บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการทำวิจัยเรื่อง "การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดแบบนิรนัยและแบบอุปนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ระหว่างกลุ่มที่ใช้และไม่ใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์" ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องซึ่งนำเสนอรายละเอียดตามหัวข้อ ดังนี้

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
   - 1.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
   - 1.2 ความสำคัญของมโนทัศน์
   - 1.3 ประเภทของมโนทัศน์
   - 1.4 กระบวนการสร้างมโนทัศน์
   - 1.5 การสอนเพื่อให้นักเรียนได้มาซึ่งมโนทัศน์
   - 1.6 เอกสารสรุปมโนทัศน์
2. การคิดแบบนิรนัยและแบบอุปนัย
   - 2.1 ความหมายของการคิดแบบนิรนัย
   - 2.2 ความหมายของการคิดแบบอุปนัย
   - 2.3 การคิดอย่างมีเหตุผลกับการคิดแบบนิรนัยและแบบอุปนัย
   - 2.4 ความแตกต่างของการคิดแบบนิรนัยและแบบอุปนัย
   - 2.5 ความสำคัญและประโยชน์ของการคิดแบบนิรนัยและแบบอุปนัย
   - 2.6 ข้อจำกัดของการคิดแบบนิรนัยและแบบอุปนัย
   - 2.7 เครื่องมือวัดการคิดแบบนิรนัยและแบบอุปนัย
3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
   - 3.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
   - 3.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดแบบนิรนัยและแบบอุปนัย

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ เป็นคำที่ใช้แทนคำว่า "Concept" ในภาษาอังกฤษ ซึ่งมีคำในภาษาไทยคำอื่นๆ ที่ใช้ในความหมายเดียวกัน เช่น ความคิดรวบยอด มโนมติ มโนภาพ หรือสังกัป ซึ่งความหมายของมโนทัศน์นั้น มีนักการศึกษาไทยและต่างประเทศได้ให้ความหมายไว้ ดังนี้

กูดวินและคลอสไมเออร์ (Goodwin and Klausmeier, 1975: 246) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า "มโนทัศน์ หมายถึง ความสามารถที่บอกให้เราเข้าใจถึงคุณลักษณะของสิ่งต่างๆ ไม่ว่าจะเป็นวัตถุ เหตุการณ์หรือกระบวนการ ซึ่งทำให้เราแยกสิ่งต่างๆ นั้นออกจากสิ่งอื่นได้และในขณะเดียวกันก็สามารถเชื่อมโยงเข้ากับกลุ่มสิ่งของประเภทเดียวกันได้"

แมคคาวน์และรุพ (McCown and Roup, 1992: 338) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า "มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดของบุคคลที่เกิดจากการเรียนรู้ การสังเกตหรือการสะสมประสบการณ์ โดยมโนทัศน์อาจเป็นวัตถุ เหตุการณ์ หรือความสัมพันธ์ที่มีลักษณะแตกต่างกันหรือเหมือนกัน โดยสามารถสรุปรวมสิ่งต่างๆ เข้าด้วยกัน และสามารถแยกแยะความแตกต่างออกจากกันได้"

เพรสลี และแมคคอร์มิก (Presley and McCormick, 1995) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์สรุปได้ว่า "มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจของคนเกี่ยวกับสิ่งเร้าที่มีความสัมพันธ์กัน โดยที่กลุ่มของสิ่งเร้าอาจเป็นวัตถุ เหตุการณ์ หรือกระบวนการก็ได้ ซึ่งมีลักษณะบางประการร่วมกัน"

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2532: 18) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า "มโนทัศน์ หมายถึง ภาพที่เกิดขึ้นในใจของบุคคลเกี่ยวกับกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติ คุณลักษณะร่วมกัน กลุ่มของสิ่งเร้านี้อาจจะเป็นชนิด ประเภท วัตถุ ธรรมชาติ เหตุการณ์หรือบุคคลก็ได้"

อาภาภรณ์ ใจเที่ยง (2540: 62) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า "มโนทัศน์ คือ การจัดลักษณะที่เหมือนๆ กันของประสบการณ์ หรือสิ่งของเข้าด้วยกันอย่างมีระบบ ทำให้เกิดเป็นหน่วยของความคิดหรือประเภทของประสบการณ์ อาจกล่าวได้ว่า มโนทัศน์นั้นเป็นความคิดหรือความเข้าใจ

ครั้งสุดท้ายที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง หรือเรื่องใดเรื่องหนึ่ง ภายในช่วงระยะเวลาหนึ่ง และมโนทัศน์นี้อาจเปลี่ยนแปลงไปได้เมื่อผู้เรียนมีประสบการณ์มากขึ้น หรือมีวุฒิภาวะเพิ่มขึ้น"

สมนึก ภัททิยะนี (2543: 37) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า "มโนทัศน์ คือ ลักษณะร่วมของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง หรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกิดขึ้นหลายๆ ครั้ง หรือสิ่งเหล่านั้นหลายๆ อย่าง"

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2545: 7) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า "มโนทัศน์ คือแนวคิดหรือกรอบความคิดเกี่ยวกับเรื่องๆ หนึ่งที่สมองของเราคิดขึ้นหรือทำความเข้าใจเมื่อรับข้อมูลใหม่ๆ เข้ามา ซึ่งจะมีความแตกต่างกันไปในแต่ละคน เช่น เมื่อกล่าวถึงโต๊ะ เรานึกถึงมโนทัศน์ในเชิงนามธรรมได้ทันทีว่าโต๊ะคืออะไร แต่ถ้านำมาให้นิยามต้องกล่าวว่า โต๊ะ คือสิ่งที่ทำด้วยวัสดุที่มีความแข็งและเรียบ มีขาตั้งสำหรับวางสิ่งของต่างๆ มีชื่อเรียกตามวัตถุประสงค์การใช้งาน เช่น โต๊ะอ่านหนังสือ โต๊ะรับประทานอาหาร เป็นต้น"

จากความหมายของ "มโนทัศน์" ตามที่นักการศึกษาไทยและต่างประเทศได้ให้ความหมายไว้ สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องใดเรื่องหนึ่งหรือสิ่งใดสิ่งหนึ่ง อันเกิดจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์ โดยสามารถสรุปลักษณะร่วมที่เหมือนกันหรือแยกแยะลักษณะที่แตกต่างกันได้

สำหรับความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ได้มีนักการศึกษาให้ความหมายไว้ดังนี้

คูนีย์และเฮนเดอร์สัน (Cooney and Henderson, 1975: 85) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า "มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ โดยนักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาในรูปของนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้น เช่น การมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน คือนักเรียนสามารถบอกนิยามของฟังก์ชันได้"

เอกเกนและคอชาค (Eggen and Kauchak, 1995: 71) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า "มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิด ความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้า ซึ่งบุคคลสามารถจัดประเภทหรือจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติบางประการร่วมกัน โดยผ่านกระบวนการเรียนรู้ เช่น มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือรูปสี่เหลี่ยมที่มีขนาดของมุมทั้งสี่เท่ากันและเท่ากับ 90 องศา มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันและขนานกัน เป็นต้น"

โทมาซิส (Toumasis,1995: 98) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า "มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดขั้นสุดท้ายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ที่เกิดจากการเรียนรู้ของนักเรียนที่มีต่อสิ่งเร้า โดยนักเรียนสามารถแยกประเภทของสิ่งเร้าที่มีความสัมพันธ์กันและไม่สัมพันธ์กันได้"

พรรณทิพย์ ม้ามณี (2520: 29) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า "มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจและความสามารถในการเก็บใจความหรือย่อเนื้อหาที่เรียนได้ รวมทั้งสามารถนำเอาไปใช้หรือสร้างเป็นกรณีทั่วไปได้ ซึ่งเป็นความหมายที่กว้างกว่าความเข้าใจธรรมดา"

สุรชัย ขวัญเมือง (2522: 3) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า "มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คือ การสร้างความคิดอันหนึ่งให้เกิดขึ้น เป็นการสรุปความคิด หรือข้อคิดที่เหมือนกันอันเกิดจากประสบการณ์ หรือปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น"

อัจฉราพรรณ เกิดแก้ว (2524: 10)) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า "มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจ การนำไปใช้ รวมทั้งความสามารถในการสรุปและจำแนกสิ่งต่างๆ ที่เป็นพื้นฐานทางคณิตศาสตร์"

อัมพร ม้าคนอง (2546: 5) ได้กล่าวถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า "มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุหรือเหตุการณ์ว่าเป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น มโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นสับเซต มโนทัศน์เกี่ยวกับลักษณะของรูปสามเหลี่ยม เป็นต้น"

จากความหมายดังกล่าวข้างต้น สามารถสรุปความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดและความเข้าใจของบุคคลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ อันเกิดจากการได้เรียนรู้หรือรับประสบการณ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยการสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาเป็นนิยามหรือความหมาย และสามารถแยกประเภทของสิ่งเร้าที่มีความสัมพันธ์กันและไม่สัมพันธ์กันได้

1.2 **ความสำคัญของมโนทัศน์**

วิชาความรู้ในสาขาต่างๆ ล้วนประกอบด้วยมโนทัศน์มากมาย การมีมโนทัศน์พื้นฐาน ย่อมมีความสำคัญต่อการเรียนรู้มโนทัศน์ของสิ่งใหม่ในลักษณะเชื่อมโยงกันไป ซึ่งมีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ ดังนี้

ออซูเบล (Ausubel, 1968: 505) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า "มโนทัศน์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิตในสังคม เนื่องจากพฤติกรรมต่างๆ ของมนุษย์ไม่ว่าจะเป็นด้านความคิด การสื่อความหมายระหว่างกัน การแก้ปัญหา การตัดสินใจล้วนแล้วต้องผ่านเครื่องกรองที่เป็นมโนทัศน์มาก่อนทั้งสิ้น"

เชคโค (Cecco, 1968: 402 - 416 อ้างถึงใน ณัฐไฉไล พริ้งมาดี, 2544: 14) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ สรุปได้ดังต่อไปนี้

1. มโนทัศน์ช่วยลดความซับซ้อนของธรรมชาติ และสิ่งแวดล้อมหรือเหตุการณ์ต่างๆ ที่มีอยู่มากมาย การที่จะตอบสนองต่อสิ่งเร้าเป็นอย่างๆ นั้นเป็นเรื่องยาก ดังนั้นมนุษย์จึงใช้มโนทัศน์แบ่งสิ่งแวดล้อมต่างๆ เป็นกลุ่ม ทำให้ตอบสนองหรือสื่อความหมายได้ง่ายขึ้น

2. มโนทัศน์ช่วยให้รู้จักสิ่งต่างๆ การรู้จักเป็นการจัดสิ่งเร้าให้อยู่ในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งซึ่งต้องใช้ความสามารถ เช่น การคิดว่าเสียงที่ได้ยินเป็นเสียงของอะไร พวกไหน และมโนทัศน์จะเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้สิ่งใหม่ต่อไป

3. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนรู้ได้มาก เมื่อเรียนในครั้งหนึ่งๆ ก็นำไปใช้ได้เลยโดยไม่ต้องเรียนซ้ำอีก เช่น เมื่อรู้จักสัตว์ที่เลี้ยงลูกด้วยนม ต่อไปเมื่อพบสัตว์ประเภทเดียวกันก็จะสามารถแยกแยะได้

4. มโนทัศน์ช่วยในการแก้ปัญหา ทำให้รู้จักว่าวัตถุนั้นอยู่ในกลุ่มใด เหตุการณ์ใหม่อยู่ในกลุ่มใด ทำให้ตัดสินใจต่อไปได้ การมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องและกว้างขวางก็เท่ากับรู้จักการแก้ปัญหา

5. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนการสอน เพราะในการเรียนการสอนใช้สื่อมาก เช่น การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน

รัตนะ บัวสนธ์ (2530: 31) ได้กล่าวว่า "การเรียนรู้มโนทัศน์เป็นสิ่งสำคัญเพราะในวิชาใดๆ ก็ตามย่อมประกอบด้วยคำหลักซึ่งมีลักษณะเป็นมโนทัศน์ ถ้าผู้เรียนไม่เข้าใจมโนทัศน์หรือคำหลักนี้แล้วย่อมทำให้ลำบากที่จะเรียนรู้เนื้อหาวิชานั้นๆ ได้ต่อไป"

สุรางค์ โค้วตระกูล (2533: 206) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า "มโนทัศน์ เป็นรากฐานของความคิด มนุษย์จะคิดไม่ได้ถ้าไม่มีมโนทัศน์เป็นพื้นฐานเพราะมโนทัศน์จะช่วยตั้งกฎเกณฑ์หลักการต่างๆ และสามารถที่จะแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ได้ นอกจากนี้มโนทัศน์ยังเป็นเครื่องมือที่จะช่วยในการสื่อความหมาย ที่จะให้คนเรามีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน"

นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์ (2537: 57) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า "การเรียนรู้มโนทัศน์ จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาการเรียนรู้ในเรื่องนั้นได้ถึงระดับสูงสุดได้ และนอกจากนั้นยังช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้รวดเร็วขึ้น เพราะเกิดการจัดระบบระเบียบของข้อมูลไว้เรียบร้อยแล้วในสมอง เมื่อได้ปะทะกับสิ่งเร้าใหม่ก็สามารถจำแนกจัดหมวดหมู่และเชื่อมโยงกับมโนทัศน์เก่าที่มีอยู่ได้ง่าย"

สมนึก ภัททิยธนี (2543: 41) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

1. เมื่อไปพบปัญหาใหม่ทำนองเดียวกันเข้าอีก ก็ไม่ต้องเสียเวลาไปศึกษากันตั้งแต่ต้นขึ้นมาใหม่ เช่น ถ้าเข้าใจสูตรการหาเส้นรอบวงและพื้นที่วงกลมแล้ว เมื่อไปพบโจทย์แบบนั้นเข้าอีกก็จะคิดหาคำตอบได้โดยง่าย

2. ช่วยให้เข้าใจสิ่งอื่นๆ ที่เกี่ยวเนื่องกับเรื่องนั้นได้ง่ายและชัดเจนยิ่งขึ้น เช่น ถ้านักเรียนจับหลักการของเรื่องวงกลมได้ ก็จะสามารถเรียนเรื่องพื้นที่ผิวหรือปริมาตรของทรงกระบอกได้ง่ายและเข้าใจลึกซึ้งขึ้น หรืออาจจะขยายหลักการไปสู่เรื่องของกรวยได้

3. ถ้าใครจับหลักการของเรื่องใดได้แล้วก็จะสามารถวางแผนของเรื่องนั้นได้ง่ายและถูกต้องมากขึ้น เช่น ถ้ามีมโนทัศน์ในเรื่องการออกข้อสอบว่าต้องกินเวลานานเท่าใด ก็อาจกำหนดเวลาที่ต้องใช้ในการเตรียม การพิมพ์ และวางแผนการสอบได้โดยไม่พลาด เป็นต้น

4. เสริมสร้างความคิดให้เป็นคนมีเหตุมีผล หากมีมโนทัศน์ในวิทยาการใดๆ ก็ตามจะสามารถช่วยให้ผู้นั้นแก้ปัญหา คาดการณ์ จัดอันดับความสำคัญและความสัมพันธ์ของเรื่องนั้นๆ ได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผลมากขึ้น ซึ่งคุณสมบัติเหล่านี้ จะเป็นต้นทางนำไปสู่ความสามารถด้านการวิเคราะห์ สังเคราะห์ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ต่อไปข้างหน้าอีกด้วย

5. การมีมโนทัศน์ในเรื่องใดเรื่องหนึ่งทำให้เกิดการรู้จริง การรู้แจ้งเห็นจริง ทำให้เกิดความเชื่อและความมั่นใจ และจากความเชื่อนี้ จะส่งผลให้ผู้เรียนประพฤติปฏิบัติตามหลักวิชา มีเจตคติที่พึงปรารถนาของสังคมหรือประเทศชาติ

สำหรับความสำคัญของการมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น มีนักการศึกษาได้กล่าวไว้ดังนี้

นาตยา ภัทรแสงไทย(2524: 25) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการมีมโนทัศน์เกี่ยวกับวิชาสังคม วิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์ไว้ว่า "ในการเรียนการสอนวิชาต่างๆ ไม่ว่าจะเป็นวิชาสังคม วิทยาศาสตร์ หรือคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องเกิดมโนทัศน์จากการเรียน เนื่องจากมโนทัศน์จะช่วยให้นักเรียนสามารถจัดประเภท สรุป และมองสิ่งหนึ่งสิ่งใดในลักษณะร่วมกันมากกว่าที่จะมองแยกออกจากกัน ช่วยให้นักเรียนตีความข้อมูลต่างๆ ได้โดยกระบวนการคิด การเรียนรู้เชิงวิทยาศาสตร์ก็เช่นเดียวกัน เมื่อนักเรียนสามารถหาข้อสรุปได้ ข้อสรุปนั้นก็จะกลายเป็นหลักการของความรู้ที่นักเรียนสามารถนำไปใช้และเชื่อมโยงกับสิ่งอื่นๆ ได้"

จากการที่นักการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ดังกล่าวข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า การมีมโนทัศน์ทำให้นักเรียนสามารถจำแนก แยกประเภท สรุป หรือจัดหมวดหมู่ของลักษณะร่วมกันได้ ทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องและสิ่งเร้าใหม่ได้ง่ายขึ้น

1.3 ประเภทของมโนทัศน์

นักการศึกษาทั้งในและต่างประเทศได้จำแนกประเภทของมโนทัศน์ โดยมีเกณฑ์ในการจำแนกที่แตกต่างกัน ดังต่อไปนี้

รัสเซลล์ (Russell, 1956: 124 -- 125) ได้แบ่งมโนทัศน์ออกเป็น 8 ประเภท ดังนี้คือ

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (mathematical concepts) คือมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับจำนวนตัวเลข การวัด ซึ่งเกิดขึ้นอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน
2. มโนทัศน์ในเรื่องเวลา (concept of time) เช่น เช้า สาย บ่าย เย็น กลางคืน กลางวัน และฤดูกาลต่างๆ
3. มโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์ (scientific concepts) เป็นมโนทัศน์ที่ประกอบด้วยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มโนทัศน์ในเรื่องเวลาและมิติ เพราะวิทยาศาสตร์ขึ้นอยู่กับการวัดที่แน่นอนของเวลา มิติ น้ำหนัก และปรากฏการณ์อื่นๆ
4. มโนทัศน์เกี่ยวกับตนเอง (concept of the self) คือ การที่บุคคลมีความคิดว่าตัวเขาเป็นอะไร เป็นใคร เป็นอย่างไร
5. มโนทัศน์ทางสังคม (social concepts) เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล ชุมชน

ประชาธิปไตย ศีลธรรม และพฤติกรรมต่างๆ ที่แสดงออกมา

6. มโนทัศน์ทางสุนทรียภาพ (aesthetic concepts) มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับความสวยงามและขึ้นกับมโนทัศน์ทางสังคม เช่น สุนทรียภาพในการเขียน ดนตรี

7. มโนทัศน์เกี่ยวกับความขบขัน (concept of humor) มีพัฒนาการอยู่ในขอบเขตของสังคม บางสิ่งเป็นเรื่องที่ขบขันของสังคมหนึ่ง แต่อาจไม่ขบขันในอีกสังคมหนึ่งก็ได้

8. มโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องอื่นๆ (miscellaneous concepts) เช่น เกี่ยวกับความตาย เพศ สงคราม เป็นต้น

เซคโค (Cecco, 1968: 390 – 391 อ้างถึงใน ณัฐไฉไล พริ้งมาดี, 2544: 12) ได้จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 3 ประเภท สรุปได้ดังต่อไปนี้

1. มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน (Conjunction Concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เกิดจากการมีส่วนร่วมกันของลักษณะเฉพาะ ตั้งแต่สองลักษณะขึ้นไป เช่น สมุดสีเขียว ดอกไม้สีแดง สุนัขขนยาวสีขาว หรือสิ่งเร้าที่เราพบเห็นโดยทั่วไป มีลักษณะร่วมกันได้แก่ รูปร่าง ขนาด สี เป็นต้น มโนทัศน์ต่างๆ ที่เราคุ้นเคยในชีวิตประจำวัน มักเป็นมโนทัศน์แบบร่วมลักษณะ

2. มโนทัศน์แยกลักษณะ (Disjunction Concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เป็นโอกาสให้ตัดสินใจเลือกเอาอย่างใดอย่างหนึ่งหรือทั้งสองอย่างร่วมกัน เช่น คำว่า "กา" อาจเป็นนกหรือกาต้มน้ำ หรือเครื่องหมายกากบาท (X) สัญลักษณ์ "0" อาจเป็นจำนวนศูนย์ (zero) วงกลม ตัวโอในภาษาอังกฤษ หรือไข่ฟองหนึ่งก็ได้

3. มโนทัศน์เชิงสัมพันธ์ (Relation Concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เกิดจากความสัมพันธ์ของเหตุการณ์ สภาวะหรือสิ่งเร้าตั้งแต่สองอย่างขึ้นไป เช่น การนำไม้ขีดไฟไปสัมพันธ์กับบุหรี่ เพราะว่าเราใช้ไม้ขีดไฟจุดบุหรี่ หรือภาษีเงินได้สัมพันธ์กับระดับรายได้

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (2523: 9 – 10) ได้แบ่งมโนทัศน์ออกเป็น 3 ประเภท ดังต่อไปนี้

1. มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน เป็นมโนทัศน์ที่มีอยู่เป็นส่วนใหญ่ มีคุณลักษณะร่วมกันหลายอย่าง เช่น สุนัข แม้จะมีอยู่หลายพันธุ์ เช่น อัลเซเชียน โดเบอร์แมน จิ้งจอก หมาใน เป็นต้น แม้คุณค่าจะผิดแผกแตกต่างกัน แต่ก็มีคุณลักษณะหลายอย่างร่วมกัน สามารถบอกได้ว่าเป็นสุนัข ซึ่งจะแตกต่างไปจากวัว ควาย ลิง ม้า เป็นต้น

2. มโนทัศน์ที่เป็นเชิงสัมพันธ์ เป็นมโนทัศน์ที่ต้องอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกหรือกลุ่ม พิจารณาคุณลักษณะ คุณค่าที่แตกต่างกัน แต่สมาชิกหรือส่วนประกอบมีความสัมพันธ์กันในบางลักษณะ เช่น การจัดกลุ่มคน อายุ เพศ วัย ต่างกันเข้าด้วยกัน เพราะบุคคลเหล่านี้ปฏิบัติกิจกรรมอย่างใดอย่างหนึ่งร่วมกัน

3. มโนทัศน์ที่เป็นเชิงวิเคราะห์ เป็นมโนทัศน์ที่อยู่บนพื้นฐานของคุณลักษณะที่สังเกตได้จากส่วนของวัตถุ สิ่งของ เรื่องราวแต่ละอย่างภายในกลุ่ม ซึ่งจะซับซ้อนกว่ามโนทัศน์ 2 ประเภทที่กล่าวมา เช่น การจัดกลุ่มสัตว์สี่เท้าเข้าด้วยกัน เพราะดูคุณลักษณะของจำนวนขาหรือเท้าทั้งๆ ที่เป็นสัตว์คนละชนิดกัน

ประสาร มาลากุล ณ อยุธยา (2531: 3 – 4 อ้างถึงใน ณัฐไฉไล พริ้งมาดี, 2544) ได้ใช้เกณฑ์ในการจำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 3 ประเภท คือ 1. จำแนกตามลักษณะมโนทัศน์ 2. จำแนกตามการตีความหมาย และ 3. จำแนกตามระดับความซับซ้อนของมโนทัศน์ ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

1. จำแนกตามลักษณะมโนทัศน์ได้ 3 ลักษณะ คือ

1.1 มโนทัศน์เน้นลักษณะร่วมกัน (conjunction concepts) คือ มโนทัศน์ที่อาศัยลักษณะต่างๆ ที่เหมาะสมมารวมอยู่ครบถ้วน ทั้งในรูปของจำนวนและค่าของมัน นับเป็นมโนทัศน์พื้นฐานที่ใช้กันอยู่ทั่วไป เช่น แว่นตา ปากกา สุนัข เป็นต้น และลักษณะร่วมกันเป็นมโนทัศน์อย่างใดอย่างหนึ่งนี้ทำให้มโนทัศน์ของอย่างหนึ่งแตกต่างจากอีกอย่างหนึ่ง

1.2 มโนทัศน์เน้นลักษณะประกอบกัน (disjunction concepts) ได้แก่ มโนทัศน์ที่มีลักษณะสำคัญๆ ประกอบกัน เช่น วงกลมสีแดง หรือ/และสีเขียว ซึ่งแสดงว่าต้องมีลักษณะของรูปวงกลมเป็นพื้นฐานอยู่ ส่วนสีนั้นอาจเป็นสีใดสีหนึ่งหรือทั้งสองสีก็ได้

1.3 มโนทัศน์แบบเน้นลักษณะสัมพันธ์ (relational concepts) คือ มโนทัศน์ที่ไม่เน้นลักษณะร่วมกันหรือประกอบกัน แต่เน้นความสัมพันธ์ระหว่างลักษณะต่างๆ เช่น ระยะทาง ทิศทาง ความเร็ว เวลา เป็นต้น

2. จำแนกมโนทัศน์ตามการตีความหมาย การตีความหมายอาจเกิดขึ้นได้จากทั้งประสบการณ์ส่วนตัวบุคคลหรือใช้เกณฑ์กลาง คือ ความคิดเห็นของคนจำนวนมากที่ประเมินไว้ร่วมกัน โดยการตีความหมายจำแนกได้ 3 ลักษณะ คือ

2.1 มโนทัศน์เน้นลักษณะร่วมกัน (conjunctive concepts) คือ ตามบทบาทหน้าที่ของมโนทัศน์

2.2 ตามโครงสร้างของมโนทัศน์ (structural concepts) เช่น ช่างกล คือ ผู้ที่ทำงานด้านเครื่องยนต์กลไก เป็นต้น

3. จำแนกตามระดับความซับซ้อนของมโนทัศน์ (degree of complexity) หมายถึงลักษณะที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมของมโนทัศน์ต่างๆ

รัตนะ บัวสนธ์ (2532: 29) ได้จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์แบบรูปธรรม หมายถึง มโนทัศน์ที่หาตัวอย่างได้โดยตรง และตัวอย่างนี้ แสดงให้เห็นเป็นสิ่งที่จับต้อง สูดดม มองเห็น ได้ยิน ได้รู้รสชัดเจน เช่น ต้นไม้ ตัวอย่างได้แก่ต้นไม้อะไรก็ได้ ผู้หญิง ตัวอย่างได้แก่ใครก็ได้ที่เป็นผู้หญิง แมว ตัวอย่างจะเป็นแมวตัวไหนก็ได้

2. มโนทัศน์แบบนามธรรม หมายถึง มโนทัศน์ที่ไม่สามารถหาตัวอย่างได้โดยตรง เช่น คำว่า ความดีความเลว ความจริง ประชาธิปไตย ตัวอย่างของคำเหล่านี้อาจหาได้ไม่ยากในทางอ้อม ซึ่งอาจจะแปรเปลี่ยนไปตามการรับรู้การตีความของแต่ละบุคคล ซึ่งแตกต่างจากมโนทัศน์แบบรูปธรรมที่แต่ละคนมีความรับรู้ได้ตรงกัน เช่น ถ้าผู้เขียนถามนาย ก. กับนาย ข. ว่าแมวคืออะไร คำตอบของทั้งสองคนจะเหมือนกันว่าเป็นสัตว์สี่ขา มีหลายสี ชอบกินหนู ฯลฯ แต่ถ้าถามนาย ก. กับนาย ข. ว่าความดีคืออะไร คำตอบจะไม่เหมือนกัน ซึ่งถ้านาย ก. อยู่เวียดนาม นาย ข. อยู่ประเทศไทยด้วยแล้วคำตอบยิ่งแตกต่างกันมากขึ้น

สุวัฒนา อุทัยรัตน์ (2545: 33) ได้จำแนกประเภทของมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ มโนทัศน์ประเภทที่ 1 เป็นมโนทัศน์ที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ ซึ่งมีทั้งนามธรรมและรูปธรรม เช่น ทะเล ลม พืช สัตว์ เป็นต้น และมโนทัศน์ประเภทที่ 2 เป็นมโนทัศน์ที่มนุษย์กำหนดหรือประดิษฐ์ขึ้น เช่น ความดี ความชั่ว ความสวย โต๊ะ เก้าอี้ เป็นต้น ซึ่งมโนทัศน์ทั้ง 2 ประเภทที่กล่าวมานี้ จำเป็นต้องมีความหมายที่ถูกต้องตรงกัน

จากประเภทของมโนทัศน์ที่กล่าวมาสรุปได้ว่า มโนทัศน์สามารถแบ่งออกได้เป็นประเภทต่างๆ ตามแนวคิดของแต่ละบุคคล และตามคุณลักษณะของวัตถุ หรือปรากฏการณ์ต่างๆ เช่น อาจแบ่งตามลักษณะของความเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม หรือแบ่งตามความซับซ้อนของมโนทัศน์ ดังนั้นครูควรต้องทราบถึงประเภทของมโนทัศน์ เพื่อเป็นประโยชน์ในการจัดลำดับการสอนมโนทัศน์ตามความยากง่าย

1.4 กระบวนการสร้างมโนทัศน์

การสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน ผู้สอนจำเป็นต้องทราบถึงกระบวนการสร้างมโนทัศน์ให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน ดังต่อไปนี้

ออซูเบล (Ausubel, 1968: 517) ได้กล่าวถึง กระบวนการสร้างมโนทัศน์ไว้ว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์ประกอบด้วย

1. ความสามารถในการจำแนกความแตกต่างของสิ่งเร้าได้
2. สร้างสมมติฐานที่เกี่ยวกับการรวมลักษณะของสิ่งเร้าที่เหมือนกัน
3. ทดสอบสมมติฐานมโนทัศน์ที่สร้างขึ้นในสถานการณ์หนึ่ง
4. เลือกสมมติฐานที่สามารถครอบคลุมสิ่งเร้าที่มีลักษณะบางประการร่วมกันได้
5. จัดลักษณะของสิ่งเร้าที่คัดเลือกได้จากสมมติฐาน ให้มาสัมพันธ์กับระบบการคิดที่มีอยู่เดิมในโครงสร้างของความคิด
6. แยกแยะความแตกต่างของมโนทัศน์ที่รับมาใหม่ กับมโนทัศน์เดิมที่มีอยู่แล้ว เพื่อหาความสัมพันธ์กัน
7. สรุปครอบคลุมลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ใหม่ ให้ครอบคลุมไปยังส่วนย่อยทั้งหมดในกลุ่ม
8. คิดหาสัญลักษณ์ทางภาษาที่เหมาะสม มาใช้เป็นตัวแทนของมโนทัศน์ที่รับมาใหม่

ชัยพร วิชชาวุธ (2519: 6) ได้กล่าวถึงลำดับขั้นการเรียนรู้มโนทัศน์ไว้ ดังต่อไปนี้

1. การเรียนรู้เริ่มจากผู้เรียนมีประสบการณ์ ได้แก่ การเห็น การได้ยิน
2. เมื่อเกิดประสบการณ์ขึ้น ผู้เรียนจะเริ่มสังเกตรายละเอียดปลีกย่อยของประสบการณ์และคิดเปรียบเทียบ เช่น รูปที่เห็นมีสีอะไร รูปร่างเป็นอย่างไร สิ่งของทั้งสองอย่างมีอะไรที่เหมือนกัน และอะไรต่างกัน
3. จากการสังเกตในข้อ 2 ผู้เรียนจะตั้งสมมติฐานว่า มโนทัศน์คืออะไร
4. ผู้เรียนทดสอบสมมติฐาน ถ้าผลปรากฏว่าถูกก็จะคงสมมติฐานไว้ ถ้าผิดก็จะกลับไปสังเกตและตั้งสมติฐานใหม่จนถูกต้อง

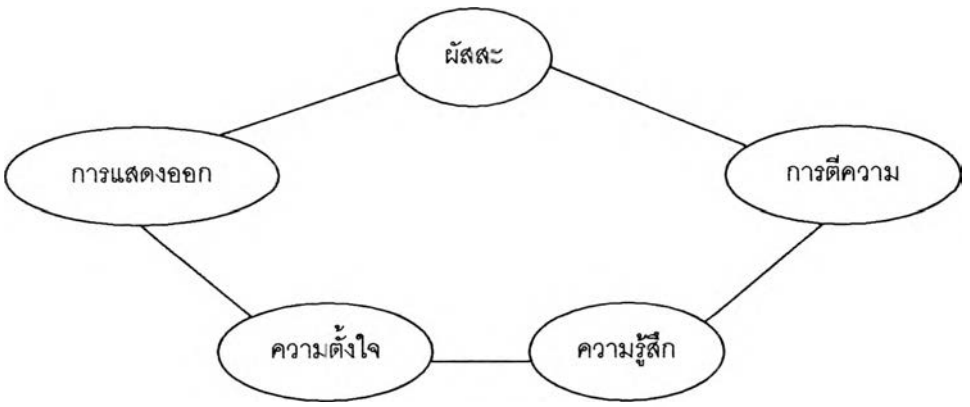
คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนวิทยาศาสตร์ ของทบวงมหาวิทยาลัย (2525: 31 – 32 อ้างถึงใน ณัฐไฉไล พริ้งมาดี, 2544: 21) ได้เสนอหลักการในการสร้างมโนทัศน์ ไว้ดังต่อไปนี้

1. ความพร้อมของนักเรียน ทั้งทางกาย ใจ และสติปัญญา
2. ประสบการณ์เดิมของนักเรียน จะเป็นพื้นฐานในการเกิดมโนทัศน์ระดับสูงต่อไป ดังนั้นการที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องนั้นๆ มาก่อน จะเป็นเครื่องช่วยให้เกิดมโนทัศน์ได้ดียิ่งขึ้น
3. แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์จะเป็นแรงกระตุ้นที่เกิดจากความต้องการในการเรียนรู้ของนักเรียนเอง

เช่น การฝึกฝนอย่างสม่ำเสมอ การเรียนสิ่งที่ใกล้ตัว จากสิ่งที่ง่ายไปหาสิ่งที่ยาก จะเป็นแรงกระตุ้นที่ช่วยส่งเสริมการเกิดมโนทัศน์ของนักเรียน

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2532: 22 – 23) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการเกิดมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

1. ข้อมูลทางผัสสะ (sense data) ผู้เรียนจะใช้กลไกของประสาทสัมผัสหรือการรับรู้กับข้อมูลเกี่ยวกับบุคคล วัตถุ หรือเหตุการณ์ ซึ่งเป็นวงจรการรับรู้ดังนี้



แผนภาพที่ 1 แสดงการรับข้อมูลทางผัสสะ (วิชัย วงษ์ใหญ่, 2532: 22)

2. การจัดข้อมูลเข้าเป็นระเบียบของกลุ่ม หรือพวกเดียวกัน ผู้เรียนจะใช้กระบวนการเฟ้นจำแนกข้อมูลเกี่ยวกับลักษณะร่วมหรือลักษณะที่เหมือนกันเพื่อจัดรวมอยู่ในประเภทเดียวกัน

3. การเกิดมโนทัศน์ จากกระบวนการข้อ 1 และข้อ 2 ผู้เรียนเข้าใจลักษณะสำคัญหรือลักษณะร่วมของสิ่งเร้านั้นได้ หรือการเกิดมโนทัศน์นั่นเอง

4. การเกิดมโนภาพ (image) ผู้เรียนจะจำลักษณะเฉพาะหรือแบบของสิ่งนั้นไว้ในลักษณะภาพความนึกคิดหรือภาพในใจ สำหรับนำไปเปรียบเทียบกับความรู้ใหม่

จากที่กล่าวมาข้างต้นอาจสรุปเป็นแผนภาพแสดงขั้นตอนการเกิดมโนทัศน์ ได้ดังนี้

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนภาพที่ 2 แสดงกระบวนการเกิดมโนทัศน์ (วิชัย วงษ์ใหญ่, 2532: 23)

สำหรับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงไว้ ดังนี้

โลเวล (Lovell, 1966: 12 – 13) ได้กล่าวถึง กระบวนการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ไว้ว่า "กระบวนการในการสร้างมโนทัศน์มี 3 ขั้นตอน ได้แก่ การรับรู้ (perception) การย่นย่อ (abstraction) และการสรุป (generalization) การย่นย่อเป็นสิ่งที่สำคัญในการสร้างมโนทัศน์ นั่นคือ ลักษณะเด่นที่ร่วมกันของวัตถุ หรือเหตุการณ์ในสิ่งแวดล้อมนั้นๆ เด็กจะสร้างมโนทัศน์ได้ก็ต่อเมื่อสามารถแยกแยะ (discrimination) สมบัติของวัตถุหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น จากนั้นสามารถสรุปครอบคลุมลักษณะร่วมกันของสิ่งที่ค้นพบได้"

เบลล์ (Bell, 1981: 108 อ้างถึงใน ณัฐไฉไล พริ้งมาดี, 2544: 18) ได้กล่าวถึงกระบวนการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถสรุปได้ว่า นักเรียนจะต้องเริ่มจากการจัดกลุ่มสิ่งของ และทราบว่าเหตุการณ์ใดเป็นตัวอย่างหรือไม่ใช่ตัวอย่าง เช่น คำว่า เซต สับเซต การเท่ากัน การไม่เท่ากัน รูปสามเหลี่ยม ลูกบาศก์ เป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และคนที่จะเรียนรู้มโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมจะต้องสามารถจำแนกเซตของรูปต่างๆ เป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่เป็นรูปสามเหลี่ยมและกลุ่มที่ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยม การเรียนรู้มโนทัศน์อาจจะใช้วิธีให้บทนิยามหรือสังเกตโดยตรง เช่น ฟัง ดู จับต้อง อภิปราย

หรือคิดจากสิ่งที่เป็นตัวอย่างและสิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่างและดูสิ่งที่มีลักษณะตรงข้ามกัน นักเรียนระดับประถมศึกษาจะจัดอยู่ในขั้นของความคิดที่เป็นรูปธรรม โดยทั่วไปจะต้องเห็นด้วยตา จับต้องด้วยมือ จึงจะเกิดการเรียนรู้ ส่วนนักเรียนที่เรียนชั้นสูงกว่าอาจเรียนรู้มโนทัศน์โดยวิธีการอภิปรายและตรึกตรอง คนที่เรียนรู้มโนทัศน์แล้วจะมีความสามารถจำแนกสิ่งที่เป็นตัวอย่างจากสิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์ออกจากกันได้

จากกระบวนการสร้างมโนทัศน์ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า มโนทัศน์เกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งจะเกิดต่อเนื่องกันไม่มีข้อยุติและจะขยายออกไปพร้อมกับการเพิ่มพูนความรู้และประสบการณ์ ดังนั้นกระบวนการสร้างมโนทัศน์จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถแยกแยะความแตกต่างของสิ่งเร้า แล้วนำมาสัมพันธ์กับความคิดแล้วสรุปเป็นลักษณะเฉพาะของสิ่งนั้นได้

1.5 การสอนเพื่อให้นักเรียนได้มาซึ่งมโนทัศน์

การสอนของครูมีส่วนสำคัญต่อการเรียนรู้มโนทัศน์ของนักเรียนอย่างยิ่ง ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้มาซึ่งมโนทัศน์จึงเป็นสิ่งที่สำคัญมาก ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนได้มาซึ่งมโนทัศน์ไว้ดังนี้

เซคโค (Cecco, 1968: 402 – 416) ได้เสนอวิธีการสอนเพื่อให้นักเรียนได้มาซึ่งมโนทัศน์ไว้ 9 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1. ระบุพฤติกรรมที่คาดหวังให้ชัดเจนว่า หลังจากเรียนมโนทัศน์นั้นแล้วนักเรียนจะทำอะไรได้บ้าง
2. วิเคราะห์มโนทัศน์ที่จะให้เรียน ถ้ามโนทัศน์ที่จะให้เรียนมีหลายลักษณะ ครูควรลดลักษณะที่ไม่จำเป็นลง เน้นลักษณะที่เด่นๆ และสำคัญ โดยจัดลำดับเป็นหมวดหมู่เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจง่ายขึ้น
3. การใช้ภาษาในการสอน ครูควรใช้ภาษาเพื่อให้นักเรียนเข้าใจง่าย และเข้าใจความหมายอย่างถูกต้อง
4. เสนอตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบของมโนทัศน์ที่ต้องการสอนให้นักเรียนได้สังเกตและศึกษา โดยตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบจะต้องมีมากเพียงพอที่จะทำให้นักเรียนสรุปลักษณะของมโนทัศน์นั้น และจำแนกลักษณะที่ไม่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้นออกได้
5. เสนอตัวอย่างทั้งในทางบวกและทางลบทีละอย่าง ในระยะเวลาที่ใกล้เคียงกันหรือเสนอพร้อมกัน
6. เสนอตัวอย่างทางบวกใหม่ของมโนทัศน์ที่ต้องการสอนให้นักเรียนพิจารณา เพื่อต้องการ

ให้นักเรียนสามารถหาข้อสรุปจากความคิดทั่วไปและตอบสนองต่อสิ่งเร้าใหม่ได้

7. เสนอตัวอย่างใหม่ๆ ทั้งทางบวกและทางลบหลายๆ ตัวอย่าง มาให้นักเรียนเลือกเฉพาะตัวอย่างทางบวกหรือที่เกี่ยวข้องกันเท่านั้น

8. ให้นักเรียนให้คำจำกัดความของมโนทัศน์นั้น

9. ให้โอกาสนักเรียนได้ใช้มโนทัศน์ที่เรียนมาแล้ว และให้แรงเสริมในการที่นักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์นั้นๆ

พรรณี ชูทัย เจนจิต (2538: 423 – 426) ได้กล่าวถึง ลำดับขั้นในการสอนเพื่อให้นักเรียนได้มาซึ่งมโนทัศน์ไว้ดังนี้

1. กำหนดวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม เมื่อเรียนมโนทัศน์ใดแล้วจะทำอะไรได้บ้าง เช่น เรียนเรื่องสัตว์บกก็สามารถแยกสัตว์บกออกจากสัตว์ต่างๆ

2. วิเคราะห์มโนทัศน์ที่จะให้เรียน ถ้ามโนทัศน์ที่จะให้เรียนมีหลายลักษณะให้พยายามลดลักษณะที่ไม่จำเป็นลง โดยเน้นลักษณะเด่นและสำคัญ โดยจัดลำดับหมวดหมู่เพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจง่าย

3. ใช้สื่อทางภาษาในการสอนอธิบายให้เข้าใจหรือแนะนำให้สังเกตลักษณะร่วมที่เด่นชัด การใช้ภาษาเป็นสิ่งที่จำเป็นอย่างยิ่งในการเรียนมโนทัศน์

4. ตัวอย่างที่นำมาให้ดูควรเป็นตัวอย่างที่ถูกและตัวอย่างที่ผิดของมโนทัศน์นั้นควบคู่กันไป

5. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถามโต้ตอบและให้กำลังใจเป็นการเสริมแรงทุกระยะและให้ถือว่าการเสริมแรงเป็นสิ่งสำคัญยิ่งในการเรียนมโนทัศน์

6. พยายามให้นักเรียนอธิบายความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เรียนด้วยคำพูดของตนเอง

สำหรับการสอนให้นักเรียนได้มาซึ่งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น มีนักการศึกษาได้เสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนไว้ดังนี้

โดโนแวนและเจอรอลด์ (Donovan and Gerald,1972: 176-177) ได้กล่าวถึง หลักการสอนให้นักเรียนได้มาซึ่งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น ครูไม่สามารถสร้างให้นักเรียนได้แต่นักเรียนต้องสร้างมโนทัศน์ด้วยความคิดและประสบการณ์ของเขาเอง ดังนั้น การสอนมโนทัศน์ให้มีประสิทธิภาพต้องมีการเตรียมประสบการณ์การเรียนรู้ให้เหมาะสำหรับนักเรียนทุกคน

2. มโนทัศน์ใดๆ ที่นักเรียนเรียนไปแล้ว จะมีความหมายและมีประโยชน์มากขึ้นเมื่อมโนทัศน์ที่เรียนไปถูกนำไปเป็นส่วนหนึ่งในโครงสร้างทางความคิด ดังนั้น มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ย่อยที่นักเรียนเรียนไปในแต่ละวันนั้น ควรมีการนำไปสัมพันธ์กับโครงสร้างของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่เรียนในแต่ละบทเรียน

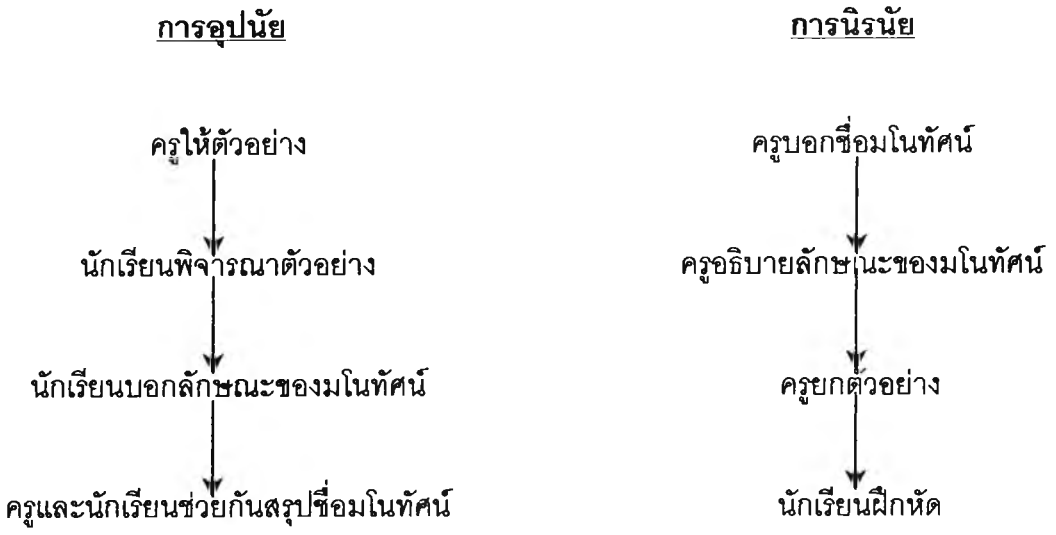
3. การเรียนรู้มโนทัศน์สามารถเกิดขึ้นได้ดี จากการจัดประสบการณ์ที่หลากหลายให้แก่นักเรียนมากกว่าการสอนโดยการบอกหรือพูดซ้ำๆ ดังนั้น การสอนโดยใช้การแก้ปัญหา การจัดกิจกรรมให้เกิดการค้นพบ การใช้คำถามที่ท้าทาย เป็นตัวอย่างการสอนที่ให้ผลดีในการเรียนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

4. การที่นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นขึ้นอยู่กับความพร้อมของนักเรียน ความสามารถทางการเรียนของนักเรียน และการจูงใจในการเรียน ดังนั้น การเตรียมกิจกรรมการเรียนการสอนต้องเตรียมโดยคำนึงถึงความแตกต่างของนักเรียนและต้องมีการสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนอยากเรียนรู้มโนทัศน์ในบทเรียนคณิตศาสตร์ในแต่ละวัน

5. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จะถูกสร้างขึ้นเมื่อนักเรียนมีความกระตือรือร้นและสนใจต่อกิจกรรมการเรียนการสอนที่จัดขึ้น ดังนั้นบทเรียนคณิตศาสตร์ในแต่ละครั้งไม่ควรเกิดจากการบรรยายของครูเท่านั้น แต่ควรมีการจัดกิจกรรมกลุ่มให้เกิดการแลกเปลี่ยนความคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

6. การได้เรียนรู้จากของจริงเป็นรูปธรรมหรือการใช้สื่อการสอน จะทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ดี และนักเรียนควรได้ลองปฏิบัติจริง ลองผิดลองถูก ได้ฝึกการเขียนประโยค การเขียนสัญลักษณ์ การตั้งคำถามในสิ่งที่สงสัย การหาคำตอบและสรุปสิ่งที่เรียนด้วยตนเอง

เทนนีสันและคอคเคียเรลลา (Tennyson and Coocchiarella, 1986 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2546: 15 – 16) ได้เปรียบเทียบแนวการสอนเพื่อให้นักเรียนได้มาซึ่งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้การอุปนัย (Induction Approach) และการนิรนัย (Deduction Approach) ดังนี้



แผนภาพที่ 3 แสดงการเปรียบเทียบแนวการสอนเพื่อให้ผู้เรียนได้มาซึ่งมโนทัศน์โดยใช้การอุปนัยและการนิรนัย (Tennyson and Coocchiarella, 1986 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2546: 16)

ลาสเล่ย์และแมทซีนสกี (Lasley and Matczynski, 1997 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2546: 16 – 17) ได้เสนอโมเดลการสอนให้นักเรียนได้มาซึ่งมโนทัศน์ ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การกำหนดมโนทัศน์ (Concept Identification)

ในขั้นนี้ ครูจะเลือกมโนทัศน์ที่ต้องการให้นักเรียนเรียนรู้ โดยอาจได้มาจากหนังสือเรียน จากคำอธิบายรายวิชา หรือจากการวิเคราะห์เนื้อหาที่จะสอน

ขั้นตอนที่ 2 การให้ตัวอย่าง (Exemplar Identification)

เมื่อเลือกมโนทัศน์ในขั้นที่ 1 แล้ว ครูจะให้ตัวอย่างหลากหลายทั้งตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบ ตัวอย่างทางบวกประกอบด้วยลักษณะที่จำเป็นของมโนทัศน์ ในขณะที่ตัวอย่างทางลบขาดลักษณะเหล่านั้น สิ่งสำคัญคือ ตัวอย่างทางบวกจะต้องชัดเจนและเฉพาะเจาะจง เพื่อให้นักเรียนสืบสอบไปถึงลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์ได้ ตัวอย่างที่ให้ควรมีจำนวนมากพอที่จะให้ผู้เรียนแยกแยะลักษณะที่หลากหลายได้

ขั้นตอนที่ 3 การตั้งสมมติฐาน (Hypothesizing)

ในขั้นนี้ ครูจะถามเพื่อให้นักเรียนบอกลักษณะทั่วไปของมโนทัศน์ ขั้นการให้ตัวอย่างและขั้นการตั้งสมมติฐานจะเป็นวงจรย่อยภายในโมเดล กล่าวคือ เมื่อนักเรียนสังเกตตัวอย่างและตั้งสมมติฐานแล้วครูอาจเพิ่มตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบได้อีก เพื่อช่วยให้ผู้เรียนตั้งสมมติฐานได้ใกล้เคียงความจริงมากขึ้น หรือเพื่อให้กำจัดสมมติฐานที่เป็นเท็จออกไป ผู้เรียนจะเป็นผู้เปรียบเทียบตัวอย่างต่างๆ ทั้งในแง่ความคล้ายคลึงและความแตกต่าง วงจรย่อยในขั้นตอนที่ 2 และ 3 เป็นดังนี้

1. ครูให้ตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่าง
2. นักเรียนวิเคราะห์ตัวอย่างและตั้งสมมติฐาน
3. ครูให้ตัวอย่างเพิ่มเติม
4. นักเรียนตั้งสมมติฐานเพิ่มเติมและกำจัดสมมติฐานที่ไม่ถูกต้อง
5. ครูและนักเรียนยืนยันสมมติฐานที่ถูกต้องและกำจัดสมมติฐานที่ไม่ถูกต้อง
6. ครูเตรียมขั้นสรุปมโนทัศน์เมื่อได้สมมติฐานที่ถูกต้องแล้ว

ขั้นตอนที่ 4 ขั้นปิด (Closure)

ในขั้นนี้ ครูจะเป็นผู้ทบทวนสมมติฐานที่ได้จากขั้นตอนที่ 3 เพื่อให้นักเรียนช่วยกันคิดหาข้อสรุปของลักษณะของมโนทัศน์และชื่อของมโนทัศน์ ขั้นนี้เปรียบเสมือนเป็นขั้นสังเคราะห์รายละเอียดเพื่อนำไปสู่ความเข้าใจที่ลึกซึ้ง

ขั้นตอนที่ 5 ขั้นการนำไปใช้ (Application)

ในขั้นนี้ นักเรียนจะได้ใช้ความเข้าใจในมโนทัศน์จากขั้นตอนที่ 3 ในการสร้างตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบ และผู้สอนจะตรวจสอบว่า นักเรียนแต่ละคนนิยามลักษณะที่จำเป็นของมโนทัศน์ได้ถูกต้องหรือไม่

จากหลักการสอนเพื่อให้นักเรียนได้มาซึ่งมโนทัศน์ดังกล่าว สรุปได้ว่า การสอนให้นักเรียนได้มาซึ่งมโนทัศน์นั้น ครูต้องเตรียมกิจกรรมการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับมโนทัศน์ที่เรียน และเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน ให้ตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบอย่างหลากหลายและพอเพียง และกระตุ้นให้นักเรียนอภิปรายถึงมโนทัศน์ที่นักเรียนสงสัยเน้นให้นักเรียนได้ฝึกปฏิบัติจริงในการให้นิยามของมโนทัศน์นั้นๆ

1.6 เอกสารสรุปมโนทัศน์

1.6.1 ส่วนประกอบของเอกสารสรุปมโนทัศน์

เอกสารสรุปมโนทัศน์ เป็นสื่อการเรียนรู้อย่างหนึ่งที่ครูนำมาใช้ในการเรียนการสอน เพื่อช่วยให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ในสิ่งที่เรียน โดยการให้นักเรียนทำเอกสารสรุปมโนทัศน์หลังจากเรียนไปแล้ว ซึ่งเอกสารสรุปมโนทัศน์ตามแนวคิดของ โทมาซิส (Toumasis,1995: 98-100) ประกอบด้วย 4 หัวข้อ ดังนี้

1. นิยาม (Definition) เป็นการให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในเรื่องที่ได้เรียนผ่านไปแล้ว โดยใช้สำนวนภาษาตามความเข้าใจของนักเรียนเอง

2. โครงข่ายลักษณะที่สัมพันธ์กัน (Web of attributes) เป็นการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของลักษณะของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนไปแล้ว ซึ่งมีวิธีการทำดังนี้

1) เขียนวงของแก่นกลางซึ่งเป็นจุดรวมของโครงข่าย แก่นกลางนี้จะเป็นชื่อของมโนทัศน์

2) เขียนเส้นกิ่งออกจากแก่นกลาง ซึ่งเส้นกิ่งจะแสดงลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ ให้นักเรียนเขียนลักษณะนั้นลงไป

3) เขียนเส้นเล็กๆ เชื่อมต่อลักษณะของมโนทัศน์เพื่อแสดงว่าลักษณะต่างๆ ของมโนทัศน์มีทิศทางแตกต่างกันอย่างไร

4) เชื่อมโยงเส้นต่างๆ ในข้อ 3) เข้าด้วยกันเพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างลักษณะต่างๆ ของมโนทัศน์

3. ตัวอย่างที่สอดคล้องกับมโนทัศน์ (Examples) เป็นการให้นักเรียนยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนไปแล้ว พร้อมเหตุผลสนับสนุน

4. ตัวอย่างที่ไม่สอดคล้องกับมโนทัศน์ (Nonexamples) เป็นการให้นักเรียนยกตัวอย่างของสิ่งที่คล้ายกับเรื่องที่ได้เรียนไปแต่ขาดลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ พร้อมเหตุผลสนับสนุน

1.6.2 ประโยชน์ของการใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์

โทมาซิส (Toumasis,1995: 98 -100) ได้สรุปข้อดีของการใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์ดังนี้

1. เอกสารสรุปมโนทัศน์ จะช่วยให้นักเรียนสามารถแยกแยะและวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และสรุปมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ด้วยภาษาของเขาเอง

2. เอกสารสรุปมโนทัศน์ จะช่วยให้ครูแยกนักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และความเข้าใจที่ไม่ถูกต้องได้ จากเอกสารที่เขาเขียนออกมา

3. ช่วยให้นักเรียนมีเอกสารที่ถูกต้องไว้สำหรับทบทวนก่อนสอบ

4. ช่วยเพิ่มทักษะการเขียนเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และเพิ่มความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ และช่วยจัดระบบความคิดของตนเองให้เป็นระเบียบมากยิ่งขึ้น

5. ช่วยให้เกิดปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียนระหว่างครูและนักเรียน มีการสื่อสารด้วยความเข้าใจกันมากขึ้น มีการแลกเปลี่ยนแนวคิด และมุมมองซึ่งกันและกัน

สรุปได้ว่า การใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์ประกอบการเรียนการสอน จะช่วยให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์มโนทัศน์และสามารถให้นิยามของมโนทัศน์ด้วยภาษาของตนเองได้ และช่วยให้ครูแยกนักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนออกมาเพื่อจะได้ให้ความช่วยเหลือแก่นักเรียนได้ นอกจากนี้นักเรียนยังมีเอกสารที่ถูกต้องไว้ทบทวนก่อนสอบอีกด้วย

2. การคิดแบบนิรนัยและแบบอุปนัย

ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่แสดงความเป็นเหตุเป็นผลกัน การสรุปแต่ละขั้นตอนจะต้องมีการอ้างอิงอย่างสมเหตุสมผล การได้มาซึ่งความรู้หรือทฤษฎีบทและการพิสูจน์ความรู้ต่างๆ นั้นจะต้องอาศัยการให้เหตุผลทั้งแบบนิรนัยและแบบอุปนัย

2.1 ความหมายของการคิดแบบนิรนัย

มากิลล์และโรดิเกวซ (Magill and Rodiguez, 1996: 1005) ได้ให้ความหมายการคิดหาเหตุผลแบบนิรนัย ว่า เป็นการคิดหาเหตุผลที่ได้จากข้อสรุปที่เป็นจริงจากประโยคอ้างที่ถูกและสมเหตุสมผลและสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้

กีรติ บุญเจือ (2521: 4) ได้ให้ความหมายของการคิดแบบนิรนัยว่า เป็นวิธีการพิสูจน์โดยอ้างข้อความทั่วไปที่แน่ใจได้ ก่อนไปสนับสนุนข้อความทั่วไปที่แน่ใจได้ภายหลังหรือสนับสนุนประสบการณ์เฉพาะหน่วยให้แน่ใจยิ่งขึ้น

พรหม ศรีวงศ์ (2525: 122) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลแบบนิรนัยไว้ว่า นิรนัย คือการหาเหตุผลจากหลักใหญ่ไปหาหลักย่อย หมายความว่า เราเอา "หลักใหญ่" หรือความจริงทั่วไปมาวางเป็นหลักแล้ว เอาสิ่งที่เราต้องการทราบ หรือต้องการพิสูจน์มาทาบหรือเทียบเข้า ถ้าหลักใหญ่กับหลักย่อยมีลักษณะเหมือนกันหรือคล้ายกัน ก็ตัดสินว่า "เป็นเช่นนั้น" หรือถ้ามีลักษณะไม่เหมือนกันหรือแตกต่างกัน ก็ตัดสินว่า "ไม่เป็น" หรือไม่มีลักษณะเช่นนั้น ตัวอย่างของนิรนัย เช่น

คนทั้งปวงเป็นสิ่งที่ต้องตาย
เทวทัตเป็นคน
เพราะฉะนั้น เทวทัตเป็นสิ่งที่ต้องตาย

จิตรา ทับแสง (2539: 7 - 8) ได้ให้ความหมายของการคิดแบบนิรนัยไว้ว่า การนิรนัย คือ การนำความรู้เดิมที่เป็นส่วนใหญ่มาเป็นข้ออ้าง แล้วดูความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกันกับอีกข้ออ้างหนึ่ง เพื่อสรุปเป็นความรู้ใหม่ที่เป็นส่วนย่อย การสรุปแบบนี้ไม่อาศัยประสบการณ์ ใช้ความคิดดูธรรมชาติของความสัมพันธ์ระหว่างข้ออ้างต่างๆ กับข้อสรุป ว่ามีสาเหตุอ้างมาอย่างนี้ จะสรุปผลอย่างนี้ได้หรือไม่ คือ ดู "ความสมเหตุสมผล" ของการอ้างและสรุป

ปิยรัตน์ จาตุรันตบุตร (2547: 70) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลแบบนิรนัยไว้ว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลซึ่งยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริง โดยไม่ต้องพิสูจน์แล้วให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ อ้างจากสิ่งที่รู้นั้นว่ารู้อะไรเพิ่มเติมขึ้นอีก การให้เหตุผลแบบนิรนัยนี้ประกอบด้วยส่วนสำคัญ 2 ส่วน คือ

1. เหตุ (premises) ซึ่งในทางตรรกศาสตร์ หมายถึง สิ่งที่เป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์
2. ผล (conclusion) ซึ่งได้แก่ ข้อสรุปที่ได้จากเหตุ การสรุปผลจากเหตุจะต้องเป็นการสรุปผลที่เป็นไปตามหลักตรรกศาสตร์ ซึ่งเรียกว่า เป็นการให้เหตุผลแบบสมเหตุสมผล

การพิสูจน์ในวิชาคณิตศาสตร์จำเป็นต้องอาศัยตรรกศาสตร์ในการสรุปผลแต่ละขั้นตอนซึ่งเป็นลักษณะการให้เหตุผลแบบนิรนัยเช่นกัน

โดยสรุปแล้ว ความหมายของการคิดแบบนิรนัยคือ การคิดหาเหตุผลจากประโยคอ้างที่ยอมรับโดยทั่วไป แล้วดูความสัมพันธ์ของประโยคอ้างอีกข้อหนึ่ง แล้วสรุปเป็นความรู้ใหม่ที่เป็นส่วนย่อย

2.2 ความหมายของการคิดแบบอุปนัย

มากิลล์และโรดิเกวซ (Magill and Rodriguez, 1996: 1005) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลแบบอุปนัยว่า เป็นการให้เหตุผลที่ได้จากประโยคอ้างที่เป็นจริง และสนับสนุนสำหรับข้อสรุปที่ถูกต้อง แต่ในข้อสรุปที่ถูกต้องนั้นไม่สามารถที่จะเป็นจริงเสมอไปได้

ชัชชัย คุ้มทวีพร (2534: 7) ได้ให้ความหมายของการคิดแบบอุปนัย สรุปได้ว่า การคิดแบบอุปนัย คือ การคิดหาเหตุผลที่ข้ออ้างเป็นจริงทุกข้อ แต่ข้ออ้างสนับสนุนข้อสรุปเพียงบางส่วนเท่านั้น ดังนั้นข้อสรุปจึงยังมีโอกาสที่จะเป็นเท็จได้ หรือ กล่าวได้ว่าถ้าข้ออ้างทุกข้อเป็นจริง ข้อสรุปจะมีโอกาสเป็นจริงสูง

จิตรา ทับแสง (2539: 7 - 8) ได้ให้ความหมายของการคิดแบบอุปนัยไว้ว่า อุปนัย คือ การนำความรู้ที่ได้จากประสบการณ์หลายๆ ครั้งมาเป็นข้ออ้างสนับสนุน หรือพิสูจน์ข้อสรุป ซึ่งข้อสรุปนี้จะได้จากการสรุปความเหมือน ความสัมพันธ์ของข้ออ้าง ซึ่งได้จากประสบการณ์ส่วนย่อยบางส่วน แล้วนำมาสรุปเป็นคุณสมบัติ ความสัมพันธ์ของส่วนรวมทั้งหมดซึ่งรวมไปถึงที่ยังไม่มีประสบการณ์ด้วย

ปิยรัตน์ จาตุรันตบุตร (2547: 71) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลแบบอุปนัยไว้ว่า การให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นการให้เหตุผลซึ่งผลสรุปได้จากการพบเห็นปรากฏการณ์ที่ซ้ำๆ กันหลายๆ ครั้ง เช่น ทุกครั้งที่ฝนตก ต้นไม้จะเจริญงอกงาม จึงสรุปว่าต้นไม้เจริญงอกงามในหน้าฝน หรือทุกครั้งที่เด็กเอามือไปแหย่ไฟ จะรู้สึกร้อน จึงสรุปว่าไฟร้อน ในการหาแบบแผนของจำนวนที่กำหนดให้ซึ่งเขียนเรียงกัน ดังนี้ 2, 9, 16, 23, 30 ถ้ามีคำถามว่า จำนวนที่ถัดจาก 30 ควรเป็นจำนวนใด คนส่วนใหญ่ก็จะตอบว่า 37 ซึ่งอาจได้จากการสังเกตเห็นว่าจำนวนแต่ละจำนวนที่ถัดไปเกิดจากการนำ 7 บวกกับจำนวนที่มาข้างหน้า ดังนั้นจำนวนที่ถัดจาก 37 คือ 44

จากแนวคิดดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า การคิดแบบอุปนัยเป็นการคิดหาเหตุผลจากประโยคอ้างที่เป็นความจริงเฉพาะกรณี ไปยังข้อสรุปซึ่งเป็นความจริงสากล แต่ข้อสรุปที่ได้ก็ไม่อาจที่จะเป็นจริงได้เสมอไป

ตัวอย่างของการคิดหาเหตุผลแบบอุปนัย

ประโยคอ้าง : กาทุกตัวที่เคยเห็นมีสีดำ
ข้อสรุป : กาทุกตัวในโลกมีสีดำ

2.3 การคิดอย่างมีเหตุผลกับการคิดแบบนิรนัยและแบบอุปนัย

นวลอนงค์ อิทธิจิระจรัส (2530: 19 - 24) ได้เขียนบทความเรื่อง "เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematics Reasoning)" สรุปได้ว่า นักคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 19 และ 20 เริ่มให้ความสนใจต่อวิธีการให้เหตุผลในแต่ละขั้นตอนของวิธีการแก้ปัญหามากยิ่งขึ้น ทำให้เกิดการแสดงเหตุผลในลักษณะของกระบวนการของเหตุ (สมมติฐาน) และผลลัพธ์ขึ้น การแสดงเหตุผลจึงเป็นการเรียบเรียงข้อความหรือเหตุการณ์ต่างๆ ให้มีความเกี่ยวข้องกันหรือสัมพันธ์กันเพื่อให้มีความต่อเนื่อง จนทำให้เกิดข้อความใหม่หรือเหตุการณ์ใหม่ ซึ่งย้ำให้ผู้ฟังหรือผู้อ่านเชื่อได้ว่าเป็นจริงหรือเป็นเท็จ ซึ่งนักคณิตศาสตร์แจกแจงกระบวนการของเหตุผลไว้ 2 ลักษณะ ได้แก่

ก. เหตุผลเชิงนิรนัย

ข. เหตุผลเชิงอุปนัย

ทิศนา แขมมณี (2544: 144) ได้ให้ความหมายของการคิดอย่างมีเหตุผล ว่า เป็นการคิดที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อให้เข้าใจความคิด ที่สามารถอธิบายได้ด้วยหลักเหตุผล โดยสามารถจำแนกข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริงและพิจารณาเรื่องที่คิดบนพื้นฐานของข้อเท็จจริงโดยใช้หลักเหตุผลแบบนิรนัยและแบบอุปนัย ซึ่งประกอบด้วยทักษะย่อยๆ ดังนี้

1. สามารถแยกข้อเท็จจริงและความคิดเห็นออกจากกันได้
2. สามารถใช้เหตุผลแบบนิรนัยหรือแบบอุปนัยพิจารณาข้อเท็จจริงได้
3. สามารถใช้เหตุผลทั้งแบบนิรนัยและแบบอุปนัยพิจารณาข้อเท็จจริงได้

เซียเรส (Searles, 1956: 1 – 10) ได้แบ่งประเภทของการใช้เหตุผลออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. การใช้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นความสามารถในการหาเหตุผลจากหลักย่อยไปหาหลักใหญ่ เป็นการสรุปจากข้อเท็จจริงย่อยๆ แล้วหากฎหรือเกณฑ์ทั่วไปในการรวมส่วนย่อยๆ เหล่านี้เข้าด้วยกัน โดยแบ่งเป็นความสามารถในด้านต่างๆ ต่อไปนี้

1.1 ด้านการอุปมาอุปไมย เป็นความสามารถด้านวิเคราะห์ความสัมพันธ์ ซึ่งต้องวิเคราะห์คำถามและหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งของและเรื่องต่างๆ โดยพิจารณาถึงโครงสร้างแล้วขยายหลักการนั้นออกไปสู่สิ่งอื่นที่มีความสัมพันธ์เป็นลักษณะเดียวกับของเดิม

1.2 ด้านการจัดเข้าพวก เป็นความสามารถในการจำแนก แยกสิ่งของออกเป็นประเภทต่างๆ ได้อย่างเหมาะสมและถูกต้อง

1.3 ด้านการจัดลำดับ เป็นความสามารถที่จะมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างตัวเลขภายใต้เงื่อนไขใดเงื่อนไขหนึ่ง

1.4 ด้านการสรุปรวบยอด เป็นความสามารถในการใช้เหตุผลที่กำหนดให้ ซึ่งประกอบไปด้วยเหตุใหญ่และเหตุย่อย แล้วสรุปผลตามข้อความนั้นอย่างถูกต้อง

2. การใช้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นความสามารถในการหาเหตุผลจากหลักใหญ่ไปหาหลักย่อย หมายความว่าเป็นการนำความรู้เดิมที่เป็นส่วนใหญ่มาเป็นข้ออ้าง แล้วดูความสัมพันธ์ ความสอดคล้องหรือคล้อยตาม เพื่อสรุปเป็นความรู้ใหม่ที่เป็นส่วนย่อย ซึ่งเป็นผลสรุปที่สมเหตุสมผล

ไอส์เซ็นค์ และคณะ (Eysenck et al, 1972: 214) ได้แบ่งประเภทการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ออกเป็น 2 วิธี ดังนี้

1. การคิดหาเหตุผลแบบนิรนัย เป็นการคิดหาเหตุผลจากประโยคอ้างไปยังข้อสรุป โดยข้อสรุปนั้นความสมเหตุสมผล ถ้าข้อสรุปนั้นไม่สมกับเหตุผลที่กำหนดเรียกว่าไม่สมเหตุสมผล

2. การคิดหาเหตุผลแบบอุปนัย เป็นการคิดที่เริ่มจากข้อเท็จจริงย่อยๆ แล้วพยายามหากฎหรือหลักทั่วไปเพื่อรวมส่วนย่อยเข้าด้วยกันเป็นส่วนรวม

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การให้เหตุผล เป็นส่วนสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งหลักการของเหตุผลทางคณิตศาสตร์จะประกอบด้วย การคิดให้เหตุผลแบบนิรนัยและแบบอุปนัย

2.4 ความแตกต่างของการคิดแบบนิรนัยและแบบอุปนัย

การคิดแบบนิรนัยและแบบอุปนัยเป็นการคิดอย่างมีเหตุผล ที่มีลักษณะแตกต่างกันไป ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้สรุปข้อแตกต่างไว้ และยกมาเปรียบเทียบให้เห็นดังนี้

แซลมอล (Salmon, 1973: 14) ได้สรุปข้อแตกต่างของการคิดหาเหตุผลแบบนิรนัยและแบบอุปนัย ไว้ 2 ประการใหญ่ๆ คือ

แบบนิรนัย	แบบอุปนัย
1) ถ้าประโยคอ้างทั้งหมดเป็นจริง ข้อสรุปจะต้องเป็นจริงอย่างแน่นอน	1) ถ้าประโยคอ้างเป็นจริง ข้อสรุปก็เป็นไปได้ว่าจริง แต่ก็ไม่แน่ใจว่าจะเป็นจริงเสมอไป
2) เนื้อหาความจริงทั้งหมดในข้อสรุปนั้นเป็นจริงอยู่แล้วอย่างน้อยก็ปรากฏอยู่ในประโยคอ้างที่กำหนดให้	2) ข้อสรุปมีเนื้อหากินความมากกว่าประโยคอ้างที่กำหนดให้

สุวรรณ เพชรนิล (2521: 50) ได้กล่าวถึงข้อแตกต่างระหว่างการคิดหาเหตุผลแบบนิรนัยและแบบอุปนัยไว้ดังนี้

แบบนิรนัย	แบบอุปนัย
1) ประโยคเหตุต้องถือว่าถูกหรือเป็นจริง	1) ประโยคเหตุได้มาจากประสบการณ์ มิใช่ถือเพียงว่าจริง
2) มุ่งความถูกต้องทางรูปแบบเป็นหลัก บทสรุปถูกต้อง สืบสาวมาจากช่วงเหตุที่ถูกต้อง	2) มุ่งความถูกต้องทั้งตามรูปแบบและเนื้อหา บทสรุปถูกต้องตามข้อเท็จจริงที่สืบสาวมาจากประสบการณ์
3) บทสรุปจะมีขอบเขตกว้างกว่าช่วงเหตุไม่ได้ แต่อาจจะสากลหรือสากลน้อยกว่าช่วงเหตุได้ จะสากลกว่าไม่ได้	3) บทสรุปมีขอบเขตกว้างกว่าช่วงเหตุเสมอ

อมร โสภณวิเชษฐวงศ์ (2521: 134) ได้กล่าวถึงข้อแตกต่างระหว่างการคิดหาเหตุผลแบบนิรนัยและแบบอุปนัยไว้ดังนี้

แบบนิรนัย	แบบอุปนัย
1) เป็นการคิดจากเหตุผลหลักทั่วไป ไปหา ข้อเท็จจริงปลีกย่อย	1) เป็นการหาเหตุผลจากข้อเท็จจริงปลีกย่อยไปหาเหตุผลหลักทั่วไป
2) บทสรุปที่ได้มีขอบเขตแคบกว่าประพจน์เหตุ	2) บทสรุปที่ได้มีขอบเขตกว้างกว่าประพจน์เหตุ
3) ใช้ความรู้เดิมพิสูจน์ข้อเท็จจริงให้น่าจะเชื่อถือมากขึ้น	3) ช่วยให้เกิดความคิดริเริ่มแปลกๆ ใหม่ๆ เพิ่มขึ้น

กล่าวโดยสรุปแล้ว การคิดแบบนิรนัยเป็นการคิดหาข้อสรุปจากเหตุผลหลักทั่วไป และข้อสรุปจะมีขอบเขตกว้างกว่าเหตุผลหลักไม่ได้ แต่การคิดแบบอุปนัยนั้น เป็นการคิดหาข้อสรุปจากข้อเท็จจริงปลีกย่อย ซึ่งข้อสรุปจะมีขอบเขตกว้างกว่าข้อเท็จจริงปลีกย่อยที่นำมากล่าวอ้างเสมอ

2.5 ความสำคัญและประโยชน์ของการคิดแบบนิรนัยและแบบอุปนัย

2.5.1 ความสำคัญของการให้เหตุผลด้วยการคิดแบบนิรนัยและแบบอุปนัย

ชาเนอร์ (Shaner, 1953: 3) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลด้วยการคิดแบบนิรนัยและแบบอุปนัยว่า จะช่วยในการแก้ปัญหาให้มีประสิทธิภาพและสมเหตุสมผลยิ่งขึ้น ทั้งยังเป็นการช่วยในการคิดตัดสินใจของมนุษย์ให้มีความถูกต้องมากยิ่งขึ้นด้วย

2.5.2 ประโยชน์ของการคิดแบบนิรนัย

พรหม ศรีวงศ์ (2525: 124) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของวิธีการหาเหตุผลแบบนิรนัย คือ สามารถให้ความจริงที่ถูกต้องได้ร้อยเปอร์เซ็นต์ เพราะเอาความจริงทั่วไปมาวางเป็นหลักหรือมาตรสำหรับวัด และเอาความจริงส่วนย่อยที่เราต้องการพิสูจน์มาทาบหรือเทียบเข้าแล้วตัดสินไปตามลักษณะของมัน ฉะนั้น จึงไม่ผิดพลาด คุณค่าทางญาณวิทยา (Epistemological value) ของนิรนัยเป็นความแน่ใจ (certainty) คือแน่ใจว่าไม่ผิดแน่

ชัชชัย คุ้มทวีพร (2534: 11 – 12) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการคิดหาเหตุผลแบบนิรนัยไว้ดังนี้

1) ตรรกวิทยาแบบนิรนัยใช้หาความจริงในกรณีที่การทดสอบหรือการสังเกตกระทำได้ยาก เราสามารถนิรนัยข้อสรุปข้อสรุปจากประโยคต่างๆ ได้

2) ขจัดการอ้างเหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผล

3) ฝึกให้มีระบบการคิดแบบแนบนัย (Consistency) ไม่มีความขัดแย้งระหว่างข้ออ้างในการใช้เหตุผล และมีการอ้างเหตุผลอย่างถูกต้องทำให้สามารถสรุปและเสนอความคิดได้อย่างเป็นระบบถูกต้องและรวดเร็ว

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปประโยชน์ของการคิดแบบนิรนัยได้ว่า จะช่วยให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้องและสมเหตุสมผลตามหลักความจริงทั่วไปที่นำมากล่าวอ้าง

2.5.3 ประโยชน์ของการคิดแบบอุปนัย

ชัชชัย คุ้มทวีพร (2534: 11 – 12) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการคิดหาเหตุผลแบบอุปนัยว่า "ตรรกวิทยาใช้ในการขยายความรู้ไปสู่สิ่งใหม่ที่ยังไม่เคยมีประสบการณ์ เพื่อเป็นการสะดวกประหยัดเวลา และค่าใช้จ่าย หรือในบางกรณีเราต้องการหาความรู้เกี่ยวกับเรื่องในอดีตที่จะรู้โดยตรงไม่ได้ หรือในบางครั้งการมีประสบการณ์จริงเป็นเรื่องอันตรายที่ควรหลีกเลี่ยง เช่น การทดลองทางการแพทย์หรือทางเภสัชศาสตร์ เป็นต้น"

นวลอนงค์ อิทธิจิระจรัส (2530: 19 – 24) กล่าวถึงประโยชน์ของการคิดหาเหตุผลแบบอุปนัยว่า เป็นวิธีการที่จะทำให้เกิดกฎเกณฑ์ ข้อสรุป หรือทฤษฎีบทต่างๆ

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปประโยชน์ของการคิดแบบอุปนัยได้ว่า การคิดแบบอุปนัยช่วยให้เกิดความรู้ใหม่ๆ ขึ้นมาจากการเฝ้าสังเกตปรากฏการณ์ต่างๆ ที่เกิดขึ้น

2.6 ข้อจำกัดของการคิดแบบนิรนัยและแบบอุปนัย

2.6.1 ข้อจำกัดของการคิดแบบนิรนัย

นวลอนงค์ อิทธิจิระจรัส (2530: 19 – 24) ได้กล่าวถึงข้อจำกัดของการคิดหาเหตุผลแบบนิรนัยไว้ดังนี้

1) เนื่องจากเหตุผลเชิงนิรนัยเป็นกระบวนการหาเหตุผลที่มีเหตุใหญ่กำหนดเป็นแม่บทและมีเหตุรองเป็นปรากฏการณ์เฉพาะที่ต่อเนื่องมาจากเหตุใหญ่ แล้วจึงนำไปสู่ผลสรุป ฉะนั้นเหตุที่เป็นกลุ่มของข้อความซึ่งจัดเป็นสมมติฐานที่กำหนดไว้นั้นอาจเป็นจริงในชีวิตประจำวันหรือไม่เป็นจริงก็ได้ ถ้าข้อความที่เป็นเหตุเป็นข้อความที่เป็นเท็จ และผลสรุปก็เป็นเท็จด้วย ซึ่งประพจน์แบบนี้ยังมีค่าความจริงเป็นจริง ในกรณีนี้อาจจะเกิดข้อเสียหายแก่ผลสรุปได้ เพราะเหตุผลเชิงนิรนัยมุ่งสรุปผลตามที่มีเหตุกำหนดไว้เท่านั้น

2) เหตุผลเชิงนิรนัยไม่สามารถจะสรุปผลตามที่คาดหวังไว้ได้ ต้องสรุปผลไปตามเหตุต่างๆ ที่กำหนดไว้

จากคำกล่าวข้างต้น สามารถสรุปข้อจำกัดของการคิดแบบนิรนัยได้ว่า การคิดแบบนิรนัยจะคิดหาข้อสรุปจากขอบเขตของเหตุใหญ่ที่นำมาอ้างเท่านั้น และหากเหตุใหญ่ที่นำมาอ้างเป็นเท็จแล้วจะได้ข้อสรุปที่เป็นเท็จด้วย ทำให้ข้อสรุปที่ได้ไม่เกิดประโยชน์อย่างแท้จริง

2.6.2 **ข้อจำกัดของการคิดแบบอุปนัย**

นวลอนงค์ อิทธิจิระจรัส (2530: 19 – 24) ได้กล่าวถึงข้อจำกัดของการคิดหาเหตุผลแบบอุปนัยไว้ดังนี้

1) ในการใช้กระบวนการของเหตุผลเชิงอุปนัย ข้อความที่เป็นเหตุหรือสมมติฐานเป็นตัวอย่างต่างๆ ที่เป็นสิ่งที่ยอมรับว่าเป็นจริง ไม่ว่าจะมีปรากฏการณ์หรือตัวอย่างมากมายเพียงใดก็มีตัวอย่างอยู่จำนวนจำกัดจำนวนหนึ่งยังไม่สามารถหยิบยกมาอ้างไว้เป็นเหตุจนครบได้ ถ้าเกิดมีตัวอย่างที่ไม่ได้หยิบยกมาไว้ในสมมติฐานเกิดมีความขัดแย้งกับผลสรุป ก็จะเกิดความเสียหายได้

2) จากการสังเกตข้อเท็จจริงจากเหตุการณ์หรือปรากฏการณ์หรือตัวอย่างเฉพาะกรณีที่ยกมา แล้วนำมาสรุปเป็นการวางนัยทั่วไปนั้น ผลสรุปอาจไม่ถูกต้องก็ได้ ซึ่งความเสียหายเกิดเนื่องมาจากข้อ 1

จากคำกล่าวข้างต้น สามารถสรุปข้อจำกัดของการคิดแบบอุปนัยได้ว่า ปรากฏการณ์ที่เฝ้าสังเกตนั้นอาจไม่ครอบคลุมทั้งหมด เมื่อพบว่ามีปรากฏการณ์ใหม่ที่ขัดแย้งกับข้อสรุปที่ได้เกิดขึ้นจะทำให้ได้ข้อสรุปที่ผิดพลาด

I21376840

2.7 เครื่องมือวัดการคิดแบบนิรนัยและแบบอุปนัย

เครื่องมือวัดที่มีองค์ประกอบด้านการวัดการคิดแบบนิรนัยและแบบอุปนัย รวบรวมได้ดังนี้

1. California Test of Mental Maturity (CTMM)

แบบสอบนี้สร้างโดย Elizabeth T. Sullivan, Willis W. Clark และ Ernest W. Tiegs (วาสนา นุชเทศ, 2535: 22-23) ลักษณะทั่วไปของแบบสอบ เป็นแบบสอบที่สามารถใช้ได้ตั้งแต่ระดับอนุบาลจนถึงระดับผู้ใหญ่ มี 6 ระดับ แบบสอบแบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ แบบสอบที่ไม่ใช้ภาษา และแบบสอบที่ใช้ภาษา แบบสอบที่ไม่ใช้ภาษาได้แก่ แบบสอบฉบับที่ 1, 3, 4, 5, 6, 7 และ 9 แบบสอบที่ใช้ภาษาได้แก่ แบบสอบฉบับที่ 2, 8, 10 และ 11 โดยจะวัดองค์ประกอบใหญ่ๆ 5 องค์ประกอบ ดังนี้

องค์ประกอบที่ 1 เหตุผลเชิงตรรก (Logical Reasoning) เป็นการวัดความสามารถในการที่จะให้ผู้สอบใช้ความสามารถด้านนิรนัยและอุปนัย โดยเหตุผลทางตรรกวิทยา ประกอบด้วย

แบบสอบที่ 1 วัดความสามารถด้านตรงข้าม โดยหาสิ่งที่มีความหมายตรงข้ามกับสิ่งที่โจทย์กำหนด

แบบสอบที่ 2 วัดความสามารถด้านความเหมือน ให้หาสิ่งที่อยู่ในพวกเดียวกับสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ ซึ่งจะต้องพิจารณาถึงหน้าที่ โครงสร้าง และคุณลักษณะหลายอย่างประกอบกัน

แบบสอบที่ 3 อุปมาอุปไมย

องค์ประกอบที่ 2 มิติสัมพันธ์ (Spatial Relationships) เป็นการวัดความสามารถในการมองเห็นภาพสัมพันธ์ในรูปแบบต่างๆ เมื่อตำแหน่งของภาพเปลี่ยนแปลงไป ประกอบด้วย

แบบสอบที่ 4 ขวาและซ้าย เป็นภาพเขียน 2 หรือ 3 มิติ ให้ผู้ตอบพิจารณาว่าภาพที่เห็นนั้นเป็นภาพด้านซ้ายหรือด้านขวา

แบบสอบที่ 5 ทักษะการมองเห็นภาพพื้น กำหนดรูปมาให้ แล้วให้ผู้ตอบหาว่ารูปใดในตัวเลือกที่มีลักษณะเหมือนกับรูปที่กำหนดให้ ซึ่งรูปในตัวเลือกเป็นรูปที่เกิดจากการพลิกรูปที่กำหนดให้ในลักษณะต่างๆ แต่โครงรูปและพื้นที่ยังคงเท่าเดิม

องค์ประกอบที่ 3 ตัวเลขเหตุผล (numerical Reasoning) เป็นการวัดความสามารถด้านเหตุผลที่เกี่ยวกับปริมาณว่าสัมพันธ์กันอย่างไร เน้นความเข้าใจในมโนภาพของตัวเลขประกอบด้วย

แบบสอบที่ 6 อนุกรมตัวเลข โจทย์กำหนดตัวเลขซึ่งเรียงอันดับภายใต้กฎเกณฑ์ใดกฎเกณฑ์หนึ่ง ให้ผู้ตอบพิจารณาว่าตัวเลขตัวใดที่เรียงอันดับผิดไปจากกฎเกณฑ์ หรือเว้นตัวเลขไว้ช่องหนึ่งแล้วให้หาว่าตัวเลขนั้นเป็นเท่าไร โดยอาศัยวิธีการของอนุกรม

แบบสอบที่ 7 ค่าของตัวเลข เป็นการแปลงจำนวนให้เกี่ยวข้องกับค่าของเหรียญชนิดต่างๆ

แบบสอบที่ 8 โจทย์ปัญหา โจทย์กำหนดสถานการณ์มาให้แล้วให้ผู้ตอบแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากสถานการณ์นั้นๆ

องค์ประกอบที่ 4 มโนภาพด้านภาษา (Verbal Concept) เป็นการวัดความสามารถด้านความเข้าใจภาษา และการลงข้อสรุปเหตุผลทางภาษา ประกอบด้วย

แบบสอบที่ 9 สรุปความ โจทย์กำหนดเหตุใหญ่และก็มีเหตุย่อยๆ ประกอบให้ลงข้อสรุปด้วยเหตุผลทางตรรกวิทยา โดยพิจารณาจากเหตุทั้งหลายที่ให้มา

แบบสอบที่ 10 ความเข้าใจด้านภาษา เป็นการวัดความเข้าใจศัพท์ หรือความหมายของคำ

องค์ประกอบที่ 5 ความจำ (Memory) เป็นการวัดความสามารถในการระลึกนึกออกถึงสิ่งที่ได้รู้ได้เห็นหรือได้ฟังมาแล้ว ประกอบด้วย

แบบสอบที่ 11 ความจำทันทีทันใด ผู้คุมสอบอ่านคำให้ฟังคู่หนึ่ง แล้วให้ผู้ตอบดูรูปที่เขียนไว้ในแบบสอบ แล้วขีดคำตอบว่ารูปใดที่ตรงกับคำที่คู่กัน ตามที่ผู้คุมสอบอ่านให้ฟัง

แบบสอบที่ 12 ความจำแบบเว้นช่วง ผู้คุมสอบอ่านนิทานให้ฟังก่อนแล้วสอบแบบสอบอื่นไปเรื่อยๆ จนถึงแบบสอบฉบับสุดท้าย จะให้ตอบคำถามเกี่ยวกับเรื่องที่ฟังมาแล้ว

คุณภาพของแบบสอบฉบับนี้ ค่าความเที่ยงของแบบสอบมีค่าอยู่ระหว่าง 0.80-0.93 ค่าความตรงของแบบสอบหาโดยใช้คะแนนอายุสมอง ของแบบสอบ Standford – Binet เป็นเกณฑ์

สรุปได้ว่าแบบสอบ California Test of Mental Maturity ใช้ได้กับนักเรียนตั้งแต่ระดับอนุบาลจนถึงระดับผู้ใหญ่ มีส่วนที่เกี่ยวข้องกับการวัดความสามารถด้านการคิดแบบนิรนัยและแบบอุปนัย ได้แก่ ในส่วนขององค์ประกอบที่ 1 เหตุผลเชิงตรรก (logical Reasoning) ซึ่งประกอบด้วย แบบสอบที่ 1 วัดความสามารถด้านตรงข้าม แบบสอบที่ 2 วัดความสามารถด้านความเหมือน และแบบสอบที่ 3 อุปมาอุปไมย

2. Cornell Critical Thinking Test, Level X and Level Z

แบบสอบฉบับนี้ได้รับการพัฒนาโดยเอนนิส และมิลล์แมน (Ennis and Millman, 1985 อ้างถึงใน ทิศนา แขมมณี และคณะ, 2544: 183) พัฒนาขึ้นมาโดยยึดทฤษฎีของเอนนิสเป็นหลัก ทฤษฎีนี้ได้กำหนดว่าการคิดอย่างมีวิจารณญาณมีองค์ประกอบ 3 ส่วน คือ

2.1 การนิยามปัญหา/สิ่งที่เกี่ยวข้องและกระทำให้กระจ่าง (define and clearity) ซึ่งประกอบด้วยความสามารถต่างๆ ดังนี้

2.1.1 ระบุประเด็นต่างๆ ที่สำคัญ (identify problems) ระบุข้อสรุป (identify conclusion)

2.1.2 ระบุเหตุผลที่ปรากฏและไม่ปรากฏ (identify reasons)

2.1.3 ตั้งคำถามให้เหมาะสมในแต่ละสถานการณ์ (identify appropriate questions to ask)

2.1.4 ระบุข้อตกลงเบื้องต้น (identify assumptions)

2.2 การพิจารณาตัดสินข้อมูล (judge information) ซึ่งประกอบด้วยความสามารถต่างๆ ดังนี้

2.2.1 ตัดสินความน่าเชื่อถือของแหล่งข้อมูลและการสังเกต (determine credibility of source and observation)

2.2.2 ตัดสินความเกี่ยวข้องของข้อมูลกับปัญหา (determine relevance)

2.2.3 ตระหนักในความคงเส้นคงวาของข้อมูล (recognize consistency)

2.3 การอ้างอิงเพื่อการแก้ปัญหาและการลงข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล (inference solving problem and draw reasonable conclusion) ซึ่งประกอบด้วยความสามารถต่างๆ ดังนี้

2.3.1 ตัดสินสรุปแบบอุปนัยและอ้างอิง (infer and judge inductive conclusion)

2.3.2 การนิรนัย (deduction)

2.3.3 ทำนายผลที่จะเกิดขึ้นตามมา (predict probable consequence)

แบบสอบ Cornell Critical Thinking Test ทั้ง Level X และ Level Z เหมาะสำหรับใช้กับกลุ่มตัวอย่างคนละกลุ่ม และสมรรถภาพที่มุ่งวัดมีความแตกต่างกันตามกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ โดยแบบสอบ Level X ใช้สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 4 ถึงมัธยมศึกษา ประกอบด้วยข้อสอบแบบเลือกตอบจำนวน 71 ข้อ โดยวัดองค์ประกอบของการคิด 4 ด้าน คือ ด้านการตัดสินสรุปการอ้างอิงแบบอุปนัย (inductive inference) การตัดสินความน่าเชื่อถือของแหล่งข้อมูลและการสังเกต (credibility

of source and observation) การนิรนัย (deduction) และการระบุข้อตกลงเบื้องต้น (assumption identification)

สำหรับแบบสอบ Cornell Critical Thinking Test, Level Z ใช้สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย นักศึกษาระดับปริญญาตรีและบัณฑิตศึกษา รวมทั้งผู้ใหญ่ ประกอบด้วยแบบสอบเลือกตอบ 52 ข้อ โดยวัดองค์ประกอบของการคิด 7 ด้าน คือ การนิรนัย การให้ความหมาย ความน่าเชื่อถือของแหล่งข้อมูล การสรุปโดยอ้างเหตุผลที่สนับสนุนด้วยข้อมูล การสรุปโดยการทดสอบสมมติฐาน และการทำนาย การนิยามและการใช้เหตุผลที่ไม่ปรากฏ และการระบุข้อตกลงเบื้องต้น

คุณภาพของแบบสอบ Cornell Critical Thinking Test, Level X มีค่าความเที่ยงอยู่ในช่วง 0.67 ถึง 0.79 ส่วน Level Z มีค่าความเที่ยงอยู่ในช่วง 0 50 ถึง 0.77 ในด้านความตรงของแบบสอบมีการศึกษาทางด้านเนื้อหา ความตรงตามเกณฑ์และการวิเคราะห์ตัวประกอบ

สรุปได้ว่าแบบสอบ Cornell Critical Thinking Test มีส่วนที่วัดความสามารถในการคิดแบบนิรนัยและแบบอุปนัย คือ

Level X วัดการคิดด้านการตัดสินสรุปการอ้างอิงแบบอุปนัย และวัดการคิดแบบนิรนัย

Level Z วัดการคิดด้านการนิรนัย

3. Ross Test of Higher Cognitive Process

แบบสอบ Ross Test of Higher Cognitive Process ได้รับการพัฒนาโดย เจ ดี โรส และ ซี เอ็ม โรส (J. D. Ross and C. M. Ross, 1976 อ้างถึงใน ทิศนา แขมมณี และคณะ, 2544: 185) ใช้สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ถึง 6 แบบสอบมุ่งวัดความสามารถทางสมองชั้นสูงระดับการวิเคราะห์ (analysis) การสังเคราะห์ (synthesis) และการประเมิน (evolution) ตามการจัดระดับจุดมุ่งหมายทางการศึกษาของ บลูม (Bloom's Taxonomy of Educational Objectives)

แบบสอบประกอบด้วยข้อสอบแบบเลือกตอบ 8 ตอน จำนวน 105 ข้อ ซึ่งแบ่งการสอบออกเป็น 2 ครั้ง ครั้งละประมาณ 1 ชั่วโมง ครั้งแรกสอบตอนที่ 1 ถึง 5 ครั้งที่สองสอบตอนที่ 6 ถึง 8 แบบสอบวัดกระบวนการคิดทางสมอง 8 ตอน ดังนี้

1. การอุปมาอุปไมย (analogies)
2. การใช้เหตุผลแบบนิรนัย (deduction reasoning)

3. ข้อสมมติฐานที่ขาดหายไป (missing premises)

4. ความสัมพันธ์เชิงนามธรรม (abstract relations)

5. การสังเคราะห์อย่างเป็นลำดับ (sequential synthesis)

6. กลยุทธ์การตั้งคำถาม (questioning strategies)

7. การวิเคราะห์ความตรงประเด็นของสารสนเทศที่ใช้ (analysis of relevant and irrelevant information)

8. การวิเคราะห์คุณลักษณะ (analysis of attributes)

คุณภาพของแบบสอบ มีความเที่ยงแบบแบ่งครึ่งข้อสอบเท่ากับ 0.92 และความเที่ยงแบบสอบซ้ำเท่ากับ 0.94 ส่วนความตรงนั้นมีรายงานความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนจากแบบสอบกับอายุของผู้สอบเท่ากับ 0.67 เนื่องจากความสามารถในการคิดมีความสัมพันธ์ทางบวกกับอายุ

สรุปได้ว่า แบบสอบ Ross Test of Higher Cognitive Process ใช้สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ถึง 6 มุ่งวัดความสามารถทางสมองชั้นสูง และมีส่วนที่วัดความสามารถในการคิดแบบนิรนัยคือ ตอนที่ 2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deduction reasoning)

4. Judgement Deduction Logic and Assumption Recognition

แบบสอบได้รับการพัฒนาโดย อีดิธ ชัฟเฟอร์ และ โจแอน สไตเกอร์ (Edith Shaffer and Joann Steiger, 1971 อ้างถึงใน ทิศนา แขมมณี และคณะ, 2544: 187) แบบสอบนี้เป็นแบบสอบประเภทอิงเกณฑ์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 – 6 แบบสอบประกอบด้วยข้อสอบจำนวน 48 ข้อ ใช้เวลาสอบ 40 นาที

แบบสอบมุ่งวัดความสามารถในการคิดในด้านการตัดสินความน่าเชื่อถือของแหล่งข้อมูลและการสังเกต (credibility of source and observation) การลงข้อสรุปแบบนิรนัย (deduction) อุปนัย (induction) และการวัดลักษณะสำคัญที่จำเป็นต่อการคิด (thinking dispositions)

สรุปได้ว่า แบบสอบ Judgement Deduction Logic and Assumption Recognition ใช้สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ถึง 6 มีส่วนที่วัดความสามารถในการคิดแบบนิรนัยและอุปนัย คือ การวัดความสามารถในการลงข้อสรุปแบบนิรนัยและแบบอุปนัย

จากแบบสอบที่มีองค์ประกอบด้านการคิดแบบนิรนัยและแบบอุปนัยที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยได้เลือกใช้แบบสอบ Cornell Critical Thinking Test, Level X เป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดความสามารถในการคิดแบบนิรนัยและแบบอุปนัยใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ เนื่องจากแบบสอบฉบับนี้สามารถใช้ได้กับนักเรียนตั้งแต่ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จนถึงระดับมัธยมศึกษา และมีองค์ประกอบที่สามารถวัดความสามารถในการคิดแบบนิรนัยและแบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์ได้

3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

3.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ศรีทอง มีทาทอง (2534) ได้ทำการทดลองใช้วิธีสอนคณิตศาสตร์ที่มีกระบวนการสร้างมโนทัศน์ตามหลักการเรียนรู้ของ Gagne' ในเรื่องโจทย์ปัญหาการคูณ การหาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 70 คน พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กระบวนการสร้างมโนทัศน์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนด้วยวิธีการสอนแบบปกติ

สุธีรัตน์ อริเดช (2540) ได้ศึกษาถึงผลของการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้กระบวนการสร้างมโนทัศน์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 72 คน ผลวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้กระบวนการสร้างมโนทัศน์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอนปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

ณัชชา กมล (2542:70 – 71) ได้ทำการศึกษาผลของการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต สังกัดทบวงมหาวิทยาลัย ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ จังหวัดเชียงใหม่ ปีการศึกษา 2542 จำนวน 79 คน แบ่งเป็น 2 ห้องเรียน ห้องเรียนที่ 1 เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ ส่วนห้องเรียนที่ 2 เรียนแบบปกติโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนทั้งสองห้องเป็นเวลา 4 สัปดาห์ แล้วทำการทดสอบด้วยแบบสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ทำการวิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตส่วนเบี่ยงเบน

มาตรฐานและทดสอบค่าที ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

รุ่งนภา ทศภานนท์ (2544) ได้ศึกษาผลของการใช้เทคนิคการจัดแผนผังมโนทัศน์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการสร้างแผนผังมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนตระกูลประเทืองวิทยาคม จังหวัดยโสธร จำนวน 66 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลองที่เรียนโดยใช้เทคนิคการจัดแผนผังมโนทัศน์ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ และกลุ่มควบคุมที่เรียนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยใช้เทคนิคการจัดแผนผังมโนทัศน์ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

กัญติมา พรหมอักษร (2545) ได้ศึกษาผลของปฏิสัมพันธ์ระหว่างแบบการคิดของนักเรียนกับการสอนมโนทัศน์ของบรูเนอร์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 40 คน โดยแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองจำนวน 20 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 20 คน โดยแต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่มีแบบการคิดแบบอิสระ (FI) และนักเรียนที่มีแบบการคิดแบบพึ่งพิง (FD) อย่างละ 10 คน กลุ่มทดลองดำเนินการสอนด้วยแผนการสอนตามแบบการสอนมโนทัศน์ของบรูเนอร์ และกลุ่มควบคุมดำเนินการสอนด้วยแผนการสอนตามปกติ เนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิต ระยะเวลาการทดลองสอน 2 สัปดาห์ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แบบทดสอบ GEFT แผนการสอนตามแบบการสอนมโนทัศน์ของบรูเนอร์และแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยสรุปได้ว่า นักเรียนที่มีแบบการคิดแบบอิสระ (FI) เมื่อได้รับการสอนตามแบบการสอนมโนทัศน์ของบรูเนอร์มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ในวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่มีแบบการคิดแบบพึ่งพิง (FD) ที่ได้รับการสอนตามแบบการสอนมโนทัศน์ของบรูเนอร์ และนักเรียนที่มีแบบการคิดแบบอิสระ (FI) เมื่อได้รับการสอนตามแบบการสอนมโนทัศน์ของบรูเนอร์มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ในวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่มีแบบการคิดแบบอิสระ (FI) ที่ได้รับการสอนตามปกติ ส่วนนักเรียนที่มีแบบการคิดแบบพึ่งพิง (FD) เมื่อได้รับการสอนตามแบบการสอนมโนทัศน์ของบรูเนอร์มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ในวิชาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกับนักเรียนที่มีแบบการคิดแบบพึ่งพิง (FD) ที่ได้รับการสอนตามปกติ

จากผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า มีวิธีการหลายอย่างด้วยกัน ทั้งการใช้กระบวนการสอนมโนทัศน์โดยตรงและการใช้เทคนิคต่างๆ ซึ่งมีผลทำให้นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

3.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดแบบนิรนัยและแบบอุปนัย

มาตูลิส (Matulis, 1970: 1079A) ได้ศึกษาความเข้าใจในด้านตรรกศาสตร์ คณิตศาสตร์กับเด็กอายุ 8 – 18 ปี จำนวน 75,000 คน โดยใช้แบบทดสอบ 2 ฉบับ ฉบับที่ 1 เป็นคำถามแบบ "ถ้า... แล้ว..." ส่วนฉบับที่ 2 ทดสอบเกี่ยวกับตัวเชื่อมและวลีบอกปริมาณ พบว่า อายุ เชาว์ปัญญา สถานภาพทางเศรษฐกิจและสังคมแตกต่างกัน จะมีผลต่อความเข้าใจทางตรรกศาสตร์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ กล่าวคือ นักเรียนมีอายุมากกว่า เชาว์ปัญญาสูงกว่า สถานภาพทางเศรษฐกิจสูงกว่า จะมีความสามารถในการทำแบบทดสอบได้ดีกว่านักเรียนที่มีอายุน้อยกว่า เชาว์ปัญญาต่ำกว่า สถานภาพทางเศรษฐกิจและสังคมต่ำกว่าตามลำดับ เด็กที่มีสถานภาพปานกลาง จะมีพัฒนาการของความเข้าใจด้านตรรกศาสตร์สูงสุดเมื่ออายุ 9 – 17 ปี

แลชเชอร์ (Lasher (1971) ศึกษาการคิดหาเหตุผลเชิงตรรก โดยศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลโดยให้ตอบสมมติฐานแบบนิรนัย และวัดการคิดเชิงตรรกในด้านการใช้เหตุผลแบบต่อเนื่องของนักเรียนเกรด 4 – 7 พบว่า ความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกในระหว่างชั้นมีความแตกต่างกัน นั่นคือ นักเรียนที่เรียนชั้นสูงกว่าจะมีความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกสูงกว่านักเรียนชั้นต่ำกว่า

ฟิสเชอร์ (Fischer,1995: 3870) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ทักษะการคำนวณและความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนจำนวน 226 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบสอบทักษะการคำนวณ แบบทดสอบความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ทักษะการคำนวณและความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์มีความสัมพันธ์กันในทางบวก อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และสามารถใช้ทักษะการคำนวณและความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ทำนายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ได้

สุริยา ผลโพธิ์ (2528) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรก และความคิดสร้างสรรค์ กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนมัธยมศึกษาเขตกรุงเทพมหานคร กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2527 ของโรงเรียนรัฐบาลในสังกัดกรมสามัญศึกษา โรงเรียนราษฎร์สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาเอกชน และโรงเรียนสาธิต สังกัดทบวงมหาวิทยาลัย ในเขตกรุงเทพมหานคร จำนวน 346 คน เครื่องมือที่ใช้เป็น แบบทดสอบ 3 ฉบับ คือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรก แบบทดสอบความคิดสร้างสรรค์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรก ความคิดสร้างสรรค์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์พหุคูณเท่ากับ 0.57

นพดล นันทศิลป์ (2532) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่สอนโดยการสอดแทรกตรรกศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนมัธยมวัดมกุฏกษัตริย์ กรุงเทพมหานคร ปีการศึกษา 2532 จำนวน 42 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยสอดแทรกตรรกศาสตร์ และกลุ่มควบคุมได้รับการสอนโดยไม่สอดแทรกตรรกศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นตรงและมุม จำนวน 12 คาบ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จำนวน 40 ข้อ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่สอนโดยการสอดแทรกและไม่สอดแทรกตรรกศาสตร์แตกต่างกันที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05 และยังพบว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่สอนโดยการสอดแทรกตรรกศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่สอนโดยไม่สอดแทรกตรรกศาสตร์

เพ็ญรุ่ง เพ็ชรกิจ (2539) ได้พัฒนาโปรแกรมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเชิงตรรกศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง การดำเนินการวิจัยมี 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) การศึกษาข้อมูลพื้นฐาน 2) การสร้างโปรแกรมส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเชิงตรรกศาสตร์ 3) การทดลองใช้โปรแกรมส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเชิงตรรกศาสตร์ 4) การปรับปรุงโปรแกรม โปรแกรมที่ได้มีลักษณะเป็นโปรแกรมสอนเสริมความรู้นอกเวลาเรียนปกติ ใช้เวลาเรียนทั้งหมด 5 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 5 วัน วันละ 40 นาที ก่อนเข้าเรียนเนื้อหาที่ใช้สอนคือ โจทย์ปัญหาเชิงตรรกศาสตร์ที่ใช้เหตุผลแบบนิรนัยและแบบอุปนัยในการแก้ปัญหา

วราภรณ์ สุรัตนากร (2540) ได้ศึกษาผลของการฝึกแก้ปริศนาคณิตศาสตร์ต่อการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีการรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์ กับการฝึกแก้ปริศนาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 60 คน ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนที่ได้เข้าร่วมฝึกแก้ปริศนาคณิตศาสตร์มีการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้เข้าร่วมกิจกรรมอย่างมีนัยสำคัญ 2) นักเรียนที่มีการรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์แตกต่างกันมีการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ไม่แตกต่างกัน และ 3) ไม่มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างการรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์และการเข้าร่วมฝึกแก้ปริศนาคณิตศาสตร์ ต่อการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์

ขอบใจ สาสิทธิ์ (2545) ได้ศึกษาผลของการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดราชบพิธ กรุงเทพมหานคร ปีการศึกษา 2545 จำนวน 99 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์และแผนการสอนแบบปกติ เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ

จากผลงานการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดแบบนิรนัยและแบบอุปนัยในข้างต้น จะเห็นว่าการคิดแบบนิรนัยและการคิดแบบอุปนัยเป็นส่วนหนึ่งของการคิดอย่างมีเหตุผลหรือในหลักตรรกศาสตร์ มีความสัมพันธ์ทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และมีปัจจัยหลายประการที่ส่งผลต่อความสามารถในการคิดแบบนิรนัยและแบบอุปนัย