

บทที่ 3

วิธีการคำนวณเชิงตัวเลข

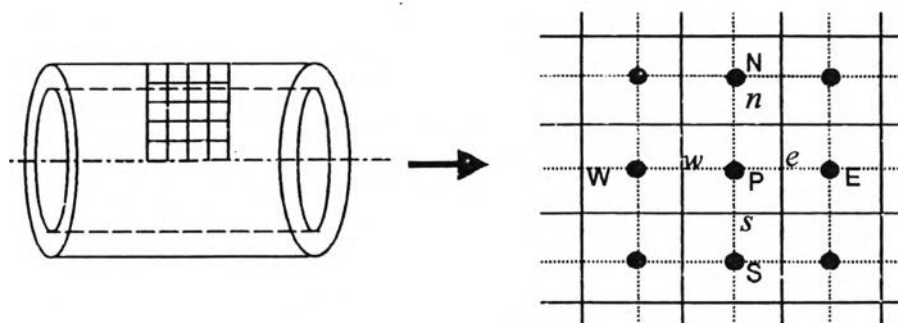
จากสมการของไหลที่มีการไหลและการถ่ายโอนความร้อนในบทที่ 2 (conservation laws of fluid motion) สามารถนำมาคำนวณโดยการเปลี่ยนรูปสมการอนุพันธ์ จากรูปสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยไปเป็นสมการไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ (สมการผลต่างแบบจำกัด) โดยเริ่มจากพิจารณาเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนแบบท่อสองชั้นที่มีลักษณะเป็นทรงกระบอก และมีลักษณะสมมาตรจึงไม่มีความแตกต่างในแนวแกน θ ดังนั้นในการเขียนโปรแกรมคำนวณจะคำนวณเฉพาะในแนวแกน z และแนวแกน r หรืออาจกล่าวได้ว่าคำนวณใน 2 มิติ โดยจากสมการอนุพันธ์ของมวล, โมเมนตัม และพลังงาน จะเห็นว่าสมการส่วนใหญ่ประกอบด้วยเทอมหลัก ๆ 3 เทอม คือเทอมของการนำความร้อนหรือการแพร่, การพาความร้อนโดยบังคับ (forced convection) หรือการไหลและเทอมที่ขึ้นกับเวลา โดยจะแยกพิจารณาการกระจายเทอมต่าง ๆ ดังนี้

3.1 ปัญหาการนำความร้อน

เพื่อให้ง่ายต่อการเห็นภาพ พิจารณากระบวนการที่ภาวะคงตัวกรณีที่มีการนำความร้อนรูปทั่วไปใน 2 มิติ เมื่อ ϕ แทนอุณหภูมิหรือความเร็ว, Γ แทนความหนืด (μ) หรือค่าการนำความร้อน (k) และ S แทนแหล่งกำเนิดความร้อน (source term)

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + S = 0 \dots \dots \dots 3.1$$

การนำความร้อนกรณีที่มีการถ่ายโอนความร้อนในแนวแกน z และแนวแกน r แสดงการแบ่งกริด โดยการแบ่งท่อออกเป็น ส่วน ๆ โดยใช้ภาพตัดขวางของท่อเพียงครึ่งเดียวเนื่องจากท่อมีลักษณะสมมาตร



รูปที่ 3.1 อักษรใหญ่แสดงจุดที่ใกล้จุด P และอักษรเล็กแสดงขอบของเซลล์รอบ P ใน 4 ด้าน

จากรูปที่ 3.1 จะเห็นว่าจุด P ถูกล้อมรอบด้วยเทอมข้างเคียง 4 เทอม คือจุดทิศตะวันออก (E) , จุดทิศตะวันตก (W), จุดทิศเหนือ (N) และจุดทิศใต้ (S) การอินทิเกรตเชิงปริมาตรของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยไปเป็นสมการไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ทำได้โดยการอินทิเกรตบนปริมาตรควบคุม ($\Delta V = r d\theta dr dz$) โดยกำหนดให้ $d\theta = 1$ ดังสมการที่ 3.2

$$\int_{\Delta V} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) r dr dz + \int_{\Delta V} \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) r dr dz + \int_{\Delta V} S_r r dr dz = 0 \dots \dots \dots 3.2$$

เมื่อ $A_e = A_w = r_p \Delta r$, $A_n = r_n \Delta z$ และ $A_s = r_s \Delta z$ แล้วจัดรูปสมการที่ 3.2 ดังนี้

$$\left[\Gamma_n A_n \left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_n - \Gamma_s A_s \left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_s \right] + \left[\Gamma_e A_e \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_e - \Gamma_w A_w \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_w \right] + \bar{S} \Delta V = 0 \dots \dots \dots 3.3$$

จากสมการที่ 3.3 \bar{S} ค่าเฉลี่ยของ source term จากนั้นทำการประมาณค่าฟังก์ชันการเคลื่อนที่ผ่านผิวน้ำปริมาตรควบคุม ϕ ในแต่ละทิศทาง ให้อยู่ในรูปไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์โดยใช้เทคนิคการกระจายแบบกึ่งกลาง (ภาคผนวก ค)

$$\begin{aligned} \Gamma_w A_w \frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_w &= \Gamma_w A_w \frac{(\phi_P - \phi_W)}{\delta z_{WP}} \\ \Gamma_e A_e \frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_e &= \Gamma_e A_e \frac{(\phi_E - \phi_P)}{\delta z_{PE}} \\ \Gamma_s A_s \frac{\partial \phi}{\partial r} \Big|_s &= \Gamma_s A_s \frac{(\phi_P - \phi_S)}{\delta r_{SP}} \\ \Gamma_n A_n \frac{\partial \phi}{\partial r} \Big|_n &= \Gamma_n A_n \frac{(\phi_N - \phi_P)}{\delta r_{PN}} \dots \dots \dots 3.4 \end{aligned}$$

แทนค่าสมการที่ 3.4 ในสมการที่ 3.3 จะได้

$$\Gamma_e A_e \frac{(\phi_E - \phi_P)}{\delta z_{PE}} - \Gamma_w A_w \frac{(\phi_P - \phi_W)}{\delta z_{WP}} + \Gamma_n A_n \frac{(\phi_N - \phi_P)}{\delta r_{PN}} - \Gamma_s A_s \frac{(\phi_P - \phi_S)}{\delta r_{SP}} + \bar{S} \Delta V = 0 \dots \dots \dots 3.5$$

จัดรูป $\bar{S} \Delta V$ ในรูปสมการเชิงเส้น $\bar{S} \Delta V = S_u + S_p \phi_P$ ค่าของ S_u และ S_p คำนวณจาก $\bar{S} \Delta V$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\Gamma_e A_e}{\delta z_{PE}} + \frac{\Gamma_w A_w}{\delta z_{WP}} + \frac{\Gamma_n A_n}{\delta r_{PN}} + \frac{\Gamma_s A_s}{\delta r_{SP}} - S_p \right) \phi_P &= \left(\frac{\Gamma_e A_e}{\delta z_{PE}} \right) \phi_E + \left(\frac{\Gamma_w A_w}{\delta z_{WP}} \right) \phi_W \\ &+ \left(\frac{\Gamma_n A_n}{\delta r_{PN}} \right) \phi_N + \left(\frac{\Gamma_s A_s}{\delta r_{SP}} \right) \phi_S + S_u \dots \dots \dots 3.6 \end{aligned}$$

จากสมการที่ 3.6 สามารถจัดสมการให้อยู่ในรูปทั่วไปสำหรับแต่ละจุดของ ϕ ได้ดังนี้

$$a_p \phi_p = a_w \phi_w + a_B \phi_B + a_N \phi_N + a_S \phi_S + S_u \dots \dots \dots 3.7$$

$$a_w = \frac{\Gamma_w A_w}{\delta z_{WP}}$$

$$a_B = \frac{\Gamma_e A_e}{\delta z_{PB}}$$

$$a_S = \frac{\Gamma_s A_s}{\delta r_{SP}}$$

$$a_N = \frac{\Gamma_n A_n}{\delta r_{PN}}$$

$$a_p = a_w + a_B + a_S + a_N - S_p$$

จากสมการที่ 3.7 คือ สมการการกระจายเทอม ϕ ใน 2 มิติในรูปสมการไฟไนติฟเฟอเรนซ์ โดยจะเห็นว่าเทอม ϕ แต่ละจุดจะสัมพันธ์กับ ϕ จุดที่อยู่ข้างเคียงนั่นเอง

3.2 ปัญหาการนำความร้อนและการพาความร้อนโดยบังคับ

ในการคำนวณการถ่ายโอนความร้อนเกี่ยวกับของไหลส่วนใหญ่มักจะต้องคำนึงถึงการคำนวณที่มีกลไกการพาโดยบังคับซึ่งต่อไปจะเรียกว่าการพา เข้ามาเกี่ยวข้องด้วยเนื่องจากปกติของไหลจะมีการเคลื่อนที่ ส่งผลให้มีการถ่ายโอนความร้อนโดยกลไกการพาไปพร้อม ๆ กับการถ่ายโอนความร้อนโดยกลไกการนำหรือการแพร่ ดังนั้นการทำนายพฤติกรรมของไหลจึงส่งผลกระทบต่อผลการคำนวณปัญหาของการพาความร้อนและการนำความร้อนด้วย ในกรณีภาวะไม่คงตัวจะมีเทอมที่ขึ้นกับเวลาเข้ามาเกี่ยวข้อง แต่เนื่องจากวิธีในการคิดต่างออกไปจึงจะกล่าวถึงในภายหลัง การแก้ปัญหของสมการที่ประกอบไปด้วยเทอมของการนำความร้อนและการพาความร้อนในภาวะคงตัว แก้ได้โดยนำวิธีการให้หัวข้อที่ 3.1 มาขยายต่อไปดังนี้

จากสมการอนุรักษ์ที่ 2.13-2.14 และ 2.30 ในภาวะคงตัวแสดงเทอมการพาและการนำ โดยไม่คิดแหล่งกำเนิดความร้อน ดังสมการ

$$\text{div}(\rho v \phi) = \text{div}(\Gamma \text{grad} \phi) \dots \dots \dots 3.8$$

ในกรณีการพาที่มีการถ่ายโอนความร้อนในแนวแกน z และแนวแกน r เขียนสมการได้ ดังนี้

$$\left(\frac{\partial \rho v \phi}{\partial r} \right) + \left(\frac{\partial \rho u \phi}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \dots \dots \dots 3.9$$

สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยที่ 3.9 แสดงการดุลพลักษณ์โดยปริมาณเทอมทางซ้ายมือแสดงเทอมการพาความร้อนสุทธิเนื่องจากการไหลของของไหล ส่วนเทอมทางขวามือแสดงเทอมการแพร่หรือการนำความร้อนเนื่องจากความแตกต่างของอุณหภูมิ

ปัญหาสำคัญของการกระจายเทอมการพาความร้อนแต่ละเทอมก็คือ ค่า ϕ ที่ถูกกระจายจะเป็นค่า ϕ ที่ตำแหน่งพื้นผิวรอยต่อของส่วนปริมาตร (control volume face) ในขณะที่ฟลักซ์การพาที่ตำแหน่งขอบเขต (boundaries) จากหัวข้อ 3.1 กล่าวถึงการนำเทคนิคการกระจายจากจุดกลาง (central differencing method) มาใช้ในการกระจายเทอมการนำและเทอมแหล่งกำเนิดความร้อน คือเทอมทางด้านขวามือของสมการที่ 3.9 จะเห็นว่าเทคนิคนี้เหมาะสำหรับการใช้กระจายเทอมที่มีปริมาณการส่งผ่านความร้อนในทุกทิศทางเท่า ๆ กัน แต่สำหรับในกรณีเทอมของการพาความร้อนการเคลื่อนที่ส่วนใหญ่ได้รับอิทธิพลจากทิศทางการไหลของของไหลต้นกระแส ซึ่งถ้านำเทคนิคการกระจายจากจุดกลางมาใช้ในการกระจายเทอมการพา ในการแบ่งขนาดของกริดที่ใช้จะต้องมีขนาดเล็กมากจึงจะทำให้การกระจายจากจุดกลาง สามารถนำมาคำนวณใช้กับปัญหาการพาและการนำได้

เพื่อลดการเสียเวลาในการคำนวณเนื่องมาจากต้องแบ่งขนาดเซลล์เล็กมาก จึงมีผู้พัฒนาเทคนิคใหม่ขึ้นคือ เทคนิคการคำนวณแบบ power-law scheme ซึ่งเป็นเทคนิคที่นำมาใช้ในการคำนวณปัญหาที่มีทั้งการพาและการนำ โดยวิธีนี้เป็นวิธีที่ถูกนำเสนอโดย Patankar (1980) ซึ่งเป็นวิธีที่ไม่ซับซ้อนมากแต่มีความแม่นยำในการแก้ปัญหาสูง (ภาคผนวก ก)

จากสมการที่ 3.9 เพื่อให้ง่ายต่อการจัดรูปสมการจึงได้กำหนดตัวแปร F และ D โดยแสดงดังนี้

$$F_{e,w} = \rho u, \quad F_{n,s} = \rho v$$

$$D_{e,w} = \frac{\Gamma_{e,w}}{\delta z}, \quad D_{n,s} = \frac{\Gamma_{n,s}}{\delta r}$$

เมื่อค่า F คือค่าเทอมของการไหลหรือการพาความร้อน ส่วน D คือเทอมของการแพร่หรือการนำความร้อน จากนั้นจัดรูปสมการที่ 3.9 ใหม่ได้ว่า

$$F_e \phi_e - F_w \phi_w + F_n \phi_n - F_s \phi_s = \frac{\Gamma_e (\phi_E - \phi_P)}{(\delta z)_e} - \frac{\Gamma_w (\phi_P - \phi_W)}{(\delta z)_w} + \frac{\Gamma_n (\phi_N - \phi_P)}{(\delta r)_n} - \frac{\Gamma_s (\phi_P - \phi_S)}{(\delta r)_s} \dots 3.10$$

ใช้เทคนิคการกระจายแบบ power-law จัดรูปสมการที่ 3.10 ให้อยู่ในรูปทั่วไปดังนี้

$$a_P \phi_P = a_W \phi_W + a_E \phi_E + a_N \phi_N + a_S \phi_S \dots 3.11$$

โดย $\phi_P, \phi_E, \phi_W, \phi_N$ และ ϕ_S แสดงในรูปที่ 3.1

เมื่อ

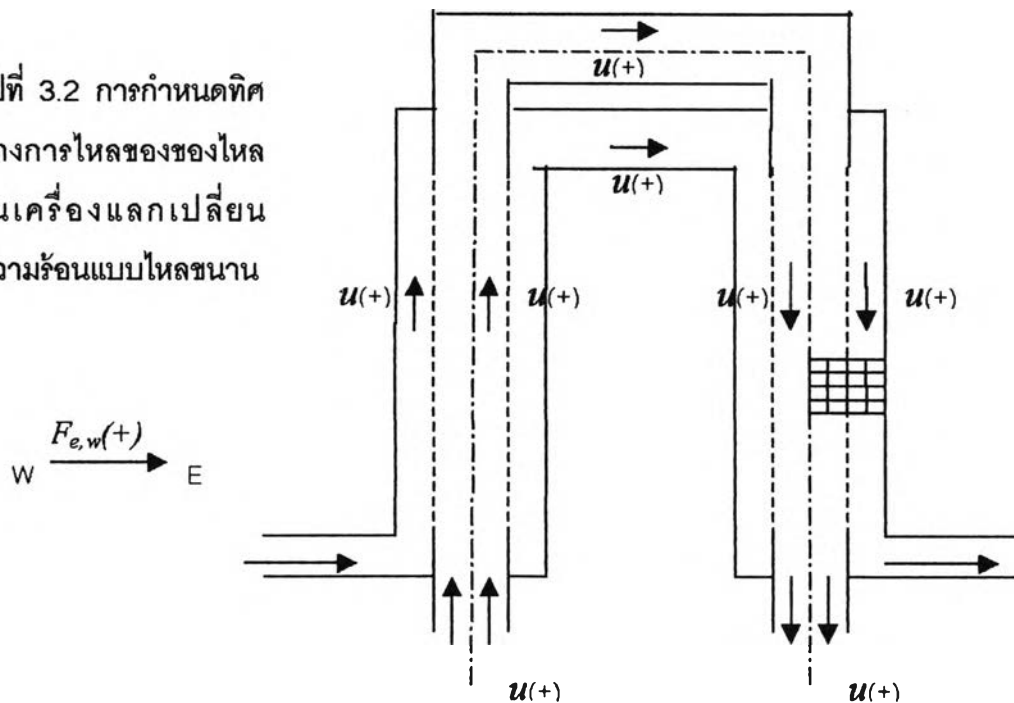
$$\begin{aligned}
 a_p &= a_w + a_B + a_N + a_s + (F_e - F_w) + (F_n - F_s) \\
 a_B &= D_e \max\left[0, (1 - 0.1|Pe_e|)^5\right] + \max[-F_e, 0] \\
 a_w &= D_w \max\left[0, (1 - 0.1|Pe_w|)^5\right] + \max[F_w, 0] \\
 a_N &= D_n \max\left[0, (1 - 0.1|Pe_n|)^5\right] + \max[-F_n, 0] \\
 a_s &= D_s \max\left[0, (1 - 0.1|Pe_s|)^5\right] + \max[F_n, 0] \dots\dots\dots 3.12
 \end{aligned}$$

ค่า Pe เรียกว่า Peclet number เป็นตัวแปรไร้มิติของอัตราส่วนของเทอมการพาความร้อนต่อการนำความร้อน

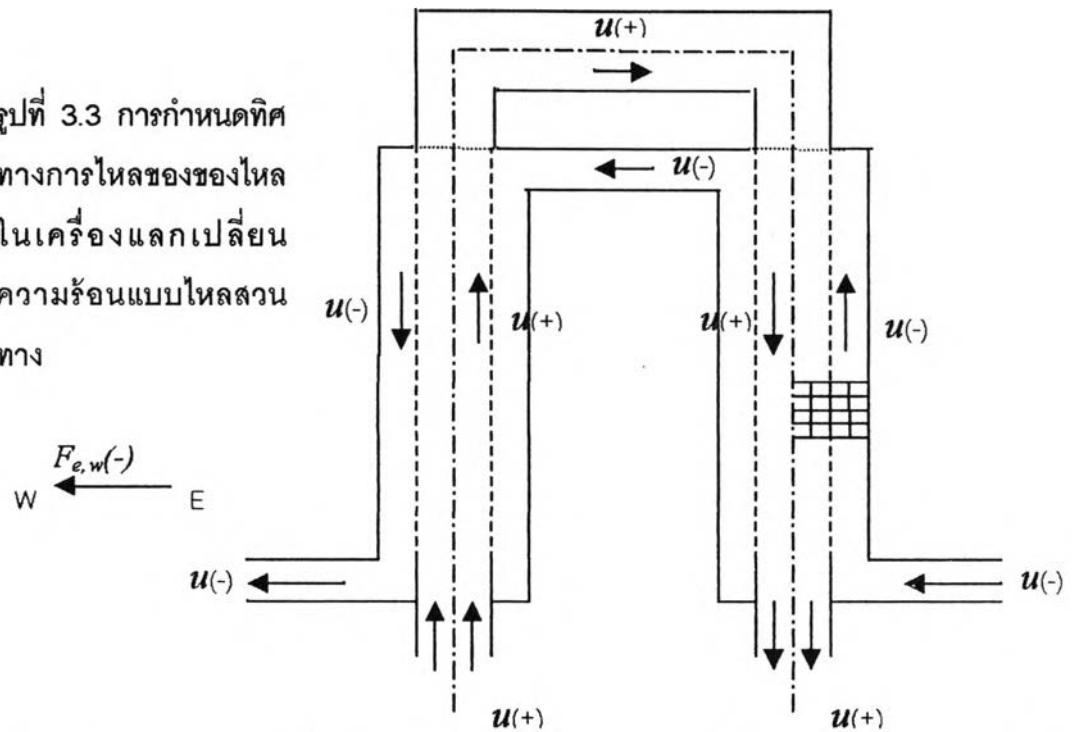
$$Pe_e = \frac{F_e}{D_e}, Pe_w = \frac{F_w}{D_w}, Pe_n = \frac{F_n}{D_n}, Pe_s = \frac{F_s}{D_s} \dots\dots\dots 3.13$$

จากสมการที่ 3.12 ทิศทางการไหลของของไหลจะแสดงด้วยเครื่องหมายบวก และลบดังนี้ กำหนดของไหลร้อนที่ไหลในท่อในมีเครื่องหมายเป็นบวกดังรูป 3.2 และ 3.3

รูปที่ 3.2 การกำหนดทิศทางการไหลของของไหลในเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนแบบไหลขนาน

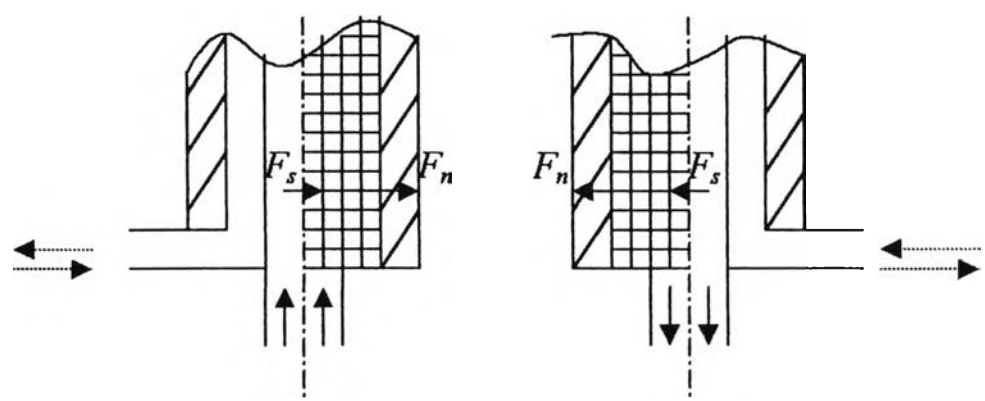


รูปที่ 3.3 การกำหนดทิศทางการไหลของของไหลในเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนแบบไหลสวนทาง



โดยให้ทิศทางการไหลของท่อน้ำร้อน (ท่อนใน) เป็นบวกเสมอ จากรูปไหลจากซ้ายไปขวา ดังนั้นถ้าของไหลไหลจากซ้ายไปขวาจะมีค่า F_e เป็น (+) และ F_w เป็น (+) ดังนั้นถ้าของไหลในท่อน้ำเย็นไหลจากขวาไปซ้ายจะมีค่า F_e เป็น (-) และ F_w เป็น (-) โดยสรุปคือ ถ้าของไหลลักษณะการไหลแบบขนานกัน F_e, F_w จะเป็นบวกเสมอ และในกรณีของการไหลแบบสวนทางกัน F_e, F_w ในท่อน้ำร้อนจะเป็นบวก ส่วน F_e, F_w ในท่อน้ำเย็น (ท่อนอก) จะเป็นลบ

การคิดเครื่องหมายของ F_n, F_s เนื่องจากเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนมีสมมาตรดังนั้นในการคำนวณด้วยเทคนิคผลต่างแบบจำกัดจะพิจารณาเพียงครึ่งเดียวดังรูปที่ 3.4



รูป 3.4 การกำหนดทิศทางการไหลในแนวรัศมี

กำหนดให้ F_n, F_s มีทิศการไหลจากเส้นผ่านศูนย์กลางท่อออกสู่นิ่งท่อนอกมีทิศเป็นบวก ดังนั้นถ้าของไหลไหลในทิศตรงกันข้ามจากที่กำหนดจะมีเครื่องหมายเป็นลบ

3.3 การแก้ปัญหาการถ่ายโอนความร้อนของของไหลกรณีไม่ทราบค่าความดัน

ในการคำนวณปัญหาการถ่ายโอนความร้อน โดยจะกล่าวถึงกรณีที่เป็นภาวะคงตัวก่อน จะประกอบด้วยสมการที่เกี่ยวข้องคือสมการความต่อเนื่อง สมการโมเมนตัม และสมการอนุรักษ์พลังงาน พิจารณาใน 2 มิติ

สมการอนุรักษ์มวล (สมการความต่อเนื่อง)

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u) = 0 \dots \dots \dots 3.14$$

สมการอนุรักษ์โมเมนตัม z

$$\frac{\partial(\rho v u)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho u u)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \rho g_z \dots \dots \dots 3.15$$

สมการอนุรักษ์โมเมนตัม r

$$\frac{\partial(\rho v v)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho u v)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\mu}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \rho g_r \dots \dots \dots 3.16$$

สมการอนุรักษ์พลังงาน

$$\rho C_p \left(v \frac{\partial T}{\partial r} + u \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r k \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \Psi \dots \dots \dots 3.17$$

เมื่อ Ψ ในสมการที่ 3.17 แทนเทอม viscous dissipation ซึ่งจะกล่าวถึงในภายหลัง

ในสมการอนุรักษ์มวล สมการอนุรักษ์โมเมนตัม และสมการอนุรักษ์พลังงานของของไหลทุกสมการจะประกอบด้วยค่าความเร็วในแต่ละตำแหน่ง โดยความเร็วที่คำนวณได้ถูกต้องแล้วจะทำให้สมการความต่อเนื่องและสมการอนุรักษ์พลังงานเป็นจริง จากสมการโมเมนตัมที่ 3.15 และ 3.16 เทอมเกรเดียนต์ของความดันโดยทั่วไปจะถูกนำไปรวมอยู่ในเทอมของ source term แต่ปัญหาส่วนใหญ่ทางวิศวกรรมมักไม่ทราบค่าความดันที่ตำแหน่งต่าง ๆ ทำให้ในการคำนวณมีความยุ่งยากซับซ้อนมากยิ่งขึ้นเนื่องจาก

1. เทอมการไหลในสมการโมเมนตัมและสมการอนุรักษ์พลังงานไม่ใช่ปริมาณเชิงเส้น (nonlinear quantities) เช่นเทอม ρu^2

2. ในทุกสมการจะพบว่าไม่มีเทอมของความเร็วของของไหลปรากฏอยู่ แต่เทอมของความดันจะปรากฏเพียงในสมการโมเมนตัม ปัญหาก็คือไม่มีสมการที่จะใช้คำนวณหาความดันที่ชัดเจน

จากปัญหาต่าง ๆ เหล่านี้ถ้าสามารถหาค่าความดันที่ตำแหน่งต่าง ๆ ได้ก็จะสามารถคำนวณหาค่าตอบของสมการอนุกรมมวล, โมเมนตัม และพลังงาน ได้โดยอาศัยวิธี iterative

ในงานวิจัยนี้ จึงนำเอาเทคนิคการคำนวณแบบ SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) เสนอโดย Patankar และ Spalding (1972) มาใช้ในการแก้ปัญหา โดยการกำหนดความดันเริ่มต้นในการคำนวณและประยุกต์ใช้เทคนิคนี้กับเทคนิค staggered grid (ภาคผนวก ง)

3.4 การกระจายสมการอนุกรมมวลแบบแบ่งกริด

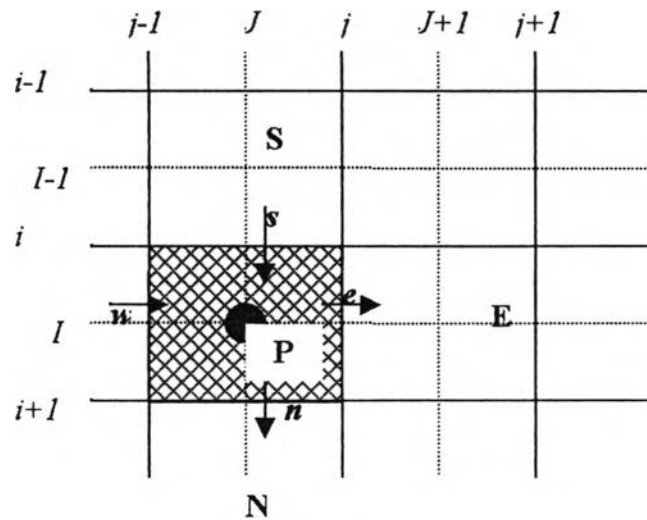
จากสมการที่ 3.14 แปลงเป็นสมการไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์โดยอินทิเกรตรอบปริมาตรควบคุม ($rd\theta dr dz$) เมื่อ $d\theta = 1$

$$\int_{w}^e \int_{s}^n \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\rho v) r dr dz + \int_{s}^n \int_{w}^e \frac{\partial}{\partial z} (\rho u) dz dr = 0 \dots\dots\dots 3.18$$

จะได้

$$[(r\rho v)_n - (r\rho v)_s] dz + [\rho_e u_e - \rho_w u_w] \frac{(r_n + r_s)}{2} dr = 0 \dots\dots\dots 3.19$$

รูปที่ 3.5 ปริมาตรควบคุมที่ใช้ในการกระจายสมการความต่อเนื่อง



กระจายผลต่างแบบจำกัดที่ตำแหน่ง I, J ในรูปที่ 3.5

$$[(r\rho v)_{i+1,j} - (r\rho v)_{i,j}] dz + [(\rho u)_{I,j} - (\rho u)_{I,j-1}] \frac{r_{I,j}}{2} dr = 0 \dots\dots\dots 3.20$$

3.5 การกระจายสมการอนุรักษ์โมเมนตัมในทิศทาง z แบบแบ่งกริด

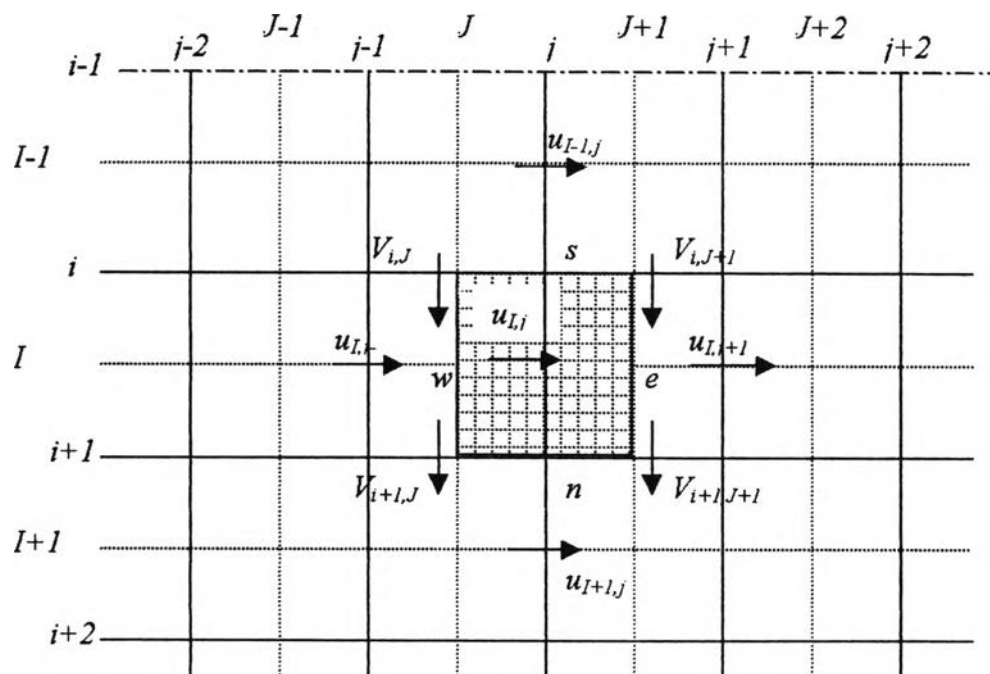
จากสมการการไหลในเทอมการไหลและการแพร่ เมื่อ ϕ แทน u นำมาพิจารณาร่วมกับสมการโมเมนตัมในแนวแกน z จะได้

$$a_p u_p = a_w u_w + a_B u_B + a_N u_N + a_S u_S - \left(\frac{P_e - P_w}{dz} \right) dV + \bar{S} dV \dots \dots \dots 3.21$$

หรือ

$$a_p u_p = a_w u_w + a_B u_B + a_N u_N + a_S u_S - (P_e - P_w) \left(\frac{r_n + r_e}{2} \right) dr + b \dots \dots \dots 3.22$$

เมื่อ $P = p \pm \rho g_z dz$ ส่วนค่า a_p, a_w, a_B, a_N และ a_S เป็นไปตามสมการที่ 3.12



รูปที่ 3.6 ปริมาตรควบคุมของ u และคอมโพเนนต์ของความเร็วที่อยู่รอบๆ

เมื่อกำหนดสมการที่ 3.22 เป็นจุดจะได้

$$a_{I,j} u_{I,j} = a_{I,j-1} u_{I,j-1} + a_{I,j+1} u_{I,j+1} + a_{i+1,j} u_{i+1,j} + a_{i-1,j} u_{i-1,j} + (P_{I,j} - P_{I,j+1}) r_{I,j} dr + b_{I,j} \dots \dots 3.23$$

จากสมการที่ 3.4 เมื่อค่า F แทนค่าฟลักซ์การไหลต่อหนึ่งหน่วยมวลและ D แทนการแพร่ที่พื้นผิวระหว่างปริมาตรควบคุม ที่ตำแหน่งผิวของปริมาตรควบคุม

$$\begin{aligned}
 F_e &= (\rho u)_e r dr = \frac{1}{2} \left[u_{I,J} \left(\frac{\rho_{I,J} + \rho_{I,J+1}}{2} \right) + u_{I,J+1} \left(\frac{\rho_{I,J+1} + \rho_{I,J+2}}{2} \right) \right] r_{I,J} dr \\
 F_w &= (\rho u)_w r dr = \frac{1}{2} \left[u_{I,J} \left(\frac{\rho_{I,J} + \rho_{I,J+1}}{2} \right) + u_{I,J-1} \left(\frac{\rho_{I,J-1} + \rho_{I,J}}{2} \right) \right] r_{I,J} dr \\
 F_n &= (\rho v)_n r dz = \frac{1}{2} \left[v_{i+1,J} \left(\frac{\rho_{I,J} + \rho_{I+1,J}}{2} \right) + v_{i+1,J+1} \left(\frac{\rho_{I,J+1} + \rho_{I+1,J+1}}{2} \right) \right] r_{I,J} dz \\
 F_s &= (\rho v)_s r dz = \frac{1}{2} \left[v_{i,J} \left(\frac{\rho_{I,J} + \rho_{I-1,J}}{2} \right) + v_{i,J+1} \left(\frac{\rho_{I,J+1} + \rho_{I-1,J+1}}{2} \right) \right] r_{I,J} dz \\
 D_n &= \frac{(\mu r)_n dz}{dr} = \frac{(\mu_{I,J} + \mu_{I,J+1} + \mu_{I+1,J} + \mu_{I+1,J+1})}{4dr} r_{i+1,j} dz \\
 D_s &= \frac{(\mu r)_s dz}{dr} = \frac{(\mu_{I,J} + \mu_{I,J+1} + \mu_{I-1,J} + \mu_{I-1,J+1})}{4dr} r_{i,j} dz \\
 D_e &= \frac{\mu_e r dr}{dz} = \frac{\mu_{I,J+1} r_{I,J} dr}{dz} \\
 D_w &= \frac{\mu_w r dr}{dz} = \frac{\mu_{I,J} r_{I,J} dr}{dz} \dots\dots\dots 3.24
 \end{aligned}$$

และค่า $b_{I,J}$ คือค่าโมเมนต์ source term เมื่อ $b_{I,J} = \bar{S} \Delta V$ โดยในกรณี z โมเมนต์ 2 มิติจะมีค่าเป็น

$$\bar{S} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu r \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) \dots\dots\dots 3.25$$

กระจาย source term ให้อยู่ในรูปสมการไฟไนต์ดิฟเฟอเรนเชียลได้โดย อินทิเกรตบนปริมาตรควบคุม

$$\bar{S} \Delta V = \int_{w_s}^e \int_{s_w}^n \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu r \frac{\partial v}{\partial z} \right) r dr dz + \int_{s_w}^e \int_{w_s}^n \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) r dz dr \dots\dots\dots 3.26$$

กระจายด้วยเทคนิควิธีการกระจายจากศูนย์กลาง (central difference)

$$\bar{S} \Delta V = b = \left[(\mu r)_n \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)_n - (\mu r)_s \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)_s \right] dz + \frac{(r_n + r_s)}{2} \frac{dr}{dz} [\mu_e (u_E - u_P) - \mu_w (u_P - u_W)] \dots\dots 3.27$$

ดังนั้นค่า $b_{I,J}$ ที่กริดไหนก็มีค่าเท่ากับ

$$b_{I,J} = [D_n (v_{i+1,J+1} - v_{i+1,J}) - D_s (v_{i,J+1} - v_{i,J})] \frac{dr}{dz} + [D_e (u_{I,J+1} - u_{I,J}) - D_w (u_{I,J} - u_{I,J-1})] \dots\dots 3.28$$

เขียนสมการ z โมเมนต์แบบแบ่งกริด ให้อยู่ในรูปทั่วไปจะได้

$$a_{I,J} u_{I,J} = \sum a_{nb} u_{nb} + (P_{I,J} - P_{I,J+1}) A_{I,J} + b_{I,J} \dots\dots\dots 3.29$$

3.6 การกระจายสมการอนุรักษ์โมเมนตัมในแนวแกน r แบบแบ่งกริด

เช่นเดียวกับสมการ z โมเมนตัม สามารถจัดรูปสมการ r โมเมนตัมให้อยู่ในรูปทั่วไปได้ดังนี้

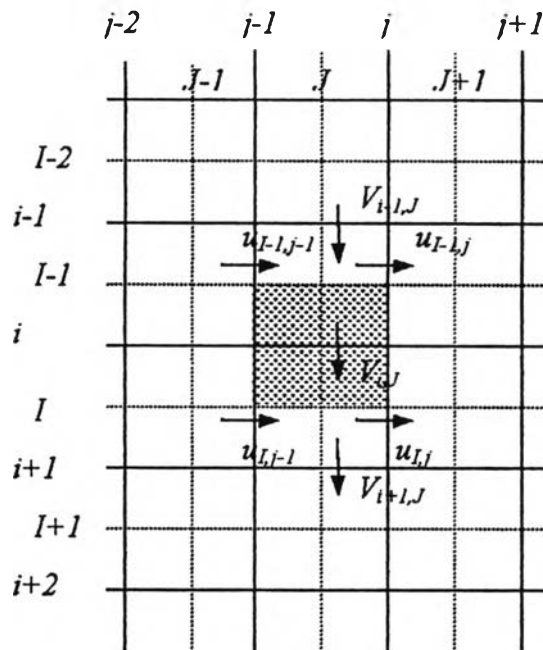
$$a_{i,j}v_{i,j} = a_{i,j+1}v_{i,j+1} + a_{i,j-1}v_{i,j-1} + a_{i+1,j}v_{i+1,j} + a_{i-1,j}v_{i-1,j} + (r_{I-1}P_{I-1,j} - r_I P_{I,j})dz + b_{i,j}$$

หรือ

$$a_{i,j}v_{i,j} = \sum a_{nb}v_{nb} + (P_{I-1,j} - P_{I,j})A_{i,j} + b_{i,j} \dots \dots \dots 3.30$$

เมื่อ $P=p+\rho g_r dr$ และค่า a_p, a_E, a_w, a_N และ a_S เป็นไปตามสมการที่ 3.12 โดยแสดงรูปตำแหน่งกริดได้ดังนี้

รูปที่ 3.7 แสดงปริมาตรควบคุมของ v และคอมโพเนนต์ของความเร็วที่อยู่รอบๆ



กำหนด Source term $b_{i,j} = \bar{S} \Delta V$ ในสมการ r โมเมนตัม 2 มิติ คือ

$$\bar{S} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\mu}{r} \left(\frac{\partial(rv)}{\partial r} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial r} \right) \dots \dots \dots 3.31$$

กระจายให้อยู่ในรูปสมการไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ได้โดยอินทิเกรตบนปริมาตรควบคุม

$$\bar{S} \Delta V = \int_{z_i}^{z_{i+1}} \int_{r_{j-1}}^{r_j} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\mu}{r} \left(\frac{\partial(rv)}{\partial r} \right) \right) r dr dz + \int_{z_i}^{z_{i+1}} \int_{r_{j-1}}^{r_j} \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial r} \right) r dr dz \dots \dots \dots 3.32$$

กระจายด้วยเทคนิควิธีการกระจายจากศูนย์กลาง(Central Difference)

$$b_{i,j} = \left[(D_n v_{i+1,j} - D_{n,p} v_{i,j}) - (D_{s,p} v_{i,j} - D_s v_{i-1,j}) \right] + \left[D_e (u_{i,j} - u_{i-1,j}) - D_w (u_{i,j-1} - u_{i-1,j-1}) \right] \frac{dz}{dr} \dots \dots \dots 3.33$$

โดยค่า F แทนค่าฟลักซ์การไหลต่อหนึ่งหน่วยมวลและ D แทนการแพร่ของปริมาตรควบคุม

$$\begin{aligned}
F_e &= (u\rho)_e r dr = \frac{1}{2} \left[u_{I,J} \left(\frac{\rho_{I,J} + \rho_{I,J+1}}{2} \right) + u_{I,J+1} \left(\frac{\rho_{I,J+1} + \rho_{I,J+2}}{2} \right) \right] r_i dr \\
F_w &= (u\rho)_w r dr = \frac{1}{2} \left[u_{I-1,J-1} \left(\frac{\rho_{I-1,J-1} + \rho_{I-1,J}}{2} \right) + u_{I,J-1} \left(\frac{\rho_{I,J-1} + \rho_{I,J}}{2} \right) \right] r_i dr \\
F_n &= (v\rho)_n r dz = \frac{1}{2} \left[v_{I,J} \left(\frac{\rho_{I-1,J} + \rho_{I,J}}{2} \right) + v_{I+1,J} \left(\frac{\rho_{I,J} + \rho_{I+1,J}}{2} \right) \right] r_i dz \\
F_s &= (v\rho)_s r dz = \frac{1}{2} \left[v_{I,J} \left(\frac{\rho_{I-1,J} + \rho_{I,J}}{2} \right) + v_{I-1,J} \left(\frac{\rho_{I-2,J} + \rho_{I-1,J}}{2} \right) \right] r_i dz \\
D_e &= \frac{\mu_e r dr}{dz} = \left(\frac{\mu_{I-1,J} + \mu_{I,J} + \mu_{I-1,J+1} + \mu_{I,J+1}}{4dz} \right) r_i dr \\
D_w &= \frac{\mu_w r dr}{dz} = \left(\frac{\mu_{I-1,J} + \mu_{I,J} + \mu_{I-1,J-1} + \mu_{I,J-1}}{4dz} \right) r_i dr \\
D_n &= \frac{dz}{dr} \left(\frac{\mu_{I,J} r_i}{r_{i+1}} \right) r_i \\
D_{n,P} &= \frac{dz}{dr} \left(\frac{\mu_{I,J} r_i}{r_{i+1}} \right) r_i \\
D_s &= \frac{dz}{dr} \left(\frac{\mu_{I-1,J} r_i}{r_{i-1}} \right) r_{i-1} \\
D_{s,P} &= \frac{dz}{dr} \left(\frac{\mu_{I-1,J} r_i}{r_{i-1}} \right) r_i \dots\dots\dots 3.34
\end{aligned}$$

3.7 สมการอนุรักษ์พลังงาน

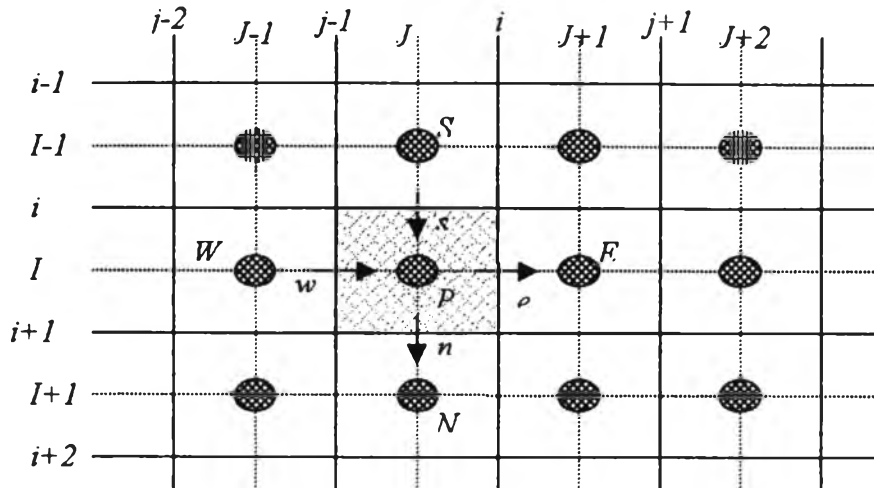
จากสมการการไหลในเทอมการพาและการนำเมื่อ ϕ แทน T นำมาพิจารณาร่วมกับสมการอนุรักษ์พลังงานที่ 3.17 จะได้

$$a_p T_p = a_w T_w + a_E T_E + a_N T_N + a_S T_S + b \dots\dots\dots 3.35$$

โดยถ้า a_p , a_w , a_E , a_N และ a_S คำนวณตามสมการ ที่ 3.12 กระจายผลต่างแบบจำกัดสมการอนุรักษ์พลังงานแต่ละจุด ดังนี้

$$a_{I,J} T_{I,J} = a_{I,J-1} T_{I,J-1} + a_{I,J+1} T_{I,J+1} + a_{I+1,J} T_{I+1,J} + a_{I-1,J} T_{I-1,J} + b_{I,J} \dots\dots\dots 3.36$$

ค่า F แทนฟลักซ์การพาความร้อนต่อหนึ่งหน่วยมวลและ D แทนการนำความร้อนที่ผิวปริมาตรควบคุม โดยมีค่าในแต่ละจุดดังนี้



รูปที่ 3.8 ปริมาตรควบคุมของฉนวนหุ้ม และคอมโพเนนต์ของฉนวนหุ้มที่อยู่รอบๆ

$$\begin{aligned}
 F_n &= (\rho C_p r v)_n dz = r_{i+1} v_{i+1,j} dz \left(\frac{\rho_{1,j} C_{p1,j} + \rho_{I+1,j} C_{pI+1,j}}{2} \right) \\
 F_s &= (\rho C_p r v)_s dz = r_i v_{i,j} dz \left(\frac{\rho_{1,j} C_{p1,j} + \rho_{I-1,j} C_{pI-1,j}}{2} \right) \\
 F_e &= (\rho C_p r u)_e dr = u_{1,j} r_i dr \left(\frac{\rho_{1,j} C_{p1,j} + \rho_{I,j+1} C_{pI,j+1}}{2} \right) \\
 F_w &= (\rho C_p r u)_w dr = u_{1,j-1} r_i dr \left(\frac{\rho_{1,j} C_{p1,j} + \rho_{I,j-1} C_{pI,j-1}}{2} \right) \\
 D_n &= (kr)_n \frac{dz}{dr} = \left(\frac{k_{1,j} + k_{I+1,j}}{2} \right) \frac{r_{i+1} dz}{dr} \\
 D_s &= (kr)_s \frac{dz}{dr} = \left(\frac{k_{1,j} + k_{I-1,j}}{2} \right) \frac{r_i dz}{dr} \\
 D_e &= \frac{k_e r dr}{dz} = \left(\frac{k_{1,j} + k_{I,j+1}}{2} \right) \frac{r_i dr}{dz} \\
 D_w &= \frac{k_w r dr}{dz} = \left(\frac{k_{1,j} + k_{I,j-1}}{2} \right) \frac{r_i dr}{dz} \dots\dots\dots 3.37
 \end{aligned}$$

และ $b_{I,j} = \bar{S} \Delta V$ คือเทอมของ source ซึ่ง \bar{S} ก็คือพจน์ของ viscous dissipation

$$\bar{S} = 2\mu \left\{ \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \frac{v^2}{r} + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right\} + \mu \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots 3.38$$

อินทิเกรตรอบปริมาตรควบคุม $dV=r d\theta dr dz$ เมื่อ $d\theta=1$

$$\begin{aligned}
 2\mu \int_z^e \int_w^n \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 r dz dr &= \frac{2\mu_{I,J} r_I dz}{dr} (v_{i+1,J}^2 - 2v_{i+1,J} v_{i,J} + v_{i,J}^2) \\
 2\mu \int_z^e \int_w^n \frac{v^2}{r} r dr dz &= 2\mu_{I,J} \left(\frac{v_{I,J} + v_{i+1,J}}{2} \right) dz \\
 2\mu \int_z^e \int_w^n \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 r dz dr &= \frac{2\mu_{I,J} r_I dr}{dz} (u_e^2 - 2u_e u_w + u_w^2) \\
 \mu \int_z^e \int_w^n \left[\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right]^2 &= \mu \left[\int_z^e \int_w^n \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 r dr dz + 2 \int_z^e \int_w^n \frac{\partial u}{\partial r} \frac{\partial v}{\partial z} r dr dz + \int_z^e \int_w^n \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 r dr dz \right] \\
 \mu \int_z^e \int_w^n \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 r dr dz &= \frac{\mu_{I,J} r_I dz}{dr} (u_n^2 - 2u_n u_s + u_s^2) \\
 2\mu \int_z^e \int_w^n \left(\frac{\partial u}{\partial r} \frac{\partial v}{\partial z} \right) r dr dz &= 2\mu_{I,J} r_I (u_n - u_s) (v_e - v_w) \\
 \mu \int_z^e \int_w^n \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 r dr dz &= \frac{\mu_{I,J} r_I dr}{dz} (v_e^2 - 2v_e v_w + v_w^2) \dots \dots \dots 3.39
 \end{aligned}$$

เมื่อ u_e, u_w, u_n และ u_s

$$\begin{aligned}
 u_e &= u_{I,J} \\
 u_w &= u_{I,J-1} \\
 u_n &= \left(\frac{u_{I,J} + u_{I,J-1} + u_{I+1,J-1} + u_{I+1,J}}{4} \right) \\
 u_s &= \left(\frac{u_{I,J} + u_{I,J-1} + u_{I-1,J-1} + u_{I-1,J}}{4} \right) \dots \dots \dots 3.40
 \end{aligned}$$

ส่วน v_e, v_w, v_n และ v_s

$$\begin{aligned}
 v_n &= v_{I+1,J} \\
 v_s &= v_{I,J} \\
 v_e &= \left(\frac{v_{I,J} + v_{I+1,J} + v_{I+1,J+1} + v_{I,J+1}}{4} \right) \\
 v_w &= \left(\frac{v_{I,J} + v_{I+1,J} + v_{I+1,J-1} + v_{I,J-1}}{4} \right) \dots \dots \dots 3.41
 \end{aligned}$$

3.8 เทคนิคการคำนวณแบบ SIMPLE

การคำนวณการไหลของของไหลเลือกใช้เทคนิควิธีการของ Patankar และ Spalding (1972) วิธีการดังกล่าวถูกรู้จักในชื่อ SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) เป็นวิธีการคำนวณโดยการสมมติค่าความดันและทำการปรับความดันจากการค่าสมมติมาเป็นความดันที่ถูกต้องโดยกำหนดให้ความดันเป็นค่าที่อยู่ระหว่างจุดของความเร็ว ในการคำนวณทำการคำนวณในสองทิศทางของท่อแลกเปลี่ยนความร้อน คือในแนวรัศมี และในแนวแกนท่อ

เทคนิค SIMPLE นี้ใช้กันอย่างแพร่หลายในการหาความเร็ว ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของของไหลที่ไม่รู้ค่าความดัน และเนื่องจากการที่จะคำนวณปริมาณการถ่ายโอนความร้อนที่เกิดขึ้นในแต่ละเซลล์จำเป็นจะต้องทราบความเร็วของของไหลก่อน เทคนิคนี้จึงเป็นเทคนิคที่สำคัญในการหาค่าความเร็วที่ไม่ทราบค่าความดันล่วงหน้า

การใช้เทคนิค SIMPLE ในการหาค่าความเร็วและความดันที่ภาวะคงตัว เพื่อนำไปประยุกต์ใช้กับกรณีการถ่ายโอนความร้อนที่ภาวะคงตัวและภาวะไม่คงตัวต่อไป มีระเบียบขั้นตอนดังนี้

3.8.1 ระเบียบขั้นตอน SIMPLE

จากสมการโมเมนตัมในทิศทางแกน z ที่กระจายไปอยู่ในรูปสมการไฟในตัดฟเฟอเรนเชียล 3.23 จัดให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้

$$a_{i,j}u_{i,j} = \sum a_{nb}u_{nb} + (P_{i,j} - P_{i,j+1})A_{i,j} + b_{i,j} \dots \dots \dots 3.42$$

ในทำนองเดียวกันจากสมการโมเมนตัมในทิศทาง R ที่ 3.30 จัดให้อยู่ในรูปอย่างง่าย ดังนี้

$$a_{i,j}v_{i,j} = \sum a_{nb}v_{nb} + (P_{i-1,j} - P_{i,j})A_{i,j} + b_{i,j} \dots \dots \dots 3.43$$

เนื่องจากยังไม่รู้ค่าความดันในแต่ละจุดของสมการที่ 3.42 และ 3.43 จึงสมมติความดันเป็น P^* นำค่าความดัน P^* ที่สมมติขึ้นไปแทนในสมการที่ 3.42 และ 3.43 จากนั้นใช้เทคนิควิธีการไม่ชัดแจ้ง (Implicit) จัดสมการให้อยู่ในรูปเมทริกซ์และใช้ TDMA (ภาคผนวก ข) ในการหาคำตอบ ค่า u และ v ที่ได้เขียนในรูป u^* และ v^* เพราะเป็นค่าที่หาคำตอบมาจากค่าความดัน P^* นั้นเอง

$$a_{i,j}v^*_{i,j} = \sum a_{nb}v^*_{nb} + (P^*_{i-1,j} - P^*_{i,j})A_{i,j} + b_{i,j} \dots \dots \dots 3.44$$

$$a_{i,j}u^*_{i,j} = \sum a_{nb}u^*_{nb} + (P^*_{i,j} - P^*_{i,j+1})A_{i,j} + b_{i,j} \dots \dots \dots 3.45$$

กำหนดให้ P คือค่าความดันที่ถูกต้อง และ P' คือค่าแก้ไขความดันที่รวมกับ P^* แล้วจะเป็นค่าความดันที่ถูกต้อง เช่นเดียวกับ u และ v จะได้

$$P = P^* + P' \dots\dots\dots 3.46$$

$$u = u^* + u' \dots\dots\dots 3.47$$

$$v = v^* + v' \dots\dots\dots 3.48$$

นำสมการที่ 3.44 ลบออกจากสมการที่ 3.42 และนำสมการที่ 3.45 ไปลบจากสมการที่ 3.43 ได้

$$a_{i,j}(u_{i,j} - u_{i,j}^*) = \sum a_{nb}(u_{nb} - u_{nb}^*) + [(P_{i,j} - P_{i,j}^*) - (P_{i,j+1} - P_{i,j+1}^*)]A_{i,j} \dots\dots 3.49$$

และ

$$a_{i,j}(v_{i,j} - v_{i,j}^*) = \sum a_{nb}(v_{nb} - v_{nb}^*) + [(P_{i-1,j} - P_{i-1,j}^*) - (P_{i,j} - P_{i,j}^*)]A_{i,j} \dots\dots 3.50$$

นำสมการที่ 3.46-3.48 แทนในสมการที่ 3.49 และ 3.50 แล้วจัดรูปสมการใหม่ดังนี้

$$a_{i,j}u'_{i,j} = \sum a_{nb}u'_{nb} + (P'_{i,j} - P'_{i,j+1})A_{i,j} \dots\dots\dots 3.51$$

$$a_{i,j}v'_{i,j} = \sum a_{nb}v'_{nb} + (P'_{i-1,j} - P'_{i,j})A_{i,j} \dots\dots\dots 3.52$$

จากสมการที่ 3.51 และ 3.52 กำหนดให้เทอม

$$\sum a_{nb}u'_{nb} = 0 \dots\dots\dots 3.53$$

$$\sum a_{nb}v'_{nb} = 0 \dots\dots\dots 3.54$$

เพื่อลดความยุ่งยากในการคำนวณเทคนิควิธีการ SIMPLE จะกำหนดให้สมการที่ 3.53 และ 3.54 มีค่าเป็นศูนย์ สมการดังกล่าวจะเป็นจริงเมื่อทำการคำนวณจนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้องแล้ว สมการค่าแก้ไขก็ไม่จำเป็น ซึ่งจะแสดงให้เห็นต่อไป แทนสมการที่ 3.53 และ 3.54 ลงในสมการที่ 3.51 และ 3.52 ตามลำดับ จะได้

$$u'_{i,j} = (P'_{i,j} - P'_{i,j+1})d_{i,j}; \dots\dots d_{i,j} = A_{i,j} / a_{i,j} \dots\dots\dots 3.55$$

$$v'_{i,j} = (P'_{i-1,j} - P'_{i,j})d_{i,j}; \dots\dots d_{i,j} = A_{i,j} / a_{i,j} \dots\dots\dots 3.56$$

ในทำนองเดียวกับสมการข้างต้น

$$u'_{i,j-1} = (P'_{i,j-1} - P'_{i,j})d_{i,j-1} \dots\dots\dots 3.57$$

$$v'_{i+1,j} = (P'_{i,j} - P'_{i+1,j})d_{i+1,j} \dots\dots\dots 3.58$$

จากนั้นนำสมการที่ 3.55 และ 3.56 แทนลงในสมการที่ 3.47 และ 3.48 ได้

$$u_{i,j} = u_{i,j}^* + d_{i,j}(P'_{i,j} - P'_{i,j+1}) \dots\dots\dots 3.59$$

$$v_{i,j} = v_{i,j}^* + d_{i,j}(P'_{i-1,j} - P'_{i,j}) \dots\dots\dots 3.60$$

ทำนองเดียวกันกับสมการที่ 3.59 และ 3.60

$$u_{i,j-1} = u_{i,j-1}^* + d_{i,j}(P'_{i,j-1} - P'_{i,j+1}) \dots\dots\dots 3.61$$

$$v_{i+1,j} = v_{i+1,j}^* + d_{i+1,j}(P'_{i,j} - P'_{i+1,j}) \dots\dots\dots 3.62$$

จากสมการความต่อเนื่องที่ภาวะคงตัว

$$[(\rho u A)_{i,j} - (\rho u A)_{i,j-1}] + [(\rho v A)_{i+1,j} - (\rho v A)_{i,j}] = 0 \dots\dots\dots 3.63$$

แทนค่าความเร็วจากสมการที่ 3.59 – 3.62 ลงในสมการความต่อเนื่อง 3.63 ได้

$$\begin{aligned} & [\rho A|_{i,j}(u_{i,j}^* + d_{i,j}(P'_{i,j} - P'_{i,j+1})) - \rho A|_{i,j-1}(u_{i,j-1}^* + d_{i,j-1}(P'_{i,j-1} - P'_{i,j}))] + \\ & [\rho A|_{i+1,j}(v_{i+1,j}^* + d_{i+1,j}(P'_{i,j} - P'_{i+1,j})) - \rho A|_{i,j}(v_{i,j}^* + d_{i,j}(P'_{i-1,j} - P'_{i,j}))] = 0 \dots\dots\dots 3.64 \end{aligned}$$

จัดสมการที่ 3.64 ได้

$$\begin{aligned} & [(\rho dA)_{i,j} + (\rho dA)_{i,j-1} + (\rho dA)_{i+1,j} + (\rho dA)_{i,j}] P'_{i,j} = (\rho dA)_{i,j} P'_{i,j+1} + (\rho dA)_{i,j-1} P'_{i,j-1} + \\ & (\rho dA)_{i+1,j} P'_{i+1,j} + (\rho dA)_{i,j} P'_{i-1,j} + [(\rho A u^*)_{i,j-1} - (\rho A u^*)_{i,j} + (\rho A v^*)_{i,j} - (\rho A v^*)_{i+1,j}] \dots\dots\dots 3.65 \end{aligned}$$

หรือ

$$\begin{aligned} a_p P'_{i,j} &= a_B P'_{i,j+1} + a_W P'_{i,j-1} + a_N P'_{i+1,j} + a_S P'_{i-1,j} + b' \\ a_B &= (\rho dA)_{i,j} \\ a_W &= (\rho dA)_{i,j-1} \\ a_N &= (\rho dA)_{i+1,j} \\ a_S &= (\rho dA)_{i,j} \\ b' &= (\rho A u^*)_{i,j-1} - (\rho A u^*)_{i,j} + (\rho A v^*)_{i,j} - (\rho A v^*)_{i+1,j} \dots\dots\dots 3.66 \end{aligned}$$

เรียกสมการที่ 3.66 ว่าสมการแก้ไขความดัน (pressure correction, P') สมการแก้ไขความดันนี้ต่อไปจะเป็นสมการที่มีบทบาทอย่างมากต่อความสำเร็จ (convergence) หรือความไม่สำเร็จในการหาคำตอบ (divergence) ดังนั้นเพื่อเป็นการบังคับให้การคำนวณมีแนวโน้มไปสู่คำตอบมากขึ้น จึงใช้วิธีการ under-relaxation เข้ามาช่วยในระหว่างการทำการคำนวณในการพัฒนาค่าแก้ไขความดัน

$$P = P^* + \alpha_p P' \dots\dots\dots 3.67$$

เมื่อ $0 \leq \alpha_p \leq 1$ ถ้าเลือกค่า $\alpha_p = 1$ หมายถึง P^* จะถูกต้องโดยใช้ P^* และถ้าเลือกค่า $\alpha_p = 0$ หมายถึง P^* เป็นค่าความดันที่ถูกต้องที่ทราบค่า ค่า α_p ที่ดีควรเป็นค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 การเลือกค่า α_p มีความจำเป็นอย่างยิ่งโดยเฉพาะถ้าค่า P^* ที่สมมุติในตอนแรกห่างไกลจากความ เป็นจริงมาก นอกจากนั้นการเลือกค่า α_p ควรมีค่ามากพอที่จะทำให้การคำนวณเคลื่อนที่ไปหาค่า ตอบและค่า α_p ต้องไม่น้อยเกินไปจนทำให้การคำนวณใช้เวลานาน การใช้ค่า under-relaxation สามารถทำได้กับสมการโมเมนตัม เช่นกัน

$$u^{new} = \alpha_u u^n + (1 - \alpha_u) u^{(n-1)} \dots\dots\dots 3.68$$

$$v^{new} = \alpha_v v^n + (1 - \alpha_v) v^{(n-1)} \dots\dots\dots 3.69$$

เมื่อ α_u, α_v คือ under-relaxation factors ของความเร็ว u และ v ตามลำดับมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 สมการที่ 3.68 และ 3.69 ค่า u^n, v^n คือค่าความเร็วที่คำนวณได้ส่วนค่า $u^{(n-1)}, v^{(n-1)}$ คือ ค่าที่คำนวณได้จากการคำนวณครั้งก่อน เมื่อแทน under-relaxation ในสมการโมเมนตัม สมการ 3.42 และ 3.43 เขียนได้ใหม่ ดังนี้

$$\frac{a_{i,j}}{\alpha_u} u_{i,j} = \sum a_{nb} u_{nb} + (P_{i,j} - P_{i,j+1}^*) A_{i,j} + b_{i,j} + \left[(1 - \alpha_u) \frac{a_{i,j}}{\alpha_u} \right] u_{i,j}^{(n-1)} \dots\dots\dots 3.70$$

$$\frac{a_{i,j}}{\alpha_v} v_{i,j} = \sum a_{nb} v_{nb} + (P_{i-1,j} - P_{i,j}^*) A_{i,j} + b_{i,j} + \left[(1 - \alpha_v) \frac{a_{i,j}}{\alpha_v} \right] v_{i,j}^{(n-1)} \dots\dots\dots 3.71$$

ดังนั้นเมื่อใช้ under-relaxation ในสมการโมเมนตัมก็จะส่งผลไปยังสมการแก้ไข (3.66) ด้วยดังนี้

$$\begin{aligned} d_{i,j} &= \frac{A_{i,j}}{a_{i,j}} \alpha_u \\ d_{i,j-1} &= \frac{A_{i,j-1}}{a_{i,j-1}} \alpha_u \\ d_{i,j} &= \frac{A_{i,j}}{a_{i,j}} \alpha_v \\ d_{i+1,j} &= \frac{A_{i+1,j}}{a_{i+1,j}} \alpha_v \dots\dots\dots 3.72 \end{aligned}$$

เมื่อ $a_{i,j}, a_{i,j-1}, a_{i,j}$ และ $a_{i+1,j}$ คือสัมประสิทธิ์กลางของสมการโมเมนตัมที่ตำแหน่ง $(i,j), (i,j-1), (i,j)$ และ $(i+1,j)$ การเลือก under-relaxation ขึ้นกับความซับซ้อนของปัญหา วิธีการทั้งหมดดังกล่าวข้างต้นสามารถแสดงเป็นแผนผังการทำงานดังนี้

3.8.2 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมที่ภาวะคงตัว

ระเบียบขั้นตอน SIMPLE

1. รับค่าอัตราการไหลและค่าอุณหภูมิของน้ำร้อนและน้ำเย็น
2. สมมติค่าอุณหภูมิ, ความเร็วและความดัน
3. คำนวณสมการโมเมนตัมหาความเร็ว ในแนว z และแนว r (สมการที่ 3.44 และ 3.45) จากความดันและอุณหภูมิที่สมมติขึ้นในข้อ 2 โดยใช้วิธีการไม่ชัดแจ้งในการคำนวณหาค่าตอบ
4. คำนวณหาค่า P' จากสมการค่าแก้ไขความดัน (สมการที่ 3.66)
5. ปรับค่าความเร็วและความดันที่ได้ในข้อ 3 ให้ถูกต้องโดยใช้สมการที่ 3.46, 3.59 และ 3.60
6. นำความเร็วที่คำนวณได้ในข้อ 5 มาใช้ในการคำนวณหาอุณหภูมิจากสมการอนุรักษ์พลังงานที่ 3.36
7. นำค่าความดัน ความเร็ว และอุณหภูมิที่ได้มาใช้เป็นค่าเริ่มต้นในการคำนวณตั้งแต่ข้อ 2 ใหม่ จนกระทั่งคำตอบใหม่เอียงเข้าหาค่าจริง (convergence) หรือค่าที่คำนวณได้แตกต่างกันน้อยกว่า $1E-7$

3.8.3 ผังงานระเบียบขั้นตอน SIMPLE (แสดงในรูป 3.9)

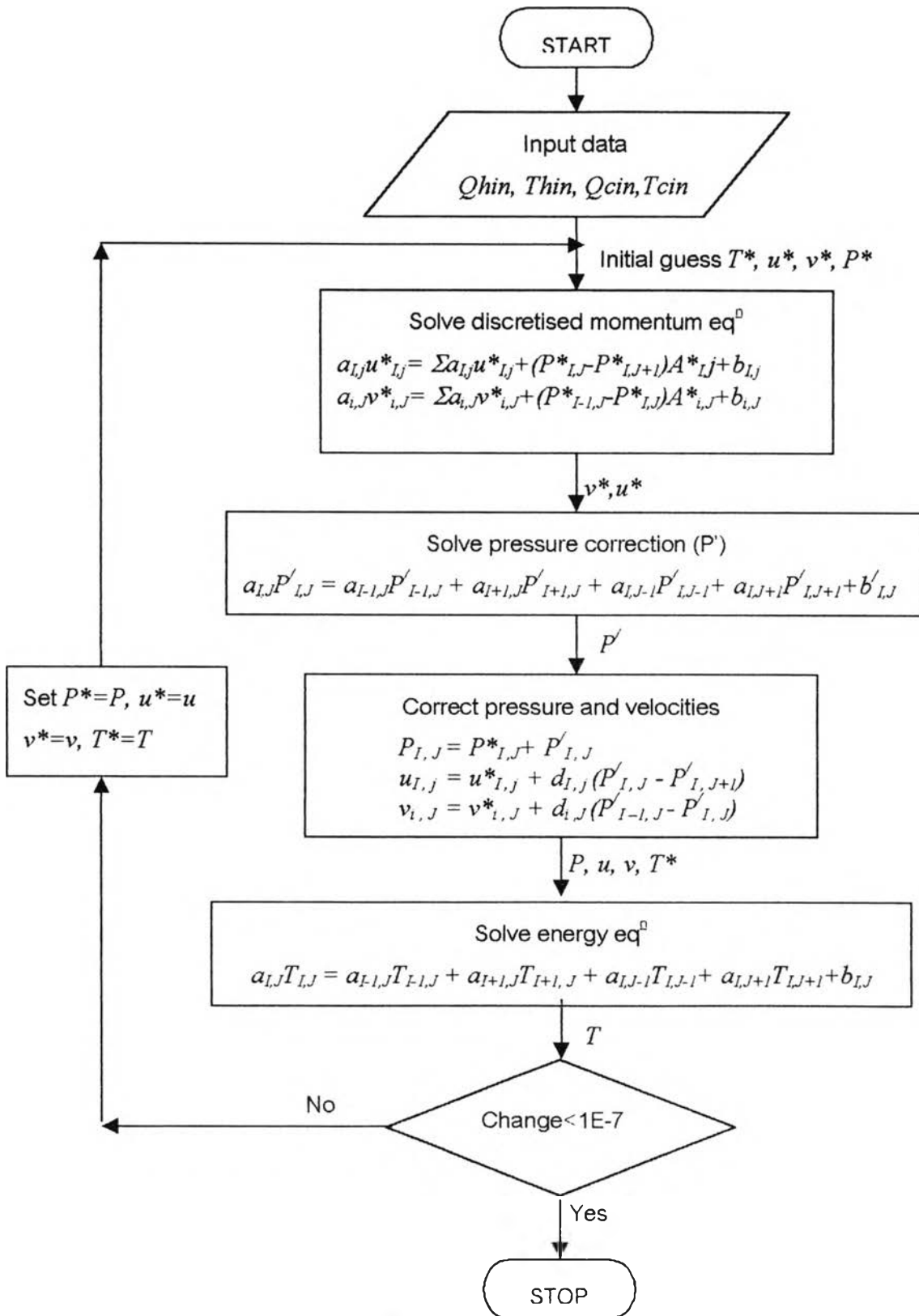
3.9 การคำนวณการถ่ายโอนความร้อนในระบบภาวะไม่คงตัว (Versteeg และ Malalasekera, 1995)

การคำนวณเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนที่ผ่านมาเป็นการคำนวณจากสมการภาวะคงตัวต่อไปจะแสดงการใช้เทคนิควิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์มาคำนวณปัญหาสมการการถ่ายโอนความร้อนแบบภาวะไม่คงตัว (unsteady state) ในระบบสมการภาวะไม่คงตัว ตัวแปรมีความสัมพันธ์กับเวลาโดยจะมีเทอมการสะสมของปริมาณ ϕ ในสมการอนุรักษ์ต่างๆ เขียนรูปทั่วไปได้ดังนี้

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho v\phi) = \text{div}(\Gamma \text{grad}\phi) + S\phi \dots \dots \dots 3.73$$

เมื่อ ϕ แทนด้วย 1 ในสมการอนุรักษ์มวล แทนด้วยความเร็ว u หรือ v ในสมการอนุรักษ์โมเมนตัม และแทนด้วย $C_p T$ ในสมการอนุรักษ์พลังงาน

จากสมการที่ 3.73 อัตราการเปลี่ยนแปลงของเทอมการสะสมปริมาณ ϕ ที่เกิดขึ้นมีค่าเป็นศูนย์ในกรณีปัญหาภาวะคงตัว ในการกระจายสมการให้อยู่ในรูปผลต่างแบบจำกัด เริ่มต้นด้วยการอินทิเกรตรอบปริมาตรควบคุม (CV) แต่ในสมการที่ 3.73 การอินทิเกรตต้องทำการอินทิเกรตในช่วงเวลา Δt ร่วมด้วย โดยการแทนที่การอินทิเกรตบนปริมาตรของเทอมการพาและการนำที่พื้นผิวของปริมาตรควบคุม ดังได้กล่าวมาแล้วข้างต้น และเปลี่ยนอันดับของการอินทิเกรตในรูปอัตราการเปลี่ยนแปลงของเทอมขึ้นกับเวลา ดังนี้

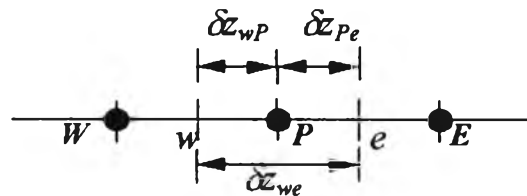


รูปที่ 3.9 ผังงานระเบียบขั้นตอน SIMPLE (Versteeg และ Malalasekera, 1995)

$$\int_{CV} \left(\int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} (\rho\phi) dt \right) dV + \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_A n \cdot (\rho v \phi) dA \right) dt = \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_A n \cdot (\Gamma \text{grad} \phi) dA \right) dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{CV} S_s dV dt \dots 3.74$$

เพื่อให้ง่ายต่อความเข้าใจขอแสดงการอินทิเกรตใน 1 มิติของปัญหาการถ่ายโอนความร้อนแบบการนำความร้อนใน 1 มิติ ดังต่อไปนี้

$$\rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \bar{S} \dots \dots \dots 3.75$$



รูปที่ 3.10

อินทิเกรตที่ปริมาตรควบคุมตั้งแต่เวลา t ถึง $t + \Delta t$ ได้

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{CV} \rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} dV dt = \int_t^{t+\Delta t} \int_{CV} \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) dV dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{CV} S dV dt \dots \dots \dots 3.76$$

จัดรูปสมการ

$$\int_w^e \left[\int_t^{t+\Delta t} \rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} dt \right] dV = \int_t^{t+\Delta t} \left[\left(kA \frac{\partial T}{\partial z} \right)_e - \left(kA \frac{\partial T}{\partial z} \right)_w \right] dt + \int_t^{t+\Delta t} \bar{S} \Delta V dt \dots \dots \dots 3.77$$

อินทิเกรตบนปริมาตรควบคุมเทอมทางซ้ายมือเขียนได้ว่า

$$\int_{CV} \left[\int_t^{t+\Delta t} \rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} dt \right] dV = \rho C_P (T_P - T_P^o) \Delta V \dots \dots \dots 3.78$$

ในสมการที่ 3.78 ค่า " T^o " หมายถึงอุณหภูมิที่เวลา t และอุณหภูมิที่เวลา $t + \Delta t$ แทนด้วยตัว " T " ก็คือแทน $\partial T / \partial t$ ด้วย $(T_P - T_P^o) / \Delta t$ นั่นเอง การกระจายแบบนี้เป็นเทคนิคการกระจายแบบย้อนกลับ มีความถูกต้องอันดับที่หนึ่ง (ภาคผนวก ค) ส่วนเทอมทางซ้ายมือใช้เทคนิคการกระจายจากจุดกึ่งกลาง (central differencing) จะได้

$$\rho C_P (T_P - T_P^o) \Delta V = \int_t^{t+\Delta t} \left[\left(k_e A \frac{T_E - T_P}{\delta z_{PE}} \right) - \left(k_w A \frac{T_P - T_W}{\delta z_{WP}} \right) \right] dt + \int_t^{t+\Delta t} \bar{S} \Delta V dt \dots \dots 3.79$$

ในการประมาณค่าทางขวามือของสมการ โดยต้องหาค่าตัวแทนของ T_P , T_E และ T_W ในช่วงเวลาที่ t ถึง $t + \Delta t$ ในการอินทิเกรต กำหนดให้ θ คือพารามิเตอร์น้ำหนักความสำคัญ (weighting parameter) และให้ I_T คือตัวแทนของ T_P ที่เวลา t ถึง $t + \Delta t$

$$I_T = \int_t^{t+\Delta t} T_P dt = [\theta T_P - (1-\theta)T_P^0] \Delta t \dots \dots \dots 3.80$$

จากสมการ 3.80 การประค่า I_T อาจแบ่งคร่าว ๆ เป็น 3 กรณี

1. $\theta = 0$ คืออุณหภูมิที่เวลา t ถูกนำมาใช้เป็นตัวแทนของการอินทิเกรตอุณหภูมิ
2. $\theta = 1$ คืออุณหภูมิที่เวลา $t + \Delta t$ ถูกนำมาใช้เป็นตัวแทนของการอินทิเกรตอุณหภูมิ
3. $\theta = 1/2$ คืออุณหภูมิที่เวลา t และ $t + \Delta t$ มีน้ำหนักความสำคัญเท่ากัน

ใช้สมการที่ 3.80 สำหรับค่า T_E และ T_W แทนในสมการ 3.79 และหารตลอดด้วย $r dr dz \Delta t$ จะได้

$$\rho C_P \left(\frac{T_P - T_P^0}{\Delta t} \right) \Delta z = \theta \left[\frac{k_e (T_E - T_P)}{\delta z_{PE}} - \frac{k_w (T_P - T_W)}{\delta z_{WP}} \right] + (1-\theta) \left[\frac{k_e (T_E^0 - T_P^0)}{\delta z_{PE}} - \frac{k_w (T_P^0 - T_W^0)}{\delta z_{WP}} \right] + \bar{S} \Delta z \dots \dots \dots 3.81$$

จัดรูปสมการ

$$\left[\rho C_P \frac{\Delta z}{\Delta t} + \theta \left(\frac{k_e}{\delta x_{PE}} + \frac{k_w}{\delta x_{WP}} \right) \right] T_P = \frac{k_e}{\delta z_{PE}} [\theta T_E + (1-\theta)T_E^0] + \frac{k_w}{\delta z_{WP}} [\theta T_W + (1-\theta)T_W^0] + \left[\rho C_P \frac{\Delta z}{\Delta t} - (1-\theta) \left(\frac{k_e}{\delta x_{PE}} + \frac{k_w}{\delta x_{WP}} \right) \right] T_P^0 + \bar{S} \Delta z \dots \dots \dots 3.82$$

เขียนค่าสัมประสิทธิ์ของ T_E และ T_W ให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐานของค่าสัมประสิทธิ์ a_W และ a_E ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} a_P T_P &= a_W [\theta T_W + (1-\theta)T_W^0] + a_E [\theta T_E + (1-\theta)T_E^0] + [a_P^0 - (1-\theta)a_W - (1-\theta)a_E] T_P^0 + b \\ a_P &= \theta(a_W + a_E) + a_P^0 \\ a_P^0 &= \rho C_P \frac{\Delta z}{\Delta t} \\ a_W &= \frac{k_w}{\delta z_{WP}} \\ a_E &= \frac{k_e}{\delta z_{PE}} \\ b &= \bar{S} \Delta z \dots \dots \dots 3.83 \end{aligned}$$

ดังนั้นรูปแบบการกระจายของสมการภาวะไม่คงตัวขึ้นอยู่กับค่า θ เมื่อ θ เป็นศูนย์ จะใช้เพียง T_P^o , T_W^o และ T_E^o ที่เวลาเดิม (t) แทนในด้านขวามือรวมกับ source term เพื่อประมาณค่า T_P ที่เวลาใหม่ ($t+\Delta t$) เรียกวิธีการนี้ว่าเป็นวิธีการชัดแจ้ง (explicit) ส่วนกรณี $0 < \theta \leq 1$ อุณหภูมิที่เวลาใหม่จะถูกนำมาใช้แทนในสมการทั้งสองข้าง วิธีนี้เรียกว่าวิธีไม่ชัดแจ้ง (implicit) และยิ่งถ้า $\theta=1$ เรียกว่า fully implicit ส่วนกรณี $\theta=1/2$ เรียกว่าวิธี Crank-Nicolson

เนื่องจากในหนังสือการถ่ายโอนความร้อนทั่วไปมักกล่าวถึงวิธีประมาณค่าการอินทิเกรตเทียบกับเวลาด้วยเทคนิคที่กล่าวมาทั้ง 3 วิธีข้างต้นอยู่แล้ว ในที่นี้จึงจะขอเสนอเพียงเทคนิคการประมาณค่าแบบ fully implicit เท่านั้น เนื่องจากเป็นวิธีที่นำมาใช้ในการเขียนโปรแกรมแก้ปัญหาในวิทยานิพนธ์นี้

เทคนิควิธี Fully Implicit

จากสมการที่ 3.83 เมื่อกำหนดค่า $\theta=1$ สามารถเขียนสมการได้ว่า

$$a_p T_P = a_w T_W + a_e T_E + a_p^o T_P^o + S_u \dots \dots \dots 3.84$$

เมื่อ ทำการกระจาย source term $b = S_u + S_p T_P^o$ และ

$$a_p = a_p^o + a_w + a_e - S_p$$

$$a_p^o = \rho C_p \frac{\Delta z}{\Delta t}$$

$$a_w = \frac{k_w}{\delta z_{WP}}$$

$$a_e = \frac{k_e}{\delta z_{PE}}$$

จะเห็นว่าทั้งสองข้างของสมการประกอบด้วยเทอมอุณหภูมิที่เวลาใหม่ $t+\Delta t$ ซึ่งเป็นระบบสมการพีชคณิต (Algebraic equation) ในการคำนวณแต่ละลำดับเวลา การคำนวณที่เวลา $t+\Delta t$ เริ่มต้นด้วยการกำหนดค่าเริ่มต้นของอุณหภูมิที่เวลา T^o ระบบสมการที่ 3.84 จะถูกคำนวณหลังจากกำหนดค่า Δt คำตอบที่ได้ (T) จะถูกนำมาเป็นค่าเริ่มต้นที่ช่วงเวลาถัดไป คือเป็นค่าที่ T^o ตัวต่อไป ดำเนินการแบบเดิมในการหาค่าที่ช่วงเวลาถัดไป

วิธีการนี้มีข้อดีคือไม่มีข้อจำกัดสำหรับค่า Δt เหมือนวิธีการชัดแจ้ง แต่เนื่องจากเทคนิคที่ใช้ในการกระจายแบบนี้มีอันดับความถูกต้องเพียงอันดับหนึ่ง ดังนั้นในการเลือกใช้ค่า Δt จะต้องเลือกพอที่จะทำให้ผลการคำนวณถูกต้อง

การประยุกต์เทคนิควิธีการไม่ชัดแจ้ง เข้ากับเทคนิคการคำนวณการไหลที่มีทั้งการนำและการพาแบบ 2 มิติ ทำได้โดย

1. เพิ่มเทอม a^o_p ที่สัมพันธ์กับพื้นที่ส่วนกลาง a_p
2. นำเทอม $a^o_p \phi^o_p$ ไปรวมอยู่ใน source term ทางด้านขวามือของสมการ
3. สัมประสิทธิ์อื่น ๆ กระจายเช่นเดียวกับกรณีภาวะคงตัวไม่มีการเปลี่ยนแปลงดังนั้นจากสมการที่ 3.73 เมื่อนำมากระจายแล้วจัดรูปใหม่ได้ดังนี้

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v \phi)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho u \phi)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + S \dots \dots \dots 3.85$$

เมื่อใช้วิธีการไม่ชัดแจ้งกระจายสมการ และจัดรูปสมการที่ 3.85 ให้อยู่ในรูปทั่วไปจะได้

$$a_p \phi_p = a_w \phi_w + a_B \phi_B + a_N \phi_N + a_S \phi_S + S_u \dots \dots \dots 3.86$$

เมื่อ

$$a_p = a_w + a_B + a_S + a_N + a_p^o + \Delta F - S_p$$

$$a_p^o = \frac{\rho_p^o \Delta V}{\Delta t}$$

$$\bar{S} \Delta V = S_u + S_p \phi_p$$

ส่วนเทอม a_E, a_W, a_N และ a_S คำนวณจากสมการที่ 3.12

3.10 วิธีการคำนวณพฤติกรรมเชิงพลวัตของของไหลโดยใช้เทคนิค SIMPLE ในกรณีกระบวนการภาวะไม่คงตัว (Solution Procedures for Unsteady Flow Calculation)

จากเทคนิค SIMPLE ที่ได้กล่าวมาแล้วในหัวข้อที่ 3.8 สำหรับกรณีภาวะคงตัว ในหัวข้อนี้ จะพิจารณาการประยุกต์เทคนิคดังกล่าวกับกรณีมีภาวะไม่คงตัว โดยการกระจายสมการโมเมนตัม และสมการอนุรักษ์พลังงาน เขียนในรูปทั่วไปดังเช่นสมการ 3.86 ข้างต้น ที่ต้องพิจารณาเพิ่มเติมคือในสมการแก้ไขค่าความดันที่ 3.66 สมการความต่อเนื่องแบบภาวะไม่คงตัวใน 2 มิติ

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho u) = 0 \dots \dots \dots 3.87$$

อินทิเกรตรอบปริมาตรควบคุมเทียบกับเวลา

$$\frac{(\rho_p - \rho_p^o)}{\Delta t} \Delta V + [(\rho v A)_n - (\rho v A)_s] + [(\rho u A)_e - (\rho u A)_w] = 0 \dots \dots \dots 3.88$$

จากสมการแก้ไขค่าความดันที่กระจายมาจากสมการความต่อเนื่อง เมื่อเป็นภาวะไม่คงตัวต้องเพิ่มเทอมแสดงการเปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลา จัดให้อยู่ในรูปทั่วไป ดังนี้

$$a_{I,J} P'_{I,J} = a_{I,J+1} P'_{I,J+1} + a_{I,J-1} P'_{I,J-1} + a_{I+1,J} P'_{I+1,J} + a_{I-1,J} P'_{I-1,J} + b'_{I,J} \dots \dots \dots 3.89$$

เมื่อ

$$a_{I,J} = a_{I,J+1} + a_{I,J-1} + a_{I+1,J} + a_{I-1,J}$$

$$b'_{I,J} = (\rho Au^*)_{I,J-1} + (\rho Au^*)_{I,J} + (\rho Av^*)_{I,J} + (\rho Au^*)_{I+1,J} + \frac{(\rho_P^o - \rho_P) \Delta V}{\Delta t}$$

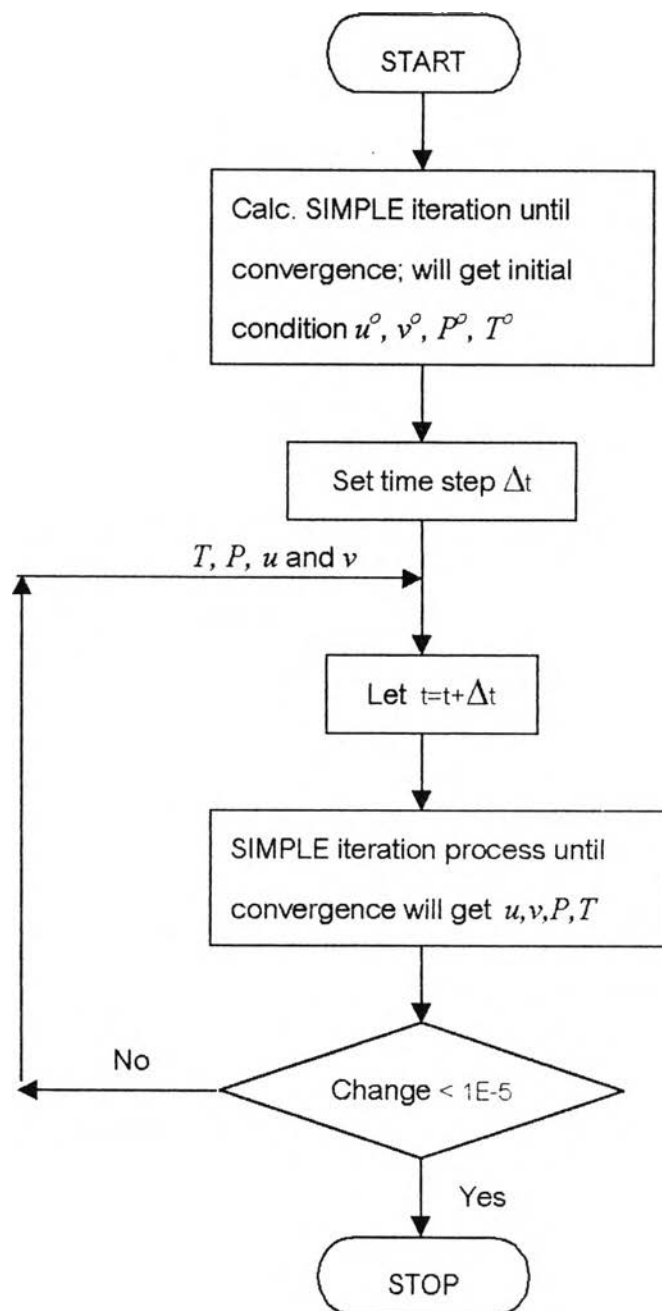
ค่าสัมประสิทธิ์ $a_{I,J+1}$, $a_{I,J-1}$, $a_{I+1,J}$ และ $a_{I-1,J}$ คำนวณจากสมการที่ 3.66

จะเห็นว่าเทอมที่เพิ่มขึ้นจากการอินทิเกรตเทียบกับเวลาจะถูกรวมไว้ใน source term และการคำนวณสมการภาวะไม่คงตัวของของไหล คำนวณด้วยระเบียบขั้นตอน SIMPLE ดังได้กล่าวมาแล้วในกรณีภาวะคงตัว (หัวข้อ 3.8) นำค่าที่คำนวณได้นำมาใช้เป็นค่าเริ่มต้นในการคำนวณที่เวลาต่อมาจนกระทั่งได้คำตอบลู่อู่เข้าหาค่าจริง (convergence)

3.10.1 ขั้นตอนการคำนวณที่ภาวะไม่คงตัว

1. ใส่ค่าเริ่มต้นและค่าที่ภาวะใหม่ที่ต้องการคำนวณ (อัตราการไหลและค่าอุณหภูมิของน้ำร้อนและน้ำเย็น)
2. คำนวณค่าเริ่มต้น หรือค่าที่ภาวะคงตัว โดยใช้ SIMPLE อัลกอริทึมเมื่อคำนวณเสร็จแล้วค่าที่ได้จะเป็นค่าที่เวลา เท่ากับศูนย์ (time=0 sec)
3. กำหนดค่า Δt (time step)
4. กำหนดเวลาต่อไปที่จะคำนวณ $t=t+\Delta t$
5. ใช้ SIMPLE อัลกอริทึมคำนวณค่าความเร็ว, ความดัน และอุณหภูมิ ค่าที่ได้จะเป็นค่าที่เวลา $t=t+\Delta t$
6. นำค่าที่ได้จากข้อ 5 ใช้เป็นค่าเริ่มต้นแทนค่าที่เวลา $t=0$ sec แล้วย้อนกลับไปคำนวณในข้อ 4 คำนวณจนกระทั่งเมื่อเวลาเปลี่ยนไป ($t=t+\Delta t$) ใหม่แล้วค่าที่คำนวณได้ไม่แตกต่างกัน หรือแตกต่างกันน้อยกว่า $1E-5$

3.10.2 ฝัງงานที่ภาวะไม่คงตัว (แสดงในรูปที่ 3.11)



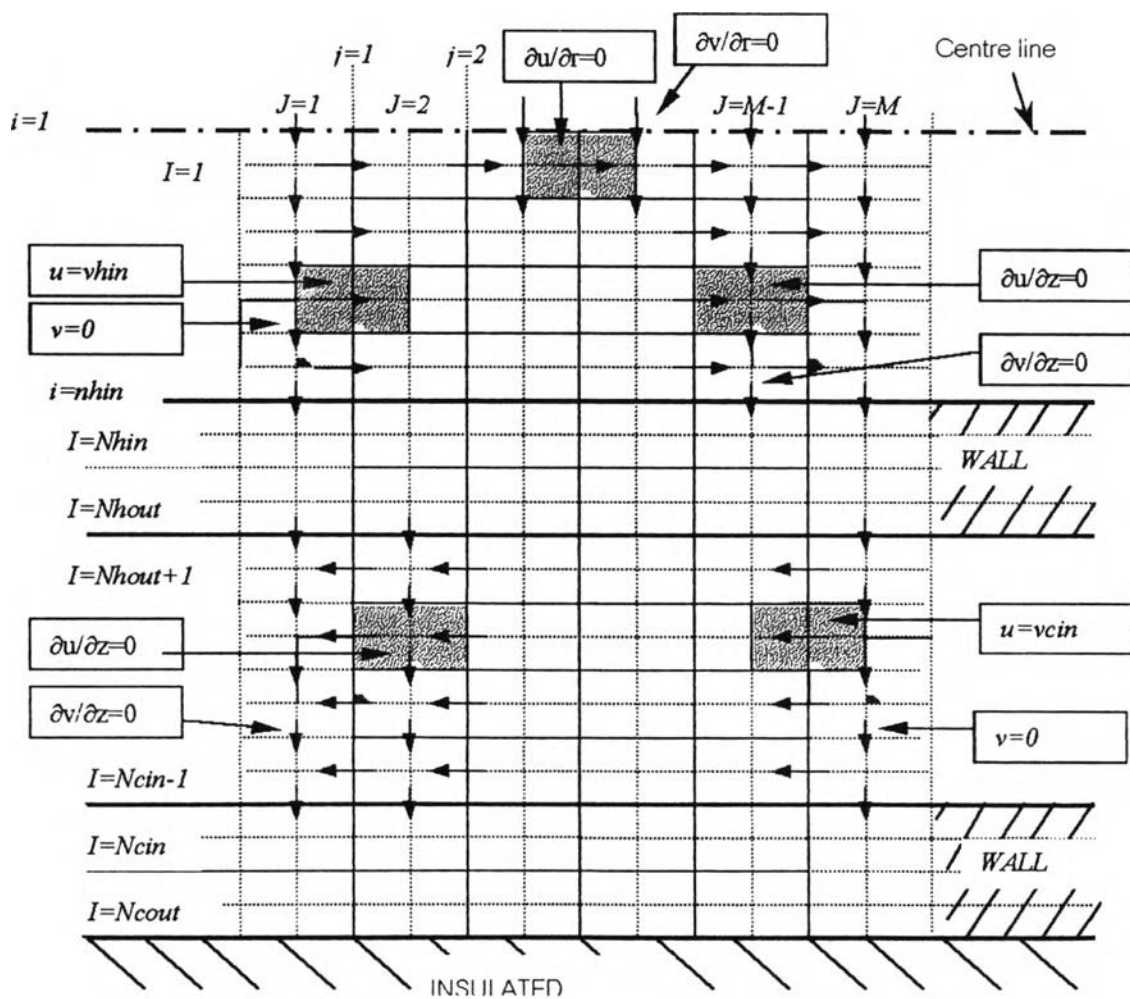
รูปที่ 3.11 ผังงานการคำนวณที่ภาวะไม่คงตัว (Versteeg และ Malalasekera, 1995)

3.11 สมการการคำนวณและการกำหนดภาวะขอบเขต

การกำหนดภาวะขอบเขตในการคำนวณเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนแบบท่อสองชั้นภาวะไม่คงตัวใน 2 มิติ ที่มีการไหลอยู่ในช่วงการไหลแบบราบเรียบ โดยแบ่งส่วนพิจารณาภาวะขอบเขตของสมการไฟไนติฟเฟอเรนซ์ดังนี้

1. ภาวะขอบเขตที่ทางเข้า
2. ภาวะขอบเขตที่ทางออก
3. ภาวะขอบเขตที่ผนังท่อและกึ่งกลางท่อ
4. ภาวะที่เวลาเริ่มต้น

จากการใช้เทคนิค staggered grid ในการแบ่งโหนดดังรูป 3.10 เพื่อให้เห็นภาพการแบ่งเซลล์ในการคำนวณโดยรวม



รูปที่ 3.12 การกำหนดภาวะขอบเขตของในเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน

3.11 สมการโมเมนต์ในทิศทาง z และการกำหนดภาวะขอบเขต

จากสมการอนุรักษ์โมเมนต์ในทิศทาง z ที่ 2.13 พิจารณาที่ภาวะไม่คงตัว ระบบปิดทรงกระบอกในทิศทาง 2 มิติสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$a_{I,J}u_{I,J} = a_{I,J-1}u_{I,J-1} + a_{I,J+1}u_{I,J+1} + a_{I+1,J}u_{I+1,J} + a_{I-1,J}u_{I-1,J} + (P_{I,J} - P_{I,J+1})r_{I,J}\Delta r + b_{I,J} \dots 3.90$$

เมื่อ

$$a_{I,J} = a_{I,J-1} + a_{I,J+1} + a_{I+1,J} + a_{I-1,J} + (F_e - F_w) + (F_n - F_s) + \frac{\rho_{I,J}r_{I,J}\Delta r\Delta z}{\Delta t}$$

$$a_{I,J+1} = D_e \max \left[0, \left(1 - 0.1 \left| \frac{F_e}{D_e} \right| \right)^5 \right] + \max[-F_e, 0]$$

$$a_{I,J-1} = D_w \max \left[0, \left(1 - 0.1 \left| \frac{F_w}{D_w} \right| \right)^5 \right] + \max[-F_w, 0]$$

$$a_{I+1,J} = D_n \max \left[0, \left(1 - 0.1 \left| \frac{F_n}{D_n} \right| \right)^5 \right] + \max[-F_n, 0] \dots \dots \dots 3.91$$

$$a_{I-1,J} = D_s \max \left[0, \left(1 - 0.1 \left| \frac{F_s}{D_s} \right| \right)^5 \right] + \max[-F_s, 0]$$

$$a_{I,J}^o = \frac{\rho_{I,J}u_{I,J}^o}{\Delta t} r_{I,J} \Delta r \Delta z$$

$$b_{I,J} = \left[D_e(u_{I,J+1} - u_{I,J}) - D_w(u_{I,J} - u_{I,J-1}) \right] + \left[D_n(v_{I+1,J+1} - v_{I+1,J}) - D_s(v_{I,J+1} - v_{I,J}) \right] \frac{\Delta r}{\Delta z} + a_{I,J}^o$$

และ

$$F_e = (\rho u)_e r \Delta r = \frac{1}{2} \left[u_{I,J} \left(\frac{\rho_{I,J} + \rho_{I,J+1}}{2} \right) + u_{I,J+1} \left(\frac{\rho_{I,J+1} + \rho_{I,J+2}}{2} \right) \right] r_{I,J} \Delta r$$

$$F_w = (\rho u)_w r \Delta r = \frac{1}{2} \left[u_{I,J} \left(\frac{\rho_{I,J} + \rho_{I,J+1}}{2} \right) + u_{I,J-1} \left(\frac{\rho_{I,J} + \rho_{I,J-1}}{2} \right) \right] r_{I,J} \Delta r$$

$$F_n = (\rho v)_n r \Delta z = \frac{1}{2} \left[v_{I+1,J} \left(\frac{\rho_{I,J} + \rho_{I+1,J}}{2} \right) + v_{I+1,J+1} \left(\frac{\rho_{I,J+1} + \rho_{I+1,J+1}}{2} \right) \right] r_{I,J} \Delta z$$

$$F_s = (\rho v)_s r \Delta z = \frac{1}{2} \left[v_{I,J} \left(\frac{\rho_{I,J} + \rho_{I-1,J}}{2} \right) + v_{I,J+1} \left(\frac{\rho_{I,J+1} + \rho_{I-1,J+1}}{2} \right) \right] r_{I,J} \Delta z$$

$$D_n = \frac{(\mu r)_n \Delta z}{\Delta r} = \frac{(\mu_{I,J} + \mu_{I,J+1} + \mu_{I+1,J} + \mu_{I+1,J+1})}{4\Delta r} r_{I+1,J} \Delta z \dots\dots\dots 3.92$$

$$D_s = \frac{(\mu r)_s \Delta z}{\Delta r} = \frac{(\mu_{I,J} + \mu_{I,J+1} + \mu_{I-1,J} + \mu_{I-1,J+1})}{4\Delta r} r_{I,J} \Delta z$$

$$D_e = \frac{\mu_e r \Delta r}{\Delta z} = \frac{\mu_{I,J+1} r_{I,J} \Delta r}{\Delta z}$$

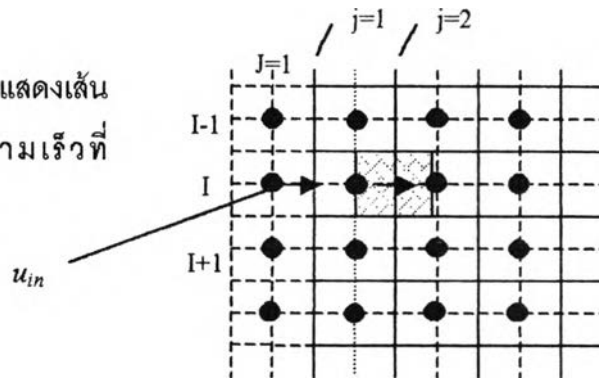
$$D_w = \frac{\mu_w r \Delta r}{\Delta z} = \frac{\mu_{I,J} r_{I,J} \Delta r}{\Delta z}$$

กำหนดภาวะขอบเขตเพื่อใช้แก้สมการดังนี้

BC.1 กรณีที่ทางเข้าท่อเริ่มคำนวณที่ $j=2$

BC. 1.1

รูปที่ 3.13 ตำแหน่ง $j=1$ แสดงเส้นขอบเขตของระบบความเร็วที่ตำแหน่งดังกล่าวมีค่า u_{in}



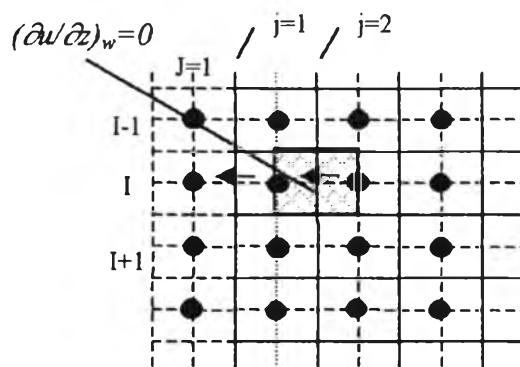
จากรูปที่ 3.13 พิจารณาความเร็ว u ที่ภาวะขอบเขตทางเข้าของท่อน้ำร้อนและท่อน้ำเย็นที่มีทิศทางการเคลื่อนที่แบบไหลขนาน ค่ามวล F_w จากสมการที่ 3.92 เมื่อ $u_{I,j-1} = u_{in}$ เป็นตัวที่รู้ค่า จากนั้นย้ายเทอมที่ทราบค่าไปรวมกับ source term

$$a_{I,j} u_{I,j} = a_{I,j+1} u_{I,j+1} + a_{I,j-1} u_{I,j-1} + a_{I-1,j} u_{I-1,j} + (P_{I,j} - P_{I,j+1}) r_{I,j} \Delta r + c_{I,j} \dots\dots 3.93$$

$$c_{I,j} = a_{I,j-1} u_{I,j-1} + b_{I,j}$$

BC. 1.2

รูปที่ 3.14 ที่ตำแหน่ง $j=2$ อัตราการเปลี่ยนแปลงความเร็ว u เทียบกับระยะทางในทิศทาง z เท่ากับ 0



จากรูปที่ 3.14 พิจารณาความเร็ว u ที่ตำแหน่ง $j=2$ กรณีที่น้ำเย็นไหลแบบสวนทาง
 จำนวน F_w จากสมการที่ 3.92 และใช้ค่า $u_{I,j-1}$ จากการคำนวณครั้งก่อน (เป็นค่าสมมุติในการ
 คำนวณครั้งแรก) เป็นตัวที่รู้ค่า ส่วนเทอม $D_w=0$ เนื่องจากค่า $\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)_w = 0$

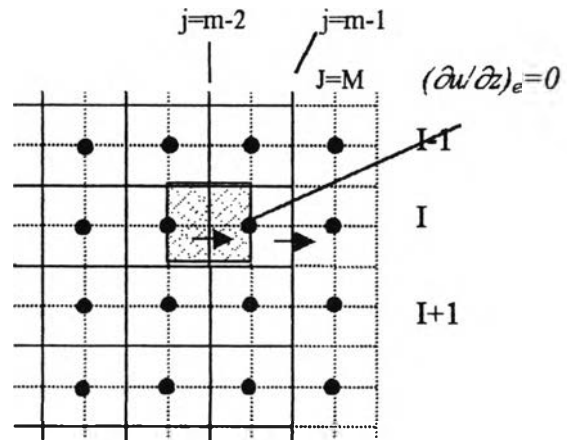
$$a_{I,j}u_{I,j} = a_{I,j+1}u_{I,j+1} + a_{I,j-1}u_{I,j-1} + a_{I-1,j}u_{I-1,j} + (P_{I,j} - P_{I,j+1})r_{I,j}\Delta r + c_{I,j} \dots 3.94$$

$$c_{I,j} = a_{I,j-1}u_{I,j-1} + b_{I,j}$$

BC. 2 กรณีที่ทางออกท่อจำนวนที่ $j=m-2$

BC. 2.1

รูปที่ 3.15 ที่ตำแหน่ง $j=m-2$
 อัตราการเปลี่ยนแปลง
 ความเร็ว u เทียบกับการ
 เปลี่ยนแปลงระยะทาง z มีค่า
 เป็นศูนย์



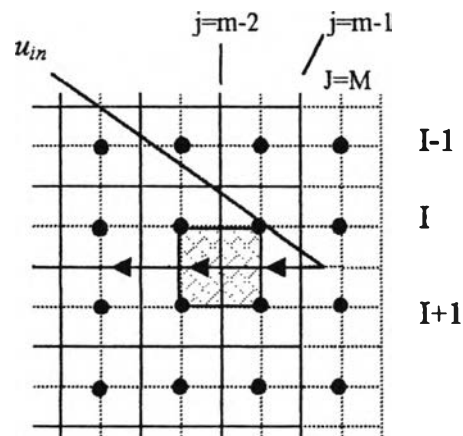
จากรูปที่ 3.15 พิจารณาความเร็ว u ที่ภาวะขอบเขตทางออกท่อน้ำร้อนและท่อน้ำเย็นแบบ
 ไหลขนาน จำนวน F_e เหมือนเดิม โดยใช้ $u_{I,m-1}$ จากการคำนวณครั้งก่อน (เป็นค่าที่ได้ในการ
 คำนวณครั้งแรก) เป็นตัวที่รู้ค่า ส่วนเทอม $D_e=0$ เนื่องจากค่า $\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)_e = 0$

$$a_{I,j}u_{I,j} = a_{I,j-1}u_{I,j-1} + a_{I+1,j}u_{I+1,j} + a_{I-1,j}u_{I-1,j} + (P_{I,j} - P_{I,j+1})r_{I,j}\Delta r + c_{I,j} \dots 3.95$$

$$c_{I,j} = a_{I,j+1}u_{I,j+1} + b_{I,j}$$

BC. 2.2

รูปที่ 3.16 ตำแหน่ง $j=m-1$
 แสดงเส้นขอบเขตของระบบ
 ความเร็วที่ตำแหน่งดังกล่าว
 มีค่าเท่ากับ u_{in} แต่มีเครื่องหมาย
 หมายถึงลบ



จากรูปที่ 3.16 พิจารณาความเร็ว u ที่ภาวะขอบเขตทางเข้าของท่อน้ำเย็นแบบไหลสวนทาง คำนวณ F_e จากสมการที่ 3.92 เมื่อ $u_{I,m-1} = -u_{in}$ เป็นตัวที่รู้ค่า จากนั้นย้ายเทอมที่ทราบค่าไปรวมกับ source term

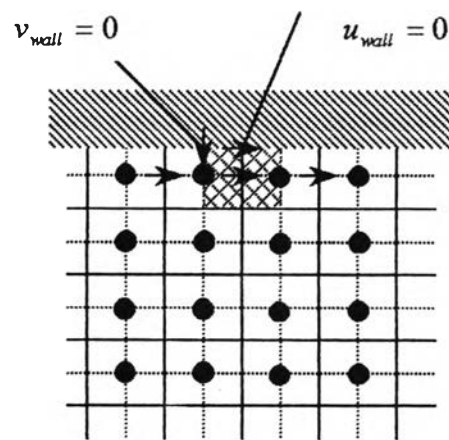
$$a_{I,j}u_{I,j} = a_{I,j-1}u_{I,j-1} + a_{I+1,j}u_{I+1,j} + a_{I-1,j}u_{I-1,j} + (P_{I,j} - P_{I,j+1})r_{I,j}\Delta r + c_{I,j} \dots 3.96$$

$$c_{I,j} = a_{I,j+1}u_{I,j+1} + b_{I,j}$$

BC.3 ภาวะขอบเขตที่ผนังท่อ

BC.3.1 กรณีผนังท่อด้านบน ความเร็วที่ผนังท่อมีค่าเป็นศูนย์

รูปที่ 3.17 ความเร็ว u ของของไหล สำหรับเซลล์ที่ภาวะขอบเขตบนชนิดผนังท่อที่มีค่าเป็นศูนย์



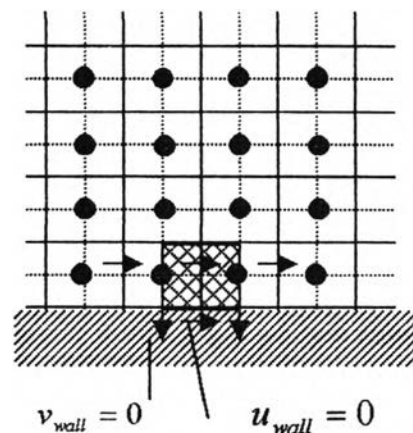
จากรูปที่ 3.17 ในกรณีนี้ $F_s = 0$ เนื่องจากความเร็ว $v_{wall} = 0$ (สมการที่ 3.92) และ $D_s = 2D_s$

$$a_{I,j}u_{I,j} = a_{I,j-1}u_{I,j-1} + a_{I,j+1}u_{I,j+1} + a_{I+1,j}u_{I+1,j} + (P_{I,j} - P_{I,j+1})r_{I,j}\Delta r + c_{I,j} \dots 3.97$$

$$c_{I,j} = b_{I,j}$$

BC.3.2 กรณีผนังท่อทางด้านล่าง ความเร็วที่ผนังท่อมีค่าเป็นศูนย์ ดังรูป

รูปที่ 3.18 ความเร็ว u ของของไหล สำหรับเซลล์ที่ภาวะขอบเขตล่างชนิดผนังท่อที่มีค่าเป็นศูนย์



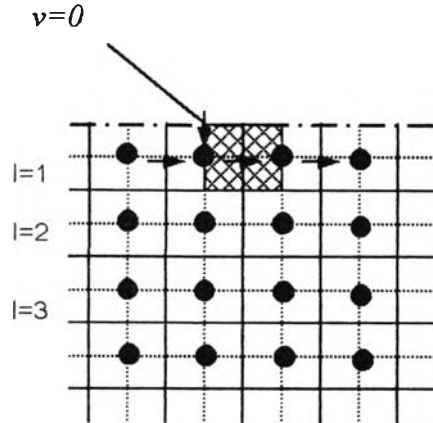
จากรูปที่ 3.18 ในกรณีนี้ $F_n = 0$ เนื่องจากความเร็ว $v_{well} = 0$ และ $D_n = 2D_n$

$$a_{1,j}u_{1,j} = a_{1,j-1}u_{1,j-1} + a_{1,j+1}u_{1,j+1} + a_{1-1,j}u_{1-1,j} + (P_{1,j} - P_{1,j+1})r_{1,j}\Delta r + c_{1,j} \dots 3.98$$

$$c_{1,j} = b_{1,j}$$

BC. 4 ภาวะขอบเขตที่กึ่งกลางท่อที่มีลักษณะสมมาตร

รูปที่ 3.19 ความเร็ว u เซลล์ที่ภาวะ
ขอบเขตลักษณะสมมาตร



จากรูปที่ 3.19 ถือว่าไม่มีความเร็วไหลข้ามแกนสมมาตรในกรณีนี้ $F_s = 0$ เนื่องจาก
ความเร็ว $v_{1,j} = 0$ และ $D_s = 0$

$$a_{1,j}u_{1,j} = a_{1,j-1}u_{1,j-1} + a_{1,j+1}u_{1,j+1} + a_{1+1,j}u_{1+1,j} + (P_{1,j} - P_{1,j+1})r_{1,j}\Delta r + c_{1,j} \dots 3.99$$

$$c_{1,j} = b_{1,j}$$

3.11.2 สมการโมเมนต์ในทิศทาง r และการกำหนดภาวะขอบเขต

จากสมการอนุรักษ์โมเมนต์ในทิศทาง r ที่ 2.14 พิจารณาที่ภาวะไม่คงตัว ระบบปิด
ทรงกระบอกในทิศทาง 2 มิติสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$a_{i,j}v_{i,j} = a_{i,j+1}v_{i,j+1} + a_{i,j-1}v_{i,j-1} + a_{i+1,j}v_{i+1,j} + a_{i-1,j}v_{i-1,j} + (r_{I-1,j}P_{I-1,j} - r_{I-1,j}P_{I-1,j})\Delta z + b_{i,j} \dots 3.40$$

เมื่อ

$$a_{i,j} = a_{i,j-1} + a_{i,j+1} + a_{i+1,j} + a_{i-1,j} + (F_e - F_w) + (F_n - F_s) + \frac{\rho_{i,j}r_{i,j}\Delta r\Delta z}{\Delta t}$$

$$a_{i,j+1} = D_e \max \left[0, \left(1 - 0.1 \left| \frac{F_e}{D_e} \right| \right)^5 \right] + \max[-F_e, 0]$$

$$a_{i,j-1} = D_w \max \left[0, \left(1 - 0.1 \left| \frac{F_w}{D_w} \right| \right)^5 \right] + \max[F_w, 0]$$

$$a_{i+1,j} = D_n \max \left[0, \left(1 - 0.1 \left| \frac{F_n}{D_n} \right| \right)^5 \right] + \max[-F_n, 0]$$

$$a_{i-1,j} = D_s \max \left[0, \left(1 - 0.1 \left| \frac{F_s}{D_s} \right| \right)^5 \right] + \max[F_s, 0]$$

$$a_{i,j}^\circ = \frac{\rho_{i,j}^\circ v_{i,j}^\circ}{\Delta t} r_{i,j} \Delta r \Delta z$$

$$b_{i,j} = \left[(D_n v_{i+1,j} - D_{n,p} v_{i,j}) - (D_{s,p} v_{i,j} - D_s v_{i-1,j}) \right] + \left[D_e (u_{i,j} - u_{i-1,j}) - D_w (u_{i,j-1} - u_{i-1,j-1}) \right] \frac{\Delta z}{\Delta r} + a_{i,j}^\circ$$

.....3.94

และ

$$F_e = (u\rho)_e r \Delta r = \frac{1}{2} \left[u_{i,j} \left(\frac{\rho_{i,j} + \rho_{i,j+1}}{2} \right) + u_{i,j+1} \left(\frac{\rho_{i,j+1} + \rho_{i,j+2}}{2} \right) \right] r_{i,j} \Delta r$$

$$F_w = (u\rho)_w r \Delta r = \frac{1}{2} \left[u_{i-1,j-1} \left(\frac{\rho_{i-1,j-1} + \rho_{i-1,j}}{2} \right) + u_{i,j-1} \left(\frac{\rho_{i,j-1} + \rho_{i,j}}{2} \right) \right] r_{i,j} \Delta r$$

$$F_n = (v\rho)_n r \Delta z = \frac{1}{2} \left[v_{i,j} \left(\frac{\rho_{i-1,j} + \rho_{i,j}}{2} \right) + v_{i+1,j} \left(\frac{\rho_{i,j} + \rho_{i+1,j}}{2} \right) \right] r_{i,j} \Delta z$$

$$F_s = (v\rho)_s r \Delta z = \frac{1}{2} \left[v_{i,j} \left(\frac{\rho_{i-1,j} + \rho_{i,j}}{2} \right) + v_{i-1,j} \left(\frac{\rho_{i-2,j} + \rho_{i-1,j}}{2} \right) \right] r_{i,j} \Delta z$$

$$D_e = \frac{\mu_e r \Delta r}{\Delta z} = \left(\frac{\mu_{i-1,j} + \mu_{i,j} + \mu_{i-1,j+1} + \mu_{i,j+1}}{4 \Delta z} \right) r_{i,j} \Delta r \dots \dots \dots 3.95$$

$$D_w = \frac{\mu_w r \Delta r}{\Delta z} = \left(\frac{\mu_{i-1,j} + \mu_{i,j} + \mu_{i-1,j-1} + \mu_{i,j-1}}{4 \Delta z} \right) r_{i,j} \Delta r$$

$$D_n = \frac{\Delta z}{\Delta r} \left(\frac{\mu_{i,j} r_i}{r_{i+1}} \right) r_i$$

$$D_{n,p} = \frac{\Delta z}{\Delta r} \left(\frac{\mu_{i,j} r_i}{r_{i+1}} \right) r_i$$

$$D_s = \frac{\Delta z}{\Delta r} \left(\frac{\mu_{i-1,j} r_i}{r_{i-1}} \right) r_{i-1}$$

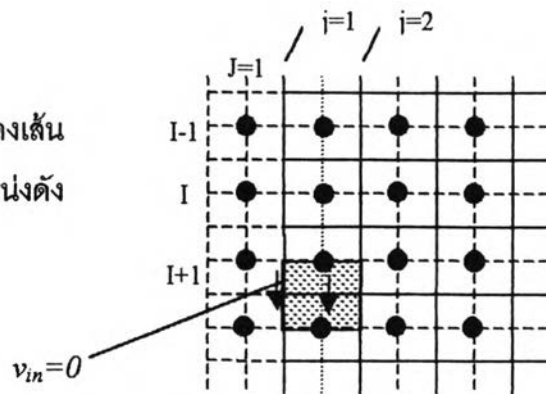
$$D_{s,p} = \frac{\Delta z}{\Delta r} \left(\frac{\mu_{i-1,j} r_i}{r_{i-1}} \right) r_i$$

กำหนดที่ภาวะขอบเขตเพื่อใช้แก้สมการ ดังนี้

BC.1 กรณีที่ทางเข้าท่อเริ่มคำนวณที่ $J=2$

BC.1.1

รูปที่ 3.20 ที่ตำแหน่ง $j=1$ แสดงเส้นขอบเขตของระบบความเร็วที่ตำแหน่งดังกล่าวมีค่า v_{in} ซึ่งเท่ากับศูนย์



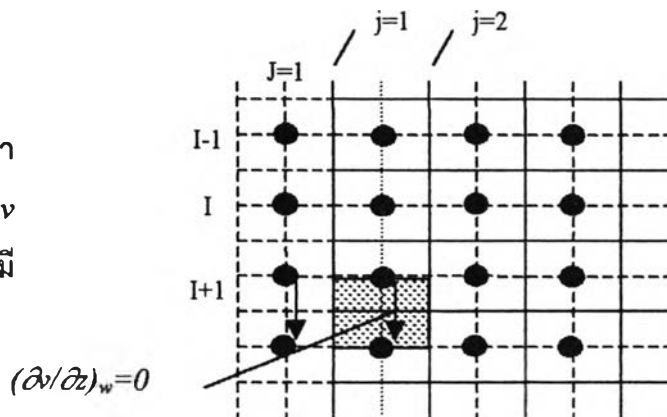
รูปที่ 3.20 พิจารณาความเร็ว v เซลล์ที่ภาวะขอบเขตทางเข้าของท่อน้ำร้อนและท่อน้ำเย็นไหลแบบขนาน ค่าพารามิเตอร์ F_w เหมือนเดิมโดยใช้ $u_{I-1,j-1} = u_{I,j-1} = u_{in}$ เป็นตัวที่รู้ค่า ส่วน $D_w = 2 * D_w$ จากค่า F_w, D_w ค่าพารามิเตอร์ $a_{i,j-1}$ แต่ $v_{i,j-1} = 0$

$$a_{i,j} v_{i,j} = a_{i,j+1} v_{i,j+1} + a_{i+1,j} v_{i+1,j} + a_{i-1,j} v_{i-1,j} + (r_{I-1} P_{I-1,j} - r_I P_{I,j}) \Delta z + c_{i,j} \dots 3.96$$

$$c_{i,j} = b_{i,j}$$

BC.1.2

รูปที่ 3.21 ที่ตำแหน่ง $J=2$ อัตราการเปลี่ยนแปลงความเร็ว v เทียบกับระยะทาง ในทิศทาง z มีค่าเป็นศูนย์



จากรูปที่ 3.21 กรณีความเร็ว v ที่ภาวะขอบเขตท่อน้ำเย็นที่ไหลสวนทางที่ $J=2$ ค่าพารามิเตอร์ F_w เหมือนเดิม โดยใช้ $v_{i,j-1}$ จากการคำนวณครั้งก่อน (เป็นค่าที่สมมติในการคำนวณครั้งแรก) เป็นตัวที่รู้ค่า ส่วนเทอม $D_w = 0$ เนื่องจาก $\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)_w = 0$

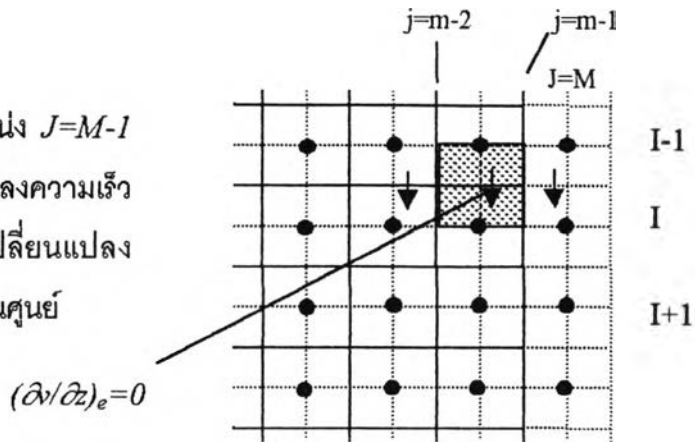
$$a_{i,j} v_{i,j} = a_{i,j+1} v_{i,j+1} + a_{i+1,j} v_{i+1,j} + a_{i-1,j} v_{i-1,j} + (r_{I-1} P_{I-1,j} - r_I P_{I,j}) \Delta z + c_{i,j} \dots 3.97$$

$$c_{i,j} = a_{i,j-1} v_{i,j-1} + b_{i,j}$$

BC. 2 กรณีที่ทางออกที่จำนวนที่ $J=M-1$

BC. 2.1

รูปที่ 3.22 ที่ตำแหน่ง $J=M-1$
 อัตราการเปลี่ยนแปลงความเร็ว
 v เทียบกับการเปลี่ยนแปลง
 ระยะทาง z มีค่าเป็นศูนย์



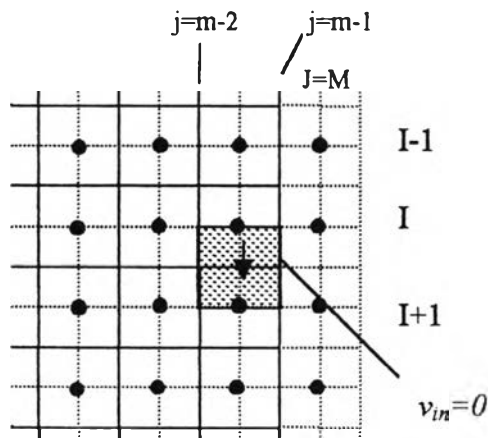
จากรูปที่ 3.22 กรณีความเร็ว v ที่ภาวะขอบเขตทางออกของน้ำร้อนและน้ำเย็นที่ไหลแบบ
 ขนาน จำนวน F_e เหมือนเดิมโดยใช้ $v_{i,M}$ จากการคำนวณครั้งก่อน (ค่าที่สมมุติในการคำนวณ
 ครั้งแรก) เป็นตัวที่รู้ค่า ส่วนเทอม $D_e = 0$ เนื่องจากค่า $\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)_e = 0$

$$a_{i,j}v_{i,j} = a_{i,j-1}v_{i,j-1} + a_{i+1,j}v_{i+1,j} + a_{i-1,j}v_{i-1,j} + (r_{I-1}P_{I-1,j} - r_I P_{I,j})\Delta z + c_{i,j} \dots 3.98$$

$$c_{i,j} = a_{i,j+1}v_{i,j+1} + b_{i,j}$$

BC. 2.2

รูปที่ 3.23 ตำแหน่ง $j=m-1$
 แสดงเส้นขอบเขตของระบบ
 ความเร็วที่ตำแหน่งดังกล่าว
 ความเร็ว v มีค่าเท่ากับศูนย์



จากรูปที่ 3.23 พิจารณาภาวะขอบเขตของความเร็ว v ที่ตำแหน่งทางออกของน้ำเย็นแบบ
 ไหลสวนทาง จำนวน F_e เหมือนเดิม โดยใช้ เป็นตัวที่รู้ค่า $v_{i,M} = v_{in} = 0$

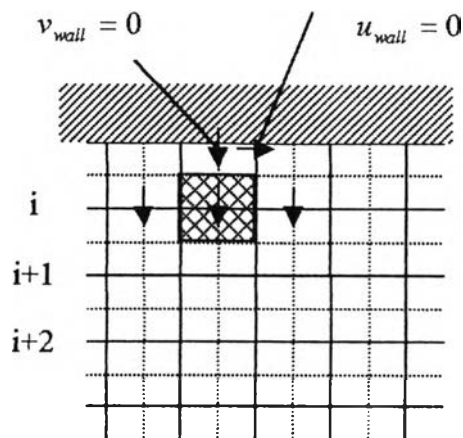
$$a_{i,j}v_{i,j} = a_{i,j-1}v_{i,j-1} + a_{i+1,j}v_{i+1,j} + a_{i-1,j}v_{i-1,j} + (r_{I-1}P_{I-1,j} - r_I P_{I,j})\Delta z + c_{i,j} \dots 3.99$$

$$c_{i,j} = b_{i,j}$$

BC. 3 ภาวะขอบที่ผนังท่อ

BC.3.1 กรณีผนังท่อทางด้านบน ความเร็วผนังท่อมักมีค่าเป็นศูนย์

รูปที่ 3.24 ความเร็ว v ของของไหล
สำหรับเซลล์ที่ภาวะขอบเขตชนิดผนังท่อ
มีค่าเป็นศูนย์



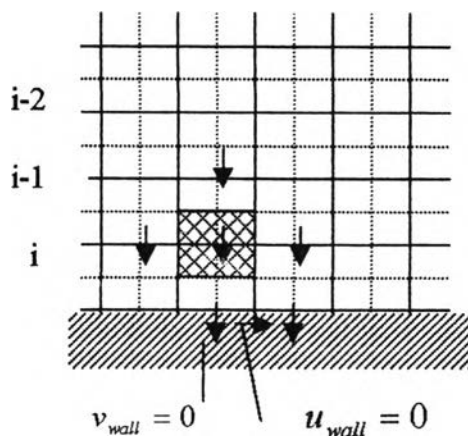
จากรูปที่ 3.24 ในกรณีนี้ คำนวณ $a_{i-1,j}$ เหมือนเดิม แต่ค่า $v_{i-1,j} = 0$

$$a_{i,j}v_{i,j} = a_{i,j-1}v_{i,j-1} + a_{i,j+1}v_{i,j+1} + a_{i+1,j}v_{i+1,j} + (r_{i-1}P_{i-1,j} - r_iP_{i,j})\Delta z + c_{i,j} \dots 3.100$$

$$c_{i,j} = b_{i,j}$$

BC.3.2 กรณีผนังท่อทางด้านล่าง ความเร็วที่ผนังท่อมักมีค่าเป็นศูนย์ ดังรูป 3.25

รูปที่ 3.25 ความเร็ว v ของของไหล
สำหรับเซลล์ที่ภาวะขอบเขตล่างชนิด
ผนังท่อ



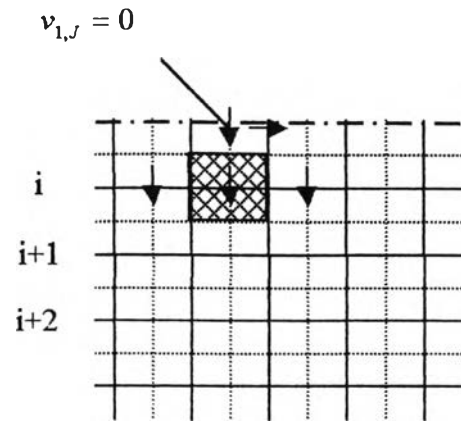
จากรูปที่ 3.25 ในกรณีนี้ คำนวณ $a_{i+1,j}$ เหมือนเดิมโดยค่า $v_{i+1,j} = 0$

$$a_{i,j}v_{i,j} = a_{i,j-1}v_{i,j-1} + a_{i,j+1}v_{i,j+1} + a_{i-1,j}v_{i-1,j} + (r_{i-1}P_{i-1,j} - r_iP_{i,j})\Delta z + c_{i,j} \dots 3.101$$

$$c_{i,j} = b_{i,j}$$

BC. 4 ภาวะขอบเขตที่กึ่งกลางท่อที่มีลักษณะสมมาตร

รูปที่ 3.26 ความเร็ว v เซลล์ที่ภาวะขอบเขตลักษณะสมมาตร



จากรูปที่ 3.26 ในกรณีนี้ความเร็ว $v_{1,j} = 0$ และ $D_s = 0$ เทอมอื่น ๆ คำนวณเหมือนเดิม

$$a_{i,j}v_{i,j} = a_{i,j-1}v_{i,j-1} + a_{i,j+1}v_{i,j+1} + a_{i+1,j}v_{i+1,j} + (r_{i-1}P_{i-1,j} - r_iP_{i,j})\Delta z + c_{i,j} \dots 3.102$$

$$c_{i,j} = b_{i,j}$$

3.11.3 สมการการแก้ไขความดัน (Pressure Correction Equation)

จากสมการการแก้ไขความดันที่ 3.89 พิจารณาที่ภาวะไม่คงตัว ระบบพิกัดทรงกระบอกในทิศทาง 2 มิติ สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$a_{i,j}P'_{i,j} = a_{i,j+1}P'_{i,j+1} + a_{i,j-1}P'_{i,j-1} + a_{i+1,j}P'_{i+1,j} + a_{i-1,j}P'_{i-1,j} + b'_{i,j} \dots 3.103$$

เมื่อ

$$a_{i,j+1} = (\rho dA)_{i,j}$$

$$a_{i,j-1} = (\rho dA)_{i,j-1}$$

$$a_{i+1,j} = (\rho dA)_{i+1,j}$$

$$a_{i-1,j} = (\rho dA)_{i-1,j}$$

$$a_{i,j} = a_{i,j+1} + a_{i,j-1} + a_{i+1,j} + a_{i-1,j}$$

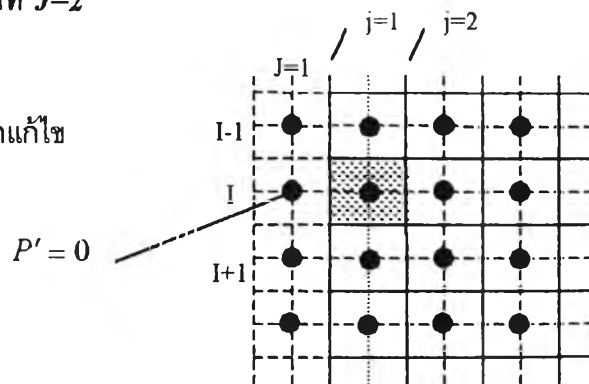
$$b' = (\rho Au^*)_{i,j-1} - (\rho Au^*)_{i,j} + (\rho Av^*)_{i,j} - (\rho Av^*)_{i+1,j} + \frac{(\rho_p^o - \rho_p)r\Delta r\Delta z}{\Delta t} \dots 3.104$$

กำหนดภาวะขอบเขตเพื่อใช้แก้สมการดังนี้

BC. 1 กรณีที่ทางเข้าท่อเริ่มคำนวณที่ $J=2$

BC. 1.1

รูปที่ 3.27 ที่ตำแหน่ง $J=1$ ค่าแก้ไขความดันเท่ากับศูนย์



จากรูปที่ 3.27 เนื่องจากค่า $u_{I,J-1} = u_{in}$ เทอม $P'_{I,J-1}$ ไม่จำเป็นต้องมี
 $a_{I,J}P'_{I,J} = a_{I,J+1}P'_{I,J+1} + a_{I+1,J}P'_{I+1,J} + a_{I-1,J}P'_{I-1,J} + b'_{I,J} \dots\dots\dots 3.105$

BC 1.2

สมการการแก้ไขความดันกรณีน้ำเย็นไหลแบบสวนทาง ที่ตำแหน่ง $J=2$ เป็นตำแหน่งทางออกของน้ำเย็น พิจารณาความเร็ว u โดยคำนวณความเร็ว u ที่ตำแหน่ง $J = 2$ โดยการกำหนดเกรเดียนเป็นศูนย์

$$u_{I,1} = u_{I,2} \dots\dots\dots 3.106$$

แต่ในระหว่างการคำนวณซ้ำหลาย ๆ รอบ โดยเทคนิควิธี SIMPLE ที่ภาวะคงตัวไม่สามารถยืนยันได้ว่าความเร็วที่ได้จะสอดคล้องกับสมการอนุรักษ์มวล (ในที่นี้คือสมการแก้ไขความดัน 3.103) ดังนั้นเพื่อให้แน่ใจได้ว่าผลการคำนวณเป็นไปในทิศทางที่สอดคล้องกับสมการอนุรักษ์มวลจึงทำการ extrapolate ความเร็วขาออกดังนี้

$$u_{I,1} = u_{I,2} \frac{M_{in}}{M_{out}} \dots\dots\dots 3.107$$

โดยที่ M_{in} คือปริมาณฟลักซ์ของมวลที่เข้าสู่ระบบ และ M_{out} คือปริมาณฟลักซ์ของมวลที่ออกจากระบบ ค่านี้ถูกใช้ในการกระจายเทอม $u_{I,2}$

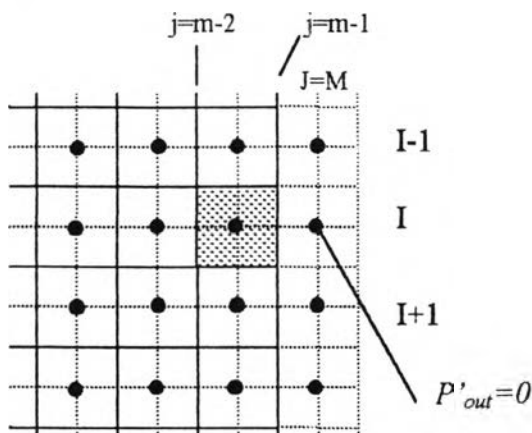
จากสมการที่ 3.103 และ 3.104 ในการกระจายสมการ P' ที่ตำแหน่ง $j=1$ จะกำหนด $a_w = 0$ เนื่องจากความเร็วที่ทางออกไม่ได้ถูกทำให้ถูกต้องด้วย P' ก็คือ $u^*_w = u_w$ จากนั้นกระจายสมการการคำนวณได้ดังนี้

$$a_{I,J}P'_{I,J} = a_{I,J+1}P'_{I,J+1} + a_{I+1,J}P'_{I+1,J} + a_{I-1,J}P'_{I-1,J} + b'_{I,J} \dots\dots\dots 3.108$$

BC.2 กรณีที่ทางออกที่คำนวณที่ตำแหน่ง $J = M - 1$

BC. 2.1

รูปที่ 3.28 ที่ตำแหน่ง $J=M$
 ค่าแก้ไขความดันเท่ากับศูนย์



พิจารณาเช่นเดียวกับกรณีค่าแก้ไขความดันที่ตำแหน่ง $J=M$ ที่ภาวะขอบเขต เกรเดียนความเร็วเป็นศูนย์ที่ทางออกของน้ำร้อนและน้ำเย็นแบบไหลขนานไหล

$$u_{I,m-1} = u_{I,m-2} \dots \dots \dots 3.109$$

เมื่อทำ extrapolate จะได้

$$u_{I,m-1} = u_{I,m-2} \times \frac{M_{in}}{M_{out}} \dots \dots \dots 3.110$$

และจากสมการที่ 3.103 และ 3.104 เมื่อเทอม $a_{I,J+1} = 0$ เนื่องจาก $u_{I,J+1} = u_{I,m-1}$

$$a_{I,J}P'_{I,J} = a_{I,J-1}P'_{I,J-1} + a_{I+1,J}P'_{I+1,J} + a_{I-1,J}P'_{I-1,J} + b'_{I,J} \dots \dots 3.111$$

BC.2.2

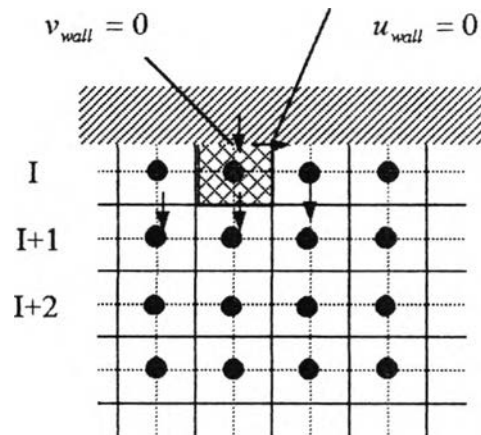
เนื่องจาก $u_{I,J+1} = u_{in}$ ทำให้เทอม $P'_{I,J+1}$ มีค่าเป็นศูนย์

$$a_{I,J}P'_{I,J} = a_{I,J-1}P'_{I,J-1} + a_{I+1,J}P'_{I+1,J} + a_{I-1,J}P'_{I-1,J} + b'_{I,J} \dots \dots 3.112$$

BC.3 กรณีผนังท่อ

BC.3.1

รูปที่ 3.29 ค่าแก้ไขความดันที่ภาวะขอบเขตชนิดผนังท่อด้านบน $P'_{I-1,J} = 0$

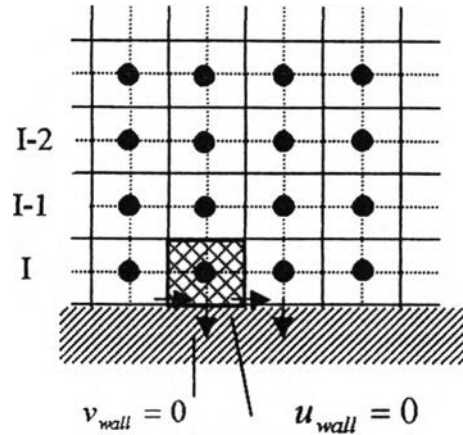


จากรูปที่ 3.29 ความเร็วที่ผนังเป็นศูนย์ ดังนั้นค่า $a_{I-1,J} = 0$ และ $v_{I,J} = 0$ จัดรูปสมการที่ 3.103 ได้ดังนี้

$$a_{I,J}P'_{I,J} = a_{I,J-1}P'_{I,J-1} + a_{I,J+1}P'_{I,J+1} + a_{I+1,J}P'_{I+1,J} + b'_{I,J} \dots \dots 3.113$$

BC. 3.2

รูปที่ 3.30 ค่าแก้ไขความดันที่ภาวะ
ขอบเขตล่างชิดผนังท่อ $P'_{I+1,J} = 0$

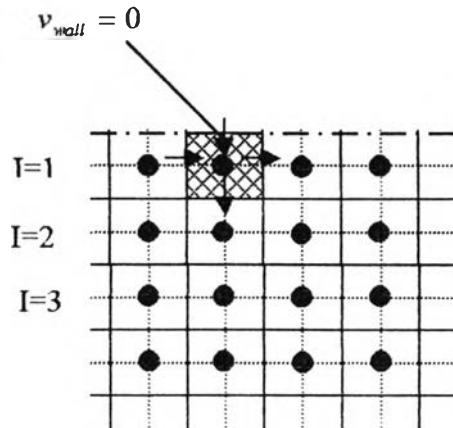


จากรูปที่ 3.30 ความเร็วที่ผนังเป็นศูนย์ ดังนั้นค่า $a_{I+1,J} = 0$ และ $v_{I+1,J} = 0$ จัดรูปสมการที่ 3.103 ได้ดังนี้

$$a_{I,J}P'_{I,J} = a_{I,J-1}P'_{I,J-1} + a_{I,J+1}P'_{I,J+1} + a_{I-1,J}P'_{I-1,J} + b'_{I,J} \dots \dots \dots 3.114$$

BC.4 ภาวะขอบเขตที่กึ่งกลางท่อ

รูปที่ 3.31 ความดันแก้ไขที่ภาวะ
ขอบเขตกึ่งกลางท่อที่มีลักษณะสมมาตร



จากรูปที่ 3.31 ที่กึ่งกลางท่อที่มีลักษณะสมมาตรไม่มีความเร็ว $v_{I,J}$ เคลื่อนที่ผ่านเส้นกึ่งกลางหรืออาจกล่าวได้ว่า $v_{I,J} = 0$ ดังนั้นค่า $a_{I+1,J} = 0$ จัดรูปสมการที่ 3.103 ได้ดังนี้

$$a_{I,J}P'_{I,J} = a_{I,J-1}P'_{I,J-1} + a_{I,J+1}P'_{I,J+1} + a_{I-1,J}P'_{I-1,J} + b'_{I,J} \dots \dots \dots 3.115$$

3.11.4 สมการอนุรักษ์พลังงาน และการกำหนดภาวะขอบเขต

จากสมการอนุรักษ์พลังงานที่ 2.30 พิจารณาที่ภาวะไม่คงตัว ระบบพิกัดทรงกระบอกในทิศทาง 2 มิติสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$a_{I,J}T_{I,J} = a_{I,J+1}T_{I,J+1} + a_{I,J-1}T_{I,J-1} + a_{I-1,J}T_{I-1,J} + a_{I+1,J}T_{I+1,J} + b_{I,J} \dots \dots \dots 3.116$$

เมื่อ

$$a_{I,J} = a_{I,J+1} + a_{I,J-1} + a_{I+1,J} + a_{I-1,J} + (F_e - F_w) + (F_n - F_s) + \frac{\rho_{I,J}Cp_{I,J}r_{I,J}\Delta r\Delta z}{\Delta t}$$

$$a_{I,J+1} = D_e \max \left[0, \left(1 - 0.1 \left| \frac{F_e}{D_e} \right| \right)^5 \right] + \max[-F_e, 0]$$

$$a_{I,J-1} = D_e \max \left[0, \left(1 - 0.1 \left| \frac{F_e}{D_e} \right| \right)^5 \right] + \max[-F_e, 0]$$

$$a_{I+1,J} = D_e \max \left[0, \left(1 - 0.1 \left| \frac{F_e}{D_e} \right| \right)^5 \right] + \max[-F_e, 0]$$

$$a_{I-1,J} = D_e \max \left[0, \left(1 - 0.1 \left| \frac{F_e}{D_e} \right| \right)^5 \right] + \max[-F_e, 0]$$

$$a_{I,J}^o = \frac{\rho_{I,J}^o Cp_{I,J}^o T_{I,J}^o}{\Delta t} r_{I,J} \Delta r \Delta z$$

$$b_{I,J} = \bar{S}_T r \Delta r \Delta z + a_{I,J}^o \dots \dots \dots 3.117$$

เมื่อ $\bar{S}_T r \Delta r \Delta z$ กระจายดังสมการที่ 3.38 และ 3.39

$$F_n = (\rho C prv)_n \Delta z = r_{i+1} v_{i+1,J} \Delta z \left(\frac{\rho_{I,J} Cp_{I,J} + \rho_{I+1,J} Cp_{I+1,J}}{2} \right)$$

$$F_s = (\rho C prv)_s \Delta z = r_i v_{i,J} \Delta z \left(\frac{\rho_{I,J} Cp_{I,J} + \rho_{I-1,J} Cp_{I-1,J}}{2} \right)$$

$$F_e = (\rho C pru)_n \Delta r = r_i u_{i,J} \Delta r \left(\frac{\rho_{I,J} Cp_{I,J} + \rho_{I,J+1} Cp_{I,J+1}}{2} \right)$$

$$F_w = (\rho C pru)_w \Delta r = r_i u_{i,J-1} \Delta r \left(\frac{\rho_{I,J} Cp_{I,J} + \rho_{I,J-1} Cp_{I,J-1}}{2} \right)$$

$$D_n = (kr)_n \frac{\Delta z}{\Delta r} = \left(\frac{k_{I,J} + k_{I+1,J}}{2} \right) \frac{r_{i+1} \Delta z}{\Delta r}$$

$$D_s = (kr)_s \frac{\Delta z}{\Delta r} = \left(\frac{k_{I,J} + k_{I-1,J}}{2} \right) \frac{r_i \Delta z}{\Delta r}$$

$$D_e = \frac{k_e r \Delta r}{\Delta z} = \left(\frac{k_{I,J} + k_{I,J+1}}{2} \right) \frac{r_I \Delta r}{\Delta z}$$

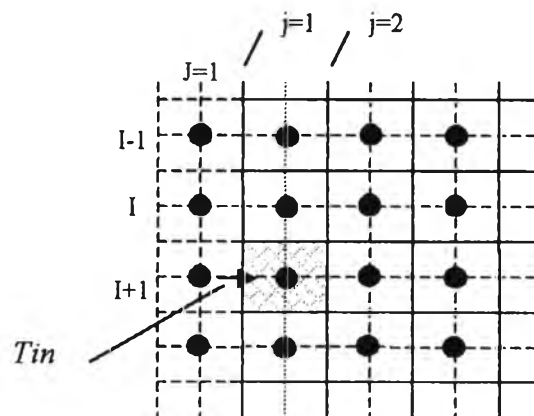
$$D_w = \frac{k_w r \Delta r}{\Delta z} = \left(\frac{k_{I,J} + k_{I,J-1}}{2} \right) \frac{r_I \Delta r}{\Delta z} \dots\dots\dots 3.118$$

กำหนดภาวะขอบเขตเพื่อใช้แก้สมการดังนี้

BC. 1 กรณีที่ทางเข้าเริ่มคำนวณที่ $J=2$

BC. 1.1

รูปที่ 3.31 ตำแหน่ง $J=1$ แสดงเส้น
ขอบเขตของระบบ อุณหภูมิที่
ตำแหน่งดังกล่าวมีค่าเท่ากับ T_{in}



ตามรูปที่ 3.31 คำนวณ F_w โดยใช้สมการที่ 3.118 เทอม $T_{I,J-1}$ มีค่าเท่ากับ T_{in} และ $D_w = 2 * D_e$

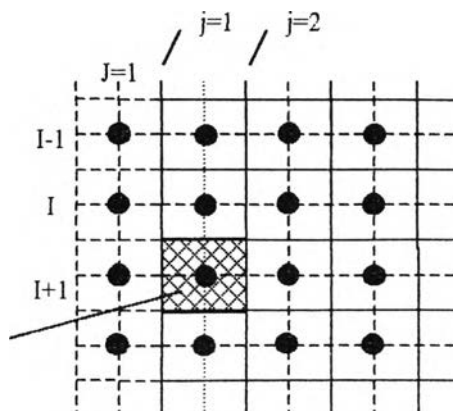
$$a_{I,J} T_{I,J} = a_{I,J+1} T_{I,J+1} + a_{I+1,J} T_{I+1,J} + a_{I-1,J} T_{I-1,J} + c_{I,J} \dots\dots\dots 3.119$$

$$c_{I,J} = b_{I,J} + a_{I,J-1} T_{I,J-1}$$

BC. 1.2

รูปที่ 3.32 ที่ตำแหน่ง $J=1$
อัตราการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ
เทียบกับระยะทางในทิศทาง z
เท่ากับศูนย์

$$\left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_w = 0$$



ตามรูปที่ 3.32 คำนวน F_w โดยใช้สมการที่ 3.118 เทอม $T_{I,J-1}$ มีค่าเท่ากับจากการคำนวณครั้งก่อน (เป็นค่าที่สมมุติในการคำนวณครั้งแรก) เป็นตัวที่รู้ค่า ส่วนเทอม $D_w=0$ เนื่องจากค่า

$$\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_w = 0$$

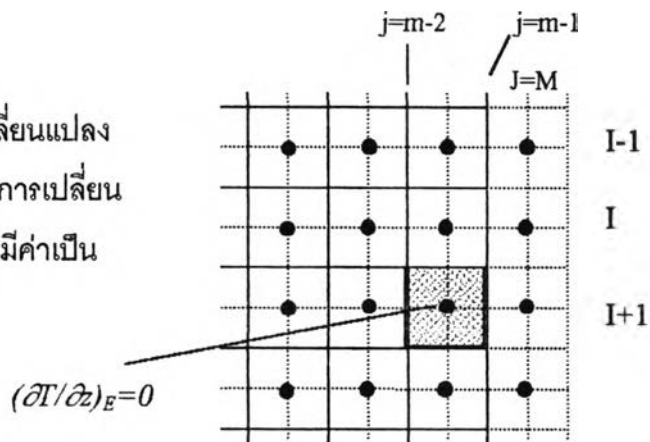
$$a_{I,J}T_{I,J} = a_{I,J+1}T_{I,J+1} + a_{I+1,J}T_{I+1,J} + a_{I-1,J}T_{I-1,J} + c_{I,J} \dots \dots \dots 3.120$$

$$c_{I,J} = b_{I,J} + a_{I,J-1}T_{I,J-1}$$

BC. 2. กรณีที่ทางออกท่อคำนวณที่ $J=M-1$

BC. 2.1

รูปที่ 3.33 การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิเทียบกับการเปลี่ยนแปลงระยะทาง z มีค่าเป็นศูนย์



จากรูปที่ 3.33 คำนวน F_e โดยใช้สมการที่ 3.118 เทอม $T_{I,M-1}$ มีค่าเท่ากับจากการคำนวณครั้งก่อน (เป็นค่าที่สมมุติในการคำนวณครั้งแรก) เป็นเทอมที่รู้ค่า ส่วนเทอม $D_e=0$ เนื่องจากค่า

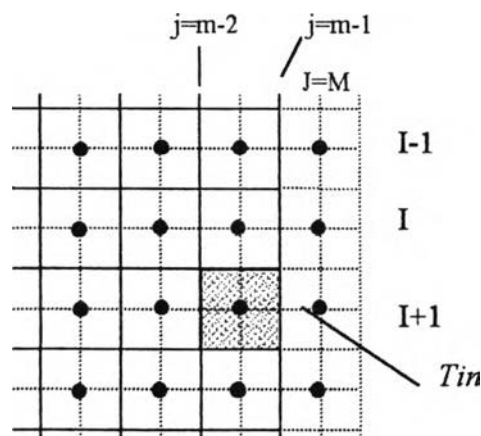
$$\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_e = 0$$

$$a_{I,J}T_{I,J} = a_{I,J-1}T_{I,J-1} + a_{I+1,J}T_{I+1,J} + a_{I-1,J}T_{I-1,J} + c_{I,J} \dots \dots \dots 3.121$$

$$c_{I,J} = b_{I,J} + a_{I,J+1}T_{I,J+1}$$

BC. 2.2

รูปที่ 3.34 ที่ตำแหน่ง $J=M$ แสดงเส้นขอบเขตของระบบความเร็วที่ตำแหน่งดังกล่าวมีค่าเท่ากับ T_{in}



จากรูปที่ 3.34 คำนวน Fe โดยใช้สมการที่ 3.118 เทอม $T_{I,M-1}=T_{in}$ เป็นตัวที่รู้ค่า
 $a_{I,J}T_{I,J} = a_{I,J-1}T_{I,J-1} + a_{I+1,J}T_{I+1,J} + a_{I-1,J}T_{I-1,J} + c_{I,J} \dots \dots \dots 3.122$
 $c_{I,J} = b_{I,J} + a_{I,J+1}T_{I,J+1}$

BC.3 ภาวะขอบเขตที่ผนังท่อ

ภาวะขอบเขตที่ผนังท่อ เป็นภาวะขอบเขตที่ง่ายที่สุดในการคำนวณการไหลของของไหล โดยกำหนดความเร็วที่ผนังท่อที่มีค่าเป็นศูนย์ กรณีที่ไม่มี slip ($v=u=0$) คือมีความเร็วเป็นศูนย์เท่ากับผนังท่อที่ไม่มีความเร็ว

การถ่ายโอนความร้อนระหว่างผนังท่อท่กับของไหล กำหนดอุณหภูมิ T_{wall} เป็นอุณหภูมิของผนังท่อและ T_p เป็นอุณหภูมิของของไหล กรณีการไหลแบบราบเรียบคำนวณฟลักซ์การถ่ายโอนความร้อน q_s ได้ดังนี้

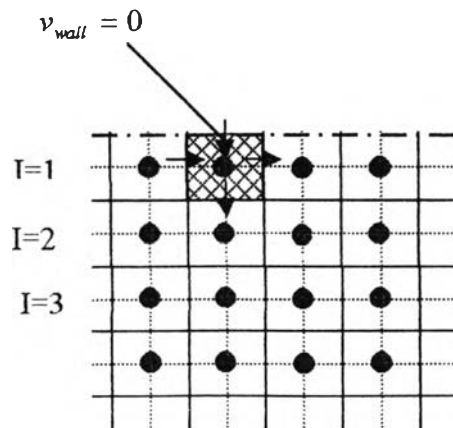
$$q_s = - \frac{\mu C_p (T_p - T_{wall})}{\sigma \Delta r} A_{cell} \dots \dots \dots 3.123$$

เมื่อ C_p คือค่าความจุความร้อนของของไหล, T_p คืออุณหภูมิที่จุด P และ σ คือค่าตัวเลข Prandtl ของการเคลื่อนที่แบบราบเรียบนั่นเอง

หรืออาจกล่าวได้ว่ากรณีการถ่ายโอนความร้อนของของไหลแบบราบเรียบที่มีค่าการนำความร้อนของของแข็ง (k_s) และ มีค่าการนำความร้อนของของเหลว (k_f) มีค่าต่างกันมาก ๆ ค่าการนำความร้อนที่ใช้เป็นตัวแทนควบคุม คือ k_f ซึ่งจะถูกต้องเมื่อ $k_f \ll k_s$ มาก ๆ (Patankar, 1980)

BC.4 ภาวะขอบเขตการมีสมมาตร

รูปที่ 3.35 อุณหภูมิที่ภาวะขอบเขตกึ่งกลางท่อที่มีลักษณะสมมาตร



จากรูปที่ 3.35 ในกรณีนี้ $D_s=0$ และค่า $F_s=0$ เนื่องจาก $v_s=0$

$$a_{I,J}T_{I,J} = a_{I,J+1}T_{I,J+1} + a_{I+1,J}T_{I+1,J} + a_{I-1,J}T_{I-1,J} + b_{I,J} \dots \dots \dots 3.124$$

3.12 การทดลองเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน

3.12.1 เครื่องมือและอุปกรณ์

1. ชุดอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนแบบท่อสองชั้น (รูปที่ 3.37)

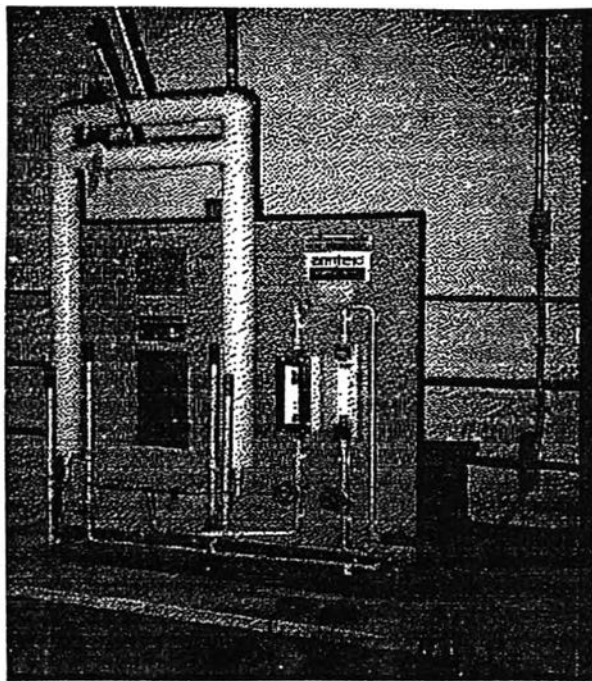
ลักษณะอุปกรณ์

1. เส้นผ่านศูนย์กลางภายนอกท่อน้ำร้อน	15	มิลลิเมตร
2. เส้นผ่านศูนย์กลางภายนอกท่อน้ำเย็น	15	มิลลิเมตร
3. ความหนาของท่อน้ำร้อน	0.35	มิลลิเมตร
4. ความหนาของท่อน้ำเย็น	0.45	มิลลิเมตร
5. ความหนาของฉนวน	20	มิลลิเมตร
6. ความยาวในการแลกเปลี่ยนความร้อน	1.5	เมตร
7. พื้นที่แลกเปลี่ยนความร้อน	0.067	ตารางเมตร

2. นาฬิกาจับเวลา

3.12.2 วิธีการทดลอง

- ศึกษาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง และทิศทางการไหลของน้ำร้อนและน้ำเย็น โดยตั้งอุณหภูมิ น้ำร้อนทางเข้าคงที่ที่ 50 องศาเซลเซียส
- ทำการทดลองโดยให้น้ำร้อนไหลในท่อในและน้ำเย็นไหลในท่อนอก ทิศทางการไหลเป็นแบบ ไหลขนาน อ่านค่าอัตราการไหลบันทึกอุณหภูมิทางเข้า กลางท่อและทางออก เมื่อระบบถึง ภาวะคงตัว (steady state) ค่าที่ได้เป็นค่าที่เวลาเริ่มต้น ($t=0$) จากนั้นเปลี่ยนอัตราการไหล ของน้ำร้อน และบันทึกค่าอุณหภูมิทุก ๆ 20 วินาที (unsteady state) ทำการทดลองเช่นเดียว กันนี้แต่เปลี่ยนอัตราการไหลของน้ำเย็น
- ทำการทดลองเช่นเดียวกับข้อ 2 แต่เปลี่ยนทิศทางการไหลของน้ำเย็นไหลสวนทางกับน้ำร้อน (counter current)
- กำหนดอัตราการไหลของน้ำร้อนและน้ำเย็นคงที่ เปลี่ยนอุณหภูมิของน้ำร้อนเป็น 45, 55 และ 60 องศาเซลเซียส วัดอุณหภูมิเมื่ออุณหภูมิของระบบคงที่ทั้งในทิศทางการไหลแบบขนานและ ทิศทางการไหลแบบสวนทาง



รูปที่ 3.36 เครื่องมือแลกเปลี่ยนความร้อนแบบท่อสองชั้น