บทที่ 9
บทสรุป ปัญหาที่พบและข้อเสนอแนะ

9.1 บทสรุป

วิทยานิพนธ์นี้ได้แสดงวิธีการวิเคราะห์ปัญหาการไหลแบบหนืดแต่ไม่อัดตัวที่สภาวะอยู่ตัวในสองมิติโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งวิธีดังกล่าวสามารถที่จะใช้วิเคราะห์ปัญหาการไหลที่มีรูปร่างซับซ้อนได้ดี อีกทั้งยังมีความสะดวกในการประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตอีกด้วย ทำให้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นี้ได้รับความนิยมในการนำมาใช้วิเคราะห์ปัญหาการไหลอย่างกว้างขวาง

ในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จำเป็นที่จะต้องมีความรู้พื้นฐานในเรื่องของสมการเชิงอนุพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาการไหล ดังนั้นในบทที่ 2 จึงได้แสดงถึงขั้นตอนในการประดิษฐ์ระบบสมการเชิงอนุพันธ์สำหรับปัญหาการไหลในสองมิติไว้อย่างละเอียด ซึ่งประกอบไปด้วยสมการเชิงอนุพันธ์ทั้งหมด 3 สมการ ได้แก่ สมการอนุรักษ์มวลและสมการอนุรักษ์โมเมนตัมในแนวแกน x และ y ตามลำดับ แต่ในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลโดยทั่วๆไปนั้นมีความยุ่งยากซับซ้อนเป็นอย่างมาก ซึ่งปัญหาสำคัญประการหนึ่งที่ทำให้เกิดความยุ่งยากในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลก็คือความมีลักษณะไม่เชิงเส้นของพจน์การพาในสมการอนุรักษ์โมเมนตัมนั่นเอง โดยในบทที่ 3 ก็ได้อธิบายถึงรายละเอียดของระเบียบวิธีสตรีมไลน์อัปวินด์ ซึ่งเป็นระเบียบวิธีที่ใช้จัดการกับพจน์การพา โดยได้นำมาประยุกต์ใช้กับเอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบสามจุดต่อ จากตัวอย่างที่ได้นำมาทดสอบแสดงให้เห็นว่าระเบียบวิธีดังกล่าวไม่ทำให้เกิดการสั่นของคำตอบ สำหรับบทที่ 4 จะเป็นการแสดงขั้นตอนในการประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาการไหล พร้อมทั้งนำระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สตรีมไลน์อัปวินด์ที่ได้อธิบายไว้ในบทที่ 3 มาใช้ในการจัดพจน์การพา จากนั้นได้ประยุกต์ใช้ขั้นตอนการคำนวณของวิธี SIMPLER ซึ่งเป็นขั้นตอนการคำนวณแบบแยกกัน (segregated method) เป็นผลทำให้ไม่ต้องทำการแก้ระบบสมการขนาดใหญ่พร้อมๆกัน อีกทั้งระเบียบวิธีที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้ยังสามารถที่จะใช้ฟังก์ชันการประมาณภายในของความเร็วและความดันที่อันดับเท่ากันได้ (equal-order interpolation function) ทำให้การประดิษฐ์เอลิเมนต์เมตริกซ์และไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์สามารถที่จะทำความเข้าใจได้โดยง่าย จึงมีความสะดวกที่จะนำไปพัฒนาในงานวิจัยในระดับสูงต่อไป สำหรับเอลิเมนต์เมตริกซ์ที่ถูกสร้างขึ้นในบทนี้จะอยู่ในรูปแบบที่สามารถนำไปประดิษฐ์เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ได้โดยตรง

การแก้ระบบสมการขนาดใหญ่ในอดีตมีความนิยมที่จะใช้ระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์ (Gauss elimination method) ซึ่งเป็นวิธีการคำนวณแบบตรง (direct method) แต่วิธีดังกล่าวต้องใช้เวลาในการคำนวณเป็นจำนวนมาก ทำให้เป็นข้อจำกัดในการวิเคราะห์ปัญหา

ขนาดใหญ่ ดังนั้นในบทที่ 5 จึงได้นำเสนอระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่เรียกว่าระเบียบวิธีคอนจูเกตเกรเดียนท์ ซึ่งเป็นวิธีที่เหมาะสำหรับการแก้ระบบสมการขนาดใหญ่เนื่องจากสามารถที่จะลดเวลาที่ต้องใช้ในการคำนวณลงได้เป็นอย่างมาก เพราะเป็นวิธีการคำนวณแบบทำซ้ำ (iterative method) โดยได้อธิบายอย่างเป็นขั้นเป็นตอนเพื่อให้เกิดความเข้าใจในวิธีดังกล่าว

หลังจากที่ได้ประดิษฐ์ไฟไนต์เอลิเมนต์เมตริกซ์ดังแสดงในบทที่ 4 และเรียนรู้ระเบียบวิธีคอนจูเกตเกรเดียนท์ที่ใช้สำหรับการแก้ระบบสมการจากบทที่ 5 แล้ว โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สอดคล้องกันที่สามารถทำการคำนวณบนเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลจึงถูกประดิษฐ์ขึ้น ดังแสดงรายละเอียดไว้ในบทที่ 6 โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ถูกประดิษฐ์ขึ้นนี้มีชื่อว่า EQUAL ซึ่งเขียนขึ้นโดยภาษาฟอร์แทรน (FORTRAN)

ไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ถูกประดิษฐ์ขึ้นในบทที่ 6 ได้รับการตรวจสอบความถูกต้องในบทที่ 7 โดยนำผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ไปเปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นตรง โดยปัญหาที่นำมาใช้ในการตรวจสอบประกอบไปด้วยปัญหาทั้งหมด 3 ปัญหา ได้แก่ ปัญหาการไหลระหว่างแผ่นคู่ขนานเนื่องจากความหนืด, ปัญหาการไหลระหว่างแผ่นคู่ขนานเนื่องจากความดัน และปัญหาการหล่อลื่นระหว่างเพลากับแบริ่ง หลังจากมีความมั่นใจในความถูกต้องของโปรแกรมที่ประดิษฐ์ขึ้นแล้ว จึงนำไปวิเคราะห์ปัญหาการไหลที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น โดยตัวอย่างของปัญหาที่ถูกวิเคราะห์ด้วยไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ในส่วนนี้ประกอบไปด้วยปัญหาทั้งหมด 6 ปัญหา ได้แก่ ปัญหาการไหลระหว่างแผ่นคู่ขนานแบบมีการปรับตัว, ปัญหาการไหลหมุนวนภายในช่องแคบ, ปัญหาการไหลภายในช่องขนานที่มีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดอย่างทันทีทันใด, ปัญหาการไหลผ่านวัตถุรูปทรงกระบอก และสุดท้ายปัญหาการไหลรวมกันภายในท่อ

สุดท้ายในบทที่ 8 ได้นำเอาเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติมาประยุกต์ใช้กับไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ได้ประดิษฐ์ขึ้น โดยผลของการใช้เทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์กับการวิเคราะห์ปัญหาการไหลนั้นพบว่าสามารถให้ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณมีความถูกต้องมากขึ้น โดยไม่ต้องใช้เอลิเมนต์ขนาดเล็กเป็นจำนวนมาก ซึ่งทำให้มีประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลมากขึ้น

กล่าวโดยสรุปก็คือระเบียบวิธีต่างๆที่ได้แสดงในวิทยานิพนธ์นี้สามารถที่จะช่วยลดเวลาในการคำนวณและจำนวนหน่วยความจำบนเครื่องคอมพิวเตอร์ได้เป็นอย่างดี เมื่อเทียบกับการใช้เอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบหกจุดต่อดังเช่นในอดีต

9.2 ปัญหาที่พบในขณะทำวิทยานิพนธ์

ปัญหาสำคัญที่พบในขณะทำวิทยานิพนธ์ก็คือ การทำความเข้าใจกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สตรีมไลน์อัปวินด์โดยใช้เอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบสามจุดต่อที่ใช้สำหรับจัดการ

กับพจน์การพา ซึ่งจำเป็นต้องทำความเข้าใจโดยละเอียดเพราะเป็นส่วนสำคัญที่จะทำให้การวิเคราะห์ปัญหาการไหลในวิทยานิพนธ์นี้มีความสะดวกมากยิ่งขึ้น เพราะระเบียบวิธีดังกล่าวจะทำให้สมการอนุรักษ์โมเมนตัมที่จากเดิมมีลักษณะไม่เชิงเส้นเพราะพจน์การพา เปลี่ยนลักษณะของสมการเป็นสมการเชิงเส้นได้ ซึ่งทำให้ไม่ต้องประยุกต์ระเบียบวิธีการทำซ้ำของนิวตัน-ราฟสัน ดังนั้นการทำความเข้าใจในขั้นตอนการคำนวณจะเป็นไปได้โดยสะดวกมากยิ่งขึ้น ปัญหาสำคัญอีกประการหนึ่งที่ต้องกล่าวถึงก็คือระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ใช้สำหรับแก้ระบบสมการขนาดใหญ่ ซึ่งถึงแม้ว่าในวิทยานิพนธ์นี้จะใช้ระเบียบวิธีคอนจูเกตเกรเดียนท์ซึ่งสามารถลดเวลาในการคำนวณลงได้แล้วแต่ก็ยังคงมีอุปสรรคในการวิเคราะห์ปัญหาขนาดใหญ่ๆ

9.3 ข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยในอนาคต

ในการปรับปรุงวิธีการวิเคราะห์ปัญหาการไหลที่สามารถนำพื้นฐานความรู้จากวิทยานิพนธ์นี้ไปสานต่อเพื่อให้เกิดงานวิจัยที่มีประโยชน์ต่อไปในอนาคตมีด้วยกันหลายประการ ยกตัวอย่างเช่นการปรับปรุงไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ให้สามารถวิเคราะห์ปัญหาการไหลในสภาวะชั่วขณะได้ (transient problems) อีกทั้งยังสามารถที่จะนำเอาสมการอนุรักษ์พลังงานมาพิจารณาเพิ่มเติมด้วยเพื่อให้สามารถวิเคราะห์ปัญหาการไหลได้หลากหลายและใกล้เคียงกับปัญหาจริงได้มากยิ่งขึ้น สุดท้ายถ้ามีการปรับปรุงวิธีในการแก้ระบบสมการขนาดใหญ่ให้ใช้เวลาในการคำนวณน้อยลงได้จะทำให้สามารถศึกษาและวิเคราะห์ปัญหาการไหลที่มีขนาดใหญ่และมีความซับซ้อนได้เพิ่มมากขึ้น