เซนต์ของอัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง (PDMSE) ในการวิจัยครั้งนี้จะใช้เทคนิคในการจำลองซ้ำ 1,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์ จะได้ว่า

$$AMSE(H) = \sum_{i=1}^{p} (\beta^{*}_{(H)i} - \beta^{*}_{i})^2 \ / \ 1{,}000$$

$$AMSE(S) = \sum_{i=1}^{p} (\beta^{*}_{(S)i} - \beta^{*}_{i})^2 \ / \ 1{,}000$$

$$AMSE\ (B) = \sum_{i=1}^{p} (\beta^{*}_{(B)i} - \beta^{*}_{i})^2 \ / \ 1{,}000$$

$\beta^{*}_{(H)i}$ คือ สมาชิกตำแหน่งที่ i ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณจากสมการถดถอยริดจ์ โดยใช้วิธีการประมาณค่า k ด้วยวิธี HK

$\beta^{*}_{(S)i}$ คือ สมาชิกตำแหน่งที่ i ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณจากสมการถดถอยริดจ์ โดยใช้วิธีการประมาณค่า k ด้วยวิธี SEQ

$\beta^{*}_{(B)i}$ คือ สมาชิกตำแหน่งที่ i ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณจากสมการถดถอยริดจ์ โดยใช้วิธีการประมาณค่า k ด้วยวิธี BAY

---

[5] เป็นการแจกแจงก่อนคู่สังยุค ในกรณีที่การแจกแจงที่มีเงื่อนไข สำหรับ $\underset{\sim}{\beta}$ เมื่อกำหนด σ $(p(\underset{\sim}{\beta} \mid \sigma))$ เป็นการแจกแจงปกติหลายตัวแปร (Multivariate normal distribution) และการแจกแจงส่วนริมของ σ $(p(\sigma))$ เป็นการแจกแจงไคสแควร์ผกผัน (inverted chi-square distribution)

β_i^* คือ สมาชิกตำแหน่งที่ i ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณจาก
วิธีกำลังสองน้อยสุด

$$PDMSE = \frac{AMSE_{(i)} - AMSE_{(\min)}}{AMSE_{(\min)}} \; x \quad 100 \quad ; \quad i = 1,2,3$$

$AMSE_{(i)}$ คือ $AMSE$ ของวิธีที่ i ; i = 1, 2, 3

$AMSE_{(\min)}$ คือ $AMSE$ ของวิธีที่มีค่าน้อยที่สุด

1.6 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

การแจกแจงก่อนคู่สังยุค (conjugate prior distribution) คือ การแจกแจงสำหรับพารา - มิเตอร์ที่ทำให้การแจกก่อนและการแจกแจงภายหลังมีรูปแบบเดียวกัน

1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เป็นแนวทางในการศึกษาการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยในกรณีที่เกิดปัญหาตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์

2. สามารถนำวิธีการประมาณค่า k ที่เหมาะสมกับสถานการณ์ต่างๆ ไปประยุกต์ใช้กับเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นจริงได้