

บทที่ 5

การควบคุมความเข้มข้นในเครื่องปฏิกรณ์ถังกวนต่อเนื่องที่มี ปฏิกิริยาคายความร้อนอันดับหนึ่งแบบผันกลับได้

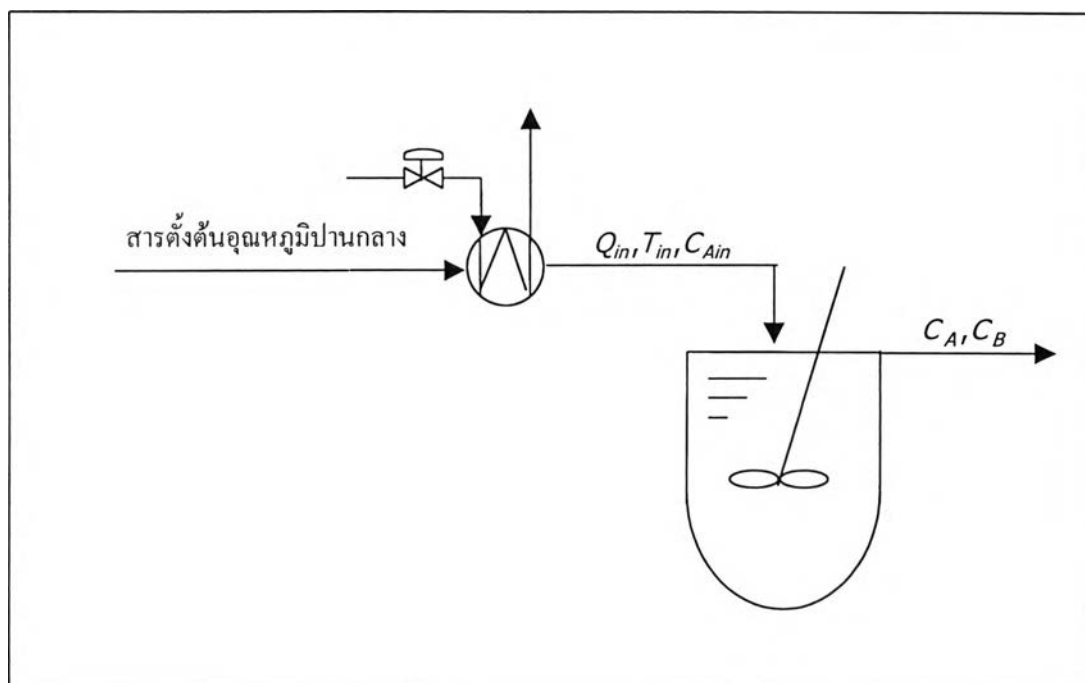
การควบคุมความเข้มข้นของสารภายในเครื่องปฏิกรณ์ถังกวนต่อเนื่องที่มีปฏิกิริยาคายความร้อนอันดับหนึ่งแบบผันกลับได้นี้เป็นการควบคุมระบบที่มีค่าระดับสัมพัทธ์สอง ซึ่งการนำตัวควบคุมจีเอ็มซีมาประยุกต์ใช้กับระบบดังกล่าวโดยตรงจะไม่สามารถทำได้ ดังนั้นวิธีการควบคุมตัวแปรควบคุมภายในจึงถูกนำมาใช้กับจีเอ็มซี เพื่อให้สามารถใช้จีเอ็มซีในการควบคุมระบบดังกล่าวได้ โดยวิธีการควบคุมตัวแปรควบคุมภายในนี้จะทำให้เกิดลูการควบคุมเพิ่มขึ้นมาเป็นสองลูพในกรณีที่ระบบมีค่าระดับสัมพัทธ์สอง ซึ่งในงานวิจัยนี้จะใช้ตัวควบคุมจีเอ็มซีทั้งสองตัวในการควบคุมและอีกกรณีหนึ่งจะใช้ตัวควบคุมพีโอร่วมกับจีเอ็มซีในการควบคุม อย่างไรก็ตามเพื่อเป็นการทดสอบสมรรถนะของวิธีการควบคุมตัวแปรควบคุมภายในจึงนำตัวควบคุมแบบจีแอลซีและพีโอซึ่งเป็นตัวควบคุมที่สามารถควบคุมระบบที่มีค่าระดับสัมพัทธ์สองได้มาเปรียบเทียบกับ นอกจากนี้แล้วยังทำการทดสอบตัวควบคุมในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนระหว่างแบบจำลองและกระบวนการจริงด้วย

5.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ

เครื่องปฏิกรณ์ถังกวนต่อเนื่องที่แสดงในรูปที่ 5.1 ทำการเปลี่ยนสาร A ซึ่งเป็นสารตั้งต้นให้เปลี่ยนเป็นสาร B ซึ่งเป็นสารผลิตภัณฑ์ โดยปฏิกิริยาที่เกิดขึ้นเป็นปฏิกิริยาคายความร้อนแบบผันกลับได้อันดับหนึ่งภายใต้เงื่อนไขของสมมติฐานดังนี้

- สารในเครื่องปฏิกรณ์มีการผสมกันอย่างสมบูรณ์แบบในทันทีทันใด
- สมบัติทางกายภาพของสารภายในเครื่องปฏิกรณ์มีค่าคงที่
- ไม่มีการสูญเสียความร้อนออกจากเครื่องปฏิกรณ์

- ปริมาตรของสารในเครื่องปฏิกรณ์มีค่าคงที่



รูปที่ 5.1 ภาพแสดงเครื่องปฏิกรณ์ถังกวนต่อเนื่องที่มีปฏิริยาคายความร้อนแบบผันกลับได้

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบโดย Economou (1986) ซึ่งกำหนดตัวแปรและค่าที่สถานะปฏิบัติงานตามตารางที่ 5.1 มีดังนี้

สมการอนุรักษ์มวล

$$\begin{aligned} \frac{d(\rho V)}{dt} &= \rho Q_{in} - \rho Q \\ \frac{dV}{dt} &= Q_{in} - Q \\ &= 0 \end{aligned}$$

(5.1)

ตารางที่ 5.1 ตารางแสดงภาวะปฏิบัติงานของเครื่องปฏิกรณ์ถังกวนต่อเนื่องที่มีปฏิกิริยา
คายความร้อนแบบผันกลับได้

ลำดับที่	ตัวแปร	คำอธิบาย	ภาวะ	หน่วย
1	τ	ค่าคงที่เวลา	1	min
2	C_{Ain}	ความเข้มข้นขาเข้าของสาร A	1	mol/L
3	C_{Bin}	ความเข้มข้นขาเข้าของสาร B	0	mol/L
4	T_{in}	อุณหภูมิของสายป้อน	422.4389	K
5	ρ	ความหนาแน่นของเหลวในถังกวน	1	Kg/L
6	C_p	ค่าความจุความร้อนของสารในถังกวน	1000	Cal/Kg.K
7	$(-\Delta H)$	ความร้อนจากปฏิกิริยา	5×10^3	Cal/mol
8	R	ค่าคงที่ของก๊าซ	1.987	Cal/mol
9	E_1	พลังงานกระตุ้นของปฏิกิริยาไปข้างหน้า	1×10^4	Cal/mol
10	E_{-1}	พลังงานกระตุ้นของปฏิกิริยาไปข้างหลัง	1.5×10^4	Cal/mol
11	k_1	ค่าคงที่ของอัตราการเกิดปฏิกิริยาไปข้างหลัง	3×10^5	Cal/mol.K
12	k_{-1}	ค่าคงที่ของอัตราการเกิดปฏิกิริยาไปข้างหน้า	6×10^7	Cal/mol.K
13	C_A	ความเข้มข้นของสารตั้งต้น	0.5	mol/L
14	C_B	ความเข้มข้นของสารผลิตภัณฑ์	0.5	mol/L
15	T	อุณหภูมิของระบบ	424.9389	K

กำหนดให้

ตัวแปรควบคุมคือค่าความเข้มข้นของสารตั้งต้นที่เหลือ (C_A)

ตัวแปรที่วัดค่าได้คือค่าความเข้มข้นของสารตั้งต้นที่เหลือ (C_A) และอุณหภูมิในเครื่องปฏิกรณ์ (T)

ตัวแปรปรับคืออุณหภูมิของสายป้อน (T_{in})

สมการอนุรักษ์องค์ประกอบย่อย

สาร A

$$\begin{aligned}\frac{d(C_A V)}{dt} &= Q_{in} C_{Ain} - Q C_A - r_1 V + r_{-1} V \\ \frac{dC_A}{dt} &= Q_{in} (C_{Ain} - C_A) - r_1 + r_{-1} \\ \frac{dC_A}{dt} &= \frac{Q_{in}}{V} (C_{Ain} - C_A) - r_1 + r_{-1} \\ \frac{dC_A}{dt} &= \frac{Q_{in}}{V} (C_{Ain} - C_A) - k_1 e^{\frac{E}{RT}} C_A + k_{-1} e^{\frac{E}{RT}} C_B\end{aligned}\tag{5.2}$$

สาร B

$$\begin{aligned}\frac{d(C_B V)}{dt} &= Q_{in} C_{Bin} - Q C_B + r_1 V - r_{-1} V \\ \frac{dC_B}{dt} &= Q_{in} (C_{Bin} - C_B) + r_1 - r_{-1} \\ \frac{dC_B}{dt} &= \frac{Q_{in}}{V} (C_{Bin} - C_B) + r_1 - r_{-1} \\ \frac{dC_B}{dt} &= \frac{Q_{in}}{V} (C_{Bin} - C_B) + k_1 e^{\frac{E_1}{RT}} C_A - k_{-1} e^{\frac{E_{-1}}{RT}} C_B\end{aligned}\tag{5.3}$$

สมการอนุรักษ์พลังงาน

$$\begin{aligned}\rho C_p V \frac{dT}{dt} &= \rho Q_{in} C_p T_{in} - \rho Q C_p T - \Delta H r_1 V + \Delta H r_{-1} V \\ \frac{dT}{dt} &= \frac{Q_{in}}{V} (T_{in} - T) + \frac{-\Delta H (k_1 e^{\frac{E_1}{RT}} C_A - k_{-1} e^{\frac{E_{-1}}{RT}} C_B)}{\rho C_p}\end{aligned}\tag{5.4}$$

กำหนดให้ $\tau = \frac{V}{Q_{in}}$ และสมการอนุรักษ์องค์ประกอบย่อยของสาร B สามารถใช้ได้เนื่องจากสามารถคำนวณได้จากปริมาณสารตั้งต้นขาเข้า (C_{Ain}) และปริมาณสารตั้งต้นที่เหลืออยู่ (C_A) ดังนี้

$$C_B = C_{Ain} - C_A\tag{5.5}$$

ดังนั้นจะได้สมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเครื่องปฏิกรณ์ดังกล่าวต่อเนื่องที่มีปฏิริยาคายความร้อนอันดับหนึ่งแบบผันกลับได้คือ

$$\frac{dC_A}{dt} = \frac{1}{\tau}(C_{Ain} - C_A) - k_1 e^{-\frac{E_1}{RT}} C_A + k_{-1} e^{-\frac{E_{-1}}{RT}} (C_{Ain} - C_A) \quad (5.6)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{\tau}(T_{in} - T) + \frac{-\Delta H(k_1 e^{-\frac{E_1}{RT}} C_A - k_{-1} e^{-\frac{E_{-1}}{RT}} (C_{Ain} - C_A))}{\rho C_p} \quad (5.7)$$

กำหนดให้

C_A^{ss} คือค่าความเข้มข้นของสาร A ที่ภาวะปฏิบัติงาน

T^{ss} คือค่าอุณหภูมิในเครื่องปฏิกรณ์ที่ภาวะปฏิบัติงาน

T_{in}^{ss} คือค่าอุณหภูมิของสายป้อนที่ภาวะปฏิบัติงาน

$$\tilde{C}_A = C_A - C_A^{ss}$$

$$\tilde{T} = T - T^{ss}$$

$$\tilde{T}_{in} = T_{in} - T_{in}^{ss}$$

และ

$$f_1 = \dot{C}_A$$

$$f_2 = \dot{T}$$

จะสามารถเขียนระบบในสมการที่ (5.6) และ (5.7) ในรูปสเตตสเปซได้

$$\begin{bmatrix} \dot{C}_A \\ \dot{T} \end{bmatrix}_{2 \times 1} = [A]_{2 \times 2} \begin{bmatrix} \tilde{C}_A \\ \tilde{T} \end{bmatrix}_{2 \times 1} + [B]_{2 \times 1} \begin{bmatrix} \tilde{T}_{in} \end{bmatrix}_{1 \times 1} \quad (5.8)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{C}_A \\ \tilde{T} \end{bmatrix}_{2 \times 1} = [C]_{2 \times 2} \begin{bmatrix} \tilde{C}_A \\ \tilde{T} \end{bmatrix}_{2 \times 1} \quad (5.9)$$

จะให้

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial f_1}{\partial C_A} \right|_{ss} & \left. \frac{\partial f_1}{\partial T} \right|_{ss} \\ \left. \frac{\partial f_2}{\partial C_A} \right|_{ss} & \left. \frac{\partial f_2}{\partial T} \right|_{ss} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial f_1}{\partial T_{in}} \right|_{ss} \\ \left. \frac{\partial f_2}{\partial T_{in}} \right|_{ss} \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

จะได้

$$\begin{aligned} a_{11} &= -\frac{1}{\tau} - k_1 e^{-\frac{E_1}{RT^{ss}}} - k_{-1} e^{-\frac{E_{-1}}{RT^{ss}}} \\ a_{12} &= -k_1 C_A^{ss} \frac{E_1}{RT^{ss2}} e^{-\frac{E_1}{RT^{ss}}} + k_{-1} (C_{ain} - C_A^{ss}) \frac{E_{-1}}{RT^{ss2}} e^{-\frac{E_{-1}}{RT^{ss}}} \\ a_{21} &= \frac{(-\Delta H)}{\rho C_p} \left(k_1 e^{-\frac{E_1}{RT^{ss}}} + k_{-1} e^{-\frac{E_{-1}}{RT^{ss}}} \right) \\ a_{22} &= -\frac{1}{\tau} + \frac{(-\Delta H)}{\rho C_p} \left(k_1 C_A^{ss} \frac{E_1}{RT^{ss2}} e^{-\frac{E_1}{RT^{ss}}} - k_{-1} (C_{ain} - C_A^{ss}) \frac{E_{-1}}{RT^{ss2}} e^{-\frac{E_{-1}}{RT^{ss}}} \right) \end{aligned} \quad (5.13)$$

และ

$$\begin{aligned} b_{11} &= 0 \\ b_{21} &= \frac{1}{\tau} \end{aligned} \tag{5.14}$$

แทนค่าตัวแปรและพารามิเตอร์จากตารางที่ 5.1 ลงในสมการที่ (5.13) และ (5.14) แล้วนำไปแทนในสมการที่ (5.10) และ (5.11) ตามลำดับจะได้

$$A = \begin{bmatrix} -4.312 & -0.006 \\ 16.558 & -0.971 \end{bmatrix} \tag{5.15}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{5.16}$$

5.1.1 เสถียรภาพของระบบ (System Stability)

ระบบที่มีเสถียรภาพคือระบบที่เมื่อถูกรบกวนแล้วตัวแปรออกหรือตัวแปรควบคุมสามารถกลับเข้าสู่ภาวะเดิมได้ ซึ่งในการตรวจสอบดูว่าระบบนั้นๆ มีเสถียรภาพหรือไม่ สามารถดูได้จากค่าโพลของระบบขณะที่ยังไม่มี การควบคุม โดยรายละเอียดในการหาเสถียรภาพของระบบแสดงไว้ในภาคผนวก ก.

เมตริกซ์ A ของระบบคือ

$$A = \begin{bmatrix} -4.312 & -0.006 \\ 16.558 & -0.971 \end{bmatrix}$$

กำหนด λ แทนโพลของระบบขณะที่ยังไม่มี การควบคุม

ให้

$$\det(\lambda I - A) = 0 \tag{5.17}$$

$$\begin{vmatrix} (\lambda + 4.312) & 0.006 \\ -16.558 & (\lambda + 0.971) \end{vmatrix} = 0 \tag{5.18}$$

$$(\lambda + 4.312)(\lambda + 0.971) - (-16.558)(0.006) = 0 \quad (5.19)$$

$$\lambda = -4.28, -1 \quad (5.20)$$

เนื่องจากโพลขณะไม่มีการควบคุมมีค่าเป็นลบ ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าที่ภาวะปฏิบัติงานนี้ ระบบมีเสถียรภาพ

5.1.2 ความควบคุมได้ของระบบ (Controllability)

ระบบที่กล่าวได้ว่าเป็นระบบที่สามารถควบคุมได้คือระบบที่สามารถควบคุมตัวแปรสแตตที่ต้องการได้ด้วยตัวแปรปรับที่เลือกไว้ โดยรายละเอียดในการพิจารณาว่าระบบใดเป็นระบบที่สามารถควบคุมได้นั้นมีแสดงไว้ในภาคผนวก ก.

$$\text{เมตริกซ์การควบคุมได้} = [B \ AB]$$

เมื่อ

$$A = \begin{bmatrix} -4.312 & -0.006 \\ 16.558 & -0.971 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

จะได้

$$\text{เมตริกซ์การควบคุมได้} = \begin{bmatrix} 0 & -0.006 \\ 1 & -0.971 \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

$$\begin{vmatrix} 0 & -0.006 \\ 1 & -0.971 \end{vmatrix} = 0.006 \quad (5.22)$$

เนื่องจากดีเทอร์มิแนนต์ของเมตริกซ์การควบคุมได้ให้ค่าเท่ากับ 0.006 ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่าการควบคุมความเข้มข้นของเครื่องปฏิกรณ์ถึงกวนต่อเนื้อที่มีปฏิกิริยาคายความร้อนอันดับหนึ่งแบบผันกลับได้นี้สามารถทำได้โดยใช้ตัวแปรปรับที่เลือกไว้ซึ่งก็คืออุณหภูมิของสารตั้งต้นขาเข้า

5.1.3 ความสังเกตได้ของระบบ (Observability)

ระบบที่กล่าวได้ว่าเป็นระบบที่สังเกตได้นั้นก็คือระบบที่ตัวแปรที่วัดได้สามารถใช้เป็นตัวแทนในการประมาณค่าสเททหรือพารามิเตอร์ของระบบนั้นๆได้ โดยรายละเอียดในการพิจารณาว่าระบบใดเป็นระบบที่สังเกตได้แสดงไว้ในภาคผนวก ก.

$$\text{เมตริกซ์การสังเกตได้} = [C^T \ A^T C^T]$$

เมื่อ

$$A = \begin{bmatrix} -4.312 & -0.006 \\ 16.558 & -0.971 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

จะได้

$$\text{เมตริกซ์การสังเกตได้} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4.312 & 16.558 \\ 0 & 1 & -0.006 & -0.971 \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

เนื่องจากแถวที่หนึ่งและแถวที่สองของเมตริกซ์การสังเกตได้นั้นมีลักษณะไม่ขึ้นอยู่กับกัน ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่า ตัวแปรออกที่สามารถวัดค่าได้ในแบบจำลองนี้สามารถเป็นตัวแทนที่ใช้ประมาณค่าสเททหรือค่าพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าที่แน่นอนของระบบได้

5.2 ระดับสัมพัทธ์ของระบบ

จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบตามสมการที่ (5.6) และ (5.7)

$$\frac{dC_A}{dt} = \frac{1}{\tau}(C_{Ain} - C_A) - k_1 e^{-\frac{E_1}{RT}} C_A + k_{-1} e^{-\frac{E_{-1}}{RT}} (C_{Ain} - C_A) \quad (5.6)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{\tau}(T_{in} - T) + \frac{-\Delta H(k_1 e^{-\frac{E_1}{RT}} C_A - k_{-1} e^{-\frac{E_{-1}}{RT}} (C_{Ain} - C_A))}{\rho C_p} \quad (5.7)$$

พิจารณาระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นโดยทั่วไปที่มีตัวแปรสเกล 2 ตัวตามสมการที่ (4.22), (4.23) และ (4.24)

$$\frac{dx_1}{dt} = f_1(x) + g_1(x)u \quad (4.22)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = f_2(x) + g_2(x)u \quad (4.23)$$

$$y = h(x) \quad (4.24)$$

เมื่อนำมาเทียบกับระบบในสมการที่ (5.9) และ (5.10) จะได้ว่า

$$x_1 = C_A$$

$$x_2 = T$$

$$u = T_{in}$$

$$y = x_1 = C_A$$

$$f_1(x) = \frac{1}{\tau}(C_{Ain} - C_A) - k_1 e^{-\frac{E_1}{RT}} C_A + k_{-1} e^{-\frac{E_{-1}}{RT}} (C_{Ain} - C_A)$$

$$g_1(x) = 0$$

$$f_2(x) = -\frac{T}{\tau} + \frac{-\Delta H(k_1 e^{-\frac{E_1}{RT}} C_A - k_{-1} e^{-\frac{E_{-1}}{RT}} (C_{Ain} - C_A))}{\rho C_p}$$

$$g_2(x) = \frac{1}{\tau}$$

จากนิยามของระดับสัมพัทธ์ของระบบไม่เชิงเส้นที่ได้กล่าวถึงในหัวข้อ (3.3.2) แล้วนั้น กล่าววาระดับสัมพัทธ์ก็คือจำนวนเต็ม r ที่น้อยที่สุดที่ทำให้ $L_g L_f^{r-1} h(x) \neq 0$

จากระบบในสมการที่ (5.6) และ (5.7) ได้ว่า

$$\begin{aligned} \text{ได้} \quad L_g h(x) &= \begin{bmatrix} \frac{\partial h(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial h(x)}{\partial x_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ g_2 \end{bmatrix} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (5.24)$$

$$\begin{aligned} L_f h(x) &= \begin{bmatrix} \frac{\partial h(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial h(x)}{\partial x_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} \\ &= f_1 \end{aligned} \quad (5.25)$$

และ

$$\begin{aligned} L_g L_f h(x) &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ g_2 \end{bmatrix} \\ &= g_2 \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \neq 0 \end{aligned} \quad (5.26)$$

นั่นคือ

$$L_g h(x) = 0 \quad \text{แต่} \quad L_g L_f h(x) \neq 0$$

ดังนั้นได้ $r = 2$

จากนิยามของระดับสัมพัทธ์ระบบการควบคุมความเข้มข้นของสาร A ภายในเครื่องปฏิกรณ์ ดังกล่าวเนื่องที่มีปฏิกิริยาความร้อนอันดับหนึ่งแบบผันกลับได้นี้จึงมีค่าระดับสัมพัทธ์เป็นสองนั่นเอง

5.3 การใช้จีเอ็มซีควบคุมความเข้มข้น

เนื่องจากระบบที่ต้องการควบคุมมีค่าระดับสัมพัทธ์เป็นสอง ดังนั้นจึงใช้วิธีการควบคุมตัวแปรควบคุมภายในเพื่อให้สามารถใช้จีเอ็มซีควบคุมความเข้มข้นได้ พิจารณาแบบจำลองของระบบตามสมการที่ (5.6) และ (5.7) ดังนี้

$$\frac{dC_A}{dt} = \frac{1}{\tau} (C_{Ain} - C_A) - k_1 e^{-\frac{E_1}{RT}} C_A + k_{-1} e^{-\frac{E_{-1}}{RT}} (C_{Ain} - C_A) \quad (5.6)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{\tau}(T_{in} - T) + \frac{-\Delta H(k_1 e^{-\frac{E_1}{RT}} C_A - k_{-1} e^{-\frac{E_{-1}}{RT}} (C_{Ain} - C_A))}{\rho C_p} \quad (5.7)$$

พบว่าสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่งของอุณหภูมิในเครื่องปฏิกรณ์ (T) มีพจน์ของตัวแปรปรับ (T_{in}) อยู่ และอุณหภูมิในเครื่องปฏิกรณ์ก็มีผลโดยตรงกับอัตราการทำปฏิกิริยาของสารตั้งต้นด้วย ดังนั้นจึงกำหนดให้ตัวแปรควบคุมภายในคืออุณหภูมิในเครื่องปฏิกรณ์

กำหนดลักษณะอัตราผลตอบแทนของค่าความเข้มข้นของสาร A ($rate1$) ดังนี้

$$rate1 = k_{11}(C_A^{SP} - C_A) + k_{12} \int_0^t (C_A^{SP} - C_A) dt \quad (5.27)$$

โดยที่ k_{11} และ k_{12} คือค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการจูนจีเอ็มซี นั่นคือ

$$rate1 = \frac{1}{\tau}(C_{Ain} - C_A) - k_1 e^{-\frac{E_1}{RT}} C_A + k_{-1} e^{-\frac{E_{-1}}{RT}} (C_{Ain} - C_A) \quad (5.28)$$

พบว่าการคำนวณค่าเป้าหมายของอุณหภูมิ (T^{SP}) โดยการแทน T ทั้งสองตัวที่ปรากฏในสมการที่ (5.28) ด้วย T^{SP} แล้วคำนวณค่า T^{SP} ที่เหมาะสมออกมานั้นจะไม่สามารถทำได้โดยตรง จำเป็นต้องอาศัยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (Numerical Methods) เข้ามาช่วยในการแก้ปัญหา ซึ่งวิธีการดังกล่าวจะเป็นการลดข้อได้เปรียบในการคำนวณค่าการควบคุมได้โดยตรงของจีเอ็มซีลง ดังนั้นจึงใช้วิธีการแทนค่า T^{SP} ลงใน T ของพจน์เอกซ์โปเนนเชียลที่มีค่ามากกว่าเท่านั้น ส่วนพจน์ที่มีค่าน้อยกว่าจะแทนด้วย T^{SP} เมื่อ T^{SP} คือค่าเป้าหมายของอุณหภูมิในครั้งก่อน ดังนี้

$$\text{ถ้า} \quad k_1 e^{-\frac{E_1}{RT^{SP}}} C_A \geq k_{-1} e^{-\frac{E_{-1}}{RT^{SP}}} (C_{Ain} - C_A)$$

จากสมการที่ (5.28) ได้

$$rate1 = \frac{1}{\tau}(C_{Ain} - C_A) - k_1 e^{-\frac{E_1}{RT^{SP}}} C_A + k_{-1} e^{-\frac{E_{-1}}{RT^{SP}}} (C_{Ain} - C_A) \quad (5.29)$$

สามารถคำนวณ T^{SP} ได้ดังนี้

$$T^{sp} = -\frac{E}{R} / \ln \left(\frac{\text{rate1} - \frac{1}{\tau} (C_{Ain} - C_A) - k_{-1} e^{-\frac{E_{-1}}{RT^{sp}}} (C_{Ain} - C_A)}{(-k_1) C_A} \right) \quad (5.30)$$

หรือถ้า $k_1 e^{-\frac{E_1}{RT^{sp}}} C_A \leq k_{-1} e^{-\frac{E_{-1}}{RT^{sp}}} (C_{Ain} - C_A)$

จากสมการที่ (5.28) ได้

$$\text{rate1} = \frac{1}{\tau} (C_{Ain} - C_A) - k_1 e^{-\frac{E_1}{RT^{sp}}} C_A + k_{-1} e^{-\frac{E_{-1}}{RT^{sp}}} (C_{Ain} - C_A) \quad (5.31)$$

สามารถคำนวณค่า T^{sp} ได้ดังนี้

$$T^{sp} = -\frac{E}{R} / \ln \left(\frac{\text{rate1} - \frac{1}{\tau} (C_{Ain} - C_A) + k_1 e^{-\frac{E_1}{RT^{sp}}} C_A}{k_{-1} (C_{Ain} - C_A)} \right) \quad (5.32)$$

ซึ่งการคำนวณด้วยการแทน T^{sp} ลงในพจน์เอกซ์โปเนนเชียลที่มีค่ามากกว่านี้นับว่าให้ผลใกล้เคียงกับการแทน T^{sp} ลงทั้งสองพจน์ โดยจะขอยกตัวอย่างการคำนวณอย่างง่ายเพื่อพิสูจน์ข้อความดังกล่าว

ตัวอย่างที่ 5.1 แสดงการคำนวณหาค่า T^{sp} เมื่อสมการที่ (5.28) อยู่ในรูปอย่างง่าย

กำหนดให้

$$\text{rate1} = 5 - 3^T + 2^T \quad (5.33)$$

เมื่อ $\text{rate1} = 0$ จะได้ $T = 2$

เมื่อเกิดความแตกต่างขึ้นระหว่างค่าของความเข้มข้นของสาร A กับค่าเป้าหมาย จะทำให้ rate1 มีค่าเปลี่ยนแปลงไป โดยกำหนดให้ $\text{rate1} = 1$ จะได้

$$1 = 5 - 3^T + 2^T \quad (5.34)$$

ในการแก้สมการที่ (5.34) นี้จะแบ่งเป็น 3 กรณีด้วยกันโดยกรณีแรกจะแทนค่า T ที่ปรากฏในสมการที่ (5.34) ด้วย T^{sp} ทั้งหมด ส่วนกรณีที่สองและสามจะแทนค่าด้วย T^{sp} เพียงพจน์เดียว โดยกรณีที่สองจะแทน T^{sp} ลงในพจน์ 3^T ซึ่งเป็นพจน์ที่มีค่ามากกว่า ส่วนกรณีที่สามจะแทน T^{sp} ลงในพจน์ 2^T ซึ่งเป็นพจน์ที่มีค่าน้อยกว่า ดังนี้

กรณีแรก

$$1 = 5 - 3^{T^{sp}} + 2^{T^{sp}} \quad (5.35)$$

ได้

$$T^{sp} = 1.85 \quad (5.36)$$

กรณีที่สอง

$$1 = 5 - 3^{T^{sp}} + 2^T \quad (5.37)$$

ได้

$$T^{sp} = 1.89 \quad (5.38)$$

กรณีที่สาม

$$1 = 5 - 3^T + 2^{T^{sp}} \quad (5.39)$$

ได้

$$T^{sp} = 2.32 \quad (5.40)$$

จะเห็นได้ว่าค่า T^{sp} ที่คำนวณได้จากกรณีแรกและกรณีที่สองมีค่าใกล้เคียงกันมากกว่ากรณีที่สาม โดย T ที่ใช้ในสมการที่ (5.37) และ (5.39) ก็เปรียบเสมือนกับ T^{sp} นั่นเอง

ตัวอย่างที่ 5.2 แสดงการคำนวณหาค่า T^{sp} เมื่อสมการที่ (5.28) อยู่ในรูปอย่างง่ายที่แตกต่างไป

กำหนดให้

$$rate1 = -2 - 2e^{\frac{10}{T}} + e^{\frac{20}{T}} \quad (5.41)$$

เมื่อ $rate1 = 0$ จะได้ $T = 9.95$

เมื่อเกิดความแตกต่างขึ้นระหว่างค่าของความเข้มข้นของสาร A กับค่าเป้าหมาย จะทำให้ $rate1$ มีค่าเปลี่ยนแปลงไป โดยกำหนดให้ $rate1 = 1$ จะได้

$$1 = -2 - 2e^{\frac{10}{T}} + e^{\frac{20}{T}} \quad (5.42)$$

ในการแก้สมการที่ (5.42) นี้จะแบ่งเป็น 3 กรณีด้วยกันโดยกรณีแรกจะแทนค่า T ที่ปรากฏในสมการที่ (5.42) ด้วย T^{sp} ทั้งหมด ส่วนกรณีที่สองและสามจะแทนค่าด้วย T^{sp} เพียงพจน์เดียว โดยกรณีที่สองจะแทน T^{sp} ลงในพจน์ $e^{\frac{20}{T}}$ ซึ่งเป็นพจน์ที่มีค่ามากกว่า ส่วนกรณีที่สามจะแทน T^{sp} ลงในพจน์ $2e^{\frac{10}{T}}$ ซึ่งเป็นพจน์ที่มีค่าน้อยกว่า ดังนี้

กรณีแรก

$$1 = -2 - 2e^{\frac{10}{T^{sp}}} + e^{\frac{20}{T^{sp}}} \quad (5.43)$$

ได้

$$T^{sp} = 9.10 \quad (5.44)$$

กรณีที่สอง

$$1 = -2 - 2e^{\frac{10}{T}} + e^{\frac{20}{T^{sp}}} \quad (5.45)$$

ได้

$$T^{sp} = 9.36 \quad (5.46)$$

กรณีที่สาม

$$1 = -2 - 2e^{\frac{10}{T^{sp}}} + e^{\frac{20}{T}} \quad (5.47)$$

ได้

$$T^{sp} = 12.46 \quad (5.48)$$

จะเห็นได้ว่าค่า T^{sp} ที่คำนวณได้จากกรณีแรกและกรณีที่สองมีค่าใกล้เคียงกันมากกว่ากรณีที่สาม โดย T ที่แทนในสมการที่ (5.45) และ (5.47) ก็เปรียบเสมือนกับ T^{sp} นั่นเอง ซึ่งจากทั้งสองตัวอย่างที่ผ่านมาจึงเพียงพอที่จะใช้วิธีการคำนวณหาค่า T^{sp} ด้วยวิธีดังกล่าวได้

เมื่อสามารถหาค่าเป้าหมายของตัวแปรควบคุมภายใน (T^{sp}) ได้แล้ว ลำดับต่อไปคือทำการควบคุมตัวแปรควบคุมภายในนั้นให้มีค่าเข้าสู่ค่าเป้าหมายนั้น

กำหนดลักษณะอัตราผลตอบแทนของอุณหภูมิ ($rate2$) ดังนี้

$$rate2 = k_{21}(T^{sp} - T) + k_{22} \int_0^t (T^{sp} - T) dt \quad (5.49)$$

โดยที่ k_{21} และ k_{22} คือค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการจูนจีเอ็มซี นั่นคือ

$$rate2 = \frac{1}{\tau}(T_{in} - T) + \frac{-\Delta H(k_1 e^{\frac{E_1}{RT}} C_A - k_{-1} e^{\frac{E_{-1}}{RT}} (C_{Ain} - C_A))}{\rho C_p} \quad (5.50)$$

แก้สมการหาค่าตัวแปรปรับคือ T_{in} ออกมาได้ดังนี้

$$T_{in} = \tau rate2 + T + \frac{\tau \Delta H}{\rho C_p} \left(k_1 e^{\frac{E_1}{RT}} C_A - k_{-1} e^{\frac{E_{-1}}{RT}} (C_{Ain} - C_A) \right) \quad (5.51)$$

อย่างไรก็ตามสมการที่ (5.27) , (5.30) , (5.32) , (5.49) และ (5.51) ล้วนอยู่ในรูปต่อเนื่องทั้งสิ้น ซึ่งเมื่อต้องการนำไปประยุกต์ใช้งานจริงจะต้องทำให้อยู่ในรูปของดิสมคริตก่อนเนื่องจากตัวควบคุมจะรับและส่งสัญญาณในรูปดิสมคริต ดังนั้นสมการ (5.27) , (5.30) , (5.32) , (5.49) และ (5.51) จะเปลี่ยนรูปไปดังนี้

$$rate1(k) = k_{11}(C_A^{sp} - C_A(k)) + k_{12} \sum_0^k (C_A^{sp} - C_A(k)) \Delta t \quad (5.52)$$

ถ้า $k_1 e^{\frac{E_1}{RT^{sp}(k-1)}} C_A(k) \geq k_{-1} e^{\frac{E_{-1}}{RT^{sp}(k-1)}} (C_{Ain} - C_A(k))$ จะได้

$$T^{sp}(k) = -\frac{E}{R} / \ln \left(\frac{rate1(k) - \frac{1}{\tau} (C_{Ain} - C_A(k)) - k_{-1} e^{\frac{E_{-1}}{RT^{sp}(k-1)}} (C_{Ain} - C_A(k))}{(-k_1) C_A(k)} \right) \quad (5.53)$$

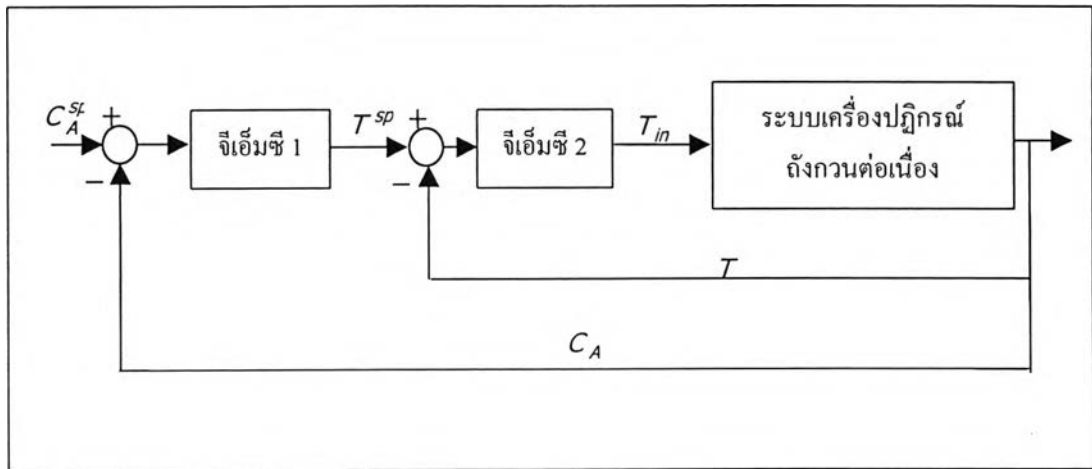
หรือ ถ้า $k_1 e^{\frac{E_1}{RT^{sp}(k-1)}} C_A(k) \leq k_{-1} e^{\frac{E_{-1}}{RT^{sp}(k-1)}} (C_{Ain} - C_A(k))$ จะได้

$$T^{sp}(k) = -\frac{E}{R} / \ln \left(\frac{rate1(k) - \frac{1}{\tau} (C_{Ain} - C_A(k)) + k_1 e^{\frac{E_1}{RT^{sp}(k-1)}} C_A(k)}{k_{-1} (C_{Ain} - C_A(k))} \right) \quad (5.54)$$

$$rate2(k) = k_{21}(T^{sp}(k) - T(k)) + k_{22} \sum_0^k (T^{sp}(k) - T(k)) \Delta t \quad (5.55)$$

$$T_{in}(k) = \tau rate2(k) + T(k) + \frac{\tau \Delta H}{\rho C_p} \left(k_1 e^{\frac{E_1}{RT(k)}} C_A(k) - k_{-1} e^{\frac{E_{-1}}{RT(k)}} (C_{Ain} - C_A(k)) \right) \quad (5.56)$$

ดังนั้นจะได้ลักษณะการควบคุมความเข้มข้นโดยใช้จีสเอ็มซีที่มีอุณหภูมิของสารในเครื่องปฏิกรณ์เป็นตัวแปรควบคุมภายในดังในรูปที่ 5.2



รูปที่ 5.2 ภาพแสดงการควบคุมความเข้มข้นด้วยจีสเอ็มซีที่ใช้อุณหภูมิในเครื่องปฏิกรณ์เป็นตัวแปรควบคุมภายใน

5.4 การใช้จีสแอลซีควบคุมความเข้มข้น

จากแบบจำลองของระบบในสมการที่ (5.6) และ (5.7)

$$\frac{dC_A}{dt} = \frac{1}{\tau} (C_{Ain} - C_A) - k_1 e^{-\frac{E_1}{RT}} C_A + k_{-1} e^{-\frac{E_{-1}}{RT}} (C_{Ain} - C_A) \quad (5.6)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{\tau} (T_{in} - T) + \frac{-\Delta H(k_1 e^{-\frac{E_1}{RT}} C_A - k_{-1} e^{-\frac{E_{-1}}{RT}} (C_{Ain} - C_A))}{\rho C_p} \quad (5.7)$$

พิจารณาระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นโดยทั่วไปที่มีตัวแปรสแตท 2 ตัวในสมการที่ (4.22), (4.23) และ (4.24)

$$\frac{dx_1}{dt} = f_1(x) + g_1(x)u \quad (4.21)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = f_2(x) + g_2(x)u \quad (4.22)$$

$$y = h(x) \quad (4.23)$$

โดยกำหนดตัวแปรควบคุมคือ C_A ซึ่งมี T_{in} เป็นตัวแปรปรับ
เทียบระบบในสมการที่ (5.6) และ (5.7) กับระบบในสมการที่ (4.22), (4.23) และ (4.24) จะได้

$$x_1 = C_A$$

$$x_2 = T$$

$$u = T_{in}$$

$$y = x_1 = C_A$$

$$f_1(x) = \frac{1}{\tau}(C_{Ain} - C_A) - k_1 e^{-\frac{E_1}{RT}} C_A + k_{-1} e^{-\frac{E_{-1}}{RT}} (C_{Ain} - C_A)$$

$$g_1(x) = 0$$

$$f_2(x) = -\frac{T}{\tau} + \frac{-\Delta H(k_1 e^{-\frac{E_1}{RT}} C_A - k_{-1} e^{-\frac{E_{-1}}{RT}} (C_{Ain} - C_A))}{\rho C_p}$$

$$g_2(x) = \frac{1}{\tau}$$

จะได้สมการการควบคุมของจีแอลซีดังนี้

$$T_{in} = \frac{v - (\beta_2 L_r^2 h(x) + \beta_1 L_r h(x) + \beta_0 h(x))}{\beta_2 L_g L_r h(x)} \quad (5.57)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} L_r h(x) &= f_1(x) \frac{\partial h(x)}{\partial x_1} + f_2(x) \frac{\partial h(x)}{\partial x_2} \\ &= \frac{1}{\tau}(C_{Ain} - C_A) - k_1 e^{-\frac{E_1}{RT}} C_A + k_{-1} e^{-\frac{E_{-1}}{RT}} (C_{Ain} - C_A) \end{aligned} \quad (5.58)$$

$$\begin{aligned}
L_f^2 h(x) &= f_1(x) \frac{\partial L_f h(x)}{\partial x_1} + f_2(x) \frac{\partial L_f h(x)}{\partial x_2} \\
&= \left(-\frac{1}{\tau} - k_1 e^{-\frac{E_1}{RT}} - k_{-1} e^{-\frac{E_{-1}}{RT}} \right) \left(\frac{1}{\tau} (C_{Ain} - C_A) - k_1 e^{-\frac{E_1}{RT}} C_A + k_{-1} e^{-\frac{E_{-1}}{RT}} (C_{Ain} - C_A) \right) \\
&\quad + \left[-k_1 C_A \frac{E_1}{RT^2} e^{-\frac{E_1}{RT}} + k_{-1} (C_{Ain} - C_A) \frac{E_{-1}}{RT^2} e^{-\frac{E_{-1}}{RT}} \right] \\
&\quad \times \left[-\frac{T}{\tau} + \frac{-\Delta H (k_1 e^{-\frac{E_1}{RT}} C_A - k_{-1} e^{-\frac{E_{-1}}{RT}} (C_{Ain} - C_A))}{\rho C_p} \right]
\end{aligned} \tag{5.59}$$

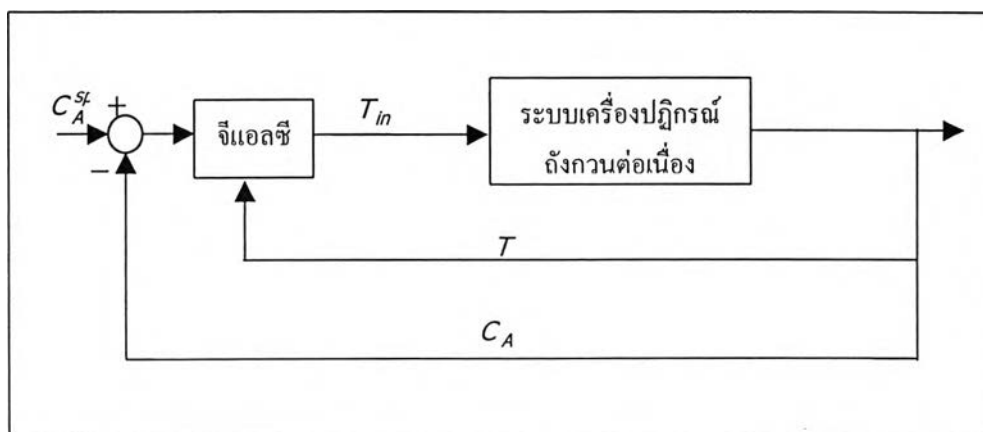
$$\begin{aligned}
L_g L_f h(x) &= g_1(x) \frac{\partial L_f h(x)}{\partial x_1} + g_2(x) \frac{\partial L_f h(x)}{\partial x_2} \\
&= \left(\frac{1}{\tau} (C_{Ain} - C_A) - k_1 e^{-\frac{E_1}{RT}} C_A + k_{-1} e^{-\frac{E_{-1}}{RT}} (C_{Ain} - C_A) \right) \left(\frac{1}{\tau} \right)
\end{aligned} \tag{5.60}$$

และ

$$v = C_A^{sp} + k_c \left[(C_A^{sp} - C_A) + \frac{1}{\tau_I} \int_0^t (C_A^{sp} - C_A) dt \right] \tag{5.61}$$

มี β_2 , β_1 , β_0 , k_c และ τ_I เป็นพารามิเตอร์ที่ใช้ในการจูนตัวควบคุม

อย่างไรก็ตามตัวควบคุมจะรับและส่งสัญญาณในรูปดิสคริตเท่านั้น ดังนั้นเมื่อต้องการประยุกต์ใช้จีแอลซีจึงต้องทำให้สมการที่ (5.57), (5.58), (5.59), (5.60) และ (5.61) อยู่ในรูปดิสคริตก่อนเช่นเดียวกับจีเอ็มซี จะได้รูปการควบคุมความเข้มข้นด้วยตัวควบคุมจีแอลซีดังแสดงในรูปที่ 5.3 นี้



รูปที่ 5.3 ภาพแสดงการควบคุมความเข้มข้นด้วยจีแอลซี

5.5 การทดสอบสมรรถนะในการควบคุมความเข้มข้นของจีเอ็มซีที่ใช้วิธีควบคุมตัวแปรควบคุมภายในกับตัวควบคุมจีแอลซีและพีไอ

จีเอ็มซีที่ใช้วิธีควบคุมตัวแปรควบคุมภายในนี้เมื่อนำมาใช้ควบคุมความเข้มข้นของสาร A ในเครื่องปฏิกรณ์ถึงกวนต่อเนื่องจะทำให้เกิดลูปการควบคุมสองลูป จึงทำการทดสอบสมรรถนะตัวควบคุมจีเอ็มซีในสองกรณี โดยกรณีแรกจะใช้จีเอ็มซีทั้งสองลูปการควบคุม ส่วนกรณีที่สองจะใช้ตัวควบคุมพีไอในลูปนอกและใช้จีเอ็มซีในลูปใน ดังนั้นเทคนิคในการควบคุมที่นำมาทดสอบสมรรถนะในการควบคุมความเข้มข้นจึงประกอบไปด้วยจีเอ็มซีที่ใช้การควบคุมตัวแปรควบคุมภายในซึ่งใช้จีเอ็มซีทั้งสองลูปการควบคุม(จีเอ็มซี), จีแอลซี, จีเอ็มซีที่ใช้การควบคุมตัวแปรควบคุมภายในซึ่งใช้จีเอ็มซีในลูปในของการควบคุมแต่ใช้ตัวควบคุมพีไอที่ลูปนอก(พีไอร่วมกับจีเอ็มซี) และตัวควบคุมพีไอ

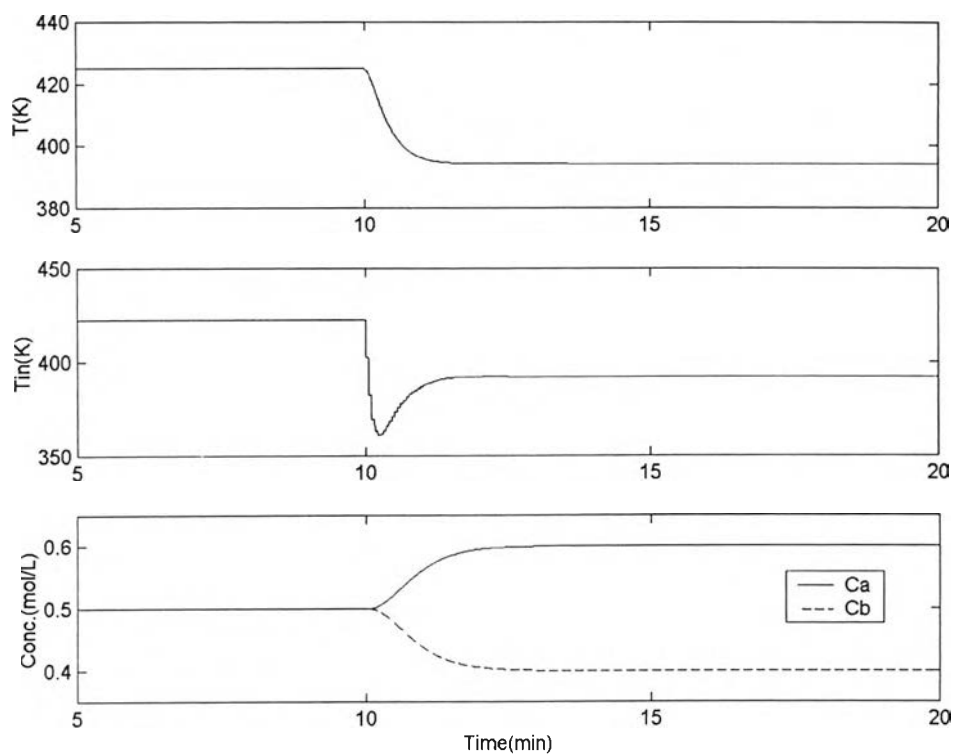
ในการทดสอบจะเริ่มด้วยการนำตัวควบคุมที่ปรับจูนไว้แล้วมาทำการควบคุมความเข้มข้นของสาร A (C_A) โดยค่าเป้าหมายของความเข้มข้นของสาร A (C_A^{sp}) คือ 0.5 โมล/ลิตร จากนั้นเมื่อถึงนาที่ที่ 10 จึงทำการเปลี่ยนค่าเป้าหมายของความเข้มข้นเป็น 0.6 โมล/ลิตร สังเกตผลการควบคุมในรูปของค่าไอเอไอจากเทคนิคการควบคุมทั้งสิ้น จากนั้นทำการปรับจูนค่าพารามิเตอร์ในการควบคุมใหม่เพื่อให้ได้ผลการควบคุมในรูปของค่าไอเอไอที่ใกล้เคียงกันมากที่สุด

ตารางที่ 5.2 ตารางแสดงค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการจูนตัวควบคุม

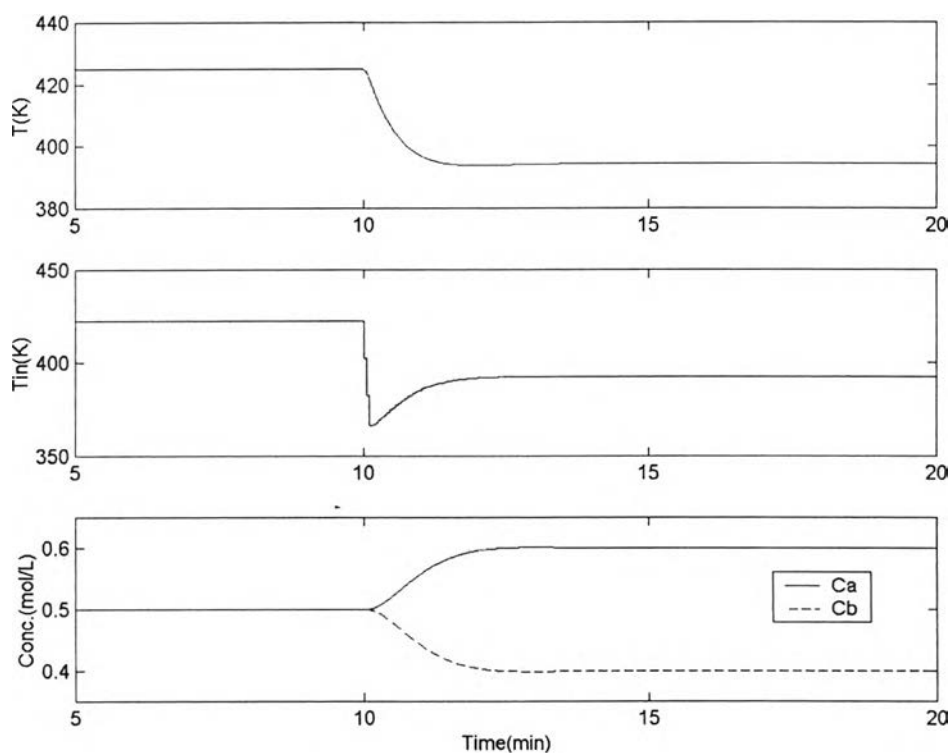
ตัวควบคุม	ค่าพารามิเตอร์ในการจูนตัวควบคุม
พีเอ็มซี	$k_{11} = 1.18, k_{12} = 0.01, k_{21} = 5, k_{22} = 12.7$
พีแอลซี	$\beta_2 = -2.25, \beta_1 = -6.69, \beta_0 = 1, k_c = -8.37, \tau_I = 1000$
พีไอ/พีเอ็มซี	$k_c = -61.1, \tau_I = 0.2, k_{21} = 6, k_{22} = 15$
พีไอ	$k_c = -455, \tau_I = 1.5$

ซึ่งเมื่อทำการปรับจูนค่าพารามิเตอร์ของแต่ละเทคนิคการควบคุมใหม่แล้วสามารถทำให้ผลการควบคุมความเข้มข้นในรูปของค่าไอเออีมีค่าใกล้เคียงกันมากที่ค่าไอเออีเท่ากับ 0.1 ในกรณีที่มีการเปลี่ยนค่าเป้าหมายความเข้มข้น

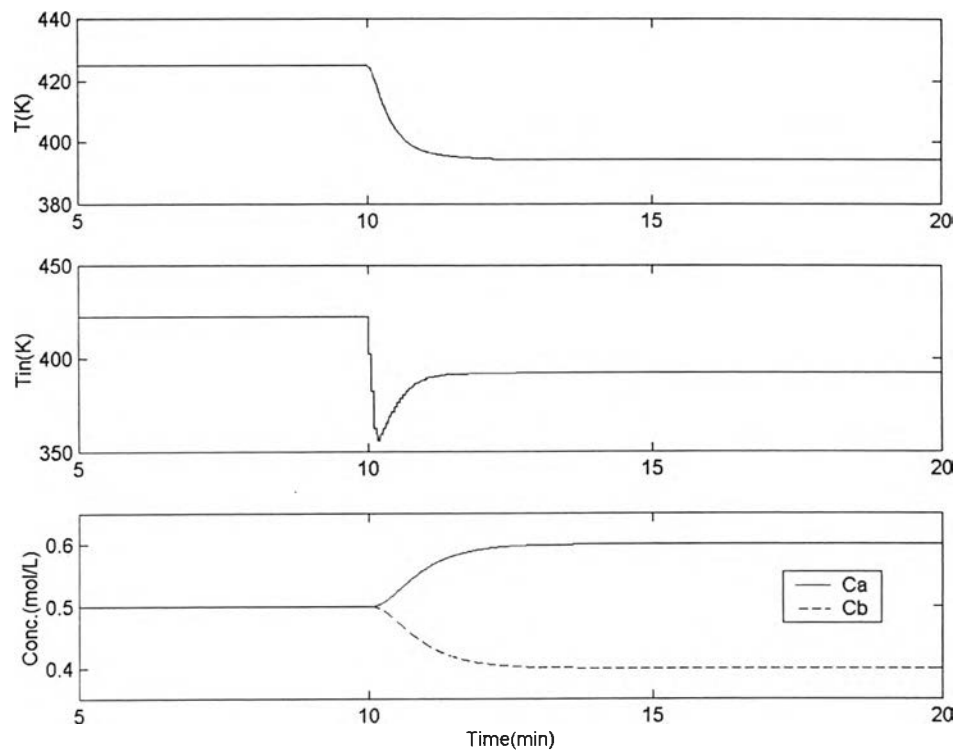
รูปแสดงผลการควบคุมความเข้มข้นเมื่อมีการเปลี่ยนค่าเป้าหมายของความเข้มข้นแสดงไว้ในรูปที่ (5.4), (5.5), (5.6) และ (5.7)



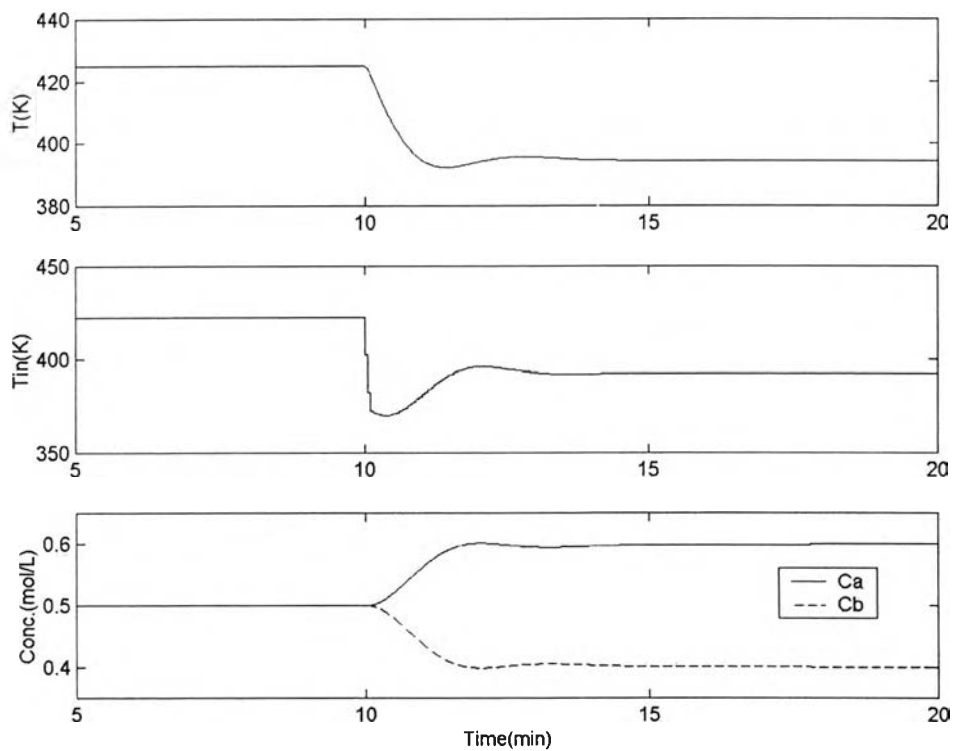
รูปที่ 5.4 แสดงผลการควบคุมความเข้มข้นด้วยจีเอ็มซีเมื่อมีการเปลี่ยนค่าเป้าหมายของความเข้มข้น



รูปที่ 5.5 แสดงผลการควบคุมความเข้มข้นด้วยจีแอลซีเมื่อมีการเปลี่ยนค่าเป้าหมายของความเข้มข้น



รูปที่ 5.6 แสดงผลการควบคุมความเข้มข้นด้วยพีไอ/จีสเอ็มซีเมื่อมีการเปลี่ยนค่าเป้าหมายของความเข้มข้น



รูปที่ 5.7 แสดงผลการควบคุมความเข้มข้นด้วยพีไอเมื่อมีการเปลี่ยนค่าเป้าหมายของความเข้มข้น

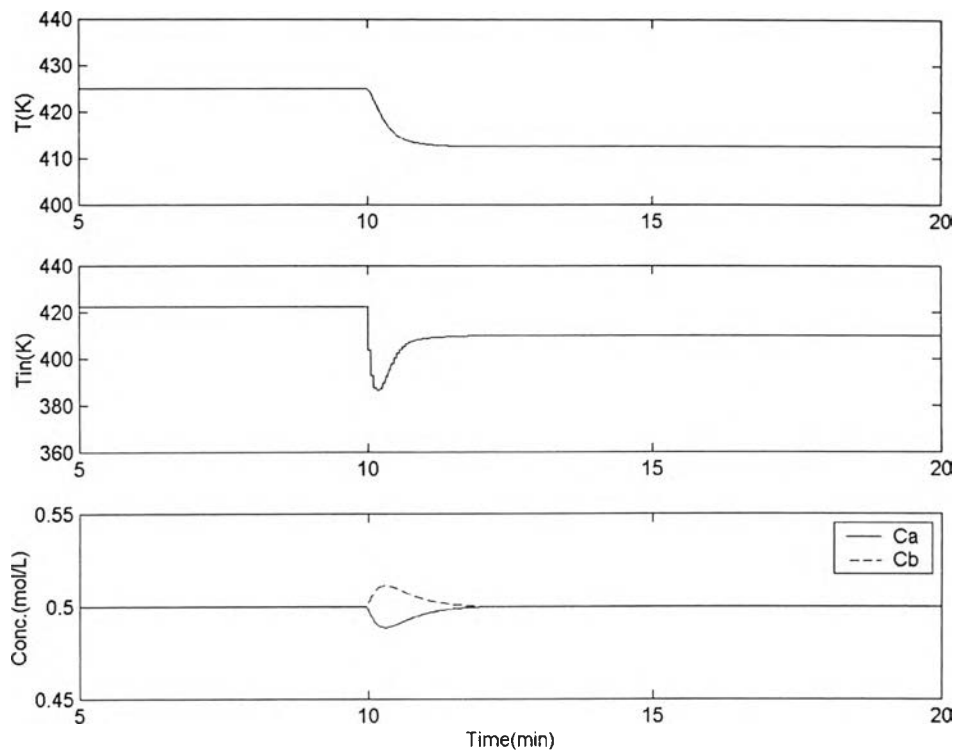
เมื่อจูนตัวควบคุมได้จนเป็นที่น่าพอใจแล้ว ขั้นตอนต่อไปเป็นการนำเทคนิคการควบคุมทั้งสี่แบบไปทดสอบสมรรถนะในการควบคุม โดยในการทดสอบสมรรถนะนี้เป็นการทดสอบผลการควบคุมในกรณีที่มี τ เป็นตัวแปรระบบ เนื่องจาก $\tau = \frac{V}{Q_{in}}$ ดังนั้นค่าของ τ จึงขึ้นอยู่กับค่าของ Q_{in} ซึ่งเมื่อพิจารณาเครื่องปฏิกรณ์ดังกล่าวต่อเนื่องที่แสดงในรูปที่ 5.1 จะพบว่าสารตั้งต้นถูกให้ความร้อนเบื้องต้นก่อนเข้าเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน โดยสาเหตุที่สารตั้งต้นถูกให้ความร้อนในเบื้องต้นก่อนก็เพื่อเป็นการประหยัดพลังงานเชื้อเพลิงที่ต้องให้กับเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนที่ปรากฏในรูป 5.1 ซึ่งความร้อนที่ให้กับสารตั้งต้นก่อนนี้สามารถได้มาจากสายร้อนที่ออกจากอุปกรณ์อื่นได้ อย่างไรก็ตามการไหลของสารตั้งต้นนั้นไม่มีวาล์วควบคุมไว้จึงเป็นเหตุให้อัตราการไหลมีความคลาดเคลื่อนได้ ด้วยเหตุนี้เองจึงทำการศึกษาผลการควบคุมความเข้มข้นในกรณีที่มี τ เป็นตัวแปรระบบ

ในการทดสอบการควบคุมความเข้มข้นในกรณีที่มี τ เป็นตัวแปรระบบนี้จะเริ่มจากการให้ตัวควบคุมทำการควบคุมค่าความเข้มข้นให้อยู่ที่ค่าเป้าหมายคือ $C_A^{sp} = 0.5$ โมล/ลิตร เมื่อถึงเวลาที่ 10 ทำการเพิ่มค่า τ ขึ้น 20 เปอร์เซ็นต์แบบสเต็ป (Step) แล้วจึงตรวจสอบผลการควบคุมในรูปของค่าไอเออี ซึ่งผลการจำลองการควบคุมความเข้มข้นในกรณีที่มีตัวแปรระบบนี้แสดงไว้ในตารางที่ 5.3

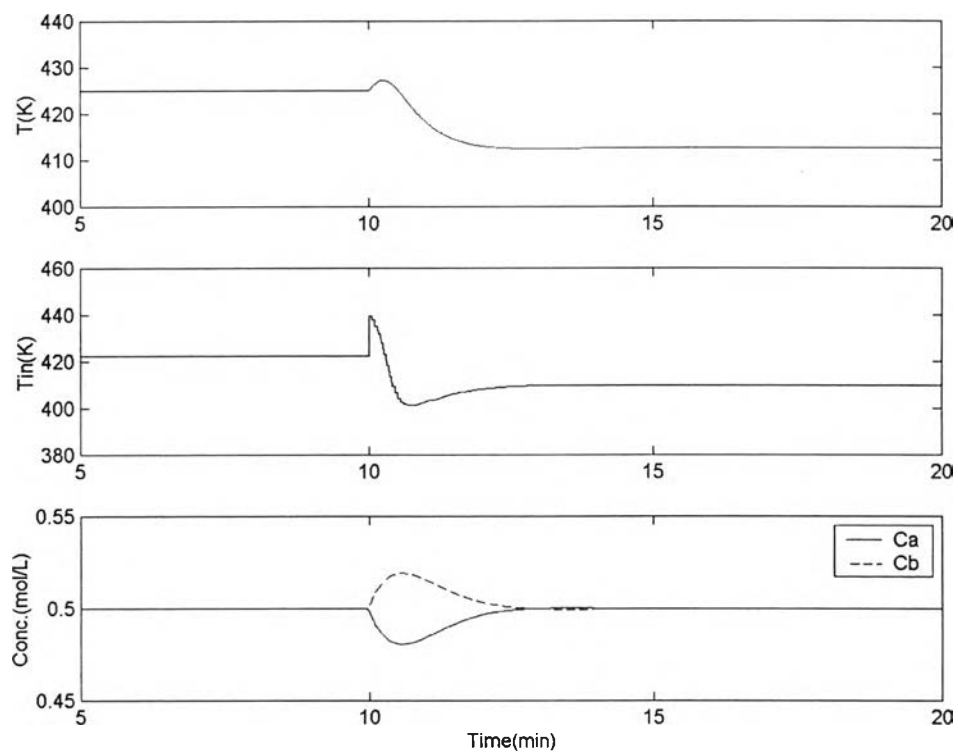
ตารางที่ 5.3 ตารางแสดงสมรรถนะของตัวควบคุมเมื่อมีตัวแปรระบบ

ตัวแปรระบบ	ตัวควบคุม	ค่าไอเออี
ค่า τ เพิ่มขึ้น 20%	จีเอ็มซี	0.0102
	จีแอลซี	0.0262
	พีไอ/จีเอ็มซี	0.0404
	พีไอ	0.0405

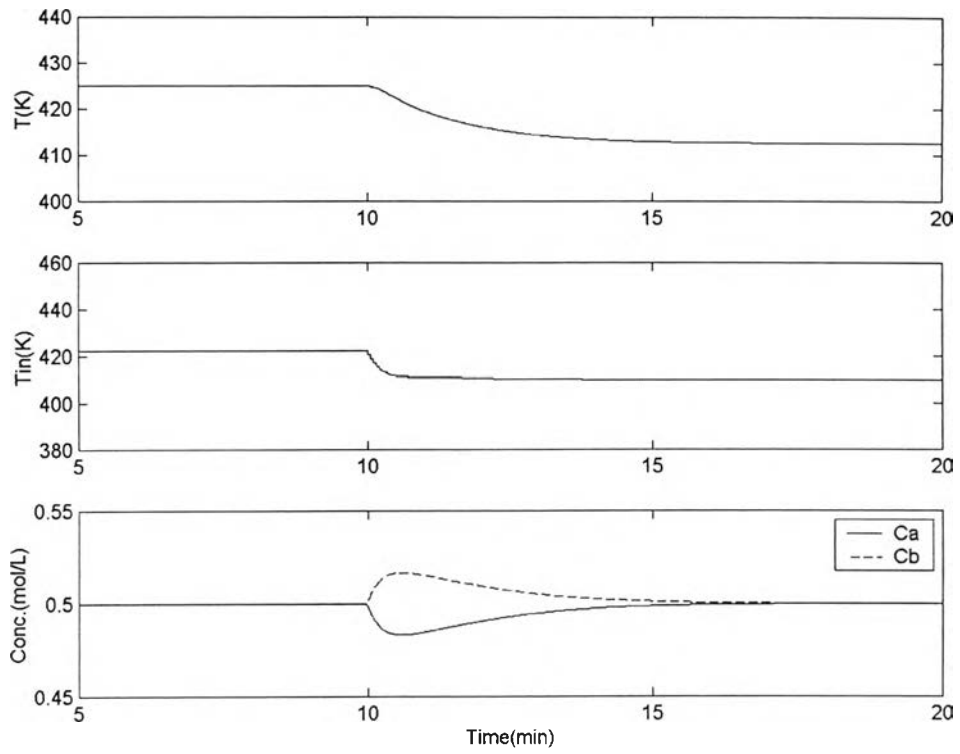
จากตารางที่ 5.3 พบว่าจีเอ็มซีให้ผลการควบคุมได้ดีที่สุดโดยสังเกตได้จากค่าไอเออีที่น้อยที่สุดคือไอเออีเท่ากับ 0.0102 รองมาคือจีแอลซีให้ค่าไอเออีเท่ากับ 0.0262 ส่วนตัวควบคุมพีไอร่วมกับจีเอ็มซีและตัวควบคุมพีไออย่างเดียวนั้นให้ค่าไอเออีที่ใกล้เคียงกันคือ 0.0404 และ 0.0405 ตามลำดับ โดยรูปแสดงผลการควบคุมความเข้มข้นเมื่อมีตัวแปรระบบนี้แสดงไว้ในรูปที่ (5.8), (5.9) (5.10) และ (5.11) จะสังเกตได้ว่าจีเอ็มซีและจีแอลซีซึ่งต่างก็เป็นตัวควบคุมแบบไม่เชิงเส้น เมื่อนำ



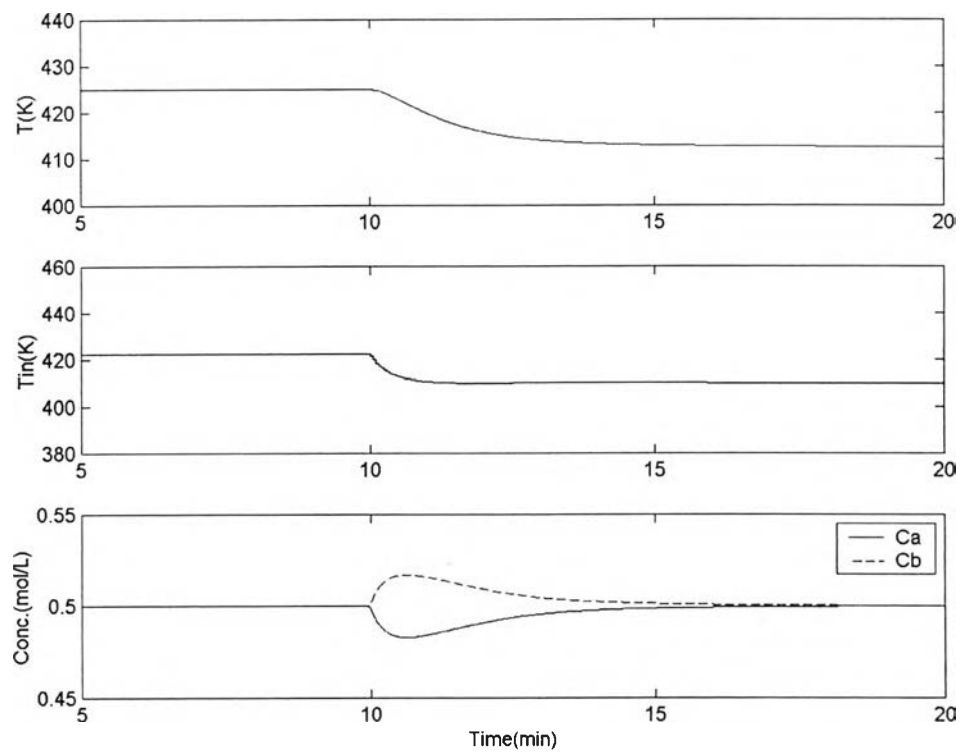
รูปที่ 5.8 แสดงผลการควบคุมความเข้มข้นด้วยจีเอ็มซีเมื่อมี τ เป็นตัวแปรรบกวน



รูปที่ 5.9 แสดงผลการควบคุมความเข้มข้นด้วยจีแอลซีเมื่อมี τ เป็นตัวแปรรบกวน



รูปที่ 5.10 แสดงผลการควบคุมความเข้มข้นด้วยพีไอ/จีสเอ็มซีเมื่อมี τ เป็นตัวแปรรบกวน



รูปที่ 5.11 แสดงผลการควบคุมความเข้มข้นด้วยพีไอเมื่อมี τ เป็นตัวแปรรบกวน

มาใช้ควบคุมระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นอย่างการควบคุมความเข้มข้นของเครื่องปฏิกรณ์ดังกล่าว ต่อเนื่องนี้จะให้ผลการควบคุมได้ดีกว่าตัวควบคุมเชิงเส้นแบบพีไอ แม้ในกรณีของการใช้จีเอ็มซีร่วมกับตัวควบคุมแบบพีไอนั้น พบว่าให้ผลการควบคุมได้ไม่ดีเท่ากับการใช้จีเอ็มซีในทั้งสองรูปการควบคุม โดยเหตุที่เป็นเช่นนี้มาจากขั้นตอนการคำนวณค่าเป้าหมายให้กับตัวแปรควบคุมภายใน (T^{sp}) ด้วยตัวควบคุมพีไอในรูปนอกของการควบคุมนั้นทำได้ไม่ดีเท่ากับการใช้ตัวควบคุมแบบไม่เชิงเส้นเช่นจีเอ็มซีนั่นเอง นอกจากนี้ความไม่เป็นเชิงเส้นแล้วความสัมพันธ์ที่ติระหว่างตัวแปรควบคุม, ตัวแปรควบคุมภายในและตัวแปรปรับที่มีอยู่ในตัวควบคุมที่อาศัยแบบจำลองของจีเอ็มซีและจีแอลซีก็เป็นส่วนสำคัญที่ทำให้ตัวควบคุมทั้งสองมีสมรรถนะในการควบคุมที่ดี ส่วนในกรณีของจีเอ็มซีที่ใช้วิธีการควบคุมตัวแปรควบคุมภายในให้อยู่ในค่าที่เหมาะสมนั้นพบว่าให้ผลการควบคุมที่ดีกว่าจีแอลซี ด้วยเหตุที่ตัวแปรควบคุมภายใน (T) กับตัวแปรควบคุม (C_A) นั้นมีความสัมพันธ์กัน โดยตรงมากกว่าตัวแปรควบคุม (C_A) กับตัวแปรปรับ (T_m) นั้นเอง

5.6 การทดสอบผลการควบคุมความเข้มข้นเมื่อมีความคลาดเคลื่อนระหว่างกระบวนการจริงกับแบบจำลอง

เนื่องจากทั้งจีเอ็มซีและจีแอลซีต่างก็เป็นตัวควบคุมที่อาศัยแบบจำลอง ดังนั้นในการคำนวณค่าการควบคุมจะมีความถูกต้องและให้สมรรถนะในการควบคุมที่ดีมากเมื่อแบบจำลองที่ใช้สามารถแทนกระบวนการจริงได้อย่างสมบูรณ์แบบ อย่างไรก็ตามโอกาสที่แบบจำลองนั้นจะมีความถูกต้องเหมือนกับกระบวนการจริงทุกประการนั้นมีน้อยมากเนื่องจากความซับซ้อนของกระบวนการ นอกจากนี้แล้วเมื่อกระบวนการดำเนินการไปได้ระยะเวลาหนึ่งแล้วค่าสมบัติบางอย่างอาจมีการเปลี่ยนแปลงไปได้ทำให้ค่าพารามิเตอร์ที่กำหนดไว้ในแบบจำลองคลาดเคลื่อนไปจากค่าที่แท้จริงได้ ซึ่งการเปลี่ยนแปลงของค่าสมบัติในแบบจำลองนี้อาจมีผลต่อเสถียรภาพของระบบได้ ดังนั้นจึงทำการทดสอบผลการควบคุมในกรณีที่ค่าสมบัติบางตัวในกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงไป

ค่าคงที่ของอัตราการเกิดปฏิกิริยาไปข้างหน้า (k_1), ค่าคงที่ของอัตราการเกิดปฏิกิริยาไปข้างหลัง (k_{-1}) และค่าความร้อนจากปฏิกิริยา (ΔH) คือค่าพารามิเตอร์ 3 ตัวในแบบจำลองกระบวนการที่จะกำหนดให้มีความเปลี่ยนแปลงไปจากค่าที่ใช้ในสมการการควบคุม ซึ่งในการทดสอบนี้จะแบ่งเป็น 3 กรณีด้วยกันคือ

- เมื่อ ΔH มีค่าเพิ่มขึ้น 20 %
- เมื่อ k_1 และ k_{-1} มีค่าเพิ่มขึ้น 20 %
- เมื่อ ΔH , k_1 และ k_{-1} มีค่าเพิ่มขึ้น 20 %

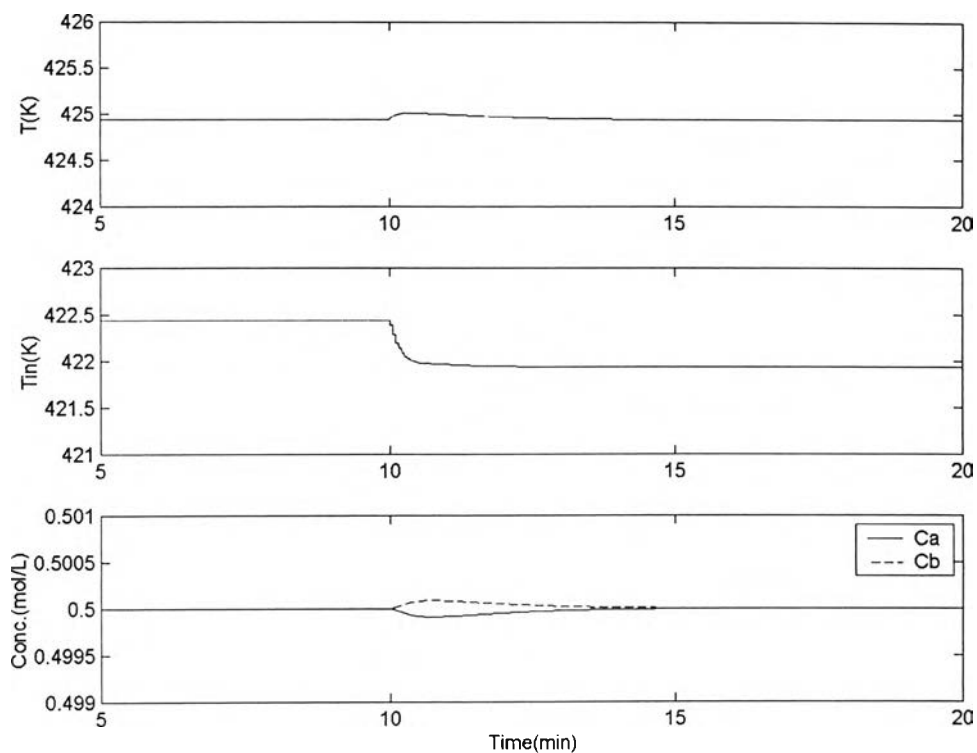
ซึ่งผลการจำลองการควบคุมในกรณีที่ค่าพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงไปแสดงไว้ในตารางที่ 5.4 ดังนี้

ตารางที่ 5.4 แสดงผลการควบคุมความเข้มข้นเมื่อมีความคลาดเคลื่อนของค่าพารามิเตอร์ในแบบจำลองกับกระบวนการจริง

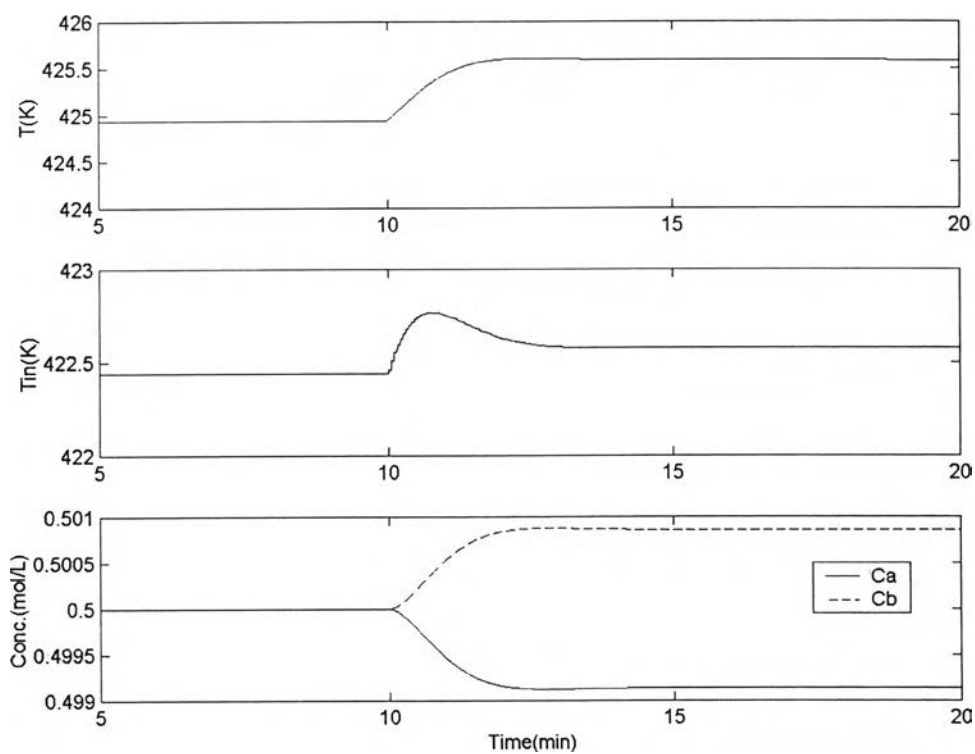
ค่าพารามิเตอร์ที่มีความคลาดเคลื่อน	ผลการควบคุมความเข้มข้นในรูปค่าไอเออี			
	จีเอ็มซี	จีแอลซี	พีไอ/จีเอ็มซี	พีไอ
ΔH เพิ่ม 20 %	0.0002	0.0078	0.00007	0.0016
k_1 และ k_{-1} เพิ่ม 20 %	0.1388	0.0327	0.0404	0.0403
ΔH , k_1 และ k_{-1} เพิ่ม 20 %	0.1389	0.0274	0.0404	0.042

ในกรณีแรกที่ทำให้ ΔH มีความคลาดเคลื่อนไปจากค่าที่ใช้ในสมการการควบคุมนั้น พบว่า จีเอ็มซีร่วมกับตัวควบคุมพีไอให้ผลการควบคุมความเข้มข้นได้ดีที่สุดโดยให้ค่าไอเออีที่น้อยที่สุด รองมาคือตัวควบคุมจีเอ็มซีและตัวควบคุมพีไอตามลำดับ ส่วนตัวควบคุมจีแอลซีนั้นให้ผลการควบคุมที่แย่สุดโดยไม่สามารถทำให้ค่าความเข้มข้นเข้าสู่ค่าที่ต้องการได้ ซึ่งรูปแสดงผลการควบคุมในกรณีนี้แสดงไว้ในรูปที่ (5.12), (5.13), (5.14) และ (5.15)

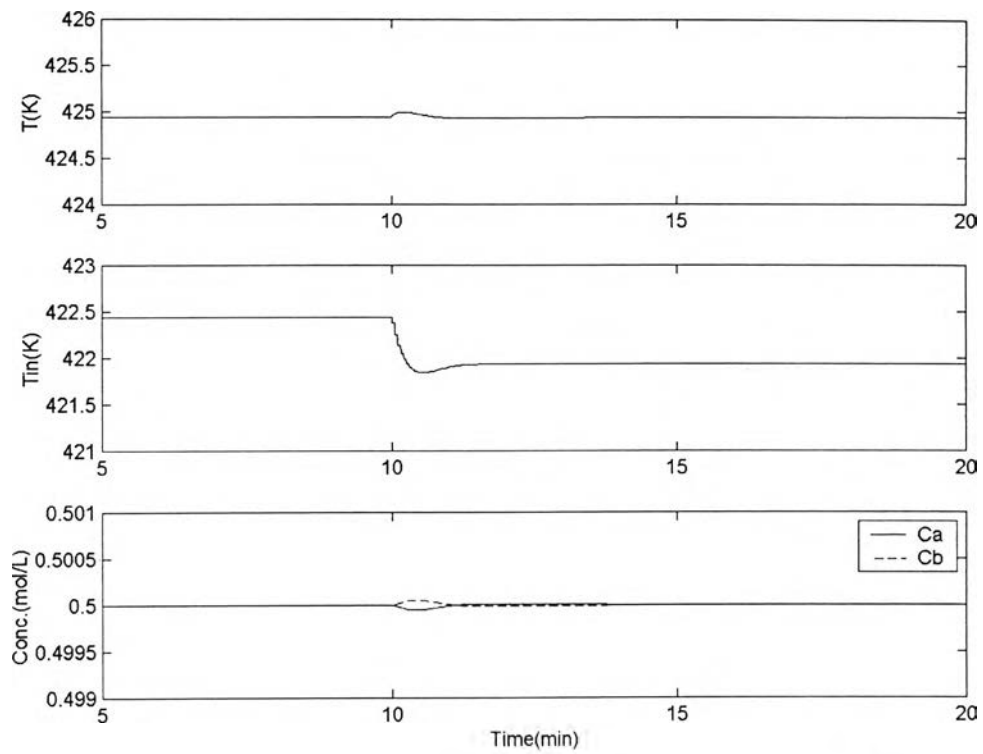
ในกรณีที่สองและสามซึ่งมีความคลาดเคลื่อนของค่าคงตัวของการเกิดปฏิกิริยา (k_1 และ k_{-1}) เข้ามาเกี่ยวข้องนั้นพบว่าให้ผลที่คล้ายกันโดยจีแอลซีให้ผลการควบคุมในรูปของค่าไอเออีที่น้อยที่สุดแต่ก็ไม่สามารถทำให้ค่าความเข้มข้นเข้าสู่ค่าที่ต้องการได้ ดังนั้นเมื่อพิจารณาในช่วงเวลาที่นานขึ้นไปอีกจะทำให้ได้ค่าไอเออีที่มากกว่าตัวควบคุมพีไอร่วมกับจีเอ็มซีและตัวควบคุมแบบพีไอ ส่วนจีเอ็มซีนั้นให้ผลการควบคุมที่แย่ที่สุดโดยให้ค่าไอเออีถึง 0.1388 และ 0.1389 ในกรณีที่สองและสามตามลำดับ สาเหตุที่ความคลาดเคลื่อนของ k_1 และ k_{-1} มีผลต่อการควบคุมของจีเอ็มซีมากกว่า ΔH ก็เนื่องมาจากค่า k_1 และ k_{-1} มีผลต่อการคำนวณค่าเป้าหมายของตัวแปรควบคุมภายในนั่นเอง ซึ่งรูปแสดงผลการควบคุมในกรณีที่สองและสามนี้แสดงไว้ในรูปที่ (5.16) ถึง (5.23)



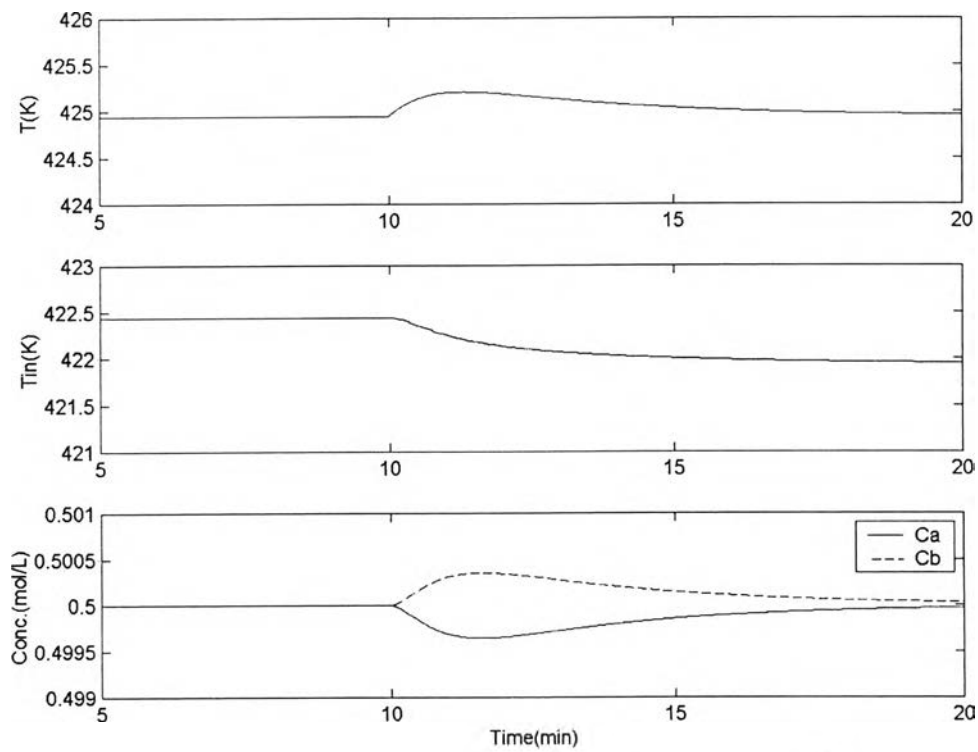
รูปที่ 5.12 แสดงผลการควบคุมความเข้มข้นด้วยจีเอ็มซีเมื่อ ΔH มีค่าเพิ่มขึ้น 20 เปอร์เซ็นต์



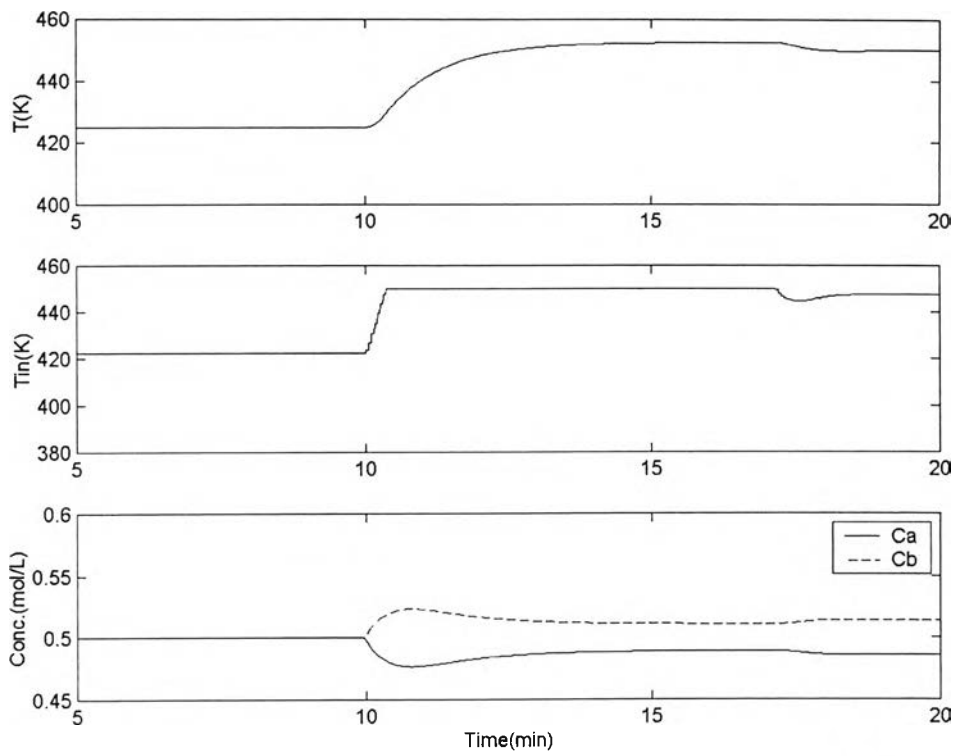
รูปที่ 5.13 แสดงผลการควบคุมความเข้มข้นด้วยจีแอลเมื่อ ΔH มีค่าเพิ่มขึ้น 20 เปอร์เซ็นต์



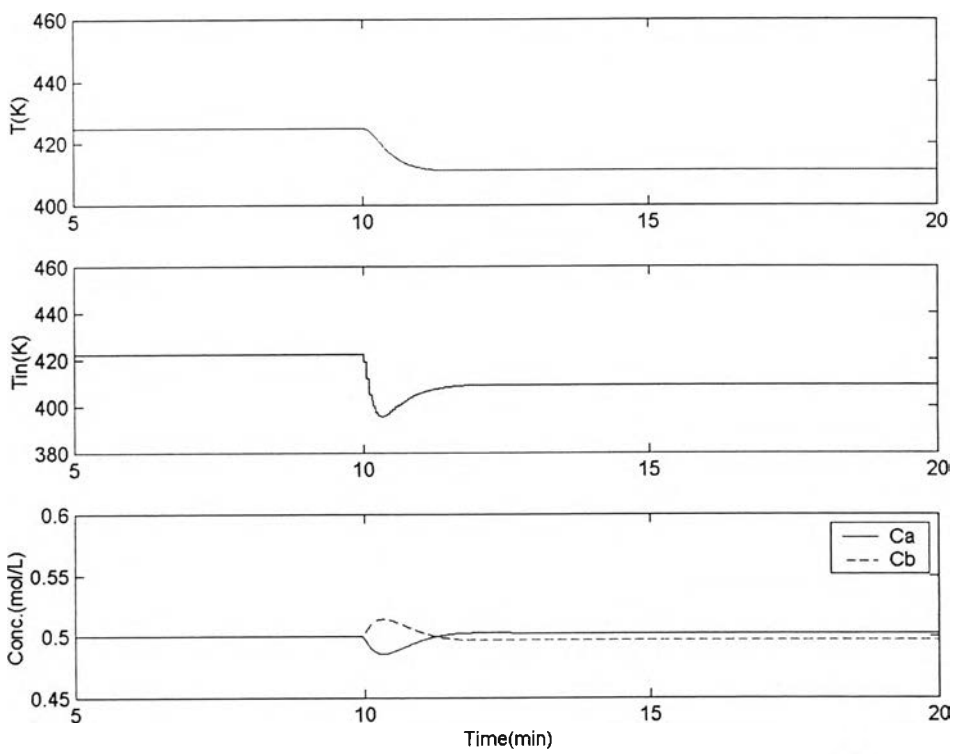
รูปที่ 5.14 แสดงผลการควบคุมความเข้มข้นด้วยพีไอ/จีสเอ็มซีเมื่อ ΔH มีค่าเพิ่มขึ้น 20 เปอร์เซ็นต์



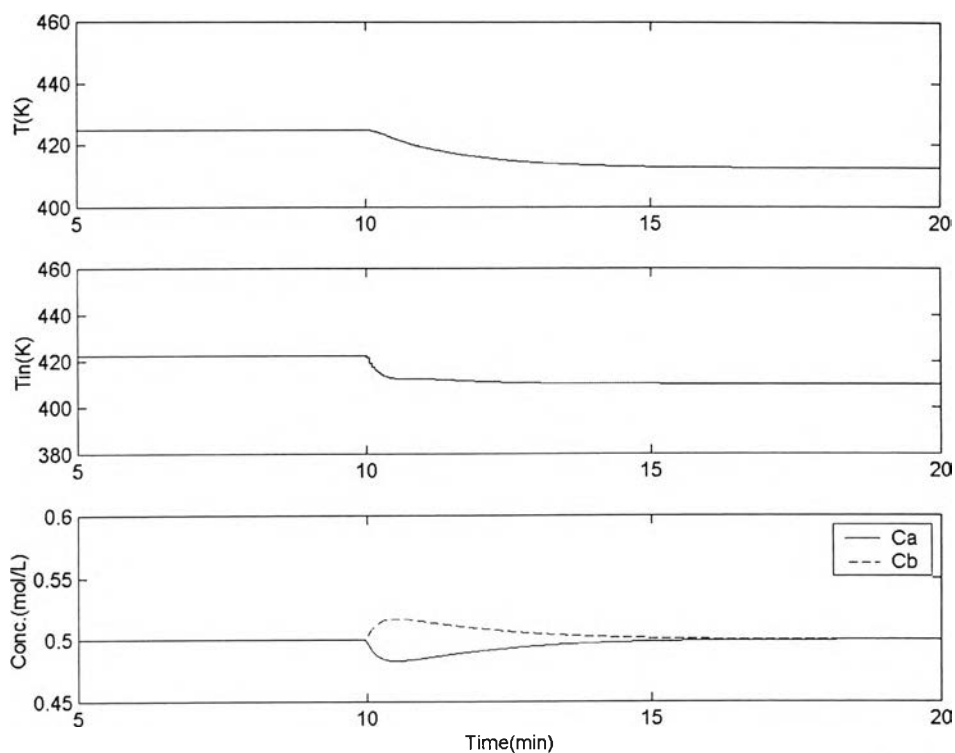
รูปที่ 5.15 แสดงผลการควบคุมความเข้มข้นด้วยพีไอเมื่อ ΔH มีค่าเพิ่มขึ้น 20 เปอร์เซ็นต์



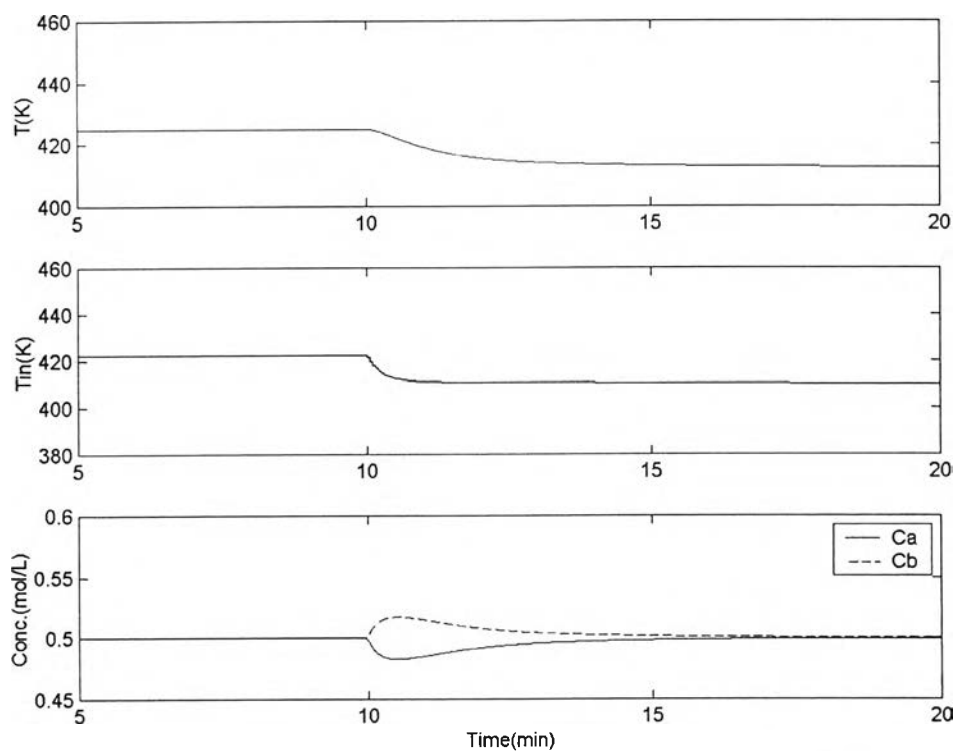
รูปที่ 5.16 แสดงผลการควบคุมความเข้มข้นด้วยจีเอ็มซีเมื่อ k_1 และ k_{-1} มีค่าเพิ่มขึ้น 20 เปอร์เซ็นต์



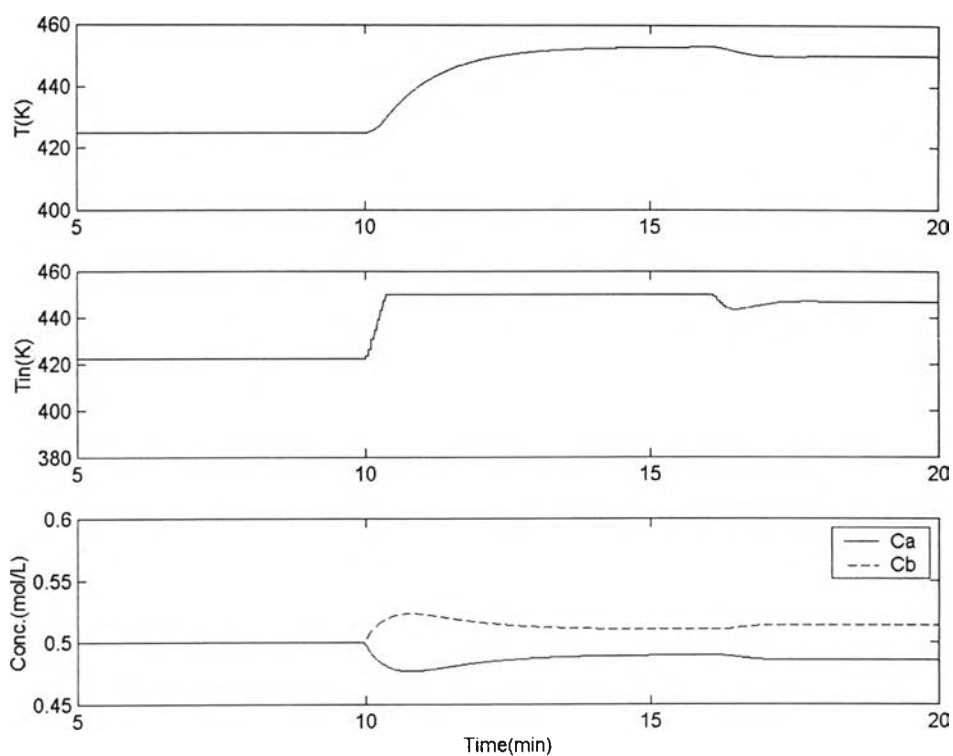
รูปที่ 5.17 แสดงผลการควบคุมความเข้มข้นด้วยจีแอลซีเมื่อ k_1 และ k_{-1} มีค่าเพิ่มขึ้น 20 เปอร์เซ็นต์



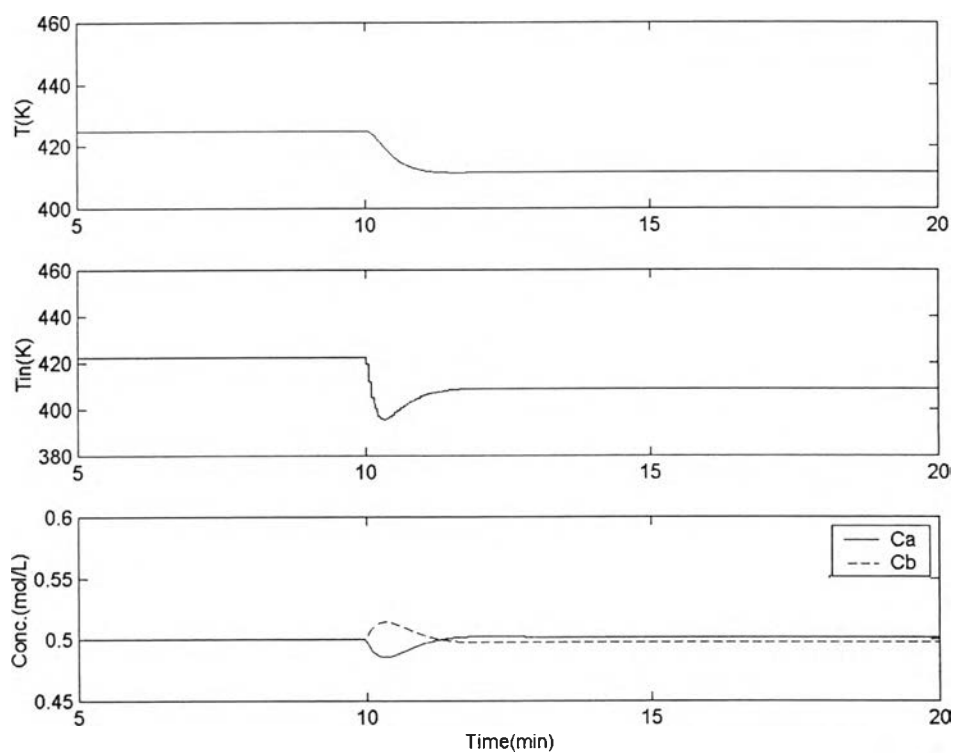
รูปที่ 5.18 แสดงผลการควบคุมความเข้มข้นด้วยพีไอ/จีเอ็มซีเมื่อ k_1 และ k_{-1} มีค่าเพิ่มขึ้น 20 เปอร์เซ็นต์



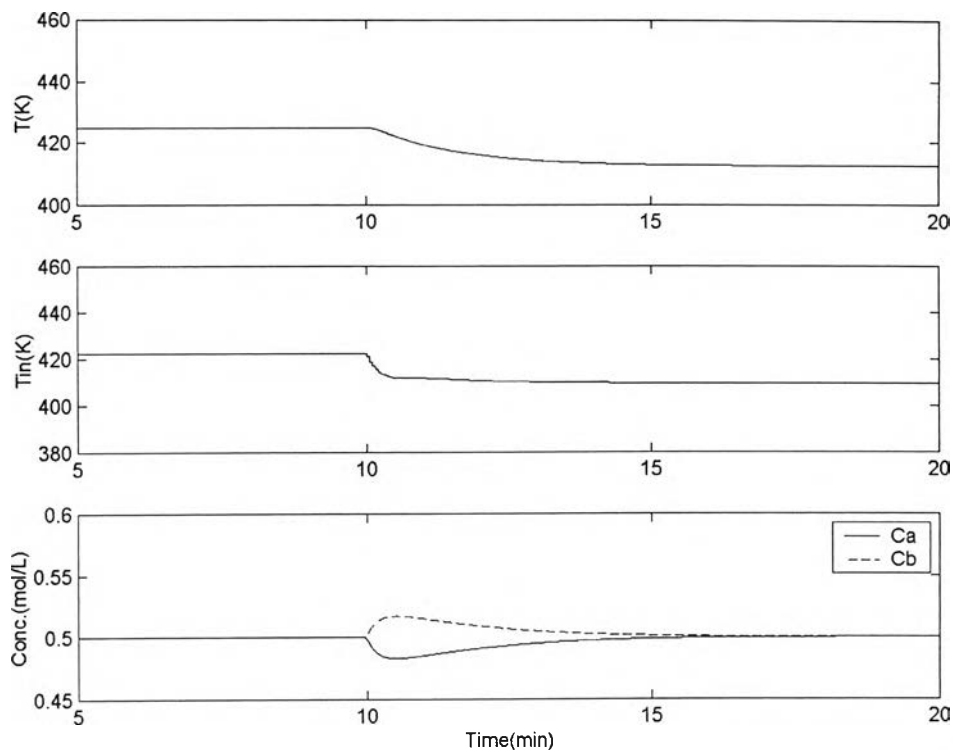
รูปที่ 5.19 แสดงผลการควบคุมความเข้มข้นด้วยพีไอเมื่อ k_1 และ k_{-1} มีค่าเพิ่มขึ้น 20 เปอร์เซ็นต์



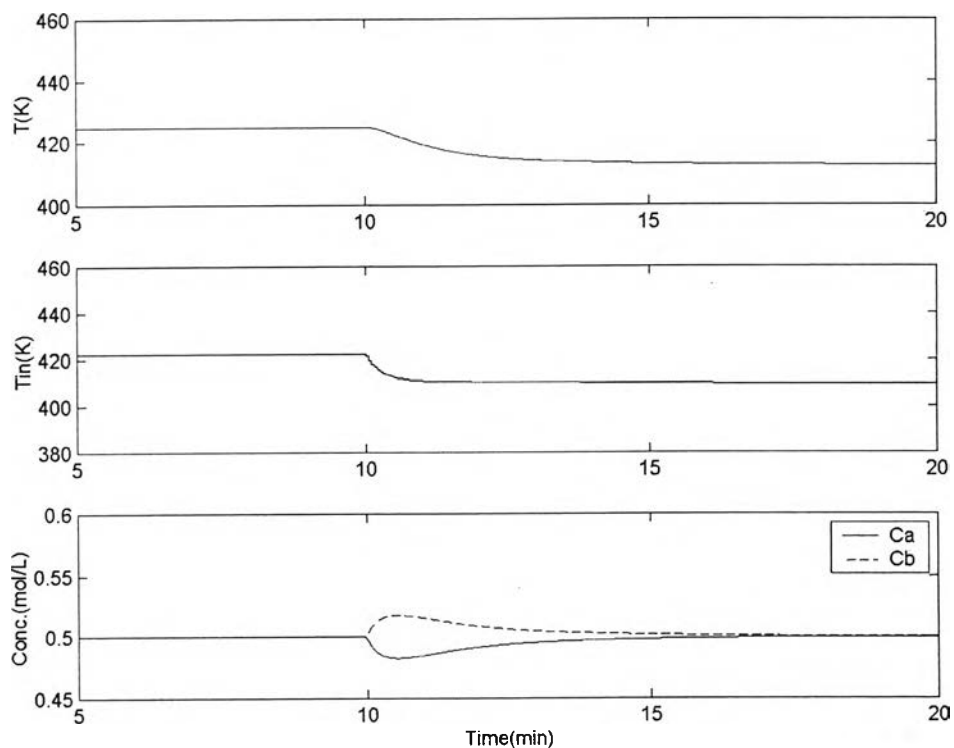
รูปที่ 5.20 แสดงผลการควบคุมความเข้มข้นด้วยจีเอ็มซีเมื่อ ΔH , k_1 และ k_{-1} มีค่าเพิ่มขึ้น 20 เปอร์เซ็นต์



รูปที่ 5.21 แสดงผลการควบคุมความเข้มข้นด้วยจีแอลซีเมื่อ ΔH , k_1 และ k_{-1} มีค่าเพิ่มขึ้น 20 เปอร์เซ็นต์



รูปที่ 5.22 แสดงผลการควบคุมความเข้มข้นด้วยพีไอ/จีเอ็มซี เมื่อ ΔH , k_1 และ k_{-1} มีค่าเพิ่มขึ้น 20 เปอร์เซ็นต์



รูปที่ 5.23 แสดงผลการควบคุมความเข้มข้นด้วยพีไอ เมื่อ ΔH , k_1 และ k_{-1} มีค่าเพิ่มขึ้น 20 เปอร์เซ็นต์

5.6.1 การทดสอบผลการควบคุมความเข้มข้นของอาร์จีเอ็มซีและจีเอ็มซีร่วมกับตัวกรองคาลมานในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนของแบบจำลองกับกระบวนการจริง

อาร์จีเอ็มซีและจีเอ็มซีร่วมกับตัวประมาณค่าพารามิเตอร์นั้นเป็นเทคนิคการควบคุมแบบจีเอ็มซีที่ให้สมรรถนะในการควบคุมที่ดีแม้ในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนของแบบจำลองกับกระบวนการจริง ดังนั้นเทคนิคดังกล่าวจึงถูกนำมาใช้ร่วมกับวิธีการควบคุมตัวแปรควบคุมภายในในการควบคุมความเข้มข้นของสาร A ในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนของแบบจำลองกับกระบวนการจริง ซึ่งในการทดสอบนี้จะทดสอบเฉพาะในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนของค่าคงที่ของการเกิดปฏิกิริยาเข้ามาเกี่ยวข้องเท่านั้น เพราะการศึกษาจีเอ็มซีเพื่อควบคุมความเข้มข้นในกรณีดังกล่าวให้ผลได้ไม่ดี โดยตัวประมาณค่าที่ใช้ในงานวิจัยนี้ก็คือตัวกรองคาลมาน ซึ่งอาร์จีเอ็มซีและจีเอ็มซีร่วมกับตัวกรองคาลมานนี้จะนำมาเปรียบเทียบผลการควบคุมกับจีแอลซีร่วมกับตัวกรองคาลมานเพื่อศึกษาว่าวิธีการควบคุมดังกล่าวให้ผลการควบคุมได้ดีเพียงไรในสภาวะที่มีความคลาดเคลื่อนของแบบจำลองกับกระบวนการจริง

ในส่วนของค่าพารามิเตอร์ต่างๆที่ใช้ในสมการการคำนวณของตัวกรองคาลมานได้แสดงไว้ในตารางที่ 5.5 โดยกำหนดตัวแปรที่ให้ตัวกรองคาลมานทำการประมาณ (X) มี 6 ตัวดังนี้

$$x = [C_A \ T \ \Delta H \ k_1 \ k_{-1}]^T$$

ตารางที่ 5.5 แสดงค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในตัวกรองคาลมาน

P	Q	R
P(1,1) = 100	Q(1,1) = 1.9	R(1,1) = 1
P(2,2) = 100	Q(2,2) = 3	R(2,2) = 1
P(3,3) = 0.01	Q(3,3) = 10^{12}	
P(4,4) = 0.01	Q(4,4) = 10^{14}	
P(5,5) = 0.01	Q(5,5) = 10^{15}	

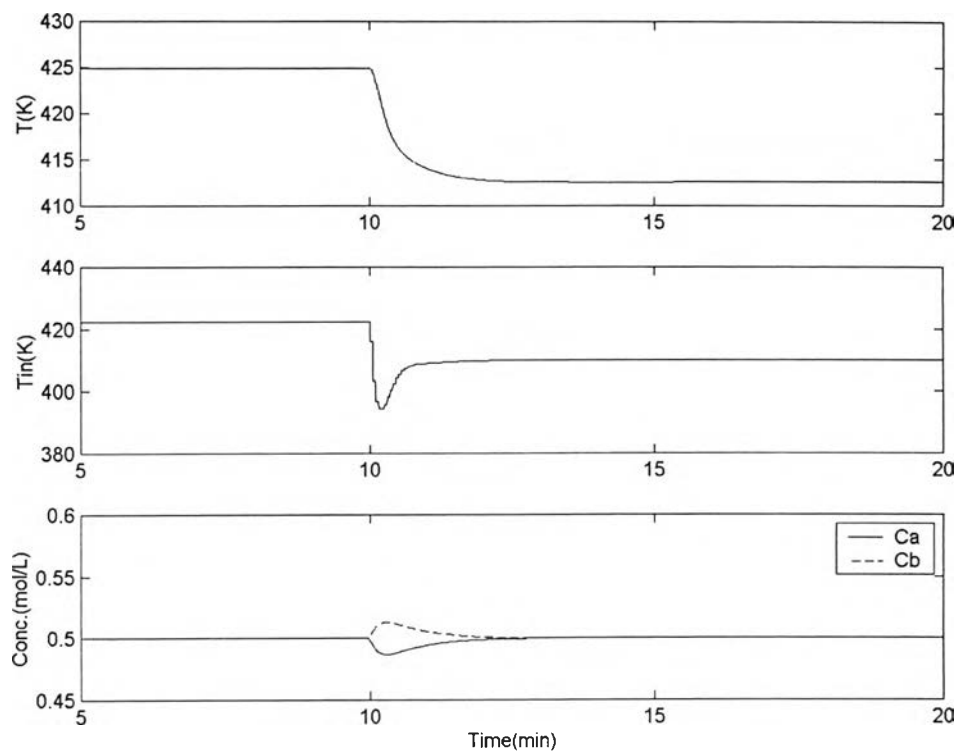
โดยผลการควบคุมความเข้มข้นในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนของแบบจำลองกับกระบวนการจริงของตัวควบคุมอาร์จีเอ็มซี, จีเอ็มซีร่วมกับตัวกรองคาลมาน และจีแอลซีร่วมกับตัวกรองคาลมานแสดงไว้ในตารางที่ 5.5

**ตารางที่ 5.6 แสดงผลการควบคุมความเข้มข้นขณะมีความคลาดเคลื่อนของแบบจำลอง
เมื่อใช้อาร์จีเอ็มซี, จีเอ็มซีร่วมกับตัวรองกาลมานและจีแอลซีร่วมกับตัวรองกาลมาน**

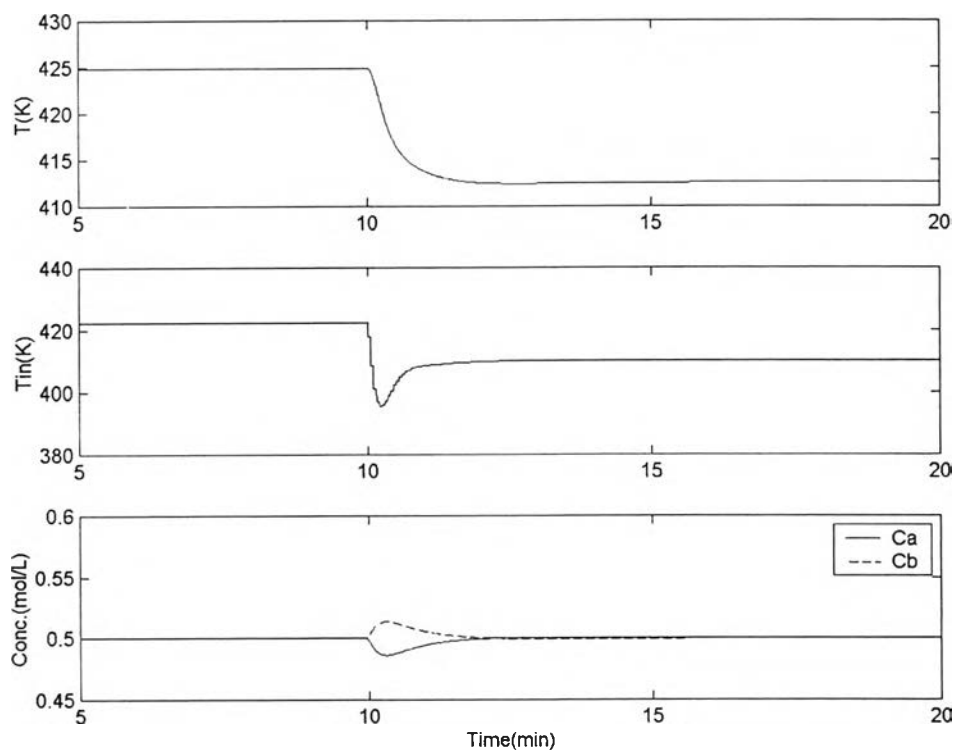
ค่าพารามิเตอร์ที่มีความคลาดเคลื่อน	ผลการควบคุมในรูปค่าไอเออี		
	อาร์จีเอ็มซี	จีเอ็มซีร่วมกับ ตัวรองกาลมาน	จีแอลซีร่วมกับ ตัวรองกาลมาน
k_1 และ k_{-1} เพิ่ม 20 %	0.0134	0.0134	0.0347
ΔH , k_1 และ k_{-1} เพิ่ม 20 %	0.0134	0.0132	0.0349

จากตารางที่ 5.5 และ 5.6 พบว่าอาร์จีเอ็มซี, จีเอ็มซีร่วมกับตัวรองกาลมาน และจีแอลซีร่วมกับตัวรองกาลมานสามารถควบคุมให้ค่าความเข้มข้นเข้าสู่ค่าเป้าหมายที่ต้องการได้ด้วยผลการควบคุมที่ดีโดยทั้งสามวิธีนี้ให้ผลการควบคุมในรูปค่าไอเออีที่น้อยกว่าตัวควบคุมพีไอร่วมกับจีเอ็มซีและตัวควบคุมพีไอในทุกกรณีที่ทำทดสอบ ซึ่งเป็นการแสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมแบบจีเอ็มซีและจีแอลซีถ้าใช้ร่วมกับตัวประมาณค่าอย่างตัวรองกาลมานจะสามารถให้ผลการควบคุมระบบที่มีค่าระดับสัมพัทธ์สองที่ดีได้แม้ในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนระหว่างแบบจำลองกับกระบวนการจริง ส่วนในกรณีที่มีการชดเชยความคลาดเคลื่อนระหว่างแบบจำลองกับกระบวนการจริงไว้ในสมการที่กำหนดผลตอบสนองของตัวแปรควบคุมที่ต้องการของจีเอ็มซี (อาร์จีเอ็มซี) ก็ให้ผลการควบคุมที่ดีเยี่ยมเช่นกัน

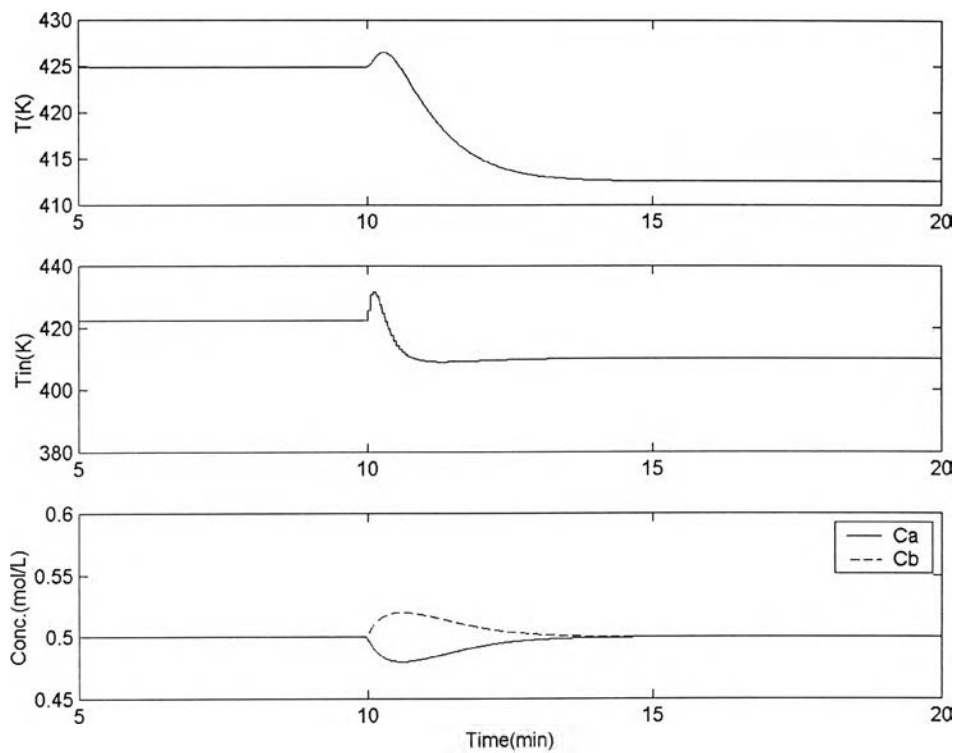
จากผลการควบคุมความเข้มข้นที่ได้จากตารางที่ 5.6 พบว่าอาร์จีเอ็มซีและจีเอ็มซีร่วมกับตัวรองกาลมานนั้นให้ผลการควบคุมที่ดีกว่าจีแอลซีร่วมกับตัวรองกาลมาน ซึ่งเป็นการแสดงให้เห็นว่าวิธีการควบคุมตัวแปรควบคุมภายในนี้ใช้ได้ดีกับอาร์จีเอ็มซีและจีเอ็มซีร่วมกับตัวรองกาลมานด้วยในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนระหว่างแบบจำลองและกระบวนการจริง โดยรูปแสดงผลการควบคุมความเข้มข้นที่ได้ตามตารางที่ 5.6 นั้นแสดงไว้ในรูปที่ (5.24) ถึง (5.29)



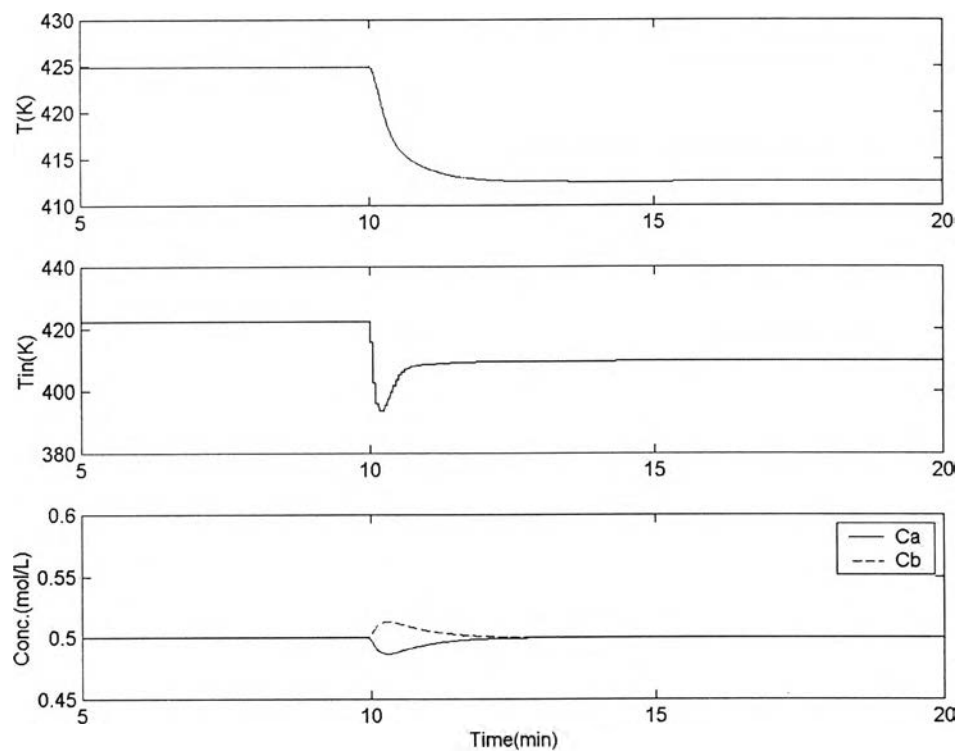
รูปที่ 5.24 แสดงผลการควบคุมความเข้มข้นด้วยอาร์จีเอ็มซีเมื่อ k_1 และ k_{-1} มีค่าเพิ่มขึ้น 20 เปอร์เซ็นต์



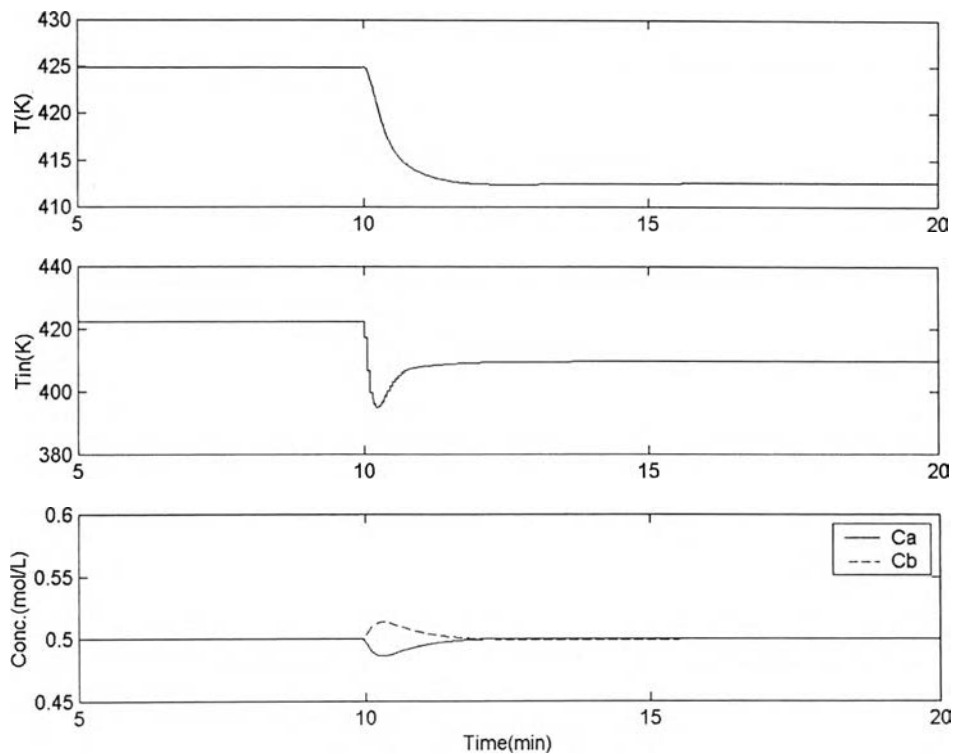
รูปที่ 5.25 แสดงผลการควบคุมความเข้มข้นด้วยจีเอ็มซีร่วมกับตัวกรองกาลมานเมื่อ k_1 และ k_{-1} มีค่าเพิ่มขึ้น 20 เปอร์เซ็นต์



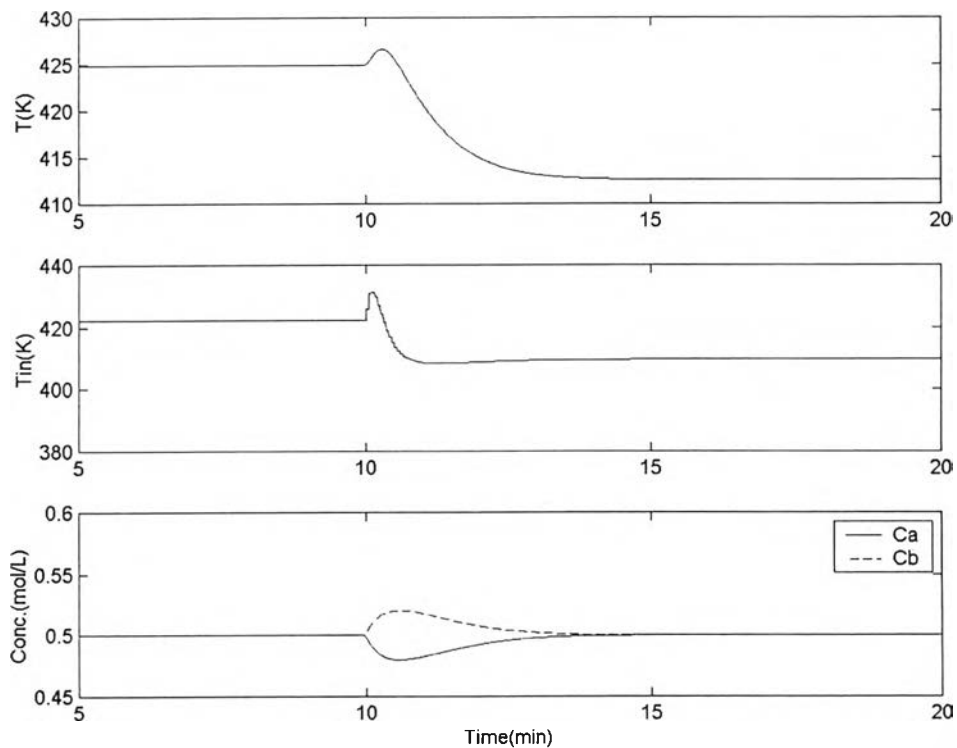
รูปที่ 5.26 แสดงผลการควบคุมความเข้มข้นด้วยจีแอลซีร่วมกับตัวกรองคาลมานเมื่อ k_1 และ k_{-1} มีค่าเพิ่มขึ้น 20 เปอร์เซ็นต์



รูปที่ 5.27 แสดงผลการควบคุมความเข้มข้นด้วยอาร์จีเอ็มซีเมื่อ ΔH , k_1 และ k_{-1} มีค่าเพิ่มขึ้น 20 เปอร์เซ็นต์



รูปที่ 5.28 แสดงผลการควบคุมความเข้มข้นด้วยจีเอ็มซีร่วมกับตัวรอกกาลมานเมื่อ ΔH , k_1 และ k_{-1} มีค่าเพิ่มขึ้น 20 เปอร์เซ็นต์



รูปที่ 5.29 แสดงผลการควบคุมความเข้มข้นด้วยจีแอลซีร่วมกับตัวรอกกาลมานเมื่อ ΔH , k_1 และ k_{-1} มีค่าเพิ่มขึ้น 20 เปอร์เซ็นต์